

# Aportes para investigar la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería: las aptitudes analíticas de alumnos que cursan Análisis Matemático I.

C. C. María J. Rey Genicio<sup>1</sup>, Clarisa A. Hernández<sup>2</sup>, Elizabeth Garnica<sup>1</sup>, Jaime I. Saravia<sup>1</sup> & José L. Medina<sup>1</sup>

(1) *Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Jujuy.*

*tresm@imagine.com.ar, aeg100@gmail.com, ismaelsaravia05@yahoo.com.ar, medinajoselo@hotmail.com*

(2) *Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales, Universidad Nacional de Jujuy.*

*clarisa@arnet.com.ar*

**RESUMEN:** Desde hace varios años estamos investigando la Enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio, a través de diferentes Proyectos con enfoque constructivista, y con apoyo en la Didáctica de la Matemática de Brusseau y la Ingeniería Didáctica. Actualmente trabajamos también en una mirada sobre la propia práctica en la Universidad, con un Proyecto de Investigación-acción en la Cátedra de Análisis Matemático I. Entendemos que investigar en enseñanza de la matemática implica bucear en aspectos epistemológicos de la disciplina, centrarse en las estrategias didácticas del Profesor y en el Curriculum. Pero ampliar el campo de estudio hacia el alumno investigando las dificultades y capacidades evidenciadas por los estudiantes también puede tornarse un aporte valioso en el momento de investigar lo que sucede con la enseñanza de la disciplina; por ejemplo, analizar las competencias de los alumnos en relación a acciones, operaciones y habilidades requeridas en el proceso de aprendizaje de la Matemática. Por lo tanto en este Proyecto hemos incluido la indagación de las Aptitudes analíticas de los alumnos y para ello implementamos una Prueba estandarizada: el Test WASI (Whimbey Analytical Skills Inventory) o Inventario analítico de las Aptitudes Whimbey. Aportamos aquí las primeras lecturas de los resultados.

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde hace varios años nos encontramos investigando la Enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio, a través de diferentes Proyectos: de diagnóstico, de relevamiento de innovaciones y de propuestas innovadoras sometidas a la práctica para su revisión. Todo esto, enmarcado teóricamente en líneas de la Didáctica de la Matemática francesa y enfoques constructivos del aprendizaje, además del sustento de la Ingeniería Didáctica en el caso de los últimos procesos investigativos.

Actualmente, además de nuestra Investigación en Proyectos pedagógico- didácticos alternativos para la enseñanza de la matemática en el nivel medio, trabajamos también en una mirada sobre la propia práctica en la Universidad, con un Proyecto de Investigación-acción en la Cátedra de Análisis Matemático I.

La Investigación sobre la enseñanza de la matemática debe bucear en los aspectos epistemológicos que hacen a la disciplina y debe estar centrada en las estrategias didácticas, teniendo como

variable al Profesor y al Curriculum. Sin embargo en el trabajo de desentramar este proceso de “enseñar matemática”, cuyas particularidades se articulan con las dificultades evidenciadas en los estudiantes, se hace necesario ampliar el campo de estudio también hacia el alumno. Esto implica recabar datos sobre sus experiencias, revisar opiniones e indagar además sus capacidades.

Por lo expuesto, en este último Proyecto, hemos definido una serie de actividades entre las cuales aparece la indagación de las Aptitudes analíticas de los alumnos; entendemos que analizar las competencias de los alumnos en relación a acciones, operaciones y habilidades requeridas en el proceso de aprendizaje de la Matemática puede tornarse un aporte diferente y valioso en el momento de investigar lo que sucede con la enseñanza de la disciplina. Para ello implementamos una Prueba estandarizada: el Test WASI (Whimbey Analytical Skills Inventory), cuyas características se detallan más adelante- debido a diferentes razones: por un lado, la población se acerca a los 800 alumnos y se vuelve materialmente imposible indagar desde un método clínico- crítico, por

ejemplo, las capacidades de razonamiento puestas en juego por los sujetos; por otra parte, esta misma prueba fue implementada en el año 1999 a más de 1000 alumnos de la misma asignatura, con lo cual se pueden establecer algunas comparaciones, aportando una mirada más a la problemática a investigar, tal como sucediera en aquella oportunidad.

En este trabajo, presentaremos una primera lectura realizada a los resultados obtenidos en la aplicación 2009 y en su comparación con la de 1999.

## 2. LA APTITUDES ANALÍTICAS Y EL APRENDIZAJE

Conviene revisar sucintamente la relación entre las aptitudes analíticas y la Inteligencia, y de ella con la posibilidad de aprender.

En una mirada cuantitativa de la inteligencia, ésta es enriquecida por reforzamientos y/o adquisición de contenidos, sin interesarse en qué es lo que le permite al sujeto pensar inteligentemente; no es éste el tipo de concepción que nos interesa. Las posiciones actuales de la Inteligencia, se encuentran lejos de quedar "entrampadas" en la medición del Coeficiente Intelectual, cuyas pruebas representan sólo algunas de las cuestiones típicas entre las necesarias para el éxito escolar. Así, la Psicología cognitiva ha puesto el acento en los procesos cognitivos subyacentes a las tareas que ofrecen los test, y se ha manifestado por un concepto de inteligencia como una facultad heterogénea formada por un conjunto de habilidades.

Desde el punto de vista psicogenético (Piaget) la inteligencia es un tipo particular de adaptación biológica del ser humano, cuya característica esencial es la de ser capaz de conocer, comprender e inventar, o bien *construir estructuras mediante la estructuración de la realidad*. El sujeto, entonces, construye de forma progresivamente más compleja sus estructuras inteligentes y ello implica que su capacidad de operar se toma cada vez mayor al contar con "herramientas" de pensamiento superiores. Así se evidencia en el nivel de pensamiento lógico formal (nivel que nos interesa desde esta investigación) un sujeto con las siguientes características generales:

- Capacidad de razonamiento en base a hipótesis y proposiciones verbales.
- Posibilidad de comprender y construir teorías explicativas de la realidad, aún de aquello que sobrepasa su campo de acción o experiencia inmediata.
- Capacidad de analizar las combinatorias posibles entre diferentes factores y de disociarlos.

Todo lo enunciado permite un pensamiento flexible, que atiende a distintas perspectivas y que no

se confunde frente a resultados insólitos justamente porque pone atención a *todos los posibles*. Además es un pensamiento de amplia reversibilidad. La inteligencia se manifiesta en el sujeto de este nivel en su posibilidad de resolver problemas mediante el pensamiento hipotético deductivo, y allí se ponen en juego habilidades de análisis. Cabe aclarar, sin embargo, que desde la posición piagetiana se reconoce que la capacidad de pensamiento lógico formal evidencia sustanciales diferencias según el área o dominio de que se trate.

Ahora bien, nos proponemos rescatar alguna idea central compartida por los teóricos de las escuelas cognitivista y constructivista: la importancia de la capacidad de resolución de problemas a través de la puesta en juego del razonamiento o el pensamiento analítico.

Fundamentalmente nos interesa qué es lo que le permite a un alumno posicionarse mejor para el aprendizaje de la matemática, desde el punto de vista del razonamiento como manifestación de la Inteligencia. Por ello nos centramos en lo que son las habilidades evidenciadas en la capacidad de resolver problemas, entendiendo esto como una manifestación esencial del comportamiento inteligente. Los procesos mentales superiores implican la capacidad del sujeto de analizar las situaciones a las que se enfrenta, a fin de encontrar una respuesta adecuada entre todas las posibles. Es decir, que las aptitudes analíticas puestas en juego al resolver problemas están ligadas a las capacidades del razonamiento, que a su vez es pilar de la inteligencia, y ello puede incidir en los aprendizajes posibles.

## 3. CARACTERIZACIÓN DE LA PRUEBA

La prueba WASI es de tipo estructurada y tuvo una duración de 2,00 horas reloj. Consta de 38 puntos; la mayoría de ellos son de respuesta por opción múltiple y en otros el alumno debe subrayar un dato solicitado o escribirlo. En todos los casos la respuesta correcta se valora un punto. Los alumnos participantes de la experiencia fueron informados de los objetivos de la prueba y consignaron sus datos personales en la misma.

Las preguntas que conforman el test o prueba Wasi fueron clasificadas por el autor según el aspecto que analiza cada una. Esta clasificación genera las siguientes clases o categorías: I) Vocabulario II) Razonamiento verbal III) Tendencias y pautas IV) Analogías V) Problemas matemáticos de enunciado verbal.

Los problemas de Vocabulario se basan más bien en el conocimiento de la lengua. Un buen vocabulario es producto de una forma cuidada de pensar en la comunicación verbal y el estudiante que

piensa analíticamente, escucha y lee para completar el entendimiento de las ideas relevantes.

En la categoría Analogías, cada vez que se establece una comparación se está realizando un pensamiento análogo. Esto se demuestra representando cada una de las ideas en la forma básica de la analogía simple. Las analogías incluso nos ayudan a explicar ideas a otras personas, representando modelos explicativos. Ejemplos de ellas son expresiones tales como "de tal palo tal astilla" o el uso de comparaciones entre una "bomba mecánica" y el "funcionamiento" del corazón. Si una persona analiza sistemáticamente una analogía, utiliza las mismas habilidades mentales que son importantes en la comprensión e integración de todas las áreas del conocimiento humano. Cuando el estudiante resuelve un problema o pregunta en la que debe establecer una analogía, tiene la necesidad de explicar una idea completa, formular relaciones precisas, buscar correspondencias entre ideas diversas y comparar relaciones de similitud y diferencias. Es decir que para poder establecerlas se requiere un profundo análisis de los elementos a fin de extraer lo medular en cada uno y descubrir su analogía.

Otra categoría es la de Tendencias y pautas. Es normal encontrar tendencias y pautas en todas las ciencias, al igual que en Matemática. Estas aparecen donde se realizan observaciones regulares o periódicas, y es útil identificarlas porque preparan el terreno para predicciones futuras. Como las pautas son relaciones que se repiten, en las preguntas de esta categoría, se está analizando la capacidad de los alumnos de analizar y establecer relaciones. Estas explican la regularidad en una serie de números o letras, ya sea en la forma de ordenarlas o en relación a un dato que no responde a la tendencia. Detectarlas también requiere suma atención y análisis ya que la pauta no es siempre sencilla.

Las preguntas pertenecientes a la categoría de Razonamiento verbal son problemas presentados a través de enunciados, es decir apoyados exclusivamente en el lenguaje. Las relaciones entre los datos a fin de extraer conclusiones, implican un detallado razonamiento.

En las preguntas de la categoría denominada Problemas matemáticos de enunciado verbal, se describen situaciones que envuelven relaciones numéricas. La situación y relación planteada primero debe ser interpretada y comprendida para luego encarar la búsqueda de la solución mediante cálculos sencillos de aritmética. En ellos no es necesario utilizar fórmulas ni álgebra, solo es necesario que el alumno sea cuidadoso, compruebe y vuelva a mirar y releer para asegurarse que no se deslizó un error.

Las categorías descriptas nos permiten evaluar

ciertas capacidades de razonamiento en particular, características en la descripción del pensamiento lógico formal ya citada. Asimismo, ciertos ítems se vinculan de algún modo con temas o contenidos de Matemática, a saber

- Los problemas de Razonamiento Verbal, Vocabulario y Analogías se relacionan directamente con la capacidad de operar con proposiciones verbales, además las analogías en particular tienen lazos con el tema de Proporciones.
- Los ítems de Tendencias y Pautas son fundamentalmente de resolución a través del pensamiento hipotético deductivo y combinatoria, ya que implica suponer las combinaciones posibles y determinar la correcta. En cuanto a los contenidos disciplinares se vincula con el tema sucesiones, series, encontrar una fórmula para la derivada enésima, etc.
- Los Problemas Matemáticos de enunciado verbal, combinan el razonamiento proposicional con ejercicios sencillos de Matemática.

Si bien en las evaluaciones o trabajos prácticos correspondientes a la asignatura Análisis Matemático I el contenido de las tareas es estrictamente disciplinar, los ejercicios implicarían la puesta en juego de habilidades analíticas semejantes a las evaluadas en el WASI, y por ello la validez de la aplicación del Test. Además, pensamos que podría establecerse una comparación entre los resultados obtenidos en la prueba en el año 1999 y el presente año, intentando encontrar algunas explicaciones en los resultados obtenidos. Desde luego, reconocemos la influencia de factores de diferente orden en el desempeño demostrado por los alumnos en estas evaluaciones: estos abarcan, entre otras muchas, el estado emocional, la tensión frente al examen, la suerte en los ítems de elección múltiple. Más allá de eso entendemos que el aporte ofrecido por este trabajo puede ser interesante de considerar.

#### 4. COMPARACION ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LOS AÑOS 1999 Y 2009

Las condiciones de aplicación de la Prueba este año, fueron iguales a las del año 1999: en el comienzo de año del dictado de la asignatura, dentro del horario de clase, consignando datos personales pero sin valoración para la acreditación, sin aviso previo de la toma y explicando en el momento el objetivo de la misma.

En líneas generales podemos advertir un incremento del rendimiento, como así también en cada una de las diferentes categorías. Esto lleva a pensar que, considerando que es frecuente suponer una base del Nivel anterior del sistema educativo cada vez más empobrecida, algo debería ex-

plicar esta mejora. Entendemos que la implementación, en este grupo de estudiantes, de un Sistema de Ingreso, podría explicar el mejor desempeño actual.

El Sistema de Ingreso incluye un Curso de Nivelación de Matemática (de 5 semanas), y un Trayecto de formación complementaria (1er cuatrimestre) que cursan quienes no aprobaron el primer curso; éste último se replica en el 2do cuatrimestre para los que no aprobaron el anterior.

Además, entre los 537 alumnos de Análisis Matemático I que realizaron el test, hay un número de 302 que han ingresado en el presente Ciclo y han aprobado el Curso de Nivelación; esto podría explicar el mayor rendimiento general ya mencionado. Si bien se trabajan allí contenidos propios del Nivel anterior y no es eso lo evaluado en el WASI, el hecho de estar *pensado matemáticamente*, leyendo consignas y problemas para resolverlos reedita el razonamiento necesario para desenvolverse analíticamente.

En la Tabla 1 se presenta una comparación entre los años 1999 y 2009 con el porcentaje de alumnos que lograron al menos un 60% de respuestas correctas en cada Categoría. Allí vemos que la mejora es muy significativa en algunos casos, y más leve en otros, pero manteniendo siempre la tendencia en alza.

Tabla 1. Porcentaje de alumnos con un 60% de respuestas correctas en cada categoría

	1999	2009
Vocabulario	62	72
Razonamiento verbal	15	51
Tendencias y pautas	24	36
Analogías	17	31
Problemas matemáticos de enunciado verbal	66	74

Podemos apreciar aquí la mejora general para el año 2009. Además, interesa destacar sobre todo, el incremento notable en la categoría Razonamiento Verbal y Analogías.

Por otro lado, llama la atención el bajo resultado en la Categoría *Tendencias y pautas*, ya que tratándose de alumnos de Ingeniería se esperaría un desempeño mejor en este tipo de análisis, fundamental en el pensamiento matemático. Entendemos que la dificultad puede estar en el tipo de formulación de la consigna, diferente a lo usual en ejercicios matemáticos, aunque las capacidades que se ponen en juego sean similares a las requeridas para éstos.

Otro punto destacable, es el porcentaje alcanzado en los *Problemas matemáticos de enunciado verbal*, que si bien aparentemente es alto, por el nivel de los problemas presentados y dada la sencillez de los cálculos matemáticos, el desempeño debería ser superior. Cabe pensar, una vez más, en

dificultades en la lectura de la consigna, y probablemente en cierta distracción, ya que las respuestas dadas reflejan una interpretación inadecuada o bien un desvío en un punto del razonamiento. Como el propio autor del test ha observado, los alumnos no acostumbran a releer las frases y los párrafos para conseguir la comprensión del significado en forma completa, incluso pasan por alto una o más palabras, y nuestra experiencia como docentes nos ha permitido corroborar esta afirmación.

## 5 RESULTADOS EN LAS DISTINTAS CATEGORIAS

### 5.1 Vocabulario

Los resultados obtenidos muestran que las preguntas con mayor dificultad fueron la 19 y 37, como puede verse en la Fig. 1 (29% y 13% contestaron en forma correcta respectivamente).

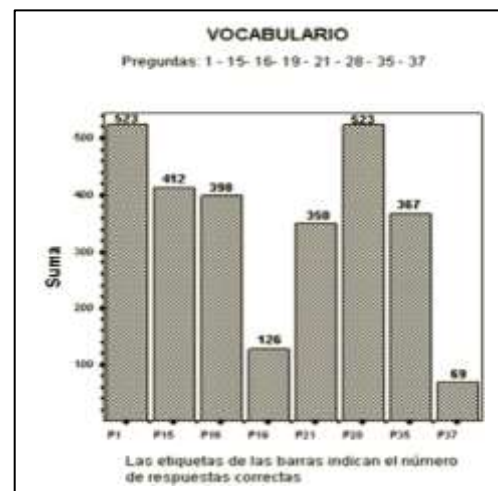


Figura 1. Resultado de las preguntas correspondientes a Vocabulario. En total hay 537 alumnos

En la pregunta N° 19 (Un viaje siempre involucra a) una persona b) un destino c) una distancia d) preparación) es necesario realizar un pequeño razonamiento lógico no matemático y la N° 37 (Elige la respuesta que se iguale más en significado a la siguiente frase: – Hombre, enséñame tu honor, y sabré por ese síntoma mejor que por cualquier otro, que es lo que verdaderamente eres– a) Los trabajos de los buenos estudiantes deberían ser leídos y estudiados b) Se puede juzgar a un hombre por su trabajo c) Se puede juzgar a un hombre por lo que oculta d) Cada persona humana posee su propio y único valor) es fundamentalmente de interpretación de textos, herramienta básica para el desempeño del estudiante. En las otras respuestas los errores se deben prin-



principalmente a que no conocen el significado de la palabra.

Al analizar el rendimiento general, se observa que el 72% de los alumnos contestaron correctamente 5 o más preguntas de las 8 incluidas en esta categoría.

### 5.2 Razonamiento verbal

Las preguntas de menor rendimiento son las 18 y 20, ver Fig. 2. Es indicativo que en estas preguntas, donde es necesario realizar una lectura detenida y puntual de la consigna para comprenderla cabalmente, sean las de mayor dificultad.

La pregunta 18 representó un problema de razonamiento verbal bastante difícil, en ella se solicitaba: “Indica la letra que sigue a la letra de la palabra **recibo** que ocupa la misma posición en la palabra que en el alfabeto”, aquí el 23% responde la letra “c” en lugar de la “i”, o sea que dan directamente la letra y no completan la idea de que es “la letra que sigue a...”

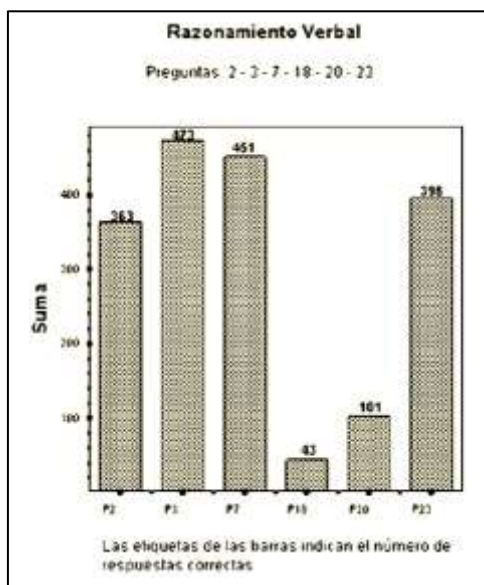


Figura 2. Resultado de las preguntas correspondientes a Razonamiento Verbal. En total hay 537 alumnos

### 5.3 Tendencias y pautas

La pregunta N° 14 (Escribe los dos números que deberían continuar en esta serie: 3, 9, 5, 15, 11, 33, 29) y la N° 25 (Escribe las tres letras que deberían continuar en esta serie ( no considere las letras CH ni LL): B, A, A, C, E, E, D, I, I, E, M, M, F) tuvieron 25% y 21% respectivamente de respuestas correctas y fueron las que presentaron mayor dificultad como se puede ver en la Fig. 3.

Los errores cometidos aparecen por falta de exactitud al hacer las observaciones y al construirlas de forma sistemática.

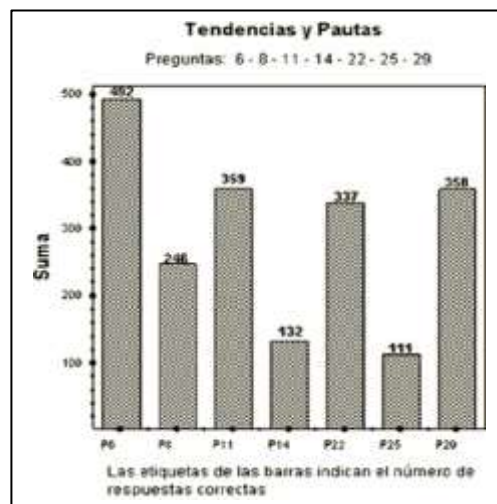


Figura 3. Resultado de las preguntas correspondientes a Tendencias y pautas. En total hay 537 alumnos

En general, solo el 36% de los estudiantes contestaron correctamente 5 o más preguntas sobre las 7 existentes en el test.

### 5.4 Analogía

Es de destacar que en dos de las tres preguntas de menor rendimiento (las N° 26 y 33), para establecer correctamente la analogía se necesita operar con fracciones, lo que muestra una clara dificultad en el manejo de esta operación. Ver Fig. 4.

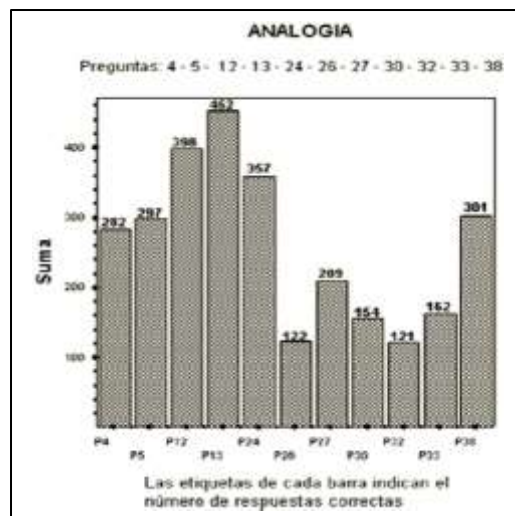


Figura 4. Resultado de las preguntas correspondientes a Analogía. En total hay 537 alumnos

Reafirma esta apreciación el hecho que en la pregunta N° 5, donde se requiere el planteo de una analogía similar, incluso con idéntica consigna, pero que no involucra el concepto de fracciones, es significativamente mejor el rendimiento de los estudiantes.

En la pregunta N° 33, donde se le solicita “cuán-

tos sextos hay en  $12/2$ ” el 40% responde “1”, probablemente razonando “si 6 es la mitad de 12, 1 es la mitad de 2”, o sea que en lugar de leer “sextos” leen “seis”; otro porcentaje importante resuelve directamente la división  $12/2$ , y responden “6”.

En la N° 26, cuando se le solicita “Un tercio es a 9 como 2 es a...” la mayoría responde “6”, leyendo “tres” en lugar de “tercios”, tal vez razonando que  $3/9$  como  $2/6$ , manteniendo la proporción.

En una clasificación más global, solo el 31% de los estudiantes contestaron correctamente 7 o más preguntas sobre las 11 existentes en el test.

### 5.5 Problemas matemáticos de enunciado verbal

La pregunta de mayor dificultad fue la N° 31 (Un tren recorre 50 km. cuando un coche recorre 40 km. ¿Cuánto recorrerá el tren cuando el coche recorre 60 km.?). En ella los estudiantes debían observar la proporcionalidad que se plantea, aunque no es la única forma de hacerlo. Ver Fig. 5.

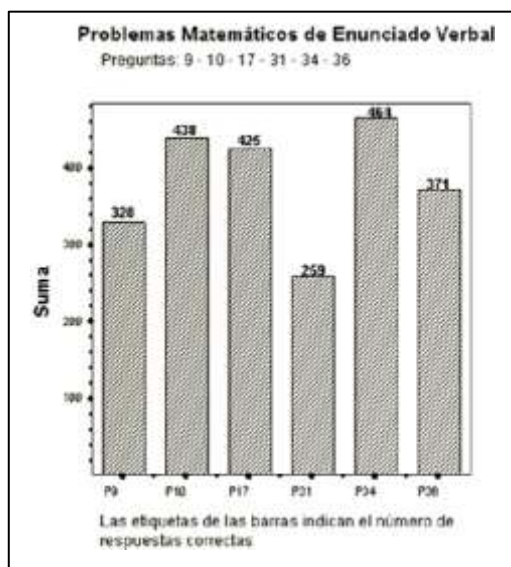


Figura 5. Resultado de las preguntas correspondientes a Problemas matemáticos de enunciado verbal. En total hay 537 alumnos

En general el 74% de los alumnos han podido contestar 4 o más preguntas de las 6 incluidas en esta categoría

## 5 REFLEXIONES FINALES

En general en todas las categorías los resultados obtenidos evidencian un rendimiento de mediano a bajo. Esto indudablemente, por las características de las capacidades puestas en juego en la prueba, influye notoriamente en el aprendizaje de la Matemática.

Es necesario que el docente se esfuerce en favorecer el desarrollo de estrategias de aprendizaje por comprensión, proponiendo a los alumnos más actividades con una lectura detallada y minuciosa de las consignas.

Se debe acostumbrar al alumno a no leer demasiado rápido, pues de esta manera no consigue la comprensión total del texto y además a emplear el tiempo suficiente para releer una sección difícil, clarificando completamente su significado y detectando los elementos o datos relevantes.

Se ha observado una falta de atención en los alumnos, ya que no ejecutan con suficiente cuidado operaciones sencillas como, por ejemplo, contar letras o identificar números repetidos. Si bien una falta de atención puede ser una dificultad personal del alumno, si asociamos ésta con la falta de motivación, y la motivación con la significación del contenido a aprender, se sugeriría al docente que procure buscar situaciones de aprendizaje que resulten más atractivas para el joven. Esto no implica necesariamente que la situación debe estar ligada a su entorno inmediato o resultar de uso práctico, sino que tenga otros elementos que puedan despertar su interés, formando un ambiente de trabajo donde los logros sean satisfactorios o estimulantes por sí mismos para el alumno, independizándose más del requisito formal de aprobación.

## 7 REFERENCIAS

- Carretero M., *Introducción a la Psicología Cognitiva*, Aique, Buenos Aires, 1997.
- Carretero M., *Qué es el constructivismo. En Desarrollo Cognitivo y aprendizaje. Constructivismo y Educación*, (disponible en la web: <http://www.scribd.com/doc/13983152/Que-Es-Constructivismo-Mario-Carretero>), Progreso, México, 1997.
- Castorina y Otros. *Psicología Genética*, Miño y Dávila, 1988.
- Hernández, C., S. Forcinito, M. Rey Genicio & G. Lazarte, *Innovaciones en la enseñanza de la matemática – Volumen I: Fundamentos teóricos para innovar en la Enseñanza de la matemática*, San Salvador de Jujuy, 1999.
- Rey Genicio, M., D. Odstrcil, G. Lazarte & C. Hernández, *Evaluación de las aptitudes analíticas como aporte diferente para mirar la enseñanza de la Matemática*, San Salvador de Jujuy, 1999.
- Whimbey A. & J. Lochhead, *Comprender y resolver problemas*, Visor distribuciones, España, 1993.