

Reti complesse e resistenza ai guasti

Federico Cecconi Daniele Caligiore

Istituto di Scienze e Tecnologie della Cognizione CNR

Viale Marx 15, 00137 ROMA

e-mail: federico.cecconi@istc.cnr.it

keywords: Internet, Routing, Reti complesse, Simulazione, Evoluzione di reti

Abstract

L'utilizzo della rete sta cambiando, basta pensare alla didattica, al calcolo distribuito, alla domotica. Il tema della sicurezza, ed in particolare il tema della resistenza ai guasti, siano essi dolosi o fortuiti, diventa centrale. Infatti, se finora la struttura topologica della rete era un insieme di alberi connessi in vari punti (più o meno vicini alla radice), questo potrebbe non essere vero nel prossimo futuro. In termini di grafi, possiamo dire che stiamo passando da una struttura di rete cosiddetta ad hub (dove pochi nodi hanno moltissime connessioni, e la maggioranza dei nodi pochissime, vedi figura 1) ad una struttura mista, dove su una struttura ad hub sottostante crescono e si sviluppano reti con topologie fortemente connesse, come ad esempio quelle tipiche di una rete educativa *peer to peer*.

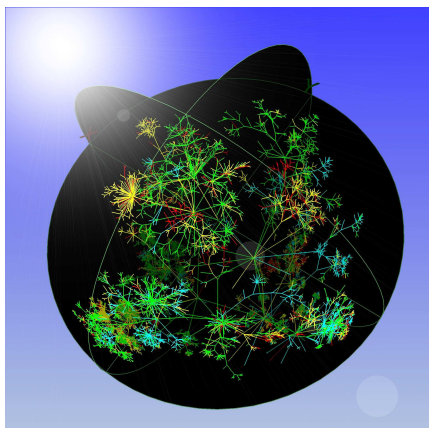


Figura 1: Rappresentazione della topologia di Internet durante una operazione di misura del traffico. L'immagine e i tools per effettuare la misura sono di proprietà di CAIDA, the Cooperative Association for Internet Data Analysis. Una descrizione dell'operazione di misura che ha condotto al calcolo della topologia è in *Topology discovery by active probing* Bradley Huffaker, Daniel Plummer, David Moore, Cooperative Association for Internet Data Analysis - CAIDA San Diego Supercomputer Center, University of California, San Diego,

www.caida.org

Cambia la topologia, aumentano i rischi. In questa presentazione mostriamo, sia con misure empiriche che con simulazioni, come la topologia della rete influisca sulla resistenza della rete a guasti, e persino a danni provocati dolosamente. Lo scopo è duplice: da un lato vogliamo illustrare come lo sviluppo di applicazioni in campi nuovi sia di per se stesso un fattore che spinge la modifica della topologia, dall'altro come sia necessario progettare accuratamente i cambiamenti, se vogliamo mantenere alcuni standard di sicurezza, ed in ultima analisi di usabilità.

1. Introduzione

Strutture complesse con una topologia a rete (composte cioè da un gran numero di nodi, legati tra di loro da archi) sono presenti in moltissimi sistemi, sia naturali che artificiali. Internet è sicuramente uno di questi sistemi. E' possibile studiare la topologia di Internet almeno a due livelli: **A** un livello routers, in cui i nodi sono i routers e gli archi i legami fisici tra di loro; **B** un livello dominio, in cui ciascun nodo è un dominio (a volte composto anche da centinaia di elementi tra router e computers) e un arco è presente tra due nodi (tra due domini) se è possibile trovare una route che li colleghi. In questo lavoro consideriamo entrambe le topologie, e ci riferiremo ad Internet intendendo queste topologie e non altre (un esempio di topologia ignorata da questo studio è, ad esempio, quella che si ottiene considerando come nodi i siti WEB e come archi gli URL presenti nelle pagine). Studiando Internet come una rete complessa è possibile ottenere tre misure: **a)** il grado medio, ovvero il numero medio di archi in uscita/entrata da ciascun nodo, **b)** l'indice di clusterizzazione, quanto in media i nodi a me vicini sono anche vicini tra di loro, **c)** il diametro, il numero di salti, medio, che devo compiere per passare da un nodo scelto a caso ad un altro nodo scelto a caso. Questi sono i parametri che utilizziamo in questo lavoro (definizioni formali di queste tre misure sono rintracciabili in [1][2][6]). Gran parte dei risultati che presentiamo fanno riferimento a grafi artificiali; nei casi in cui questo non sia vero lo indicheremo esplicitamente.

L'articolo è diviso in tre parti:

1. Numerosi autori hanno effettuato misure topologiche su Internet. Questi risultati mostrano come Internet sia una rete cosiddetta *scale free*, ovvero con una distribuzione del grado medio (misura a)) riconducibile a una legge di potenza. Altri risultati su le misure b) e c) (cluster e diametro) danno indicazioni meno chiare (vedi [1]). In questa prima parte (paragrafo 2) viene indicato un metodo simulativo per valutare la resistenza ai guasti in funzione dell'indice di clusterizzazione.
2. E' la parte centrale dell'articolo. Abbiamo studiato come varia la resistenza ai guasti in due grafi inizialmente separati e collegati in modo incrementale. Abbiamo eseguito numerose simulazioni su *networks* artificiali, costituiti da due grafi che vengono collegati in maniera sempre più stretta tra di loro. I risultati delle simulazioni mostrano come la resistenza ai guasti cambi in funzione del metodo scelto nel collegare i due grafi (paragrafo 3).
3. Nell'ultima parte della presentazione illustreremo alcuni risultati molto preliminari di una misura non direttamente topologica, il flusso. Mostriamo come la variazione di flusso sia

fortemente correlata alla misura b), a patto che il numero di guasti sia inferiore ad una certa soglia. Il legame tra flusso e indice di clusterizzazione è un fenomeno già molto studiato (vedi [1]). La correlazione tra questo legame e la presenza di guasti è al contrario un punto poco presente in letteratura.

1.1 Come definire la resistenza ai guasti nel nostro approccio

Una rete può essere danneggiata dal malfunzionamento di alcuni dei suoi nodi, oppure alcuni nodi possono subire una qualche forma di attacco DDoS (denial of services). In entrambi i casi la definizione di guasto è assolutamente chiara. Meno chiara è la definizione opposta: quando possiamo dire che una rete è resistente ai guasti? Nella prima parte (paragrafo 2) utilizziamo una definizione naturale di integrità: *<definiamo integra una rete quando tutti i suoi nodi sono raggiungibili>*. Nella seconda parte le cose si complicano. Volendo studiare che effetto ha la modalità di connessione tra due grafi, inizialmente separati, sulla resistenza del sistema complessivamente, abbiamo deciso di utilizzare una definizione semantica. Su ogni nodo è presente una informazione in grado di trasmettersi su nodi collegati, con modalità che vedremo in dettaglio più avanti. *<Più è semplice per l'informazione raggiungere tutti i nodi del sistema, maggiore è la resistenza del sistema stesso ai guasti>*. Per fissare le idee utilizziamo nel resto dell'esposizione una metafora: parliamo infatti di nodi colpiti da un virus e di procedure antivirus, intendendo con virus "nodi guasti o sottoposti ad attacco DDoS, in grado di propagare il danno" e con procedure antivirus "nodi che posseggono la capacità di riparare nodi affetti da virus". In genere per fronteggiare l'azione dei virus è possibile utilizzare metodi presenti nel sistema operativo coadiuvati con software specifici (antivirus) installati nel sistema; in questo modo si tenta di risolvere il problema partendo direttamente dal computer che ospita il virus quindi, considerando una rete di computer, *partendo dall'interno della rete che ospita il virus*. Il metodo da noi proposto per eliminare un virus che attacca una rete di computer affronta il problema da un diverso punto di vista: anziché agire direttamente su un computer interno alla rete che ospita il virus, si diffonde l'antivirus sfruttando l'interazione della rete infettata con un'altra rete in cui è stato precedentemente installato l'antivirus. Si potrebbe dire che il nostro metodo cerca di risolvere il problema *a partire dall'esterno della rete che ospita il virus*.

Per effettuare le nostre simulazioni abbiamo rappresentato le due suddette reti come due grafi random e abbiamo proposto un modello per studiare il comportamento assunto da un tale sistema complesso (formato dalle due reti interagenti), al variare delle tecniche di interazione ed al variare della topologia delle reti (numero di nodi, probabilità di connessione). Ci siamo chiesti quali sono le strategie topologiche migliori da adottare al fine di ottenere un sistema finale (due reti interagenti) che contenga l'informazione da noi desiderata, cioè l'antivirus (figura 2).

Inizialmente le due reti sono uniformate in modo differente, nel senso che i nodi di una rete contengono tutti la stessa informazione, differente da quella contenuta dai nodi dell'altra rete (i nodi di una rete il virus, quelli dell'altra l'antivirus). Le due reti vengono fatte interagire aumentando il tasso di crescita (R_c) dei links che uniscono le due reti ed applicando un algoritmo di assimilazione. Un modello dove si instaurano nuovi legami tra nodi già esistenti è descritto in [1] ed in [9]. In [11] il meccanismo di crescita dei links per far comunicare tra loro due reti è quello del preferential attachment. Nel nostro modello rimangono alcune delle caratteristiche discusse in [1], ma ci si concentra maggiormente sul metodo del rewiring.

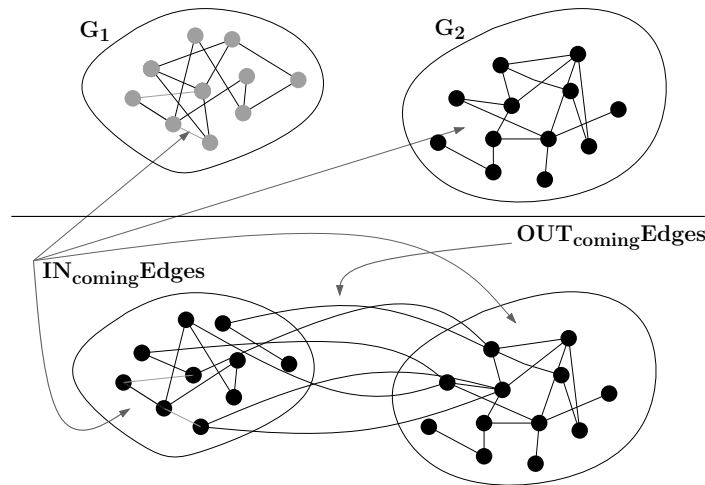


Figura 2: Illustrazione schematica dell'interazione tra due grafi, G_1 , G_2 . Alcuni archi collegano nodi interni ai grafi ($IN_{comingEdges}$), altri collegano nodi tra i due grafi ($OUT_{comingEdges}$). Il numero di $OUT_{comingEdges}$ cresce durante le simulazioni. Noi abbiamo studiato gli effetti di differenti metodi di crescita, dal punto di vista dell'assimilazione.

2. Prima parte. Resistenza a guasti in reti scale free

Iniziamo studiando la robustezza di reti scale free al variare del coefficiente di clusterizzazione ed al variare del numero di nodi. Abbiamo ricavato i dati empirici sulla topologia dall'analisi della rete Internet router-level eseguito da CAIDA nel periodo che va dal 21 Aprile al 8 Maggio 2003. Si tratta di un grafo con 104.607 nodi, corrispondenti ai router trovati attivi in quel periodo. Per i dettagli riguardo la tecnica di misurazione vedi www.caida.org. La figura 3 mostra la distribuzione del grado (il grafico è logaritmico sulle y). Si nota la caratteristica distribuzione di tipo *scale free*. A partire da questa matrice di adiacenza abbiamo calcolato le altre due misure, rispettivamente il coefficiente di clusterizzazione e il diametro medio. Scalando queste due misure abbiamo realizzato una serie di grafi artificiali, anche essi con distribuzione del grado scale free e su cui è possibile controllare l'indice di clusterizzazione.

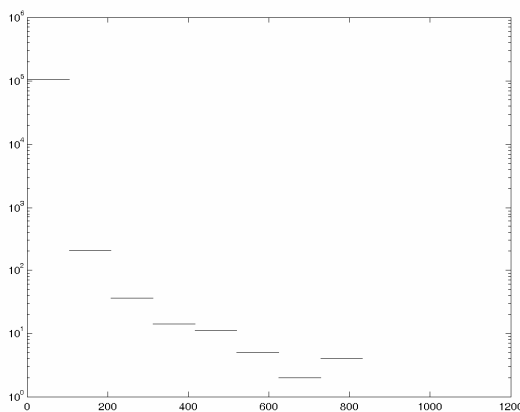


Figura 3: Distribuzione del grado nella rete Internet router-level.

Il grafico figura 4 mostra la percentuale di nodi necessaria a rendere una rete non connessa (con almeno uno dei nodi non raggiungibile) in funzione del coefficiente di clusterizzazione. I grafici fanno riferimento a tre diverse reti formate rispettivamente da 100, 500 e 1000 nodi.

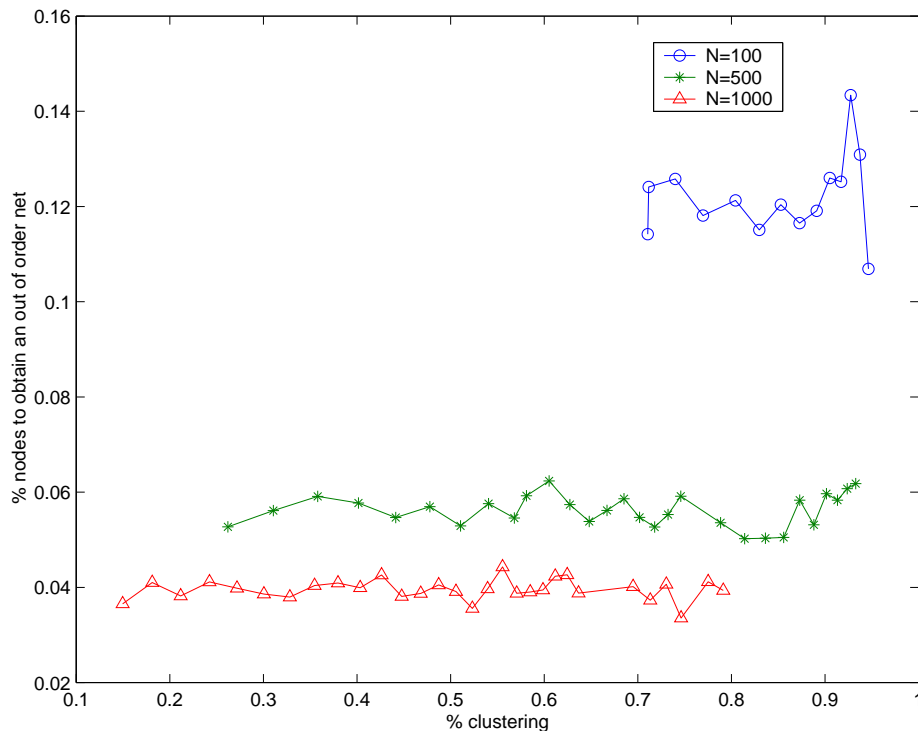


Figura 4: Percentuale di nodi necessari a sconnettere la rete scale free in funzione del coefficiente di clusterizzazione. Le curve si riferiscono a tre reti scale free con diverso numero di nodi.

Si vede che all’aumentare del coefficiente di clusterizzazione la resistenza ai guasti delle tre reti non subisce grosse modifiche. Le curve mostrano invece che una rete scale free con un gran numero di nodi è più sensibile a guasti random rispetto ad una rete scale free di taglia più piccola. Questi risultati ci suggeriscono che, se si vuole ottenere una maggiore robustezza a guasti random, si potrebbero realizzare reti scale free più piccole che comunicano tra di loro, a formare quindi una sorta di *topologia scale free sparsa*. Torneremo a queste considerazioni nelle conclusioni.

3. Seconda parte. Il modello con due grafi

Nel nostro modello le due reti interagiscono con un tasso R_r di outcoming edges [8][10][11][12](vedi figura 2). Le due reti interagenti (G_1, G_2) sono rappresentati da grafi random¹. Un grafo random consiste in una coppia $G=\{P,E\}$, dove P è un set di N nodi P_1, P_2, \dots, P_N , ed E è un set di edges che connettono due elementi di P , con probabilità p . Per ogni nodo (i) è definito un set di N_b variabili binarie (bits) $S_{(i,b)}$.

Consideriamo inizialmente G_1 e G_2 uniformati², ad esempio:

¹ Una definizione formale e le proprietà topologiche dei grafi random si trovano in [6], [12]

² Utilizziamo i termini “uniforme” o “uniformato” per indicare uno stato del sistema in cui i nodi contengono tutti la stessa stringa. Questa è una convenzione alquanto differente dal gergo usato in meccanica statistica

$\mathcal{S}_{(i,b)}^{G_1} = [10010]$ e $\mathcal{S}_{(i,b)}^{G_2} = [01110]$, con $b = [1\dots 5]$.

L'algoritmo di assimilazione utilizzato è "Frequency bias model" [3][4][5][7][8]. Ad ogni step il nodo (j) ed la stringa ad esso associata $\mathcal{S}_{(j,b)}$ sono selezionati a caso. Viene calcolata la somma *bit by bit* S su tutti i vicini di (j) e:

- se $S > 0$ allora $\mathcal{S}_{(j,b)} = 1$, mentre se $S < 0$ $\mathcal{S}_{(j,b)} = 0$;
- se $S = 0$ lo stato dei bits cambia casualmente. La somma S include anche la stringa del nodo (j).

All'inizio delle simulazioni le due reti sono "isolate" tra di loro. In seguito vengono collegate (utilizzando tre differenti algoritmi - vedi paragrafo Parametri) variando R_c da 0.1 a 0.7. Poiché abbiamo considerato soltanto grafi connessi, se durante la procedura di collegamento tra le due reti qualche nodo resta isolato, riconnettiamo le reti nuovamente. Per ogni valore di R_c applichiamo l'algoritmo di assimilazione finché il sistema non raggiunge uno stato stabile³. Questo stato stabile potrebbe non essere lo stato uniforme. Abbiamo effettuato K simulazioni con differenti reti di partenza, e memorizzando di volta in volta R_c necessario per ottenere l'uniformazione del sistema.

3.1 Parametri

Nelle simulazioni abbiamo considerato grafi con uguale numero di nodi ($N=500$) ma anche con differente numero di nodi. Il numero di nodi comunque rimane costante durante l'interazione tra i grafi. Analogamente le probabilità di connessione per le due reti inizialmente sono state considerate uguali, in seguito sono stati presi in considerazione anche casi in cui tali probabilità siano differenti tra di loro. Le probabilità di connessione considerate sono: 0.2, 0.5, 0.8 e la lunghezza della stringa considerata N_b è 5. All'inizio i due grafi casuali non si interagiscono fra se stesso e

si conformano esclusivamente alle serie differenti di punte. L'interazione tra i due grafi random è stata effettuata con tre tecniche differenti, due delle quali per realizzare l'interazione effettuano lo stesso tipo di modifiche in entrambi i grafi (anche se con differenti modalità) e per questa ragione che le abbiamo denominate tecniche simmetriche (added wiring – **A**, rewiring simmetrico – **SR**); l'altra tecnica applica alcune modifiche in un grafo piuttosto che nell'altro e quindi l'abbiamo denominato tecnica asimmetrica (rewiring asimmetrico - **AR**). Ora descriveremo le modalità con cui ciascuna di queste tecniche realizza l'interazione. Denomineremo la prima rete grafo G_1 e la seconda grafo G_2 .

Added wiring – A. Un nodo appartenente al grafo G_1 ed un nodo appartenente al grafo G_2 sono scelti a caso; l'interazione fra i due grafi è realizzata tramite un collegamento fra due nodi.

Osserviamo che in questo caso, se aumentiamo il tasso di collegamenti aggiunti, il numero di collegamenti interni ad ogni grafo rimane costante, è soltanto il numero di collegamenti fra le due reti che varia.

³ Uno stato stabile è uno stato del sistema dal quale non è possibile andare in un'altra configurazione anche aspettando indefinitamente. Questa è un'altra differenza con la terminologia della meccanica statistica

Rewiring Asimmetrico – **AR**. All'interno di un grafo (soltanto G_1 o soltanto G_2) un arco che collega due nodi interni al grafo in esame è eliminato, uno di questi nodi scelti a caso e un altro nodo scelto a caso ma appartenente all'altro grafo sono collegati attraverso un arco. Il termine "asimmetrico" è usato per indicare che il grafo che trasforma i suoi collegamenti interni in collegamenti esterni verso l'altro grafo è sempre lo stesso; quindi usando questa tecnica soltanto un grafo sarà indebolito dei relativi collegamenti interni, con conseguente diminuzione della relativa probabilità di connessione fra i nodi interni e aumento della probabilità di connessione tra nodi che appartengono a due grafi differenti. La probabilità di connessione interna del secondo grafo non subisce invece alcuna modifica.

Rewiring Simmetrico – **SR**. La differenza sostanziale tra SR ed AR sta nel fatto che, con la stessa probabilità, entrambi i grafi trasformano i loro legami interni in legami esterni, quindi entrambe le probabilità di connessione (quella relativa al grafo G_1 e quella relativa al grafo G_2) diminuiscono all'aumentare della percentuale di rewiring simmetrico.

3.2 Applicazione del modello – reti di computer

. Riprendiamo le considerazioni fatte nel paragrafo 1.1. Supponiamo che una rete di computer, che chiameremo G_1 , è stata attaccata da un virus che sta distruggendo le funzionalità dei suoi nodi; in una tale circostanza, le azioni intraprese direttamente sulla rete infetta al fine di eliminare il virus potrebbero avere delle complicazioni causate ad esempio dal fatto che una parte della rete G_1 , che potrebbe essere usata per la riorganizzazione della stessa rete, è già fuori controllo. In questa situazione "l'antidoto" per il virus potrebbe, ad esempio, essere installato in un'altra rete di computer G_2 e, facendo opportunamente interagire le due reti, potremmo diffondere l'antivirus dalla rete "sana" G_2 alla rete "malata" G_1 . In termini di grafi random è necessario realizzare un'interazione fra i due grafi, in modo tale che i nodi del grafo doppio risultante conterranno tutti la stessa informazione inizialmente contenuta soltanto dalla rete G_2 , cioè l'antivirus. Dalle simulazioni vedremo che generare un'asimmetria nel sistema totale (rete G_1 + rete G_2) tramite AR oppure differenziando il numero di nodi o la probabilità di connessione dei due singoli grafi può aiutare ad imporre un singolo messaggio (nel nostro caso il antivirus inizialmente contenuto nei computer che appartengono alla rete G_2) nel grafo doppio finale. Pertanto per rendere più efficiente la diffusione dell'antivirus dalla rete G_2 alla rete di G_1 possiamo tenere conto dei seguenti risultati.

3.3 Risultati

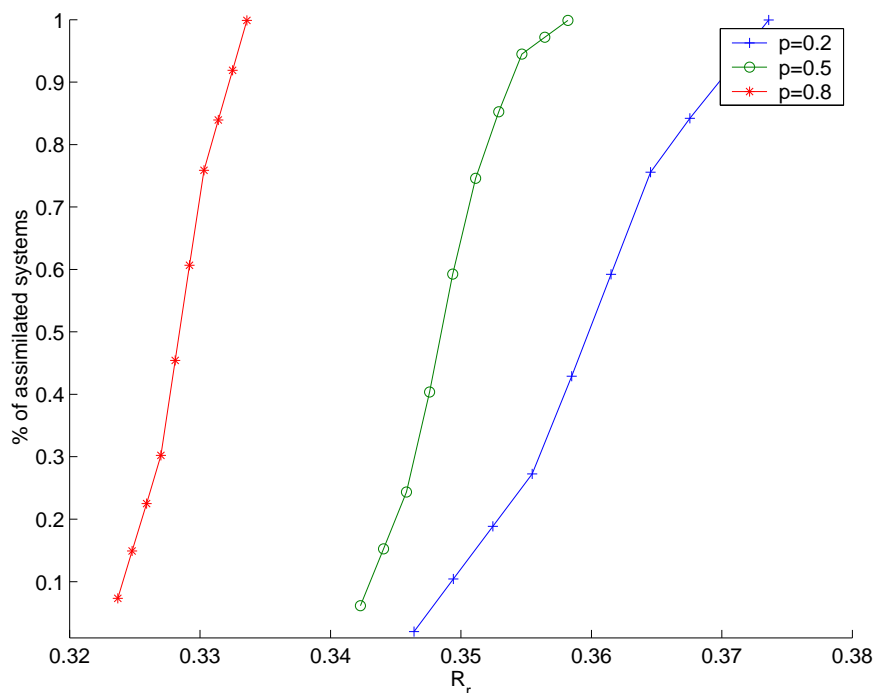


Figura 5: Percentuale di sistemi uniformati per $K=100$ run. $N_1=N_2=250$, $p_1=p_2 = [0.2 \ 0.5 \ 0.8]$ ed $N_b=5$. La tecnica di interazione utilizzata è **AR** (G_r è la rete indebolita).

Dalla figura 5 si vede che partendo da reti con lo stesso numero di nodi $N_1=N_2$ e la stessa probabilità di connessione fra i nodi interni $p_1=p_2$ è possibile ottenere l'uniformazione del sistema. Il risultato principale è che indebolire un grafo che è inizialmente più collegato permette di ottenere l'assimilazione del sistema totale con un R_r pari a 0.33 con $p_1=p_2=0.8$, inferiore a R_r richiesto per rendere uniforme lo stesso sistema in cui però i grafi di partenza sono meno collegati (R_r pari a 0.375 con $p_1=p_2=0.2$). Di conseguenza, dalle simulazioni emerge che *l'asimmetria generata, indebolendo soltanto un grafo, produce effetti migliori se i grafi iniziali sono più connessi internamente*. Le figura 6 mostra i risultati ottenuti usando un'altra origine per l'asimmetria, le dimensioni differenti delle reti e percentuale di collegamenti interni differenti. Infine i grafici 7 e 8 mostrano rispettivamente l'effetto dell'aggiungere archi (add rewiring) e dell'utilizzo di una forma di rewiring simmetrico. In tutti i grafici sono replicate le curve di figura 5 per facilitare il confronto

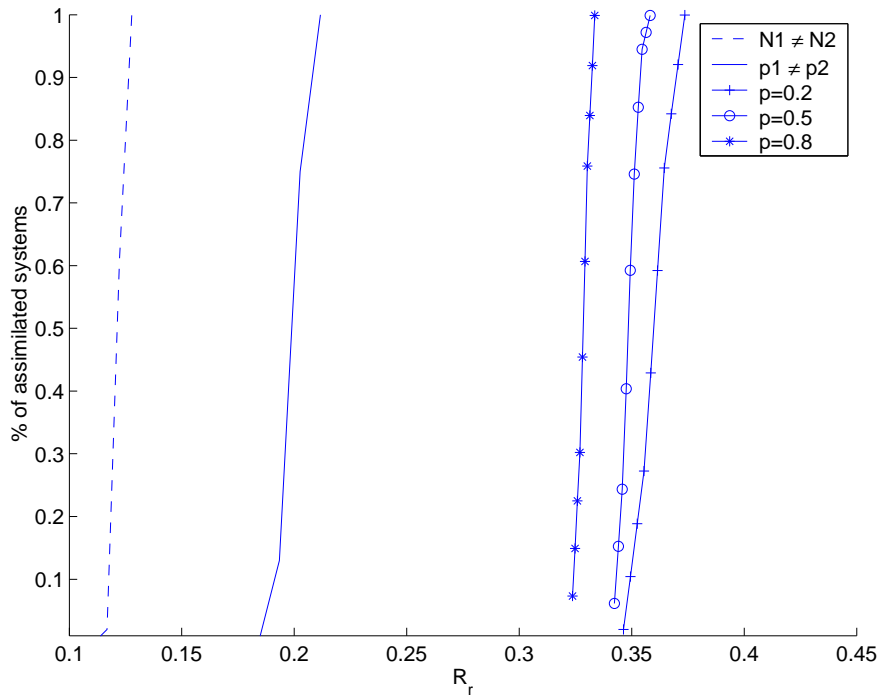


Figura 6: Percentuale di sistemi uniformati per $K=100$ run. $N_1 \neq N_2$, $N_1=150$ ed $N_2=350$; $p_1 \neq p_2$, $p_1=0.2$ e $p_2=0.8$; $N_b=5$. La tecnica di interazione utilizzata è **SR**, inoltre nella stessa figura è fatto un confronto con **AR** (G_f è la rete indebolita).

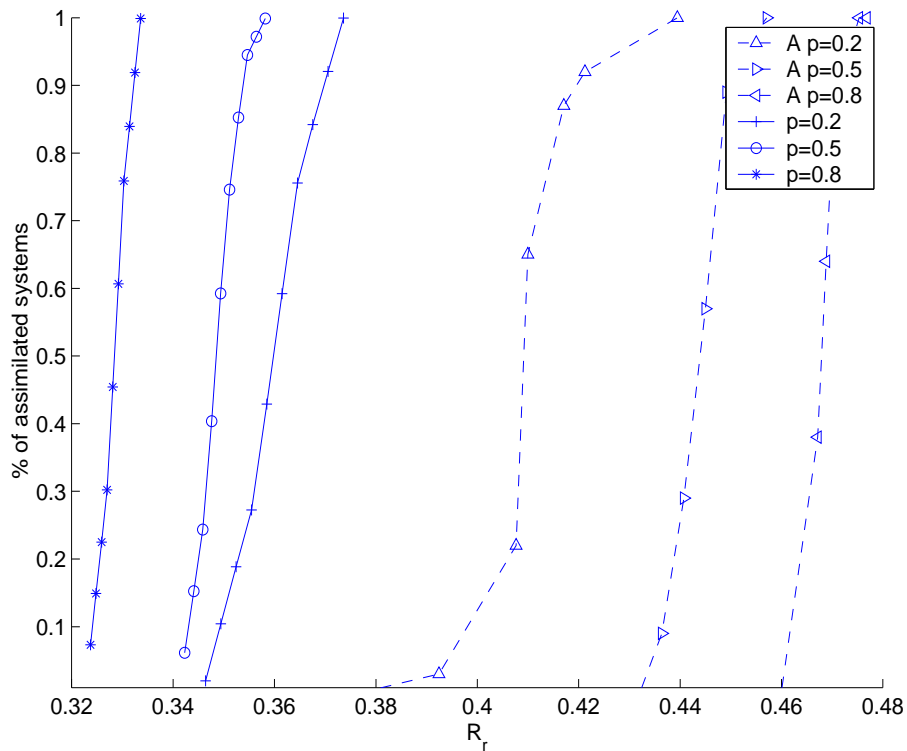


Figura 7: Percentuale di sistemi uniformati per $K=100$ run. $N_1=N_2=250$, $p_1=p_2 \in [0.2, 0.5, 0.8]$ ed $N_b=5$. La tecnica di interazione utilizzata è **A**; nella stessa figura è fatto un confronto con **AR** (G_f è la rete indebolita).

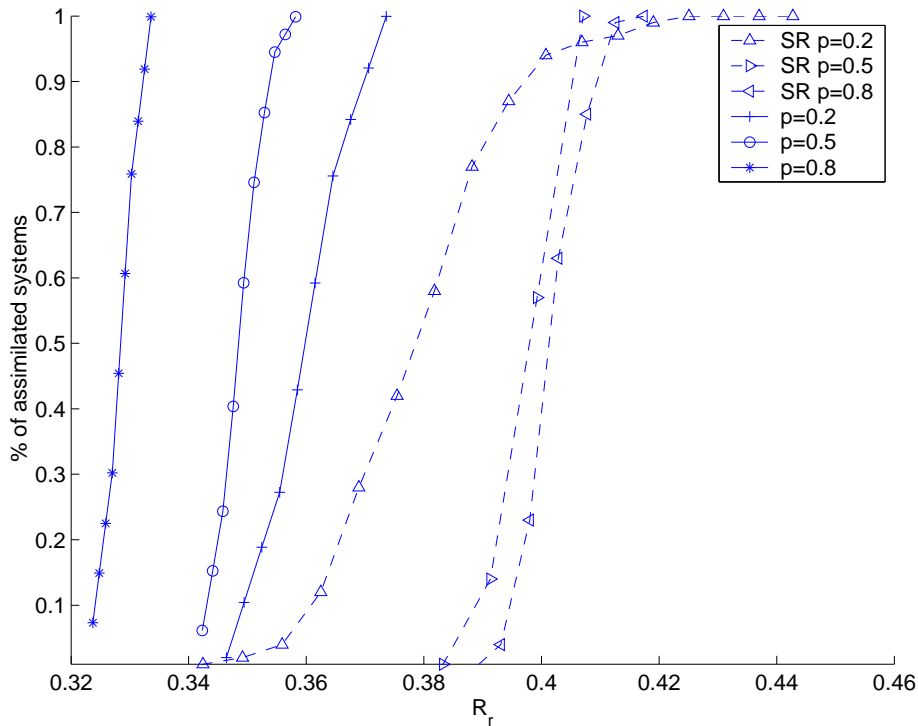


Figura 8: Percentuale di sistemi uniformati per $K=100$ run. $N_1= N_2 =250$, $p_1=p_2 = [0.2 \ 0.5 \ 0.8]$ ed $N_b =5$. La tecnica di interazione utilizzata è **SR**; nella stessa figura è fatto un confronto con **AR** (G_r è la rete indebolita).

4 Terza parte. Il flusso

Si tratta di un gruppo di risultati, ancora molto preliminari, ottenuti utilizzando come metodo per definire la resistenza ai guasti un terzo parametro: la quantità di informazione che transita da un nodo a un altro in una rete formata da “sorgenti” e “pozzi”, ovvero nodi che inviano e nodi che assorbono informazione (vedi *Kelly F.P. Fluid model for a network operating under a fair bandwidth-sharing policy, The annal of applied probability 2004* e *Kong J., random flow network modeling and simulation for DDoS attack mitigation*). Su ogni nodo è presente una stringa di bit di lunghezza variabile. Ogni sorgente invia una certo numero di bit ai propri vicini scelti a caso, e la probabilità di un vicino di ricevere il bit è una funzione della lunghezza della propria stringa (in altri termini più la stringa del ricevente è corta, più è probabile che esso riceva nuovi bit). I pozzi si comportano in maniera opposta: eliminano bit dalla propria stringa. La topologia della rete è random.

Variamo due parametri: l'indice di clusterizzazione e la probabilità che un nodo sia guasto (ovvero continui ad emettere bit se è una sorgente, ad eliminarne se è un pozzo, ma non è più in grado di ricevere bit dai propri vicini). Otteniamo questi risultati, ripetiamo preliminari, che ci sembrano comunque un buon campo di indagine per il futuro:

- Aumentare l'indice di clusterizzazione fa diminuire il flusso. Per noi aumentare l'indice di clusterizzazione significa aggiungere (add rewiring) archi a caso tra due vicini di uno stesso nodo, aumentando così il grado medio della rete. Anche se non abbiamo ancora simulazioni su che legame ci sia tra aumento del grado e flusso, sembra molto naturale pensare che un aumento del grado conduca ad un aumento del flusso, visto l'aumento del numero di vicini. D'altro canto un aumento dei legami tra vicini (indice di clusterizzazione) può condurre a loop che tendono a diminuire il flusso. I due fenomeni sembrano bilanciarsi
- Il punto precedente sembra vero solo se il numero dei nodi guasti è inferiore al 15% del totale. Altrimenti il flusso, pur diminuendo come è ragionevole aspettarsi, non sembra più sensibile all'indice di clusterizzazione

5. Conclusioni

A noi sembra che il risultato più importante dal punto di vista dell'analisi di robustezza sia quello ottenuto nella seconda parte, utilizzando come tecnica di collegamento il rewiring asimmetrico.

Abbiamo già detto che utilizzando come tecnica di indebolimento il rewiring asimmetrico (e solo utilizzando quest'ultimo) l'uniformazione tra i due grafi (in termine dell'applicazione la resistenza ai guasti) arrivi prima per grafi fortemente connessi. In altri termini, diventerò più facilmente simile al grafo che tenta di uniformarsi con me: 1) se vengo indebolito da un tecnica di rewiring, e non ad esempio se *inizio* indebolito topologicamente, ad esempio con un numero di nodi inferiore (vedi figura 6); 2) se sono all'inizio del processo fortemente connesso.

Osservando i risultati di figura 7 (add) vediamo come la connettività interna abbia anche un altro ruolo, opposto al precedente: infatti è più difficile per me uniformarmi se la mia connettività iniziale è alta. Riassumiamo queste considerazioni: la connettività iniziale ha in questo tipo di sistemi un doppio ruolo. Da un lato permette ai grafi di uniformarsi con rapidità, in quanto un gran numero di connessioni rendono più facile il transitare delle informazioni.

D'altro canto la connettività interna permette a un grafo di resistere maggiormente all'uniformazione (vedi figura 7) in quanto un alta connettività interna permette ai nodi di rafforzarsi l'un l'altro. La connettività tra i nodi di un grafo gioca ruoli opposti nell'interazione fra due reti, da un lato una grande connettività facilita la diffusione dell'informazione ma d'altro canto un numero più grande di collegamenti interni è tradotto in una più elevata in resistenza mostrata dal sistema al diffondersi di una nuova informazione.

Resta vero che il metodo migliore per ottenere l'uniformazione resta quello di indebolire topologicamente, e fin dall'inizio, uno dei due grafi, ad esempio utilizzando un numero di nodi diverso oppure una connettività interna diversa (vedi figura 6). Così come la mancanza completa di asimmetria (figura 8) rende difficile l'uniformazione, siano i grafi inizialmente fortemente connessi all'interno o meno.

Questi risultati, validi per grafi random, cominciano ad essere integrati dalle simulazioni descritte nella prima parte del lavoro (reti *scale free*).

Riassumendo:

- abbiamo tratteggiato tre definizioni di resistenza a guasti, la prima topologica, le seconde due semantiche. 1) una rete è resistente ai guasti in funzione di quanto poco probabile sia rendere

tale rete sconnessa, ovvero con almeno un nodo non raggiungibile dagli altri; 2) una rete è resistente ai guasti in funzione di quanto sia facile per un sistema composto da due reti (quella sotto esame e un'altra connessa in modo crescente con la prima) condurre a un sistema uniforme.; e infine 3) un rete è resistente ai guasti in funzione di quanto sia possibile mantenere alto il flusso, al variare del numero di alcuni parametri topologici e delle percentuale di nodi non funzionanti.

- utilizzando la definizione 2) mostriamo come tecniche diverse di collegamento tra due grafi conducono a risultati completamente diversi dal punto di vista della facilità con cui l'intero condivide una stessa semantica (nel nostro caso si tratta di stringhe sui nodi). Questo potrebbe avere delle conseguenze sui metodi da utilizzare per la progettazione di reti con backup, e più in generale dare indicazioni su quali siano i comportamenti di sistemi a rete dove la topologia scale free venga integrata con topologie random. Pensiamo ad esempio a reti peer to peer per la didattica o per il calcolo distribuito.

Riferimenti

- [1] Barabasi, A.L., Albert, R., Statistical Mechanics of Complex Networks, *arXiv:cond-mat/0106096*. v1 6 Jun 2001.
- [2] Bollobas, B., *Random Graphs* (Academic Press London, 1985).
- [3] Castellano, C., Vilone, D., Vespignani, A., Lack of consensus in small-world societies, *arXiv:cond-mat/0210413*. (2000).
- [4] Cecconi, F., Parisi, D., Natale, F., Cultural change in spatial environments: the role of cultural assimilation and internal changes in cultures., *The journal of conflict resolution*. 47(2), 163-174 (2003).
- [5] Gonzales, M. C., Herrmann, H. J., Scaling of the propagation of epidemics in system of mobile agents, *Physica A*. 340, 741-748 (2004).
- [6] Karon'nski, M., Ruci'nski, A., The mathematics of Paul Erdos, in *Graham, R. L. and Neseiril, J.*, eds., (Springer Berlin).
- [7] Krapivsky, P.L., Redner, S., Dynamics of majority rule, *arXiv:cond-mat/0303182*. v1, 2-8 (2003).
- [8] Liggett, M. T., *Stochastic interacting systems: contact, voter, and exclusion processes* (Springer-Verlag, New York, 1999).
- [9] Motter, A. E., Zhou, C. S., Kurths, J., Enhancing complex-network synchronization, *Europhys. Lett.* 69(3), 334-340 (2004).
- [10] Radicchi, F., Castellano, C., Cecconi, F., Loreto, V., Parisi, D., Defining and identifying communities in networks, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 101(9), 2658-2663 (2004).
- [11] Zheng, D., Ergun, G., Coupled growing networks, *Advances in Complex Systems*. 6(4), 507-514 (2003).

[12] Wasserman, S., Faust, K., *Social network analysis: Methods and Applications* (Cambridge Univ. Press, 1994).