

# Meios granulares e experimentos simples para a sala de aula

(Grains and easy experiments for the classroom)

J. López<sup>1</sup>, A. Vercik e E.J.X. Costa

Departamento de Ciências Básicas, Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos,  
Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil

Recebido em 26/9/2007; Revisado em 7/11/2007; Aceito em 19/12/2007

Nos últimos anos houve um grande aumento da atividade experimental e teórica no estudo das propriedades dos materiais granulares. Este artigo apresenta uma breve revisão da literatura sobre este tema e sugere experimentos simples que o professor de física pode fazer ou sugerir aos seus estudantes.

**Palavras-chave:** meios granulares, pilhas de areia, separação e mistura de grãos, escoamento de meios granulares.

During last years there was a large experimental and theoretical activity in the study of the properties of granular materials. This article makes a brief revision of the literature on these topics and suggests artless experiments that the physics teacher can perform in the classroom.

**Keywords:** granular materials, sand piles, mixture and segregation of grains, flow of grains.

## 1. Introdução

Materiais granulares, como areia, feijão ou arroz, estão muito presentes na vida cotidiana, mas raramente são notados. Eles têm um papel protagonista em indústrias como mineração, construção, agricultura, de alimentos e na indústria farmacêutica. Praticamente, tudo o que é ingerido teve sua origem em um conjunto de grãos ou pós.

Os materiais granulares são conjuntos grandes de partículas macroscópicas. As interações entre os grãos são tipicamente repulsivas e inelásticas (dissipativas). A dissipação de energia acontece devido às forças de atrito e as colisões. Como consequência um sistema de grãos numa configuração metaestável não sai dela espontaneamente. É preciso adicionar energia externa continuamente para induzir transições de uma configuração para outra.

A forma do material fica determinada pelas fronteiras externas (forma do recipiente) e a força de gravitação. Fluidos intersticiais, como ar e água, afetam tanto as propriedades estáticas como as dinâmicas.

Em muitas ocasiões, os sistemas granulares não se comportam nem como gases, líquidos ou sólidos. Eles podem ser considerados apropriadamente como outro estado da matéria.

Por exemplo, uma pilha de grãos com um ângulo inferior a certo valor crítico, que depende dos consti-

tuíntes da pilha, se comporta como um sólido. Se for inclinada a pilha num ângulo acima do crítico os grãos começarão a fluir. Porém, o fluxo não será como num líquido, porque este somente existirá numa camada da superfície da pilha, os grãos no interior ficarão em repouso.

O conceito ordinário de temperatura não tem grande valor para estes sistemas. A escala de energia relevante é a energia potencial gravitacional,  $mgd$ . Onde  $m$  é a massa,  $g$  a aceleração gravitacional e  $d$  a dimensão característica, ou média, dos grãos no conjunto. Para um grão de areia a energia potencial gravitacional é  $10^{12}$  vezes  $k_B T$  a temperatura ambiente, onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann.

Um dos resultados, contra-intuitivo, que mais tem chamado a atenção da comunidade científica nos últimos anos é denominado na literatura de “Brazil Nut Problem” ou “Brazil Nut Effect”. Usualmente quando se agita uma combinação de duas ou mais substâncias, estas se misturam melhor. Em caixas de cereais vendidas comercialmente se misturam uniformemente nozes (usualmente de origem brasileira) com aveia e farelo. Porém, quando a caixa chega ao destino final e é aberta, as nozes brasileiras, que são maiores e de maior massa específica, ficam majoritariamente na parte superior da caixa [1].

Supondo que não existam interações atrativas entre os grãos, este resultado parece violar a intuição e a se-

<sup>1</sup>E-mail: [jlopez@usp.br](mailto:jlopez@usp.br).

gunda lei da termodinâmica ou lei do crescimento da entropia. Do ponto de vista estatístico a entropia de um sistema desordenado é maior que a de um sistema ordenado. Contudo, conceitos termodinâmicos ordinários para estes sistemas carecem de sentido uma vez que a escala de energia relevante não é associada à temperatura e sim a aceleração gravitacional. Adicionalmente, se os grãos forem pensados como líquidos que não se misturam, também é difícil entender como os cereais, com maior densidade, sobem à superfície, contrariando o princípio de flutuação.

A história dos materiais granulares é longa. A maior parte da literatura em engenharia é dedicada a entender como lidar com estes. Entretanto, a tecnologia para manipular e controlar os materiais granulares não está muito bem desenvolvida, como é no caso dos fluidos. Parcialmente devido a estas carências teóricas, algumas estimativas sugerem que 40% da capacidade industrial é gasta somente para transportar os grãos de uma parte da fábrica para outra [2].

Nos últimos anos o estudo dos materiais granulares tem chamado a atenção da comunidade internacional de físicos. Veja, por exemplo, os artigos de revisão de H.M. Jaeger e colaboradores na Ref. [3] e mais recentemente de A. Kudrolli na Ref. [4].

Apesar do enorme progresso alcançado, a complexidade destes sistemas, onde às vezes é muito difícil repetir os resultados dos experimentos, faz com que ainda seja muito complicado modelar e prever em detalhes as conseqüências de situações novas.

Por exemplo, em determinadas circunstâncias os grãos grandes quando agitados não sobem à superfície, mas afundam. Este efeito é conhecido como “Inverse Brazil Nut Problem” ou IBNP, em contraposição ao “Brazil Nut Problem” ou BNP [5]. Além do tamanho e da massa específica, outros fatores como amplitude e a frequência das vibrações, as forças de atrito entre os grãos e com as paredes do recipiente, tamanho e geometria do recipiente, número de camadas de grãos e presença ou não de fluidos intersticiais podem produzir o BNP, o IBNP ou ainda nenhum dos dois.

## 2. Propostas de experimentos

Do ponto de vista estático é surpreendente que a pressão no centro da base de uma pilha ou de uma coluna circular de grãos não seja máxima. Além disso, a pressão na base de uma coluna de grãos não aumenta linearmente com a altura, como no caso de um líquido. De fato, para alturas acima de determinado valor a pressão na base satura. O “peso” extra é distribuído nas paredes. Isto pode ter conseqüências potencialmente fatais no uso de silos.

A mudança de pressão com a altura pode ser demonstrada com materiais encontrados em casa. Usamos uma lata de óleo, com uma das tampas removida, vazia e limpa. Limamos as rebarbas para evitar aci-

dentos indesejados. Se a tampa não tiver sido muito danificada durante o corte poderá ser usada para exercer pressão sobre a coluna de grãos, caso contrário será preciso encontrar outro disco com aproximadamente o mesmo diâmetro.

O próximo passo é fazer um “sanduíche” com duas folhas de papel branco e uma de papel carbono e recortar uma forma circular para o fundo e outra retangular para a superfície lateral da lata. Nossa experiência indica que não faz diferença usar papel carbono para máquina de escrever ou para escrita a mão. Deve-se ter cuidado para evitar criar marcas do papel carbono antes do experimento.

Com o sanduíche de papel em posição dentro da lata esta foi cheia com os grãos (feijão ou arroz). Re-colocamos a tampa e pressionamos com uma força de aproximadamente 750 N por alguns segundos (o peso de um dos autores). Finalmente, retiramos com cuidado o sanduíche de papel e observamos os resultados.

Experimentos anteriores [6] demonstraram que a área total das marcas do papel carbono é proporcional à pressão dos grãos. A Fig. 1 mostra os materiais usados nos experimentos e os resultados obtidos quando a lata foi preenchida com arroz (à esquerda) e com feijão (à direita).



Figura 1 - Fotografia mostra os materiais usados nos experimentos e nossos resultados quando a lata foi preenchida com arroz (à esquerda) e com feijão (à direita). Superfície lateral da lata acima e fundo abaixo.

As Figs. 2, 3, 4 e 5 mostram as marcas deixadas pelos grãos de arroz e feijão na superfície lateral e no fundo da lata de óleo. O fundo das fotocópias foi eletronicamente alterado para facilitar a visualização dos dados. Duas coisas chamam a atenção: tanto no caso do feijão, como do arroz, as áreas das marcas (e conseqüentemente a pressão) não aumentam com a profundidade e diminuem em direção ao centro da base do cilindro.

Este resultado parece contra-intuitivo. O sentido comum (baseado em fluidos como a água) indica que a pressão deve aumentar com a profundidade e deve ser a mesma em todos os pontos do fundo da lata.

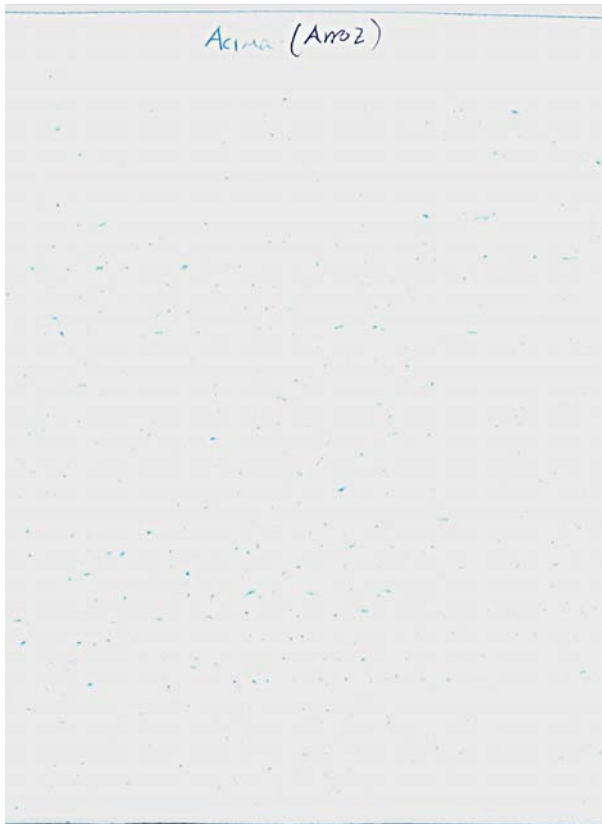


Figura 2 - Fotografia das marcas deixadas pelos grãos de arroz na superfície lateral da lata de óleo. A parte superior da figura corresponde às marcas dos grãos mais distantes do fundo da lata.

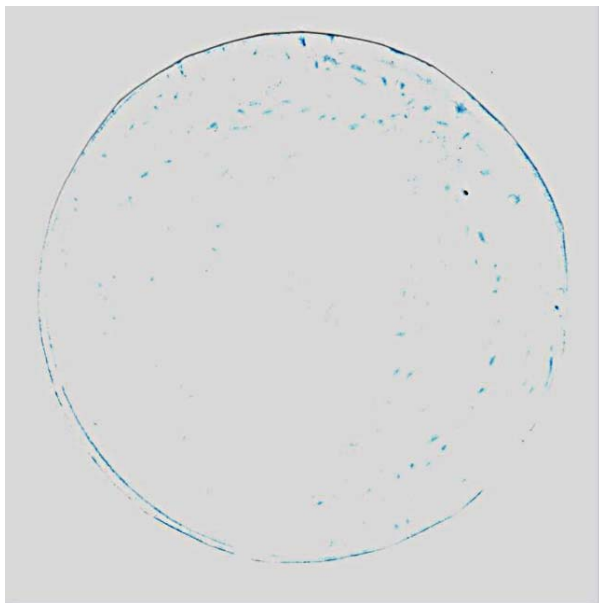


Figura 3 - Fotografia das marcas deixadas pelos grãos de arroz no fundo da lata de óleo. As marcas dos grãos não se distribuem uniformemente: estão quase ausentes no centro.

Cabe ressaltar aqui o princípio de Blaise Pascal, enunciado pela primeira vez em 1652, que afirma que “uma mudança na pressão aplicada a um fluido incompressível confinado é transmitida integralmente a todas as partes do fluido e às paredes do seu recipiente” [7].



Figura 4 - Fotografia das marcas deixadas pelos grãos de feijão na superfície lateral da lata de óleo. A parte superior da figura corresponde às marcas dos grãos mais distantes do fundo da lata.

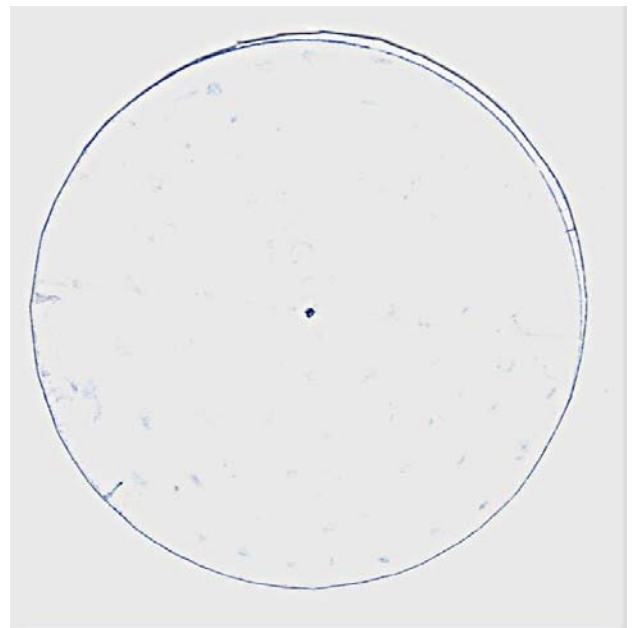


Figura 5 - Fotografia das marcas deixadas pelos grãos de feijão no fundo da lata de óleo. As marcas dos grãos não se distribuem uniformemente: estão quase ausentes no centro.

A experiência mostra que a pressão externa não foi transmitida uniformemente a todos os grãos e às paredes. De fato, os grãos não podem ser considerados como incompressíveis. A compactação aumenta como resultado da pressão externa.

Uma análise mais detalhada da Fig. 2 mostra que existe uma série de faixas onde as marcas são mais in-

tensas. As faixas correspondem a uma mudança na superfície da lata de óleo. A lata não é uniformemente lisa, apresenta um conjunto de pregas ou dobraduras, com comprimento de 5,0 mm cada, que lhe confere maior resistência mecânica.

Os grãos de feijão têm uma forma aproximadamente elipsoidal com diâmetros médios de 7,7, 11 e 5,0 mm, respectivamente. Em contraposição, os grãos de arroz têm uma forma aproximadamente cilíndrica com comprimento médio de 6,3 mm e diâmetro médio de 1,8 mm.

Verificamos que no caso do feijão os grãos se alinham preferencialmente, na parte da lata com dobraduras, com o eixo de maior diâmetro na vertical. Isto não acontece para o arroz, onde os grãos se alinham preferencialmente com o eixo do cilindro na horizontal, independentemente de existirem dobraduras ou não.

Por que se produz alternância no caso do feijão? Seria interessante repetir a experiência em recipientes de diferentes dimensões, com superfícies lisas e com outros padrões de irregularidades. Qual é o papel da compactação, que acontece no momento inicial em que se aplica a força externa, nas marcas deixadas? Qual é o impacto das forças coesivas (por exemplo, na presença de água), a mudança das forças de atrito (por exemplo, durante a estocagem) e as formas (mais ou menos elipsoidal ou cilíndrica) na mistura ou segregação dos grãos?

Em equilíbrio estático o nível de um líquido dentro dos vasos comunicantes (ou tubos em U) é o mesmo devido ao Princípio de Pascal. Dentro do mesmo líquido e à mesma altura, a pressão deve ser a mesma, porque um excesso de pressão seria transmitido por igual a todas as partes (considerado como incompressível) e este abandonaria o estado de equilíbrio.

Ora, este suposto não é válido para os sistemas granulares. A Fig. 6 mostra um tubo em U feito de borracha transparente com um metro de comprimento total e 20 cm de diâmetro. Grãos de feijão foram adicionados lentamente por uma das extremidades. Os grãos não se comportam como um líquido, não ocupam a outra metade do tubo. A mesma experiência foi repetida com grãos de arroz e de açúcar (tipo cristal) com resultados qualitativamente idênticos. No intervalo de tamanhos de grãos estudados este parâmetro não muda a conclusão do experimento.

A foto reflete um dos múltiplos possíveis estados metaestáveis. Agitando o tubo os grãos se deslocam para outra configuração. Porém, deixamos o tubo por mais de um mês em um lugar tranquilo e a configuração não mudou. Isto indica que o tempo de vida média dos estados metaestáveis não é muito pequeno.

À primeira vista pode-se pensar que a altura da coluna de grãos é proporcional às forças de atrito estático entre os grãos e as paredes do tubo (ignorando o atrito entre os grãos). Porém, é bom lembrar que o peso dos grãos não é transmitido uniformemente em todas as direções. Uma parte deste peso não é “sentido” no

fundo porque é “absorvido” preferencialmente pelas paredes do tubo. A pressão no fundo do tubo é, de fato, inferior à pressão em pontos colocados a alturas superiores. Na construção de um dique a espessura da parede de concreto deve ser maior no fundo que em qualquer outra altura, para um silo não!



Figura 6 - Tubo em U feito de borracha transparente com um metro de comprimento total e 20 cm de diâmetro. Grãos de feijão foram adicionados lentamente por uma das extremidades. Os grãos não ocupam as duas metades do tubo.

Olhando com atenção percebe-se que a parte horizontal do tubo não é ocupada completamente pelos grãos. Isto reforça o conceito de que a pressão não é transmitida uniformemente ao fundo. O padrão de distribuição dos grãos no fundo lembra o padrão encontrado em uma pilha de areia. Em outras palavras, os grãos no fundo se comportam como se não existisse a coluna de grãos acima.

### 3. Outras propostas experimentais

Propomos usar um conjunto de vasos comunicantes com diferentes ângulos e diâmetros (em relação ao tamanho típico dos grãos) para estudar o efeito das forças de atrito na fronteira do tubo e a mudança da pressão com a altura. Se for variado o ângulo entre os braços do tubo em U, a altura de equilíbrio para os fluidos continua sendo a mesma nos dois lados. Isto deve mudar no caso dos meios granulares. Que diferença de altura máxima de uma coluna de grãos pode ser atingida antes que a coluna comece a se deslocar? Este problema é o análogo de encontrar a inclinação mínima de um plano inclinado para que uma moeda comece a escorregar.

Outra experiência, muitas vezes realizada em cursos de física experimental, é a de tubos em U abertos à atmosfera com dois fluidos que não se misturam.



Neste experimento observa-se uma diferença de altura devida à diferença de densidade dos dois fluidos. No caso de dois meios granulares diferentes deve ser observado algum desvio deste comportamento. Tente colocar simultaneamente um tipo de grãos diferentes para cada entrada do tubo em U. O que acontece no fundo?

Uma das aplicações mais tradicionais do princípio de Pascal é a prensa, na qual uma força pequena aplicada numa área grande é transformada em uma força grande que age sobre uma área pequena. Se utilizarmos uma prensa onde o meio for granular em vez de um fluido, uma violação deste princípio seria equivalente à não verificação desta igualdade. Outra diferença importante é que a geometria do tubo não afetaria o resultado no caso dos fluidos. Sugerimos analisar o efeito geométrico no caso da prensa preenchida com um meio granular.

Do ponto de vista dinâmico aconselhamos verificar outras situações simples: como é o esvaziamento de um tanque cheio de grãos ou o fluxo sob uma diferença de pressão num tubo de seção transversal cilíndrica com raio variável na horizontal. A idéia seria tentar achar equivalentes das leis de continuidade (vazão constante) e de Bernoulli nos fluidos para os sistemas de grãos.

A equação de continuidade descreve a conservação da massa. Para um líquido incompressível isto se traduz em que a vazão é constante em diferentes pontos de um cilindro com raio variável. Sugerimos verificar se isto se mantém no caso dos meios granulares, caso contrário tente descrever matematicamente a conservação da massa.

Utilizando o mesmo cilindro na posição vertical, pode-se explorar a conservação da energia, expressa pela equação de Bernoulli. Neste caso deve-se medir a velocidade e pressão em diferentes alturas, verificando a validade ou não da equação.

Uma última idéia, mas não menos interessante, é construir uma plataforma vibratória que permita fazer experiências de mistura e separação de fase de diferentes meios granulares.

#### 4. Conclusões

Este artigo apresenta uma breve revisão dos meios granulares e sugere experimentos simples que podem ser desenvolvidos pelo professor no laboratório ou em sala de aula.

#### Agradecimentos

Agradecemos a Tayrine Lopes Demarchi e Melina Akamatsu pela detalhada revisão.

#### Referências

- [1] Troy Shinbrot, *Nature* **429**, 352 (2004).
- [2] B.J. Ennis, J. Green and R. Davis, *Chem. Eng. Progress* **90**, 32 (1994).
- [3] H.M. Jaeger, S.R. Nagel and R.P. Behringer, *Physics Today* **49**, 32 (1996).
- [4] Arshad Kudrolli, *Rep. Prog. Phys.* **67**, 209 (2004).
- [5] A.P.J. Breu, H-M. Ensner, C.A. Kruelle e I. Rehberg, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 014302 (2003).
- [6] C.H. Liu, S.R. Nagel, D.A. Schecter, S.N. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narayan and T.A. Witten, *Science* **269**, 513 (1995).
- [7] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos de Física* (LTC Editora, Rio de Janeiro, 2002), v. 2, 6ª ed., p. 53.