

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Vjencislav Barać

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

STABILIZIRANI LASERI U MJERITELJSTVU DULJINE

Mentor:

Dr. sc. Biserka Runje, dipl. ing.

Student:

Vjencislav Barać
0035182604

Zagreb, 2015.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Posebne zahvale dugujem mentorici, Prof. dr. sc. Biserki Runje i dr. sc. Marku Katiću na odabiru završnog rada te na vodstvu i savjetima pruženima tijekom rada.

Posebno bih želio zahvaliti svojoj obitelji na potpori i pomoći tijekom cijelog studija.

Vjencislav Barać



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **VJENCISLAV BARAĆ** Mat. br.: 0035182604

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **STABILIZIRANI LASERI U MJERITELJSTVU DULJINE**

Naslov rada na engleskom jeziku: **STABILIZED LASERS FOR LENGTH MEASUREMENT**

Opis zadatka:

S obzirom na trenutnu definiciju metra, laserski izvor zračenja sa stabilnom valnom duljinom (frekvencijom) predstavljaju jedan od fundamentalnih alata u području mjerenja duljine. U okviru ove teme student će:

1. Opisati vrste laserskih izvora zračenja i objasniti fizikalni princip rada,
2. Dati pregled načina stabilizacije valne duljine,
3. Opisati primjene lasera pri mjerenju duljine,
4. Navesti i objasniti ključne karakteristike lasera za mjeriteljstvo duljine,
5. Prikazati primjere komercijalno dostupnih stabiliziranih lasera,
6. Provesti mjerenje korištenjem Renishaw ML10 laserskog sustava u Nacionalnom laboratoriju za duljinu.

Zadatak zadan:
25. studenog 2014.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Biserka Runje

Rok predaje rada:
1. rok: 26. veljače 2015.
2. rok: 17. rujna 2015.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 2., 3., i 4. ožujka 2015.
2. rok: 21., 22., i 23. rujna 2015.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Zoran Kunica

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS OZNAKA	V
SAŽETAK.....	VI
1. UVOD.....	1
2. FIZIKA LASERA.....	2
2.1. Sustav sa dvije razine	2
2.2. Sustav sa tri razine	8
2.3. Sustav sa četiri razine.....	11
2.4. Koeficijent pojačanja	17
2.5. Širina spektralnih linija	23
3. OPTIKA REZONATORA.....	28
3.1. Mehanika rezonatora.....	28
3.2. Modovi unutar rezonatora.....	31
4. STABILIZIRANI LASERI	34
4.1. Stabilizacija HeNe lasera Zeemanovim efektom	34
4.2. Jedno stabilizirani He-Ne laser	39
5. LASERI U MJERITELJSTVU DULJINE	41
5.1. Karakteristike lasera važne u mjeriteljstvu duljine	41
5.2. Primjene lasera pri mjerenju duljine	43
5.2.1. Značajni interferometri	43
5.2.1.1. Michelsonov interferometar.....	43
5.2.1.2. Mach Zehnderov interferometar	45
5.2.1.3. Zeiss interferometar	46
5.2.1.4. Linearni interferometar (XL-80).....	48
5.2.2. Mjerenje duljine Renishaw ML10 laserom.....	49
5.2.2.1. Službene upute za postupak mjerenja duljina [31][32].....	51
5.2.3. Mjerenje Renishaw ML10 laserom općenito [31][32].....	54
5.2.3.1. Mjerenje brzine	54
5.2.3.2. Mjerenje kuta	54
5.2.3.3. Mjerenje ravnoće	54
5.2.3.4. Mjerenje pravocrtnosti	54
5.2.3.5. Mjerenje odstupanja od pravog kuta u horizontalnoj (vertikalnoj) ravnini ..	55
5.2.3.6. Mjerenje paralelnosti	55
5.3. Komercijalno dostupni stabilizirani laseri	56
5.3.1. Renishaw ML10 & EC10 [33]	56
5.3.2. Renishaw XL-80 & XC-80 [34]	57
6. ZAKLJUČAK.....	58
LITERATURA.....	59
PRILOZI.....	61

POPIS SLIKA

Slika 1.	Apsorpcija fotona	2
Slika 2.	Spontana emisija.....	3
Slika 3.	Stimulirana emisija.....	3
Slika 4.	Spektralna distribucija zračenja crnog tijela [4].....	5
Slika 5.	Zasićenje sustava sa dvije razine	8
Slika 6.	Sustav sa tri razine.....	8
Slika 7.	Prikaz principa svjetlosnog pojačanja	9
Slika 8.	Komponente rubinskog lasera [2]	10
Slika 9.	Dinamika rubinskog lasera	10
Slika 10.	Sustav sa četiri razine	11
Slika 11.	Apsorpcijski spektar YAG lasera [6]	12
Slika 12.	Spektar ksenonse i kriptonske bljeskalice [5]	13
Slika 13.	Dinamika YAG lasera [5].....	14
Slika 14.	Komponente HeNe lasera [5]	15
Slika 15.	Dinamika HeNe lasera [5]	16
Slika 16.	Promjena intenziteta zračenja [5]	17
Slika 17.	Ovisnost pojačanja i snage pumpanja [5].....	20
Slika 18.	Pojačanje i gubitci u HeHg laseru [5].	21
Slika 19.	Laserska cijev ispunjena dušikom [5]	22
Slika 20.	Spektar intenziteta zračenja nekoherentnih izvora svjetlosti [8].....	23
Slika 21.	Spektar intenziteta zračenja atoma neona i helija [9].....	24
Slika 22.	Elektromagnetski spektar zračenja [11]	25
Slika 23.	Slika klastera zvijezda Eagle Nebula, regija Pillars of Creation [12]	26
Slika 24.	Full width at half maximum – FWHM [5]	27
Slika 25.	Ovisnost spektralne širine o temperaturi kod HeNe lasera	27
Slika 26.	Longitudinalni modovi unutar rezonatora [13]	28
Slika 27.	Frekvencije rezonantnih valnih duljina u zamišljenom rezonatoru [5].....	29
Slika 28.	Slobodni spektralni raspon (free spectral range – FSR) [5]	29
Slika 29.	Rezonantne frekvencije aproksimirane Gaussovom krivuljom.....	30
Slika 30.	Konačno stanje u laseru [5]	30
Slika 31.	Filtriranje višemodnog u jednomodni izlaz pomoću etalona [5].....	32
Slika 32.	Dva longitudinalna moda unutar rezonatora [15].....	34
Slika 33.	Frekvencijski pomaci izazvani temperaturnim širenjem rezonatora [15]	35
Slika 34.	Shematski prikaz sustava stabiliziranog HeNe lasera [15]	36
Slika 35.	Hod frekvencija u realnom vremenu [15]	36
Slika 36.	Stabilizacije frekvencije PID regulatorom [15].....	37
Slika 37.	Zeemanov efekt dijeljena spektralnih linija [15].....	38
Slika 38.	Konačno stanje nakon urušavanja modova [15].....	38
Slika 39.	Jodno stabilizirani HeNe laser u LFSB	39
Slika 40.	Shematski prikaz stabilizacije jednog HeNe lasera [16].....	40
Slika 41.	Značajke laserskog snopa [5]	41
Slika 42.	Michelsonov interferometar	43
Slika 43.	Prsteni Michelsonovog interferometra [26]	44
Slika 44.	Mach Zehnderov interferometar.....	45
Slika 45.	Zeiss interferometar [29]	46
Slika 46.	Pruge interferencije na etalonu duljine i površine mjerne podloge [28]	46
Slika 47.	Zeiss interferometar na LFSB-u	47
Slika 48.	Unutrašnjost Zeiss interferometara na LFSB-u	47

Slika 49.	Sustav linearnog interferometra (XL-80)	48
Slika 50.	Postavke lasera za pomičan stol [31]	49
Slika 51.	Postavke lasera za pomičnu glavu [31]	49
Slika 52.	Mjerenje hoda po osi x [31]	50
Slika 53.	Mjerenje hoda po osi y [31]	50
Slika 54.	Mjerenje hoda po osi z [31].....	51
Slika 55.	Laser Renishaw ML10 i kompenzacijska jedinica Renishaw EC10 [33]	56
Slika 56.	Usporedba sustava XL-80 i XC-80 (gore) sa ML10 i EC10 (dolje) [34].....	57

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
E	[J]	energija
h	[m ² kg s ⁻¹]	Planckova konstanta ($6.62606957 \times 10^{-34}$)
ν	[Hz]	frekvencija
\hbar	[m ² kg s ⁻¹]	reducirana Planckova konstanta $\hbar = h/2\pi$
ω	[rad s ⁻¹]	kutna frekvencija
$R_{a \rightarrow b}$	–	stopa apsorpcije
$R_{b \rightarrow a}$	–	stopa emisije
N_x	–	populacija određene energetske razine
A	–	Einsteinov koeficijent za spontanu emisiju
B	–	Einsteinov koeficijent za stimuliranu emisiju/apsorpciju
$u(\nu)$	[J m ⁻³]	gustoća energije fotona (energija po jedinici volumena i jediničnom intervalu frekvencija)
$\rho(\omega)$	[J m ⁻³]	gustoća energije fotona
π	–	Ludolfov broj ($\pi \approx 3,14159\ 26535\ 89793$)
c	[ms ⁻¹]	brzina svjetlosti (299 792 458 u vakuumu)
k_b	[JK ⁻¹]	Boltzmanova konstanta ($1.3806488 \times 10^{-23}$)
T	[K]	termodinamička temperatura
e	–	prirodni logaritam
τ	s	vrijeme trajanja elektrona na određenoj energetskej razini
A	[m ²]	površina
I	[W m ⁻²]	intenzitet, gustoća zračenja [35]
v_s	[m s ⁻¹]	brzina
G	[m ⁻¹]	pojačanje
P	[W]	snaga
z	[m]	udaljenost
R	–	refleksijski koeficijent
γ	[m ⁻¹]	gubitci unutar rezonatora
λ	[m]	valna duljina
M	–	atomska masa molekule (relativan broj, izražava se preko jedinice u koja iznosi ($1,6605 \times 10^{-27}$ kg)
L	[m]	duljina rezonatora
n	–	refrakcijski koeficijent
l_c	[m]	duljina koherencije

SAŽETAK

U ovom radu dan je kratki pogled tehnologije lasera i njihove primjene. Kako bi se se provelo uspješno mjerenje i težilo samoaktualizaciji u mjeriteljstvu potrebno je dobiti cjelokupni uvid u fiziku lasera i tehnike mjerenja duljine. U ovom radu se u najkraćim crticama opisuje fizika lasera u kojoj se naglasak stavlja na fizikalne procese koji su usko povezani sa razumijevanjem metoda mjerenja u mjeriteljstvu. Nakon kratkog osvrtu fiziku lasera, nastoji se povezati fizikalni procesi unutar lasera sa optičkim komponentama koje su sastavni dio svakog lasera. U 4. poglavlju se daje uvid u dvije česte metode stabilizacije HeNe lasera koji je najbitniji laser u području mjeriteljstva. Nakon usvojene teorije o laserima kreće se sa primjenom lasera u mjeriteljstvu duljine. U 5. poglavlju su primjeri i tehnike mjerenja, počevši od fizikalnih modela do modernih metoda koje imaju značajnu primjenu na području strojarstva. Konačno na kraju su navedeni neki od poznatih komercijalnih stabiliziranih lasera koje se često može uočiti na Europskom tržištu.

Ključne riječi: laseri, fizika lasera, stabilizacija lasera, HeNe laser, lasersko mjerenje duljine, laseri u mjeriteljstvu

1. UVOD

LASER je akronim za *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, laseri predstavljaju oscilatore sa frekvencijama od teraherca do petaherca ($10^{12} - 10^{15}$ Hz). Laser općenito je izvor svjetlosti kod kojeg se, za razliku od konvencionalnih izvora svjetlosti, svjetlost generira mehanizmom stimulirane emisije. Stimulirana emisija je fizikalna pojava odgovorna za pojačanje zračenja koju je objasnio Albert Einstein 1917. godine u svom radu u svom radu „On the Quantum Theory of Radiation“ u kojem je pretpostavio razvoj MASERA (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) i postojanje stimulirane emisije koja je bila temelj za početak istraživanja tog područja. Prvi funkcionalni laser je konstruirao Theodore Maiman sa krutom jezgrom rubina u istraživačkom centru Hughes 1960. godine. Od tada se uviđaju mogućnosti lasera koju postaju sve atraktivnije područje istraživanja. Od tada laseri su doprinijeli velika postignuća u području znanosti, inženjerstva i tehnologije. Danas se laseri mogu pronaći u svakodnevnom životu kao što su MP4 reproduktori, laserski miševi, skeneri bar kodova, optički kablovi, u strojarstvu ih se često susreće na području zavarivanja, rezanja, bušenja, mjeriteljstva i mnogo drugih područja. Velika duljina koherentnosti i visok izlazni intenzitet i monokromatičnost čini lasere vrlo zanimljivim uređajima za mjeriteljstvo. Većina lasera radi u vidljivom elektromagnetskom spektru što je poželjno za mjerenje duljine optičkim uređajima visoke preciznosti. Laserska interferometrija je osnovna mjerna tehnika za mjerenje duljine u mjeriteljstvu kao i u tehnološki naprednoj industriji. Preciznost interferometrije doseže nano svijet što ih čini najpreciznijim komercijalnim mjernim uređajima. Određivanje standarda za mjerenje duljine imalo je značajnu ulogu u preciznim eksperimentima i mjerenju duljine. 1983. godine metar je definiran kao $1/299792458$ puta koju svjetlost prođe za jednu sekundu u vakuumu. Također definicija metra može biti realizirana sa frekvencijski stabiliziranim laserom zaključanim na određeni atomski prijelaz. Međunarodni ured za utege i mjere 1992. godine usvojio je jedno stabilizirani helij neonski laser kao preporučeni standard valne duljine. Upravo je ovaj rad fokusiran na osnove fizike lasera, te konačno primjeru stabiliziranih lasera u mjeriteljstvu.

2. FIZIKA LASERA

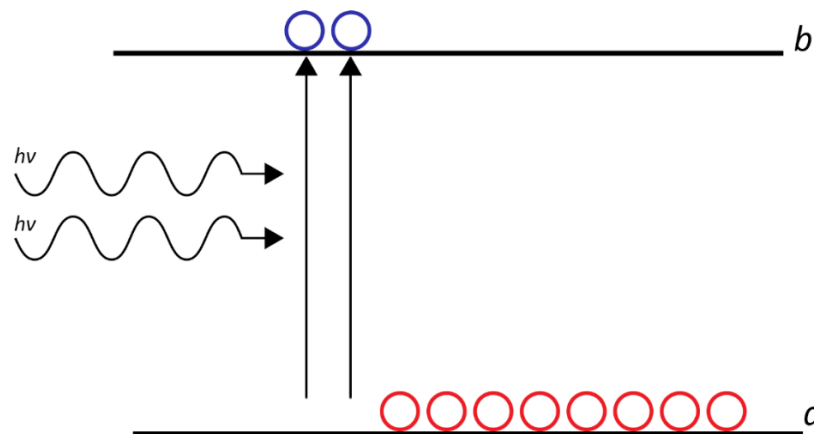
Albert Einstein sa svojim radom o stimuliranoj emisiji dao ideju, a sada je već to činjenica da jedan foton koji nailazi na atom koji se već nalazi u pobuđenom stanju potiče na emisiju istovrsnog fotona. Emisija novog fotona svjetlosti koja je rezultat pada elektrona iz višeg u niži energetski nivo ima isti smjer, frekvenciju, fazu i polarizaciju kao i upadni foton. S obzirom da je foton bozon odnosno čestica za koju ne vrijedi Paulijev princip isključenja fizikalno je moguće da dva fotona zauzimaju isto kvantno stanje istovremeno.

2.1. Sustav sa dvije razine

Ako se uzme energetski sustav sa dvije razine (može se nalaziti unutar atoma, iona ili molekule), neka je prva razina E_a i označava najniže energetsko stanje sustava (eng. ground state), odnosno stanje u kojem elektroni ne mogu prelaziti na niže razine. Neka je druga razina pobuđeno stanje E_b , odnosno viša energetska razina (eng. upper energy level). Tada između tih dvaju razina postoji točno određeni energetski procjep ΔE (eng. energy gap, band gap) iznosa:

$$\Delta E = E_b - E_a = h\nu = \hbar\omega \quad (2.1)$$

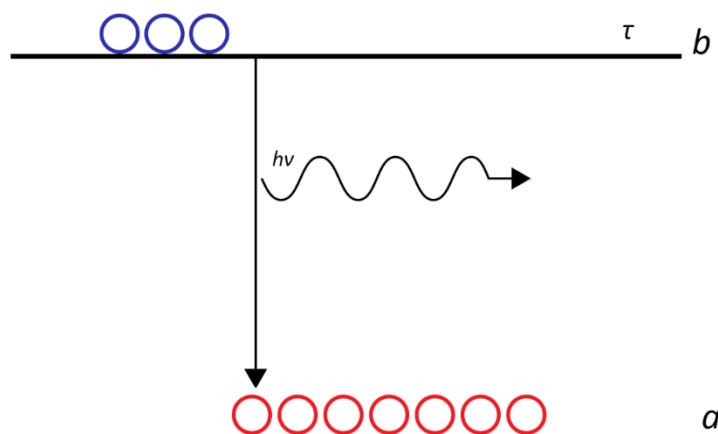
Pri čemu je h Planckova konstanta ($6.62606957 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$) odnosno \hbar je reducirana Planckova konstanta ($\hbar = h/2\pi$), a ν je frekvencija. [1]



Slika 1. Apsorpcija fotona

Neka se jedan elektron nalazi na nižoj energetskoj razini, dolazeći foton energije $\hbar\omega$ koja je po iznosu jednaka energetskom procjepu između razina E_b i E_a će uzбудiti elektron na višu energetsku razinu, kao što je prikazano na slici 1. Takva fizikalna pojava se naziva apsorpcija fotona (eng. absorption). Ako se uzme isti sustav samo sa različitim položajem elektrona kao

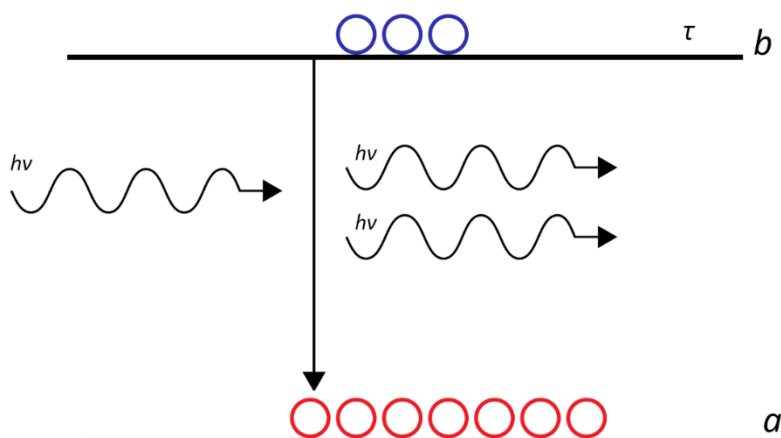
što je prikazano na slici 2, odnosno neka se elektron nalazi na višoj energetskej razini, on će se kroz određeno vrijeme pokušati vratiti na razinu niže energije.



Slika 2. Spontana emisija

Skokom elektrona iz stanja više energije u stanje niže energije biti će emitiran foton iste energije kao i energetskej procjep između razina E_b i E_a . U ovom slučaju će se atom ponašati kao emiter, odnosno dolazi do pojave spontanog emitiranja fotona (eng. spontaneous emission). Spontana emisija je isto vrsta stimulirane emisije, jer spontana emisija je uzrokovana energijom vakuuma (eng. vacuum energy), ali u ovom radu će se zanemariti. Drugim riječima elektronu u stanju više energije nije potrebna nikakva pobuda da skoči u stanje niže energije, postoji određeno vrijeme τ koje definira koliko će elektron u prosjeku biti u stanju više energije, odnosno to je vrijeme trajanja elektrona u višem energetskej stanju.

Navedene dvije fizikalne pojave apsorpcije i emisije su bile poznate u doba prije Einsteina i one nisu dostatne za rad lasera, treća pojava za koju je Einstein postavio hipotezu je stimulirana emisija (eng. stimulated emission), prikazana na slici 3 [2].



Slika 3. Stimulirana emisija

Neka je elektron u pobuđenom stanju, odnosno u višoj energetskej razini iznad koje nema viših razina, drugim riječima ne postoji mogućnost apsorpcije u višu razinu. Pritom će nadolazeći foton energije $h\nu$ ($\hbar\omega$) koja je po iznosu ista kao i energetskej procjep ΔE , izazvati elektron da emitira foton iste faze i frekvencije kao i nadolazeći foton, nakon čega u sustavu postoje dva identična fotona što čini zračenje koherentnim i monokromatskim što su dvije ključne značajke laserskog svijetla. Kao posljedica dvije navedene značajke pojavljuje je i treća značajka koja se odnosi na usmjerenost, odnosno kolimiranost fotona. Nakon što elektron emitira foton gubi energije točno onoliko kolika je energija emitiranog fotona, odnosno koliki je energetskej procjep između dvaju energetskej razina. Nakon što elektron padne u stanje niže energije potrebno ga je nekim fizikalnim postupkom „pumpanja“ uzbuditi u višu energetskej razinu kako bi se proces mogao ponavljati. [2].

Kako bi se ostvario rad lasera vidljivo je da je potrebno konstruirati sustav tako da prevladava stimulirana emisija nad apsorpcijom i spontanom emisijom što je jedan od osnovnih uvjeta rada lasera. Kako bi se ostvario uvjet potrebno je pomno izračunati stope tranzicije (eng. rates of transition). Ako se uzme pojava apsorpcije, postoje definirani izrazi koji mogu opisati njeno ponašanje.

$$R_{a \rightarrow b} = \frac{dN_b}{dt} = B_{a \rightarrow b} N_a u(\nu) = B_{a \rightarrow b} N_a \rho(\omega) \quad (2.1.1)$$

Gdje je $R_{a \rightarrow b}$ stopa apsorpcije, odnosno stopa povećanja populacije u višoj energetskej razini, N_b je populacija više energetske razine, $B_{a \rightarrow b}$ je Einsteinov koeficijent za apsorpciju, N_a je populacija niže energetske razine, a $u(\nu)$ je gustoća energije fotona (energija po jedinici volumena i jediničnom intervalu frekvencija) koja se može označavati sa $\rho(\omega)$. Jednostavnije objašnjeno $\rho(\omega)$ predstavlja broj fotona u nekom prostoru koji imaju frekvenciju ω , te se taj zbroj pomnoži s energijom svakog fotona, te konačno se podjeli s volumenom.

Slično vrijedi za stopu emisije:

$$R_{b \rightarrow a} = -\frac{dN_b}{dt} = A N_b + B_{b \rightarrow a} N_b \rho(\omega) \quad (2.1.2)$$

Gdje je $R_{b \rightarrow a}$ konačna stopa emisije, N_b je populacija više energetske razine, A je Einsteinov koeficijent za spontanu emisiju, $B_{b \rightarrow a}$ je Einsteinov koeficijent za stimuliranu emisiju, a $\rho(\omega)$ je gustoća energije fotona [2].

Vidljivo je da se izraz za konačnu stopu emisije sastoji od spontane i stimulirane emisije, također vidljivo je da spontana emisija ne ovisi o gustoći energije fotona nego ovisi samo o

broju elektrona na višoj energetskej razni. U stanju dinamičke ravnoteže potrebno je da navedene stope budu jednake, pa slijedi:

$$B_{a \rightarrow b} N_a \rho(\omega) = A N_b + B_{b \rightarrow a} N_b \rho(\omega)$$

Nakon rješavanja slijedi:

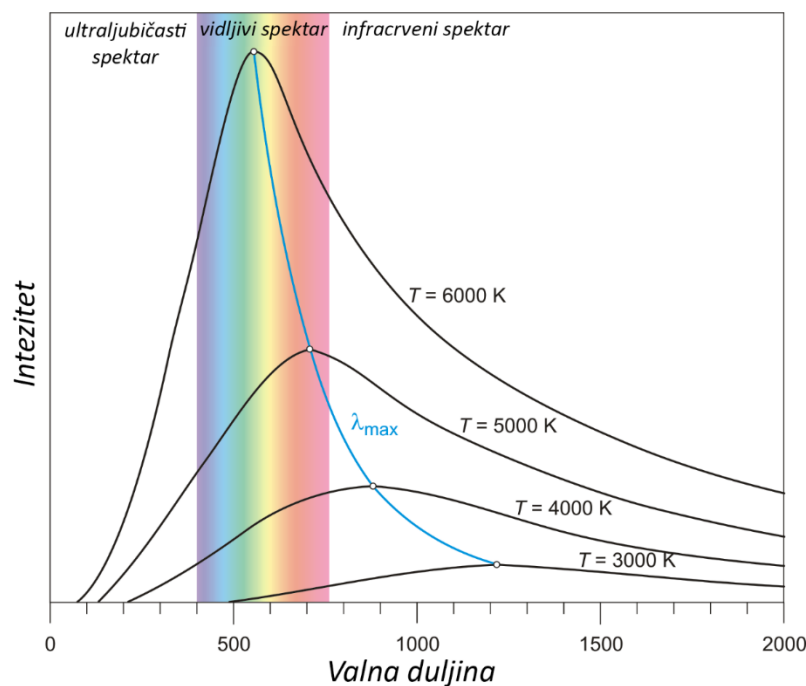
$$\rho(\omega) = \frac{A}{B_{a \rightarrow b} \left(\frac{N_a}{N_b} \right) - B_{b \rightarrow a}} \quad (2.1.3)$$

prema Planckovim radovima izraz za gustoću energije fotona glasi:

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{k_b T}\right) - 1} =$$

$$u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h \nu}{k_b T}\right) - 1} \quad (2.1.4)$$

Pri čemu je, c je brzina svjetlosti = 299 792 458 [ms⁻¹] u vakuumu, k_b je Boltzmanova konstanta = $1.3806488 \times 10^{-23}$ [JK⁻¹] i T je termodinamička temperatura [K]. Izraz daje matematičku ovisnost gustoće zračenja o temperaturi na pojedinoj valnoj duljini, a grafička ovisnost temperature o valnoj duljini/frekvenciji je prikazana na slici 4 [2].



Slika 4. Spektralna distribucija zračenja crnog tijela [4]

Što znači da ako uzmemo lasersku šupljinu, odnosno rezonator (eng. cavity) i zagrijavamo njezine membrane na temperaturu (T) zidovi će odašiljati neko zračenje, fotoni koji se nalaze unutar šupljine će imati definiranu distribuciju frekvencija (ω) odnosno valnih duljina. [2]

Planckov izraz ga gustoću energije fotona i Einsteinov izraz za spontanu emisiju i apsorpciju fotona moraju odgovarati, odnosno predstavljati istu stvar, matematički to je moguće samo ako su koeficijenti:

$$B_{b \rightarrow a} = B_{a \rightarrow b} = B \quad (2.1.5)$$

Odnosno ako su koeficijenti apsorpcije i stimulirane emisije jednaki, drugim riječima proces apsorpcije i emisije se događaju u jednakim omjerima, što je slučaj samo u stanju ravnoteže. Ako se uzme sustav sa 2 energetske razine Boltzmanov izraz za populaciju više i niže energetske razine će glasiti:

$$N_a = \exp\left(\frac{-E_a}{k_B T}\right) \quad (2.1.6)$$

$$N_b = \exp\left(\frac{-E_b}{k_B T}\right) \quad (2.1.7)$$

Ako se uzme da energija E_a i E_b predstavljaju razliku energetskog procijepa tada se ta dva izraza uz uvjet (2.1.5) uvrste u Einsteinovu (2.1.3) i Planckovu jednadžbu (2.1.4) koje predstavljaju istu stvar te moraju biti jednake, dobiva se:

$$\begin{aligned} \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_b T}\right) - 1} &= \frac{A}{B \left(\frac{N_a}{N_b}\right) - B} \\ \frac{A}{B} &= \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \\ A &= \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

Što pokazuje da koeficijent spontane emisije (A) proporcionalan kubu frekvencija množeno sa koeficijentom apsorpcije/stimulirane emisije što znači da će spontana emisija biti češća na višim frekvencijama, odnosno manjim valnim duljinama. To je jedan od razloga zašto su laseri koji rade u području visokih frekvencija (npr. uv-laseri, x-laseri) teže izvedivi od lasera nižih frekvencija (npr. infracrveni laseri, MASER-i) [1] [3].

Kako bi se našli omjeri za rad za rad lasera, može se pisati:

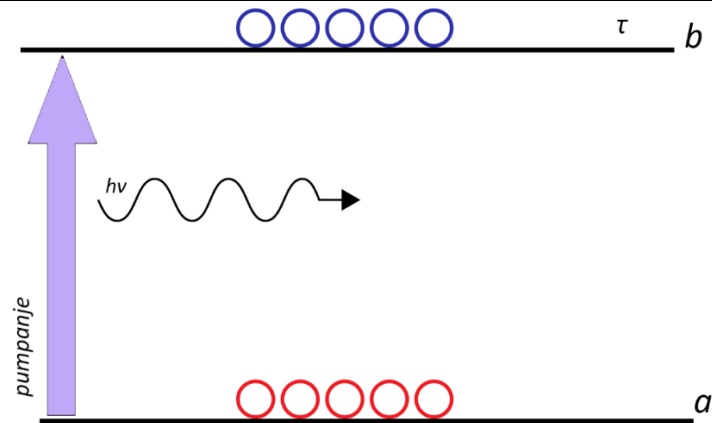
$$\begin{aligned} \frac{R_{b \rightarrow a} \text{ (emisija)}}{R_{a \rightarrow b} \text{ (apsorpcija)}} &= \frac{A N_b + B N_b \rho(\omega)}{B N_a \rho(\omega)} \\ &= \left[1 + \frac{A}{B \rho(\omega)} \right] \left(\frac{N_b}{N_a} \right) \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

Za rad lasera potrebno je postići da član $\frac{A}{B \rho(\omega)}$ teži u 0 a to se postiže povećanjem koeficijenta apsorpcije ili stimulirane emisije u odnosu na spontan emisiju. U tom slučaju omjeri apsorpcije i emisije će biti približno jednaki $\frac{N_b}{N_a}$ za koje u stanju ravnoteže vrijedi izraz:

$$\frac{N_b}{N_a} = \exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \quad (2.1.10)$$

U tom slučaju vidljivo je da bi se dobio zadovoljavajući omjer emisije nad apsorpcijom potrebno je da viša energetska razina bude više popunjena od niže energetske razine, što očito nije ravnotežno stanje, odnosno za tu pojavu se uvodi naziv inverzne populacije (eng. population inversion) i ona je nužna za rad lasera. Ukoliko viša energetska razina nije popunjena više od niže energetske razine (ukoliko nije postignuta inverzija populacije), u prvim trenucima velik broj emitiranih fotona će biti apsorbiran što onemogućuje rad lasera. Na praktičnom primjeru se može utvrditi da ako se uzme funkcionalan helij-neonski laser (u nastavku HeNe laser, eng. helium–neon laser, HeNe laser) sa četiri razine te se njegov izlaz usmjeri na drugi HeNe laser u kojem atomi nisu u pobuđenom stanju intenzitet zračenja, (eng. intensity) laserskog snopa će drastično pasti jer će dio dolazećih fotona u nepobuđenom laseru biti apsorbirani, odnosno u tom trenutku prvi HeNe laser će služiti kao pumpa za podizanje elektrona u drugom laseru u viši energetski nivo. [5]

Na slici 5. je prikazan energetski sustav sa dvije razine koji imaju jednaku populaciju na energetskoj razini E_a i E_b koja je postignuta nekim fizikalnim postupkom podizanja elektrona u višu energetsku razinu (pumpanje). Nadolazeći foton će imati jednaku vjerojatnost da bude apsorbiran ili da uzrokuje stimuliranu emisiju, odnosno u sustavu sa dvije energetske razine nije moguće postići inverznu populaciju, maksimalna populacija energetske razine E_b je u slučaju kada je jednaka populaciji razine E_a .

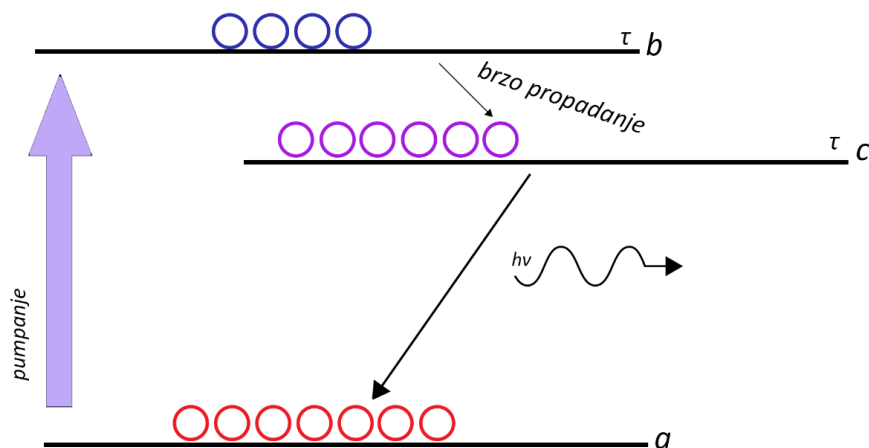


Slika 5. Zasićenje sustava sa dvije razine

U takvom stanju sustav postaje transparentan za svjetlost, odnosno svjetlost unutar šupljine ponaša se kao da atoma nema (vakuum) i takva pojava naziva se zasićenje (eng. saturation). Kako bi se postigao funkcionalan laser potrebno je imati sustav sa bar tri energetske razine. [2]

2.2. Sustav sa tri razine

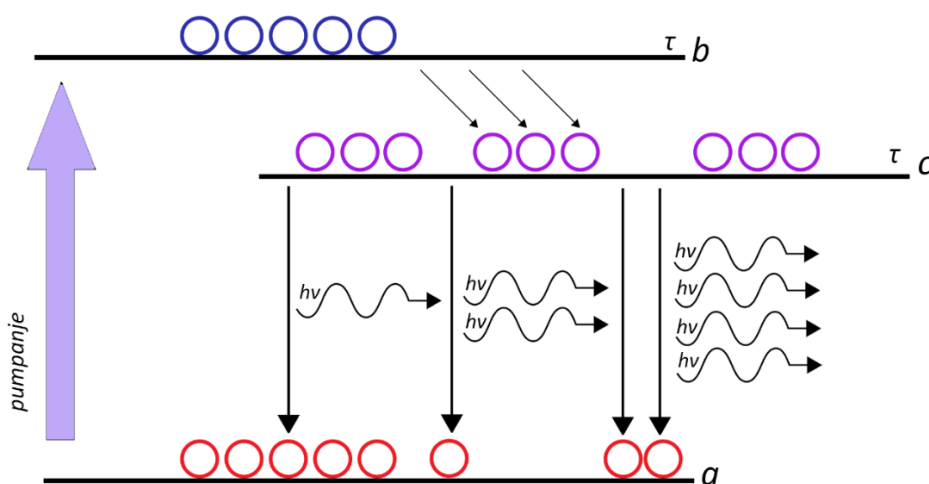
Ako se uzme sustav sa tri energetske razine, kakvog je imao Rubinski laser (eng. ruby laser) što je prvi konstruirani laser (1960. godine) u stanju ravnoteže on će imati energetske razine popunjene po zakonu $N_a > N_c > N_b$ [2].



Slika 6. Sustav sa tri razine

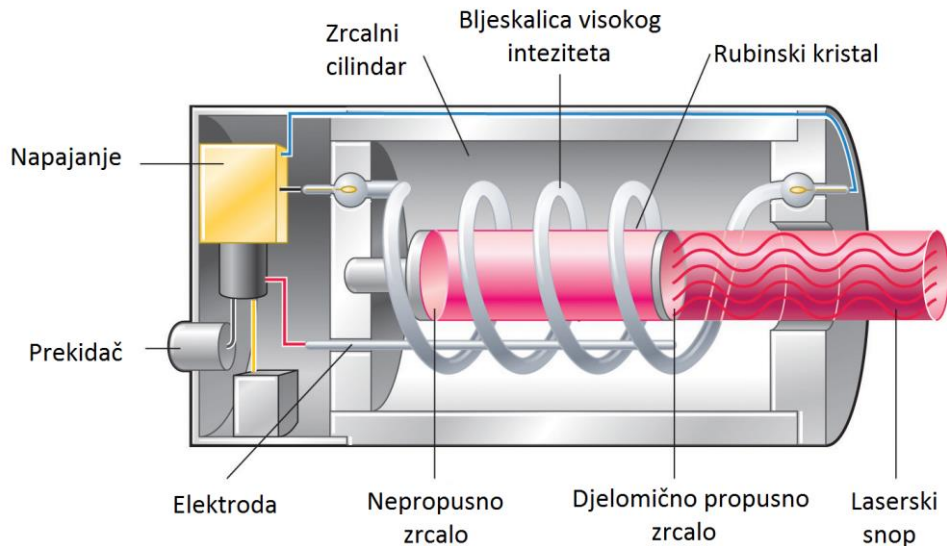
Ako se nekim fizikalnim mehanizmom uzbude elektroni na najvišu energetske razine (pumpanje) N_b i dalje će ostati omjer $N_a > N_b$, odnosno N_b nikad neće biti veći od N_a zbog prethodno navedenog razloga u sustavu sa dvije energetske razine. Elektroni na razini E_b imaju vrijeme trajanja τ (obično reda veličine mikro ili nanosekunde), koje definira koeficijent spontane emisije $A = 1/\tau$. Nakon popunjavanja energetske razine E_b , elektroni brzo prelaze

u nižu energetska razinu E_c , odnosno metastabilno stanje (nazvano po svom relativno dugom vijeku trajanja koje stanje čini skoro stabilnim) gdje se zadržavaju duže zbog dužeg vijeka trajanja τ (reda veličine milisekunde). Zbog razlike u brzinama popunjavanja energetskih razina između razine E_c i E_a stvara se inverzija populacije. Nakon kratkog vremena na razini E_c dolazi do prve spontane emisije koja zbog velikog broja elektrona u metastabilnom stanju izaziva eksponencijalni rast stimulirane emisije fotona energije jednake razlici energetskog procjepa između razina E_c i E_a . Takva lančana reakcija stimulirane emisije fotona prikazana je na slici 7, a naziva se svjetlosno pojačanje (eng. light amplification). Svjetlosno pojačanje je fizikalni princip koji postoji, ali se rijetko spominje pod tim nazivom, obično se podrazumijeva pod pojačanje medija što će biti razmatrano u poglavlju 2.4 [2].



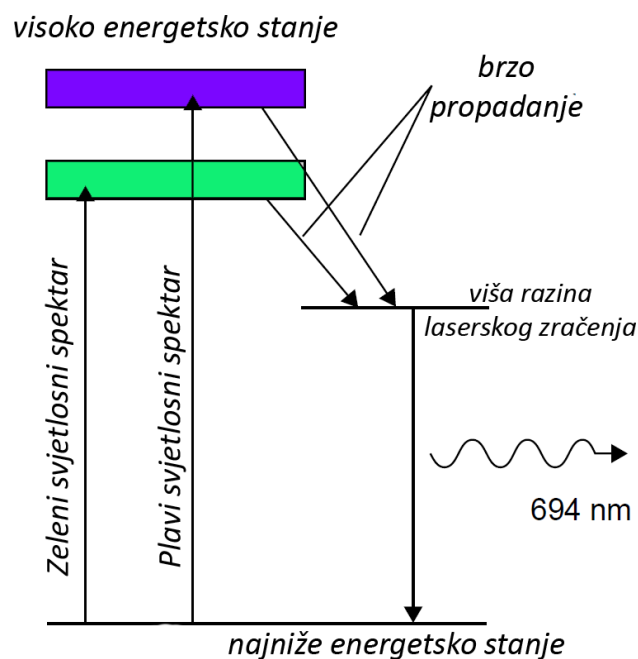
Slika 7. Prikaz principa svjetlosnog pojačanja

Na sličnom principu funkcionira i rubinski laser. Na slici 8. se vidi da je na jednoj strani rubinskog lasera je približno totalno reflektivno zrcalno, na drugoj je djelomično propusno zrcalno (kako bi se dobio izlazni laserski snop), oko kristala rubina nalazi se ksenonska bljeskalica visokog intenziteta. Rubinski kristal je aluminijev oksid dopiran atomima kroma u obliku trostruko nabijenog kationa. Ti atomi kroma su aktivni medij u rubinskom laseru. Fizikalni mehanizam koji pobuđuje elektrone iz najniže energetske razine (eng. ground state) koja je u ovom slučaju i niža razina laserskog zračenja (eng. lower laser level- LLL) u relativno najviše energetska stanje (eng. pump level) je ksenonska bljeskalica koja u ovom slučaju služi kao optička pumpa (eng. optical pump). Ksenonska bljeskalica je izabrana iz razloga što najveću gustoću zračenja isijava na frekvencijama na kojima rubinski kristal ima najveću apsorpciju (zeleni i plavi spektar). [2]



Slika 8. Komponente rubinskog lasera [2]

Dinamika rubinskog lasera prikazana je na slici 9. Nakon uključivanja visokonaponske bljeskalice ioni prelaze u najviše energetske stanje koje ima relativno kratko vrijeme trajanja ($1\mu\text{s}$) što uzrokuje brzi pad iona u višu razinu laserskog zračenja (eng. upper laser level- ULL) u kojoj je vrijeme trajanja duže (3ms). Relativno dugo vrijeme trajanja više razine omogućuje da dođe do inverzije populacije te povećava vjerojatnost stimulirane emisije. Emitirani fotoni reflektiraju se od zrcala kroz medij unutar rezonatora pri čemu dolazi do pojačanja intenziteta zračenja snopa da bi konačno izašli iz rezonatora u obliku laserskog snopa. [5]

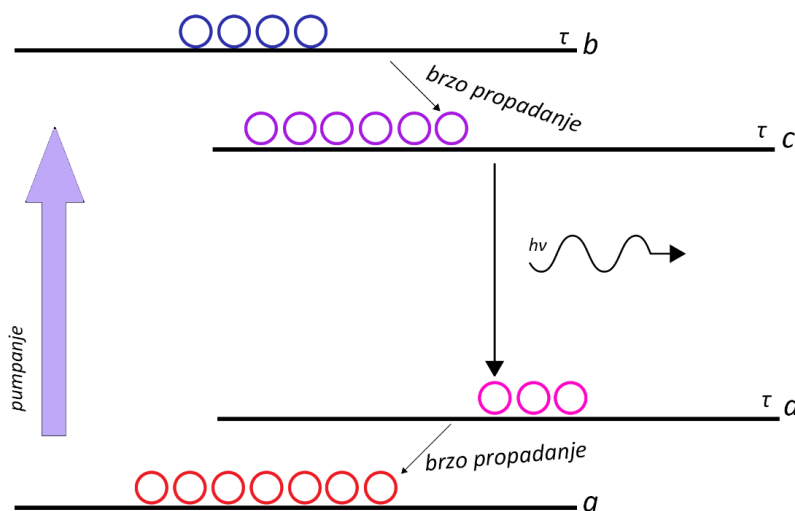


Slika 9. Dinamika rubinskog lasera

Nakon jednog optičkog pumpanja dolazi do male odgode isijavanja snopa svjetlosti zbog tromosti sustava, konačno nakon početka isijavanja na izlazu se dobiva laserski snop valne duljine 694 nm (crvena boja), za stalni rad lasera potrebno je uzastopno uključivati/isključivati bljeskalicu, odnosno laser funkcioniра u pulsirajućem načinu rada zbog zahtjeva za velikom količinom energije. Na primjeru rubinskog lasera spomenuta je samo jedna vrsta pumpanja elektrona u više energetske razine, no postoji više metoda kao što su lasersko pumpanje, električno pumpanje, pobuda sudarom itd. Vidljivo je da bi se ostvario rad lasera potrebno je imati sustav sa bar tri energetske razine, no postoje sustavi sa više energetske razine koji su ekonomičniji. [5]

2.3. Sustav sa četiri razine

Na slici 10. je prikazan sustav sa četiri energetske razine u kojem mehanizmom pumpanja elektroni prelaze iz E_a u E_b energetske razine, zatim se brzo spuštaju na energetske razine E_c na kojoj se stvara inverzija populacije u odnosu na energetske razine E_d . Između razina E_c i E_d . se ostvaruje inverzija populacije, nakon čega kreće emitiranje fotona koju započinje spontana emisija koja potiče stimuliranu emisiju ostalih fotona. Nakon pada elektrona u razine E_d oni se brzo spuštaju na početnu razine E_a . [2]

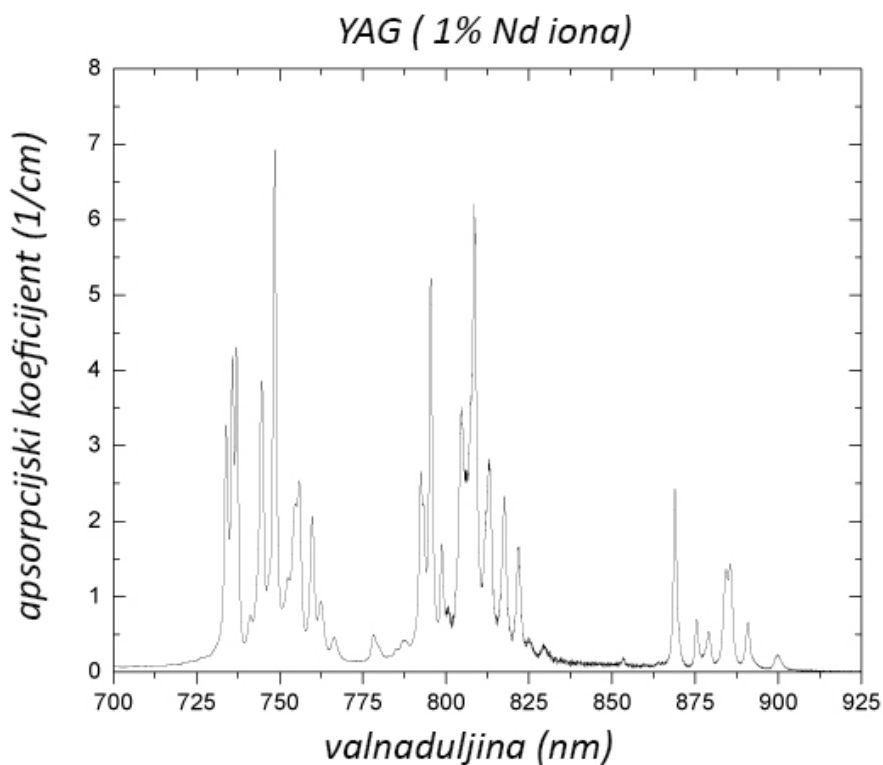


Slika 10. Sustav sa četiri razine

Bitno je spomenuti da u sustavu sa četiri razine se puno lakše ostvaruje inverzija populacije jer ako se promatra stanje nakon kratkog vremena neizbježno je da bude postignuta inverzija populacije između E_c i E_d jer to je prirodan put pada elektrona u niže energetske razine. Moguća je situacija da elektroni preskaču iz E_c u E_d ali se to događa u puno manjem broju u odnosu

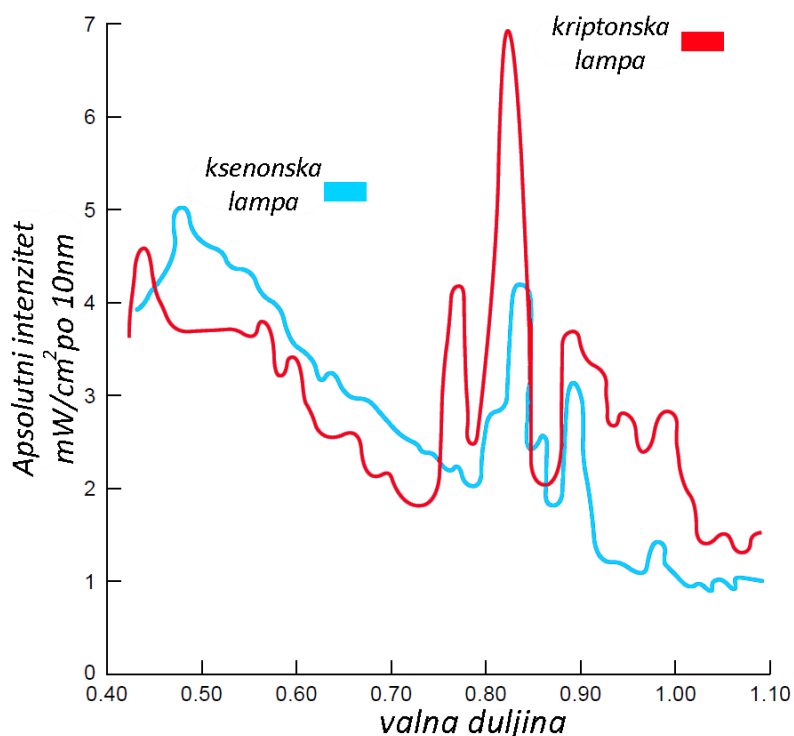
na pad iz E_c u E_d . U slučaju pada elektrona iz E_c u E_a elektroni emitiraju fotone veće energije odnosno veće frekvencije i manje valne duljine zbog veće razlike energetskeg procjepa između tih razina u odnosu na E_c u E_d . Kao takav sustav za četiri razine zahtjeva manje energije za rad od sustava sa tri razine, te se obično koristi u kontinuiranom načinu rada. [2]

Jedan od poznatijih lasera sa četiri energetske razine koji ima diskretna niska energetska stanja je Nd:YAG (u nastavku samo YAG, eng. neodymium-doped yttrium aluminium garnet) laser koji također za aktivni medij ima krutu jezgru kao rubinski laser. Kruta jezgra se sastoji od štapića itrij-aluminijevog granata (YAG), dopiranog atomima neodimija. Aktivni medij lasera su trostruko ionizirani ioni neodimija. Sustav YAG lasera je karakteriziran bliskom skupinom visokih energetskeg stanja sa kojih ioni brzo padaju u višu energetskeg razine laserskog zračenja. Veći broj visokih energetskeg stanja omogućava sustavu da apsorbira energiju na više različitih frekvencija, odnosno inverzija populacije se lakše ostvaruje zbog većeg apsorpcijskog spektra. Za razliku od rubinskog lasera koji koristi ksenonsku bljeskalicu, YAG laser obično koristi kriptonu bljeskalicu kao optičku pumpu. Na slici 11 je prikazan apsorpcijski spektar YAG lasera iz koje je vidljivo da je apsorpcija najviše izražena u području od 750 i 800nm, odnosno crveni i infracrveni spektar, što znači da je poželjno imati optičku pumpu koja u tom spektru ima najveći intenzitet zračenja. [5]



Slika 11. Apsorpcijski spektar YAG lasera [6]

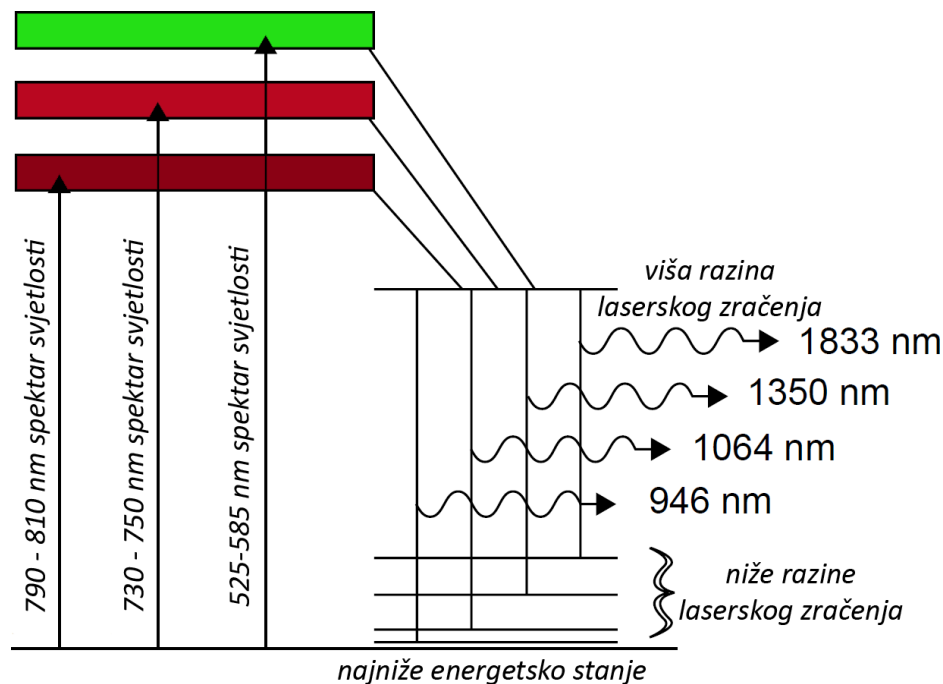
Na slici 12 prikazan je spektar zračenja kriptonske i ksenonske bljeskalice, vidljivo je da ksenonska bljeskalica pokazuje veliku gustoću energije odnosno visok intenzitet u plavo-zelenom spektru u kojem YAG laser ima slabu apsorpciju, dok kriptonska bljeskalica pokazuje visok intenzitet u crvenom-infracrvenom spektru gdje je apsorpcija YAG lasera izražena [7]. Logičan izbor za optičku pumpu je kriptonska bljeskalica u slučaju YAG lasera, moguće je korištenje ksenonske bljeskalice, ali efikasnost sustava neće biti kao kod kriptonske. Isto vrijedi i za prethodno spomenuti rubinski laser kojem je potreban spektar u plavo-zelenom području zbog čega je tamo opravdan izbor ksenonske bljeskalice.



Slika 12. Spektar ksenonse i kriptonske bljeskalice [5]

Jedna od bitnih značajka YAG lasera je da sva visoka energetska stanja imaju vrijeme trajanja reda veličine 100ns te brzo padaju u višu energetska razinu laserskog zračenja koja ima relativno dugi vijek trajanja od 1,2ms što omogućuje brzo postizanje inverzne populacije. Nakon emitiranja fotona različitih valnih duljina kao što prikazuje slika 13. ioni padaju na najniže energetska stanja za oko 30ns. YAG laser ima više mogućih emitiranih valnih duljina od kojih je najintenzivnija ona na 1064nm, dok je najslabija ona na 946nm zbog bliskosti sa najnižim energetska stanjem. Razlog tome je što YAG laser za svaku energetska razinu ima skupinu bliskih razina, tako recimo emitiranje fotona na 946nm pada u energetska razinu koja je 0,1eV iznad najniže energetske razine, dok je emitiranje fotona na 1064nm spušta ion u

energetsku razinu koja je na 1,2eV iznad najnižeg energetskog stanja, obje navedene energetske razine spadaju u skupinu bliskih nižih razina laserskog zračenja, ali razine koje su izuzetno blizu najnižem energetskom stanju imaju dovoljno energije da u toj razini ostanu [5].



Slika 13. Dinamika YAG lasera [5]

Takav slučaj se može opisati Boltzmanovom raspodjelom koja opisuje razdiobu čestica (atoma, molekula) po energijama u ovisnosti o temperaturi sustava, odnosno pokazuje koliki je broj čestica u sustavu koji je u toplinskoj ravnoteži, koje imaju određeni iznos energije. Ako se uzme praktički primjer da je jezgra YAG lasera dopirana sa $1,01 \times 10^{20}$ iona neodimija na temperaturi od 300K (što je malo više od sobne temperature), tada će populacija niže razine laserskog zračenja fotona valne duljine 946nm biti:

$$\begin{aligned}
 N &= N_0 \exp\left(\frac{-E}{kT}\right) \\
 &= 1,01 \times 10^{20} \exp\left[\frac{-1,602 \times 10^{-19} (0,1)}{1,38 \times 10^{-23} (300)}\right] \\
 &= 2,1076 \times 10^{18}
 \end{aligned}$$

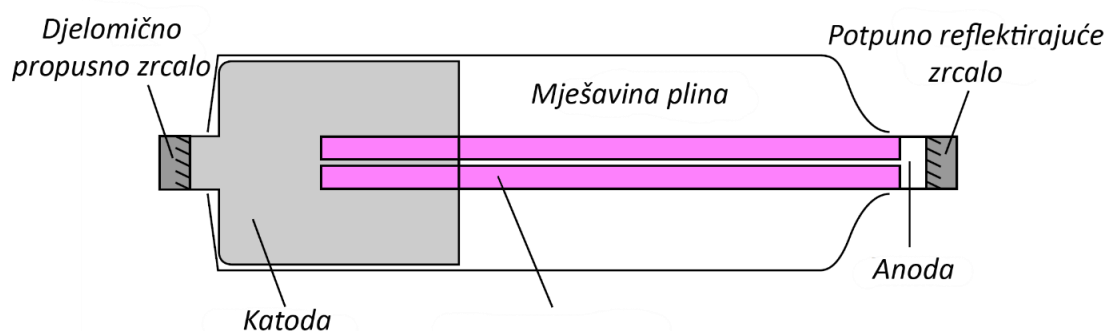
Pri čemu je N_0 broj dopiranih iona, E je energija energetskog levela u džulima [J] pri čemu je $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ [J eV}^{-1}]$ [5].

Konačno iz računa je vidljivo da je razina od 0,1eV gusto naseljena te je teško postići inverziju populacije, istim računom se može doći i do populacija niže razine laserskog zračenja fotona valne duljine 1064nm, pa će naseljenost te energetske razine biti:

$$\begin{aligned}
 N &= N_0 \exp\left(\frac{-E}{kT}\right) \\
 &= 1,01 \times 10^{20} \exp\left[\frac{-1,602 \times 10^{-19} (1,2)}{1,38 \times 10^{-23} (300)}\right] \\
 &= 0,0143688
 \end{aligned}$$

Iz računa se može slobodno zaključiti temperatura sustava ne ovisi o popunjenosti energetske razine na 1,2eV. Odnosno pri toj temperaturi mala je vjerojatnost da će biti naseljena i sa jednim ionom. Kako bi se ostvarila inverzija populacije za emitiranje fotona valne duljine 964nm potrebno je uložiti relativno veliku količinu energije čak i tada bi bilo teško postići inverziju populacije, također tada bi se mogla ugroziti efikasnost sustava. Kao bolje rješenje smatra se hlađenje lasera tekućim dušikom na temperature ispod 100K, tada je populacija energetske razine na 0,1eV drastično smanjena [5].

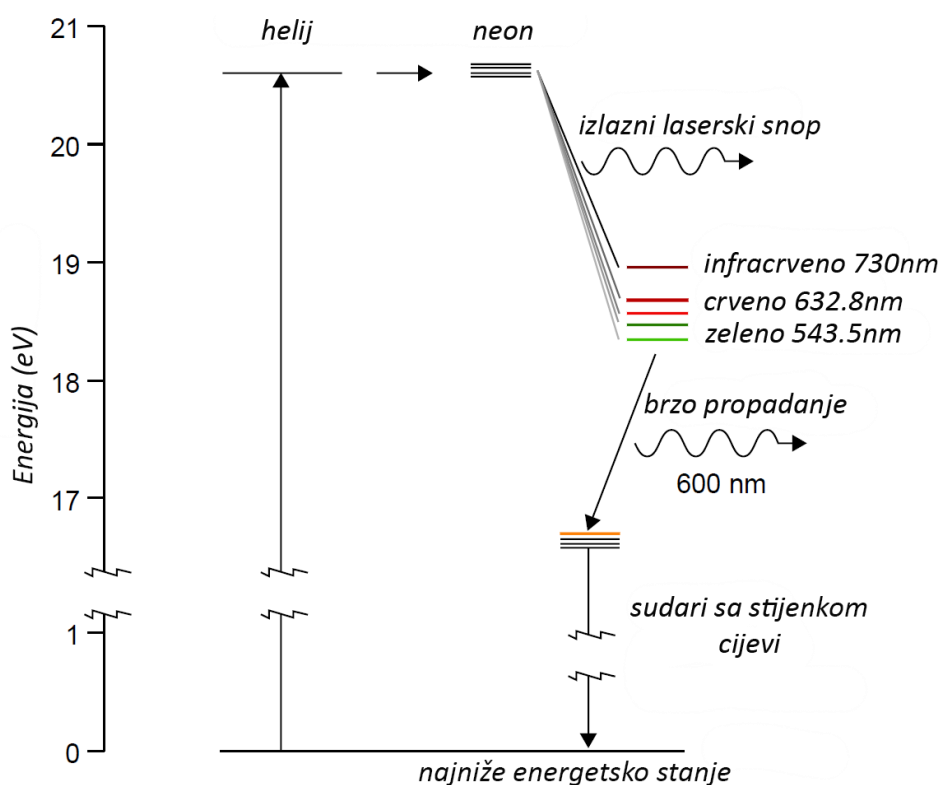
Također poznati laser koji se klasificira u lasere sa četiri energetske razine je helij-neonski laser (He-Ne). Konstruiran je 1960. godine (nakon rubinskog lasera). Donedavno je imao široku primjenu od holografije do skeniranja bar kodova sve dok ih nisu zamijenili poluvodički laseri. Pojednostavljena konstrukcija lasera sastoji se od staklene cijevi ispunjene helijem i neonom (prikazano na slici 14.) u omjeru 10:1 (omjer obično varira do 5:1 do 10:1), tlak unutar boce je otprilike 0.001-0.003bara što omogućuje održavanje električnog izboja.[3].



Slika 14. Komponente HeNe lasera [5]

Oko cijevi ispunjene helijem i neonom nalazi se rezervoar sa plinskom mješavinom iz preventivnih razloga (zbog difuzije helija kroz stjenke cijevi). Potrebna električna energija se dobavlja iz visokonaponskog napajanja, pod kojim cijev isijava rozu boju. Većina HeNe lasera ima izlazni snop u crvenom spektru svjetlosti, no moguće je postići i izlazni laserski snop u narančasto, žutom i zelenom spektru svjetlosti. Električni izboj se događa između male anoda i mnogo veće katode kroz cijev malog promjera. Na oba kraja rezonatora postavljena su zrcala, jedno je potpuno reflektirajuće dok je drugo djelomično propusno. Mala količina svjetlosti

(otprilike 1%) se propagira kroz djelomično propusno zrcalo što zapravo čini izlazni laserski snop. Električni izboj između anode i katode uzbuđuje atome helija sudarom sa elektronima. Velika količina energije se neefikasno troši jedan dio u obliku isijavanja cijevi, a veći dio u obliku topline. Pobuđeni atomi helija na energetske razine od 20,66eV sudaraju se sa atomima neona što za posljedicu ima transfer energije na nepobuđene atome neona koji tada prelaze na energetske razine od 20,61eV (koja je skupina četiri bliske energetske razine) što je ujedno i viša razina laserskog zračenja za neon (prikazano na slici 15). Kroz taj proces atomi neona su selektivno pobuđeni na višu razinu laserskog zračenja s kojeg može početi emitiranje fotona, nakon sudara atomi helija padaju u nisko energetske stanje koje je i dalje značajno ispod niže razine laserskog zračenja neona (18,69eV) tako da nije moguća situacija da atomi helija sudarom pobuđuju atome neona u nižu energetske razine laserskog zračenja koja bi u tom slučaju otežala postizanje inverzije populacije [3]. Nije slučajnost što se helij koristi u kombinaciji sa neonom, helijevo uzbuđeno stanje je vrlo blizu višoj razini laserskog zračenja neona. Ako bi se električni izboj odvijalo u atmosferi čistog neona teško bi se uspjelo uzбудiti dovoljan broj atoma u višu energetske razine kako bi se izazvala inverzija populacije, jer bi u isto vrijeme i nastanjivale niže razine [5].

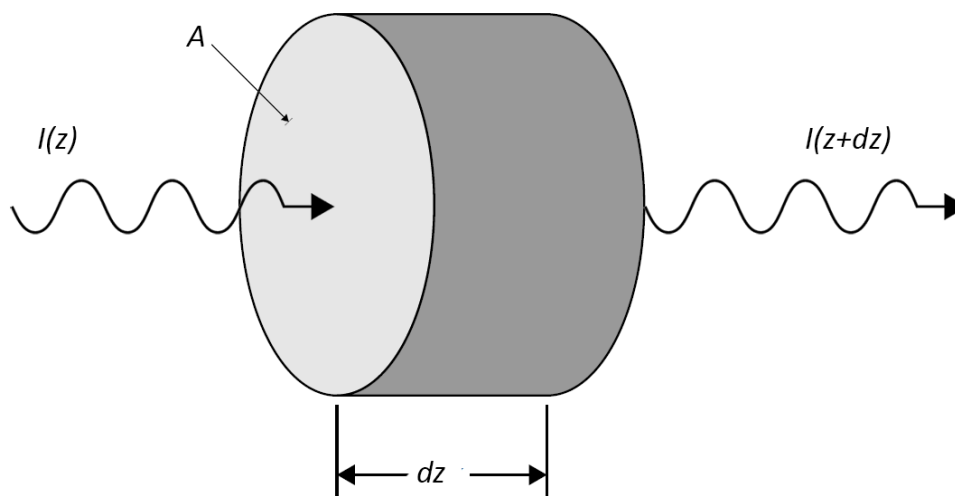


Slika 15. Dinamika HeNe lasera [5]

Nakon pada u skupini bliskih nižih energetske razine laserskog zračenja atomi mogu brzo propasti u metastabilno stanje što pridonosi depopulaciji nižih razina te olakšava inverziju populacije. Pri brzom propadanju u metastabilno stanje dolazi do emitiranja svjetlosti valne duljine od 600nm nastale spontanom emisijom, ne pridonosi ciljanom radu lasera, ali postoji i preko spektroskopa se može vidjeti kao narančasta linija ako se ispituje spektar svjetlosti koji emitira cijev. Iz metastabilnog stanja atomi se moraju sudariti sa stjenkom cijevi kako bi se vratili u najniže energetske stanje. U principu rada HeNe lasera vidljivo je da u grubo uključuje četiri energetske razine u aktivnom mediju što je u ovom slučaju neon i jednu energetske razine u heliju koja služi za selektivno pumpanje atoma neona, ali se klasificira kao laser sa četiri energetske razine [5]

2.4. Koeficijent pojačanja

U prethodnim objašnjenjima rada lasera spominjalo se pojačanje intenziteta zračenja koje se događa kada svjetlost unutar rezonatora prolazi kroz medij, što konačno rezultira laserskim snopom visokog intenziteta zračenja.



Slika 16. Promjena intenziteta zračenja [5]

Na slici 16 je prikazan sličan slučaj. Neka u sustavu unutar rezonatora volumena Adz postoje dva zrcala površine A i međusobne udaljenosti dz . U sustav ulazi svjetlost nekog intenziteta zračenja na nekoj udaljenosti $I(z)$. Nakon prolaska kroz sustav intenzitet zračenja na izlazu će biti $I(z + dz)$ što znači da se intenzitet zračenja povećalo prolaskom kroz medij.

$$E_{\text{apsorbirano}} = B\rho(\omega)N_aAdz \quad (2.4.1)$$

$$E_{\text{emitirano}} = B\rho(\omega)N_bAdz \quad (2.4.2)$$

Neto energija je bilanca apsorbiranih i emitiranih fotona:

$$E_{netto} = B\rho(\omega)Adz(N_b - N_a) = B\rho(\omega)Adz\Delta N \quad (2.4.3)$$

Izlazni intenzitet zračenja svjetlosti jednaka je:

$$I(dz + z) = I(z) + \frac{\partial I}{\partial z} dz \quad (2.4.4)$$

Neto energija mora biti jednaka povećanju intenziteta zračenja, pa slijedi:

$$\begin{aligned} B\rho(\omega)Adz\Delta N &= \frac{\partial I}{\partial z} dz A \\ \frac{\partial I}{\partial z} &= B\rho(\omega)dz\Delta N \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

U izraz 2.4.5 uvrsti se 2.1.8 uz raščlanjenje $A = 1/\tau$ dobiva se:

$$\frac{dI}{dz} = \rho(\omega)dz\Delta N \frac{c^3}{\tau 8\pi h\nu^3} \quad (2.4.6)$$

Izraz za intenzitet zračenja glasi:

$$\begin{aligned} I &= \rho(\omega)v_s \\ \rho(\omega) &= \frac{In}{c} \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

gdje je v_s brzina, c je brzina svjetlosti ($\sim 299\,792\,458\text{ ms}^{-1}$), a n je refrakcijski koeficijent.

Konačno uvrštavajući jednadžbu 2.4.7 u 2.4.6 dobiva se diferencijalna jednadžba:

$$\frac{dI}{dz} = dz\Delta N \frac{c^2 n}{\tau 8\pi h\nu^3} I(z) = G(\omega)I(z) \quad (2.4.1)$$

Radi pojednostavljenja zapisa navedena diferencijalna jednadžba se obično zapisuje kao umnožak faktora pojačanja (G , eng. gain) i intenziteta zračenja. Što nakon rješavanja daje:

$$I(z) = I_0 \exp(G z) \quad (2.4.2)$$

Pri čemu je I_0 početni intenzitet zračenja, G je faktor pojačanja i z je prijedeni put. Izraz pokazuje kako se intenzitet zračenja mijenja prolazeći kroz aktivni medij, ako dolazi do pojačanja intenziteta zračenja, izlazni intenzitet zračenja će biti veći od ulaznog, po izrazu se jednostavno može zaključiti kako bi došlo do pojačanja veličina G mora biti pozitivna, a u slučaju negativne veličine G u sustavu će doći do smanjenja intenziteta zračenja (atenuacije svjetlosti) [2].

Također jednostavnom dimenzijskom analizom izraza 2.4.5 može se vidjeti da je intenzitet zračenja izražen u Wm^{-2} što množeno sa površinom daje opći izraz za snagu lasera koja se često koristi kao referentna veličina. Također za snagu lasera vrijedi eksponencijalni rast/pad pa se može pisati:

$$P(z) = P_0 \exp(G z) \quad (2.4.3)$$

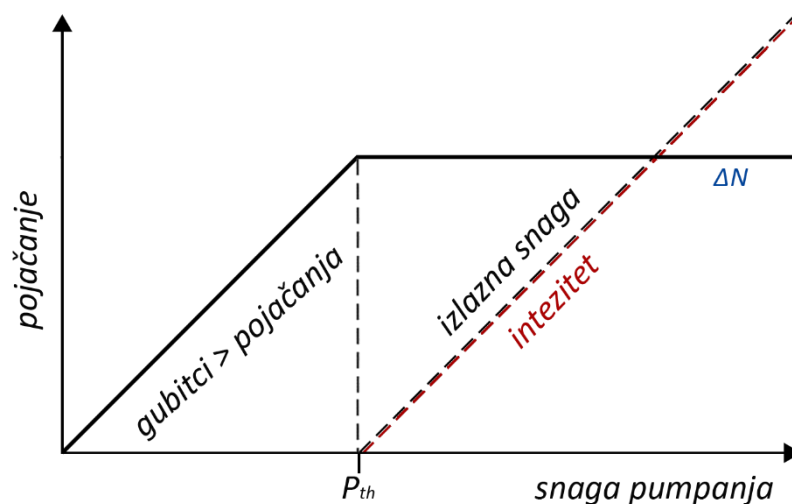
Pri čemu P_0 predstavlja početnu snagu što fizikalno ne daje praktičnost, nego se izraz više koristi sa tabličnim veličinama. U tom slučaju koeficijent pojačanja predstavlja optičko pojačanje po jedinici duljine, odnosno promjena u snazi za zadanu duljinu aktivnog medija:

$$G = \frac{\Delta P}{P \Delta z} \quad (2.4.4)$$

Pojačanje se obično izražava koeficijentom mjerne jedinice m^{-1} ili u nekim slučajevima postotak pojačanja po prolazu. Kao primjer ako se uzme laserska cijev duga 50cm sa pojačanjem od 6% po prolazu kroz aktivni medij, koeficijent pojačanja biti će $0,12 \text{ m}^{-1}$ ($6\%/0,5\text{m}$) ili 12% po metru [5]. Takav koeficijent se čini dosta velik, ali ako se uzmu u obzir gubitci koje laserski snop treba savladati koeficijent drastično pada. Neka jedno zrcalo u rezonatoru ima djelomičnu refleksiju od $R = 0,85$ (što je moguće sa aluminijskim zrcalima) gubitci na zrcalu su već prevladali pojačanje aktivnog medija. U slučaju da je jedno zrcalo totalno reflektivno, drugo mora propustiti svjetlost jer u suprotnom nam laser ne daje izlazni snop svjetlosti, odnosno gubitci u neizbježni. Kako bi rad lasera bio održiv potrebno je zadovoljiti uvjet:

$$R_1 R_2 \zeta \exp(G 2x) = 1 \quad (2.4.5)$$

Pri čemu je R_1 refleksija jednog zrcala, R_2 je refleksija drugog zrcala, ζ su gubitci u aktivnom mediju (apsorpcija), dok je x duljina aktivnog medija unutar rezonatora. Ako je umnožak lijeve strane veći od jedan na izlazu će se pojaviti laserski snop, ako je manji od 1 gubitci će prevladati pojačanje i na izlazu neće biti laserskog snopa, ako je uvjet zadovoljen dobiti će se održivi rad lasera. Slika 17. grafički opisuje ovisnost pojačanja i snage pumpanja [2].



Slika 17. Ovisnost pojaćanja i snage pumpanja [5]

Na slici 17 je vidljivo da povećavajući snagu pumpanja povećava se i pojaćanje sve do određene točke koja predstavlja početak emitiranja laserskog snopa, naziv za tu točku je prag laserske akcije (eng. threshold gain). Sve prije praga laserske akcije je zona u kojoj su gubitci veći od pojaćanja, te laser nema izlaza. Nakon što se pređe prag svakom dodatnom uloženom snagom pumpanja povećava se izlazna snaga lasera, što je direktno povezano sa intenzitetom zračenja.

Vidljivo je da funkcija pojaćanja nakon što prijeđe prag postane konstanta, razlog tome je što inverzija populacije tada postaje konstantna, odnosno nepromjenjiva je jer je dosegla svoju maksimalnu vrijednost. Ako se pokuša povećati inverzija populacije dodatnom snagom pumpanja, inverzija populacije će ostati ista, stimulirana emisija će se povećati, a ona je direktno vezana sa snagom lasera i gustoćom zračenja [2]. Kao što graf pokazuje, nakon što prođe zona gubitaka može se podešavati snaga lasera, ali se ne može utjecati na povećanje inverzije populacije. Prag laserske akcije je moguće izračunati raspisivanjem funkcije gubitaka ζ i ubacivanjem u izraz 2.4.5.

$$\zeta = \exp(\gamma 2x) \quad (2.4.6)$$

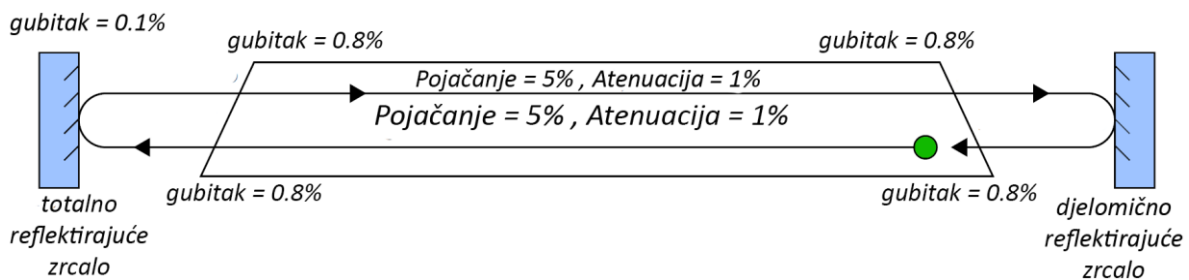
$$G_{th} = \gamma + \frac{1}{2x} \ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right) \quad (2.4.7)$$

Postupak računanja praga se može prikazati na jednostavnu primjeru sa HeNe laserom. Ako se uzme HeNe laser sa gubiticima od $0,05\text{m}^{-1}$, duljinom aktivnog medija unutar rezonatora od 20cm, sa jednim totalno reflektirajućim zrcalom koeficijenta refleksije 0,999 i djelomično propusnim zrcalom koeficijenta refleksije 0,95. Pritom će prag laserske akcije biti:

$$G_{th} = \gamma + \frac{1}{2x} \ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right)$$

$$G_{th} = 0,05 + \frac{1}{0,4} \ln\left(\frac{1}{0,999 \times 0,95}\right) = 0,181 \text{m}^{-1}$$

Pri računanju praga računa se uvjet koji trebamo ispuniti da bi došlo do laserske akcije, također je moguće računati reflektivnost zrcala i varijablu koju nalazimo u izrazu. Više laički pristup računanja pojačanja korak po korak bi bio slijedeći: Ako se uzme HeHg laser s metalnim parama (eng. mercury ion laser, W. Earl Bell 1965.) duljine 0,1m u pulsnom načinu rada što obično daje izlaz od 568nm u zelenom spektru, 615nm u narančastom spektru i dvije valne duljine u infracrvenom spektru zračenja. Neka ima pojačanje od 50% po metru, na jednoj strani neka se nalazi totalno reflektivno dielektrično zrcalo sa gubitkom od 0,1%. Većina lasera ima Brewsterove prozore, neka se uzme da svaki ima 0,8%. Konačno rezonator ima atenuaciju od $0,1 \text{m}^{-1}$. Slika 18 prikazuje sustav i sve njegove gubitke [5].



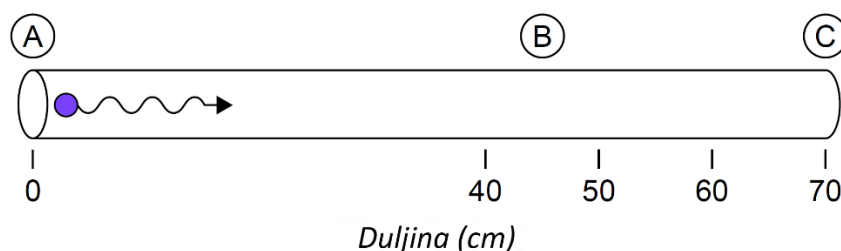
Slika 18. Pojačanje i gubitci u HeHg laseru [5].

Jednim prolaskom svjetlosti kroz rezonator, svjetlosno pojačanje će iznositi 5% ($50\%/m \times 0,1m$) u isto vrijeme svjetlost kroz rezonator biti će prigušena za 1% zbog gubitaka izazvanih apsorpcijom. ($0,1m \times 0,1m^{-1}$). Prolazeći kroz Brewsterov prozor svjetlost se prigušuje za 0,8%. Na totalno reflektivnom dielektričnom zrcalu svjetlost se prigušuje za 0,1%, te 0,8% na Brewsterovom prozoru kako bi se vratila u cijev. Ako se promatra slika to bi bili ukupni gubitci ako se svjetlost u rezonatoru kreće u lijevu stranu prema totalno reflektivnom zrcalu, također isti račun vrijedi i za drugu stranu gdje su gubitci još veći zbog djelomično propusnog zrcala koji propušta laserski snop. Ukupni gubitci su tada (ne računajući gubitke na izlazu):

$$\zeta + R_{B1} + R_1 + R_{B1} + \zeta + R_{B2} + R_{B2} =$$

$$1\% + 0,8\% + 0,1\% + 0,8\% + 1\% + 0,8\% + 0,8\% = 5,3\%$$

Ukupno pojačanje je jednako 10% (za dva prolaza) što znači da gubitak na djelomično propusnom zrcalu, odnosno izlazu može maksimalno biti $10 - 5,3 = 4,7\%$ od čega će veći dio biti utrošen na transmisiju svjetlosti kroz zrcalo, mali dio će otpasti na gubitke u zrcalu. S takvom bilancom laser će jedva oscilirati, obično je transmisija kroz zrcalo oko 2% kako bi se osigurala gustoća energije unutar rezonatora što bi učinilo laser održivim. Na ovom primjeru se računalo sa dielektričnim zrcalima koja imaju visok koeficijent refleksije, no u nekim laserima se koriste još aluminijska zrcala koja imaju koeficijent refleksije oko 85%, takvi gubitci se ne mogu tolerirati u ovakvom sustavu. Brewsterovi prozori pod određenim kutom imaju jako male gubitke koji teže u nulu, dok nepremazano staklo okomito na ulaznu svjetlost može imati gubitke od 8% što je također ne dopustivo u ovakvom sustavu. Na ovom primjeru se može vidjeti koliko je laser zapravo osjetljiv sustav te za njegovu održivost koliko je bitno koristiti pomno odabrane komponente. Neki laseri su većih dimenzija aktivnog medija što jednoznačno govori veći koeficijent pojačanja kojim bi se mogli prevladati veliki gubitci, što je slučaj kod nekih lasera, ali na praktičnom primjeru se može vidjeti zašto to ne funkcionira kod većine lasera. Ako se zamisli hipotetska situacija u kojoj se koristi dušikov laser (eng. nitrogen laser) koji ima radnu valnu duljinu u ultraljubičastom spektru na 337.1 nm, aktivni medij je dušik koji se pumpa u više energetske razine električni izboj pri atmosferskom tlaku (eng. transverse electrical discharge at atmospheric pressure, TEA - Transversely Excited Atmospheric,). Dušik ima iznimno kratko vrijeme trajanja više energetske razine laserskog zračenja koja se kreće oko 1.5 ns pri atmosferskom tlaku. Neka se uzme da se dušik nalazi u dugoj cijevi kao što je prikazano na slici 19, te je brzo pobuđen na višu razinu zračenja kako bi se ostvarila inverzija populacije [5].



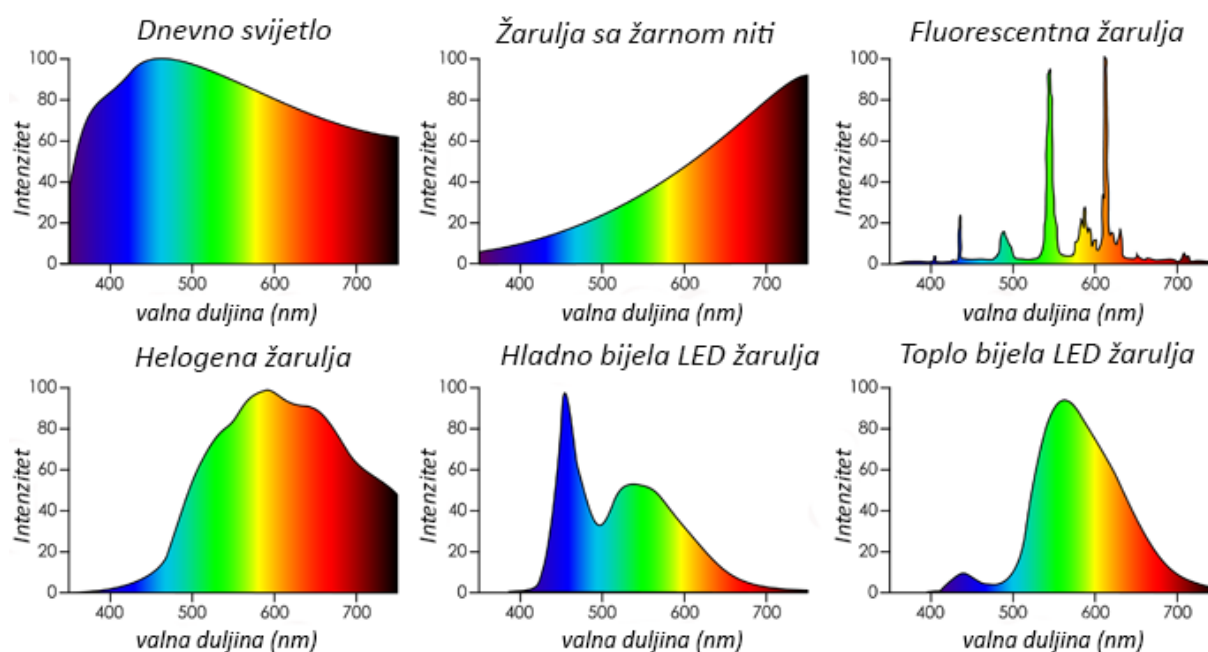
Slika 19. Laserska cijev ispunjena dušikom [5]

Nakon određenog vremena pojavi se prvi foton emitiran spontanom emisijom na kraju cijevi (označeno krugom A), putujući prema drugom kraju dolazi do svjetlosnog pojačanja pri čemu se ostvaruje pojačanje intenziteta zračenja pulsa. Nakon 1,5 ns laserski puls je prošao otprilike 0,45 m ($300,000,000 \text{ ms}^{-1} \times 1,5 \times 10^{-9} \text{ s}$) niz cijev (označeno točkom B). U tom trenutku

vijek trajanja fotona u sektoru B do C ističe i dolazi do spontane emisije fotona, pri čemu molekule dušika padaju u niže energetske stanje, te nadolazeći fotoni iz sektora A do B se ponašaju kao optička pumpa, odnosno predaju energiju nepobuđenim molekulama dušika (molekule dušika apsorbiraju fotone), takav laser koji apsorbira svoj puls nema izlaznog laserskog snopa. Ovakva situacija indicira na ograničenje duljine cijevi, što bi u ovom slučaju bilo 0,45m, za laser sa dužim vijekom trajanja više energetske razine laserskog zračenja moguće je postići veće duljine cijevi, ali često se poseže za drugačijom konstrukcijom lasera. Prethodno je spomenuto da laser radi u pulsirajućem načinu rada, što je nužno za ovakvu konstrukciju dušikovog lasera jer niže energetske razine laserskog zračenja imaju puno duži vijek trajanja od odnosu na više, s takvom fizikalnom konfiguracijom kontinuirani način rada teško bi bio moguć, zato je nužno sa pulsom električnog izboja postići inverziju populacije za manje od 1.5ns.

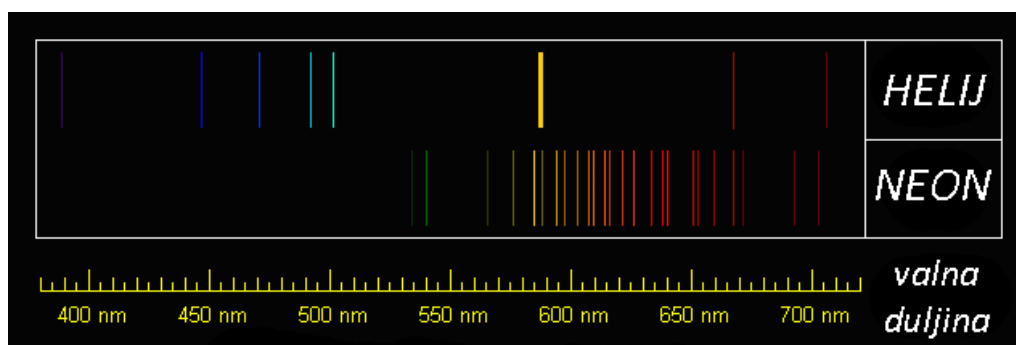
2.5. Širina spektralnih linija

Danas je dobro poznata činjenica da laser emitira monokromatsko svjetlo, čak i kada se preko spektrograma promatraju spektralne linije lako će se zaključiti da je lasersko svjetlo monokromatsko za razliku od nekih polikromatskih (više valnih duljina) komercijalnih izvora svjetlosti kao što su kućne žarulje čiji je spektar frekvencija prikazan na slici 20.



Slika 20. Spektar intenziteta zračenja nekoherentnih izvora svjetlosti [8]

Vidljivo je da svjetlosni izvori koji se koriste u kućanstvu teže emitiranju svih frekvencija kako bi aproksimirali dnevnu svjetlost, neke tehnologije omogućuju veći intenzitet na određenim valnim duljinama, ali i dalje je to daleko od monokromatskog svjetla. Od prikazanih tehnologija rasvjete na slici vidljivo je da bi fluorescentna žarulja bila najbliže aproksimaciji monokromatskog svjetla, ali kada bi se njene frekvencije ispitale na spektrogramskom prikazu bilo bi vidljivo da i ona pokriva sve frekvencije vidljivog spektra, naime razlika je što spektrogramski prikaz ispituje postojanje frekvencija, dok prikaz u grafu na slici 20 prikazuje jačinu intenziteta na pojedinim frekvencijama (valnim duljinama). Ako se pogleda na slici 21. spektralne linije helija i neona od kojih su neke spektralne linije laserskog svjetla dobivenog od HeNe lasera, one izgledaju kao da postoji samo jedna frekvencija na kojoj se one nalaze, ali u stvarnosti nije tako. Savršeno monokromatsko svjetlo nije moguće postići. Ako se gleda relativno može se reći da je lasersko svjetlo monokromatsko u odnosu na komercijalne izvore svjetlosti, ali u stvarnosti jedna linija na slici 21 odgovara širokom polju frekvencija, odnosno može se reći da imaju spektralnu širinu.

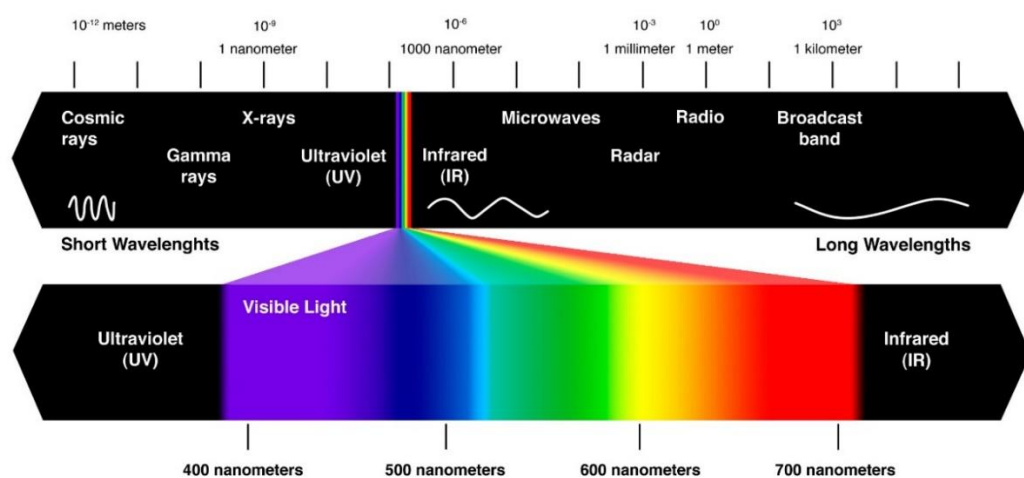


Slika 21. Spektar intenziteta zračenja atoma neona i helija [9]

Spektralna širina se može definirati na više načina, dva bitnija načina su Lorentzova (prirodna) i Gaussova (Dopplerova). Ako atomi miruju, odnosno gibanje atoma nije značajno kao u laserima s krutom jezgrom (rubinski, YAG, itd.) linija se naziva prirodna ili Lorentzova, a ako se atomi se gibaju što je slučaj kod plinskih lasera (HeNe, dušikov, itd.) javlja se proširenje linije zbog Dopplerovog efekta [10]. Oblik linije opisan je Gaussovom funkcijom, a liniju je tada uobičajeno nazivati Gaussovom ili Dopplerovom. U plinskim laserima često molekula plina su obično visoke temperature i putuju visokim brzinama. Neka se uzme da se molekula plina kreće brzinom v_s , raspon frekvencija ν na izlazu iz lasera će glasiti:

$$\nu = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v_s}{c}\right) \quad (2.5.1)$$

Pri čemu je ν izlazna frekvencija, ν_0 je središnja frekvencija (λ_0 / c), v_s je prosječna brzina molekula plina. Izlazna frekvencija je direktno povezana sa Dopplerovom efektom, odnosno ako se molekula plina koja emitira zračenje približava promatraču frekvencija će rasti, ako se udaljava od promatrača frekvencija će padati. Takav slučaj teško je predočiti s obzirom da se radi o malim udaljenostima pa Dopplerovom efekt nije vidljiv golim okom, zapravo čak i gledajući spektrogramski prikaz teško je uočiti da postoji spektralna širina. Vjerojatno najbolji primjer Dopplerevog efekta koji se može uočiti golim okom je svemir, odnosno zvijezde. Činjenica je da se svemir konstantno širi, ako se uzme neka zvijezda kao referentna točka, postoje 3 moguća ishoda; zvijezda se približava, zvijezda se udaljava i zvijezda miruje u odnosu na točku gledišta. Hipotetski ako zvijezda miruje u odnosu na točku gledišta što je najmanje vjerojatan ishod tada će ta zvijezda isijavati najveću gustoću zračenja u području narančaste vidljive svjetlosti (intenzitet zračenja u odabranom spektru je hipotetski zamišljena). Ako se zvijezda približava u odnosu na točku gledišta ona više za promatrača neće isijavati najveću gustoću zračenja u narančastom spektru svjetlosti već u ljubičastom ili ultraljubičastom odnosno zvijezda možda više neće biti u vidljivom spektru svjetlosti te neće biti vidljiv promatraču.



Slika 22. Elektromagnetski spektar zračenja [11]

Kao što prikazuje slika 22 porastom frekvencije se direktno mijenja valna duljina svjetlosti.

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (2.5.2)$$

Pri čemu je λ valna duljina, c je brzina svjetlosti, a ν je frekvencija. Analogno vrijedi i za slučaj kada se zvijezda udaljava od promatrača. U tom slučaju za promatrača zvijezda neće isijavati najveću gustoću zračenja u narančastom spektru nego crvenom, infracrvenom što znači da je

moguće da zvijezda više neće biti vidljiva promatraču jer više nije u vidljivom spektru svjetlosti. Dopplerov efekt je jedan od razloga zašto se koriste infracrveni teleskopi koji pokazuju sliku svemira na potpuno drugačiji način. Na slici je prikazan klaster zvijezda slikan Hubble teleskopom, lijevo je slikana slika u vidljivom spektru zračenja (zahvaća usko područje infracrvenog), a desno u infracrvenom spektru.

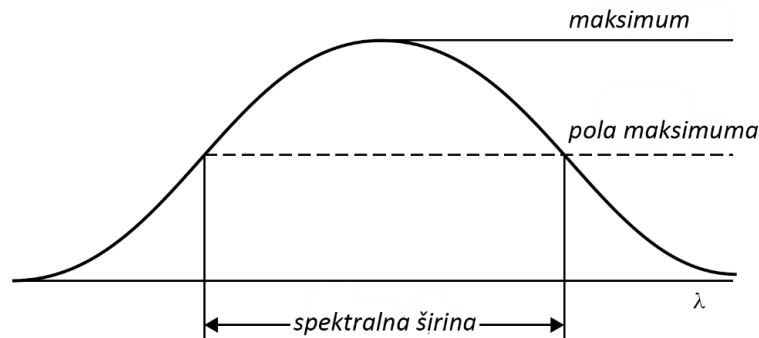


Slika 23. Slika klastera zvijezda Eagle Nebula, regija Pillars of Creation [12]

Može se reći da su u laseru više kontrolirani uvjeti nego u svemiru tako da je u laseru moguće predvidjeti brzinu molekula na relativno jednostavan način pomoću zakona Maxwellove distribucije:

$$\Delta v = 2v_0 \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{Mc^2}} \quad (2.5.2)$$

Pri čemu je Δv područje frekvencija, v_0 je središnja frekvencija, k je Boltzmannova konstanta, T je termodinamička temperatura, M je atomska masa molekule ili atoma i c je brzina svjetlosti. Izraz 2.5.2 prikazuje područje frekvencija na punoj spektralnoj širini pri polovici maksimuma krivulje pojačanja (eng. full width at half maximum – FWHM) što je standardan način mjerenja spektralne širine kao što je prikazano na slici 24 [5].



Slika 24. Full width at half maximum – FWHM [5]

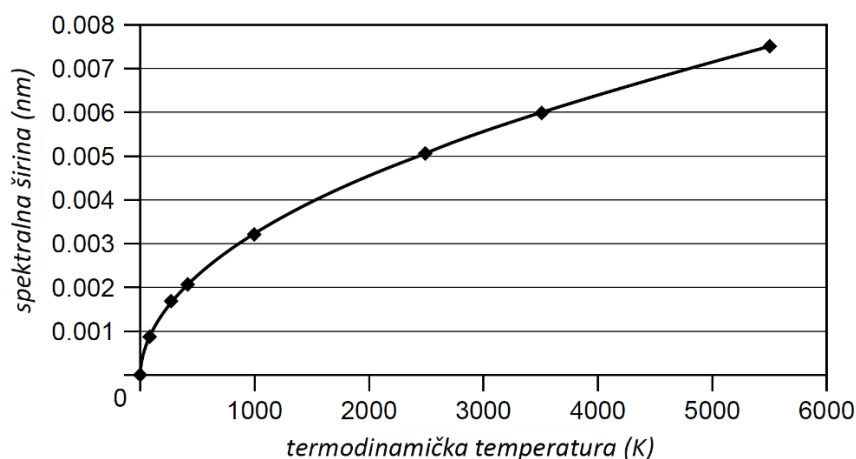
Ako se promatra HeNe laser koji u cijevi u aktivnim medijem ima temperaturu otprilike 150°C i radnu valnu duljinu od 632,8nm u crvenom spektru. Kao što je već navedeno u poglavlju 2.3 aktivni plin je neon, a helij služi samo za selektivno pumpanje neona na višu razinu. Neon ima atomski broj 10, odnosno relativnu atomsku masu 20, pritom je masa atoma neona:

$$\frac{20 \text{ ram}}{6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 3.32 \times 10^{23} \text{ g}$$

Nakon što se ubaci u Maxwellov zakon distribucije:

$$\Delta\nu = 2 \left(\frac{3 \times 10^8}{632,8 \times 10^{-9}} \right) \sqrt{\frac{2(1,38 \times 10^{-23})(423) \ln 2}{(3,32 \times 10^{-26})(3 \times 10^8)^2}} = 1,56 \times 10^9 \text{ Hz} = 1,56 \text{ GHz}$$

Što odgovara varijaciji valne duljine od 0,002nm i dalje je daleko od varijacije valne duljine nekoherentnog izvora, ali vidljivo je da se ne radi o jednoj valnoj duljini, odnosno jednoj liniji u spektrogramskom prikazu. Iz izraza je vidljivo da je spektralna širina funkcija temperature što znači da laseri koji rade na višim temperaturama imaju spektralnu širinu [5].



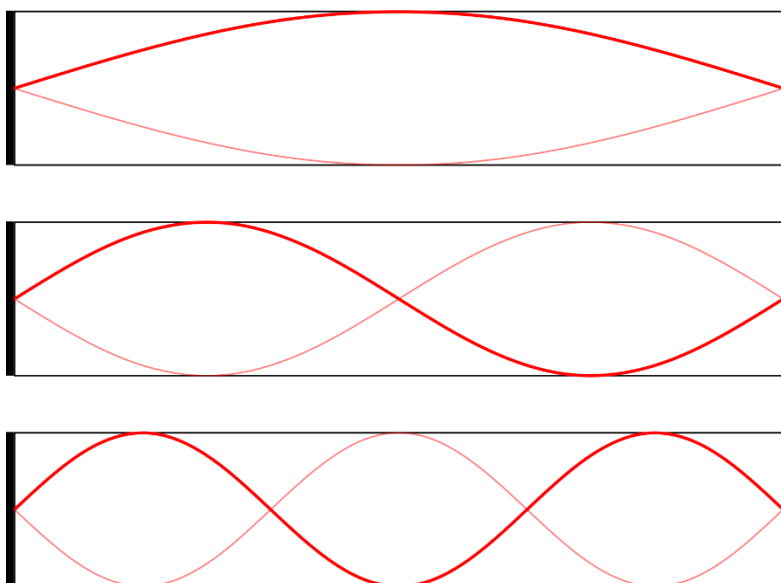
Slika 25. Ovisnost spektralne širine o temperaturi kod HeNe lasera

Primjer takvog lasera je argonski laser kojem radna temperature može doseći 5000K. Na slici je prikazana ovisnost spektralne širine o temperaturi HeNe lasera koja obično ne prelazi 450K.

3. OPTIKA REZONATORA

3.1. Mehanika rezonatora

U prethodnom poglavlju usputno se spominjao pojam optičkog rezonatora ili optičke laserske šupljine (eng. optical resonator, optical cavity) koja predstavlja sustav koji je ključna komponenta lasera koja se u najjednostavnijem obliku sastoji od šupljine sa dva ogledala. Konstrukcija rezonatora je pomno proračunata jer on služi i kao rezonantna optička šupljina koja je zapravo primitivni filter frekvencija laserskog zračenja. Na slici 26. je prikazana jedna dimenzija rezonatora u kojoj se nalaze različite frekvencije.



Slika 26. Longitudinalni modovi unutar rezonatora [13]

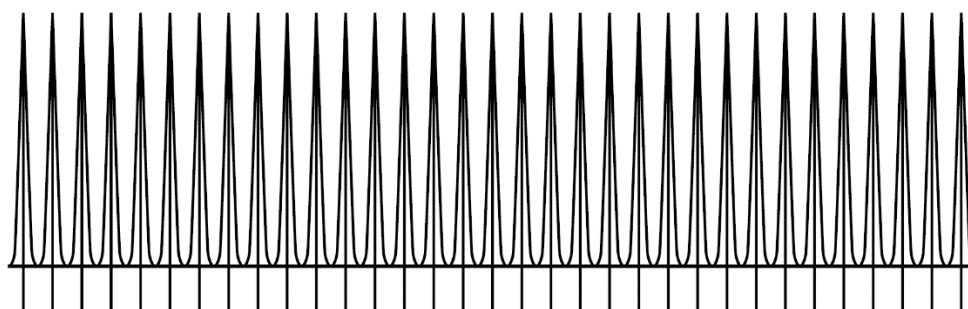
Iz slike je vidljivo da se sve tri frekvencije unutar rezonatora duljine L ponašaju kao uže koje je uklješteno na svojim krajevima što znači da samo određene frekvencije mogu postojati unutar rezonatora. Matematička veza rezonantnih frekvencija unutar rezonatora i duljine rezonatora glasi:

$$L = m \times \frac{\lambda}{2} \quad (3.1.1)$$

Uvrštavajući izraz 2.5.2 u 3.1.1. dobiva se konačna veza između frekvencije i duljine rezonatora:

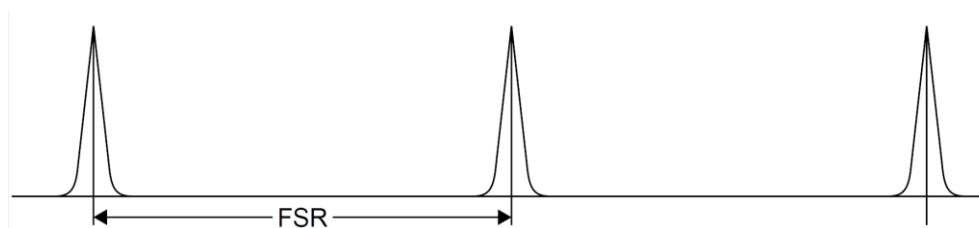
$$v = m \times \frac{c}{2Ln} \quad (3.1.2)$$

Pri čemu je L duljina rezonatora, m je cijeli broj i λ je valna duljina svjetlosti što daje osnovni izraz za duljinu rezonatora, izraz 3.1.2 predstavlja povezanost duljine rezonatora sa frekvencijom pri čemu je ν je frekvencija, c brzina svjetlosti i n je refrakcijski koeficijent. Unutar rezonatora dolazi pojave rezonantnih valnih duljina (eng. resonant wavelenghts), longitudinalnih modova (eng. longitudinal modes) ili stojnih valova (eng. standing waves) svi nazivi predstavljaju istu fizikalnu pojavu, a ovdje će se koristiti naziv rezonantnih valnih duljina. Sve rezonantne valne duljine postoje na određenim frekvencijama definiranih jednačbom 3.1.2. Sve frekvencije za koje m nije cijeli broj nestati će zbog destruktivne interferencije. Usprkos filtraciji frekvencija jednačbom 3.1.2 unutar rezonatora postoji veliki broj mogućih rezonantnih valih duljina koje su dane slikom 27 [2].



Slika 27. Frekvencije rezonantnih valnih duljina u zamišljenom rezonatoru [5]

Svaka od prikazanih frekvencija ima svoju spektralnu širinu i ima definirani razmak između dva susjedna maksimuma koji se naziva slobodni spektralni raspon (eng. free spectral range – FSR) prikazan na slici 28.



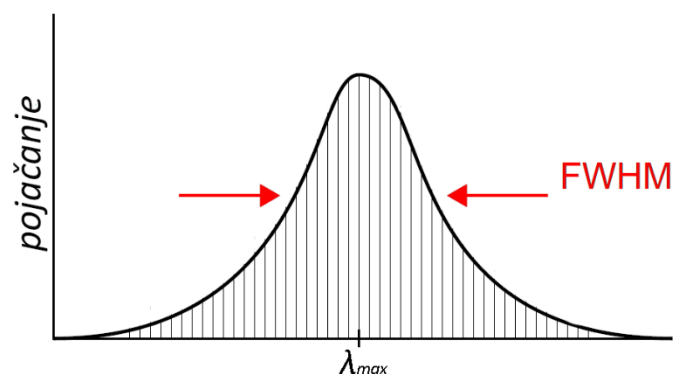
Slika 28. Slobodni spektralni raspon (free spectral range – FSR) [5]

Kao što je vidljivo sa slike FSR je periodična pojava ako su referentne točke maksimumi rezonantnih valnih duljina za koje postoji definirano frekvencijsko područje izrazom:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2Ln} \quad (3.1.4)$$

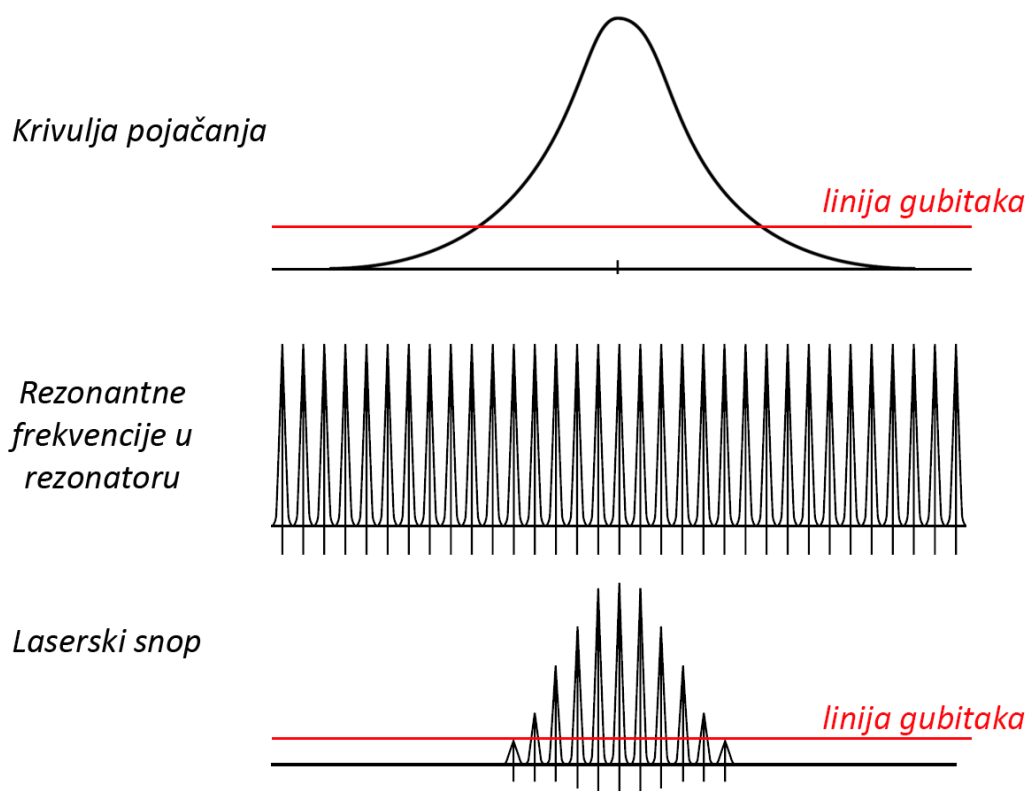
Gdje $\Delta\nu$ predstavlja frekvencijsko područje između između dvije rezonantne valne duljine (u Hertzima) [2]. U poglavlju 2.5 pričalo se o obliku spektralne širine koja može poprimiti

raspodjelu koja se da opisati matematičkom funkcijom. Na slici 29. prikazana je Gaussova krivulja pojačanja određene frekvencije, odnosno u stvarnosti ne postoji krivulja nego prirodna raspodjela frekvencija koje se daju aproksimirati Gaussovom krivuljom [10].



Slika 29. Rezonantne frekvencije aproksimirane Gaussovom krivuljom

Slika 29 ima viši smisao, ona ne samo da pokazuje spektralnu širinu, ona ujedno prikazuje i atomske tranzicije. Na slici 27 je vidljivo da unutar rezonatora postoji mnogo rezonantnih frekvencija koje su točno definirane, sve ostale su „zabranjene“ (destruktivno interferiraju) [2]. Može se zaključiti da ako se uzme u obzir rezonantne frekvencije rezonatora i atomske tranzicije medija dobit će se dvostruki filter dozvoljenih frekvencija kao što pokazuje slika 30.



Slika 30. Konačno stanje u laseru [5]

Odnosno ako se graf pojačanja dopuštenih atomskih tranzicija preslika na graf rezonantnih frekvencija rezonatora u konačnici će se dobiti samo postojeće frekvencije unutar sustava lasera. Na slici 30 je prikazana je linija gubitaka, odnosno neke frekvencije će podržavati i rezonator i dopuštene atomske tranzicije, ali će njihovo pojačanje biti toliko malo da neće moći oscilirati gubitaka unutar sustava [2]. U konačnici očito je da će u laseru postojati samo određene frekvencije i samo određene frekvencije će se moći pojačati, ako se gleda intenzitet na određenim frekvencijama, on će biti raspodijeljen kao laserski snop na slici 30, ako se gleda spektrogramski prikaz danog lasera vidjeti će se samo frekvencije koje su zastupljene u laseru iznad linije gubitaka. Treba napomenuti da je slika 30 samo pojednostavljeni prikaz stvarnog stanja unutar lasera, jer gubici variraju za određenu frekvenciju, ne mora značiti da su gubici na najintenzivnijim valnim duljinama najveći, ali variraju sa frekvencijama. S obzirom da na izlazu iz lasera postoji više frekvencija takav laser se tada naziva višemodni laser.

3.2. Modovi unutar rezonatora

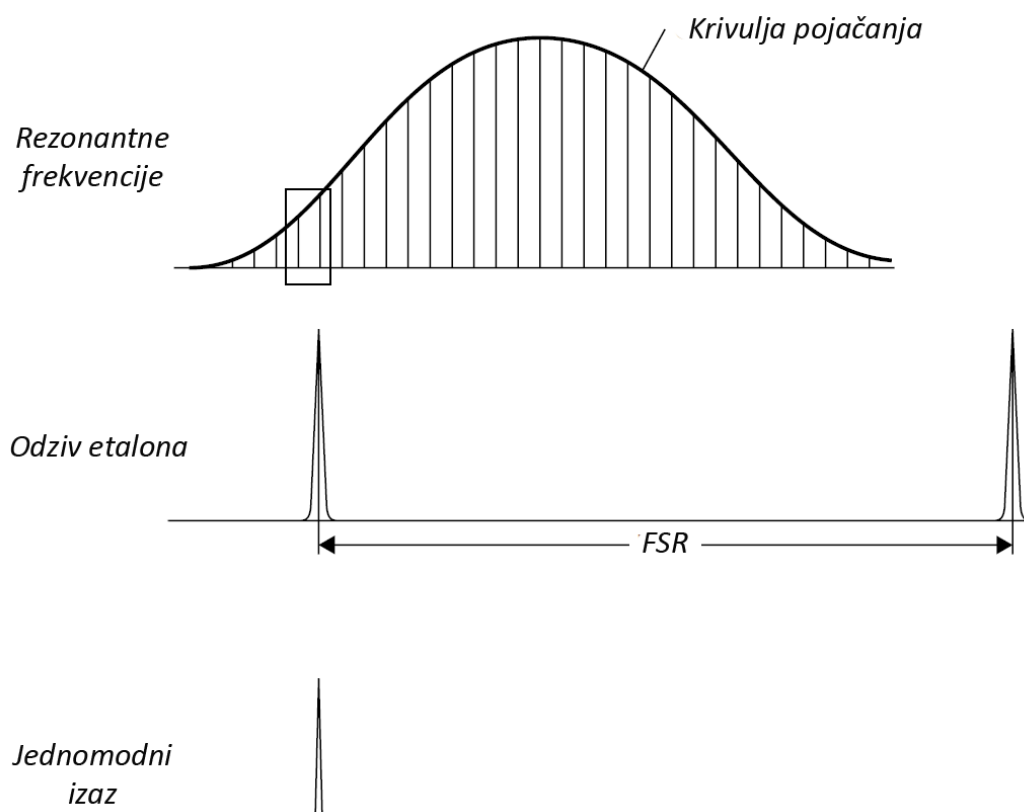
Laseri mogu funkcionirati u dva različita moda, jedan je jednomodni (eng. single mode laser) i višemodni (eng. multimode laser). U prethodnom poglavlju na slici 30 je bio dan primjer višemodnog lasera. Teško je reći kojem koji je mod bolji jer se radi o subjektivnom izboru. Ako se sagleda višemodni laser razumljivo je da će on biti laser većeg ukupnog intenziteta zračenja zbog više dopuštenih energetske tranzicije na različitim valnim duljinama. Kod lasera sa jednim modom to nije slučaj, često se neke frekvencije filtriraju kako bi se dobila najpoželjnija. Pritom dolazi do uništavanja drugih frekvencija te u konačnici on ima veći intenzitet za jednoj frekvenciji, ali gledajući ukupni intenzitet lasera on je manji. Postoje razne vrste podešavanja rezonatora kako bi se dobio manji broj frekvencija kao što je podešavanje zrcala koje ima visok koeficijent refleksije samo za neke frekvencije dok na drugima koeficijent zbog čega te frekvencije u manjoj mjeri osciliraju. Takva zrcala se često koriste kod HeNe lasera kod kojih se teži postići visoki koeficijent refleksije na valnoj duljini 632,8nm (crveno područje), a manji na ostalima (infracrveno, zeleno), uz zrcala postoje za filtriranje se koriste još i optičke mreže i prizme. Ako se uzme primjer s Argonski laser koji je plinski laser, koji kao aktivni laserski medij koristi jednostruko nabijene katione argona, koji se stvaraju električnim izbojem u plinu argonu [14]. Za Argonski laser je poznato da se sastoji od velikog broja modova, ako se uzme argonski laser od 90cm sa spektralnom širinom od 5GHz broj modova će biti:

$$FSR = \frac{c}{2Ln} = \frac{3 \times 10^9}{2 \times 0,9} = 167\text{Mhz}$$

Što je broj slobodnih spektralnih raspona, pritom je broj modova

$$\text{Broj modova} = \frac{5 \times 10^9}{167 \times 10^6} = 30$$

Odnosno atomska tranzicija omogućuje da oscilira 30 modova, modovi na sredini krivulje pojačanja će imati najveću izlaznu snagu dok će ostalima lagano padati kako se ide prema repu krivulje. Kako bi se dobio samo jedan mod moguće je upotrijebiti etalon konstruiran tako da rezonantne frekvencije budu udaljene na 5GHz što znači da će uz korištenje etalona u cijeloj spektralnoj širini biti samo jedna frekvencija rezonantna kao što je prikazano na slici 31 [5].



Slika 31. Filtriranje višemodnog u jednomodni izlaz pomoću etalona [5]

Korišteni etalon se obično sastoji od kvarca presvučen sa reflektivnim tankim filmom. Etalon se ponaša kao interferometar koji dopušta samo određenim frekvencijama da osciliraju. Namještanje etalona je vrlo zahtjevno, naime on se namješta pod određenim kutom u odnosu na optičku os lasera. U podešavanju temperatura ima bitnu ulogu jer mijenja koeficijent refrakcije u slučaju kvarca koeficijent refrakcije se mijenja za 1×10^{-5} po $^{\circ}\text{C}$, pa se često koristi metode za podešavanje temperature koje trebaju biti precizno podešene (dopuštena varijacija nekad može iznositi $0,01^{\circ}\text{C}$). Kako bi se temperatura držala stabilnom često se poseže za kućištima u kojima je etalon smješten. Obično se u kućištima koristi zrak ili neki drugi plin

kao izolator od okoliša [5]. U mjeriteljstvu je jako bitno da cijeli sustav bude precizno i točno podešen jer svaka varijacija može utjecati na točnost mjerenja. U ovom poglavlju se priča od laserima koji rade u jednom modu, ako se razmatra spektralna širina jednodnog lasera lako se može zaključiti da izuzetno uska spektralna širina utječe na koherentnost svjetla što je bitno na veće, a za uske tolerancije i manje duljine. Duljina koherencije je povezana sa spektralnom širinom izrazom:

$$l_c = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (3.2.1)$$

Gdje je l_c duljina koherencije, c je brzina svjetlosti i $\Delta\nu$ je spektralna širina. Iz izraza 3.2.1 se može zaključiti da se sa užom spektralnom širinom postiže veća duljina koherencije. U poglavlju 2.5 se računala spektralna širina HeNe lasera koja je iznosila 1.56GHz, pritom se duljina koherencije može izračunati pomoću izraza 3.2.1:

$$l_c = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{3 \times 10^8}{1,56 \times 10^9} = 0,19\text{m}$$

Ako se postigne jedan mod sa spektralnom širinom od 1MHz dobiva se duljina koherencije od:

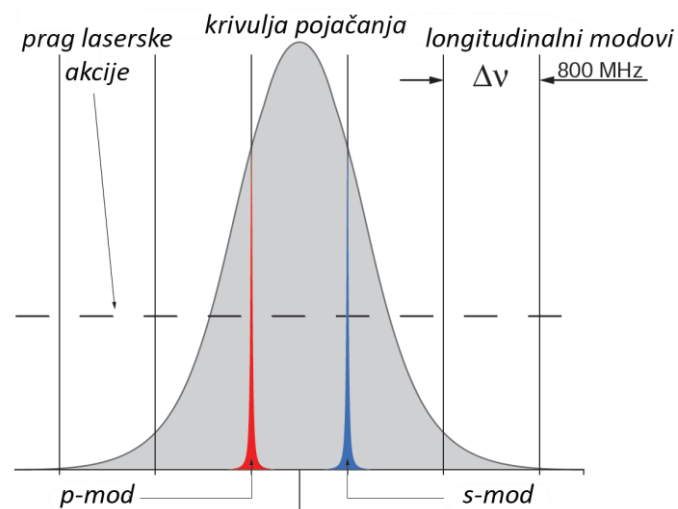
$$l_c = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{3 \times 10^8}{1 \times 10^6} = 300\text{m}$$

Postići užu spektralnu širinu znači veća udaljenost mjerenja [5]. Vidljivo je koliko je bitno postići usku spektralnu širinu u mjeriteljstvu. To je glavni razlog zašto se u mjeriteljstvu nalaze stabilizirani laseri o kojima će se raspravljati u slijedećem poglavlju.

4. STABILIZIRANI LASERI

4.1. Stabilizacija HeNe lasera Zeemanovim efektom

Kod ove vrste stabilizacije koristi se HeNe laser koji emitira samo dva moda. Poznato je da HeNe laser isijava više valnih duljina, kako bi se dobilo samo dvije valne duljine, odnosno samo dva moda potrebno je izračunati duljinu rezonatora. U poglavlju 2.5 je izračunata spektralna širina HeNe lasera koja je iznosila 1,56GHz što nam daje orijentacijske veličine. Recimo da se želi postići unutar krivulje pojačanja dva longitudinalna razmaknuta za otprilike 800MHz to će prema izrazu 3.1.4 biti duljina rezonatora od 0,19m, longitudinalni modovi unutar rezonatora su prikazani na slici 32.



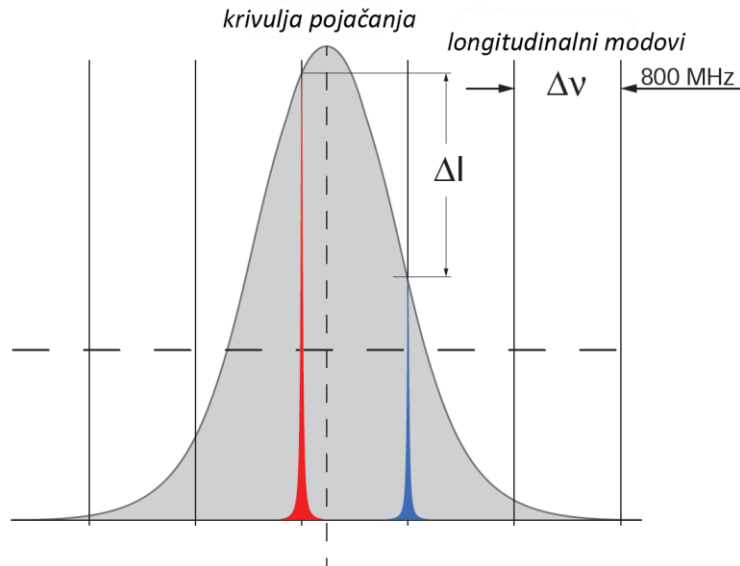
Slika 32. Dva longitudinalna moda unutar rezonatora [15]

Na slici je vidljivo da je FSR otprilike 800MHz, te dva longitudinalna moda koji su odvojeni jednako s obzirom na središnju frekvenciju što je i cilj postići. Normalno u realnim uvjetima duljina rezonatora varira sa promjenom termodinamičke temperature, odnosno sklona je temperaturnom širenju. Za izradu rezonatora koristi se staklo od kvarca koje ima koeficijent temperaturnog rastezanja vrlo malen, ali i dalje postoji. Neka je u ovom slučaju temperaturna rastezljivost kvarca $5,1 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ uz izračun preko izraza 3.1.1 i 3.1.2 dobiva se

$$\begin{aligned} \partial v &= -m \times \frac{c}{2L} \partial L \\ \partial v &= -\frac{2L}{\lambda} \times \frac{c}{2L} \partial L \\ \partial v &= -\frac{c}{\lambda} \partial L = \frac{3 \times 10^8}{632,8 \times 10^{-9}} \partial L \\ &= -4.7408344 \times 10^{14} \partial L \end{aligned}$$

$$= 241782553\text{Hz}$$

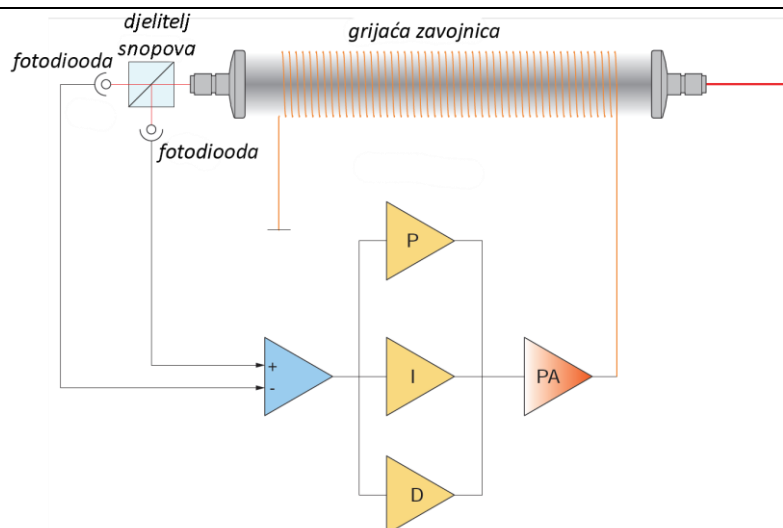
Što bi značilo da porastom temperature za 1K dolazi do promjene frekvencije od približno 242MHz u tom slučaju bi longitudinalni modovi unutar krivulje pojača izgledali kao što je prikazano na slici 33 [15].



Slika 33. Frekvencijski pomaci izazvani temperaturnim širenjem rezonatora [15]

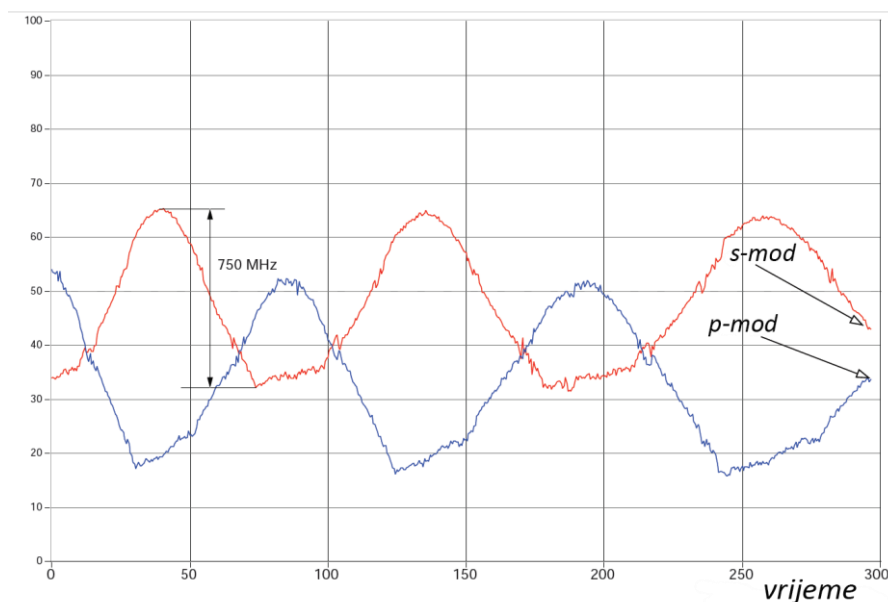
Sa slike je vidljivo da je intenzitet jednog longitudinalnog moda pao, a drugi se povećao. Razumljivo je da je ovo neizbježna situacija, jedini način kako ju je moguće kontrolirati je sa temperaturnom stabilizacijom. Odnosno ako se ako postoji uređaj koji će rezonator držati na određenoj temperaturi te se nakon termodinamičke ravnoteže kreće s dobivanjem dva željena moda. Pogodna situacija u ovoj fizikalnoj pojavi što dolazi do promjene intenziteta zračenja pa je moguće elektronikom izračunati grešku, pri čemu je greška relativna razlika intenziteta.

Statistički gledano stimulirani fotoni će 50% biti polarizirani horizontalno, a 50% vertikalno, poznato je da se fotoni križne polarizacije mogu smatrati neovisni jedni o drugima što znači da kada laserska svjetlost dođe na djelitelj snopa, oba moda mogu biti odvojena te njihov intenzitet može biti izmjeren. Uvjet je da dva moda budu jednakih intenziteta što je moguće narušiti temperaturnim varijacijama, tada se u sustav instalira PID regulator koji ima tri podesiva parametra: pojačanje K_p , integralnu vremensku konstantu T_i i konstantu diferenciranja T_d [15]. Prisustvo proporcionalnog, integralnog i diferencijalnog djela omogućuje dobivanje željenih performansi. Odnosno u ovom slučaju proporcionalni član bi stalno težio ravnoteži intenziteta na temelju procjene greške integralnog člana dok bi diferencijalni član regulirao izmjenu toplinu shematski prikaz cijelog sustav prikazan je na slici 34.



Slika 34. Shematski prikaz sustava stabiliziranog HeNe lasera [15]

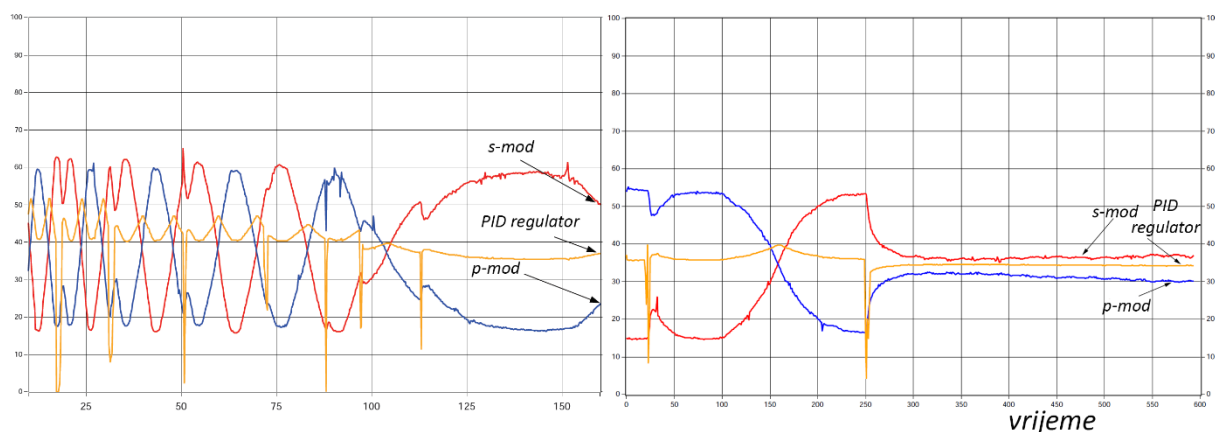
U početkom trenutku kada se upali laser biti će potrebno neko vrijeme da PID regulator pronade optimalne frekvencije. Već je izračunato što se događa sa frekvencijom kada temperatura rezonatora poraste za 1K, u realnom slučaju postizanje nakon paljenja lasera i prije postizanja termodinamičke ravnoteže hod frekvencija će biti jako izražen kao što je prikazano na slici 35.



Slika 35. Hod frekvencija u realnom vremenu [15]

Sa slike 35 je vidljivo da koliko je izražen hod frekvencije odnosno s-mod je od maksimuma do minimuma proputovao skoro pola krivulje pojačanja uzeći u obzir prag laserske akcije. Na

grafu je prikazan rani stadij stabilizacije, ali da bi sustav postigao termodinamičku ravnotežu potrebno je pričekati otprilike 30min [15].

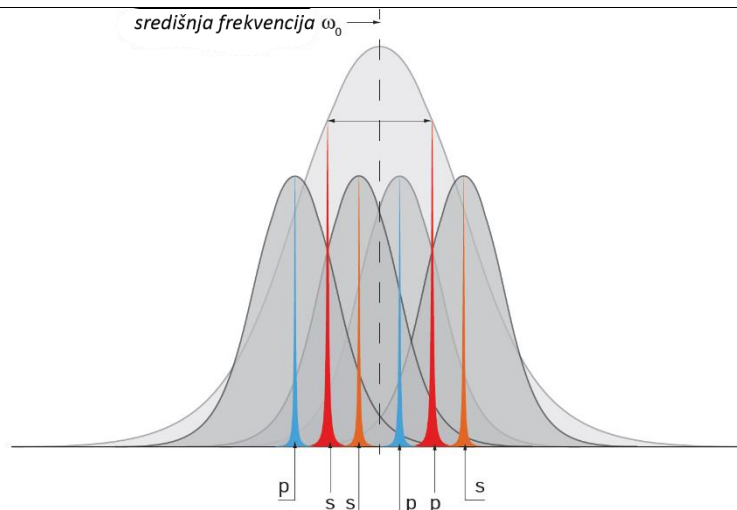


Slika 36. Stabilizacije frekvencije PID regulatorom [15]

Na slici 36 lijevo je prikazan rad PID regulatora koji teži dobiti optimalnu frekvencijsku stabilnost, velika odstupanja samo pokazuju koliko se radi osjetljivom sustavu, nakon određenog vremena uz pomoć PID regulatora se dobivaju skoro savršene postavke uz minimalna odstupanja što je prikazano na slici 36 desno.

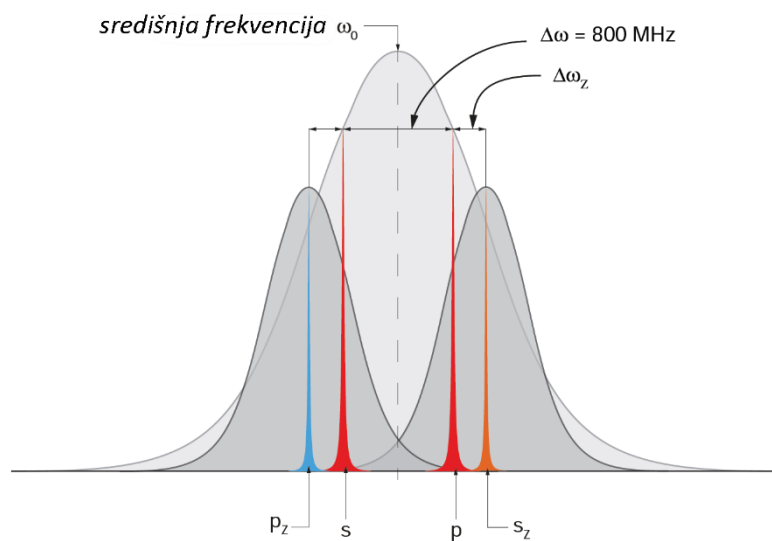
Pri ovoj stabilizaciji se koristi Zeemanov efekt koji je ukratko rečeno je dijeljenje spektralnih linija uzrokovano magnetskim poljem. Ako se uzme spektralna linija na 632,8 nm u normalnim uvjetima, tada u jakom magnetskom polju ta će linija zbog Zeemanovog efekta biti podijeljena u manje energetske spektralne linije, odnosno nižu frekvenciju i u više energetske spektralne linije, odnosno višu frekvenciju u odnosu na normalnu spektralnu liniju na 632,8 nm [16].

Uzrok Zeemanovog efekta u magnetskom polju je hipoteza da kutna količina gibanja kvantnog stanja može biti podvrgnuta dislokaciji „urođenih“ stanja (kvantna stanja koji imaju određenu energiju). Ako se uzme p orbitala sa kvantnim brojem 1 ona ima 3 moguće kutne količine gibanja kvantnog stanja koja su urođena (dano je izrazom $2L + 1$, pri čemu je L kutna količina gibanja određenog kvantnog broja, npr. za s orbitalu $L = 0$, za p orbitalu $L = 1$ za d orbitalu $L = 2$). Svako kvantno stanje sa kutnom količinom gibanja ima magnetski dipolni moment što za posljedicu ima da vanjsko magnetsko polje razdvaja ta 3 moguća stanja u 3 energetske razine. Jedno stanje ima više energije, a jedno ima manje energije u odnosu na ono koje ostaje na istoj energetskej razini. Takvo razdvajanje kvantnih stanja na tri energetske razine rezultira sa tri uzbuđena stanja sa malom energetskej razlikom, posljedicu razdvajanja je pojava 2 dodatne spektralne linije. U ovom slučaju Zeemanov efekt prikazan je slikom 37 [17] [18].



Slika 37. Zeemanov efekt dijeljena spektralnih linija [15]

Na slici je vidljivi dodatni modovi nastali Zeemanovim efektom, ali dva susjedna moda iste polarizacije (s-s ili p-p) će se urušiti u jedan mod u korist intenzivnijeg moda. Nakon urušavanja modova dobiti će se konačno stanje koje izgleda kao na prikazanoj slici 38 [15].

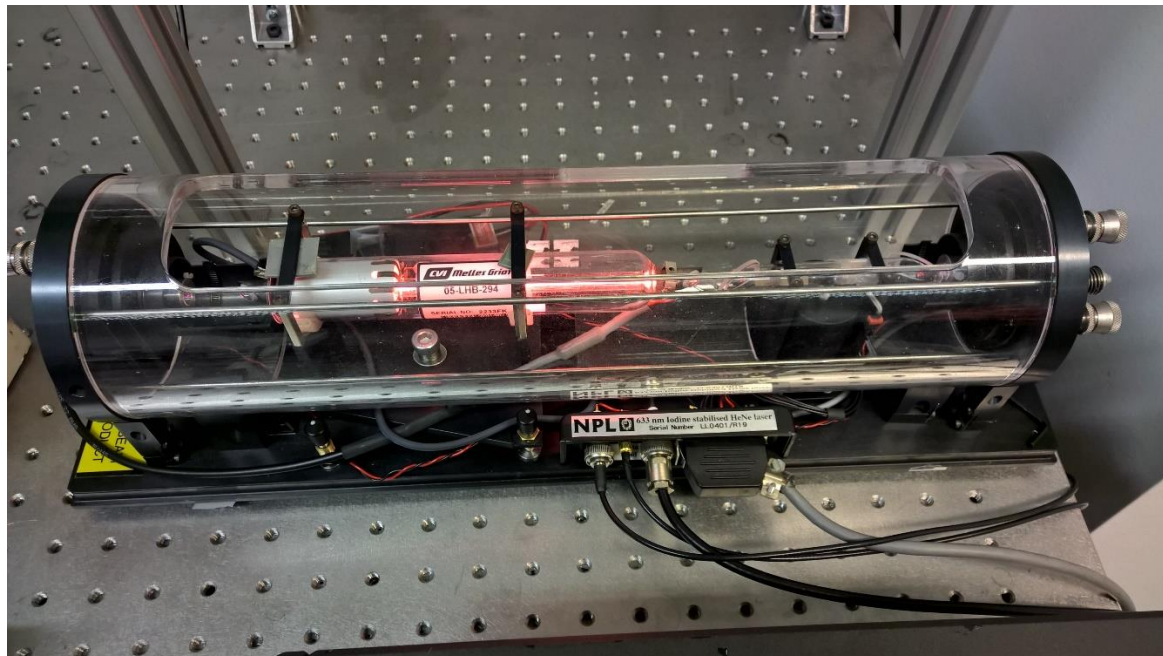


Slika 38. Konačno stanje nakon urušavanja modova [15]

Na slici je vidljivo da laser sada emitira 4 moda sa kombinacijama frekvencija zvanih *beat frequencies* od $800\text{MHz} + 2\Delta\omega_z$, $800\text{MHz} + \Delta\omega_z$ i $\Delta\omega_z$. Gdje je $\Delta\omega_z$ izazvano Zeemanovim efektom, kao i ostalim mogućim efektima (često dolazi do pojave zvane *frequency pulling and pushing* što utječe na varijaciju frekvencije zbog smetnji u sustavu). Stoga se fotodetektor podešava tako da signali preko 100MHz neće biti detektirani. Važna vrlina Zeemanovog lasera je što je krivulja pojačanja na središnjoj frekvenciji na varira sa jačinom magnetskog polja, ona ostaje zaključana što nudi stabilan rad lasera [15].

4.2. Jodno stabilizirani He-Ne laser

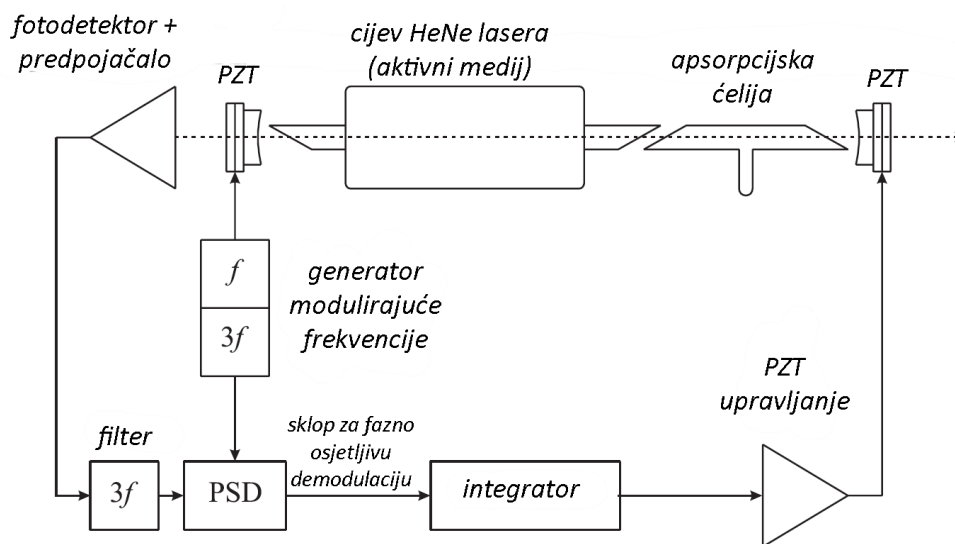
Vrlo poznati referentni laser za umjeravanje je HeNe jodno stabilizirani laser kojeg posjedu LFSB i mnoštvo drugih nacionalnih laboratorija prikazan je na slici 39.



Slika 39. Jodno stabilizirani HeNe laser u LFSB

Jod je specifičan medij za stabilizaciju jer u ima bogat spektar apsorpcijskih linija zelenom i crvenom vidljivom spektru svjetlosti. Te energetske linije spadaju u tranziciju između energetske razine B i najnižeg energetske stanja X. Mnogo lasera se stabilizira pomoću joda a među njima je i HeNe laser sa valnom duljinom od 633nm na kojoj se događa povoljna situacija između spektralne širine uzrokovane Dopplerovim efektom neona i vibracijskim tranzicijama u jodu [19]. Prolazom laserskog snopa kroz komoru ispunjenu jodom događa se apsorpcija laserskog snopa uzrokovana apsorpcijskim linijama joda. Zbog visokog omjera apsorpcije dolazi do zasićenja za valnu duljinu na sredini spektralne širine neona i izlazni snop se lagano pojačava. Analizom laserskog snopa postaje vidljivo da se nakon prolaska kroz komoru s jodom javlja nepravilni vrh odnosno porast intenziteta, koji se često koristi za spektroskopiju izuzetno visoke rezolucije uz minimalnu pojavu Dopplerovog efekta [16]. Spomenuti vrhovi izlaznog signala nisu lako uočljivi jer je odnos izlaznog signala i šuma zbog električnog izboja prilično malen. Kako bi se ipak ti vrhovi apsorpcije mogli uočiti koristi se modulacija frekvencije lasera. Vrhovi signala koji su se javili zbog apsorpcije molekula joda se nalaze zamaskirani pod velikom količinom šuma koji se javlja zbog samog napajanja. Metoda

koja se koristi za izdvajanje tih vrhova signala zove se fazno osjetljiva demodulacija. Ta metoda se koristi za izdvajanje signala iz poznatog nosećeg vala u situacijama kad je odnos signala i šuma vrlo nizak [20]. Moduliranje frekvencije lasera postiže se periodičkim mijenjanjem duljine rezonatora u rasponu od nekoliko kiloherca odnosno mjenjanjem udaljenosti zrcala pomoću napona na piezoelektričnom kristalu koji je pričvršćen na jedno od zrcala lasera kao što prikazuje slika 40.



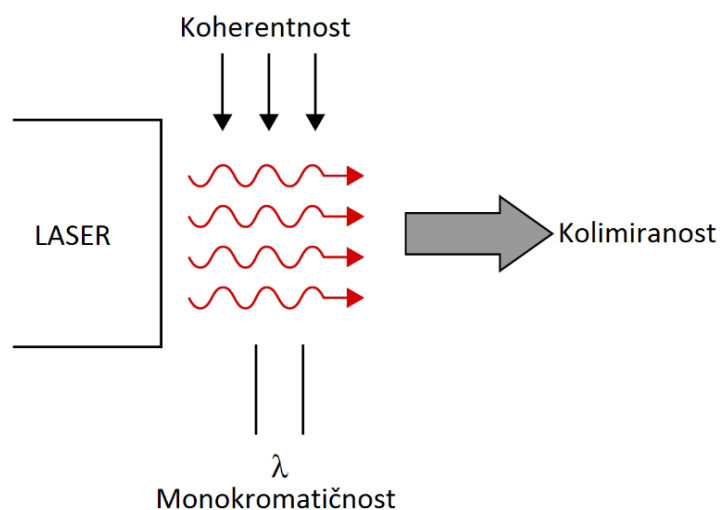
Slika 40. Shematski prikaz stabilizacije jednog HeNe lasera [16]

Nastala modulirana frekvencija dolazi na sklop za fazno osjetljivu demodulaciju koji se sastoji od pojačala koje mijenja polaritet svakog poluciklusa moduliranog signala. Zbog tih promjena u polaritetu, sve komponente frekvencije signala integriranjem poprimaju vrijednost nule osim onih koje se javljaju zbog same frekvencije moduliranja [16]. Tipične postavke za jednu stabilizaciju HeNe lasera obično koriste tehnika trećeg harmonika. Komponente trostruke kutne frekvencije moduliranog signala se filtriraju iz signala i dovode do pojačala za fazno osjetljivu demodulaciju. Taj signal ne sadrži konstantne i linearne komponente pozadine signala (šuma) zbog toga što je takav signal proporcionalan trećoj derivaciji signala. Sredina signala ostaje nepromijenjena što odgovara središtu frekvencija apsorpcijskih linija i može se koristiti za frekvencijsku stabilizaciju lasera [20][21]. Vrijednost frekvencije f je preporučen od strane Međunarodne komisije za utege i mjere i iznosi 473 612 353 604 kHz [16].

5. LASERI U MJERITELJSTVU DULJINE

5.1. Karakteristike lasera važne u mjeriteljstvu duljine

Laser je vrsta svjetlosnog zračenja kojeg najbolje opisuju njegove tri specifične značajke, a to su: koherentnost, monokromatičnost i kolimiranost. Ujedinjene tri značajke u jednom laserskom snopu prikazuje slika 41.



Slika 41. Značajke laserskog snopa [5]

Kolimacija ili usmjerenost je značajka laserskog svjetla da na velike udaljenosti ostaje uskom laserskom snopu. Usmjerenost je izazvana mehanizmom rada lasera, nakon stimulirane emisije fotoni se unutar rezonatora odbijaju od zrcala, ako se uzme slučaj HeNe lasera može se reći da se fotoni po sto puta odbijaju od zrcala dok ne budu savršeno kolimirani sa optičkom osi kako bi mogli izaći iz rezonatora u obliku laserskog snopa. Mali kut odstupanja od optičke osi izazvat će da se foton odbije od zrcala i ne izađe iz rezonatora [5]. Opet gledajući sa fizikalne strane uvijek postoji neki diferencijalni kut koji je teško ukloniti, tako da svi laseri imaju mali (ali postojeći) stupanj divergencije [2]. Koherentnost je najzanimljivije svojstvo laserskog snopa. Pod koherentnošću se smatra emitiranje svih fotona u istoj fazi, odnosno svim valovima se poklapa brijeg sa brijegom i dol s dolom kao što se može vidjeti na slici 39. Koherentnost je posljedica mehanizma rada lasera odnosno posljedica stimulirane emisije. Da bi fotoni ostali u fazi potrebno je da svi budu iste valne duljine. Ako su neki fotoni različite valne duljine, faza tih fotona će biti relativno drugačija od drugih, te svjetlo neće biti koherentno, također potrebno je da fotoni budu istog usmjerenja, odnosno kolimirani. Koherentnost nije trivijalna pojava i idealnu koherentnost je nemoguće postići. Navedeno je da bi se ostvarila koherentnost potrebno je imati monokromatsku svjetlost (odnosno svjetlost sa točno definiranom valnom duljinom),

vidljivo je koliko su zavisne ove dvije značajke jer svjetlost koja nema iste valne duljine ne može nikad biti u fazi, kad tad bi nastupila konstruktivna ili destruktivna interferencija. U poglavlju 2.5 je bio dan prikaz spektrogramski prikaz HeNe lasera na slici 21 iz kojeg je vidljivo da su samo neke valne duljine vidljive, kada bi se radio spektrogramski prikaz polikromatskih izvora bijele svjetlosti sa slike 20 ne bi se vidjele točno definirane valne duljine nego cijeli spektar neprekinutih valnih duljina. Napomenuto je da laser nije idealno monokromatski izvor što je istina, zbog njegove spektralne širine najčešće uzrokovana Dopplerovim efektom dolazi do malog odstupanja od monokromatičnosti. Utješna činjenica je da je fizikalno nemoguće postići idealno monokromatsko svjetlo, jer koliko god promatrač bio udaljen od izvora uvijek će postojati Dopplerov efekt koliko god on mali bio. S obzirom da fizikalno nije moguće postići idealnu monokromatsku svjetlost slobodno se može reći da je tom slučaju nemoguće postići i koherentno svjetlo jer su te dvoje značajke direktno povezane.

Fizikalna ograničenja treba znati, ali u stvarnom svijetu se često može raditi izvan njih, tako da su u mjeriteljstvu laseri najprecizniji uređaji za mjerenje duljine, različite tehnologije se koriste za različita mjerenja duljine kako bi se smanjio utjecaj fizikalnih ograničenja. U poglavlju 3.2 bio je naveden primjer sa duljinom koherencije koja je bila izuzetno mala, jasno je da se takav laser ne može koristiti za velike udaljenosti (mjeseč-zemlja) jer će doći do destruktivne interferencije, pritom se poseže za drugačijom konstrukcijom lasera koja obećava veće koherentne duljine. U preciznim mjerenjima kao što je nano svijet, duljina koherencije će se moći izostaviti iz fokusa kako bi se optimirao neki drugi dio lasera. No kao što je već očito svim laserima u mjeriteljstvu je nešto zajedničko, a to je stabilnost. Mjeriteljstvo je referentna točka za sve mjere, ono mora biti najpreciznije i najtočnije što je i njihova svrha. Ako se sagleda primjer sa stabilizacijom lasera Zeemanovim efektom može se zaključiti da tri značajke lasera nisu dovoljne za provođenje mjerenja visoke točnosti, pod djelovanjem temperature frekvencija može varirati što uzrokuje prve greške, također postoji još mnoštvo pojava što može djelovati na točnost mjerenja, kao što su oscilacije, šumovi elektronike, refrakcijski koeficijent zbog čega se teži sve te faktore minimizirati. U poglavlju 4.1 to se napravilo temperaturnom stabilizacijom i Zeemanovim efektom što daje mogućnost točnijeg mjerenja i užih granica tolerancije.

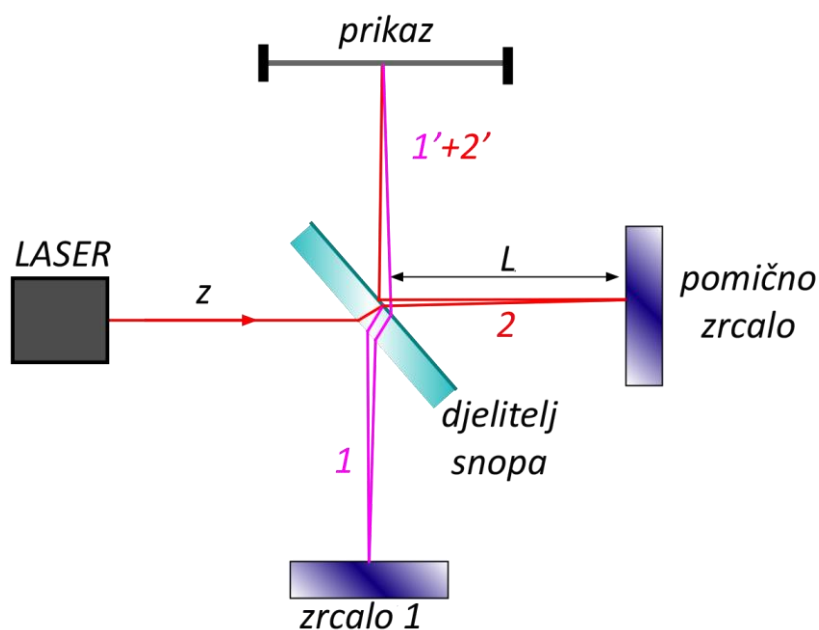
5.2. Primjene lasera pri mjerenju duljine

U mjerenju duljine postoji više metoda, one najčešće su vrijeme tranzicije laserskog snopa (veće udaljenosti) i interferometrijske metode koje se najčešće viđaju u mjeriteljstvu. Vrijeme tranzicije laserskog snopa se neće obrađivati u ovom radu, ali dobro je znati da pomoću te metode može mjeriti velike udaljenosti kao udaljenost Mjeseca od Zemlje. Za vrijeme Apollo misije (11,14 i 15) astronauti su postavili retroreflektore na površinu mjeseca koji su ciljani pulsirajućim laserima. Vrijeme potrebno od Zemlje do Mjeseca i nazad iznosilo je oko 2,5 sekunde što množeno s brzinom svjetlosti daje 384,467km [22]. Točnost mjerenja je izražena u varijaciji od 1 nanosekunde što odgovara varijaciji od 15cm u jednom smjeru. Što predstavlja izrazito malu grešku [23]. U mjerenjima duljine malih dimenzija poseže se za interferometrijskim metodama koje za koje je postavio temelj Albert Abraham Michelson što je osnova interferometrijskih metoda.

5.2.1. Značajni interferometri

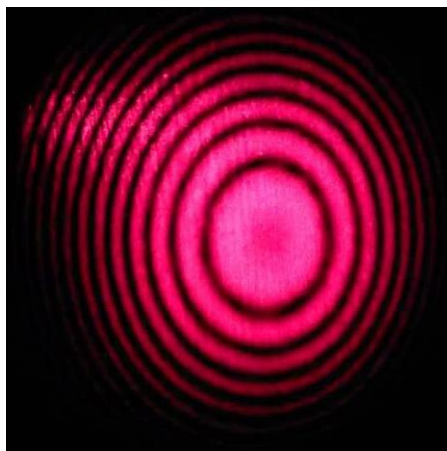
5.2.1.1. Michelsonov interferometar

Michelsonov interferometar koristi se za određivanje malog pomaka predmeta, za mjerenje indeksa loma nekog sredstva, ili čak mjerenje valne duljine nekih lasera. Sustav se sastoji od lasera, djelitelja snopa, detektora, nepomičnog i pomičnog zrcala, kao što je prikazano na slici 42 [24].



Slika 42. Michelsonov interferometar

Dinamika sustava je vrlo jednostavna. Upadna zraka z (laserski snop) ide na djelitelj snopova koji upadnu zraku z razdvaja na dvije zrake, zraku 1 i zraku 2. Zraka 1 je nastala djelomičnom refleksijom zrake z , a zraka 2 nastaje djelomičnom transmisijom zrake z kroz djelitelj snopova. Zraka 1 tada pada na zrcalo m_1 te se reflektira i vraća do djelitelja snopova. Zraka 2 koja je nastala transmisijom početne zrake z kroz djelitelj snopova također se reflektira od pomičnog zrcala i vraća se nazad do djelitelja snopova. Nakon povratka do djelitelja snopova zraka 1 djelomičnom transmisijom prolazi kroz djelitelj snopova nakon kojeg nastaje zraka 1', zraka 2 djelomičnom refleksijom na djelitelju snopova se pretvara u zraku 2'. Konačno zraka 1' i 2' su istog smjera širenja, međusobno su koherentne i amplitude su im približno jednake [25]. Na fotodetektoru/zastoru dolazi do konstruktivne interferencije kada se putovi jednog i drugog snopa razlikuju za cijelu valnu duljinu. Kada se putovi jedne i druge zrake razlikuju za pola valne duljine tada dolazi do destruktivne interferencije. Jedno od zrcala je nepomično dok je drugo pomično, upravo pomično zrcalo služi kao uređaj za mjerenje, pomakom pomičnog zrcala za četvrtinu valne duljine dolazi do destruktivne interferencije (pomak zrcala za četvrtinu valne duljine rezultira pomakom vala za pola valne duljine zbog puta prema i od zrcalu). Na fotodetektoru/zaslonu se vide tamni i svijetli prsteni kao što prikazuje slika 41. [24]

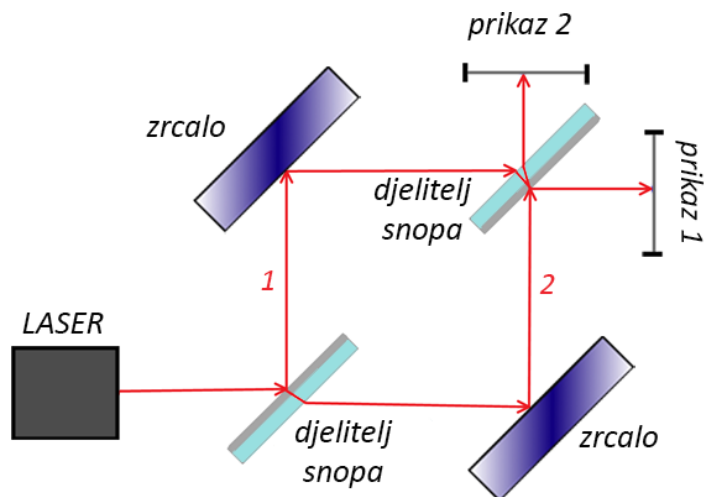


Slika 43. Prsteni Michelsonovog interferometra [26]

Svaki puta nakon što se dogodi hod zrcala od četvrtinu valne duljine, odnosno faza se pomakne za pola valne duljine na zastoru (u ovom slučaju) se doći do „usisavanja“ prstena u zastor. Brojeći promjene koje se dogode za vrijeme pomicanja zrcala možemo odrediti za koliko se valnih duljina zrcalo pomaknulo.

5.2.1.2. Mach Zehnderov interferometar

Prije objašnjena dinamike Mach Zehnderovog interferometra potrebno je idealizirati neke komponente ovog sustava, tako da dielektrična zrcala sa prednje strane refleksijom ne uzrokuju promjenu u fazi (siva strana) dok sa zadnje strane (plave) uzrokuju promjenu u fazi za pola valne duljine. Pritom će se zanemariti indeks loma stakla koji dodatno komplicira situaciju.

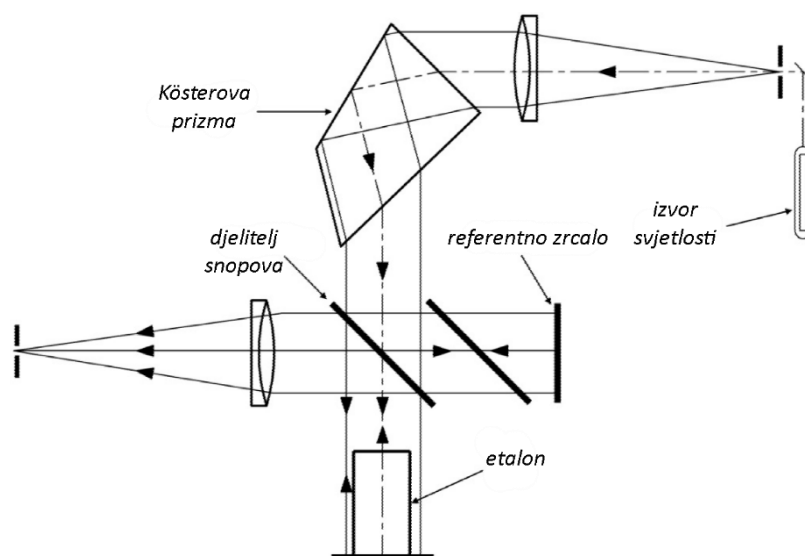


Slika 44. Mach Zehnderov interferometar

Za sustav dan na slici 42, snop iz lasera dolazi do djelitelja snopa na kojem se dijeli na zraku 1 i na zraku 2. Zraka 1 je nastala refleksijom, a zraka 2 je nastala transmisijom. Reflektirana zraka 1 dolazi na zrcalo na kojem se ponovo reflektira i dolazi do djelitelja snopa, pri čemu se dijelom reflektira na prikaz 2, a dijelom prolazi na prikaz 1, analogno vrijedi i za zraku 2. Ako se gleda put zrake 1 onda se može zaključiti da reflektirana zraka na djelitelju snopa nema promjenu u fazi, na zrcalu dolazi do refleksije i promjene u fazi od π . Na drugom djelitelju snopa zraka se reflektira i ima promjenu u fazi od π , dok dio zrake koji se transmitira nema promjenu u fazi te faza tog vala ostaje na π . Konačno zraka jedan pada na prikaz 2 sa faznim pomakom od 2π , odnosno 0, a na prikaz 1 pada sa faznim pomakom od π . Snop zrake 2 nakon što je transmitiran kroz djelitelj snopova nema promjenu u fazi, na zrcalu dolazi do promjene u fazi od π , te kada zraka dođe do drugog djelitelja snopa onda je djelomično reflektirana bez pomaka u fazi (ostaje π), dok drugi dio nastaje transmisijom također bez pomaka u fazi (ostaje π). Konačno na prikazu 2 su zraka 1 sa pomakom u fazi od 2π (0) i zraka 2 sa pomakom u fazi od π , vidljivo je da će u tom slučaju nastupiti destruktivna interferencija te na prikazu 2 neće biti svjetlosti. Na prikazu 1 zraka 2 će imati pomak u fazi od π kao i zraka 1 što znači da imaju iste faze i nastupiti će konstruktivna interferencija. [27]

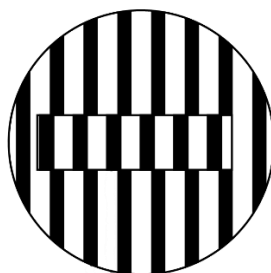
5.2.1.3. Zeiss interferometar

Baziran je na Kösterovom tipu Twyman-Green konstrukcije, Zeiss interferometar dijeli svjetlosni snop na referentan i mjerni. Dva snopa su reflektirana i onda spojena u djelitelju snopova gdje interferiraju. Kösterova prizma koristi se za izoliranje određenih frekvencija izvora svjetlosti, odnosno Zeiss interferometar može raditi spektralnim lampama helija ili kriptonu kao što prikazuje slika 45 [28].



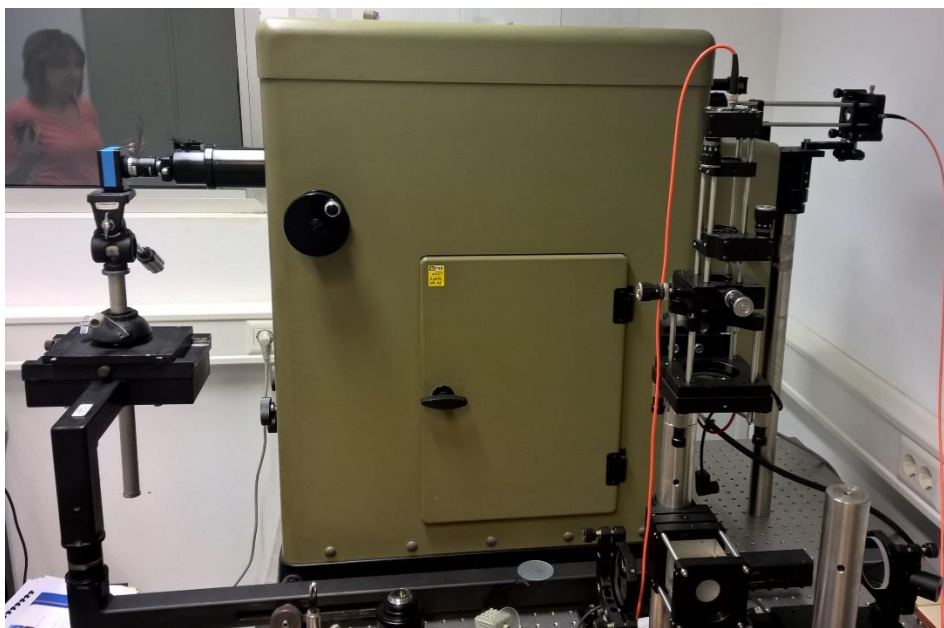
Slika 45. Zeiss interferometar [29]

Pri korištenju spektralnih lampula ulaznu svjetlost prizma dijeli na više frekvencija, na djelitelju snopova jedan dio se transmitira, a drugi reflektirani ide na korekcionu ploču nakon koje se od nepomičnog ogledala reflektira natrag prema djelitelju snopova. Transmitirani snop pada na gornju površinu etalona i gornju površinu mjerne podloge, nakon refleksije vraća se na djelitelju snopova. Na djelitelju snopova dolazi do sjedinjavanja sa prvotno reflektiranim i transmitiranim snopom te preko dalekozoba dolaze na CCD senzor preko kojega se vrši promatranje nastalih interferencijskih pruga prikazanih na slici 46 [24][28].

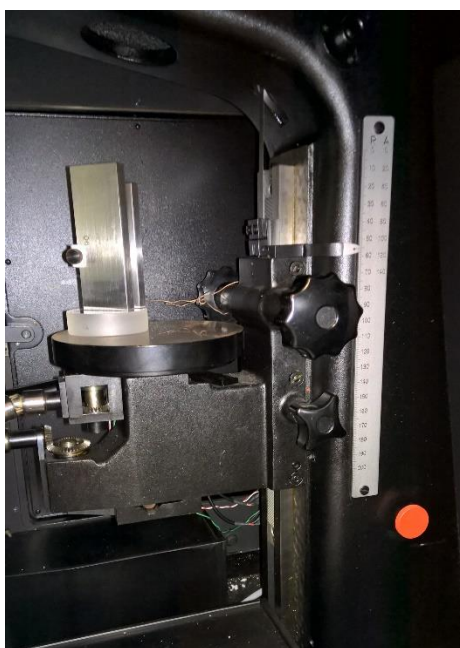


Slika 46. Pruge interferencije na etalonu duljine i površine mjerne podloge [28]

Interferencijske pruge su međusobno pomaknute za pola valne duljine. Razlika prikazana na slici 46 je rezultat različitih duljina prijeđenih od površina etalona i mjerne podloge. Odnosno ako postoji pomak pruga to znači da se duljina etalona ne sastoji cijelog broja valnih duljina, već postoji određeni ostatak. Do poboljšanja cijelog sustava može doći korištenjem stabiliziranog lasera koji se može koristiti zajedno sa spektralnim lampama čime se povećava točnost mjerne metode. Dodatno poboljšanje može biti korištenjem samo laserskih snopova bez spektralnih lampi. Zbog jednostavnosti i praktičnosti laserski snop se prenosi do interferometra optičkim kabelima kao što prikazuje slika 47 i 48 Zeiss interferometara na LFSB-u [24][28].



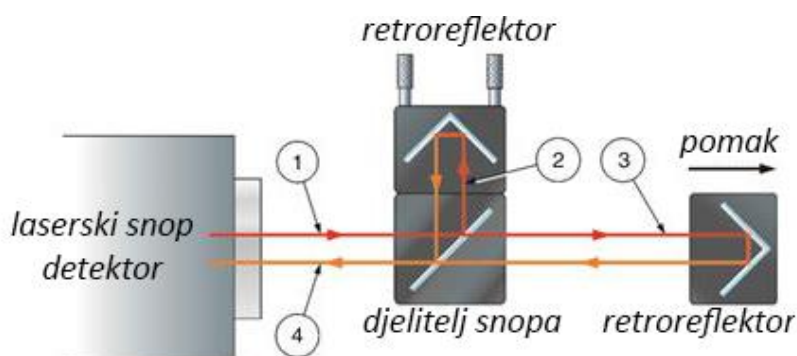
Slika 47. Zeiss interferometar na LFSB-u



Slika 48. Unutrašnjost Zeiss interferometara na LFSB-u

5.2.1.4. Linearni interferometar (XL-80)

Ova vrsta interferometra se često koristi sa komercijalnim stabiliziranim laserom Renishaw XL-80 (nasljednik lasera Renishaw ML10 kojeg posjeduje Laboratorij za precizna mjerenja dužina na FSB-u). Sustav se sastoji od lasera sa integriranim retroreflektorima na laserskoj glavi i jednim pomičnim retroreflektorom koji je fizički odvojen od sustava lasera. Laserski snop 1 dijeli se na polarizirajućem djelitelju snopa na reflektirani snop 2 i transmitirani snop 3 kao što prikazuje slika 43 [30].

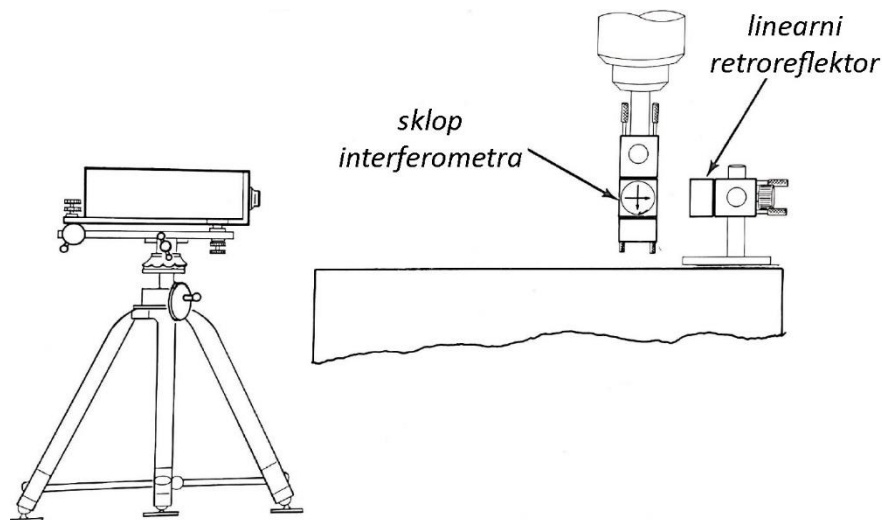


Slika 49. Sustav linearnog interferometra (XL-80)

Snop 2 se reflektira od retroreflektora i vraća se na djelitelj snop, isto vrijedi i za pomični retroreflektor koji reflektira snop 3 i vraća ga paralelno sa upadnom zrakom na djelitelj snopa. Na djelitelju snopa snop 2 i snop 3 se ponovo spajaju i ulaze u detektor gdje interferiraju konstruktivno ili destruktivno. Za vrijeme konstruktivne interferencije snopovi su u fazi i stvaraju sjajne prstene, a za vrijeme destruktivne interferencije snopovi nisu u fazi te se poništavaju što čini tamne prstene. Optički detektor signala analizira „broji“ broj destruktivnih interferencija koje se događaju svaki puta nakon što se pomični retroreflektor uzrokuje pomak faze za pola valne duljine 316.5nm (valna duljina lasera je 633nm). Ovaj sustav nudi poboljšanja koja mogu minimizirati utjecaj okoliša i povećati točnost cijelog sustava. Uz XL-80 laser se može koristiti kompenzacijska jedinica XC-80 koja mjeri temperaturu, tlak, vlagu i pritom mijenja refrakcijski koeficijent zraka, što se direktno unosi u softver koji tada računski prilagođava valnu duljinu [30].

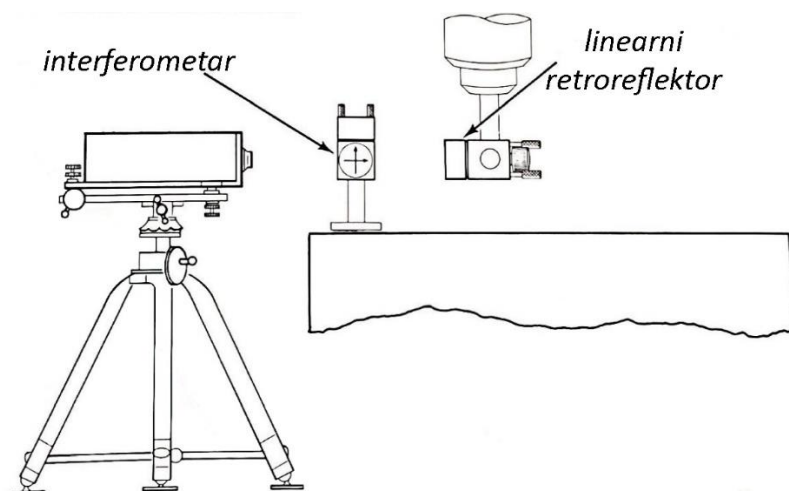
5.2.2. Mjerenje duljine Renishaw ML10 laserom

Renishaw ML10 spada u komercijalno dostupne stabilizirane lasere, najčešće se koristi za umjeravanje industrijskih strojeva, njegov potencijal se može iskoristiti pri umjeravanju trokoordinatnih mjernih uređaja. Postoje razne metode i varijacije položaja optičkih komponenti kako bi se izvelo mjerenje. U situaciji gdje se uspoređuje pomak stola sa referentnim pomakom koji je dan stabiliziranim laserom, sustav će izgledati kao na slici 50.



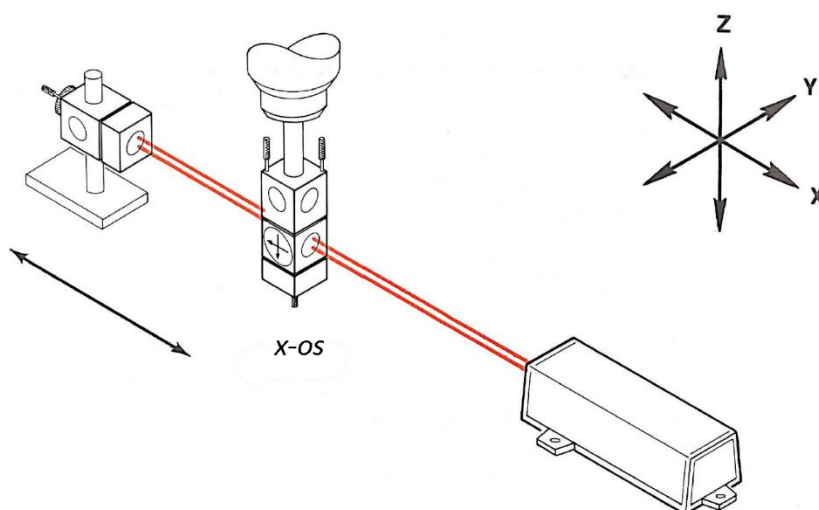
Slika 50. Postavke lasera za pomičan stol [31]

Sa slike je vidljivo da se jedan retroreflektor stavlja na regulator visine, drugi se zajedno sa interferometrom učvršćuje na mjernu glavu. Nakon toga se teži postići paralelnost sustava odokativno, a onda kreće fino podešavanje. S obzirom da neki trokoordinatni mjerni uređaji nemaju pomični stol tada se umjerava samo mjerna glava kao što je prikazano na slici 51 [31].



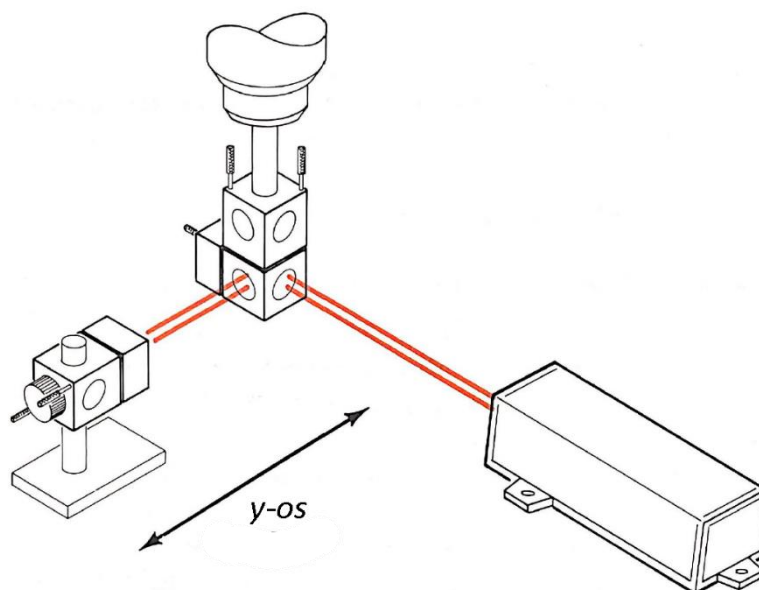
Slika 51. Postavke lasera za pomičnu glavu [31]

Sa slike 51 vidljivo je da pomična glava na sebi ima pričvršćen retroreflektor, dok je interferometar postavljen na rub stola. Pritom se pomična glava regulatorom pomiče prema desno (u ovom slučaju) te se pomak može očitati na upravljačkoj jedinici trokoordinatnog mjernog uređaja te se uspoređuje sa referentnim pomakom koji mjeri laser. Također optičke komponente se mogu podešavati na više načina tako da se s laserom u jednoj ravni može mjeriti pomaci u 3 dimenzije. Pomak po osi x prikazan je na slici 52 [31].



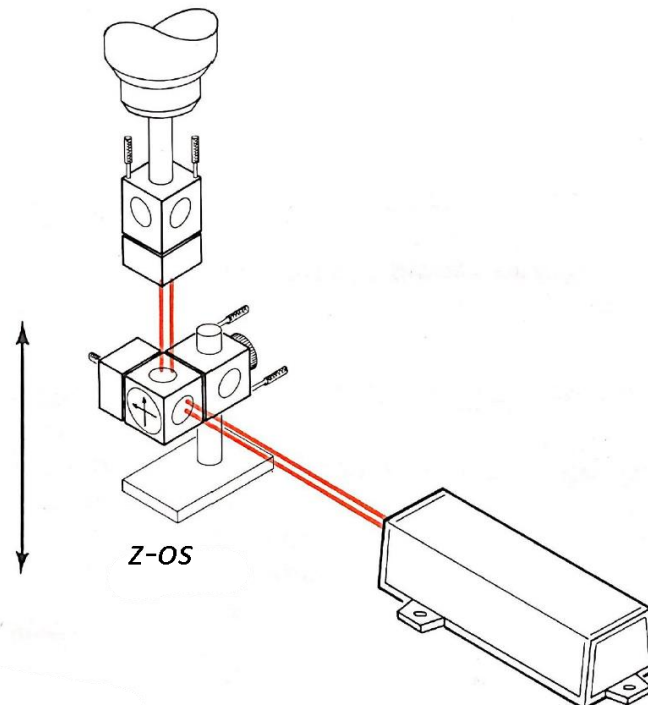
Slika 52. Mjerenje hoda po osi x [31]

Za mjerenje pomaka po osi y koristi se malo drugačije postavke optičkih komponenti kao što je prikazano na slici 53. Prednost ovakvog način mjerenja je što se može samo pomakom retroreflektora postići umjerenje uređaja u 2 koordinate [31].



Slika 53. Mjerenje hoda po osi y [31]

Za mjerenje z koordiante vrijedi isti princip mjerenja kao za x i y koordinatu, odnosno principom linearnog interferometra objašnjenog u poglavlju 5.2.1.3 uz malo podešavanje optičkih komponenti. Mjerenje po z koordinati je prikazano slikom 54.



Slika 54. Mjerenje hoda po osi z [31]

Točnost mjerenja gledajući sa tehničke strane ovisi o prilagodljivosti sustava dinamičnim uvjetima. Valna duljina laserskog snopa koristi se kao referentna mjera za mjerenje udaljenosti, valna duljina svakog svjetla ovisi brzini svjetlosti kroz određeni medij što znači da ovisi o okolišnim uvjetima kao što su temperatura zraka, pritisak i vlažnost, također malo odstupanje pomaka mjerne glave od optičke osi može izazvati značajne greške. Laser Renishaw ML10 kao i njegov nasljednik (XL80) nudi kompenzacijsku jedinicu koja ublažava utjecaje okoliša na mjerenje.

5.2.2.1. Službene upute za postupak mjerenja duljina [31][32]

1. Primaknuti pokretni dio stroja što je moguće bliže glavi lasera.
 - Pokretni dio stroja može ovisiti o osi koju se mjeri, što znači da os x pokretnog dijela ne mora nužno biti i os y ili os z pokretnog dijela.
 - To će spriječiti da stroj udari u glavu lasera za vrijeme mjerenja i pomoći ustanoviti bliži-kraj-kretanja.

2. Vizualno što bolje poravnati glavu lasera paralelno smjeru kretanja i namjestiti je na pogodnu visinu. Obratiti pažnju na -
 - Pogodan položaj osi već prema tome što se želi postići.
 - Ako se namjerava kasnije mjeriti ravnoću ili plošnost treba postaviti mjerne osi na visini iznad stola, koje će omogućiti laku promjenu optike. Da bi se učinilo ovo potrebno je postaviti retroreflektor na uređaj za namještanje visine, koji je u ravnini s gornjom površinom učvršćene osnovice. Zatim namjestiti glavu lasera tako da povratna zraka s retroreflektora ulazi u donji otvor glave lasera.
 - Upotrijebiti "Autorefleksiju" za pomoć kada se postane vješt u rukovanju s LMS-om. Ako se koristiti "Autorefleksija" ne treba činiti daljnje poravnavanje, jedino treba provjeriti jakost zrake i grešku kosinusa kada se postavi optika.

3. Postaviti optiku tako da je:
 - Interferometar između reflektora i glave lasera.
 - Jedan optički element tamo gdje se stavlja alat, a drugi tamo gdje se stavlja radni komad.
 - Optika na bližem-kraju-kretanja.
 - Ako se želi mjeriti okomite osi s istog položaja glave lasera, tada treba staviti interferometar na dio stroja koji miruje i može služiti kao početna točka za mjerenje tih osi. (Vidi sliku 52,53,54).

4. Pričvrstiti interferometar i retroreflektor na uređaj za namještanje visine i položaja, radi prilagodbe položaja koji je odabran u koraku 3.
 - a. Položaj optike koju se postavlja na stol učvrstiti pomoću osnovice. Ako se namjerava kasnije mjeriti ravnoću ili plošnost treba postaviti uređaj za namještanje visine u ravninu s gornjom površinom položaja, što će omogućiti lakšu izmjenu optike.
 - b. Optiku koju se postavlja na osovinu, učvrstiti pomoću uređaja za namještanje visine na željeno mjesto isto kao i kod postavljanja na stol ili zašarafiti položaj na uređaj za namještanje visine nakon što se maknu duge izbrazdane ručke. Posljednja prilagodba će olakšati izmjenu optike za ravnoću.

- c. Za veće udaljenosti važno je smanjiti odsijecanje zrake time što se osigurava da zraka ne udara u rubove stakla unutar retroreflektora. To se postiže zakretanjem retroreflektora tako da niti jedan rub nije vertikalalan. Rubovi se mogu vidjeti kao tri linije najbliže prednjoj površini retroreflektora. druge tri linije su refleksija. To će povećati jakost zrake.
5. Odabrati mali izlazni otvor na glavi lasera i rotirati metu na mjesto preko donjeg (povratnog) otvora.
 6. Pomicati interferometar kroz lasersku zraku dok gleda na prednju ploču glave lasera. Postaviti interferometar na glavu lasera tako da je povratna zraka centrirana na metu povratnog ulaza glave lasera.
 7. Postaviti cijeli sklop prema stroju tako da je interferometar što pravokutnije u odnosu na upadnu zraku. (Granica nagiba je $\pm 2^\circ$, a granica skretanja i valjanja je $\pm 5^\circ$). O zahtjevu nagiba se automatski voditi računa uz upotrebu HP 10785A uređaja za namještanje položaja i visine.
 8. Postaviti retroreflektor što bliže interferometru. Gledati na prednju ploču glave lasera i namjestiti retroreflektor sve dok povratna zraka također ne pogodi metu donjeg otvora. Zapriječiti put laserske zrake između interferometra i retroreflektora kako bi se mogle razlikovati povratne zrake. (Točka koja ostaje na čelu glave lasera je povratna zraka interferometra. Od pomoći je da se počne s poravnavanjem rubova retroreflektora s rubovima interferometra).
 9. Učvrstiti sklop retroreflektora na stroju.
 10. Postaviti mete na interferometar i retroreflektor tako da je -
 - rupa na meti interferometra centrirana oko zrake, i
 - križić na meti retroreflektora isto centriran na zraku. (Vidi sliku 4-7).
 11. Sada je sve spremno za poravnavanje lasera prema kretanju stroja.

5.2.3. Mjerenje Renishaw ML10 laserom općenito [31][32]

Renishaw ML10 ima više mogućnosti mjerenja, do sada je navedeno samo mjerenje duljine, ali bitno je napomenuti koje još mogućnosti mjerenja postoje navedenim laserom.

5.2.3.1. Mjerenje brzine

Mjerenje brzine se zasniva na sličnom principu kao i mjerenje dužine, a koristi i istu mjernu optiku. Mjerenje se brzine izvodi mjerenjem promjene položaja jednog od optičkih elementa dok drugi stoji nepomično, pri tome se u pravilnim vremenskim intervalima u računskoj jedinici uzimaju podaci o trenutnoj duljini (prijedjenom putu) i računa trenutna brzina.

5.2.3.2. Mjerenje kuta

Mjerenje kuta zahtijeva i kutnu optiku posebno namjenjenu za tu svrhu. Kutna mjerenja se temelje na mjerenju relativnog kutnog gibanja između retroreflektora i interferometra kada se jedan od njih giba.

5.2.3.3. Mjerenje ravnoće

Mjerenje ravnoće vrši se mjerenjem odstupanja od idealne ravnoće. Odstupanje od ravnoće se može izračunati pomoću podataka dobivenih kutnom optikom i pomoću dimenzija dužine podmetača posebno konstruiranog za tu namjenu. Pomoću sustava dimenzionalne metrološke analize proračunavaju se i ispisuju podatci o ravnoći.

5.2.3.4. Mjerenje pravocrtnosti

Mjerenje pravocrtnosti je mjerenje gibanja okomitog na put kretanja. Ovo okomito gibanje može biti usmjereno ili horizontalno ili vertikalno. Za mjerenje se koristi i dodatni sustav dimenzionalne metrološke analize kako bi se osigurale mogućnosti računanja i davanja prosjeka za mjerenja pravocrtnosti, paralelnosti i odstupanja od pravog kuta, te da je optički kvadrat poravnat unutar zadanih tolerancija kuta koristeći određene tehnike poravnavanja.

5.2.3.5. Mjerenje odstupanja od pravog kuta u horizontalnoj (vertikalnoj) ravnini

Mjerenje odstupanja od pravog kuta u horizontalnoj (vertikalnoj) ravnini se sastoji od dva mjerenja pravocrtnosti, okomita jedan na drugi, s fiksnim reflektorom pravocrtnosti. Ovo se uobičajeno izvodi mjerenjem prvo horizontalne (vertikalne) pravocrtnosti duž jedne (vertikalne) osi, uz pomoć optičkog pravokutnika (optičkog pravokutnika, okretnog ogledala, i retroreflektora pravocrtnosti), potom uklanjanjem optičkog pravokutnika (uklanjanjem navedenih optičkih elemenata), pomicanjem glave lasera, i mjerenjem horizontalne pravocrtnosti duž druge osi.

5.2.3.6. Mjerenje paralelnosti

Postoje dvije vrste mjerenja paralelnosti: linearno i rotaciono. U svakom mjerenju paralelnosti uspoređuju se nagibi dvaju mjerenja pravocrtnosti, koji se mjere s istog položaja reflektora pravocrtnosti. Mjerenje linearne paralelnosti se sastoji od dva mjerenja pravocrtnosti, izvedena duž iste mjerne osi, ali s time da se u jednom mjerenju kreće interferometar, a u drugom mjerenju reflektor. Mjerenje rotacione paralelnosti se izvodi na tokarilici. Sastoji se od dva mjerenja pravocrtnosti, gdje se svako mjerenje izvodi s reflektorom na osovini tokarilice (mjesto radnog komada), te sa rotiranom osovinom za 180° u drugom mjerenju.

5.3. Komercijalno dostupni stabilizirani laseri

5.3.1. Renishaw ML10 & EC10 [33]

Stabilizirani laser Renishaw ML10 Gold Standard predstavlja precizni prijenosi laserski sustav. Ima točnost od $\pm 0,7\text{ppm}$ u linearnom mjerenju. Omogućuje mjerenje brzine do 1ms^{-1} . Slijedivost svakog lasera osigurana je Renishaw jedno stabiliziranim referentnim laserom, koji je umjeren sa jedno stabiliziranim referentnim laserom u Nacionalnom laboratoriju Ujedinjenog Kraljevstva. Laser nudi odvojeni interferometar kako bi se izbjegle termičke nepogodnosti. Okolišni uvjeti mogu izazvati varijacije od $\pm 20\text{ppm}$, kako bi se to minimiziralo Renishaw koristi kompenzacijsku jedinicu EC10 s kojom laser može mjeriti sa istom točnošću kao i u laboratorijskim uvjetima. Uz kompenzacijsku jedinicu ML10 može postići točnost od $\pm 0.7\text{ppm}$ u rasponu temperatura od $0 - 40^\circ\text{C}$. Također sa sustavom osim duljine moguće je mjeriti brzinu, kut, ravnoću, pravocrtost, paralelnost, odstupanje od pravog kuta u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini. Sustav lasera ML10 i kompenzacijske jedinice EC10 pokazan je na slici 55.



Slika 55. Laser Renishaw ML10 i kompenzacijska jedinica Renishaw EC10 [33]

5.3.2. Renishaw XL-80 & XC-80 [34]

Stabilizirani laser Renishaw XL-80 i kompenzacijska jedinica Renishaw XC-80 su nasljednici dobro poznatog stabiliziranog lasera Renishaw ML10 i kompenzacijske jedinice EC10. Na prvi pogled se vidi koliko su noviji modeli manjih dimenzija (slika 56), a poboljšanih specifikacija. Laser zajedno sa kompenzacijskom jedinicom i priključnim kabelima teži 70% manje u odnosu na prethodnu jedinicu. Cijela transportna jedinica zajedno sa tronošcem zauzima 50% manje mjesta. Vrijeme zagrijavanja lasera je smanjeno na 5 minuta, što omogućava mjeriteljima brže mjerenje s obzirom da se jednim umjeravanjem radi mjerenja u više dimenzija s više metoda. Duljina mjerenja je povećana na 80m u linearnom dometu, a za manje udaljenosti je moguće pojačavanje signala. Maksimalno mjerenje brzine u odnosu na stariji model povećano je sa 1ms^{-1} na 4ms^{-1} , sa rezolucijom od 1nm. Također poboljšana je rezolucija za male brze pokrete uzete na 50kHz. Točnost sistema je povećana na $\pm 0,5\text{ppm}$ uključujući sve okolišne uvjete uzete kompenzacijskom jedinicom XC-80 koja uzima uzorak svakih 7 sekundi. Novi sustav je kompatibilan sa postojećom optikom za ML10 laser. Usporedba dvaju sustava prikazana je slikom 56.



Slika 56. Usporedba sustava XL-80 i XC-80 (gore) sa ML10 i EC10 (dolje) [34]

6. ZAKLJUČAK

Tema ovog rada je bila stabilizirani laseri u mjeriteljstvu duljine, stabilizacija lasera je vrlo složen postupak u kojem treba imati dobru podlogu iz fizike lasera, odnosno shvatiti kako laseri funkcioniraju te uvidjeti koji su opće razlozi za stabilizaciju ionako već idealnog mjernog instrumenta. U ovom radu su prikazani temelji fizike lasera koji su dostatni da se zaključi gdje se pojavljuje problem kod preciznog mjerenja te kako idealizirati taj proces. Nakon toga se tema približava stvarnom svijetu i zakonima klasične mehanike koja daje ograničenja u izvršavanju zamišljenog procesa. Kroz rad se dao uvid u pronalazak ravnoteže između fizikalnih principa lasera i mehanike što omogućuje primjenu lasera u stvarnom svijetu na različitim područjima. Mjeriteljstvo je područje strojarstva koje uključuje sve teoretske i praktične aspekte mjerenja, bavi se metodama mjerenja fizikalnih veličina i ono je referentna točka za mjerne jedinice, kao takvo jasno je da treba imati vrhunsku tehnologiju kako bi mogla zadržati referentnu poziciju. Kako bi se dao uvid u tehnologiju i tehnike mjerenja u ovom radu su objašnjeni načini stabilizacije lasera koji se često koriste za mjerenje duljine, te neke od interferometrijskih metoda. Jasno je da mjeriteljstvo ne postoji samo da bi održavalo etalona fizikalnih veličina nego također bavi se razvojem mjernih instrumenata, uređaja i mjernog pribora. Današnja tehnologija se razvija u smjeru „brže, bolje, jeftinije“ u čemu bi se bolje moglo prevesti u manje kada se priča u okvirima industrije, odnosno mjeriteljstvo ima značajnu ulogu u doprinosu razvoja industrije u pogledu manjih proizvoda. U radu je dan pregled umjeravanja preciznim stabiliziranim laserima čija je rezolucija izuzetno visoka (reda veličine par nanometara), predstavljene su njihove mogućnosti mjerenja, te konačno dan pregled u komercijalne lasere koji imaju izuzetnu internacionalnu reputaciju i kredibilnost.

LITERATURA

- [1] Orazio, S.: Principles of Lasers, Springer, 2010
- [2] Bilješke s predavanja, Khwarizmi Science Society, Dr Muhammad Sabieh Anwa
- [3] Thyagarajan, K., Ghatak, A.: Lasers Fundamentals and Applications, Springer 2010
- [4] Spektralna distribucija zračenja crnog tijela, slika ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [5] Csele, M.: Fundamentals of Light Sources and Lasers, Wiley, 2004
- [6] Apsorpcijski spektar YAG lasera, slika ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [7] Oriol Instruments: Typical Spectra od Oriol Spectral Calibration Lamps, ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [8] Spektar intenziteta zračenja nekoherentnih izvora svjetlosti, slika ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [9] Spektar intenziteta zračenja atoma neona i helija, slika ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [10] Bistričić, L.: Fizika lasera
- [11] Elektromagnetski spektar zračenja, slika ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [12] Slika klastera zvijezda Eagle Nebula, regija Pillars of Creation, slika ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [13] Longitudinalni modovi unutar rezonatora, slika ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [14] Argonski laser, Wikipedia, ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [15] LD Didactic GmbH: HeNe Laser Frequency Stabilisation ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [16] Riehle, F.: Frequency Standards: Basics and Applications, WILEY-VCH, 2005
- [17] Zeeman effect, PhysLink.com, ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [18] Elilis, J.D: Optical Metrology Techniques for Dimensional Stability Measurements, TUD, 2010
- [19] Leach, R.: Fundamental Principles of Engineering Nanometrology, Elsevier, 2014
- [20] Petković, Z.: Praktična realizacija definicije metra, FSB, 2013
- [21] Melles Griot: Basic Laser Principles, ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [22] The Lunar Laser Ranging Experiment, Science. 1973 Oct 19;182(4109):229-38. ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [23] Lunar Laser Ranging experiment, Wikipedia, ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015

- [24] Review of length measuring interferometers, Jartweb, ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [25] Paić, M.: Osnove Fizike IV dio, Liber, 1983
- [26] Prsteni Michelsonovog interferometra, slika ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [27] Zetie, K.P., Adams, S. F., Tocknell, R.M.: How does a Mach–Zehnder interferometer work?, Phys. Educ. 35 2000, 46-48 ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [28] Runje, B.: Istraživanje mjernih nesigurnosti u postupcima umjeravanja etalona duljine, FSB
- [29] Mudronja, V., Katić, M., Šimunović, V.: Realization of the highest level of traceability in Croatian National Laboratory for Length, FSB, 2014 ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [30] Renishaw, Interferometry explained ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [31] Packard, H.: Laser Measurement System User's Guide
- [32] Svaguša, T.: Diplomski rad, FSB, 1998
- [33] Renishaw, Laser measurement system ML10 ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [34] Renishaw, XL-80 laser system ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015
- [35] Andreić, Ž.: Problematika svjetlosnog onečišćenja, RGN, 2009 ([link](#)), zadnji puta pregledano 16.09.2015

PRILOZI

I. CD-R disc