View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Portal de Revistas Científicas Complutenses

La cuadrícula

A quien supo enseñarme algo más que Literatura

María del Carmen CHAMORRO PLAZA

1. LA CUADRICULA

La utilización de cuadrículas desde edades tempranas permite alcanzar objetivos de muy distinta índole pero todos ellos de gran utilidad en el campo lógico-matemático. Como se deducirá de lo que sigue, algunos de ellos contribuyen no sólo a forzar un tipo de simbolización —acciones o movimientos— sino que además ayudan a comprender y mejorar los procedimientos de localización, llegándose de forma natural a la noción de coordenadas cartesianas de un punto del plano.

Un momento adecuado para presentar la cuadrícula lo proporciona el tratamiento de las nociones proyectivas de orientación: delante/detrás, arriba/abajo y derecha/izquierda principalmente. Y es justamente la falta de dominio por parte de los niños (3-7 años) de estas nociones, lo que hace sentir la necesidad de tomar puntos de referencia, surgiendo de manera inmediata el problema de la simbolización.

Previamente, se ha aprendido a designar acciones simples aisladas o pequeños recorridos, con el uso de la cuadrícula aparece ahora la noción de camino y la búsqueda de los signos correspondientes que permitan codificar ese camino.

El primer acercamiento a la cuadrícula viene condicionado por el carácter egocéntrico de los niños y su dificultad para descentrarse y adoptar puntos de vista externos, en consecuencia, debe comenzarse por ejercicios manipulativos que pongan en juego la motricidad general del niño. Así mismo, las primeras cuadrículas deben estar pintadas o dibujadas en el suelo de la clase o patio de recreo, o bien utilizar las baldosas del suelo, con la única condición de que las casillas sean lo suficientemente grandes como para permitir con comodidad, y sin grandes problemas de equilibrio, el movimiento.

1.1. *Recorridos en la cuadrícula*

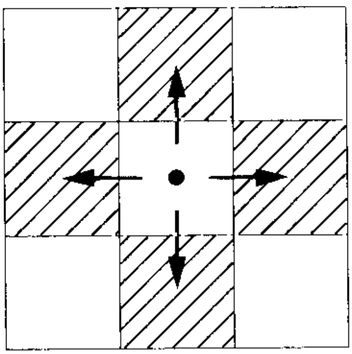
Como siempre que se presente algo nuevo, la fase de familiarización es vital para comprender las variables o características a tener en cuenta en las actividades que siguen.

Se comienza pues con recorridos libres por la cuadrícula, lo que plantea la primera cuestión: ¿cómo desplazarse?. Se presentan dos posibilidades, desplazarse de casilla en casilla o de nudo a nudo de la red, y es la edad de los niños la que determina cómo hacerlo. En general, la primera forma parece más adecuada para niños más pequeños por cuestiones de tamaño y equilibrio.

La segunda cuestión se refiere a lo que podríamos llamar *casillas vecinas*, en definitiva, a cúales son las direcciones de desplazamiento, si podemos movernos en diagonal (casillas que tienen un nudo común) o sólo en las direcciones dadas por la malla de la cuadrícula (casillas que tienen una arista común). Por razones de igual índole que las anteriores, es más sencillo desplazarse de la segunda manera.

Así, de una casilla puede irse en un paso a alguna de las casillas vecinas rayadas en la figura:

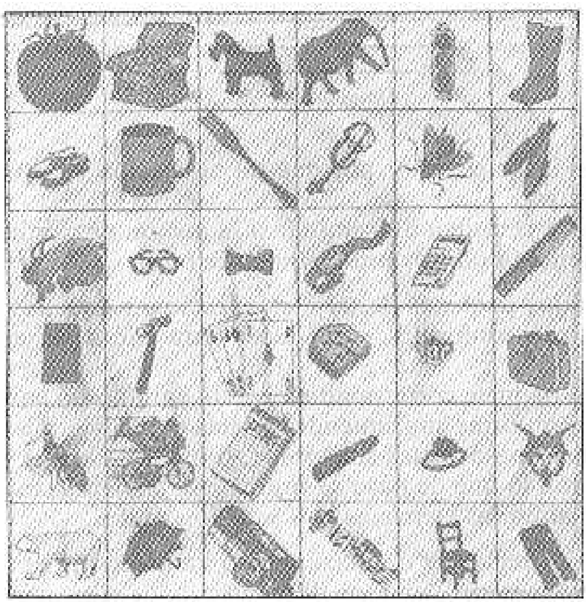
FIGURA 1



Marcar una casilla como salida y ejecutar distintos recorridos que lleven a casillas determinadas, previamente señalizadas con objetos diferenciados, es un buen ejercicio para asegurarse de que las reglas han sido comprendidas.

Cuando los niños son pequeños disponen de un sistema de localización incipiente y por tanto los desplazamientos por cuadrículas de casillas iguales no diferenciadas parecen poco adecuados. En su lugar pueden usarse cuadrículas como la de la fotografía

FIGURA 2



en las que cada casilla queda individualizada por la imagen dibujada en ella; de esta forma los niños pueden referirse a la casilla del reloj, de la flor, de la cabra, etc., como hacen habitualmente en juegos como el de la oca o similares.

Si esta cuadrícula va acompañada como sugiere Boule (1979, 68) de tarjetas que reproducen el dibujo de la casilla, es posible asociar a cada camino realizado una colección ordenada de tarjetas, sin más que ir recogiendo la tarjeta de la casilla por la que se pasa en el trayecto efectuado.

Puesto que las únicas condiciones de desplazamiento son las indicadas anteriormente, sólo son *defectuosos* los caminos que no pasan por casillas vecinas o saltan casillas. Denominaremos *caminos conformes* a aquellos caminos que verifican las condiciones de desplazamiento, a saber: avanzar de una casilla a la casilla vecina y un paso por casilla.

Así pues, una manera simple de simbolizar un camino conforme es servirse de la colección ordenada de tarjetas. Una manera de asegurarse que la codificación del camino ha sido comprendida es realizar ejercicios de descodificación: dada una colección de tarjetas realizar el itinerario que le corresponde en la cuadrícula.

Llamamos la atención sobre el hecho de que tal descodificación es posible gracias a que puede establecerse una aplicación inyectiva entre trayectos en la cuadrícula y colecciones de tarjetas:

$$\text{Caminos} \underset{\text{Descodificar}}{\overset{\text{Codificar}}{\rightleftarrows}} \text{Colecciones de tarjetas.}$$

Reflexión.—Piense el lector por qué tal aplicación es inyectiva y por qué no es biyectiva.

Ejercicios que permiten discriminar si la noción de camino conforme ha sido comprendida por los niños son entre otros:

— Entre varios paquetes de tarjetas seleccionar aquellas que corresponden a caminos conformes, sirviéndose para ello de la ejecución del recorrido.

— Dado un paquete correspondiente a un camino no conforme, convertirlo en uno conforme suprimiendo tarjetas o añadiéndolas. Obsérvese que puede haber una o varias soluciones, o incluso carecer de solución, según el caso, con lo que de paso se combate la tendencia monográfica a proponer a los alumnos ejercicios con solución única.

Puesto que las reglas de desplazamiento han sido muy poco restrictivas, es posible encontrar caminos diferentes todos ellos conformes, que tienen la misma salida y llegada. Dichos caminos reciben el nombre de *caminos equivalentes.*

Observe el lector que desde el punto de vista matemático la definición anterior proporciona un criterio de clasificación de caminos.

Reflexión.—Formalice la relación anterior y pruebe que es de equivalencia. ¿Cuántas clases de equivalencia habrá en una cuadrícula 6×6?

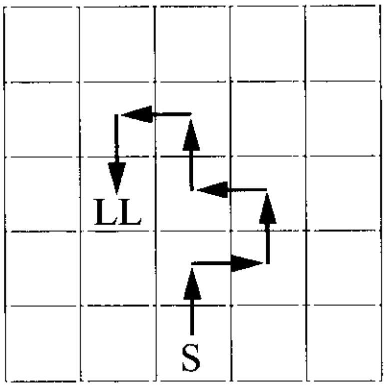
Como es obvio, habrá caminos equivalentes de diferente longitud, lo que permite, si se desea, establecer una ordenación de caminos, ordenación fácilmente realizable mediante criterios perceptivos por los niños pequeños: altura del paquete de tarjetas (si son lo suficientemente gruesas) o longitud de la secuencia de imágenes obtenida al poner en fila las tarjetas.

Reflexión.—Defínase formalmente el criterio de ordenación anterior y pruébese que se trata de una relación de orden. ¿Puede ser este orden total?

Cuando los alumnos son algo mayores (6-7 años) parece el momento adecuado de trabajar con cuadrículas de casillas todas iguales, de forma que haya que recurrir a algún tipo de referencias para precisar los desplazamientos. Se puede recurrir fundamentalmente a dos tipos diferentes de referencia: referencias móviles o referencias fijas.

Las referencias móviles varían con el sujeto que realiza el desplazamiento, de ahí su nombre, y tienen que ver con términos de orientación proyectivos. Así, si se ha realizado el itinerario de la figura en una cuadrícula

FIGURA 3

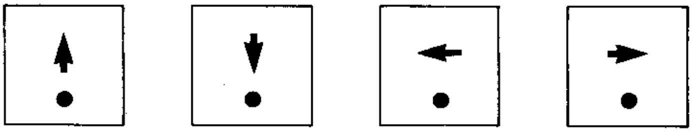


dibujada en el suelo, las consignas orales para reproducir el itinerario saliendo de la misma casilla serían: Delante-Derecha-Delante-Izquierda-Delante-Izquierda-Detrás. Si el itinerario se hubiese realizado en un plano vertical —p.e. una pizarra magnética y una ficha— las consignas serían idénticas sin más que sustituir delante y detrás por arriba y abajo respectivamente. (Obsérvese que una ficha no es un objeto orientado, carece por tanto de derecha e izquierda, y asume por tanto la lateralidad del individuo que la mueve).

Consignas verbales de este tipo producen abundantes confusiones y hay dificultades de entendimiento entre quien ejecuta las acciones y quien da las órdenes; los factores determinantes de estos errores son al menos dos: la lateralidad mal definida aún de los sujetos y la posición a menudo diferente de quien da las consignas y quien las ejecuta, lo que hace que la derecha o izquierda de ambas no sea siempre la misma.

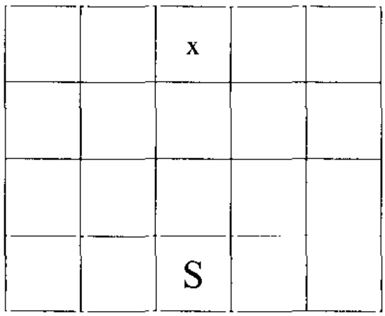
La necesidad de evitar esas confusiones obliga a recurrir a otros sistemas para dar las consignas. Uno muy simple y adecuado para los más pequeños es la utilización de flechas de cartón para materializar el itinerario. Fácilmente puede pasarse de ese sistema a una codificación utilizando tarjetas que necesariamente han de estar orientadas.

FIGURA 4



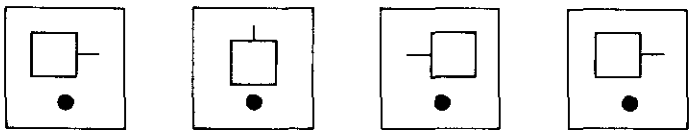
Para ejercitar a los niños en el uso de este código puede jugarse algún juego en el que se esconda algo en alguna casilla de la cuadrícula (pueden colocarse envases de yogurt en cada casilla), que debe ser encontrado por algún niño, ausente mientras se escondía el objeto, ayudándose para ello de un mensaje enviado por su equipo. Así, el mensaje → ↑ ↑ ← ↑ envía a la casilla marcada con una cruz. Obsérvese que es necesario determinar el punto de partida para poder interpretar correctamente el mensaje.

FIGURA 5



Otro código similar al anterior sustituye las flechas por símbolos como éstos:

FIGURA 6

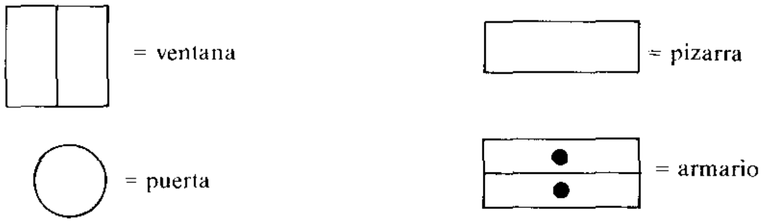


En todo caso, es siempre más adecuado usar símbolos inventados y discutidos por la clase que impuestos por el maestro, y a veces es sólo cuestión de habilidad el saber conducir las discusiones al terreno deseado y previsto.

Los sistemas de referencia fijos presentan enormes ventajas en relación con los anteriores y suelen surgir de modo natural ante las equivocaciones cometidas por problemas de lateralidad. La primera solución sugerida suele consistir en tomar elementos de la clase: puertas, ventanas, mobiliario, etc., y hacer referencia a él en las consignas verbales. Sustituyendo así frases como «hacia la derecha» por otras del tipo «hacia la pizarra», que ya no presentan ambigüedad alguna sea cual sea la posición de unos y otros.

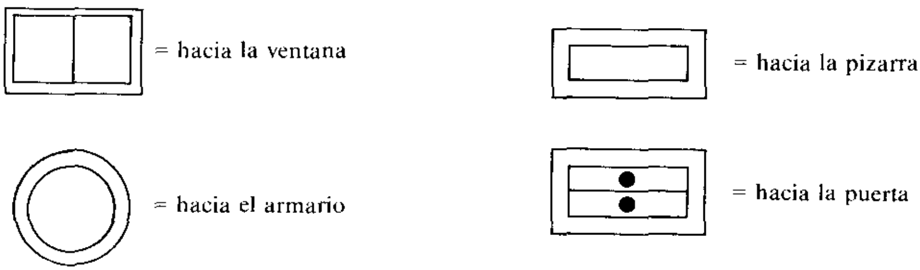
Pasar de consignas verbales a mensajes escritos supone tan sólo un caso más de designación de objetos, pues basta con designar con un símbolo acordado cada uno de esos elementos fijos. Así por ejemplo:

FIGURA 7



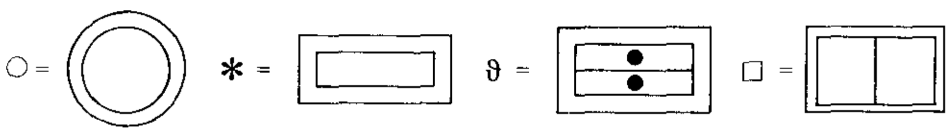
si los símbolos anteriores han sido los escogidos, bastará hacer leves modificaciones para representar «hacia la ventana» (por problemas de polisemia es imposible utilizar el mismo símbolo), por ejemplo

FIGURA 8



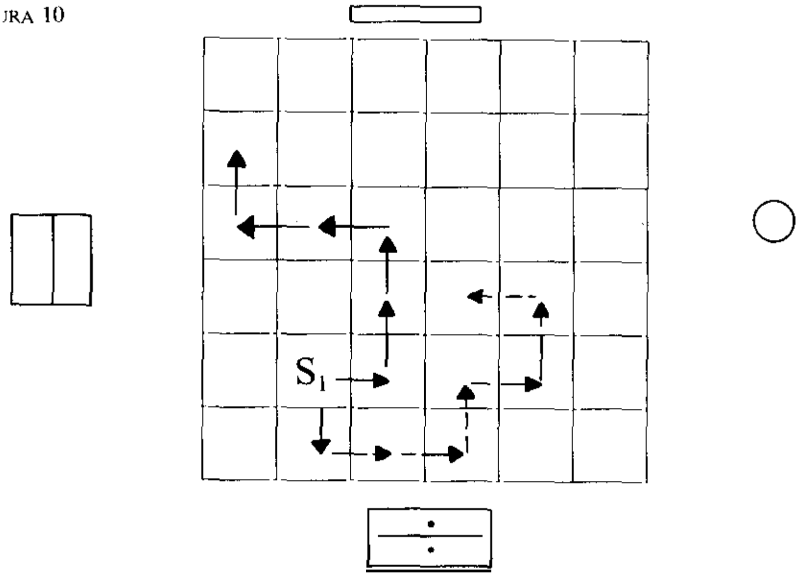
Una mayor rapidez en la escritura de mensajes obliga a buscar símbolos que aunque más alejados, menos evocadores, de la acción representada, son de fácil reproducción, obteniendose diccionarios como éste:

FIGURA 9



Se procedrá como siempre a codificar caminos dando las órdenes correspondientes a través de un mensaje: O ∗ ∗□ □ ∗ se corresponde con el siguiente camino en la cuadrícula.

FIGURA 10



Y al camino punteado de la cuadrícula se le asigna usando el código:

ϑ ○ ○ ✻ ○ ✻ ○ □

Actividades como las precedentes deben repetirse, bien en otro plano horizontal (hoja de papel sobre la mesa), bien en el plano vertical (pizarra), pudiendo presentarse dificultades ocasionales por el cambio de plano en algunos niños.

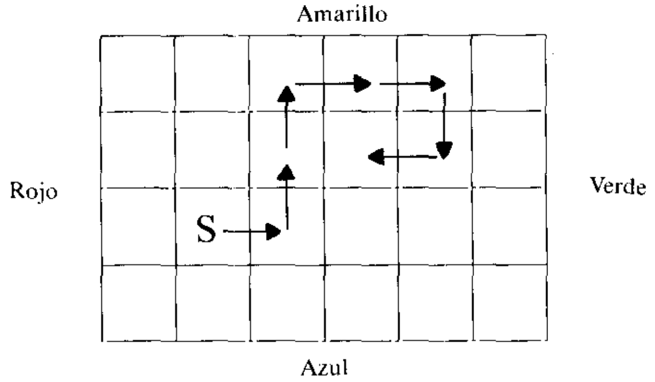
1.2. *Iniciación a las coordenadas cartesianas del plano*

Entre las muchas posibilidades de codificación que ofrece la cuadrícula, conviene acercarse paulatinamente a un sistema universal que ofrezca comodidad y rapidez: las coordenadas cartesianas. Importa desde un punto de vista didáctico hacerlo con naturalidad, procurando que los alumnos descubran las ventajas de tal sistema, colofón de todo un proceso iniciado con anterioridad.

Una manera sencilla de producir tal acercamiento es usar el color como referencia. Se traza en el suelo una cuadrícula con bordes de colores, por ejemplo rojo donde antes estaba la ventana, azul en el lado del armario, verde en el de la puerta y amarillo en el de la pizarra. Así, un camino como el de la figura, usando este código, quedaría descrito así:

Verde-Amarillo-Amarillo-Verde-Verde-Azul-Rojo o tomando sólo las iniciales: V A A V V Az R.

FIGURA 11



Hasta este momento no se ha impuesto condición alguna sobre la longitud de los caminos, existiendo caminos equivalentes de muy distinta longitud, ya que es posible avanzar o retroceder cuando se desee.

Recibe el nombre de *camino mínimo* el que se realiza con un menor número de pasos.

Reflexión.—Evidentemente, la definición anterior se refiere a camino mínimo entre los distintos caminos equivalentes que hay entre dos casillas dadas A y B. El camino mínimo será el elemento minimal de esa clase de equivalencia.

Puede asegurarse que el elemento minimal no es único, ¿por qué? Piense cómo era la relación de orden.

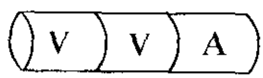
Se puede imponer a partir de ahora la condición de no retroceder y buscar siempre el camino más corto entre dos casillas, pero parece más aconsejable proceder con los alumnos a la simplificación de caminos, de manera que descubran de forma natural qué es lo que caracteriza al camino más corto. Para ello podemos servirnos de regletas encajables de colores como los de la cuadrícula (las regletas de Cuisenaire no sirven porque colores diferentes tienen longitud diferente, con lo que la longitud real de los caminos no se correspondería adecuadamente con el de las regletas, produciéndose una distorsión innecesaria).

Así al camino de la figura 12 se le asociaría la siguiente regleta:

FIGURA 12

y por simplificaciones sucesivas se llegaría al siguiente camino mínimo:

FIGURA 13

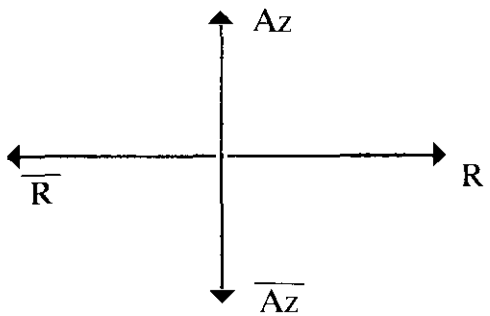


Pasar de la representación del camino mínimo usando las regletas a una escritura como 2V 1A es realmente fácil. Pero dado que hay más de un camino mínimo, en este caso hay tres (el de la figura, VAV y AVV), debe observarse antes qué tienen en común todos los caminos mínimos equivalentes para poder llegar a la conclusión de que un código que tenga en cuenta el número de pasos y el color es válido. Aún así es posible obtener dos escrituras —2V 1A y 1A 2V—, ambas correctas, y es tan sólo un convenio arbitrario el que nos hará adoptar una de las dos escrituras.

No debe olvidarse que deseamos hacer una aproximación a la noción de coordenadas cartesianas en el plano, de manera que en igualdad de condiciones la balanza debe inclinarse hacia la simbolización 2V 1A, contando antes los pasos según el eje de abcisas (rojo-verde) que los pasos según el eje de ordenadas (azul-amarillo).

El paso siguiente consiste en reducir los colores a dos, rojo y azul, es decir, considerar sólo dos direcciones. La reducción a dos colores obliga a inventar un nuevo código para distinguir los dos sentidos de desplazamiento posibles en cada una de las direcciones. El que sugerimos presenta la ventaja del gran parecido con el código definitivo, que se usará cuando se conozcan los números enteros:

FIGURA 14



Según este código el camino 2V 1A se escribirá 2R 1Az, y si se conviene en escribir en primer lugar los pasos en la dirección roja y después los de la dirección azul, la escritura anterior puede ser sustituida por (2.1). Asimismo, un camino como 3R 2Az se escribiría (3.2), he aquí algunas traducciones más:

2Az = (0.2); 1R 2Az = (1.2);
4R 1 Az = (4.1); 1R = (1.0);

Suponemos que el lector se ha percatado de que en todo momento se ha marcado la casilla de salida S, pues de otro modo la codificación del camino sería incompleta. Y dar tan sólo una consigna como (3.1) no es suficiente para llegar a la casilla correspondiente.

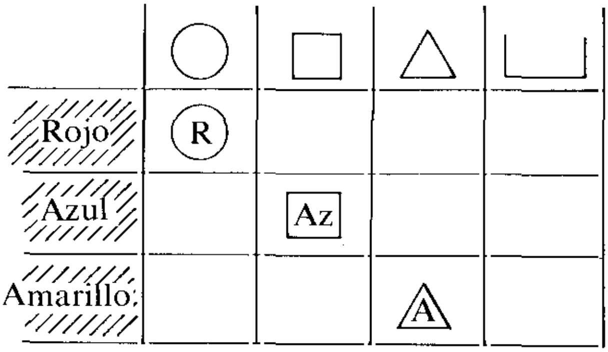
Lo anterior es equivalente a dar el punto que recibe el nombre de origen de coordenadas, lo que no significa más que dar el lugar a partir del cual empezamos a contar los pasos en una dirección u otra.

Localización

Un caso particular de lo anterior lo constituye la localización de las casillas de una cuadrícula por un sistema de filas y columnas. Trabajar este tipo de localización es sin duda una preparación necesaria para la posterior lectura y construcción de las tablas de Pitágoras, también llamadas de doble entrada o de composición, y que se trabajan en campos muy diversos de la actividad matemática: operaciones numéricas, composición de movimientos, producto cartesiano, etc.

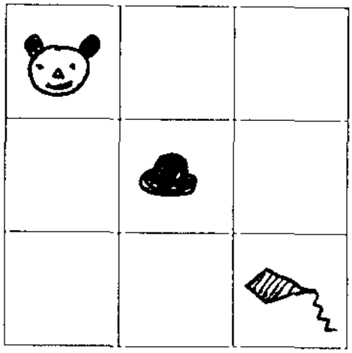
Algunas actividades muy simples, tales como la clasificación de bloques lógicos, pueden servir como introducción a la lectura de esas tablas. Conviene al principio dibujar las tablas en el suelo, de tamaño suficiente para poder colocar los bloques en las casillas, de manera que como de costumbre se pueda comenzar por una fase manipulativa antes de abordar cuestiones gráficas. La actividad consiste en colocar en la casilla correspondiente los bloques que poseen los atributos que se obtienen de la lectura según fila y columna (conjunción de atributos):

FIGURA 15



La actividad inversa consistiría en buscar qué atributos se han tomado en fila y columnas, a partir de ciertas casillas de la tabla, dibujando para ello casillas que están vacías. Por ejemplo:

FIGURA 16



¿Dónde hay que dibujar el oso rayado? ¿Y la cometa negra? ¿Y el sombrero blanco?, etc.

En el campo numérico y aprovechando los trabajos que se hagan sobre escrituras aditivas y multiplicativas, se puede proceder a la colocación de etiquetas en las casillas correspondientes.

FIGURA 17

2			
4			
5			
3			
+	4	6	3

3+4	6+5	8	9
6	3+2	4+2	10
4+3	3+5	6+3	6+2

Aunque en este caso la operación es commutativa, conviene determinar el sentido de lectura, de forma que la casilla correspondiente a la etiqueta 3+4 es diferente a la 4+3 pues en la mayoría de los casos no es indiferente el orden de lectura.

Con posterioridad, lo habitual es designar cada casilla por un par, por ejemplo un número y una letra como en el conocido juego de los barcos y los crucigramas. Ejercitarse en tales pasatiempos es pues de utilidad desde el punto de vista matemático.

Este tipo de codificación en el que filas y columnas se designan ordenadamente (números ordenados según el orden natural y letras según el orden lexicográfico o alfabético) permite codificar a partir de una casilla dada las casillas vecinas:

FIGURA 18

d5	d6	d7
e5	e6	e7
f5	f6	f7

1.3. *Problemas y juegos sobre la cuadrícula*

Existe una abundante literatura que recoge problemas clásicos que de alguna forma tienen como soporte la cuadrícula. Así por ejemplo en IREM de Strasbourg (1973, 26) puede encontrarse un muestrario de cuestiones que tienen como fondo el tablero de ajedrez.

* Citaremos tan sólo el problema clásico de situar en una cuadrícula los sesenta y cuatro primeros números naturales de forma que se pueda pasar de un número a su siguiente con un salto de caballo. Aunque el problema admite muchas soluciones (se trata además de un problema antiguo ya conocido por los hindues), la que mostramos a continuación encontrada por Euler sitúa los números en cuadrado mágico o latino (igual suma en filas y columnas), que a su vez se subdivide en cuatro cuadrados mágicos:

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

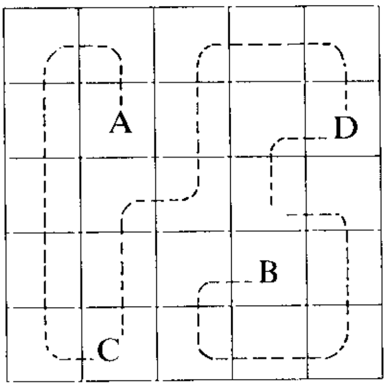
Evidentemente esta actividad no parece adecuada para alumnos de los ciclos inicial y medio, no sólo por la dificultad de movimiento del caballo sino por la cuestión en sí, debiendo reservarse para edades superiores a los doce-trece años.

∗ Otro juego de estrategia (y por tanto altamente recomendables para el ejercicio mental) que se juega sobre una cuadrícula 19×19 es el GO. Se juega sobre los nudos de la red y no sobre las casillas, con 361 fichas que no llegan a usarse en su totalidad, por dos jugadores. Variantes de este juego son el go-moku y el pente.

El lector interesado puede consultar el libro de Wang An-Po (1970).

∗ Los problemas de trayectos sobre cuadrículas son también abundantes; uno clásico consiste en encontrar un trayecto exhaustivo que vaya de un punto a otro pasando por todas las casillas. En la figura que sigue se ve que pueden encontrarse un camino exhaustivo entre A y B, mientras que no lo hay de C a D.

FIGURA 19



Una variante consiste en colorear la cuadrícula, como un tablero de ajedrez, e imponer que el trayecto se haga alternativamente por casillas blancas o negras.

∗ Si sobre la cuadrícula se sitúan números, las cuestiones anteriores se pueden modificar del siguiente modo: asignando a las casillas blancas valor positivo y negativo a las negras, se trata de encontrar trayectos exhaustivos cuyo resultado numérico sea el mayor posible.

∗ En los pasatiempos de los periódicos suelen encontrarse juegos como el siguiente (El País 3-4-88):

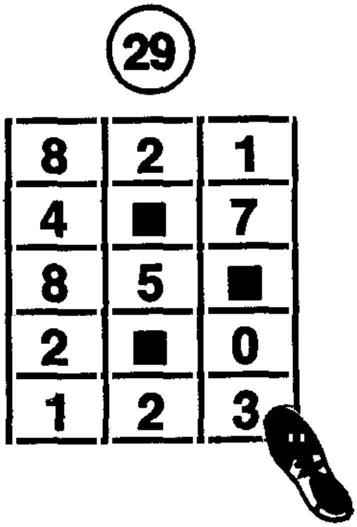
FIGURA 20

ENLOSADO NUMERICO

Partiendo de la casilla que señala el zapato, buscar un camino, pasando de casilla en casilla, y efectuando las operaciones que correspondan (según marcan las flechas abajo indicadas) hasta salir por una de las casillas superiores con un resultado igual al indicado en el círculo superior. Sólo se puede pisar una vez en cada casilla. Las negras no se pisan.

(suma) ↑ ← → (multiplica) ↘↗

(resta) ↓ (divide) ↗↘



Es claro que la dificultad puede graduarse variando el tamaño de los números y las operaciones que intervienen, en todo caso, parece una manera agradable de hacer practicar a los alumnos el cálculo mental.

* Los juegos africanos como el wari, y sus múltiples variantes awele, kalah, bao, etc., se juegan sobre tableros de un número variable de casillas que va desde doce a veinticuatro. Un estudio exhaustivo puede encontrarse en Deledicq-Popova (1977).

* Pavimentar cuadrículas con dominos de distintos tipos constituye otro lote tipo de problemas. Citamos algunos debidos a Boule (1976):

Se construye un dominó en rectángulos de cartón, de forma que una pieza pueda recubrir exactamente dos casillas vecinas de la cuadrícula, de color rojo o azul.

Cada jugador recibe nueve dominós: un jugador, rojos y el otro, azules. Se juega en una cuadrícula 6×6. Las piezas no deben solaparse y deben respetar la regla de que dos dominó vecinos no pueden tener el mismo color. Los jugadores colocan por turno sus fichas, el primero que no pueda seguir poniendo fichas pierde. La partida es nula si se recubre toda la cuadrícula.

Otras variantes se obtienen:

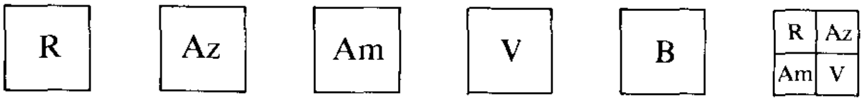
— Con 16 dominós por jugador y una cuadrícula 8×8.

— Recubriendo una cuadrícula 5×5 a excepción de una casilla. Las soluciones dependen de cuál sea esa casilla.

Para familiarizar a los niños más pequeños, preescolar y ciclo inicial, con los desplazamientos por cuadrículas puede pensarse en juegos competitivos de fácil ejecución. Algunos son los siguientes:

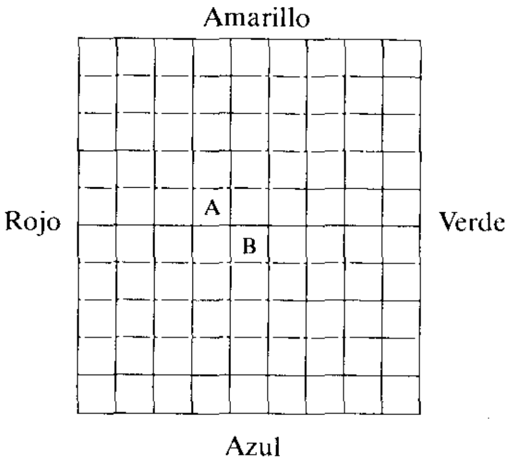
— Se dispone de una cuadrícula del tamaño que se desee con los bordes de colores diferentes, supongamos R, Az, Am y V. Se construye un dado cuyas caras son:

FIGURA 21



Cada jugador sitúa su peón en una isla desierta marcada, A ó B, y debe llegar lo antes posible a la orilla.

FIGURA 22

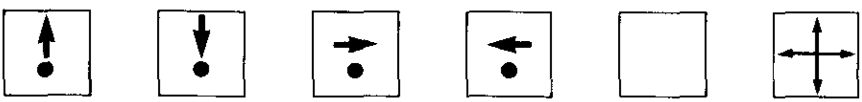


Se avanza una casilla en la dirección que marca el dado, si cae en la cara blanca no se mueve el peón, la cara de los cuatro colores hace de comodín.

Se obtienen otras variantes:

— Cambiando las caras del dado por indicaciones de dirección:

FIGURA 23



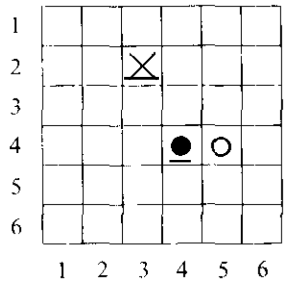
— Jugando con dos dados: uno que indique la dirección a través del color, como antes, y otro que indique el número de pasos a dar hasta un máximo de tres (p.e. una cara en blanco, dos de 1, dos de 2 y una de 3). Si se rebasa el borde de la cuadrícula debe contarse hacia atrás como se hace en la oca o el parchís.

— Desplazándose bien en fila o en columna, según se escoja, el número de pasos que marque el dado.

Un juego que trabaja la localización por filas y columnas es el que sigue:

Se dispone de una cuadrícula como la de la figura:

FIGURA 24



Hay dos jugadores que lanzan dos datos de distinto color por turno. Si por ejemplo el dado rojo marca 2 y el azul 3, el jugador correspondiente marca la casilla con su marca (X). Si el otro jugador obtiene 4 rojo y 5 azul hace lo mismo en esa casilla con su marca (0). El jugador que alinie antes cuatro marcas gana.

Un material especialmente apropiado para trabajar cuadrículas es el geoplano, y algunas actividades con él pueden forzar a usar localizaciones fila/columna o designar ciertos clavos del tablero a efectos de buscar códigos útiles para enviar mensajes. La siguiente actividad busca precisamente la invención de códigos.

Un grupo realiza una figura en el geoplano y debe transmitir por escrito al otro grupo la información necesaria para que la reproduzca. Disponen para ello de una hoja cuadriculada o en blanco, según el tipo de código que se desee hacer aparecer.

Hasta aquí tan sólo un muestrario de lo que puede hacerse con una cuadrícula. Empieza ahora el trabajo del lector, que debe buscar nuevos juegos y actividades que respondan a los objetivos concretos que se propone, adaptando, variando o inventando.

BIBLIOGRAFIA

BOULE, François: *Mathématique et jeux.* CEDIC. París, 1976.
— *Espace et géométrie.* CEDIC. París, 1979.
DELEDICQ, A., y POPOVA, A.: *Wari et solo.* CEDIC. Paris, 1977.
ERMEL: *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire.* Cycle preparatoire. Sermap. O.C.D.L. Paris, 1977.
IREM de Strasbourg:*Le livre du problème.* Fascicule 3, CEDIC, Paris, 1973.
UNICEF: *Juegos de todo el mundo.* Edilán, Madrid, 1978.
WANG AN-PO, A.: *El cercado.* Edición del autor, Madrid, 1970.