

# Habilidades de demostración y justificación como indicadores del proceso de asimilación de contenidos

Liliana Medina<sup>1</sup>, Carlos Herrera<sup>2</sup> & Silvia Aroca<sup>3</sup>

(1) *Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas, Universidad Nacional de Catamarca.*  
lilianajalile@tecno.unca.edu.ar

(2) *Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas, Universidad Nacional de Catamarca.*  
herreraarlos\_62@hotmail.com

(3) *Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Catamarca.*  
saroca@arnet.com.ar

**RESUMEN:** En la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca se encuentra en ejecución el Proyecto de Investigación “Incidencia de un Sistema Didáctico Integrador en la calidad de la asimilación de contenidos de Álgebra y Geometría Analítica” a través del cual se pretende mejorar la calidad de asimilación de contenidos de estas asignaturas. Este sistema está fundamentado en la concepción sistémica del proceso de enseñanza-aprendizaje conocida como modelo del contenido, considerando este como un sistema de conocimientos y habilidades, además del conjunto de relaciones existentes entre ellos. En el trabajo se considera que el conocimiento teórico es proveniente de una transformación de los objetos y refleja las relaciones entre sus propiedades y conexiones interiores. De esta manera durante el estudio de la asignatura los estudiantes deben percibir su composición y estructura lógica, así como, sus conexiones y relaciones estructurales. Se pretende a través de la justificación de procedimientos matemáticos y de la demostración de proposiciones lograr en los alumnos resolver situaciones diferentes a las estudiadas, utilizando los conocimientos teóricos y realizando las tareas necesarias. Esto es lo que en la Teoría de Galperin se denomina Generalización.

## INTRODUCCIÓN

En la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la UNCa se encuentra en ejecución el Proyecto de Investigación “Incidencia de un Sistema Didáctico Integrador en la calidad de asimilación de contenidos de Álgebra y Geometría Analítica”, a través de cuya implementación se pretende mejorar la calidad de asimilación de contenidos de estas asignaturas por parte de los alumnos de Primer Año de las Carreras de Ingeniería.

El proyecto mencionado surge como respuesta a la observación del desempeño de los alumnos en los exámenes finales de las asignaturas referidas, el cual no revelaba una adecuada organización de los contenidos que garantizara posterior transferencia de los mismos para el abordaje de situaciones en los que pudieran tener aplicación.

A partir de esa situación, se diseñó un Sistema Didáctico Integrador sustentado en la concepción sistémica del proceso de enseñanza aprendizaje conocida como Modelo del Contenido, considerado éste como sistema de conocimientos y habilidades (procedimientos), además del conjunto de relaciones existentes entre ellos.

Con la aplicación de tal Sistema se esperaba mejorar en los alumnos la calidad de la asimilación de los contenidos de Álgebra y Geometría.

Se han escogido como indicadores de la calidad de asimilación de los contenidos los siguientes:

**Grado de Conciencia:** Mide no solo si cumple correctamente la acción, sino también si es capaz de justificar, de explicar que hizo y por que lo hizo. Además se pretende evaluar si el alumno:

-Fundamenta rasgos esenciales de la tarea.

-Fundamenta algunos rasgos esenciales de la tarea.

-Fundamenta rasgos no esenciales de la tarea.

-No fundamenta su tarea.

Grado de Generalización: Mide el grado en que el estudiante es capaz de aplicar conceptos aprendidos en diferentes situaciones, esto es, resuelve correctamente situaciones nuevas seleccionando los contenidos adecuados y realizando las tareas necesarias

Se ha considerado que la actividad de enseñanza orientada a mejorar la calidad de asimilación de contenidos bajo tales indicadores debía centrarse en el desarrollo del pensamiento lógico, considerado como un nivel superior en la actividad cognoscitiva del hombre que da posibilidad de razonar de manera consciente cada situación y llegar a conocer la esencia de los objetos y fenómenos a partir de los cuales puede establecer nuevos conocimientos o nuevas relaciones entre los elementos ya conocidos.

## MARCO TEÓRICO

### *El enfoque Histórico Cultural*

En este trabajo consideramos que el conocimiento teórico es proveniente de una transformación de los objetos y refleja las relaciones entre sus propiedades y sus conexiones interiores. En el momento en que el pensamiento reproduce un objeto bajo la forma de conocimiento teórico, supera las representaciones sensoriales; la materialización exige la transformación del conocimiento en una teoría desarrollada a través de una deducción.

El aprendizaje, como proceso de asimilación, debe funcionar en todo momento como el proceso orientado a la constitución de un nuevo conocimiento que no era parte de la experiencia anterior del estudiante antes de ejecutar esta experiencia inmediata en la actividad cognoscitiva.

Por otra parte, la actividad constructiva de los estudiantes tiene su origen en el punto en que este proceso entra en interacción específica con los elementos de la actividad de estudio, es decir, con los conocimientos de los objetos y fenómenos del mundo externo como medios de la cognición.

Durante el estudio de una Asignatura los estudiantes deben percibir su composición y estructura lógica, así como, sus conexiones y relaciones estructurales. La estructuración adecuada del material de estudio permite resolver una serie de tareas pertinentes a los procesos de enseñanza y aprendizaje, como son:

a) Formar en los estudiantes durante la actividad de estudio un pensamiento teórico, es decir, la

habilidad de tratar las teorías y sus elementos esenciales en sus conexiones y relaciones;

b) Ayudar a los estudiantes a asimilar el material de estudio de una manera lo más racional y efectiva posible, es decir, dominar los conceptos y las teorías en forma generalizada, tanto mediante el fundamento que permite desarrollarlas independientemente, como por medio del fundamento que permite concretizarlas;

c) Formar en los estudiantes criterios, habilidades y hábitos para utilizar individualmente los procedimientos cognoscitivos creativos.

La estructuración del Sistema de Actividades según el modelo de la formación del conocimiento teórico se realiza bajo la forma sistémica estructural - funcional, fundamentada en el tipo de Base Orientadora de la Actividad del aprendizaje dirigido a la formación de los conocimientos teóricos y de acuerdo con la teoría de las etapas de formación de acciones mentales de Galperin. En este contexto, el objeto de estudio se presenta como un objeto complejo y tiene como objetivo la revelación del funcionamiento y desarrollo del objeto en sus características internas y externas.

Las propiedades de la acción que conducen al desarrollo del estudiante con vistas a su especialidad técnico-científica, son [Hernandez, 1992, pag 39]:

a) el grado de generalización de la acción que es determinado por la extensión del concepto o el límite de aplicación de la acción a partir de las cualidades esenciales del mismo; eso permite al individuo hacer generalizaciones adecuadas en el análisis de un caso particular.

La generalización esencial se basa en los marcos de referencia de la orientación, es por esto que es necesario trabajar con una base orientadora completa y generalizada que requiere una organización sistémica estructural-funcional del contenido del objeto de estudio y el uso de las situaciones típicas y lógicas.

b) el grado de conciencia, muy relacionado con la forma verbal, según la teoría de las etapas de formación de acciones mentales de Galperin, consiste en la posibilidad que tiene el individuo, no solo de ejecutar correctamente la acción, sino de fundamentar en forma verbal su ejecución correcta, demostrando un grado de reflexión sobre lo que hace, que le permite explicar la lógica de su acción.

Dependiendo de los elementos usados por el individuo para justificar su afirmación, es posible medir cuánto está consciente o no de las propiedades esenciales que le permiten tomar una u otra decisión.

c) el grado de independencia que se refiere a las posibilidades que tiene el individuo de ejecutar una acción correctamente de una manera

independiente o con algún nivel de ayuda. No siempre es posible realizar una nueva acción, desde el principio, de una manera independiente; de esta forma, en su proceso de la formación, es necesario planificar niveles de ayuda (mediación) para garantizar la realización correcta de la acción en el propio proceso de enseñanza y aprendizaje.

### *La enseñanza de la matemática en Carreras de Ingeniería*

En su documento final sobre “Competencias Genéricas de Ingeniería”, el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería CONFEDI, afirma que “el ingeniero no solo debe saber, sino saber hacer. El saber hacer no surge de la mera adquisición de conocimientos, sino que es el resultados de la puesta en funciones de una compleja estructura de conocimientos, habilidades, destrezas, que requiere ser reconocida expresamente en el proceso de aprendizaje para que la propuesta pedagógica incluya las actividades que permitan su desarrollo”. (CONFEDI, 2007).]

En la intención de diseñar un sistema didáctico real y aplicable, se analizaron los objetivos de la formación en Ciencias Básicas y particularmente la formación matemática inicial de los ingenieros, asumiendo que el principal objetivo de un Ciclo General de Conocimientos Básicos (CGCB) no es la libre circulación de alumnos entre carreras, sino que -por el contrario-, se trata de promover la calidad académica mediante la adquisición de conceptos y competencias disciplinarias básicas. El objetivo del CGCB es, en síntesis, la construcción de la base conceptual necesaria para que los alumnos puedan aprender más adelante lo específico de las diferentes especialidades.

La formación en Ciencias Básicas en una carrera de Ingeniería consiste, esencialmente, en un conjunto de acciones estratégicas para el logro de la calidad académica orientada a los siguientes objetivos:

-Favorecer una sólida formación de fundamento, centrada en competencias genéricas básicas, que permitan la apertura a múltiples opciones vocacionales.

-Capacitar a los alumnos en las estructuras centrales de las disciplinas y en un aprendizaje secuencial y jerarquizado de las mismas

-Aportar a la articulación teoría-práctica.

-Articular las fortalezas de los profesores, optimizando esfuerzos y resultados.

Desde el punto de vista de las características particulares del aprendizaje de la Matemática, nos encontramos con que no siempre está esclarecido cuál es el papel de la matemática en la carrera de Ingeniería y cuáles son sus funciones formativas en correspondencia con la formación profesional.

La matemática como ciencia formal ha construido históricamente –y sigue construyendo- su campo de conocimiento con el método deductivo, a partir de axiomas o de hipótesis consideradas como válidas, o demostradas verdaderas en construcciones previas. El objetivo de la enseñanza la disciplina matemática en las carreras técnicas es desarrollar el pensamiento lógico, el pensamiento algorítmico, y el pensamiento heurístico, además del pensamiento de modelación como herramienta para avanzar en desarrollo de las demás ciencias básicas y tecnologías; su correcto aprendizaje provee a los estudiantes una forma de trabajo -un hacer matemática-, que además de la capacidad de abstracción y análisis de estructuras subyacentes, los hará diestros en la elección de las herramientas adecuadas para plantear y resolver problemas.

Dado que la finalidad del Sistema Didáctico Integrador es mejorar la Calidad de Asimilación de contenidos para contribuir al logro de los objetivos generales del CGCB, se han escogido como objetivos específicos los siguientes:

-Lograr grados crecientes de Independencia en la asimilación de conceptos teóricos y la resolución de situaciones prácticas de las asignaturas Álgebra y Geometría Analítica.

-Lograr justificaciones teóricas de proposiciones y procedimientos efectuados durante el proceso de aprendizaje de las asignaturas.

-Aplicar los conceptos aprendidos a la resolución de situaciones, logrando una articulación efectiva de conocimientos de Álgebra y Geometría.

Tomando en cuenta las Competencias Genéricas de Ingeniería enunciadas por CONFEDI, y considerando que el Sistema Didáctico está dirigido a integrar asignaturas del área Matemática de Primer Año de las carreras de Ingeniería, se plantea el siguiente Objetivo General:

-Desarrollar capacidades cuya articulación aporta a la competencia genérica de “Identificar, formular y resolver problemas de Ingeniería”

Desde el punto de vista de los Objetivos reconocidos para los Ciclos Generales de Conocimientos Básicos de carreras de Ingeniería, identificamos como Objetivo Específico:

-Comprender las estructuras básicas de las asignaturas Álgebra y Geometría Analítica, y de los nexos lógicos existentes entre ellas.

Desde el punto de vista del rol de la Matemática en las carreras de Ingeniería, seleccionamos como Objetivo Específico del Sistema Didáctico Integrador:

-Desarrollar la capacidad de abstracción y razonamiento hipotético deductivo.

### *Función de las actividades de demostración y justificación*

Sostenemos que si los alumnos logran entender y dominar la demostración de una proposición o resultado matemático, indudablemente facilitan su comprensión y también el uso de éste como herramienta en el estudio de otras proposiciones. De hecho la demostración sólo es posible dentro de un sistema formalizado de axiomas y reglas de inferencia. Según Bogart (1998), “la demostración de una proposición significa un argumento convincente de que la proposición es verdadera”, por lo que también se sostiene que es el medio a través del cual se producen argumentos para convencer a los expertos de la certeza del conocimiento desarrollado.

Demostrar proposiciones matemáticas constituye una habilidad lógica compleja que implica la elaboración de una sucesión de pasos que llevan a la conclusión deseada. Expresa Bogart que al escribir una demostración, es necesario recurrir a dos procesos diferentes. El primero consistente en imaginar cuáles ideas se necesita reunir y en qué forma para llevar a cabo la demostración (qué se necesita decir); y el segundo proceso consistente en imaginarse cómo escribir estas ideas para que la serie de proposiciones en el papel sea una demostración (cómo decir lo que se necesita decir). Afirmar además que - en general - las demostraciones contienen una mezcla de resultados de ambos procesos.

Sin embargo, no siempre resulta fácil comprender y generar una demostración ya que requiere el uso de ciertas competencias que los alumnos a veces no desarrollan en su paso por el nivel superior.

En consecuencia, en determinados procesos los alumnos pueden utilizar ciertos esquemas de justificación para sostener determinados resultados matemáticos, aunque tal como lo afirma Gómez (1988), justificar no es demostrar ya que en la demostración se habla de enunciados donde la verdad se transmite de premisas a conclusión y en la justificación – que es de orden práctico - se justifica un acto, un comportamiento, una disposición a la acción, una pretensión, una escogencia, una decisión. A través de la justificación es posible lograr una aproximación fundada y entendida a la forma de razonamiento matemático sin grandes exigencias de rigor y formalismo típicos de esta ciencia.

Para Duval (1999), la argumentación y la demostración son dos tipos de razonamiento que poseen estructura, vínculos de organización y funcionamiento cognitivo diferentes, por lo que una argumentación no es una demostración. Compartiendo este criterio de clasificación,

Aguirre Tapia, Codina Sánchez y Lupiáñez Gómez, hacen un análisis de los vínculos de organización y sostienen que para que un razonamiento sea considerado una demostración, éste debe de ser válido (tener vínculos de validez) y tener como objetivo la verdad, mientras que la argumentación es un razonamiento que obedece a vínculos de pertinencia, tiene como objetivo lo creíble y el convencimiento de los demás o de sí mismo, siendo por tanto más cercano a las prácticas discursivas espontáneas. Por otra parte, en la argumentación se considera el valor epistémico ligado a la comprensión espontánea de su contenido semántico, mientras que la demostración, por el contrario, se focaliza casi exclusivamente en el valor epistémico derivado del estatuto teórico fijado previamente.

### DE LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

Entre las estrategias didácticas utilizadas para lograr mejorar la calidad de los procesos de Enseñanza y Aprendizaje podemos citar:

- Las relacionadas con la forma de presentar los contenidos, poniendo énfasis en el plano intuitivo y especialmente en el orden que los contenidos son presentados cronológicamente.

- La enseñanza del Álgebra basada en la intuición o el pensamiento geométrico de acuerdo a la definición de Intuición Matemática aportada por Fischbein y la enseñanza a partir de modelos geométricos (Chartier, 1998, 2000, 2003).

- La necesidad, desde el punto de vista didáctico del Álgebra Lineal, no solo de establecer relaciones de los conceptos de la asignatura con otras ramas de las matemáticas, sino también de señalarle al alumno dicha relación, pues lo que puede parecer trivial para el docente no necesariamente lo es para el alumno.

- El análisis histórico de los conceptos del Álgebra Lineal, poniendo énfasis en la axiomatización del concepto de Espacio Vectorial.

- Distintas formas de representar un objeto del Álgebra Lineal y las dificultades que esto acarrea en los estudiantes. Por ejemplo el lenguaje abstracto, el axiomático y el geométrico.

- La relación entre la Geometría y el Álgebra Lineal, ya que la representación geométrica puede ayudar en el trabajo en el plano o en el espacio.

### CONCLUSIONES

La mejora en la calidad de asimilación de contenidos de Álgebra y Geometría Analítica se evalúa a través de indicadores del grado de conciencia y generalización de una acción.

De esta forma, nos planteamos si el trabajo con demostraciones y justificaciones de contenidos de

Álgebra Lineal, permite afirmar que los alumnos pueden alcanzar cierto grado de generalización de conceptos, es decir, resolver correctamente situaciones diferentes a las estudiadas, seleccionando los contenidos adecuados y realizando las tareas necesarias. En la definición de la Calidad de Asimilación de Contenidos se define esta dimensión descriptiva de la acción como Generalización.

#### REFERENCIAS

Galperin, P. Y. “Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales”, en Antología de Psicología Pedagógica y de las Edades. Ed. Pueblo y Educación, La Habana. 1986.

Hernández Fernández, H., “Folleto Didáctica de la matemática – Artículos para el debate”. Quito. Ecuador. 1993.

Chartier, G. (1998): Using <geometric intuition> to learn linear algebra. Laboratoire de didactiques des mathematiques Université Rennes. Equipe Didactique des Mathematiques. Laboratoire Leibniz Grenoble. Proceedings of CERME I. . Osnabruck. Alemania.

Chartier, G. (2000): Geometrical and Figural Models in Linear Algebra. Equipe Didactique des Mathematiques. Université de Rennes.

Chartier, G (2003): Geometric Thinking in a N-Space. IUFM de Bretagne and Laboratoire de didactique des mathematiques, Université de Rennes. France

CONFEDI: “Competencias Genéricas – Desarrollo de Competencias en la Enseñanza de la Ingeniería Argentina – Primer Acuerdo” – Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de San Juan – 2007

Elena, C., Herrera, C.G., *El desarrollo de habilidades matemáticas en alumnos de primer año de Ingeniería*. Reunión de Educación Matemática. Unión Matemática Argentina. FAMAFA, Córdoba. 2007

Medina, L., Elena, C., Herrera, C.G., “Elementos para la construcción de un Sistema Didáctico Integrador de Contenidos de Álgebra y Geometría Analítica” – Investigaciones en Facultades de Ingeniería del NOA – Universidad Nacional de Tucumán 2007.