

# 水津一郎の「多様体の地理学」について

太田 茂徳\*

Shigenori OTA

An Essay on “Geography of Manifold” in the Thought of Ichiro Suizu

## I はじめに

地理学者・水津一郎の業績を概観してみる時、前期の研究を1964年の『社会地理学の基本問題』と1969年の『社会集団の生活空間』、後期の研究を1982年の『地域の構造』と1987年の『景観の深層』としてみるならば、前期がドイツの地域(Landschaft)論の影響を受けた社会の基盤としての「地域」を地理学の根拠として確立していくものであるのに対して、後期は個々の地域の深層構造としての何物かを指し示そうとしていたように思われる<sup>1)</sup>。

どちらも社会の拠って立つ基盤としての地域を求めたものではあるが、その前期の代表作である『社会地理学の基本問題』における「基礎地域」概念に比して、後期の「位相地理学」の構想はまだまだ検討されるべき余地の多い未踏のテーマであるように思われる。評者の寡聞はお許し願うとして、その発表から四半世紀を経てはいるが、主題として「位相地理学の継承」を宣言した研究や「位相地理学を批判的に検討した」という取り組みを試みた研究は見えない。論考の一部で位相地理学を検討しているものとしては、計量地理学との関連から取り上げた石川(1993)やカタストロフィ理論の関連に触れた水野(1986)そしてGISとの関連で触れた碓井(1995)、また村落空間の内部分類と言語の分節構造の対応として取り上げた今里(2002)やヘーエルストランドの議論との関連で批判的に取り上げた遠城(1998)が挙げられる。グラフ理論やネットワーク分析という形で計量地理学では注目されてきた位相数学(トポロジー)であったが、石川(1993)は水津の発想を「位相数学の持つ地理学的含意を、このように広汎に論じた業績は、諸外国においても見出し難い」(石川 1993: 57)としており、水野(1986)は数理化・数学化の方向として計量化とは異なる「質的」数学の

1つの試みとして水津の試みを捉えている。

「基礎地域」や「位相地理学」といった水津の思想を貫くものとして、「地理学の対象としての地域」への強い思いがある。そうした流れの中で、「位相地理学」の構想も当然読まれなくてはならないのだろう。『地域の構造』や『景観の深層』で示されたものが、その全貌であり完成品であるのか、またはその途上のものであったのかは後世の評価を待たねばならないかも知れない。

ここでは、位相地理学としての側面、地理学の独自の対象を求めた「地域」論としての側面、様々な側面がある水津の思想の全体像を描くことはできないが、水津によって「位相地理学」として構想されながらも、「その後」の展開が継承されていない状況を、水津の意図したこととは異なるかも知れないが、新たな探究へと接続していくために、その思想の現代的な意義を可能性の中心で考えてみたい。

## II 「地域」とは何か?

水津の地理学思想を考える場合、その根底に流れ続ける「地理学の独自の対象としての地域」という空間的なものへの視点がある。こうした点について、「アプローチのしかたには、つねにアプローチすべき目標が前提になければならない」(水津, 1977: 35)あるいは「地理学的なアプローチのしかた」というとき、すでにそこには、このような「空間的諸関係」を内在する所謂「空間的なもの」が、あらかじめ「固有の領域」として採択されていることに気づくべきである」(水津, 1982: 1)として「観点としての地理学」という考え方に厳しい態度をとる点にも現れていると見るべきであろう。当然、このような立場をとる水津は「地域」あるいは「空間的なもの」につ

\* 無所属

いて思考を深めていかななくてはならなかったと言える。

水津は、「時間」が——生と死、進化と創造など——人類のドラマと結び付けられてきたのに対して、「空間は人類との関係においては、せいぜい歴史哲学の「はしがき」のような風土論において、そのドラマの静止した舞台にとどまることになった」(水津, 1982: 7)と指摘し、カント的な時間概念を越えていったベルクソンの哲学において「時間は歴史的な時間として深化し、ひからびた幾何学的空間を圧して、「生の飛躍」を支えるものとなった」(水津, 1982: 8)ことから、地理学において「カント的ユークリッド的空間概念」(水津, 1982: 8)を乗り越えることで空間的概念の再構築を試みる。ここには、同じようにベルクソンなどの議論を経て「時間とは正反対のものであるに違いない」(マッシー, 2014: 68)ものとしての空間が設定されてしまったことを批判的に検討するマッシーにも繋がる姿勢が見られる<sup>2)</sup>。感覚に対してその枠組み=純粋所与として与えられるカント的な空間への批判あるいは拡張が、空間的なもの(the spatial)が対象として立ち上がってくるために求められるのである。

そうした中で、水津が位相地理学として再構築していく概念が「地域」である。

水津は、「地域」を、時空連続体としての「地表の部分」であり、メルロ＝ポンティによる「生きられる空間」やラッツェルによる「生活空間」としても提示している。客観的実在としての「地域」、空間認知・空間表象としての「地域」の両方を視野に入れた「地域」概念を描いていると思われる。こうした「地域」のあり方は、ベルクソンによる物質と表象の中間的存在として「イメージ (“image”）」という概念に極めて近い。水津はメルロ＝ポンティを受けて、「物的世界」と「感性的な世界」の織り成す「地域」概念を提示するが(例えば、水津, 1982: 12)、「ある時期や時代に「形態のある精神」として形成された景観」(水津, 1982: 16)とは、まさしくベルクソンが『物質と記憶』の中で「事物」と「表象」の中間にある存在」(ベルクソン, 1999: 5)と述べたイメージである。

水津は、決して単なる物的世界としての「地表上の部分」を「地域」としたのではなく、1つのイメージとして「地域」を捉え、それを地理学の対象として確立しようとしていたのである。こうした観点は、世界をイメージの総体として捉えるベルクソンの哲学と通ずるもので、(決して水津自身がそう主張している訳ではないが)地理学が対象とすべき世界をイメージとして捉えていこうとするもの

である。「地域」は虚像か」(水津, 1977: 44; 水津, 1987: 22)という問いには、「地域はイメージである」と答えなくてはならない。

同時に、水津がメルロ＝ポンティの「生きられる空間」に触れながら「ユークリッドをこえた多様体の世界こそ、アインシュタインの時空連続体の延長線上にある位相空間であり、本書で徐々ときほぐされるように、*Rm*の枠組みでもある」(水津, 1982: 10)と述べているように、地理学が取り扱う「空間的なもの」は「多様体」であることが指摘されており、当然こうした多様体として地域が探求されているのである。ここでは、こうした多様体として地域を捉えようとした水津の視点を、「位相地理学」とは区別して「多様体としての地域」論として把握しておきたい。

こうした「多様体」への着目にも、ベルクソンに共通するものが感じられる。ベルクソンも、「内的多数性 (la multiplicité interne)」や「数的多数性 (la multiplicité numérique)」などの概念を用いている(ベルクソン, 2010: i)。「持続」としての「時間」の哲学であるベルクソンの思考は、「持続の相の下に一切を見ようとする思考、持続の時間から新しい認識論の一切を見ようとするこの思考はまず何よりも多様体論であった」(守永, 2000: 258)とする評者もいるように、ベルクソンにおいて多様体が重要なキー概念であるのと同様に、水津の「地域」論においても多様体は大きな位置を占めているが、この点についてはこれまで多くは触れられていなかったように思われる。「諸《理念》は多様体である」(ドゥルーズ, 1992: 278)とし、「(のちにフッサールによって再び用いられ、ベルクソンによっても再び用いられた) ミュルティプリシテ [多数、多様、多様体……] という語を以下のようにリーマン的な意味で用いる場合、その実詞的な形式にもっとも大きな重要性があると考えなければならない」(ドゥルーズ, 1992: 278)としてドゥルーズによっても展開される「多様体」は、ドゥルーズがベルクソンから引き出し、受け継いだ重要な概念である<sup>3)</sup>。水津がベルクソンからその思想を読み取ったのか、独自の問題意識の延長から辿り着いたのかはわからないが、どちらもリーマンの多様体論の影響下で構築されているのだ。水津の指摘は、地理学の対象とする空間を多様体として捉えようとする分だけ、時間の哲学を通して探求したベルクソンよりもリーマンに近いのかも知れない。

実際、こうした「多様体」の重要性は、『地域の構造』において「IX 地域と微分可能多様体」として1章が

当てられていることから伺えるだろう。ここで述べられている「微分可能多様体」とは、次章で紹介するように、リーマンによって打ち立てられた微分幾何学の対象とされるものであり、その一部は「リーマン多様体」と呼ばれるものである。いわば、水津の「多様体としての地域」という考えは「リーマン幾何学」上に構築されているのである。そのことが、「多様体としての地域」がリーマン幾何学の形式によって一般相対性理論を構築した「アインシュタインの時空連続体の延長線上にある」（水津, 1982: 10）この意味でもある。

こうした点がはっきりと認識されていれば、ベルクソンやドゥルーズといった近年注目を集めている思想との接点が確認され、「複雑性」や「実在論」といった議論と接続することが可能であったように思われる。なぜなら、水津は——特異点、アトラクタやコントロール空間など——複雑系科学で注目されたカオス理論やカタストロフィ理論にも目配せを忘れていなかったのだから。

ここで、「多様体としての地域」論の基礎となる多様体論について触れておこう。そこでは、水津が多様体論のどのような点を地理学に引き寄せ、またどのような点を引き寄せ損なっているのかについて確認できるだろう。

### III 空間の拡張としての多様体

ここで対象となる「多様体 manifold」とは何なのだろうか<sup>4)</sup>

上述したように、『地域の構造』には「IX 地域と微分可能多様体」と題された章が存在する。しかし、そこでは「つぎはぎだらけの空間」（水津, 1982: 206）として描かれてはいるが、詳しい解説はないままに「ベクトル場」や「力学系」へと向かっている<sup>5)</sup>。これにより、「空間的なもの」を多様体として捉えようという意義が明確なイメージとして伝わっていないようにも思える。そこで、水津自身が詳しくは触れなかった多様体について見てみよう。

多様体がどのようなものなのかということだが、これも時代によって内容を変えている。多様体の考えの萌芽として挙げられるのが、B.リーマンが1854年6月10日にゲッティンゲン大学の私講師に就任するために行った講演『幾何学の基礎に関する仮説について』での「何重にも広がったもの」（リーマン, 2013: 15）という概念である。こうしたリーマンのアイデアが数学者だけでなく我々にも広く知られ

るようになったきっかけが、A.アインシュタインの「一般相対性理論」で時空の幾何学的表現として用いられたことであつた<sup>6)</sup>。

リーマン自身は「多様体」という概念を精密に定義した訳ではないが、その後の数学的発展の中で定義されていった。『岩波 数学入門辞典』によれば、多様体は「曲面や曲線の概念を高次元に一般化したもので、「曲がった」空間を数学的に表現するためにリーマンによって導入された。微分幾何学、微分位相幾何学、大域解析学などの20世紀以後の数学の多くが多様体上で展開される」（青木他, 2005: 384）とされている。様々な研究が「多様体上で」展開されているように、図形のような数学の対象としてだけでなく、研究の舞台設定としても重要な役割を持っている。

こうした「空間」概念をより抽象化し拡大した「多様体」の概念を用いて、地理学における空間を議論することができるかもしれないが、これは「空間」概念そのものを「多様体」概念の部分として定義するようなやり方であろう。

ここでしばらく、なぜ数学において「図形」が「空間」とよばれ、そうした図形や空間の拡張として「多様体」が考えられるのかという初歩的な疑問について脱線的に説明してみることにしたい。そうすることで、旧来の空間の概念が新たに再定義されている様子が理解できるかも知れない。

歴史的に長い期間、幾何学の対象は目に見えるものの形状を表現することであつた。これは幾何学が「図形」を対象としてきた、ということでもある。ユークリッド幾何学として知られるものは、そうした我々が目にしてしているものとしての「横幅－高さ－奥行き」の3次元ユークリッド空間を対象としてきた。これに対し、リーマンによって目に見えない高次元の空間に対しても幾何学の枠組みを構築することが求められたのである（小島, 2014: 6）。その後、多様体は幾何学の領域を越えて現代数学の様々な分野にとって重要な概念の1つとなり、リーマン自身が構想した多様体——現在では「リーマン多様体」と呼ばれる——は、「微分可能多様体」と呼ばれる様々な多様体の1つとされている（森田, 2011: 26; 小磯, 2011: 30による）。

佐古(2014)によれば、拡大しながら新たに考えられた様々な幾何学の対象と比べて、古代から調べられており(その空間上での関数なども含め)性質が詳しく分かっているユークリッド空間との対応があると便利であり、「幾何学的な対象をユークリッド空間の貼りあわせで表すというアイデアが出て

きて、多様体という概念が生まれる」(佐古, 2014: 34)と説明されている。これが、今まで考えられてきたユークリッド空間上の図形の拡張としての側面だということであろう。

では、数学における「多様体 manifold」の定義を確認しよう<sup>7)</sup>。

〈定義：1〉

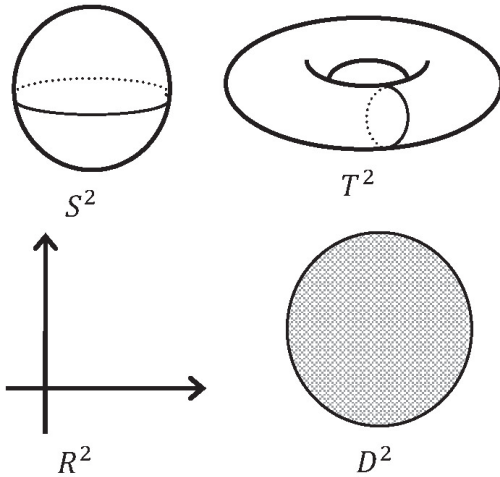


図1 2次元多様体の例

まず位相空間  $M$  があるとして (本来は位相空間にも数学的な定義があるが、現時点では何らかの集合があると思ってもらえば十分)、この  $M$  が多様体である条件を考えてみる。この  $M$  上の任意の点  $p$  の周辺でユークリッド空間と近似できるような形で局所的に座標を書くことができる、としよう。そしてこうした局所的な座標が  $M$  上の全体に定義できる時に、 $M$  が多様体であると言える。

多様体といっても「複素多様体」や「代数多様体」といった図形としてのイメージから掛け離れたものもあるようなのだが、ここでは具体的なイメージを掴むために、3次元ユークリッド空間に置かれた「面(平面・曲面)」としてイメージできる2次元多様体の例を見てみよう (ここでの説明は、塩谷 (2014) を参考にした)。

2次元多様体の例として挙げられるのが、図1にあるような球面  $S^2$ 、トーラス(浮き輪形の表面)  $T^2$ 、平面  $R^2$ 、円板  $D^2$  である。このうち、球面  $S^2$  とトーラス  $T^2$  は「閉多様体 closed manifold」と呼ばれる。これらが「図形」であることは、理解しやすいだろう。水津は、モデルとして球面  $S^2$  やトーラス  $T^2$  を挙げ

ることが多いが、多様体は一般化された図形であって、ユークリッド的な平面や円板も多様体である。

多様体とは「局所的にはユークリッド空間と考えられるもの」であったので、2次元多様体上の任意の点に対してそれをうまく囲むように切り取ると「ほぼ円板」というようなものが得られるということになる。それは、どのような図形であっても「ほぼ円板」の集合体として図形を把握しようとする舞台装置が多様体ということで、どんな曲面であってもごく小さな部分では接平面の部分として見るができる＝よく理解されたユークリッド幾何学の知識が使えるということであった。我々が地球という曲面上に暮らしているながら、ごく小さな範囲については「平らだ」と考えられる(三角形を描いても内角の和が180度になる)という事態と同じようなことをイメージすればいいだろう。こうしたことが可能であるので、我々は道路を作ったり家を建てたりするために「平面上に」図面を描くことができる。

我々が地球の表面上で平面上に図面を描いて建物を建てたり、土地を測量したりすることができるように、多様体を利用して関数を考えたり、(高次元であったり複雑に入り組んでいたりにするために)具体的にイメージできない多様体の形を、その部分を分析することで把握しようというのが、多様体を利用する幾何学の方法ということになる。

ここまで例として見てきた2次元の図形は、通常は2次元あるいは3次元のユークリッド空間——平らで、直交する座標で表現されるような面や空間——の中に(紙の上に描かれ、机の上に乗せてという)「置かれる」形で描かれるために、図形を考えることはその背後にある「入れ物としてのユークリッド空間」を考えることでもある<sup>8)</sup>。このことが図形を扱う幾何学が「空間」を扱うことにもなりうる背景であろう。それだけでなく、我々が暮らす地球の形あるいは宇宙の形を考えるという側面から空間が対象とされるのかも知れない。土地の形や大きさは、外から眺めて測量を行うことによって理解することができる。現在は人工衛星などを利用することによって「外から」地球を眺めることができるようになったが、昔は我々が属している空間＝地球を「外から」眺めるような方法がなく、1つの全体として内部に居ながらその形や大きさを考える必要があり、そうした方法を与えてくれたのが幾何学であった。しかし、「外から」地球を眺めることができるようになると、我々が属している空間＝地球も1つの立体＝図形として現れてくる。1つの「空間」もより広い視点から見れば「図形」となる。現在も、宇宙の形に

については「外から」眺めて理解する方法を我々は持たない。しかし、幾何学は図形＝空間に内在したままで、その形を理解することを可能にしている。

こうした、外から眺めることができないもの、我々の生きる3次元ユークリッド空間上で再現することができない（我々には認識できない）高次元のもの、そもそも抽象的で表現することが困難なものの形を理解可能にする道具立てが「多様体」の幾何学なのである。

ここで多少数学の用語を用いながら、多様体の説明をしておそう<sup>9)</sup>。

### 〈定義：2〉

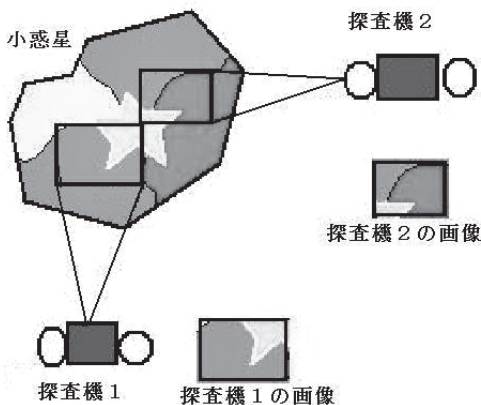


図2 未知の小惑星の探査の様子

2次元に限らない一般の多様体は、通常は図1で見た2次元多様体のように頭の中に形をイメージすることができない。そこで位相空間  $M$  上の任意の点  $p$  の周辺でユークリッド空間と近似できるような形で局所的に座標を書くことができる、ということが重要な役割を担うことになる。知りたい多様体の「全体像」は把握できなくても、どんなに小さくともその「部分」はよく知られたもの＝ユークリッド空間であるので、多様体の様々な部分を寄せ集めることで全体像を知ろうということが可能になるのである。

比喩的に「未知の小惑星探査」を考えてみよう。小惑星は望遠鏡で地球から見ることができず、全体像を観察することはできない。しかし探査機を飛ばして見ることはできるとしよう。同じ仕組みを持った探査機を複数個（それぞれに{“1,2,3,⋯,n”}と番号を付けて区別しておく）小惑星の上空に送り込んで静止軌道で定点観測を行い、小惑星のアチコチの部分の情報を地球に送ってくれるようにする。異なる探

査機が同じ地点を重複して送ってくることはあっても、全体を漏れが無いように送られてくれば「小惑星全体」に関する情報を手に入れることができる。我々はそれを、パソコンの画面や用紙などに表示（投影）して「どのような模様をしているのか」を見ることが出来る。

この時、探査機が小惑星表面の部分映像を切り取って送ってきたものが地球で画面（ユークリッド平面）上に表現されている状況（紙に印刷されていても良い）が、「 $M$ 上の任意の点  $p$  の周辺でユークリッド空間と近似できるような形で局所的に座標を書くことができる」という状況の近似的イメージとなる。こうして  $M$  上の任意の点  $p$  の周辺で設定された座標を「局所座標 local coordinates」、そして点  $p$  の周辺を「座標近傍 coordinate neighborhood」と呼ぶ。点  $p$  に対応した探査機  $p$  が送ってくるのは座標近傍  $U_p$  を画面で表示できるように変換した像  $V_p$  である。この時、探査機から好き勝手に変換した像を送ってこられては困るので、小惑星の部分ユークリッド空間に投影するような変換  $\phi: U \rightarrow V$  を「写像 map, mapping」として定義することにする。この時、「どの辺を撮影したか？」を示す近傍  $U$  と「どのような投影を行ったか？」を示す写像  $\phi$  の組  $(U, \phi)$  のことを「局所座標系 local chart」と呼ぶ。これにより、点  $p$  の周辺を表す局所的な「地図 chart」が与えられたことになる。この地図を探査機の数だけ集めると、小惑星の全体図が出来上がることになる。この対象全体をカバーする局所座標系の集まりを、多様体の「アトラス atlas」という<sup>10)</sup>。得られるアトラスを  $A$  とすると、位相空間  $M$  とそれに対して与えられるアトラス  $A$  の組  $(M, A)$  を「多様体 manifold」と呼ぶことになるのである（この定義が、前述した〈定義：1〉と同じとなっていることを確認して欲しい）。

こうした多様体を対象として取り扱いながら、その「形」を捉えようとアプローチするのが幾何学である。ここでは、数学であるので数学的な性質が似ている図形から共通の性質を導き出したり、図形のあり得る形が分類されたりしている。

幾何学におけるアプローチを大まかに区分するならば、位相幾何学と微分幾何学に分けられるが、「位相幾何学では空間の変形を許して大雑把な形を研究し、微分幾何学では空間の曲がり方の量である曲率などを手がかりに、精密な形を研究する」（塩谷, 2014: 40）という違いが存在する。「図形の形」を、大局的に捉えようとする方法と、精密に分析しようとする方法の違いということになるだろう<sup>11)</sup>。

ここまで見たように、多様体は目に見えないもの

の「形」を捉えるのには非常に有用な概念装置であり、また地理学的メタファーにあふれた対象でもある。こうした多様体が、人文地理学で扱う「空間」の代替概念あるいは拡張概念になりうるのか。この間に、この場で答えを出すことは難しそうである。

なぜなら、これまでの空間概念を「多様体」概念で置き換えただけでは、以前の「空間」と同様に、「地理学において何を多様体とみなすか？」という問題が解決されないからである。「地理学において何を多様体とみなすか？」という問いは、これまで「空間」をめぐる未解決のままにされてきた様々なドラマを再演することになるだけかも知れない。

#### IV 多様体の地理学に向けて

確かに、「地理学において何を多様体とみなすか？」という問題は残るだろうが、多様体は非常に有用なメタファーを含んでいる。こうした点を水津は強調していない。その点が、水津の「位相地理学」と「多様体としての地域」論との相違点でもあろう。ここでは、この2つのどちらが優れているのかについて議論することはしないが、「位相 topology」と「多様体 manifold」との違いに注目しながら、新たな可能性として「多様体としての地域」論について考えてみたい。

水津の「地域の深層構造」——様々な写像の変換群としての景観・地域という考えは、多様体の局所座標系の変換規則を探ろうという方向性に近い<sup>12)</sup>。そうではなく、地域を多様体として捉えるならば、その多様体の「形」へと迫る方向性もありえたであろう。

そうした違いが、多様体の幾何学そのものではなく、多様体上で展開される力学系の理論——カオス理論やカタストロフィ理論——へと水津の関心を向けたのだろう。「地図上にえがかれた波状や線状の不規則な境界も、行動多様体のさまざまな切口である。その切口の諸相は、種々の多様体におけるベクトル場のアトラクタやサドル点などをめぐる力学系の表現としてとらえられるのであるまいか」（水津, 1978a: 50）と類推的に述べるように、水津からは多様体の幾何学ではなく多様体上の力学系の理論に関心が寄せられている<sup>13)</sup>。様々な空間が、そこで活動する人間にとっての舞台となって背景へと沈んでいったように、水津にとっての多様体も、その上で展開される力学系の背景として見えなくなってしまうようにも感じられる<sup>14)</sup>。

こうした背景には、水津一人の責任に帰す訳にはいかない部分ではあるが、水津 (1977) において「位相数学(トポロジー)」（水津, 1977: 39）として提示されている「トポロジー」ということを「非ユークリッド空間=曲面」としてのみ捉えてしまっていることが挙げられる。地域が、ユークリッド空間=平面上にあるのではなく、トーラスやメビウスの帯、射影平面といった図形上にあると捉え、その上での様々な行動の「軌跡」を追うこととなってしまった。これでは、ある空間上での関数の描く軌跡を探求するようなもので、その舞台となっている空間のあり方は切り離されてしまう。

水津が、自身の地域論を「位相地理学」として構想した背景には、参照したK.レヴィンのトポロジー心理学の影響があっただろう(水津, 1977: 38-40; 水津, 1987: 16-17)。レヴィンの考えた心理学は「場の心理学」とも呼べるもので、心理的な「場」によって、人間の行動を説明しようとした。その内容は『景観の深層』でも述べられているように、人(P)が心理学的場(E)の中にいるということが、1つの心理学的事態(S)であって、行動(B)はその事態によって生じるので、 $B=f(S)$ である。すなわち、行動はその事態の中にいる人と環境とによって定まるということから、 $B=f(PE)$ と表現される(水津, 1987: 16)。ここでは「トポロジー心理学」という表現は用いられているが、こうした視点は人間の行動を決定する要因の全体を「行動を阻害する心理的障壁」の高低を表した要素の配置としてのポテンシャル場として表現するようなものである。こうした場は、人それぞれによって捉えられ方が異なり、人の周辺に広がる客観的な環境=地表の状態とは当然異なる。そのポテンシャル場の上では、人間の行動は曲面に置かれたボールのように——直線的な距離の近い・遠いではなく——障壁の低い点を転がりながら目的へと辿り着く。こうしたポテンシャル場は、水津が考えたようなベクトル場であり力学系で表現できる場である。水津も「人口や財貨の移動をはじめとして、地球上における行動の所産は、地表の各点におけるベクトルをつなぎあわせた軌道として示されるように考えられる(水津, 1982: 206)」というように、行動空間をこのようなポテンシャル場として捉えようとしていたと思われる。こうした場のあり方を「トポロジー的」と考えることによって、水津の位相地理学は「トポロジー的」である。

しかし、これは「トポロジー topology」を「位相幾何学 topology」と捉えると厳密には読み違いになる。力学系で用いられるような(物理学における)位

相空間 (phase space) とは、力学系の位置と運動量を座標 (直交軸) とする空間のことである。ある運動の位置と運動量の変化がどのような関係にあるかを描き出すような、状態を表現する1つの座標系である。これを、数学における位相空間 (topological space) と区別するために、力学系では「相空間 phase space」と表現されることも多い。様々な要素を座標として捉えることによって、それらの要素同士の関係・運動を把握できるようにしたものは相空間となり、力学系におけるコントロール空間は相空間の代表例である。ここには、力学系における「位相空間 phase space」と、多様体を考える上でも前提となったような、位相幾何学における「位相空間 topological space」の間の混同が見られる<sup>15)</sup>。

このことは水津に限ったことではないが、カント哲学に与えた非ユークリッド幾何学の否定的な影響、そして重力を空間の曲がりとして定式化した一般相対性理論に対するリーマン幾何学の影響を読み間違えているためであろうか、「曲がった空間」を扱うことは「位相的」とであると捉えられることがある。しかし厳密に言えば、「曲がった空間」を扱うことが、そのまま位相幾何学ではない。一般相対性理論が示しているように、曲面上での幾何学的な性質を精密に分析するのはリーマン幾何学=微分幾何学である。そして曲面の幾何学という意味でその曲がり具合=全曲率を考えてみた場合、水津が事例として挙げるトーラスや射影平面の全曲率はユークリッド空間である平面と同じ (全曲率=0) となる。トーラスと平面とは同じ性質も持つのであり、全体としては「曲がっていない」のである<sup>16)</sup>。通常の平面とは、「つながり方」が異なるかも知れないが、それはユークリッド平面の延長上に展開される世界である。「地図をいかにゆがめることによって、よりアクチュアリティに接近しうるか」(水津, 1977: 47; 水津, 1987: 25) という問いは、地図=平面に何らかの変換を加えることで「地域=多様体」という実態に迫れるような錯覚を与えてしまうかも知れないが、平面・トーラス面と球面の全曲率の違いのように、決して平面に変換されない多様体の側面も地域の本質として捉えておく必要があるだろう。

このように、水津の「位相地理学」は地域を多様体として捉えようとしながら、多様体上で展開される力学系の相空間やベクトル場、また構造主義の流れによる深層構造の把握へと主たる関心が向けられるにつれて、多様体の内実を問う=多様体の性質を分析するという面からは遠ざかったようにも感じられる。それは、これまでの空間の場合と同じように、

多様体が力学系や写像の展開される舞台として捉えられるということであり、そこでの俳優たちの演技に注目が集まる中でその舞台がユークリッド空間であったか多様体であったかが問われなくなることの始まりである<sup>17)</sup>。

真の「多様体としての地域」は、こうした後退のない、舞台や舞台装置、演じる俳優たちや脚本なども包み込むような「イマージュとしての多様体」でなくてはならない。そしてそれらは、単なる舞台装置や俳優たちの寄せ集めであってはならない。水津は、「地域の中に、 $e_p, e_q, \dots$ のたんなる総和とはちがうという意味で、「全体」としての構造のあることを認めないわけにはいかない」(水津, 1982: 93)として、要素還元主義的な視点を批判しつつ、個々の要素の相互関連としての全体としての特性=創発的特性の理解を「地理学の貴重な研究課題」(水津, 1982: 93)としている。そこでは、それぞれの要素が深く結びつきながら全体としての「形」を描いているのである。

目に見える具体的な形・形態を思い浮かべるのは、もうやめよう。確かに困難であるとしても、マッピング mappingされたアトラス atlas を手に、まだ目には見えない多様体 manifoldとしての地域の把握へと動き出さなくてはならない。

## V まとめにかえて

水津は、多様体としての地域を考えながら——「地域の深層構造」という視点から——1つの地域としての基本構造が様々に変換されることによって、行動空間や認知空間上の構造が生み出されるという変換群を考えていた。1つの形態が、それぞれの地域に投影される際にその地域に独自の形態が生み出されるという意味では、非常に構造主義的な見方をしていた訳である。これについては、当時の時代的背景を考えれば仕方の無い面もあろう<sup>18)</sup>。

多様体としての「地域」の上で、仮に様々な写像に対して不変な性質を見出すことができたなら、それは地域の法則あるいは構造を取り出したと言えるだろう。それには2つの構造が考えられる。1つは、水津が構想したものに近い、多様体上に表現された部分空間である図形に対して様々な変換・写像を加えて、その写像の間で不変のものを構造として取り出すことである。もう一方は、多様体自体の形を様々に変形させ、そうした変形によって変わらない多様体の性質を構造として取り出すことである。こうし

た「不変性」を追求することも重要である。しかし、後者の意味での不変性を追及しようとするには、まず多様体の形を見ることができなくてはならない。その方法が分からなくては、変形前と変形後を較べることもできないのだから。ここに、新たな「形」への探求の道が開けていることになる。

しかし、そうした「形」へのこだわりは、水津の思想には無かったのだろうか。そこでは、文化景観などの景観の形態学として地理学を捉える水津の視点から、形態学＝幾何学として新たな類推的視点がもう一度読み取られるのかも知れない。それぞれ“*geography* ≒ *geometry*”という関係が成り立つのかも知れない。だからこそ、幾何学概念である多様体はより水津の思想にフィットするのではないだろうか。

実際には、水津は、景観の要素をカオス理論で得られた「基本カタストロフィー」と対応させ、こうした要素を制度として組み立てる「コード」を考察する道を選択した。そうした過程で、「多様体上の力学系」としての視点が重要な意味を持っている。「地域」の深層には、位相空間に対応する構造があった（水津, 1987: 259）とする水津は、「不思議の園」（水津, 1987: 259）の深層構造を解明するために中世説話の分析を試みる。そこでは、やはり「力学系」として「基本カタストロフィー」との対応が語られる。このこと自体は、ドゥルーズが「言語学的《理念》」を「音素」間の相互的連結の潜在的なシステムとしての言語的な多様体（ドゥルーズ, 1992: 294）と捉えたように、「多様体としての地域」論の本質を踏み外してはいないかも知れない<sup>19)</sup>。しかし、これでは多様体としての地域を「地域の深層構造＝相空間」として平面化しているようにも見える。

これまで、水津の後期の地理学は「位相地理学」と呼ばれてきた。しかし、その内容は非ユークリッド空間として対象空間を捉え、その多様性を実現する構造を発見しようというものであり、数学で言われるような意味での「位相空間」または「位相幾何学」が踏襲されているかという疑問が残る。確かに水津は、「多様体としての地域」がリーマン幾何学の上に構築されていることは指摘したが、リーマン幾何学の対象は非ユークリッド空間の全てとは重ならないし、リーマン幾何学は位相幾何学の一部分ではあるかも知れないが位相幾何学全体とは重ならない。

こうした点を踏まえるならば、水津の構想した地理学は「多様体としての地域」を対象とした「多様体の地理学」と呼ぶのが相応しいものではないだろうか？

しかしこのことは、決して水津の構想の価値を失わせるものではない。なぜなら、「多様体の地理学」は、思想的背景としてのベルクソンやドゥルーズを経由して近年の「物質的転回」や「複雑論的転回」といった流れ<sup>20)</sup>と接続されるものであり、そうした議論に地理学として一石を投じる役割を果たせるようなものであると考えられるのである。また行動空間に見られるような「多様体上の力学系」という位置づけは、力学系としてのカオス理論や複雑系の分析との接続をそのまま保証する。

水津の思想は、「イメージとしての地域」としてはドゥルーズよりもベルクソンのものであり、「多様体としての地域」としてはベルクソンよりもリーマン的である。このように「多様体の地理学」は、歴史の中に埋もれさせておくには惜しい可能性を持った議論の方向性を内包していると考えられるのである。

## 付記

本稿は、メール雑誌『空間・社会・歴史』（太田茂徳編集・発行）4号に掲載されたものを加筆・修正したものである。

## 注

- 1) 水津の研究業績については、追悼記事である金田(1996)や野澤(1996)にまとめられているので、ここではその全てについては触れない。
- 2) マッシーは、近年の複雑系科学の議論に見られるような視点には「時間」に対する論点が重要視されているが「空間についての問い」（マッシー, 2014: 68）についてはまだ議論の余地が残されていると考えている。むしろ、ベルクソンなどは「時間」の重要性を——その当時の自然科学の決定論に対する批判を重視するがために——強調しすぎるがために、「空間の概念化を不幸にも制限することになる思考を生み出すことになったように思われる」（マッシー, 2014: 70）と述べる。こうした指摘は、水津の問題意識と通底するものであろう。
- 3) ドゥルーズが用いる多様体の概念は、ベルクソンから引き出されたものであり「ミュルティプリシテ *multiplicité*」としての多様体である。ドゥルーズはもう1つ「変化性 *variété*」も「数学用語としての多様体（ドゥルーズ, 1992: 278）」として用いているが、より重要な意味を持たせているのは「多様体=*multiplicité*」の用法である。これは英語においては「*multiplicity*」として用いられているようである。ドゥルーズはベルクソンから2つの多様体概念——「内的多様性＝質的多様体」と「数的多様性＝数的多様体」——を引き出すが、ベルクソンの「純粹



- 持続」との関連で重視したのは質的多様体としてのあり方であった(森村 2009: 97-98)。
- 4) 多様体という用語は、ドゥルーズなどによって哲学・現代思想の中でも言及されている。そこでは、多様体は「[英] multiplicity」や「[仏] multiplicité」の訳語として用いられているようだが(ベルクソン, 2010: i; ドゥルーズ, 1992: 266, 501)、『岩波 数学辞典 第4版』によれば「[英] manifold, [仏] variété, [独] Mannigfaltigkeit」とされているので、本稿ではこの用法に従い「manifold」を訳として用いている。
  - 5) 例えば、水津は「われわれは、 $H_m^p$ の力学系そのものに直接アプローチすることはむずかしい」(水津, 1982: 226)と述べているが、石川も「水津は、多様体を現実的に描き出すことの難しさを繰り返し述べ、それを理由にして、地理的現象と数学的実在との間の対応関係を厳密に立証することをしないで、対応の可能性を単に言葉の上で示唆しているケースが少なくない」(石川, 1993: 57)としている。これは水津が多様体というものが「よく分からないものの全体像を把握するための道具立て」であることを的確に捉えていないのかも知れない。ここで $H_m^p$ と表記されている $H$ は力学系におけるハミルトニアンのことだと思われる。
  - 6) これは、一般相対性理論で多様体の概念が用いられたということではなく、リーマンが多様体を調べる方法として構築したリーマン幾何学の方法が用いられたということである。一般相対性理論は、我々の住む宇宙の時空が「曲がっている」ということを指摘したことが重要だというよりは、時空の曲がり具合が物質とエネルギーの量によって決定される計量(これがリーマン幾何学に導入されたものであるが)によって示されるということを導き出したことが重要であった。これにより、「宇宙全体の形」を考えることが可能になったのである。
  - 7) ここでの多様体の定義については、森田(1996)を参考にしている。数学的な内容については、評者自身も完全に理解しているとは思えないが、大まかな雰囲気だけでも伝えられるように努力はした。より深い理解を得たい場合には、参考文献にあたるようにしてもらいたい。
  - 8) 水津が、「高次元ユークリッド空間  $R^N$  に  $M^p$  をうめこんで、 $R^N$  の座標  $x_1, x_2, \dots, x_N$  を適当にとると」(水津, 1982: 207)という部分などは、多様体が「空間図形」であることを示している説明である。
  - 9) ここでの多様体に関する数学的用語の説明については、森田(1996)を参考にした。
  - 10) もちろん、このアトラスは「局所座標系 local chart」の集められた「地図帳 atlas」のことである。ここで、それぞれの局所座標系を「地図」と表現したが、これはアトラスからの比喩表現であるがそれが実際に我々の日常にある地図のような「平面」であることを要求はしない。ここでの事例が2次元の表面を対象としていたので、それに対応するユークリッド空間=平面となっているだけで、もっと高次元の多様体に対しては局所座標系も高次元のものとなる。あくまでも「地図」は対象となる多様体を分割したものであり、多様体と同じ次元で描かれる。そうでなければ、「地図」を集めることで全体を再構成することができないのだから。
  - 11) 2003年に解決されたという「ポアンカレ予想」は、位相幾何学における図形の種類の問題である。ポアンカレ予想は、「単連結な閉3次元多様体は3次元球面と同相である」というものだが(阿原, 2011: 26)、これを一般的に表現すると「 $n$ を3以上の自然数として、ある意味で穴の開いていない閉じた  $n$ 次元多様体は  $n$ 次元球面と同一視できるだろう」という形になる(角, 2008: 38)。20世紀の位相幾何学の進展は、ポアンカレ予想への取り組みと無縁ではない(小島, 2004: 48)。
  - 12) こうした写像の変換による変形として現状として現れ出た姿とその背後にある不変の規則的な姿という図式は、クリスタラーの正六角形モデルの再検討(水津, 1978: 11-13; 水津, 1982: 190-195)、また「メタ地図学」として触れられていることに見出せる(水津, 1982: 195-201)。こうした発想は、水津(1982)で触れられているようにレヴィ=ストロース以降の「構造主義」の影響を受けたものであり(水津, 1982: 55)、水津(1982)での地理学・心理学・言語学の対応に結びつくものである(水津, 1982: 99-104)。「景観をこまかく分解してゆくと、人間生活にとって意味のある最小形態にでくわす。これこそ景観の形態素とよぶべきもので、例えば景観構成要素としての住居にとっては、床・柱・敷居・屋根・庇などのほかに種々の道具や家具、一筆農地にとっては、畝・畦・耕土などが、形態素にあたる。いまそれらを、言語学における記号素(moneme)に対応させてみよう」(水津, 1983: 208)というように、多様体として構想された地域の位相地理学が、言語学に代表されるような「記号の構造」として深層構造が理解されるようになる。ここでは、形態素と記号素、行動空間・景観とパロールとの対応関係をきっかけに、地域の「ラング(langue)」、「地理の文法」(水津, 1983: 211)が追求される対象とされる。
  - 13) 水津は、様々な地域の境界線を「多様体の切り口」として地表への投影を考えているが、多様体からの写像は2次元に限られる訳では無い。こうした多様体からの写像も  $n$ 次元なものだと見る方が自然だ。平面としての切り口ではなく、様々な要素の次元が複雑に絡んだ写像なのだ。2次元への写像は「影」のようなものであり、そこに映し出されている地域の顔も何も見ることはできないだろう。
  - 14) 力学系としての水津の位相地理学のあり方については、ここで扱った背景とは異なる、近年の複雑系の分析といった流れからカオス理論やグラフ理論におけるネットワーク分析に関心を寄せる計量・数理地理学の文脈から注目されているようである。これは、「計量地理学の側で、質的現象の数理的研究の重要性を認識し、他方、位相地理学の側で、トポロジーと地理的現象の対応規則を綿密にし、それに基づいた実証研究に踏み出すとすれば、両者の融合が達成される日はそう遠くない、とも考えられる」(石川, 1993: 58)とした石川の示した方向性の1つで

あると言えるかも知れない。例えば、お茶の水大学の水野勲の大学院演習では、「水津一朗の「位相地理学」を複雑性の議論とからめて考察する」として取り上げられている。

参照：地域分析論演習 [15U0614] [http://tw.ao.ocha.ac.jp/syllabus/index\\_schedule.cfm?jugyo=15U0614](http://tw.ao.ocha.ac.jp/syllabus/index_schedule.cfm?jugyo=15U0614) (最終閲覧日：2016年3月14日)

- 15) また、位相幾何学としてトポロジーと呼ばれることもあるが、実は「位相」という概念自体もトポロジーである。位相という構造を入れた集合である数学における位相空間に関する研究としては、位相幾何学ではなく位相空間論 **general topology** と呼ばれる分野がそれに当たる。非ユークリッド幾何学と言われるものが全て位相幾何学である訳ではない。リーマンが考えた多様体の幾何学は、曲面を対象とする幾何学であるが、先の幾何学のアプローチ法の区分で言えば「微分幾何学」である。
- 16) こうした特徴により、トーラスを平面上に等長地図として展開することができる。しかし、全曲率 $>0$ の球面は平面上に展開することができない図形である。
- 17) 逆に目に見える形の共通点だけに捉われ過ぎるのも、同様に危険かも知れない。水津 (1982) で、ヘーゲルストランドの時間地理学における「プリズム」に触れ、「注目をひくのは、行動の始点と着点を示すプリズムの両端が同一点(住居)をなすことである」(水津, 1982: 160)として、ここからプリズムを球に変形するとその両端が射影平面における対心点とみなせるとして、プリズムも射影平面に変換できると述べている。ここで「ヘーゲルストランドの学派は、プリズムの両端の合致の意味を見逃している」(水津, 1982: 160)としているが、このままでは、地域に人々の行動を生み出す原動力を強調するあまり、そこに存在している「人間」の役割を無視しているようにも思える。各人にとって自宅は「無限遠」に存在する訳でもないし、人は射影平面を知らない内に辿って自宅へと帰っているのではなく、はっきりとした意思を持って自宅に帰っているのだから。ある軌跡の出発点と到着点と同じであることから、直ちにその空間が射影平面であることを帰結することにはならないだろう。
- 18) 水津の『地域の構造』の出版された1982年と前後して、『人文地理』誌上だけでも千田 (1980) や榎谷 (1984) が発表されるように、当時の構造主義的アプローチへの関心が高かったことが伺える。
- 19) それだけではなく、ポテンシャル場とベクトル場との関係を、ドゥルーズのもう1つの重要概念である「微分」と関連付け、ポテンシャル場が(そのポテンシャルの変化量として)微分されることによってベクトル場を規定することができるという相互関係として捉えることも可能であろう。様々な事物の描く軌跡としての力学的ベクトル場は、微分の逆演算としての積分を加えることによって個々のポテンシャル場としての多様体が再現されるという関係を描くこともできるし、個々のポテンシャル場を微分することによって、様々な力が作用する場を捉え、そこでの特異点を把握することもできるのかも知れ

ない。ドゥルーズは、微分法を物理学=力学との関連で捉えており(ドゥルーズ, 1992: 271-272)、特異点の存在と割りふりに関する規定について「微分方程式そのものによって決定されるベクトル場に依存している」(ドゥルーズ, 1992: 272)とも述べている。

- 20) こうした欧米の地理学において注目を集めている「～論的転回」といった流れの存在については、森 (2014) の指摘を参照した。

## 文献

- 阿原一志 2011. ポアンカレ予想解決. 数学セミナー 50-4: 26-31
- 青木和彦・上野健爾・加藤和也・神保道夫・砂田利一・高橋陽一郎・深谷賢治・俣野博・室田一雄編 2005.『岩波 数学入門辞典』. 岩波書店、viii+728頁
- H.ベルクソン, 田島節夫訳 1999.『物質と記憶《新装復刊》』. 白水社、301頁+xii
- H.ベルクソン, 竹内信夫訳 2010.『新訳ベルクソン全集1 意識に直接与えられているものについての試論』. 白水社、229頁+xvii
- G.ドゥルーズ, 財津理訳 1992.『差異と反復』. 河出書房新社、525頁+xxi
- 今里悟之 2002. 日本村落の空間テクスト論の視角と課題. 人文地理54-4: 1-21
- 石川義孝 1993. わが国における計量地理学の回顧と今後の課題. 人文地理45-4: 42-65
- 金田章裕 1996. 水津一朗先生の御逝去を悼んで. 人文地理48-5: 424-426
- 小磯憲史 2011. 微分幾何学. 数学セミナー 50-6: 30-34
- 小島定吉 2004. ポアンカレ予想と20世紀トポロジーの進展. 数学セミナー 43-12: 46-50
- 小島定吉 2014. 幾何学の発想——その変遷. 数理科学609: 5-6
- 榎谷圭司 1984. 空間の「意味」の構造と構造主義的方法. 人文地理36-3: 74-85
- マグローヒル 数学用語辞典編集委員会編 2001.『マグローヒル 数学用語辞典』, 日刊工業新聞社、292頁
- 水野勲 1986. 地理学における「質的」数学の可能性: トポロジー. 中村和郎・岩田修二編『地誌学を考える』所収: 104-121
- D.マッシー, 森正人・伊澤高志訳 2014.『空間のために』. 月曜社、437頁
- 森正人 2014. 訳者解題 ポスト人間中心主義の空間. D. マッシー, 森正人・伊澤高志訳『空間のために』所収: 390-401
- 森村修 2009. 多様体と微分法——田邊元の「多様体の哲学」(2): 「多様体の哲学」の異端的系譜(2). 異文化10: 87-129
- 守永直幹 2000. ベルクソンのシンボル多様体論. 現代思想28-12: 258-277
- 森田茂之 1996.『微分形式の幾何学1 (岩波講座 現代数学の基礎3)』. 岩波書店、xv+170頁
- 森田茂之 2011. 位相幾何学と多様体論. 数学セミナー 50-6:

26-29

- 野澤秀樹 1996. 紙碑 水津一朗先生の逝去を悼む. 地理学評論69-11: 916
- 野澤秀樹 2005. 地理学における空間の思想史. 水内俊雄編『空間の文化地理』所収: 156-178
- 日本数学会編 2007. 『岩波 数学辞典 第4版』、岩波書店、1976頁
- 遠城明雄 1998. 「場所」をめぐる意味と力. 荒山正彦・大城直樹編『空間から場所へ——地理学的想像力の探求』所収: 226-236
- B.リーマン, 菅原正巳訳 2013. 幾何学の基礎をなす仮説について. B.リーマン, 菅原正巳訳『幾何学の基礎をなす仮説について』(ちくま学芸文庫)所収: 15-37
- 佐古彰史 2014. 非可換幾何学の考え方. 数理科学609: 34-39
- 千田稔 1980. 地理的「場」の始原性を求めて——記号論的アプローチ. 人文地理32-1: 47-62
- 塩谷隆 2014. 多様体の解析——リッチ・フローと幾何化予想の解決. 数理科学609: 40-45
- 水津一朗 1977. 地理学と社会学との接点. 地理22-1: 33-47
- 水津一朗 1978a. 地理学と非ユークリッド空間——トポロジー地理学への道. 地理23-1: 42-51
- 水津一朗 1978b. 行動空間とトポロジー——位相地理学試論. 人文地理30-1: 1-16
- 水津一朗 1982. 『地域の構造——行動空間の表層と深層』. 大明堂、v+258頁
- 水津一朗 1983. 文化景観のコード——「間」の地理学. 京都大学文学部地理学教室編『空間・景観・イメージ』所収: 207-249
- 水津一朗 1987. 『景観の深層』. 地人書房、302頁
- 角大輝 2008. 次元. 数学セミナー 47-6: 36-39
- 碓井照子 1995. GIS研究の系譜と位相空間概念. 人文地理47-6: 562-584