

永磁同步电机混沌系统的单输入 反馈全局指数稳定控制

林立雄¹, 黄国辉¹, 彭侠夫^{2*}

(1. 福州大学机械工程及自动化学院, 福建 福州 350116; 2. 厦门大学航空航天学院, 福建 厦门 361102)

摘要: 针对永磁同步电机混沌系统, 结合 Lyapunov 稳定性与比较原理理论, 分别对参数确定和参数不确定的永磁同步电机混沌系统提出一种单输入线性反馈全局指数稳定控制器. 该控制器不仅结构简单, 而且可以通过调整指数收敛速率, 实现永磁同步电机混沌系统的全局指数稳定控制. 分别对参数确定与参数不确定的永磁同步电机混沌系统进行数值模拟, 进一步验证了所提方案的有效性.

关键词: 永磁同步电机; 混沌系统; Lyapunov 理论; 全局指数稳定; 比较原理

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

文章编号: 0438-0479(2019)05-0748-06

自 Kuroe 等^[1]指出在某些参数下电机的转速或转矩将产生间歇振荡的混沌运动以来, 电机中的混沌现象分析和控制就引起了学术界和工业界的广泛兴趣. 永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)是一个多变量、强耦合的非线性系统^[2-3], 具有高功率密度比、高功因数、高效率、高启动转矩以及结构简单等特点^[4], 广泛应用于机器人、航空航天器及伺服控制平台等高性能系统中^[3]. 然而在某些参数及工作条件下, PMSM 会出现分岔、混沌等不稳定行为^[5], 这将影响到 PMSM 控制系统的稳定运行. 因此, 消除 PMSM 中的混沌现象是保证 PMSM 控制系统稳定运行必须解决的问题.

针对 PMSM 混沌系统的控制问题, 国内外学者已取得一定的研究成果, 提出了多种 PMSM 混沌控制方法^[3], 主要有解耦控制^[6]、延迟控制^[7]、自适应控制^[8]、自抗扰控制^[9]和有限时间控制^[10-11]等. Hemati 等^[12]通过人为引进参数建立了第一个 PMSM 混沌模型. 此后 Li 等^[13]通过尺度变换和线性仿射变换建立了无任何人为引进参数的 PMSM 混沌模型, 并对 PMSM 的混沌行为进行了深入详细的理论分析. 李洁等^[6]应用非线性反馈控制解决了 PMSM 部分解耦的

混沌控制. 韦笃取等^[14]应用微分几何方法实现了 PMSM 完全解耦的混沌控制. 唐传胜等^[10]通过引入一种改进的主动有限时间稳定控制器, 实现了参数不确定 PMSM 混沌系统的控制. 陈强等^[3]通过扩张状态观测器和自适应滑模控制器相结合, 保证了系统状态快速稳定收敛至零点. 以上的控制策略都需多个非线性的控制器或者观测器与控制器组合的方式才能实现 PMSM 混沌系统的控制. Wei 等^[15]基于 Lyapunov-like 理论和微积分不等式, 能够保证参数确定的无刷直流电机混沌系统在单输入反馈控制下实现全局指数稳定. Zhou 等^[16]在分析分数阶无刷直流电机混沌特性的基础上, 基于 Gronwall 不等式和米塔格-莱弗勒函数, 设计了单输入反馈控制器实现其稳定控制. 而 Zhou 等^[17]基于 Lyapunov 直接法理论, 通过设计两个反馈增益, 实现了分数阶无刷直流电机不稳定平衡点的控制.

本研究在上述研究的基础上, 基于 Lyapunov 稳定性理论和非线性系统的比较原理, 提出一种结构简单、易实现且具有抗参数扰动能力的单输入线性反馈控制器, 实现参数确定的 PMSM 混沌系统和参数不确定的 PMSM 混沌系统的全局指数稳定控制.

收稿日期: 2018-11-20 录用日期: 2019-03-02

基金项目: 福建省教育厅中青年教育科研项目(JAT170091); 福建省自然科学基金(2019J05024); 福州大学科研启动项目(XRC-17028)

* 通信作者: xfpeng@xmu.edu.cn

引文格式: 林立雄, 黄国辉, 彭侠夫. 永磁同步电机混沌系统的单输入反馈全局指数稳定控制[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2019, 58(5): 748-753.

Citation: LIN L X, HUANG G H, PENG X F. Global exponential stabilization for permanent magnet synchronous motor chaotic system with a single input feedback control[J]. J Xiamen Univ Nat Sci, 2019, 58(5): 748-753. (in Chinese)



1 PMSM 混沌模型

1.1 理论基础

考虑常微分方程的混沌系统:

$$\dot{x} = f(x), \tag{1}$$

其中 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态变量, $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)); \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为非线性向量方程. 不失一般性, 假设 $x_e = 0$ 为系统(1)的一个平衡点.

定义 1^[15] 如果存在正常数 k, β 和控制作用 u , 使得常微分混沌系统(1)满足

$$\|x(t)\| \leq ke^{-\beta t}, \forall t \geq 0, \tag{2}$$

那么称平衡点是全局指数稳定的, 其中 β 为指数收敛速率.

引理 1^[18] 考虑标量微分方程

$$\dot{z} = f(t, z), z(t_0) = z_0, \tag{3}$$

对于所有 $t \geq 0$ 和所有 $z \in J \subset \mathbf{R}$, $f(t, z)$ 对于 t 连续可微, 且对于 z 是局部 Lipschitz 的. 设 $[t_0, T]$ (T 可以是无限的) 是解 $z(t)$ 存在的最大区间, 并且假设对于所有 $t \in [t_0, T]$, 有 $z(t) \in J$. 设 $v(t)$ 是连续函数, 其上右导数 $D^+ v(t)$ 对于所有 $t \in [t_0, T]$, $v(t) \in J$ 满足微分不等式

$$D^+ v(t) \leq f(t, v(t)), v(t_0) = z_0, \tag{4}$$

那么对于所有 $t \in [t_0, T]$, 有 $v(t) \leq z(t)$. 具有如下性质: 若 $v(t)$ 对 t 可微, 则 $D^+ v(t) = \dot{v}(t)$.

1.2 PMSM 混沌模型

经过尺度变换和线性仿射变换后的 PMSM 无量纲数学模型^[5]为:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -i_d + \omega i_q + u_d, \\ \frac{di_q}{dt} = -i_q - \omega i_d + \gamma \omega + u_q, \\ \frac{d\omega}{dt} = \sigma(i_q - \omega) - T_L. \end{cases} \tag{5}$$

其中: i_d, i_q 和 u_d, u_q 分别表示为变换后直轴和交轴定子电流和电压; ω, T_L 为变换后转子角速度和外部扭矩; γ, σ 为常值参数. 本文中仅研究没有外力的情况, 即可以看作 PMSM 空载运行一段时间后突然断电, 外部输入为零, $u_d = u_q = T_L = 0$, 系统在某一参数下呈现出的动态特性. 此时 PMSM 的混沌模型与 Lorenz 混沌系统在一定条件下相同. 取 $\gamma = 14.93$ 和 $\sigma = 5.46$, 初始状态为 $(i_d, i_q, \omega) = (0.01, 0.01, 0.01)$

时的模拟结果如图 1 所示. 从图 1 可以看出, 在某些特殊情况下 DMSM 产生了不规则运动, 严重影响了 PMSM 的正常运行.

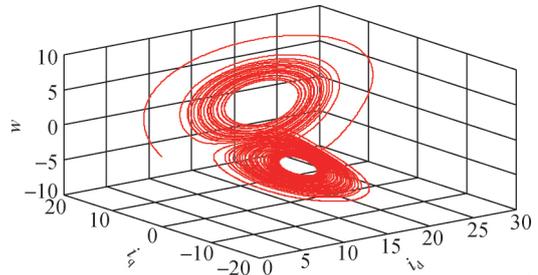


图 1 系统(5)的混沌吸引子

Fig. 1 Strange attractor in system(5)

若 PMSM 模型中的 γ, σ 参数不确定时, 则系统(5)可写成如下形式:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -i_d + \omega i_q, \\ \frac{di_q}{dt} = -i_q - \omega i_d + (\gamma + \Delta\gamma)\omega, \\ \frac{d\omega}{dt} = (\sigma + \Delta\sigma)(i_q - \omega). \end{cases} \tag{6}$$

其中: $\Delta\gamma, \Delta\sigma$ 分别为参数 γ 和 σ 的不确定部分, 且均有界. 这里假设其波动范围均为 30%, 即 $\|\Delta\gamma\| \leq 0.3\gamma$ 和 $\|\Delta\sigma\| \leq 0.3\sigma$, 可通过 MATLAB 中的随机函数 rand() 实现. 从图 2 的模拟结果可以看出, 当 PMSM 的参数在一定范围内随机取值, PMSM 同样会产生不规则运动, 使 PMSM 控制系统变得不稳定.

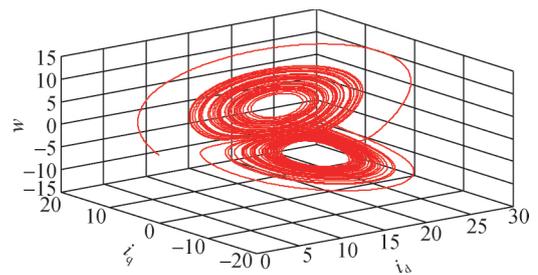


图 2 系统(6)的混沌吸引子

Fig. 2 Strange attractor in system(6)

2 全局指数稳定控制器设计

由系统(5)可知原点为系统的一个平衡点, 为使系统全局指数稳定于原点, 在系统(5)第 2 式中加入控制作用 u , 得到其受控形式表示为:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -i_d + \omega i_q, \\ \frac{di_q}{dt} = -i_q - \omega i_d + \gamma\omega + u, \\ \frac{d\omega}{dt} = \sigma(i_q - \omega). \end{cases} \quad (7)$$

定理 1 如果控制器设计为

$$u = -(\gamma + \sigma)\omega + (1 - \rho)i_q, \quad (8)$$

其中 $\rho > 0$, 那么参数确定 PMSM 混沌系统(7)将全局指数稳定于零平衡点.

证明 取 Lyapunov 函数

$$V = i_d^2 + i_q^2 + \omega^2, \quad (9)$$

指数收敛速率 $\beta := \min(1, \rho, \sigma)$, 则其沿式(9)轨迹的导数可表示为:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= 2i_d \frac{di_d}{dt} + 2i_q \frac{di_q}{dt} + 2\omega \frac{d\omega}{dt} = 2i_d(-i_d + \omega i_q) + \\ &2i_q[-i_q - \omega i_d + \gamma\omega - (\gamma + \sigma)\omega + (1 - \rho)i_q] + \\ &2\omega\sigma(i_q - \omega) = -2i_d^2 - 2\rho i_q^2 - 2\sigma\omega^2 \leq \\ &-2(\min(1, \rho, \sigma))(i_d^2 + i_q^2 + \omega^2) = \\ &-2\beta V, \forall t \geq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

由于不等式(10)可微, 根据比较引理性质可得:

$$D^+ V(x(t)) = \frac{dV(x(t))}{dt}. \quad (11)$$

而不等式(10)的右端为比较引理中所选边界的方程右端, 其方程为

$$\dot{z} = -2\beta z, \quad (12)$$

求解后得边界函数

$$z(t) = V(x(0))e^{-2\beta t}, \quad (13)$$

根据比较引理, 得

$$V(x(t)) \leq z(t) = V(x(0))e^{-2\beta t}. \quad (14)$$

因此

$$\|x(t)\|^2 \leq V(x(t)) \leq V(x(0))e^{-2\beta t}, \quad (15)$$

进一步可得

$$\|x(t)\| \leq \sqrt{V(x(0))}e^{-\beta t}, \forall t \geq 0. \quad (16)$$

根据定义 1, 系统方程(7)在零平衡点为全局指数稳定, 定理得证.

在系统(6)第 2 式中加入控制作用 u , 得到其受控形式:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -i_d + \omega i_q, \\ \frac{di_q}{dt} = -i_q - \omega i_d + (\gamma + \Delta\gamma)\omega + u, \\ \frac{d\omega}{dt} = (\sigma + \Delta\sigma)(i_q - \omega). \end{cases} \quad (17)$$

定理 2 如果控制器设计为:

$$u = -(\gamma + \sigma)\omega + (1 - \rho - 4L_q)i_q, \quad (18)$$

其中 $\rho > 0$, 若 $\frac{1}{4}(\|\Delta\gamma\| + \|\Delta\sigma\|) \leq L_q \leq (\sigma + \Delta\sigma - 1)$, 则参数不确定的 PMSM 混沌系统(17)将全局指数稳定于零平衡点.

证明 取 Lyapunov 函数

$$V = 0.5i_d^2 + 0.5i_q^2 + 0.5\omega^2, \quad (19)$$

指数收敛速率 $\beta := \min(1, \rho)$, 则其沿式(19)轨迹的导数可表示为:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= i_d \frac{di_d}{dt} + i_q \frac{di_q}{dt} + \omega \frac{d\omega}{dt} = i_d(-i_d + \omega i_q) + \\ &i_q[-i_q - \omega i_d + (\gamma + \Delta\gamma)\omega - (\gamma + \sigma)\omega + \\ &(1 - \rho)i_q - 4L_q i_q] + \omega(\sigma + \Delta\sigma)(i_q - \omega) = \\ &-i_d^2 - \rho i_q^2 - \omega^2 - (\sigma + \Delta\sigma - 1)\omega^2 - \\ &4L_q i_q^2 + (\Delta\gamma + \Delta\sigma)\omega i_q. \end{aligned} \quad (20)$$

若要

$$\begin{aligned} (\sigma + \Delta\sigma - 1)\omega^2 + 4L_q i_q^2 - \\ (\Delta\gamma + \Delta\sigma)\omega i_q \geq 0, \end{aligned} \quad (21)$$

只需

$$4(\sigma + \Delta\sigma - 1)4L_q \geq (\Delta\gamma + \Delta\sigma)^2. \quad (22)$$

从式(19)可推得:

$$\begin{aligned} 4(\sigma + \Delta\sigma - 1)4L_q \geq 16L_q^2 \geq \\ 16\left(\frac{1}{4}\right)^2 (\|\Delta\gamma\| + \|\Delta\sigma\|)^2 = \\ (\|\Delta\gamma\| + \|\Delta\sigma\|)^2 \geq (\Delta\gamma + \Delta\sigma)^2. \end{aligned} \quad (23)$$

因此式(20)可以简化为:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} \leq -i_d^2 - \rho i_q^2 - \omega^2 \leq -2(\min(1, \rho)) \\ (0.5i_d^2 + 0.5i_q^2 + 0.5\omega^2) \leq -2\beta V. \end{aligned} \quad (24)$$

同理, 根据比较引理可得

$$V(x(t)) \leq V(x(0))e^{-2\beta t}. \quad (25)$$

因此有

$$\|x(t)\|^2 \leq V(x(t)) \leq V(x(0))e^{-2\beta t}, \quad (26)$$

可得

$$\|x(t)\| \leq \sqrt{V(x(0))}e^{-\beta t}, \forall t \geq 0. \quad (27)$$

根据定义 1, 系统方程(17)的平衡点也为全局指数稳定, 定理得证.

而文献[10]的控制器设计为:

$$\begin{cases} u_1 = -i_q\omega - k_d i_d^a, \\ u_2 = -\gamma\omega - L_q i_q - k_q i_q^a, \\ u_3 = -\sigma i_q - L_\omega\omega - k_\omega\omega^a. \end{cases} \quad (28)$$

文献[11]的控制器设计为:

$$\begin{cases} u_1 = -\sigma i_q - \omega^\lambda, \\ u_2 = -Hi_q - i_q^\lambda, \\ u_3 = -i_d^\lambda. \end{cases} \quad (29)$$

控制器(28)和(29)可以令 PMSM 混沌系统实现有限时间控制,但其所设计的控制器需要用到 3 个控制输入 u_1, u_2, u_3 , 特别地,控制器(28)中还含有 i_q 非线性项. 文献[14]中基于微分几何的控制方法,其控制器的设计只有一个控制输入 u , 即:

$$u = \frac{1}{-\sigma\omega} \{ -[\sigma^3(i_q - \omega) + \sigma^2(2i_d\omega + i_q - i_d i_q + \gamma i_q - 2\gamma\omega) + \sigma(2i_d\omega - i_q\omega^2 + i_q - \gamma\omega)] - 1.0(\omega - \omega^*) - 2.414 \cdot 2[\sigma(i_q - \omega)] - 2.414 \cdot 2[-\sigma i_d\omega - (\sigma + \sigma^2)i_q + (\gamma\sigma + \sigma^2)\omega] \}, \quad (30)$$

其中, ω^* 为目标角速度. 从式(30)中可以看出, u 的形式过于复杂并且 u 中含有非线性项. 而本文中提出的控制器设计中,只需用到两个状态变量,即 i_q 和 ω , 且为线性组合方式,无非线性项,指数收敛率 β 可以根据需要进行调整,与其他控制器如(28)~(30)相比更加简单.

3 数值模拟

数值模拟中采用四阶龙格-库塔(RUNGE-KUTTA)

法,采样时间设置为 0.01 s. 其余参数与 1.2 节中 PMSM 混沌模型的参数完全相同.

3.1 参数确定的 PMSM 混沌系统

本小节主要对加入控制器的参数确定的 PMSM 混沌系统进行数值模拟. 在控制器(8)加入之前, PMSM 的电流 i_d, i_q 和转子角频率 ω 处于不稳定振荡状态,与 1.2 节中的混沌行为相同;控制器的参数 $\rho = 0.5$, 并在 $t = 20$ s 时在系统中加入控制器(8). 模拟结果如图 3(a)~(c)所示: i_d 在经过 6.5 s 后稳定于平衡点,而 i_q 与 ω 经过 2 s 后同样稳定于平衡点.

从指数收敛速率 β 的定义可知,控制器参数 ρ 对指数收敛速率的取值会有影响;同时从第 2 节的证明过程同样可以看出, ρ 会影响到系统(7)的稳定速度. 这里分别取 $\rho = 0.1$ 和 $\rho = 10$, 并在 $t = 2.8$ s 时在系统(7)中加入控制器(8),其模拟结果如图 3(d)~(i)所示. 由图 3(d)~(f)可见, i_d 在 9.4 s 时达到平衡点, i_q 在 5 s 时稳定于平衡点,而 ω 在 4.7 s 时同样达到平衡点;而从图 3(g)~(i)中可以看出 i_d, i_q, ω 达到平衡点的时间分别为 8.3, 3.5, 3.6 s. 以上的分析可得 ρ 的取值会影响到系统全局指数稳定的速度.

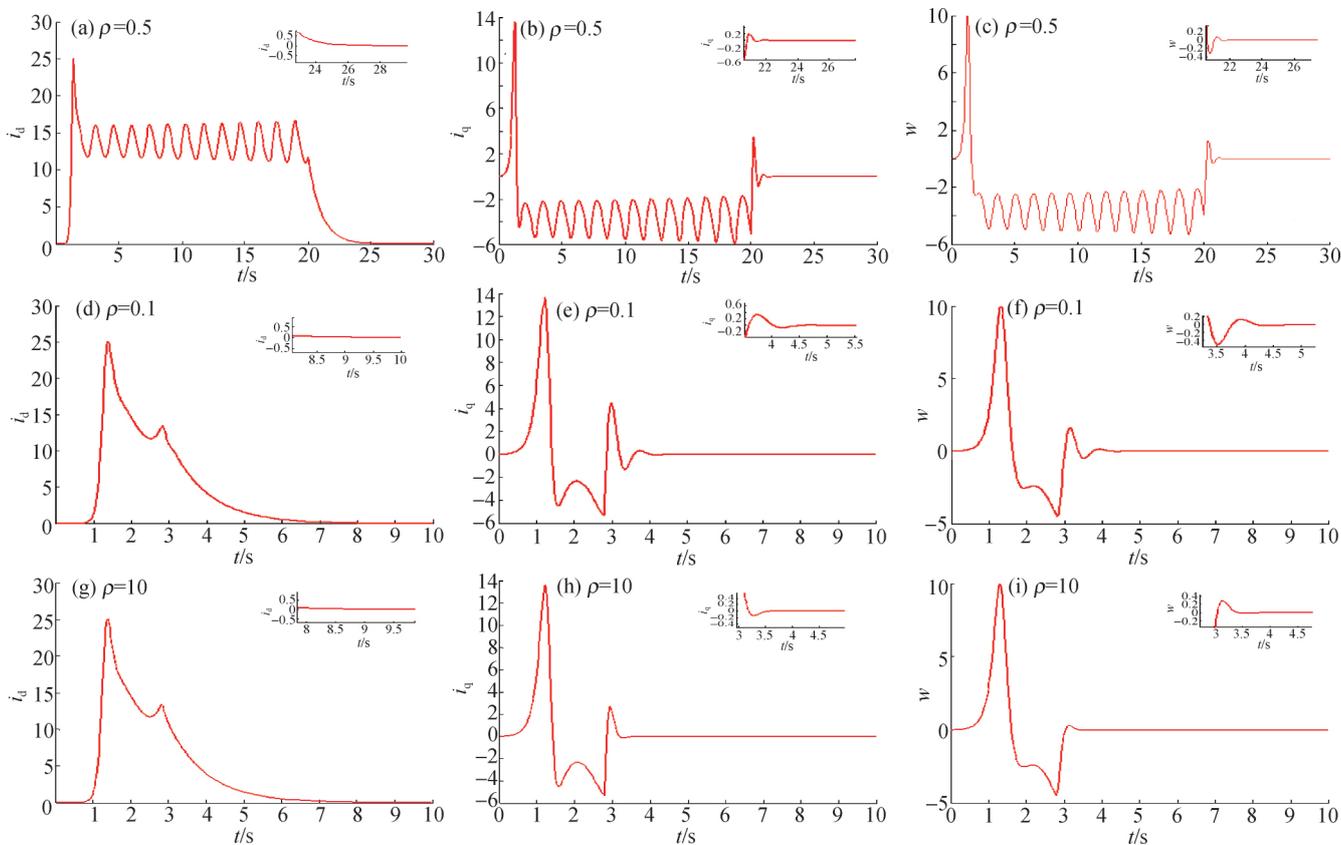


图 3 参数确定时系统的响应曲线

Fig. 3 Control chaotic PMSM with certain parameters

3.2 参数不确定的 PMSM 混沌系统

本节主要对加入控制器的参数不确定的 PMSM 混沌系统进行数值模拟. 在未加入控制器(18)之前, 其混沌行为与 1.2 节中的完全相同; 控制器(18)的参数取 $\rho = 0.5$ 和 $L_q = 1.6$, 并在 $t = 20$ s 时在系统(17)中加入控制器(18), 参数不确定的 PMSM 的混沌行为很快得到抑制, i_d, i_q, ω 分别经过了 7, 0.5, 1 s 稳定于平衡点, 模拟结果如图

4(a)~(c)所示. 而改变参数 ρ 所得到的模拟结果如图 4(d)~(f)和图 4(g)~(i)所示, 这里在 $t = 0.97$ s 时加入控制器(18). 图 4(d)~(f)为 $\rho = 0.1$ 时的模拟结果, i_d, i_q, ω 分别经过了 7.23, 1.23, 1.43 s 达到稳定. 图 4(g)~(j)为 $\rho = 20$ 时的模拟结果, i_d, i_q, ω 分别经过了 6.8, 0.6, 0.8 s 达到稳定. 以上分析再次验证了 ρ 的取值会影响到系统全局指数稳定的速度.

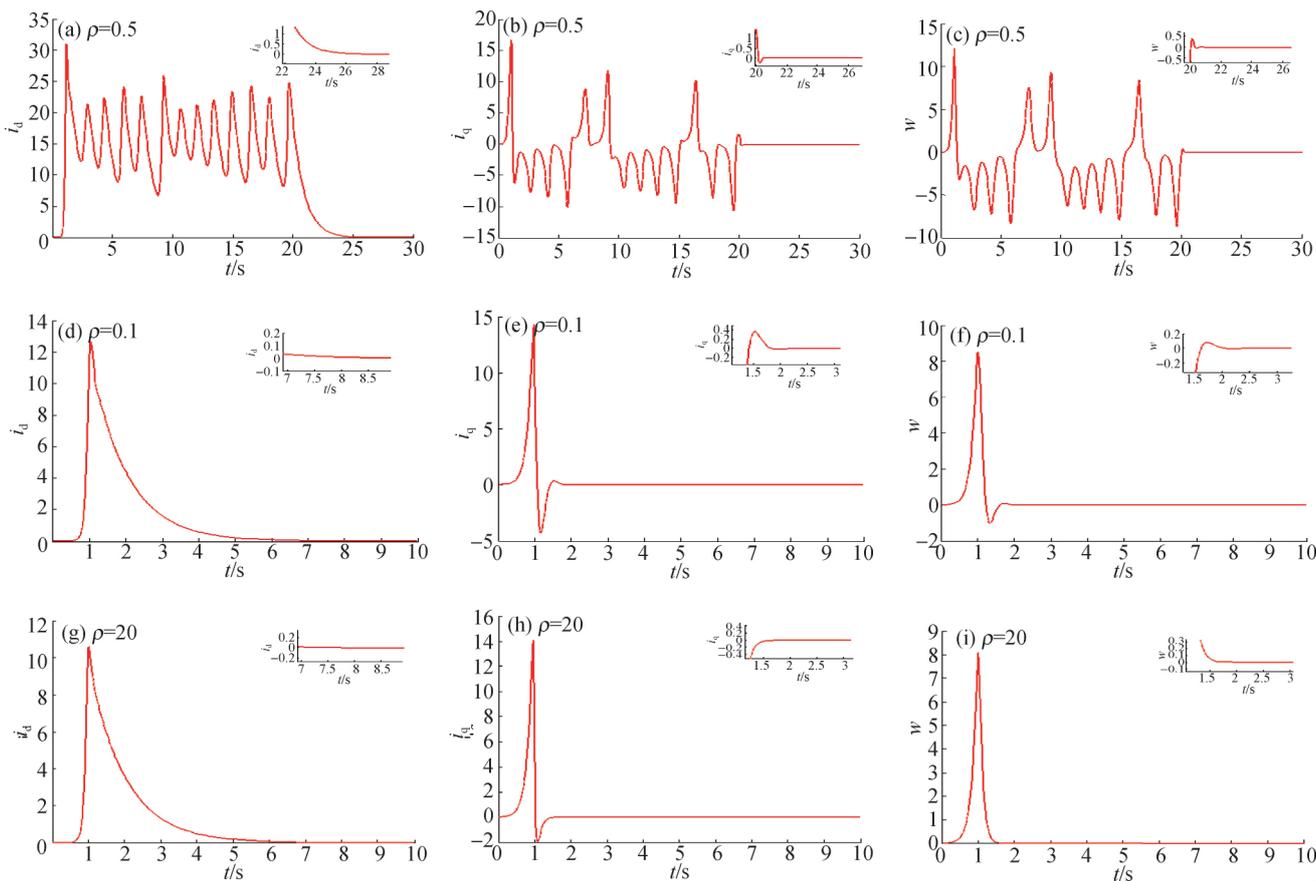


图 4 参数不确定时系统的响应曲线

Fig. 4 Control chaotic PMSM with uncertain parameters

4 结 论

本文中研究了参数确定的 PMSM 混沌系统与参数不确定的 PMSM 混沌系统的控制问题. 通过 Lyapunov 稳定性理论和比较原理相结合, 分别对参数确定的 PMSM 混沌系统与参数不确定的 PMSM 混沌系统设计一种新的控制器, 实现了 PMSM 混沌系统依据指数收敛速率的全局指数稳定, 并且指数收敛速率是可调整的. 控制器采用单输入线性反馈的控制算法, 因此与其他控制算法相比更加简单有效.

参考文献:

[1] KUROE Y, HAYASHI S. Analysis of bifurcation in power electronic induction motor drive systems [C] // Power Electronics Specialists Conference, Milwaukee: IEEE, 1989:923-930.

[2] NA J, CHEN Q, REN X, et al. Adaptive prescribed performance motion control of servo mechanisms with friction compensation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 61(1): 486-494.

[3] 陈强, 南余荣, 邢科新. 基于扩张状态观测器的永磁同步电机混沌系统自适应滑模控制 [J]. 物理学报, 2014, 63

- (22):113-120.
- [4] ZEID S M. An analysis of permanent magnet synchronous motor drive[D]. Newfoundland; University of Newfoundland, 1998:1-8.
- [5] 韦笃取. 永磁同步电动机控制系统混沌行为分析及抑制和镇定[D]. 广州:华南理工大学, 2011:4-6.
- [6] 李洁,任海鹏. 永磁同步电动机中混沌运动的部分解耦控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(4):637-640.
- [7] WEI D Q, ZHANG B, QIU D Y, et al. Effects of current time-delayed feedback on the dynamics of a permanent-magnet synchronous motor [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems II Express Briefs, 2010, 57(6):456-460.
- [8] 王中生,陈金环,廖晓昕. 含时变不确定参数混沌系统的自适应跟踪控制[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2006, 34(12):7-9.
- [9] REN L, LIU F, JIA Y. Active disturbance rejection control for chaotic permanent magnet synchronous generator for wind power system [C] // Control Conference. Hefei: IEEE, 2012:6878-6882.
- [10] 唐传胜,戴跃洪. 参数不确定永磁同步电机混沌系统的有限时间稳定控制[J]. 物理学报, 2013, 62(18):60-65.
- [11] WEI D Q, ZHANG B. Controlling chaos in permanent magnet synchronous motor based on finite-time stability theory[J]. Chinese Physics B, 2009, 18(4):1399-1403.
- [12] HEMATI N, KWATNY H. Bifurcation of equilibria and chaos in permanent-magnet machines [C] // IEEE Conference on Decision and Control. San Antonio: IEEE, 1994:475-479.
- [13] LI Z, JIN B P, JOO Y H, et al. Bifurcations and chaos in a permanent-magnet synchronous motor [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I Fundamental Theory & Applications, 2002, 49(3):383-387.
- [14] 韦笃取, 罗晓曙, 方锦清, 等. 基于微分几何方法的永磁同步电动机的混沌运动的控制[J]. 物理学报, 2006, 55(1):54-59.
- [15] WEI D Q, WAN L, LUO X S, et al. Global exponential stabilization for chaotic brushless DC motors with a single input [J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 77(1/2):209-212.
- [16] ZHOU P, BAI R J, ZHENG J M. Stabilization of a fractional-order chaotic brushless DC motor via a single input [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 82(1/2):1-7.
- [17] ZHOU P, CAI H, YANG C. Stabilization of the unstable equilibrium points of the fractional-order BLDCM chaotic system in the sense of Lyapunov by a single-state variable [J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 84(4):2357-2361.
- [18] HASSAN K K. Nonlinear systems [M]. 3rd ed. New Jersey: Prentice-Hall, 2002:102-104.

Global exponential stabilization for permanent magnet synchronous motor chaotic system with a single input feedback control

LIN Lixiong¹, HUANG Guohui¹, PENG Xiafu^{2*}

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;

2. School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361102, China)

Abstract: This paper investigates a global exponential stabilization problem and a single linear feedback control problem for the chaotic permanent magnet synchronous motor (PMSM) under the condition of certain and uncertain parameters. To avoid the complicated control scheme, we have adopted a method based on Lyapunov-like theorem and Comparison lemma to construct the control law for the global stabilization of PMSM with the exponential convergence rate. Moreover, the exponential convergence rate is estimated correctly for the single linear feedback control problem. Numerical simulations are carried out to verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: permanent magnet synchronous motor; chaotic system; Lyapunov-like theorem; global exponential stabilization; Comparison lemma