

## Escrubagem da Bauxita de Paragominas – PA. Parte 2: Modelagem Matemática

### *Scrubbing Process of the Miltonia 3 Bauxite. Part 2: Mathematical Modeling*

#### **Jaime Henrique Barbosa da Costa**

Engenheiro Químico,  
Prof. MSc. da Coordenação de  
Mineração do IFPA  
[jaime.costa@ifpa.edu.br](mailto:jaime.costa@ifpa.edu.br)

#### **Homero Delboni Júnior**

Engenheiro de Minas,  
Prof. Dr. do Departamento de  
Engenharia de Minas e Petróleo da EPUSP  
[hdelboni@usp.br](mailto:hdelboni@usp.br)

#### **Resumo**

O objetivo desse trabalho foi desenvolver um modelo matemático empírico para a operação de escrubagem da bauxita proveniente da jazida Miltonia 3, da Mina de Bauxita de Paragominas-PA, com vistas a fornecer parâmetros para previsão de seu desempenho e otimização. O modelo foi desenvolvido a partir de dados gerados em uma campanha de experimentos de escrubagem, em um tambor desagregador de laboratório, tomando-se, como base, o planejamento fatorial. A variável de resposta selecionada foi a quantidade de finos (partículas menores que 0,037 mm), no produto desagregado, sendo que tal quantidade foi relacionada com o grau de enchimento e com o tempo de residência da polpa através do modelo proposto. O modelo desenvolvido foi validado através da comparação entre os valores obtidos em ensaios de escrubagem, em uma unidade-piloto, e aqueles previstos pelo modelo. Os valores da quantidade de finos, no produto desagregado, previstos pelo modelo apresentaram uma excelente aproximação com os dados experimentais da operação em escala-piloto, visto que a maioria dos valores ficou dentro de uma faixa de  $\pm 10\%$  desvio.

**Palavras-chave:** Escrubagem, modelagem, bauxita, tambor desagregador.

#### **Abstract**

*The aim of this study was to model the bauxite scrubbing of bauxite samples from Miltonia 3, a Vale operation at Pará state, Brazil. The experimental program included the design of a standard laboratory test, from which parameters were derived for predicting the operation of a scrubber in steady state conditions. The amount of fines was determined through screening both feed and product of the scrubbing test. The former was considered as a material characteristic, while the second was the dependent variable, i.e. the result of the scrubbing process. An empirical model was developed according to which the load fraction was found to be the most important variable for the scrubbing process. Residence time was also included in the model due to its importance in designing scrubbers for industrial plants. To validate the model, a comprehensive pilot plant program was carried out with the same bauxite sample from Miltonia 3 deposit used in the laboratory investigations. The comparison between experimental data and model's calculated values indicated a good agreement, as most values were within a  $\pm 10\%$  deviation range.*

**Keywords:** Scrubbing, modeling, bauxite, drum scrubber.

## 1. Introdução

Na primeira parte desse trabalho, foi apresentada a avaliação da influência de variáveis operacionais do processo de escrubagem na desagregação da bauxita proveniente da jazida Miltônia 3 da Mina de Bauxita de Paragominas-PA (MBP) pertencente à VALE.

Na segunda parte do trabalho, é desenvolvido um modelo matemático, tomando-se como base, os dados gerados nos experimentos em escala de laboratório realizados na primeira parte.

Prever o comportamento do minério, em instalações de escrubagem, para dimensionamento e otimização das mesmas, é uma ação que proporcionaria ganhos reais para a indústria mineral.

Recentemente, devido à alta competitividade do mercado mineral, aliada à crise financeira mundial de 2008, tem havido um forte direcionamento de esforços no sentido de melhorar o desempenho, a produtividade e a con-

fiabilidade de usinas de tratamento de minérios. Um recurso poderoso que permite prever desempenho e otimizar as operações unitárias é a modelagem de processo.

De acordo com Lima (1997), a modelagem e a simulação de processos não substituem os ensaios tradicionais de laboratório, mas os complementam. Sua vantagem é a de economizar tempo e recursos na procura da melhor alternativa de projeto ou da otimização de processos existentes.

Atualmente existem e são amplamente utilizados modelos matemáticos para operações de britagem, moagem, classificação por ciclones, separação gravítica e flotação, entre outros, ainda que estejam em diferentes níveis de desenvolvimento. Para a operação de escrubagem, não foram encontrados, na literatura, trabalhos de modelagem de tal processo, à exceção do trabalho conduzido por

Miller (2004), que desenvolveu um modelo para seleção da geometria do drum scrubber e de sua potência. O método proposto por Miller é baseado em resultados de ensaios que definem o tempo de residência necessário para promover o grau de desagregação esperado.

É, portanto, altamente relevante e útil o desenvolvimento de modelos dessa operação específica para minérios brasileiros de bauxita, visando, de forma a prever o desempenho, à otimização de processo e à consequente melhoria da qualidade do produto.

O presente trabalho teve, por objetivo, desenvolver um modelo matemático empírico para a operação de escrubagem de bauxita, com vistas a fornecer parâmetros para previsão de desempenho e otimização da operação. Dessa forma pretende-se contribuir para a consolidação dos conhecimentos sobre escrubagem de bauxita no país.

## 2. Modelagem do processo

Para definição do modelo, as variáveis operacionais selecionadas foram: o grau de enchimento, por ter apresentado o efeito mais significativo na desagregação da bauxita, e o tempo de residência da polpa, por ser um parâmetro de engenharia utilizado no dimensionamento de

equipamentos de escrubagem. Quanto à velocidade de rotação do scrubber, esta apresentou importância intermediária entre o grau de enchimento e o tempo de residência da polpa. Entretanto decidiu-se generalizar o modelo sem explicitar essa variável.

O parâmetro quantidade de finos no produto, representado pela porcentagem passante em 0,037 mm, foi selecionado como resposta, sendo relacionado com o grau de enchimento e o tempo de residência da polpa através do modelo proposto na Equação 1:

$$FP = FN + Ge[1 - \exp(-b.t_r)] \quad (1)$$

Onde:

FP é a quantidade de finos no produto (% passante em 0,037 mm).

FN é a quantidade inicial de finos naturais presentes no minério (% passante em 0,037 mm).

Ge é o grau de enchimento (%).

$t_r$  é o tempo de residência da polpa no scrubber (min).

b é uma constante do modelo, característica do material, a ser estimada por meio de regressões.

Para fins de modelagem, realizou-se nova campanha de ensaios complementares de laboratório, com tempos de residência de polpa de 2 e 4 minutos, de forma a consolidar a base de dados e as análises subsequentes. Eles foram executados em ordem aleatória e em duplicata.

A Tabela 1 apresenta o sumário de todos os dados experimentais utilizados na estimação da constante “b” do modelo proposto, para o processo de escrubagem,

em escala de laboratório, da bauxita de Paragominas.

A estimação numérica da constante “b” do modelo foi obtida por regressão não-linear, utilizando o *software Statistica® Release 8*, por meio do método de Levenberg-Marquardt. A constante “b” do modelo foi estimada, utilizando-se os valores dos parâmetros Ge,  $t_r$ , FN e FP de todas as condições ensaiadas, simultaneamente, com um intervalo de confiança de 95%, usando-se os dados da Tabela 1.

A Tabela 2 mostra os valores do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e da constante “b” estimada, numérica e simultaneamente, para as 4 condições diferentes, da operação de escrubagem, utilizadas nesse trabalho. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) indica a qualidade do ajuste do modelo através do exame dos resíduos. O valor máximo de  $R^2$  é 1 e só ocorrerá se não houver resíduo algum e, portanto, toda a variação em torno da média

será explicada pela regressão. Quanto mais próximo de 1 estiver o valor de  $R^2$ , melhor terá sido o ajuste do modelo aos dados experimentais. O valor de 0,8511 para o coeficiente de determinação indica que 85,11% da variância é explicada pelo modelo.

Os resultados do ajuste do modelo aos dados experimentais podem ser observados nos gráficos da Figura 1 e Figura 2, que mostram a curva do modelo e os pontos experimentais em cada condição de operação.

A Figura 3 mostra a aderência entre os valores experimentais de finos no produto e os previstos pelo modelo. Nessa figura, pode ser observada uma boa concordância entre eles. Também pode-se observar que a maioria dos pontos ficaram compreendidos entre as linhas de desvios de  $\pm 10\%$ , em relação à reta identidade, que fornece a igualdade entre os valores experimentais e os previstos.

Condição	Ensaio	Ge (%)	t <sub>r</sub> (min)	FP (% Passante em 0,037 mm)
1	FN	0	0	22,8
	1	5	1	26,0
	9	5	2	26,7
	3	5	3	27,9
	11	5	4	25,8
2	FN	0	0	22,8
	2	10	1	28,8
	10	10	2	28,6
	4	10	3	31,1
	12	10	4	27,8
3	FN	0	0	22,8
	5	5	1	28,5
	13	5	2	28,3
	7	5	3	29,6
	15	5	4	27,3
4	FN	0	0	22,8
	6	10	1	33,2
	14	10	2	36,4
	8	10	3	34,1
	16	10	4	34,1

Tabela 1  
Dados experimentais  
utilizados na modelagem.

Tabela 2  
Estimativa da constante “b”  
do modelo.

Modelo FP = FN + Ge[1 - exp(-b.t <sub>r</sub> )]	
R <sup>2</sup>	b
0,8511	1,765 ± 0,729

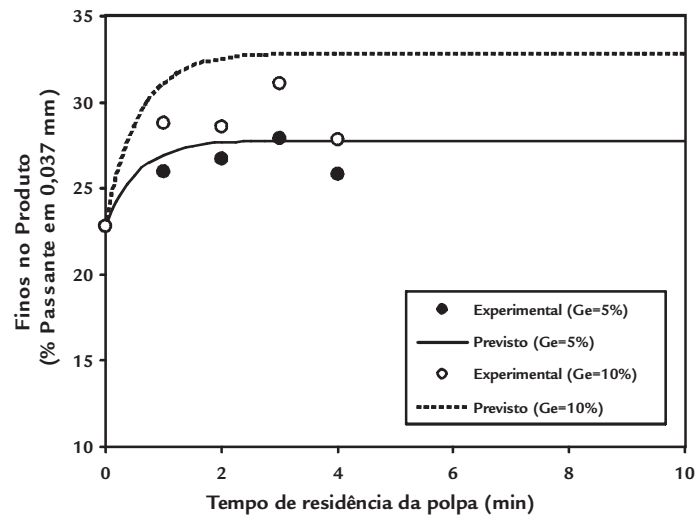


Figura 1  
Ajuste do modelo aos dados  
experimentais com velocidade  
de rotação de 28,4% Vc.

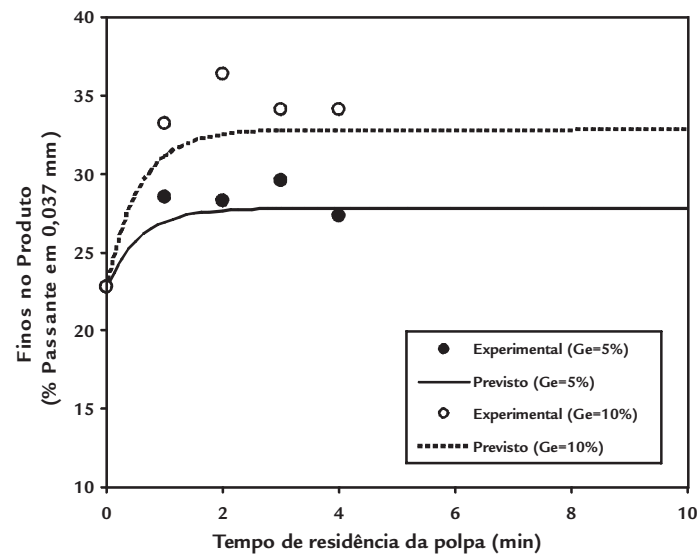


Figura 2  
Ajuste do modelo aos dados  
experimentais com velocidade  
de rotação de 41,4% Vc.

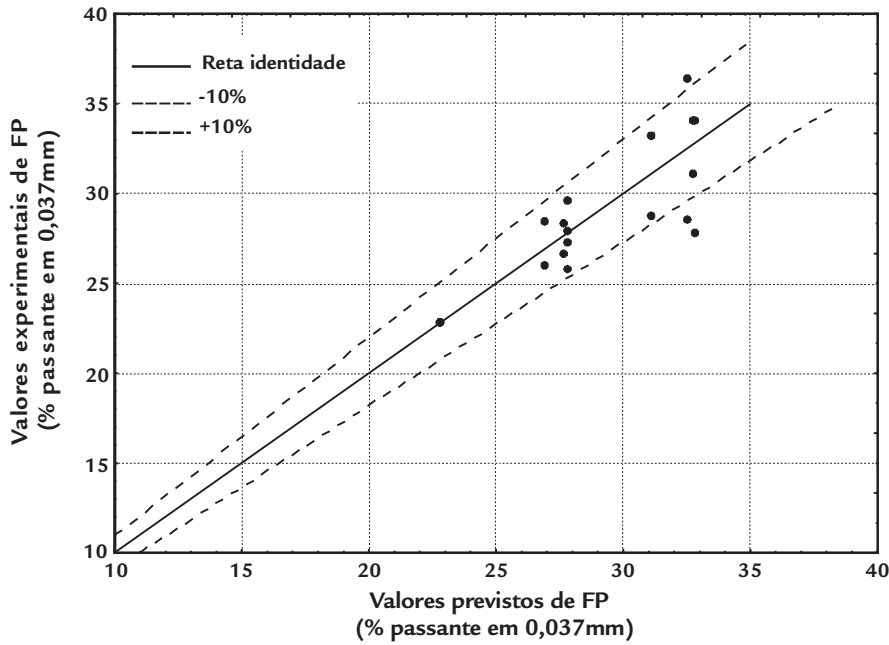


Figura 3  
Comparação entre os valores experimentais dos finos no produto e os valores previstos pelo modelo.

### 3. Validação e análise estatística

Foram realizados ensaios de escurbagem, em processo contínuo e escala-piloto, para verificação de aplicabilidade do modelo proposto desenvolvido em processo descontínuo de laboratório. Os ensaios foram realizados numa instalação-piloto de escurbagem montada ao lado da usina industrial da MBP, conforme mostra a Figura 4. A unidade piloto era constituída de um scrubber-trommel com abertura da tela da peneira de 6,35 mm (¼”), um transportador de correia, uma caixa de alimentação e um motor de 15 cv com redutor para acionamento do equipamento.

As características do scrubber-piloto são mostradas na Tabela 3.

A campanha consistiu na execução de uma programação de dez ensaios no scrubber-piloto com o mesmo minério utilizado nos ensaios de laboratório, proveniente do platô Miltônia 3, sob diferentes condições operacionais, com retirada de amostras representativas dos fluxos de alimentação, oversize e undersize. Os ensaios foram conduzidos com grau de enchimento de 5%, pois o objetivo não era fragmentar o material, gerando novos finos, e, sim, apenas lavá-lo para

retirada dos finos naturais do minério. Segundo Delboni Jr. (2009), esses finos devem apresentar conteúdo alto de caulinita, que eleva o teor de sílica reativa. Já os finos produzidos por fragmentação das partículas são pobres em sílica reativa e ricos em gibbsita e o seu descarte diminuiria a recuperação em massa do processo, bem como a recuperação metalúrgica de alumina aproveitável.

As análises granulométricas foram realizadas por peneiramento a úmido, nas amostras dos fluxos de alimentação, por oversize e por undersize de todos os ensaios. A distribuição da alimentação mostrou que cerca de 98% das partículas possuem tamanhos menores que 127 µm, 50% encontram-se abaixo de 6,35 µm e 32,6% estão abaixo de 0,037 mm. A distribuição granulométrica do produto do scrubber de cada ensaio foi determinada pela ponderação das vazões experimentais da alimentação, por oversize e por undersize com suas respectivas distribuições granulométricas.

Validar um modelo significa comprovar que ele gera resultados muito parecidos com os do sistema real. A validação consiste na comparação dos dados

gerados pelo modelo com os obtidos do sistema real. Para tanto, devem ser utilizados procedimentos estatísticos. A estatística dos testes paramétricos foi utilizada como forma de validar os resultados, previstos pelo modelo proposto, para os ensaios de escurbagem de bauxita em escala-piloto (Costa Neto, 1977). O teste de hipóteses foi empregado para verificar a aplicabilidade do modelo desenvolvido, em escala de laboratório, para a operação de escurbagem em escala-piloto realizada.

Os resultados experimentais foram comparados com os previstos pelo modelo e admitiu-se a seguinte hipótese:

$H_0, \mu_d = 0$  (Hipótese nula; diferença das médias igual a zero).

$H_1, \mu_d \neq 0$  (Hipótese alternativa; diferença das médias diferente de zero).

Dessa forma, conclui-se que, quando a hipótese é nula, os resultados não são diferentes. As hipóteses foram testadas com grau de confiança de 99% e de forma bilateral, ou seja, nível de significância igual a 1%, conforme os dados da Tabela 4.

O resultado do teste de hipótese foi de aceitar a hipótese nula, ou seja, a de

Características	Valor
Comprimento interno:	1,95 m
Diâmetro interno:	1,00 m
Relação de aspecto (L/D):	≅ 2:1
Volume do scrubber:	1,53 m <sup>3</sup>
Largura do anel interno:	95 mm
Volume útil:	0,0739 m <sup>3</sup>
Velocidade crítica (Vc):	42,3 rpm

Tabela 3  
Características do scrubber-pilot.

$$\text{Modelo: FP} = \text{FN} + \text{Ge}[1 - \exp(-b \cdot t_r)]$$

$$\text{Modelo: FP} = 32,6 + 5[1 - \exp(-1,765 \cdot t_r)]$$

Condição	Ensaio	Variáveis Operacionais				Finos no Produto % Passante em 0,037 mm		
		Ge (%)	C <sub>w</sub> (%)	t <sub>r</sub> (min)	Vr (%Vc)	Experimental	Previsto	Diferença
1	FN	0	0	0	0	32,6	32,6	0,0
	10	5	50	1,08	28,4	40,2	36,9	3,3
	6	5	50	1,62	28,4	37,3	37,3	0,0
	2	5	50	3,24	28,4	36,0	37,6	-1,6
2	FN	0	0	0	0	32,6	32,6	0,0
	9	5	50	1,08	41,4	40,5	36,9	3,6
	5	5	50	1,62	41,4	39,7	37,3	2,4
	1	5	50	3,24	41,4	37,4	37,6	-0,2
3	FN	0	0	0	0	32,6	32,6	0,0
	8	5	55	1,87	28,4	33,5	37,4	-3,9
	4	5	55	3,73	28,4	47,7	37,6	10,1
4	FN	0	0	0	0	32,6	32,6	0,0
	7	5	55	1,87	41,4	38,8	37,4	1,4
	3	5	55	3,73	41,4	38,3	37,6	0,7

Tabela 4  
Resultados dos valores experimentais e previstos pelo modelo.

que os resultados dos valores experimentais e os dos valores previstos não são diferentes, no nível de significância de 1%.

Portanto, ao se aceitar a hipótese de igualdade entre as médias dos valores experimentais e dos previstos, não se afirma que as médias dos valores são iguais. Consta-se, na realidade, que não há evidência de que as médias dos valores sejam diferentes, ou seja, o modelo consegue prever o desempenho da operação de escrubagem com uma precisão razoavelmente boa.

A Figura 4 mostra a comparação entre os valores experimentais e os valores previstos pelo modelo, para as condições 1 e 2 dos ensaios em escala-piloto.

Os valores da quantidade de finos, no produto escrubado, previstos pelo modelo nas condições 1 e 2 dos ensaios em escala-piloto, apresentaram uma excelente aproximação com os dados experimentais, visto que a maioria dos valores se localizou dentro de uma faixa de  $\pm 10\%$  de desvio, em relação à retentividade, que fornece a igualdade entre

os valores experimentais e os previstos.

Os valores da quantidade de finos no produto escrubado, previstos pelo modelo, para as condições 3 e 4 dos ensaios em escala-piloto, apresentaram uma boa aproximação com os dados experimentais, visto que a maioria dos valores se localizou dentro de uma faixa de  $\pm 10\%$  de desvio.

Entretanto, para a condição 3, os resultados previstos pelo modelo de dois ensaios apresentaram desvios maiores que 10% (ensaios piloto 4 e 8).

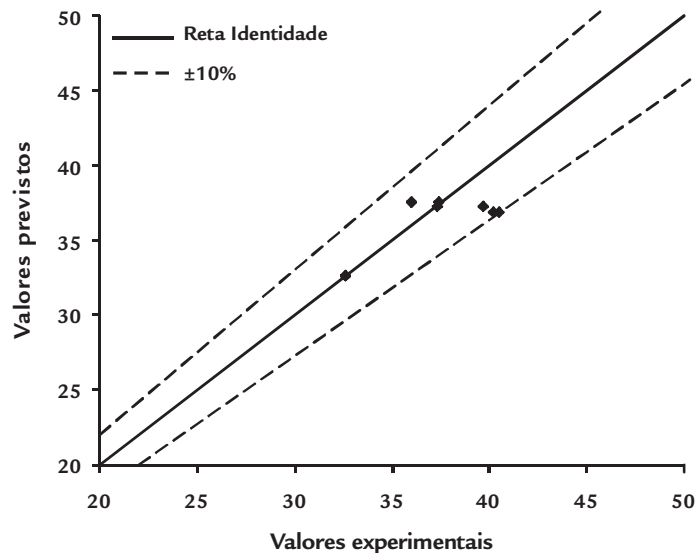


Figura 4  
Comparação entre os valores experimentais e os previstos pelo modelo, nas condições 1 e 2.

#### 4. Conclusões

As principais conclusões do trabalho estão apresentadas a seguir.

Conforme citado na primeira parte desse trabalho, o parâmetro tempo de residência da polpa não apresentou

efeito estatisticamente significativo, na desagregação da bauxita, no nível de 90% de confiança. Entretanto, esse parâmetro foi considerado, para o desenvolvimento do modelo, juntamente

com o grau de enchimento, por ele ser bastante utilizado no dimensionamento de unidades de escrubagem.

O modelo desenvolvido foi o seguinte:

$$FP = FN + Ge[1 - \exp(-b.t_r)]$$

onde: FP é quantidade de finos produzidos na operação de escurbagem da bauxita, FN é a quantidade inicial de finos naturais presentes no minério e a parcela  $Ge[1 - \exp(-b.t_r)]$  representa a quantidade de finos gerados. Reitera-se que, nesse trabalho, foram considerados como finos as partículas com tamanhos inferiores a 0,037mm (400#).

Os valores da quantidade de finos, no produto escurbado, previstos pelo modelo apresentaram uma boa aproximação com os dados experimentais da

operação em escala-piloto, visto que a maioria dos valores se localizou dentro de uma faixa de  $\pm 10\%$  de desvio, em relação à reta-identidade.

O resultado do teste de hipótese foi de aceitar a hipótese nula, ou seja, a hipótese de que os resultados dos valores experimentais da operação de escurbagem, em escala-piloto, e os dos valores previstos pelo modelo não são diferentes, no nível de significância de 1%.

O modelo proposto é empírico e restrito ao minério ensaiado.

Em função da ausência, na literatura consultada, de trabalhos dedicados à modelagem da operação de escurbagem, o modelo aqui desenvolvido representa, portanto, um recurso inovador para previsão de desempenho e otimização do processo de escurbagem de bauxita.

Para ampliar a aplicação do modelo desenvolvido, recomenda-se utilizar o método descrito com outras bauxitas, bem como com minérios para os quais o beneficiamento inclua essa operação.

## 5. Agradecimentos

Os autores agradecem ao IFPA, pela liberação do professor, para realização da pós-graduação em Engenharia

Mineral do Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo da EPUSP, à CAPES, pela concessão da bolsa de Douto-

rado, e à Vale, pela autorização, para a realização dos ensaios de escurbagem, em sua planta-piloto em Paragominas.

## 6. Referências bibliográficas

- BARROS NETO, B. et al. *Como fazer experimentos: pesquisa e desenvolvimento na ciência e na indústria*. Campinas: Editora da Unicamp, 2001. 401 p.
- COSTA NETO, P. L. O. *Estatística*. São Paulo: Edgard Blücher, 1977. 264 p.
- DELBONI JR., H. São Paulo, Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 10 dez. 2009. Comunicação pessoal.
- LIMA, J. R. B. de. *Estudo da modelagem matemática da microciclonação*. São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1997. 162 p. (Tese de Livre Docência).
- MILLER, G. Drum scrubber design and selection. In: CONFERENCE ON METALLURGICAL PLANT DESIGN AND OPERATING STRATEGIES, 2004, Perth. *Metallurgical plant design and operating strategies*. Carlton: Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 2004. p. 529-539. Disponível em: <<http://www.millermet.com.br/index.php?page=papers>>. Acesso em: 02 Mai. 2009.

---

Artigo recebido em 06 de abril de 2010. Aprovado em 08 de setembro de 2012.