

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE
M.Eng

PAR
Jamel SALEM

INFLUENCES DES PARAMÈTRES DU ROULAGE À TROIS ROULEAUX
ASYMÉTRIQUES SUR LA QUALITÉ DE LA PIÈCE FORMÉE

MONTRÉAL, LE 05 JANVIER 2012

©Tous droits réservés, Jamel Salem, 2012

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Henri Champlaud, directeur de mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Thien-My Dao, codirecteur de, mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Antoine Tahan, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Van Ngan Lê, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 13 DÉCEMBRE 2011

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier Messieurs Henri Champlaud et Thien-My Dao qui étaient respectivement directeur et co-directeur de recherche durant cette maîtrise, pour m'avoir assisté dans ce projet. Leur disponibilité, leur motivation, leur patience et leur soutien continuels qu'ils m'ont apporté tout au long de ce projet ont été très utiles. Sans ces corrections et ces remarques très pertinentes, ce travail n'aurait pas été possible.

Je tiens aussi à remercier les techniciens de l'école de technologie supérieure, notamment M Alain Grimard et Hugo Landry, ainsi qu'Alexandre Vigneault, ingénieur du département de génie mécanique, pour leur aide précieuse dans la fabrication des pièces, dans la mise en place du système d'acquisition de données et pour les vérifications géométriques.

Mes remerciements vont aussi aux messieurs Antoine Tahan et Van Ngan Lê professeurs à L'ÉTS, qui n'honorent pas leur présence en tant que jury de soutenance et examinateurs de mon mémoire.

Finalement, un grand merci à ma famille, plus particulièrement ma femme, ma mère et ma belle-mère, pour m'avoir soutenu et encouragé tout au long de mes études à l'ÉTS

Jamel Salem

INFLUENCES DES PARAMÈTRES DU ROULAGE À TROIS ROULEAUX ASYMÉTRIQUES SUR LA QUALITÉ DE LA PIÈCE FORMÉE

JAMEL SALEM

RÉSUMÉ

Le procédé de roulage à trois rouleaux asymétriques est un des processus les plus utilisés pour fabriquer des pièces cylindriques et coniques à partir de tôles planes. Les efforts engendrés, les contraintes résiduelles et la puissance nécessaire de roulage sont influencés par les paramètres du roulage et les propriétés du matériau (la contrainte élastique du matériau, l'épaisseur de la tôle, la largeur utile de roulage, le rayon de courbure et la conicité du tronc de cône). Afin de montrer ces influences, des analyses théoriques sur le roulage cylindrique et conique sont réalisées, sans tenir compte du frottement de la tôle avec les rouleaux. Le matériau de la tôle est considéré homogène, isotrope et a un comportement élastique parfaitement plastique.

Les études analytiques ont démontré qu'une croissance de la contrainte élastique du matériau, de l'épaisseur, de la largeur utile, ou de la conicité du tronc de cône engendre des efforts de roulage, des contraintes résiduelles et une puissance de roulage plus importante. Par contre une croissance du rayon de courbure engendre des efforts de roulage, des contraintes résiduelles et une puissance de roulage moins importants. Ces résultats analytiques sont validés par des mesures expérimentales au laboratoire.

Des vérifications géométriques sur les pièces finies ont montré que si la contrainte élastique du matériau, l'épaisseur, ou la conicité va en augmentant, la pièce roulée comporte moins des défauts géométriques. Il a été remarqué que lorsque la largeur utile, ou le diamètre est plus grande alors la pièce formée comporte plus des défauts géométriques.

Pour maîtriser davantage le procédé de roulage à trois rouleaux asymétriques, il reste à traiter les influences de la température et le nombre de passes sur la qualité du roulage et des pièces.

Mots clés: roulage, cylindre, cône, configuration asymétrique, rouleaux cylindriques.

EFFECT OF THE ROLL BENDING PARAMETERS OF AN ASYMMETRICAL SETUP ON THE QUALITY OF THE FORM PART

JAMEL SALEM

ABSTRACT

The process of rolling with an asymmetrical setup is one of the processes mostly used to form cylindrical or conical parts from a flat sheet of steel. The bending forces, the residual stresses and the necessary power for rolling are influenced by the parameters of the rolling process and the material properties (the yield stress of the material, the thickness, the working width of rolling, the radius of curvature and the conicity of a truncated cone). To show the effect of these parameters, theoretical analyses on the cylindrical and conical roll bending are presented, without taking into account the friction at the interface of the sheet of steel with the rollers. The material of the sheet steel is considered homogeneous, isotropic and is assumed to be elastic-perfectly plastic.

The analytical studies showed that an increase of the yield stress of the material, the plate thickness, the working width of rolling or the conicity of the truncated cone, generated higher roll bending forces, higher residual stresses and an increase of the required power for rolling. On the other hand an increase of the radius of curvature generated lower roll bending forces, lower residual stresses and reduce the power consumption for rolling. These analytical results are validated by experimental tests in the laboratory.

Geometrical control of the achieved parts were conducted, and showed that if the yield stress of the material, the thickness or the conicity are increased, the rolled part contains fewer geometrical defects. It is noted that when the working width or the diameter is increased the resulting part showed more geometrical defects.

In order to better control the process of the roll bending with three asymmetric rollers, one needs to take in account the effect of the temperature and the number of passes on the quality of roll part.

Keywords: rolling, cylinder, cone, asymmetrical setup, cylindrical rolls.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 PROCÉDÉS DE ROULAGE À TROIS ROULEAUX.....	3
1.1 Problématique	3
1.2 Revue littérature.....	4
1.3 Principe de roulage à trois rouleaux.....	5
1.3.1 Rouleuses de type pyramidal	7
1.3.2 Rouleuse de type croqueur.....	9
1.4 Les objectifs	13
1.5 Résumé.....	13
CHAPITRE 2 ROULAGE CYLINDRIQUE À TROIS ROULEAUX ASYMÉTRIQUES ...	15
2.1 Principe de roulage cylindrique	15
2.1.1 Éléments géométriques du roulage cylindrique.....	15
2.1.2 Positions initiales des trois rouleaux.....	17
2.1.3 Positions des trois rouleaux pendant le roulage.....	17
2.2 Efforts exercés par les rouleaux sur la tôle	19
2.3 Déflexion de la tôle.....	21
2.3.1 Déflexion de la tôle dans la zone $[P_3, P_2]$	23
2.3.2 Déflexion de la tôle dans la zone $[P_2, P_1]$	25
2.4 Moments fléchissant et déformations	28
2.4.1 Analyse de la zone $[P_3, P_e]$	29
2.4.2 Analyse de la zone $[P_e, P_2]$	31
2.4.3 Analyse de la zone $[P_2, P_1]$	34
2.4.4 Moment fléchissant et courbure au point P_2	35
2.5 Déviations angulaires de la tôle	38
2.5.1 Déviation angulaire θ_3	38
2.5.2 Déviation angulaire θ_2	40
2.5.3 Déviation angulaire θ_1	43
2.6 Distribution des contraintes	44
2.6.1 Analyse de la zone $[P_3, P_e]$	44
2.6.2 Analyse de la zone $[P_e, P_2]$	45
2.6.3 Analyse de la zone $[P_2, P_1]$	47
2.6.4 Contraintes résiduelles.....	49
2.7 Puissance de roulage.....	50
2.8 Application numérique.....	52
2.8.1 Efforts et puissance de roulage	52
2.8.2 Distribution des contraintes résiduelles	53
2.9 Résumé.....	54
CHAPITRE 3 ROULAGE CONIQUE À TROIS ROULEAUX ASYMÉTRIQUES	57

3.1	Principe de roulage conique.....	57
3.1.1	Éléments de roulage conique.....	57
3.1.2	Positions des trois rouleaux.....	59
3.1.3	Fonction de variation de rayon moyen.....	60
3.2	Efforts de roulage.....	61
3.3	Déformation et moment fléchissant.....	63
3.3.1	Déformation.....	63
3.3.2	Moment fléchissant.....	65
3.4	Contraintes résiduelles.....	65
3.5	Puissance de roulage.....	67
3.6	Application numérique.....	70
3.6.1	Efforts et puissance de roulage.....	70
3.6.2	Distribution des contraintes résiduelles.....	72
3.7	Résumé.....	73
CHAPITRE 4 EXPÉRIMENTATION.....		75
4.1	Description de la machine.....	75
4.2	Mesure des efforts de roulage.....	77
4.2.1	Efforts expérimentaux de roulage cylindrique.....	79
4.2.2	Efforts expérimentaux de roulage conique.....	81
4.3	Vérifications géométriques.....	82
4.3.1	Vérification cylindrique.....	83
4.3.2	Vérification conique.....	84
CHAPITRE 5 ANALYSE ET DISCUSSION.....		87
5.1	Les influences de la contraintes élastique du matériau.....	87
5.1.1	Influence de la contrainte élastique sur les efforts de roulage.....	88
5.1.2	Influence de la contrainte élastique sur la puissance de roulage.....	89
5.1.3	Influence de la contrainte élastique sur les contraintes résiduelles.....	90
5.1.4	Influence de la contrainte élastique sur la géométrie.....	91
5.2	Les influences de diamètre roulé.....	92
5.2.1	Influence du diamètre roulé sur les efforts de roulage.....	92
5.2.2	Influence du diamètre roulé sur la puissance de roulage.....	93
5.2.3	Influence du diamètre roulé sur les contraintes résiduelles.....	94
5.2.4	Influence du diamètre roulé sur la géométrie.....	95
5.3	Les influences de l'épaisseur.....	95
5.3.1	Influence de l'épaisseur sur les efforts de roulage.....	96
5.3.2	Influence de l'épaisseur sur la puissance de roulage.....	97
5.3.3	Influence de l'épaisseur sur les contraintes résiduelles.....	98
5.3.4	Influence de l'épaisseur sur la géométrie.....	99
5.4	Les influences de la largeur utile de roulage.....	100
5.4.1	Influence de la largeur utile sur les efforts de roulage.....	100
5.4.2	Influence de la largeur utile sur la puissance de roulage.....	101
5.4.3	Influence de la largeur utile sur la géométrie.....	102
5.5	Les influences de la conicité de tronc de cône.....	103

5.5.1	Influence de la conicité sur les efforts de roulage.....	103
5.5.2	Influence de la conicité sur la puissance de roulage.....	104
5.5.3	Influence de la conicité sur la géométrie	105
5.6	Résumé.....	106
CONCLUSION.....		107
RECOMMANDATIONS		109
ANNEXE I DÉMONSTRATION DE L'ÉQUATION (2.6).....		111
ANNEXE II EXPRESSION DU RAPPORT γ		115
ANNEXE III ESSAI DE TRACTION		117
ANNEXE IV ROULAGE CYLINDRIQUE		121
ANNEXE V ROULAGE CONIQUE		125
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		131

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1 Caractéristiques des charges q_i exercés par les rouleaux sur la tôle	20
Tableau 2.2 Rayons de courbure aux points particuliers P_3 , P_2 et P_1	21
Tableau 2.3 Expressions des k , θ et M dans la zone $[P_3, P_e]$	30
Tableau 2.4 Expressions des k , θ et M dans la zone $[P_e, P_2]$	33
Tableau 2.5 Expressions des k , θ et M dans la zone $[P_2, P_1]$	35
Tableau 5.1 Caractéristiques mécaniques des matériaux.....	88
Tableau 5.2 Tendances des paramètres du roulage	106

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Turbine Francis [1]	4
Figure 1.2 Roulage à trois rouleaux	6
Figure 1.3 Rouleuse de type pyramidal	7
Figure 1.4 Zone plate après roulage de type pyramidal	8
Figure 1.5 Déplacement vertical du rouleau supérieur	8
Figure 1.6 Rouleaux inférieurs symétriques à déplacement vertical	9
Figure 1.7 Rouleuse de type croqueur à déplacement horizontal des rouleaux	10
Figure 1.8 Rouleaux inférieurs asymétriques	11
Figure 1.9 Procédé de roulage	12
Figure 2.1 Élément initial (Plaque plane)	15
Figure 2.2 Élément final (Cylindre)	16
Figure 2.3 Position initiale des rouleaux	17
Figure 2.4 Position des rouleaux pendant le roulage	18
Figure 2.5 Efforts exercés par les rouleaux sur la tôle	19
Figure 2.6 Rayon de courbure	22
Figure 2.7 Moments fléchissant	28
Figure 2.8 Détermination géométrique de l'angle θ_1	43
Figure 2.9 Distribution des contraintes entre P_3 et P_e	45
Figure 2.10 Distribution des contraintes entre P_e et P_2	47
Figure 2.11 Distribution des contraintes en élastique avec un moment $(M - M_2)$	48
Figure 2.12 Distribution des contraintes résiduelles	49
Figure 2.13 Distribution numérique des contraintes résiduelles	53

Figure 2.14 Roulage cylindrique.....	54
Figure 3.1 Élément initial (secteur de couronne).....	57
Figure 3.2 Élément final (tronc de cône).....	58
Figure 3.3 Position de la tôle en roulage conique.....	59
Figure 3.4 Variation du rayon.....	60
Figure 3.5 Charges unitaires exercées par les rouleaux sur la tôle.....	61
Figure 3.6 Rayons des courbures au niveau de la section A_y	64
Figure 3.7 Distribution des contraintes résiduelles au niveau de la section A_y	66
Figure 3.8 Roulage conique [2].....	68
Figure 3.9 Répartition de la vitesse V_y	69
Figure 3.10 Variation des charges q_i en fonction de y	71
Figure 3.11 Distribution des Contraintes résiduelles maximales sur le cône.....	72
Figure 4.1 Rouleuse à trois rouleaux asymétrique.....	76
Figure 4.2 Disposition des trois rouleaux.....	76
Figure 4.3 Système de mesure d'effort Q_I	77
Figure 4.4 Efforts sur le rouleau S avant roulage.....	78
Figure 4.5 Efforts expérimentaux de roulage cylindrique.....	80
Figure 4.6 Efforts expérimentaux de roulage conique.....	81
Figure 4.7 Système EXAscan.....	83
Figure 4.8 Distribution de la déviation d'un cylindre.....	84
Figure 4.9 Distribution de la déviation d'un tronc de cône.....	85
Figure 5.1 Influence de la contrainte élastique sur les efforts de roulage.....	88
Figure 5.2 Influence de la contrainte élastique sur la puissance de roulage.....	89
Figure 5.3 Influence de la contrainte élastique sur les contraintes résiduelles.....	90

Figure 5.4 Influence de la contrainte élastique sur la géométrie finale	91
Figure 5.5 Influence du diamètre roulé sur les efforts de roulage	92
Figure 5.6 Influence du diamètre roulé sur la puissance de roulage.....	93
Figure 5.7 Influence du diamètre roulé sur les contraintes résiduelles.....	94
Figure 5.8 Influence du diamètre roulé sur la géométrie finale.....	95
Figure 5.9 Influence de l'épaisseur sur les efforts de roulage	96
Figure 5.10 Influence de l'épaisseur sur la puissance de roulage.....	97
Figure 5.11 Influence de l'épaisseur sur les contraintes résiduelles.....	98
Figure 5.12 Influence de l'épaisseur sur la géométrie finale.....	99
Figure 5.13 Influence de la largeur utile sur les efforts de roulage	100
Figure 5.14 Influence de la largeur utile sur la puissance de roulage.....	101
Figure 5.15 Influence de la largeur utile sur la géométrie finale.....	102
Figure 5.16 Influence de la conicité sur les efforts de roulage	103
Figure 5.17 Influence de la conicité sur la puissance de roulage.....	104
Figure 5.18 Influence de la conicité sur la géométrie finale.....	105

LISTE DES SYMBOLES

A_i	Coefficient pour le calcul de θ_2 ($i = 1,2,3,4$)
a	Moitié de la hauteur de noyau élastique
a_i, b_i, c_i et d_i	Fonctions paramétriques de $Z_i(x)$ ($i = 1,2,3$)
a_{min}	Moitié de hauteur de noyau élastique au point P ₂
D	Diamètre moyen de cylindre
D_0	Rapport entre les deux angles θ_3 et θ_2
d_r	Diamètre des rouleaux
e	Épaisseur de la tôle
E	Module de Young de la tôle
$E_{circularité}$	Erreur de circularité
E_d	Énergie dissipée
E_r	Module de Young de rouleau
E_{profil}	Erreur de profil
F_{bd}	Effort mesuré par la cellule bas-droite
F_{bg}	Effort mesuré par la cellule bas-droite
F_{hd}	Effort mesuré par la cellule haut-droite
F_{hg}	Effort mesuré par la cellule haut-gauche
h	Hauteur de tronc de cône
I	Moment quadratique de la section par unité de longueur
K_r	Rapport de rigidité de rouleau
k	Courbure de la tôle
k_e	Courbure à la limite élastique
k_i	Courbure de la tôle au point P _i ($i = 1,2,3$)

\tilde{k}_1	Rapport de la courbure k_1 par k_e
L	Largeur utile de roulage
L_d	Longueur développée
L_r	Longueur de rouleau
M	Moment de flexion
M_∞	Moment de flexion limite
M_e	Moment de flexion à la limite élastique
M_i	Moment de flexion au point P_i ($i = 1,2,3$)
P_0	Coefficient pour le calcul de rapport D_0
P_r	Puissance de roulage
Q_1	Effort exercé par le rouleau S sur la tôle
q_1	Charge par unité de longueur exercé par le rouleau S sur la tôle
Q_2	Effort exercé par le rouleau T sur la tôle
q_2	Charge par unité de longueur exercé par le rouleau T sur la tôle
Q_3	Effort exercé par le rouleau B sur la tôle
q_3	Charge par unité de longueur exercé par le rouleau B sur la tôle
Q_{1Z1}	Abscisse de la résultante Q_1 suivant l'axe Z_1
R	Rayon moyen
r_1	Rayon inférieur de la couronne
r_2	Rayon supérieur de la couronne
R_{ex}	Rayon extérieur de cylindre
R_g	Grand rayon moyen de tronc de cône
R_i	Rayon de la courbure de la tôle au point P_i ($i = 1,2,3$)
R_{in}	Rayon intérieur de cylindre

R_p	Petit rayon moyen de tronc de cône
s	Abscisse curviligne
s_2	Abscisse curviligne du point P_2
s_e	Abscisse curviligne à la limite élastique
S_Y	Contrainte à la limite élastique de la tôle
T_r	Temps de roulage
V	Vitesse linéaire de la tôle
W_n	Travail nécessaire pour déformer la tôle
x et z	Coordonnées du point P
x_g, y_g et z_g	Coordonnées du centre O_g
x_{Ci} et z_{Ci}	Coordonnées du point C_i ($i = 1,2,3$)
x_e et z_e	Coordonnées du point P_e
x_i et z_i	Coordonnées du point P_i ($i = 1,2,3$)
x_b et z_b	Coordonnées du centre O_B
x_s et z_s	Coordonnées du centre O_S
x_t et z_t	Coordonnées du centre O_T
y	Abscisse de la section droite longitudinale A_y suivant l'axe Y
y_{Q1}	Abscisse du point d'application de la résultante Q_1 suivant l'axe Y
$Z(x)$	Fonction de déflexion de la tôle
$Z_1(x)$	Fonction de déflexion de la tôle entre les deux points P_3 et P_2
$Z_2(x)$	Fonction de déflexion de la tôle entre les deux points P_2 et P_1
γ	Rapport de la longueur curviligne s_2 par s_e
ν	Coefficient de Poisson de la tôle
ν_r	Coefficient de Poisson de rouleau

δ_{max}	Déviatiion maximale
δ_{min}	Déviatiion minimale
ε	Déformatiion au point du contact C_1 et C_2
θ	Déviatiion angulaire
θ_c	Conicité de cône
θ_e	Déviatiion angulaire à la limite élastique
θ_i	Déviatiion angulaire au point P_i ($i = 1,2,3$)
θ_{Q_i}	Angle d'inclinaison de la résultante Q_i
ψ	Angle d'inclinaison de déplacement de rouleau S
ω	Vitesse de rotation des rouleaux
σ_{rmax}	Contrainte de flexion maximale
σ_0	Contrainte maximale à la limite élastique
σ_c	Contrainte résiduelle à la surface
σ_r	Contrainte résiduelle
σ_{rmax}	Contrainte résiduelle maximale
σ_v	Contrainte de flexion
φ	Secteur de la couronne

INTRODUCTION

Le procédé de roulage a pour objectif de transformer une surface plane métallique en une surface cylindrique ou conique. Les machines à rouler sont appelées simplement rouleuses. Les organes de roulage sont constitués par des cylindres d'une grande résistance à la flexion nommés rouleaux. Il existe trois principaux types de rouleuses, à deux, trois ou quatre rouleaux. Ce projet de recherche est limité au procédé de roulage à trois rouleaux et plus précisément à rouleaux asymétriques. Une opération de roulage est définie par les paramètres du roulage suivant : i) les caractéristiques mécaniques du matériau de la tôle ; ii) l'épaisseur de la tôle ; iii) la largeur utile de roulage ; iv) le rayon de courbure et v) la conicité de tronc de cône.

L'objectif de cette étude est dans un premier volet, d'analyser théoriquement le procédé de fabrication de cylindre et de tronc de cône par roulage à trois rouleaux asymétriques. Dans un second volet, nous montrons les influences des différents paramètres du roulage sur la géométrie finale, les efforts engendrés, la puissance de roulage et les contraintes résiduelles. Cette recherche permettra également de comparer les résultats analytiques avec les résultats expérimentaux obtenus par des tests. Les résultats analytiques et expérimentaux fourniront une base solide pour la validation des simulations par éléments finis.

Afin de comprendre le contexte du projet, il nous paraît opportun d'expliquer dans le premier chapitre le principe et la technique de roulage à trois rouleaux en se référant aux études antérieures. Le deuxième chapitre est consacré aux analyses théoriques de roulage cylindrique. L'objectif ultime est de déterminer analytiquement les efforts du roulage, la déformation de la tôle, la distribution des contraintes résiduelles et la puissance nécessaire de roulage. Nous traitons dans le troisième chapitre les mêmes effets du roulage conique. Le quatrième chapitre présente les systèmes des mesures et des vérifications utilisées, afin de déterminer expérimentalement les efforts de roulage, la puissance de roulage, et les erreurs géométriques sur les pièces roulées. Finalement, le cinquième chapitre présente les influences des différents paramètres du roulage sur la qualité de la pièce roulée, et une comparaison des résultats analytiques avec les résultats expérimentaux.

Après la conclusion, où les influences des différents paramètres du roulage sont résumées, suivra une série de recommandations à propos des études à venir qui restent à traiter pour mieux maîtriser le procédé de fabrication par roulage.

CHAPITRE 1

PROCÉDÉS DE ROULAGE À TROIS ROULEAUX

Dans ce chapitre nous présentons en premier lieu le problème industriel de fabrication où le procédé de roulage à trois rouleaux est le processus de fabrication utilisé. Dans un deuxième lieu, nous passons en revue le procédé du roulage à trois rouleaux. Des descriptions de principe et de technique de roulage à trois rouleaux sont présentées par la suite pour montrer ses avantages et ses inconvénients. Enfin, les objectifs de l'étude font l'objet de la dernière section.

1.1 Problématique

Les turbines Francis (figure 1.1) sont des machines rotatives à axe vertical utilisées pour la production d'énergie électrique [1]. Les turbines sont composées principalement de trois éléments: la couronne, la ceinture et l'aubage. Le courant hydraulique des chutes d'eau est amené vers les aubes, provoquant ainsi un mouvement de rotation de la turbine qui entraîne les génératrices d'électricité. La couronne de la turbine est généralement une pièce massive d'acier inoxydable à haute résistance, pouvant dépasser les 7 m de diamètre pour des épaisseurs de paroi allant jusqu'à 100 mm.

La technique de fabrication actuellement employée pour former la couronne comprend les processus de fonderie et de soudure. D'abord, quelques morceaux de la couronne sont produits par fonderie, et par la suite sont assemblés par soudage. La couronne est en un acier inoxydable (ASTM A743 grade CA-6NM), qui a une forte résistance mécanique contre la corrosion et les cavitations. La présence du chrome dans ce matériau qui est facilement oxydé, peut causer des défauts internes. D'ailleurs, pour s'assurer que les grains de l'acier utilisés soient purs, un procédé très lent de recuit est nécessaire. Pendant le procédé de soudage, le préchauffage est exigé, et s'il est omis, alors l'effort résiduel sera très haut ce qui signifie que la période de fabrication pour une couronne simple est très longue (12-18 mois). D'où la nécessité de développer un nouveau procédé de fabrication permettant de minimiser

le cycle et le coût de fabrication d'une couronne de turbine de type Francis. La nouvelle technique de fabrication consiste à construire la pièce massive de la couronne à l'aide de cônes soudés. Cette nouvelle technique fait appel au procédé de roulage à trois rouleaux de surfaces planes pour fabriquer les cônes.



Figure 1.1 Turbine Francis [1]

La puissance nécessaire pour réaliser un roulage est fonction des caractéristiques mécaniques du matériau, de l'épaisseur de la tôle, du rayon de courbure, de la largeur utile de tôle, de conicité de tronc de cône, du nombre de passe utilisées et de la température de roulage. Deux questions méritent d'être posées :

- Lorsqu'on change l'un de ces paramètres que devient la puissance de roulage? ;
- Quel est l'effet des différents paramètres de roulage sur la géométrie finale et la distribution des contraintes résiduelles?.

La connaissance des efforts engendrés, de la déformation de la tôle et des moments fléchissant permettent de répondre à ces questions

1.2 Revue littérature

Il existe peu de travaux de recherche antérieurs portant sur l'étude de la fabrication de cylindre et de tronc de cône par roulage.

Bouhelier. C [2], donne une description du principe de base et de différentes techniques de roulage. Il a fourni les formules nécessaires pour calculer l'effort et la puissance de roulage. Malheureusement, l'auteur a limité sa recherche sur le roulage cylindrique par les rouleuses de type pyramidal à trois rouleaux.

Couture. P [3], fourni une simulation du roulage cylindrique de tôles fortes, qui reste à valider expérimentalement.

Une modélisation et une simulation de roulage de tôle épaisse pour former un cône creux, en utilisant la méthode des éléments finis (MÉF) intégrée dans le logiciel ANSYS/LS-DYNA, ont été l'objectif d'une recherche fait par Jun. Z, Zhaoheng. L, et Henri C [4,5], mais il reste à valider les simulations numériques par des tests expérimentaux.

Yang. M, et Shima. S [6], ont établi un modèle de simulation pour estimer la déformation pendant les différentes périodes du processus de roulage. La distribution de la courbure et le moment de flexion sont calculés selon le déplacement et la rotation des rouleaux.

Hua. M et al [7-14], ont entrepris des études étendues de recherches sur le roulage des tôles. Ils ont formulé un modèle mathématique pour étudier analytiquement le procédé de roulage. Cependant, leurs recherches se focalisent uniquement sur le roulage cylindrique avec quatre rouleaux sans pouvoir les valider expérimentalement.

D'après la revue de la littérature sur le roulage cylindrique et conique, il reste à analyser théoriquement le procédé de roulage à trois rouleaux, et à valider expérimentalement les résultats analytiques. Ce qui est précisément le but de cette recherche. Pour atteindre ce but, il faut d'abord comprendre le procédé de roulage à trois rouleaux. Des descriptions de principe, et de technique de ce type de roulage sont présentées à la section suivante.

1.3 Principe de roulage à trois rouleaux

Les machines comportent trois cylindres A, B et C (figure 1.2) de grandes résistances à la flexion. Les cylindres entraîneurs A et B de même diamètre, sont commandés et entraînent la

tôle. Ils sont suffisamment espacés pour obtenir le rayon de courbure désiré dans la tôle. Selon l'axe vertical, à égale distance de ces cylindres, agit le cylindre rouleuseur C. Le diamètre du cylindre rouleuseur C est égal (ou parfois plus grand) à celui des cylindres entraîneurs. Les cylindres se font en fonte ou en acier traité :

- Les cylindres A et B sont les cylindres entraîneurs (rouleaux inférieurs) ;
- Le cylindre C est le cylindre rouleuseur (rouleau supérieur).

La tôle est animée par des mouvements de translation par les deux rouleaux entraîneurs A et B commandés mécaniquement. Ensuite, elle est soumise d'une façon continue à l'action de rouleau rouleuseur C, qui provoque une suite ininterrompue de flexion, d'où un roulage régulier.

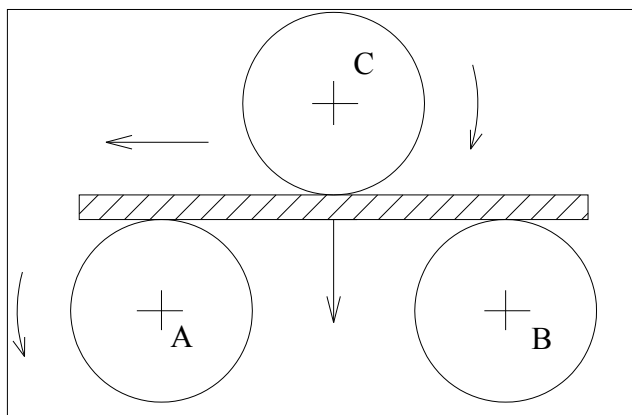


Figure 1.2 Roulage à trois rouleaux

Il existe deux principaux types de machines à trois rouleaux :

- Rouleuses de type pyramidal ;
- Rouleuses de type croqueur.

Ces machines ont généralement des rouleaux horizontaux, mais il existe certaines machines à rouleaux verticaux.

1.3.1 Rouleuses de type pyramidal

La figure (1.3) montre la position des rouleaux sur une machine de type pyramidal. Les diamètres des rouleaux inférieurs sont généralement de 10 % à 50 % plus petit que celui du rouleau supérieur. L'entraînement est assuré par les rouleaux inférieurs qui sont immobiles en translation. Le rouleau supérieur tourne librement et est mobile en translation verticale ce qui permet de rouler la tôle au diamètre désiré.

Le rouleau supérieur tournant librement limite l'épaisseur minimale qui peut être roulée (spécialement pour le roulage des grands diamètres). L'effort de roulage doit être suffisant pour entraîner le rouleau supérieur par friction. Sur certaines machines, le rouleau supérieur est également moteur. Dans de tel cas, les tôles minces peuvent être formées à un grand diamètre.

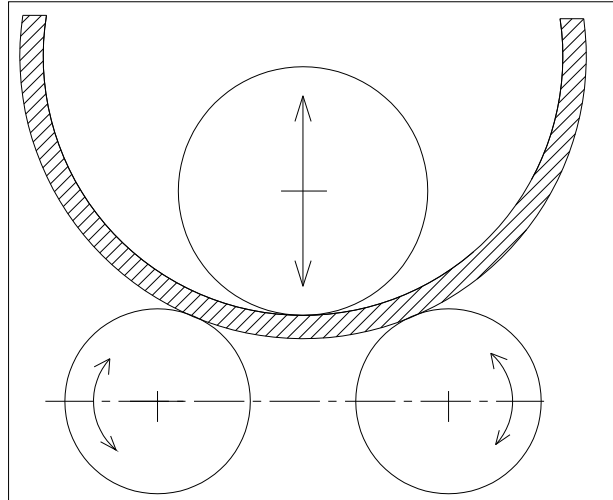


Figure 1.3 Rouleuse de type pyramidal

Toutefois, les machines de type pyramidal causent un important aplatissement à chaque extrémité de la tôle roulée. Ceci est dû à l'impossibilité d'une attaque directe du travail de roulage (figure 1.4).

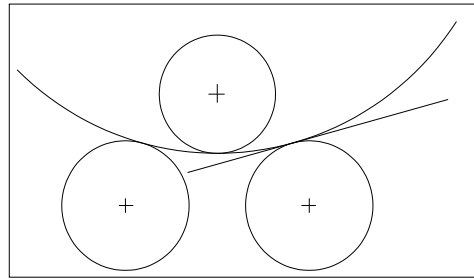


Figure 1.4 Zone plate après roulage de type pyramidal

Pour contourner ce problème, le rouleau supérieur doit effectuer un déplacement vertical. Ainsi, la tôle prend appui sur les rouleaux inférieurs (figure 1.5.a) et permet d'obtenir la déformation initiale. Toutefois, une partie droite mn subsiste encore. D'où la nécessité de pratiquer le croquage. Le croquage s'effectue aux deux extrémités de la tôle. La figure (1.5.b), montre que le travail de roulage ne s'effectue pas dans la région pq avoisinant l'extrémité de sortie.

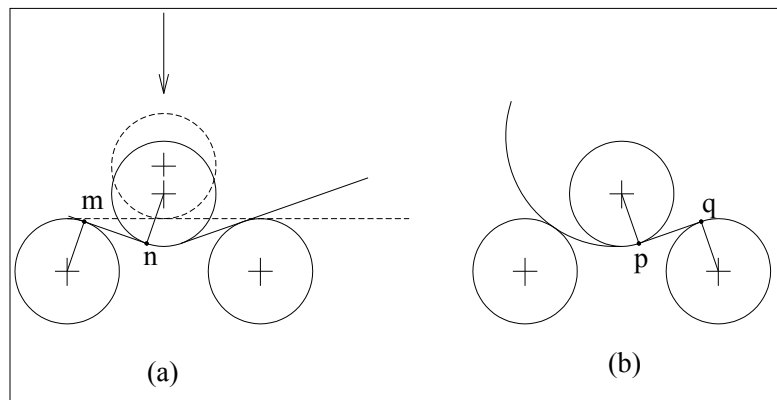


Figure 1.5 Déplacement vertical du rouleau supérieur

Il faut donc commencer par un croquage des deux extrémités avant le roulage proprement dit. Le croquage s'effectue au maillet dans le cas des tôles minces. Dans le cas des tôles plus fortes le croquage s'effectue à l'aide d'un gabarit de rayon égal au rayon intérieur de la virole.

La rouleuse pyramidale n'est pas adaptée à nombreuses applications car elle ne peut pas former les bords de la tôle.

1.3.2 Rouleuse de type croqueur

Ces machines ont l'avantage d'effectuer elles-mêmes le croquage des extrémités des tôles. La zone restant plate varie de 0,5 à 2 fois l'épaisseur selon la conception de la machine et de sa puissance. La disposition et le mouvement relatif des rouleaux varient selon le modèle de la machine.

Les trois principaux types de machines qu'on retrouve dans l'industrie sont :

- Rouleaux inférieurs symétriques à déplacement vertical ;
- Rouleaux inférieurs symétriques à déplacement horizontal ;
- Rouleaux inférieurs asymétriques.

1) Rouleaux inférieurs symétriques à déplacement vertical

Les trois rouleaux sont de même diamètre. Le rouleau supérieur est fixe en translation et entraîné par friction. Le déplacement des rouleaux inférieurs est soit incliné par rapport à la verticale (figure 1.6.a), soit vertical (figure 1.6.b).

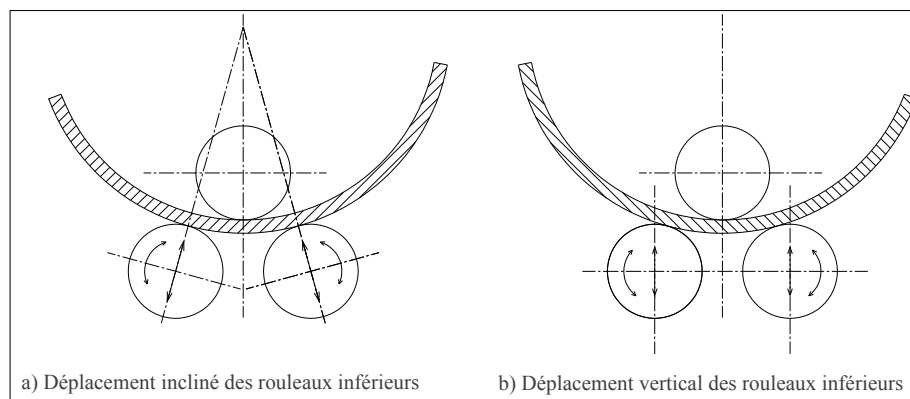


Figure 1.6 Rouleaux inférieurs symétriques à déplacement vertical

2) Rouleaux inférieurs symétriques à déplacement horizontal

Le rouleau supérieur est doté d'un mouvement vertical. Les rouleaux inférieurs sont moteurs et animés d'un mouvement de translation horizontal (figure 1.7). La distance entre les

rouleaux inférieurs reste fixe. Les rouleaux inférieurs ne sont pas toutefois aminés par un mouvement vertical.

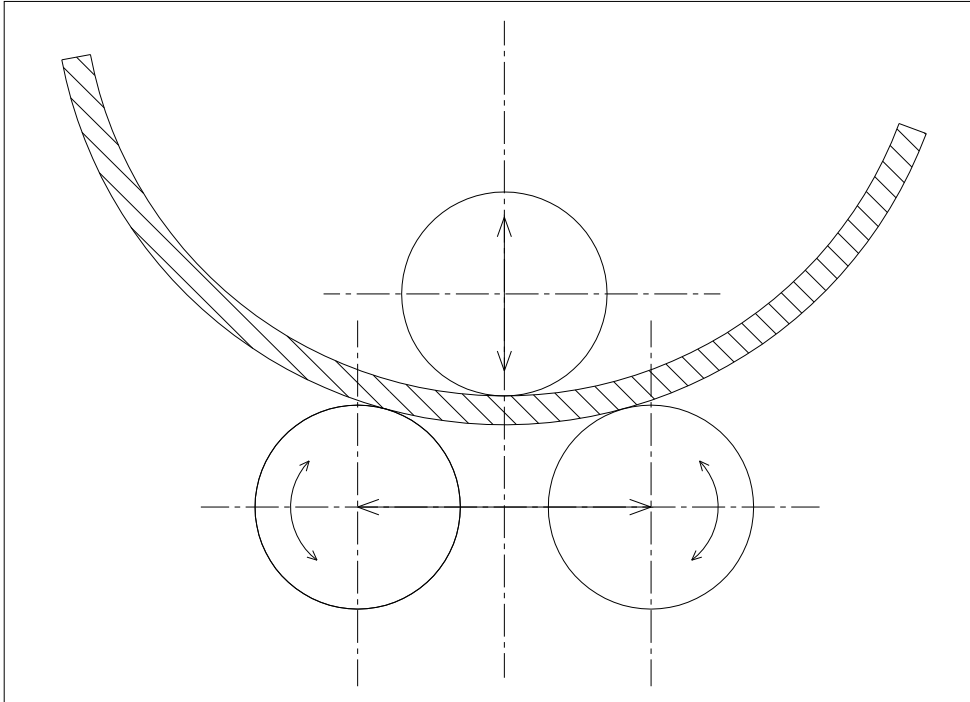


Figure 1.7 Rouleuse de type croqueur à déplacement horizontal des rouleaux

3) Rouleaux inférieurs asymétriques

La disposition des rouleaux est indiquée sur la figure 1.8. Les rouleaux ont le même diamètre.

L'entraînement est assuré par deux rouleaux, un rouleau supérieur et un rouleau inférieur situé au-dessous de celui-ci. Les rouleaux d'entraînement sont situés soit dans un même plan vertical (figure 1.8.a), soit légèrement décalés l'un par rapport à l'autre (figure 1.8.b). Cette dernière disposition permet d'augmenter la capacité de croquage. Le rouleau inférieur d'entraînement est réglable verticalement. La rouleuse de type asymétrique permet d'obtenir une pièce de forme cylindrique plus précise du fait que la tôle est maintenue serrée entre rouleaux inférieurs et supérieur pendant le roulage.

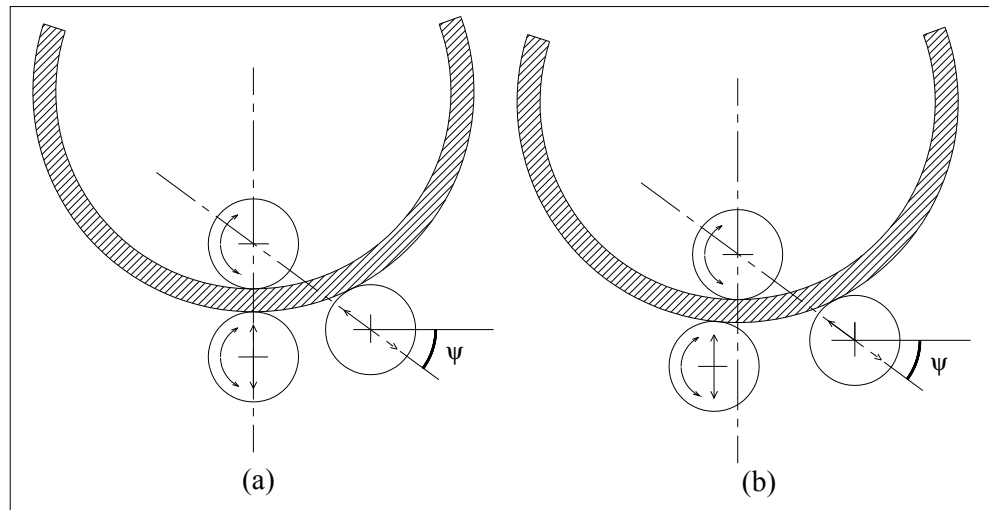


Figure 1.8 Rouleaux inférieurs asymétriques

Le rouleau de roulage est réglable avec une inclinaison d'un angle ψ par rapport à la verticale. Le mouvement oblique de ce rouleau détermine le diamètre du cylindre formé. Le rouleau de roulage est entraîné par frottement. L'inconvénient principal de ce type de rouleuse est de nécessiter un retournement de la tôle pour croquer les deux extrémités.

La figure (1.9) montre le procédé de roulage par une rouleuse de type croqueur à trois rouleaux asymétriques :

- (1) Déplacer le rouleau S vers le haut, puis placer la tôle entre T et B de manière que son extrémité gauche soit en contact avec S ;
- (2) Pincer la tôle entre les deux rouleaux T et B par déplacement vertical du B ;
- (3) Déplacer la tôle vers la gauche par rotation du T et B ;
- (4) Croquage de la première extrémité de la tôle par déplacement incliné du rouleau S ;
- (5) Évacuation de la tôle par les deux rouleaux T et B ;
- (6) Pincer la deuxième extrémité de la tôle entre les deux rouleaux T et B ;
- (7) Croquage de la deuxième extrémité de la tôle par déplacement incliné du rouleau S.

Ne changer pas la position du rouleau S. les deux rouleaux T et B entraîne la tôle en mouvement d'ou le roulage de la tôle.

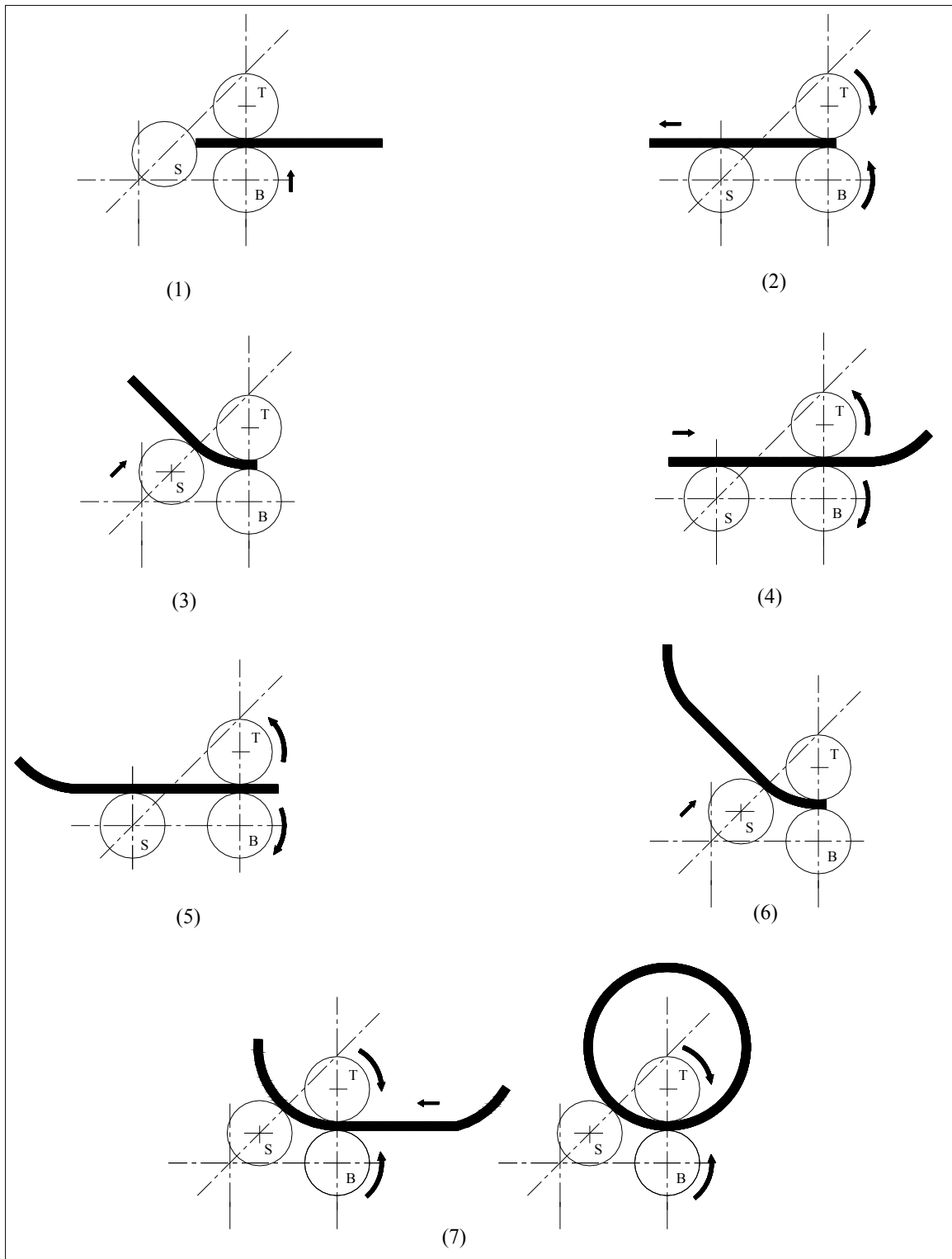


Figure 1.9 Procédé de roulage

1.4 Les objectifs

Les paramètres du roulage à trois rouleaux asymétriques sont les suivantes :

- épaisseur de la tôle ;
- largeur de la tôle ;
- rayon de courbure ;
- contrainte élastique du matériau de la tôle ;
- conicité de tronc de cône.

Le roulage à trois rouleaux asymétriques est un processus complexe dont il reste beaucoup à apprendre et à comprendre. Pour mieux maîtriser le procédé de fabrication par roulage à trois rouleaux asymétriques, il est donc essentiel de bien saisir les influences des différents paramètres du roulage sur : i) la géométrie finale; ii) les efforts engendrés ; iii) la puissance nécessaire de roulage et iv) la distribution des contraintes résiduelles. Ce que nous tentons d'expliquer et de tester dans notre étude. Nous tentons dans cette étude de :

- Analyser théoriquement le procédé de roulage à trois rouleaux asymétriques afin de déterminer analytiquement les efforts engendrés, la distribution des contraintes résiduelles et la puissance de roulage en fonction des paramètres du roulage ;
- Déterminer expérimentalement les efforts et la puissance de roulage en fonction des paramètres du roulage ;
- Comparer les résultats expérimentaux avec les résultats analytiques et déduire les influences de différents paramètres du roulage. Pour ce faire, nous validons les simulations par éléments finis ;
- Vérifier la forme géométrique de la pièce roulée afin de montrer les influences des différents paramètres du roulage sur la géométrie finale.

1.5 Résumé

Il existe deux principaux types de machines à trois rouleaux, rouleuses de type pyramidal et rouleuses de type croqueur. Les machines de type pyramidal laissent après roulage une zone plate importante à chaque extrémité de la tôle roulée. Ceci nécessite un croquage de deux

extrémités de la tôle avant le roulage. Donc, elles ne sont pas adaptées à de nombreuses applications. Par contre les machines de type croqueur présentent l'avantage d'effectuer elles-mêmes le croquage des extrémités des tôles. Le roulage de type croqueur à trois rouleaux asymétriques permet d'obtenir une pièce de forme cylindrique plus précise du fait que la tôle est maintenue serrée entre rouleaux inférieurs et supérieur pendant le roulage. Pour cette raison, ce projet d'étude est limité au roulage de type croqueur à trois rouleaux asymétriques.

D'après la revue de la littérature sur le roulage à trois rouleaux asymétriques, il reste beaucoup d'études à compléter et des résultats de simulation à valider expérimentalement. L'influence des différents paramètres du roulage sur la géométrie finale, les efforts engendrés, la puissance nécessaire de roulage ainsi que la distribution des contraintes résiduelles n'ont pas été validés dans les études antérieures. Ce qui fera l'objet de notre étude dans les prochains chapitres.

CHAPITRE 2

ROULAGE CYLINDRIQUE À TROIS ROULEAUX ASYMÉTRIQUES

Afin de comprendre le procédé de roulage cylindrique à trois rouleaux asymétriques, il est primordial de commencer par une analyse théorique qui traitera principalement les objectifs suivants :

- Principe de roulage cylindrique à trois rouleaux asymétriques ;
- Efforts exercés par les trois rouleaux sur la tôle au cours du roulage, sans tenir compte de frottement rouleau-tôle ;
- Déformation de la tôle ;
- Distributions des contraintes résiduelles sur le cylindre réalisé ;
- Puissance nécessaire pour former le cylindre.

Tout au long de notre étude théorique, nous supposons que la tôle a un matériau homogène, isotrope et un comportement élastique parfaitement plastique.

2.1 Principe de roulage cylindrique

2.1.1 Éléments géométriques du roulage cylindrique

Le travail de roulage cylindrique s'effectuant à partir d'une plaque plane (figure 2.1).

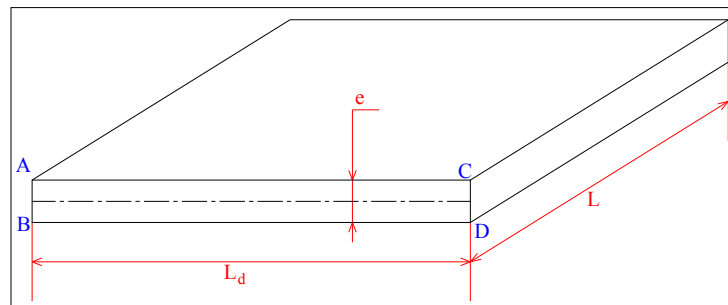


Figure 2.1 Élément initial (Plaque plane)

Où :

- L_d est la longueur développée et L est la largeur utile de roulage.
- e est l'épaisseur de la plaque.

Après roulage, on obtient le cylindre (figure 2.2).

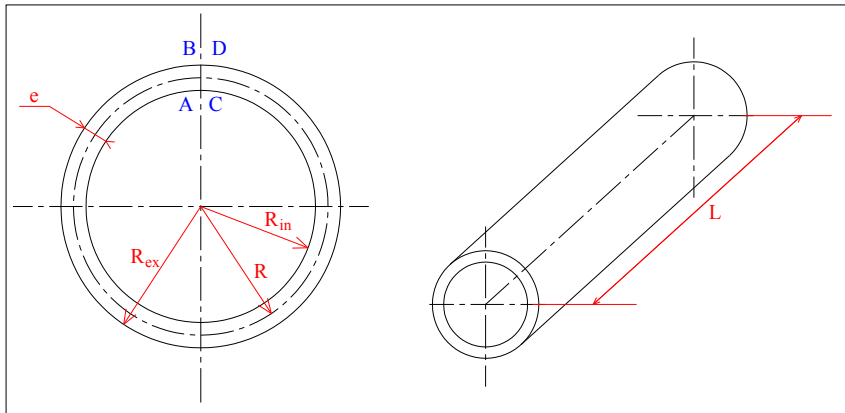


Figure 2.2 Élément final (Cylindre)

Où :

- R_{in} est le rayon intérieur de cylindre.
- R_{ex} est le rayon extérieur de cylindre.

Sans tenir compte du déplacement de la fibre neutre et de la variation d'épaisseur on aura :

- La longueur de cylindre (L) est égale à la largeur utile de la plaque initiale.
- L'épaisseur de cylindre est celle de la plaque initiale :

$$e = R_{ex} - R_{in} \quad (2.1)$$

- Le rayon moyen de cylindre R est :

$$R = R_{in} + \frac{e}{2} = R_{ex} - \frac{e}{2} \quad (2.2)$$

- La longueur de la circonférence moyenne du rayon R est égale à la longueur développée (L_d) :

$$L_d = 2 \pi R \quad (2.3)$$

2.1.2 Positions initiales des trois rouleaux

La figure (2.3) montre la position initiale des trois rouleaux T, B et S.

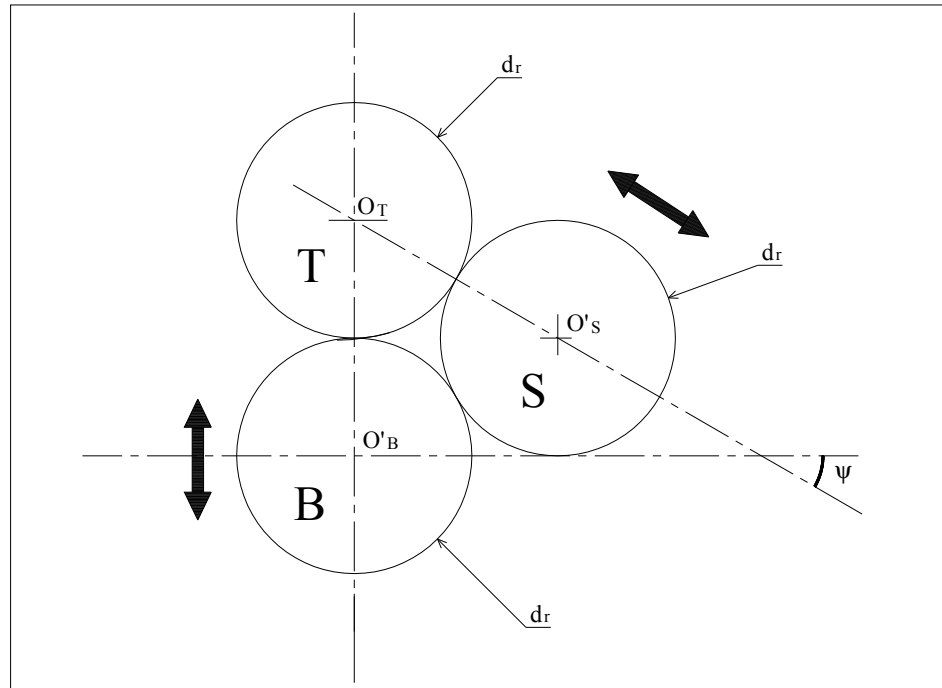


Figure 2.3 Position initiale des rouleaux

Les trois rouleaux T, B, et S ont le même diamètre d_r . À l'état initial, les trois rouleaux sont tangents.

2.1.3 Positions des trois rouleaux pendant le roulage

La figure (2.4) montre la position relative des trois rouleaux T, B et S pour rouler en une seule passe un cylindre du rayon R et d'une épaisseur e . Le pincement de la tôle entre les deux rouleaux T et B, se fait par déplacement vertical de rouleau B d'une distance égale à l'épaisseur de la tôle e . Afin d'obtenir en une seule passe un cylindre du rayon moyen R , le rouleau S se déplace suivant une inclinaison ψ .

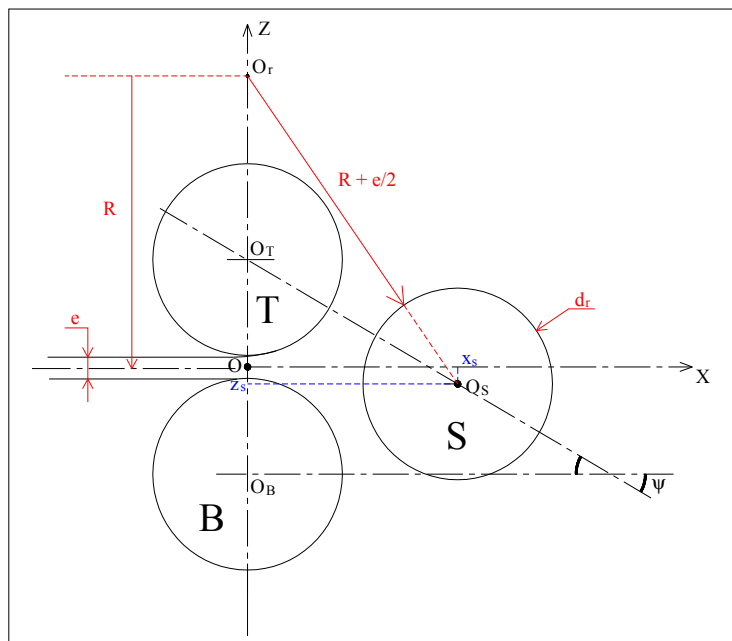


Figure 2.4 Position des rouleaux pendant le roulage

D'après la figure (2.4) :

- Les coordonnées du centre O_T sont :

$$x_t = 0 \quad \text{et} \quad z_t = \frac{d_r + e}{2} \quad (2.4)$$

- Les coordonnées du centre O_B sont :

$$x_b = 0 \quad \text{et} \quad z_b = -\frac{d_r + e}{2} \quad (2.5)$$

- Les coordonnées du centre O_S sont (voir annexe I):

$$x_s = \frac{2 \operatorname{tg} \psi \left(\frac{d_r + e}{2} - R \right) + \sqrt{4 (\operatorname{tg} \psi)^2 \left(R - \frac{d_r + e}{2} \right)^2 + 16 \left(1 + (\operatorname{tg} \psi)^2 \right) R \left(\frac{d_r + e}{2} \right)}}{2 + 2 (\operatorname{tg} \psi)^2} \quad (2.6)$$

$$z_s = \frac{d_r + e}{2} - x_s \operatorname{tg} \psi \quad (2.7)$$

2.2 Efforts exercés par les rouleaux sur la tôle

Pendant le roulage d'un cylindre de la longueur L , et à n'importe quel instant, quand la tôle est pliée de son état initial à n'importe quel profil fini, les efforts exercés par les trois rouleaux sur la tôle sont les suivants (figure 2.5):

- Q_1 : la résultante des charges unitaires q_1 exercées par le rouleau S sur la tôle.

$$Q_1 = q_1 L \quad (2.8)$$

- Q_2 : la résultante des charges unitaires q_2 exercées par le rouleau T sur la tôle.

$$Q_2 = q_2 L \quad (2.9)$$

- Q_3 : la résultante des charges unitaires q_3 exercées par le rouleau B sur la tôle.

$$Q_3 = q_3 L \quad (2.10)$$

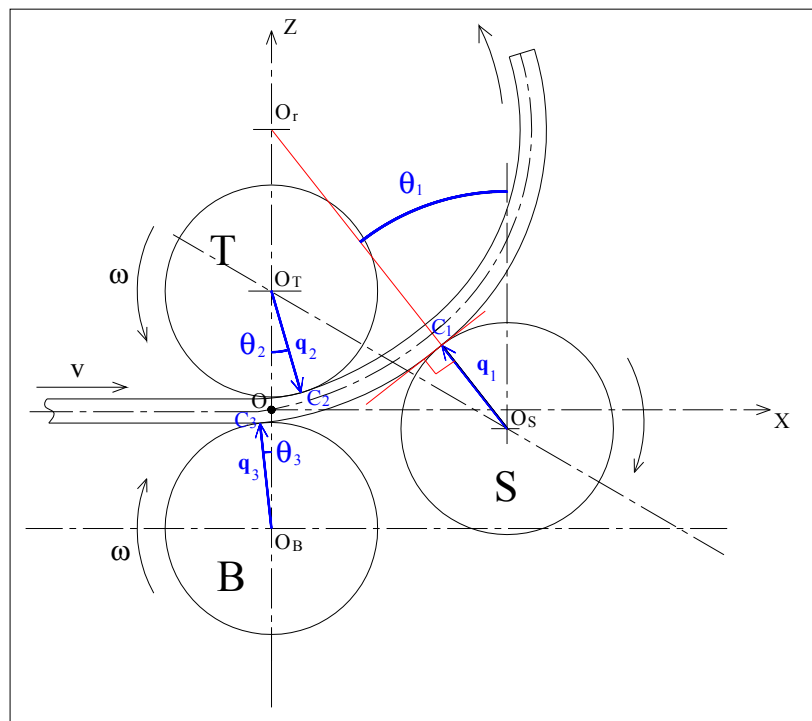


Figure 2.5 Efforts exercés par les rouleaux sur la tôle

Les charges unitaires q_i sont exercées perpendiculairement aux tangentes de contact rouleau-tôle C_i selon les angles θ_i . Les caractéristiques des charges q_i sont données dans le tableau (2.1).

Tableau 2.1 Caractéristiques des charges q_i exercés par les rouleaux sur la tôle

Charges	Angle d'inclinaison par rapport à la verticale	Point d'application	
q_1	θ_1	C_1	Les coordonnées du point C_1 sont : $x_{C1} = x_s - \frac{d_r}{2} \sin \theta_1$ $z_{C1} = z_s + \frac{d_r}{2} \cos \theta_1$
q_2	θ_2	C_2	Les coordonnées du point C_2 sont : $x_{C2} = \frac{d_r}{2} \sin \theta_2$ $z_{C2} = \frac{d_r + e}{2} - \frac{d_r}{2} \cos \theta_2$
q_3	θ_3	C_3	Les coordonnées du point C_3 sont : $x_{C3} = -\frac{d_r}{2} \sin \theta_3$ $z_{C3} = \frac{d_r}{2} \cos \theta_3 - \frac{d_r + e}{2}$

Les trois équations d'équilibre de la tôle sont les suivants :

$$Q_2 \sin \theta_2 = Q_1 \sin \theta_1 + Q_3 \sin \theta_3 \quad (2.11)$$

$$Q_2 \cos \theta_2 = Q_1 \cos \theta_1 + Q_3 \cos \theta_3 \quad (2.12)$$

$$Q_1 (x_{C1} \cos \theta_1 + z_{C1} \sin \theta_1) = (Q_2 \sin \theta_2 + Q_3 \sin \theta_3) \frac{d_r + e}{2} \quad (2.13)$$

2.3 Déflexion de la tôle

Hua [12] a montré que le rayon de courbure de la tôle diminue progressivement de point de contact avec le rouleau B jusqu'au point de contact avec le rouleau S, et que les rayons de courbure aux points particuliers P_3 , P_2 et P_1 (figure 2.6) sont données dans le tableau (2.2).

Tableau 2.2 Rayons de courbure aux points particuliers P_3 , P_2 et P_1

Point	Coordonnées du point	Rayon de courbure au point
P_3	$x_3 = - \frac{d_r + e}{2} \sin \theta_3$ $z_3 = \frac{d_r + e}{2} (\cos \theta_3 - 1)$	$R_3 = \infty$
P_2	$x_2 = \frac{d_r + e}{2} \sin \theta_2$ $z_2 = \frac{d_r + e}{2} (1 - \cos \theta_2)$	$R_2 = \frac{E I R}{E I + M_2 R (1 - \nu^2)}$
P_1	$x_1 = x_{Os} - \frac{d_r + e}{2} \sin \theta_1$ $z_1 = z_{Os} + \frac{d_r + e}{2} \cos \theta_1$	$R_1 = R$

Où :

I : moment quadratique de la section par unité de longueur :

$$I = \frac{e^3}{12} \quad (2.14)$$

R : rayon moyen de cylindre.

M_2 : moment de flexion au point P_2 .

E : module de Young de la tôle.

ν : coefficient de Poisson de la tôle.

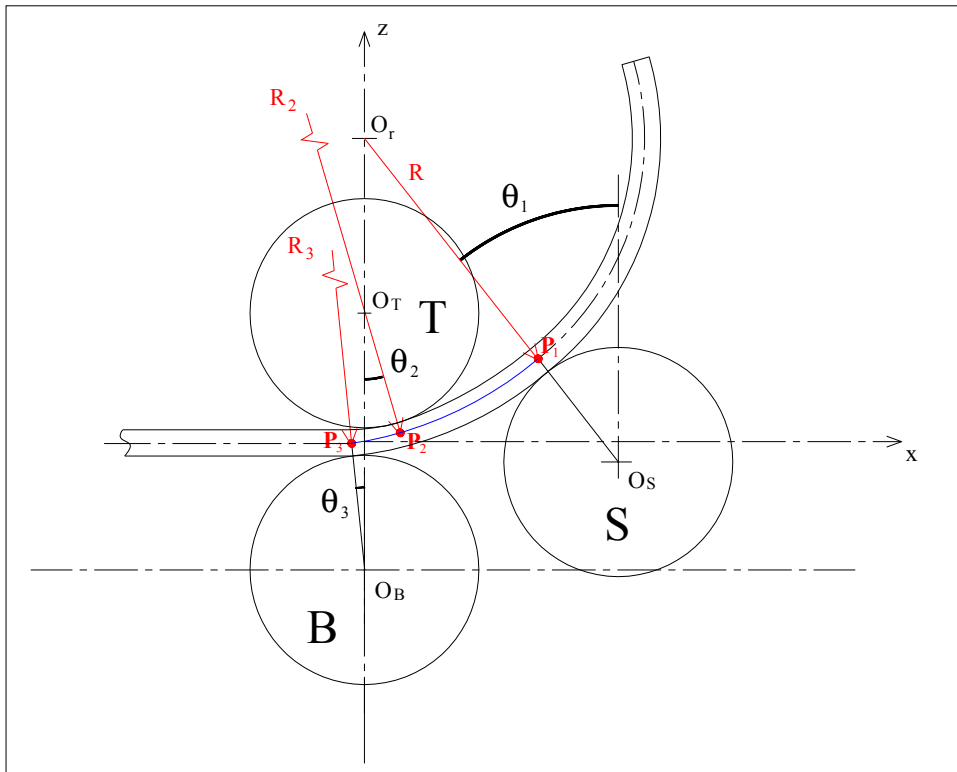


Figure 2.6 Rayon de courbure

Pendant le roulage, le plan central de la tôle se déforme entre les deux points P_3 et P_1 , et prend la forme d'une courbure passant par les points particuliers P_3 , P_2 et P_1 (figure 2.6). La fonction de cette courbure est appelée, fonction de déflexion de la tôle :

- $Z_1(x)$ est la fonction de déflexion de la tôle entre les deux points P_3 et P_2 .
- $Z_2(x)$ est la fonction de déflexion de la tôle entre les deux points P_2 et P_1 .

Puisque les surfaces de contact entre la tôle et les rouleaux sont cylindriques et que la forme finale de la tôle est cylindrique, alors les fonctions $Z_1(x)$ et $Z_2(x)$ sont simplifiées et s'écrivent comme suit [9]¹:

$$\frac{\partial^4 Z_1(x)}{\partial^4 x} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^4 Z_2(x)}{\partial^4 x} = 0 \quad (2.15)$$

¹ Il est considéré que le moment de flexion M varie linéairement entre P_3 et P_2 et entre P_2 et P_1 . Sachant que la dérivée seconde de la déflexion (Z'') est proportionnelle à M , alors $Z'''' = 0$.

2.3.1 Déflexion de la tôle dans la zone [P₃, P₂]

La fonction de déflexion $Z_I(x)$ de la tôle entre les deux points P₃ et P₂ est simplifiée par :

$$\frac{\partial^4 Z_I(x)}{\partial^4 x} = 0$$

Donc :

$$\frac{\partial^3 Z_I(x)}{\partial^3 x} = a_1 \quad ; \quad \frac{\partial^2 Z_I(x)}{\partial^2 x} = a_1 x + b_1 \quad ; \quad \frac{\partial Z_I(x)}{\partial x} = \frac{a_1 x^2}{2} + b_1 x + c_1$$

D'où :

$$Z_I(x) = \frac{a_1 x^3}{6} + \frac{b_1 x^2}{2} + c_1 x + d_1 \quad (2.16)$$

a_1 , b_1 , c_1 et d_1 sont les paramètres de la fonction $Z_I(x)$, à déterminer par les conditions géométriques aux frontières suivantes :

- Équation de la position du rouleau B :

Les coordonnées du point P₃ sont x_3 et $z_3 = Z_I(x_3)$;

Donc :

$$z_3 = \frac{a_1}{6} x_3^3 + \frac{b_1}{2} x_3^2 + c_1 x_3 + d_1 \quad (2.17)$$

D'après le tableau 2.2, le rayon de courbure au point P₃ est $R_3 = \infty$

Donc :

$$\frac{\partial^2 Z_I(x)}{\partial^2 x} \Big|_{x=x_3} = \frac{1}{R_3} = 0 \quad (2.18)$$

Ce qui donne :

$$a_1 x_3 + b_1 = 0 \quad (2.19)$$

- **Équation de la position du rouleau T :**

Les coordonnées du point P₂ sont x₂ et z₂ = Z₁(x₂) ;

Donc :

$$z_2 = \frac{a_1}{6} x_2^3 + \frac{b_1}{2} x_2^2 + c_1 x_2 + d_1 \quad (2.20)$$

D'après le tableau 2.2, le rayon de courbure au point P₂ est : $R_2 = \frac{E I R}{E I + M_2 R (1 - v^2)}$

Donc :

$$\frac{\partial^2 Z_1(x)}{\partial^2 x} \Big|_{x=x_2} = \frac{I}{R_2} \quad (2.21)$$

Ce qui donne :

$$a_1 x_2 + b_1 = \frac{E I + M_2 R (1 - v^2)}{E I R} \quad (2.22)$$

Les équations de (2.17) à (2.22), nous permettons d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{6} x_3^3 & \frac{1}{2} x_3^2 & x_3 & 1 \\ \frac{1}{6} x_2^3 & \frac{1}{2} x_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3 & 1 & 0 & 0 \\ x_2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ d_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_3 \\ z_2 \\ 0 \\ \frac{E I + M_2 R (1 - v^2)}{E I R} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Ce qui donne :

$$a_1 = \frac{E I + M_2 R (1 - \nu^2)}{E I R (x_2 - x_3)} \quad (2.24)$$

$$b_1 = - a_1 x_3 \quad (2.25)$$

$$c_1 = \frac{6(z_2 - z_3) - a_1(x_2^3 - x_3^3) - 3b_1(x_2^2 - x_3^2)}{6(x_2 - x_3)} \quad (2.26)$$

$$d_1 = z_2 - c_1 x_2 - \frac{a_1}{6} x_2^3 - \frac{b_1}{2} x_2^2 \quad (2.27)$$

La fonction de déflexion de la tôle $Z_1(x)$, donne les coordonnées (x, z) de n'importe quel point de l'axe central de la tôle entre les deux points P_3 et P_2 .

2.3.2 Déflexion de la tôle dans la zone $[P_2, P_1]$

La fonction de déflexion $Z_2(x)$ de la tôle entre les deux points P_2 et P_1 est simplifiée par :

$$\frac{\partial^4 Z_2(x)}{\partial^4 x} = 0$$

Donc :

$$\frac{\partial^3 Z_2(x)}{\partial^3 x} = a_2 \quad ; \quad \frac{\partial^2 Z_2(x)}{\partial^2 x} = a_2 x + b_2 \quad ; \quad \frac{\partial Z_2(x)}{\partial x} = \frac{a_2 x^2}{2} + b_2 x + c_2$$

D'où :

$$Z_2(x) = \frac{a_2 x^3}{6} + \frac{b_2 x^2}{2} + c_2 x + d_2 \quad (2.28)$$

a_2, b_2, c_2 et d_2 sont les paramètres de la fonction $Z_2(x)$, à déterminer par les conditions géométriques aux frontières suivantes :

- **Équation de la position du rouleau S :**

Les coordonnées du point P₁ sont x_1 et $z_1 = Z_2(x_1)$;

Donc :

$$z_1 = \frac{a_2}{6} x_1^3 + \frac{b_2}{2} x_1^2 + c_2 x_1 + d_2 \quad (2.29)$$

D'après le tableau 2.2, le rayon de courbure au point P₁ est $R_1 = R$

Donc :

$$\frac{\partial^2 Z_2(x)}{\partial^2 x} \Big|_{x=x_1} = \frac{1}{R} \quad (2.30)$$

Ce qui donne :

$$a_2 x_1 + b_2 = \frac{1}{R} \quad (2.31)$$

- **Équation de la position du rouleau T :**

Les coordonnées du point P₂ sont x_2 et $z_2 = Z_2(x_2)$;

Donc :

$$z_2 = \frac{a_2}{6} x_2^3 + \frac{b_2}{2} x_2^2 + c_2 x_2 + d_2 \quad (2.32)$$

D'après le tableau 2.2, le rayon de courbure au point P₂ est : $R_2 = \frac{E I R}{E I + M_2 R (1 - v^2)}$

Donc :

$$\frac{\partial^2 Z_2(x)}{\partial^2 x} \Big|_{x=x_2} = \frac{1}{R_2} \quad (2.33)$$

Ce qui donne :

$$a_2 x_2 + b_2 = \frac{E I + M_2 R (1 - v^2)}{E I R} \quad (2.34)$$

Les équations de (2.29) à (2.34), nous permettons d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{6} x_1^3 & \frac{1}{2} x_1^2 & x_1 & 1 \\ \frac{1}{6} x_2^3 & \frac{1}{2} x_2^2 & x_2 & 1 \\ x_1 & 1 & 0 & 0 \\ x_2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \frac{I}{R} \\ \frac{E I + M_2 R (1 - v^2)}{E I R} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Ce qui donne :

$$a_2 = \frac{M_2 R (1 - v^2)}{E I R (x_2 - x_1)} \quad (2.36)$$

$$b_2 = \frac{I}{R} - a_2 x_1 \quad (2.37)$$

$$c_2 = \frac{6(z_2 - z_1) - a_2 (x_2^3 - x_1^3) - 3b_2 (x_2^2 - x_1^2)}{6(x_2 - x_1)} \quad (2.38)$$

$$d_2 = z_2 - c_2 x_2 - \frac{a_2}{6} x_2^3 - \frac{b_2}{2} x_2^2 \quad (2.39)$$

La fonction de déflexion de la tôle $Z_2(x)$, donne les coordonnées (x, z) de n'importe quel point de l'axe central de la tôle entre les deux points P_2 et P_1 .

2.4 Moments fléchissant et déformations

Dans une section droite de la tôle du centre $P(x,z)$ le moment de flexion est noté par M . La section droite est inclinée d'un angle θ par rapport à la verticale, appelé déviation angulaire de la section droite (figure 2.7). La courbure de la tôle au centre P est notée par k .

$$\text{Entre } P_3 \text{ et } P_2 : \quad k = \frac{\partial^2 Z_1(x)}{\partial^2 x} = a_1 x + b_1 \quad (2.40)$$

$$\text{Entre } P_2 \text{ et } P_1 : \quad k = \frac{\partial^2 Z_2(x)}{\partial^2 x} = a_2 x + b_2 \quad (2.41)$$

L'abscisse curviligne du point P à partir de point P_3 est la longueur de l'arc $\overline{P_3 P}$.

$$s = \overline{P_3 P} = \frac{\theta}{k} \quad (2.42)$$

Dans la figure (2.7), q_1 , q_2 et q_3 sont les charges par unité de longueur exercées respectivement par les rouleaux S, T, et B sur la tôle.

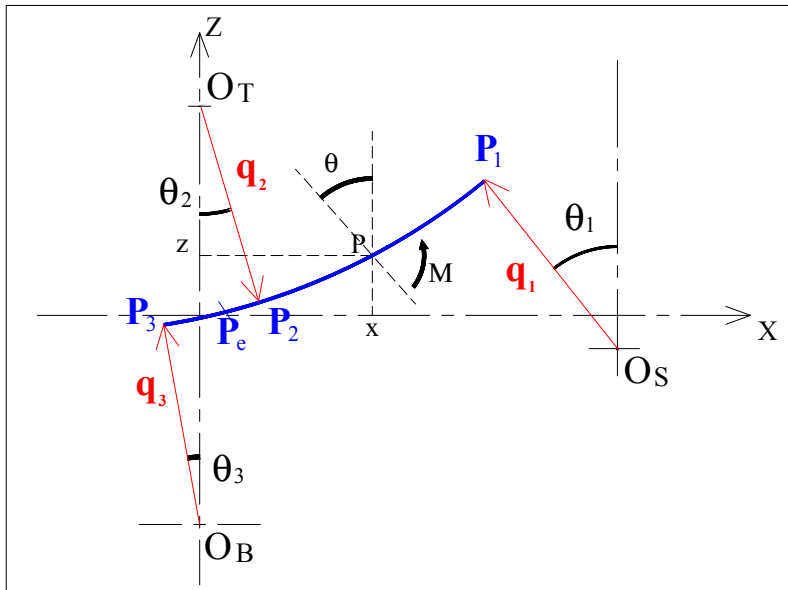


Figure 2.7 Moments fléchissant

Hua [14] a montré qu'il existe un point P_e entre les deux points P_3 et P_2 , tel que la déformation dans la zone P_3P_e est élastique. Après ce point P_e la déformation dévient plastique (figure 2.7). Des analyses théoriques de zone par zone sont effectuées aux sections suivantes, afin de déterminer les expressions de la courbure k , de la déviation angulaire θ et du moment fléchissant M dans les zones $[P_3, P_e]$, $[P_e, P_2]$ et $[P_2, P_1]$, ainsi qu'aux points particuliers P_3 , P_e , P_2 et P_1 .

2.4.1 Analyse de la zone $[P_3, P_e]$

Le moment de flexion en un point P d'abscisse curviligne s et de courbure k , entre les deux points P_3 et P_e est :

$$M = q_3 s \quad (2.43)$$

Dans cette zone la déformation est élastique, donc :

$$M = E I k \quad (2.44)$$

Les deux équations (2.43) et (2.44), donnent :

$$q_3 s = E I k \quad (2.45)$$

Ce qui implique :

$$q_3 ds = E I dk \quad (2.46)$$

D'après (2.42) :

$$ds = \frac{l}{k} d\theta \quad (2.47)$$

Donc :

$$E I dk = q_3 \frac{l}{k} d\theta \quad (2.48)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\frac{EI}{q_3} \int_0^k k dk = \int_{\theta_3}^{\theta} d\theta \quad (2.49)$$

Ce qui donne, l'expression de la déviation angulaire dans cette zone $[P_3, P_e]$.

$$\theta = \frac{EI}{2q_3} k^2 + \theta_3 \quad (2.50)$$

La courbure élastique maximale au point P_e est [14] :

$$k_e = \frac{4S_Y}{E e \sqrt{3}} \quad (2.51)$$

Où, S_Y est la contrainte à la limite élastique du matériau de la tôle.

D'après l'équation (2.44), le moment de flexion à la limite élastique est :

$$M_e = EI k_e \quad (2.52)$$

Les expressions des k , θ et M dans la zone $[P_3, P_e]$, aux points particuliers P_3 et P_e sont données dans le tableau suivant :

Tableau 2.3 Expressions des k , θ et M dans la zone $[P_3, P_e]$

	Courbure k	Déviation angulaire θ	Moment de flexion M
Zone $[P_3, P_e]$	$k = a_1 x + b_1$	$\theta = \frac{EI}{2q_3} k^2 + \theta_3$	$M = EI k$
Au point P_3	$k_3 = 0$	θ_3	$M_3 = 0$
Au point P_e	$k_e = \frac{4S_Y}{E e \sqrt{3}}$	$\theta_e = \frac{EI}{2q_3} k_e^2 + \theta_3$	$M_e = EI k_e$

2.4.2 Analyse de la zone $[P_e, P_2]$

Le moment de flexion en un point P d'abscisse curviligne s et de courbure k , entre les deux points P_3 et P_e , est :

$$M = q_3 \cdot s \quad (2.53)$$

La relation entre le moment de la flexion M et la courbure k dans cette zone est :

$$\frac{M}{M_e} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k} \right)^2 \quad (2.54)$$

Donc :

$$q_3 s = M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k} \right)^2 \right) \quad (2.55)$$

Ce qui implique :

$$q_3 ds = \frac{M_e k_e^2}{k^3} dk \quad (2.56)$$

Et comme (2.47) : $ds = \frac{l}{k} d\theta$

Donc :

$$\frac{M_e k_e^2}{k^3} dk = q_3 \frac{l}{k} d\theta \quad (2.57)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\frac{M_e k_e^2}{q_3} \int_{k_e}^k \frac{l}{k^2} dk = \int_{\theta_e}^{\theta} d\theta \quad (2.58)$$

Ce qui donne, l'expression de la déviation angulaire dans cette zone $[P_e, P_2]$:

$$\theta = \frac{M_e k_e^2}{q_3} \left(\frac{1}{k_e} - \frac{1}{k} \right) + \theta_e \quad (2.59)$$

Rappelons (2.54) : $\frac{M}{M_e} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k} \right)^2$

Et comme :

$$M = q_3 s \quad \text{et} \quad M_e = q_3 s_e \quad (2.60)$$

Donc :

$$\frac{s}{s_e} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k} \right)^2 \quad (2.61)$$

Ce qui donne l'expression de la courbure k en fonction de l'abscisse curviligne s dans cette zone :

$$k = \frac{k_e}{\sqrt{3 - 2 \frac{s}{s_e}}} \quad (2.62)$$

Donc, la courbure de la tôle au point P_2 est :

$$k_2 = \frac{k_e}{\sqrt{3 - 2 \frac{s_2}{s_e}}} \quad (2.63)$$

On note par γ le rapport de la longueur curviligne $\overline{P_3 P_2}$ par $\overline{P_3 P_e}$:

$$\gamma = \frac{s_2}{s_e} \quad (2.64)$$

Les deux équations 2.63 et 2.64, nous permettons d'écrire :

$$k_2 = \frac{k_e}{\sqrt{3-2\gamma}} \quad (2.65)$$

Donc :

$$\left(\frac{k_e}{k_2}\right)^2 = 3-2\gamma \quad (2.66)$$

D'après (2.54), le moment de flexion au point P_2 est :

$$M_2 = M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k_2} \right)^2 \right) \quad (2.67)$$

D'où, le moment de flexion au point P_2 :

$$M_2 = M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} (3-2\gamma) \right) \quad (2.68)$$

Les expressions des k , θ et M dans la zone $[P_e, P_2]$, et au point particulier P_2 sont données dans le tableau suivant :

Tableau 2.4 Expressions des k , θ et M dans la zone $[P_e, P_2]$

	Courbure k	Déviations angulaire θ	Moment de flexion M
Zone $[P_e, P_2]$	$k = a_1 x + b_1$	$\theta = \frac{M_e k_e^2}{q_3} \left(\frac{1}{k_e} - \frac{1}{k} \right) + \theta_e$	$M = M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k} \right)^2 \right)$
Au point P_2	$k_2 = \frac{k_e}{\sqrt{3-2\gamma}}$	θ_2	$M_2 = M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} (3-2\gamma) \right)$

2.4.3 Analyse de la zone $[P_2, P_1]$

Le moment de flexion en un point P d'abscisse curviligne s et de courbure k , entre les deux points P_3 et P_e est :

$$M = q_1 \cos(\theta_1 - \theta) \overline{P_1 P} \quad (2.69)$$

La relation entre le moment de la flexion M et la courbure k dans cette zone est :

$$M - M_2 = E I (k - k_2) \quad (2.70)$$

Les deux équations (2.69) et (2.70), donnent :

$$M_2 + E I (k - k_2) = q_1 \cos(\theta_1 - \theta) \overline{P_1 P} \quad (2.71)$$

Ce qui implique :

$$E I dk = q_1 \cos(\theta_1 - \theta) ds \quad (2.72)$$

Et comme (2.47) : $ds = \frac{1}{k} d\theta$

Donc :

$$E I dk = q_1 \cos(\theta_1 - \theta) \frac{1}{k} d\theta \quad (2.73)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\frac{E I}{q_1} \int_{k_1}^k k dk = \int_{\theta_1}^{\theta} \cos(\theta_1 - \theta) d\theta \quad (2.74)$$

Ce qui donne :

$$\frac{E I}{2 q_1} (k^2 - k_1^2) = \sin(\theta_1 - \theta) \quad (2.75)$$

Donc :

$$\theta = \theta_1 - \text{asin}\left(\frac{E I}{2 q_1} (k^2 - k_1^2)\right) \quad (2.76)$$

Les expressions des k , θ et M dans la zone $[P_2, P_1]$, et au point particulier P_1 sont données dans le tableau suivant :

Tableau 2.5 Expressions des k , θ et M dans la zone $[P_2, P_1]$

	Courbure k	Déviati on angulaire θ	Moment de flexion M
Zone $[P_2, P_1]$	$k = a_2 x + b_2$	$\theta = \theta_1 - \text{asin}\left(\frac{E I}{2 q_1} (k^2 - k_1^2)\right)$	$M = M_2 + E I (k - k_2)$
Au point P_1	$k_1 = \frac{I}{R}$	θ_1	$M_1 = 0$

2.4.4 Moment fléchissant et courbure au point P_2

Les expressions des moments fléchissant M_2 et des courbures k_2 au point particulier P_2 (tableau 2.4) sont en fonction de rapport γ de la longueur curviligne $\overline{P_3 P_2}$ par $\overline{P_3 P_e}$. De ce fait, la détermination de rapport γ est nécessaire pour calculer M_2 et k_2 .

Rappelons que dans la zone $[P_2, P_1]$ (tableau 2.5) : $M = M_2 + E I (k - k_2)$

Et comme, le moment de flexion au point P_1 est nul : $M_1 = 0$

Donc :

$$M_2 + EI(k_1 - k_2) = 0 \quad (2.77)$$

D'après (2.67), le moment de flexion au point P₂ est : $M_2 = M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k_2} \right)^2 \right)$

Donc :

$$EI(k_2 - k_1) = M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k_2} \right)^2 \right) \quad (2.78)$$

D'après (tableau 2.3), le moment de flexion au point P_e est : $M_e = EI k_e$

Donc :

$$\frac{k_1}{k_e} = \frac{k_2}{k_e} - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{k_2} \right)^2 \right) \quad (2.79)$$

Et comme (2.65); $k_2 = \frac{k_e}{\sqrt{3-2\gamma}}$

Donc :

$$\frac{k_2}{k_e} = \frac{1}{\sqrt{3-2\gamma}} \quad (2.80)$$

On note par :

$$\tilde{k}_1 = \frac{k_1}{k_e} \quad (2.81)$$

Remplaçons dans l'équation (2.79), $\frac{k_1}{k_e}$ par \tilde{k}_1

On obtient :

$$\tilde{k}_1 = \frac{2 + \sqrt{3 - 2\gamma^3}}{2\sqrt{3 - 2\gamma}} - \frac{3}{2} \quad (2.82)$$

γ est définie si seulement si :

$$\gamma < \frac{3}{2} \quad (2.83)$$

Et comme $s_2 > s_e$, donc :

$$\gamma = \frac{s_2}{s_e} > 1 \quad (2.84)$$

Les deux inéquations 2.83 et 2.84, nous permettons d'écrire :

$$1 < \gamma < \frac{3}{2} \quad (2.85)$$

Et par la suite, γ est la solution dans l'intervalle $]1, \frac{3}{2}[$ [de l'équation 2.82 (voir annexe II) :

$$\gamma = \frac{(2\tilde{k}_1 + 3) \sin \left(\frac{\operatorname{atg} \left(\frac{\sqrt{6}(8\tilde{k}_1^3 + 36\tilde{k}_1^2 + 54\tilde{k}_1 - 27)}{36\sqrt{\tilde{k}_1} \sqrt{4\tilde{k}_1^2 + 18\tilde{k}_1 + 27}} \right)}{3} + \frac{\pi}{3} \right)}{3} - \frac{4\tilde{k}_1 - 3}{6} \quad (2.86)$$

Avec :

$$\tilde{k}_1 = \frac{k_l}{k_e} = \frac{1}{R k_e} \quad (2.87)$$

La connaissance de rapport γ (équation 2.86), nous permettons de calculer la courbure k_2 et le moment fléchissant M_2 au point P_2 , en utilisant leurs équations (tableau 2.4).

2.5 Déviations angulaires de la tôle

Les expressions des courbures k , et des moments fléchissant M aux points particuliers P_3 , P_2 , et P_1 sont déterminées au paragraphe précédent (2.4). Mais il reste à déterminer les déviations angulaires θ_3 , θ_2 et θ_1 aux points particuliers P_3 , P_2 et P_1 .

2.5.1 Déviation angulaire θ_3

D'après l'équation (2.50), la déviation angulaire au point P_e est :

$$\theta_e = \frac{EI}{2q_3} k_e^2 + \theta_3 \quad (2.88)$$

D'après l'équation (2.59), la déviation angulaire au point P_2 est :

$$\theta_2 = \frac{M_e k_e^2}{q_3} \left(\frac{1}{k_e} - \frac{1}{k_2} \right) + \theta_e \quad (2.89)$$

Ce qui implique :

$$\theta_2 - \theta_3 = \frac{EI}{2q_3} k_e^2 + \frac{M_e k_e^2}{q_3} \left(\frac{1}{k_e} - \frac{1}{k_2} \right) \quad (2.90)$$

Le moment de flexion au point P_2 est :

$$M_2 = q_3 s_2 \quad (2.91)$$

L'abscisse curviligne au point P_2 est :

$$s_2 = \frac{d_r + e}{2} (\theta_2 + \theta_3) \quad (2.92)$$

Donc :

$$M_2 = q_3 \frac{d_r + e}{2} (\theta_2 + \theta_3) \quad (2.93)$$

Ce qui implique :

$$\theta_2 + \theta_3 = \frac{2 M_2}{q_3 (d_r + e)} \quad (2.94)$$

Les deux équations (2.90) et (2.94), donnent :

$$2\theta_2 = \frac{2 M_2}{q_3 (d_r + e)} + \frac{E I}{2 q_3} k_e^2 + \frac{M_e k_e^2}{q_3} \left(\frac{1}{k_e} - \frac{1}{k_2} \right) \quad (2.95)$$

$$2\theta_3 = \frac{2 M_2}{q_3 (d_r + e)} - \frac{E I}{2 q_3} k_e^2 - \frac{M_e k_e^2}{q_3} \left(\frac{1}{k_e} - \frac{1}{k_2} \right) \quad (2.96)$$

Et par la suite, l'angle d'inclinaison θ_3 est :

$$\theta_3 = D_0 \theta_2 \quad (2.97)$$

Avec :

$$D_0 = 1 - \frac{2 k_e^2 \left(\frac{E I}{2} + M_e \left(\frac{1}{k_e} - \frac{1}{k_2} \right) \right)}{P_0} \quad (2.98)$$

$$P_0 = \frac{2 M_2}{(d_r + e)} + k_e^2 \left(\frac{E I}{2} + M_e \left(\frac{1}{k_e} - \frac{1}{k_2} \right) \right) \quad (2.99)$$

D'après l'équation (2.95), la charge unitaire q_3 est :

$$q_3 = \frac{P_0}{2 \theta_2} \quad (2.100)$$

2.5.2 Déviation angulaire θ_2

Rappelons l'équation (2.46) : $q_3 ds = E I dk$

Et comme :

$$ds = \frac{l}{\theta} dz \quad (2.101)$$

Donc :

$$dz = \frac{E I}{q_3} \left(\frac{E I}{2 q_3} k^2 + \theta_3 \right) dk \quad (2.102)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\int_{z_3}^z dz = \frac{E I}{q_3} \int_0^k \left(\frac{E I}{2 q_3} k^2 + \theta_3 \right) dk \quad (2.103)$$

Ce qui donne, l'expression de la déflexion z en fonction de la courbure k dans la zone $[P_3, P_e]$

$$z = z_3 + \frac{E I}{q_3} \left(\frac{E I}{6 q_3} k^3 + \theta_3 k \right) \quad (2.104)$$

La déflexion au point P_e est :

$$z_e = z_3 + \frac{E I}{q_3} \left(\frac{E I}{6 q_3} k_e^3 + \theta_3 k_e \right) \quad (2.105)$$

Et comme : $ds = \frac{l}{\theta} dz$

Donc, l'équation (2.56) donne :

$$dz = \frac{\theta}{q_3} \frac{M_e k_e^2}{k^3} dk \quad (2.106)$$

Remplaçons θ par son expression de l'équation (2.59), on obtient :

$$dz = \left(\frac{\theta_e M_e k_e^2}{k^3 q_3} - \frac{M_e^2 k_e^4}{k^4 q_3^2} + \frac{M_e^2 k_e^3}{k^3 q_3^2} \right) dk \quad (2.107)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\int_{z_e}^z dz = \int_{k_e}^k \left(\frac{\theta_e M_e k_e^2}{k^3 q_3} - \frac{M_e^2 k_e^4}{k^4 q_3^2} + \frac{M_e^2 k_e^3}{k^3 q_3^2} \right) dk \quad (2.108)$$

Donc, l'expression du déflexion z en fonction de la courbure k dans la zone $[P_e, P_2]$ est :

$$z = z_e + \frac{M_e^2 k_e}{q_3^2} \left(\frac{k^3 + 2 k_e^3 - 3 k_e^2 k}{6 k^3} \right) + \frac{\theta_e M_e}{2 q_3} \left(\frac{k^2 - k_e^2}{k^2} \right) \quad (2.109)$$

La déflexion au point P_2 :

$$z_2 = z_e + \frac{M_e^2 k_e}{q_3^2} \left(\frac{k_2^3 + 2 k_e^3 - 3 k_e^2 k_2}{6 k_2^3} \right) + \frac{\theta_e M_e}{2 q_3} \left(\frac{k_2^2 - k_e^2}{k_2^2} \right) \quad (2.110)$$

Les équations (2.97), (2.100), (2.105) et (2.110), donnent :

$$z_2 - z_3 = \frac{(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) \theta_2^2}{3 k_2^3 P_0^2} \quad (2.111)$$

Avec :

$$A_1 = 6 E I D_0 P_0 k_e k_2^3 \quad (2.112)$$

$$A_2 = 2 E^2 I^2 k_e^3 k_2^3 \quad (2.113)$$

$$A_3 = 2 M_e^2 k_e (k_2^3 + 2 k_e^3 - 3 k_e^2 k_2) \quad (2.114)$$

$$A_4 = 3 k_2 M_2 (E I k_e^2 + D_0 P_0) (k_2^2 - k_e^2) \quad (2.115)$$

D'après [13, section 4], les déflexions aux points P₂, et P₃ sont :

$$z_2 = \varepsilon + \frac{1}{2} \left(\frac{d_r + e}{2} \right) \theta_2^2 \quad \text{et} \quad z_3 = -\varepsilon - \frac{1}{2} \left(\frac{d_r + e}{2} \right) \theta_3^2 \quad (2.116)$$

Où, ε est la déformation aux points du contact C₂ et C₃ :

$$\varepsilon = \frac{q_3}{K_r} \quad (2.117)$$

Où, K_r est le rapport de rigidité de rouleau :

$$K_r = \frac{\pi}{2} \frac{E_r}{(1 - \nu_r^2)} \quad (2.118)$$

Où, E_r et ν_r sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson de matériau des trois rouleaux.

Les équations (2.116), (2.117), (2.97) et (2.100) nous permettent d'écrire :

$$z_2 - z_3 = \frac{P_0}{K_r \theta_2} + \left(\frac{d_r + e}{4} \right) \theta_2^2 (1 + D_0^2) \quad (2.119)$$

Donc :

$$\frac{P_0}{K_r \theta_2} = \frac{(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) \theta_2^2}{3 k_2^3 P_0^2} - \left(\frac{d_r + e}{4} \right) \theta_2^2 (1 + D_0^2) \quad (2.120)$$

Et par la suite, l'angle d'inclinaison θ_2 est :

$$\theta_2 = \frac{\sqrt[3]{12} P_0 k_2}{\sqrt[3]{K_r} \sqrt[3]{4(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) - 3 k_2^3 P_0^2 (d_r + e)(1 + D_0^2)}} \quad (2.121)$$

2.5.3 Déviation angulaire θ_1

La figure (2.8), donne les positions des trois rouleaux, pendant le roulage d'un cylindre du rayon moyen R .

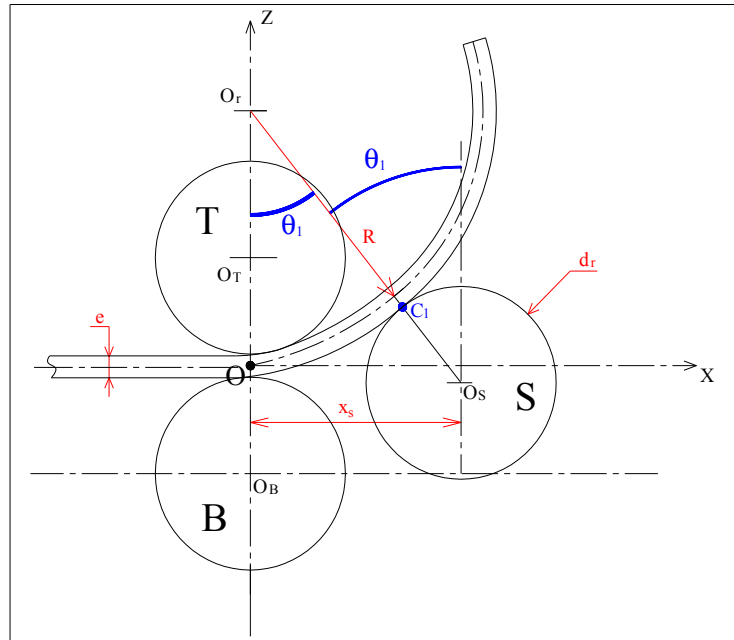


Figure 2.8 Détermination géométrique de l'angle θ_1

D'après la figure (2.8) :

$$\sin \theta_1 = \frac{2x_s}{2R + e + d_r} \quad (2.122)$$

Donc, l'angle d'inclinaison θ_1 est :

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{2x_s}{2R + e + d_r}\right) \quad (2.123)$$

D'après l'équation (2.75), la charge unitaire q_1 est :

$$q_1 = \frac{EI}{2 \sin(\theta_1 - \theta_2)} (k_2^2 - k_1^2) \quad (2.124)$$

2.6 Distribution des contraintes

Dans le calcul des contraintes, on a tenu compte uniquement des contraintes dues aux moments fléchissant M . Les sections suivantes montrent la distribution des contraintes dans les zones $[P_3, P_e]$, $[P_e, P_2]$ et $[P_2, P_1]$. La distribution des contraintes résiduelles est abordée à la dernière section de ce paragraphe (nous supposons qu'avant le roulage, la tôle ne comporte pas des contraintes).

2.6.1 Analyse de la zone $[P_3, P_e]$

Dans cette zone la déformation est élastique, donc la distribution des contraintes est linéaire. D'après (2.43), le moment de flexion dans une section droite du centre P entre les deux points P_3 et P_e est : $M = q_3 s > 0$

La contrainte en un point de la section droite, situé à une distance v par rapport à la fibre neutre est notée par σ_v (figure 2.9). La contrainte σ_v est proportionnelle à la distance v .

σ_v est maximale pour $v = -\frac{e}{2}$

$$\sigma_{max} = \frac{M}{I} \frac{e}{2} \quad (2.125)$$

Et comme le moment de flexion M est positif, donc les fibres situées au dessus de la ligne neutre sont sollicitées à la compression et les fibres situées au dessous de la fibre neutre sont sollicitées à la traction.

La contrainte maximale à la limite élastique est :

$$\sigma_0 = \frac{M_e}{I} \frac{e}{2} \quad (2.126)$$

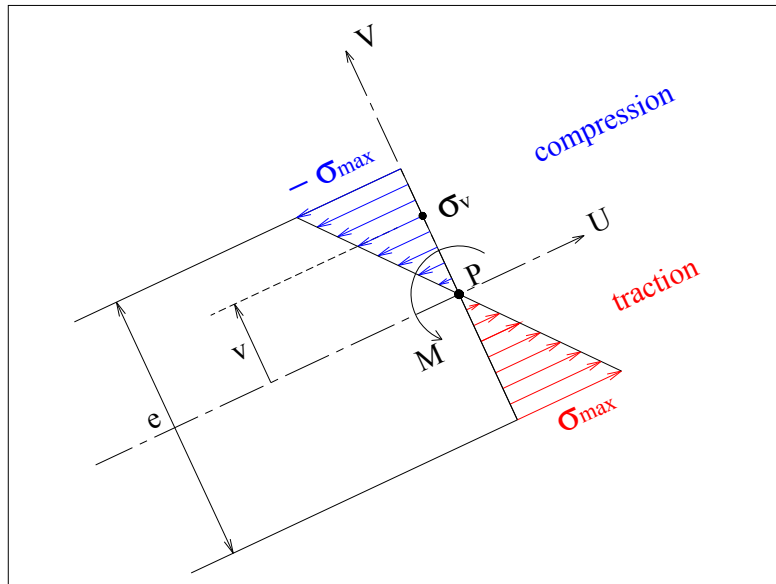


Figure 2.9 Distribution des contraintes entre P_3 et P_e

2.6.2 Analyse de la zone $[P_e, P_2]$

Dans cette zone le moment de flexion varie de M_e jusqu'à M_2 .

D'après (2.68), le moment de flexion au point P_2 est : $\frac{M_2}{M_e} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}(3 - 2\gamma)$

Et comme : $1 < \gamma < \frac{3}{2}$

Donc :

$$1 < \frac{3}{2} - \frac{1}{2}(3 - 2\gamma) < \frac{3}{2} \quad (2.127)$$

Ce que permet d'écrire :

$$\frac{M_2}{M_e} < \frac{3}{2} \quad (2.128)$$

Et comme le facteur de forme pour une section droite rectangulaire est $\frac{3}{2}$. Donc, le moment de flexion limite est :

$$M_{\infty} = \frac{3}{2} M_e \quad (2.129)$$

Remplaçons ($\frac{3}{2} M_e$) par M_{∞} dans l'inéquation (2.128), on obtient :

$$M_2 < M_{\infty} \quad (2.130)$$

Le moment de flexion M_2 est inférieur à M_{∞} . La tôle ne subit pas une déformation plastique totale. (Voir figure 2.10)

La distribution des contraintes (figure 2.10) dans une section droite du centre P, comporte :

- Un noyau élastique ($-a < v < a$) ;

$$\sigma_v = -\frac{\sigma_0}{a} v \quad (2.131)$$

- Deux zones plastiques, l'une en traction ($v \leq -a$), l'autre en compression ($v \geq a$).

$$\text{si } (v \geq a); \quad \sigma_v = -\sigma_0 \quad (2.132)$$

$$\text{si } (v \leq -a); \quad \sigma_v = \sigma_0 \quad (2.133)$$

D'après la figure (2.10) :

$$\frac{M}{2} = \int_0^a v |\sigma_v| dv + \int_a^{e/2} v |\sigma_v| dv \quad (2.134)$$

D'où :

$$\frac{M}{2} = \int_0^a \frac{\sigma_0}{a} v^2 dv + \int_a^{e/2} \sigma_0 v dv \quad (2.135)$$

Donc :

$$\frac{M}{2} = \frac{1}{3} \frac{\sigma_0}{a} a^3 + \frac{1}{2} \sigma_0 \left(\left(\frac{e}{2} \right)^2 - a^2 \right) \quad (2.136)$$

Ce qui donne :

$$a = \sqrt{\frac{3 e^2 \sigma_0 - 12 M}{4 \sigma_0}} \quad (2.137)$$

La valeur de a est minimale pour ($M = M_2$) :

$$a_{min} = \sqrt{\frac{3 e^2 \sigma_0 - 12 M_2}{4 \sigma_0}} \quad (2.138)$$

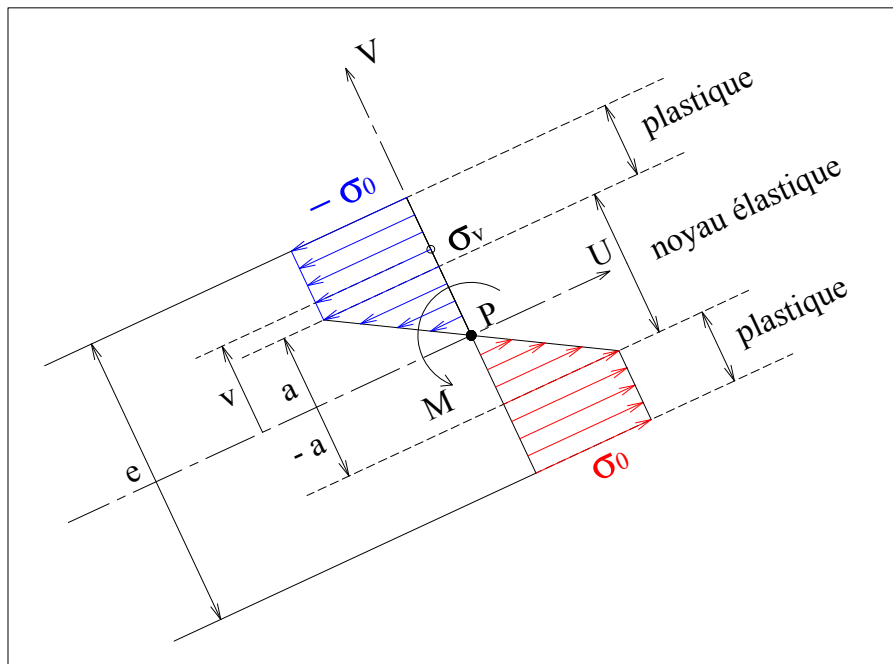


Figure 2.10 Distribution des contraintes entre P_e et P_2

2.6.3 Analyse de la zone $[P_2, P_1]$

Dans cette zone le moment de flexion varie de M_2 jusqu'à $M_1 = 0$. Il y a une diminution progressive de moment de flexion M (déchargement de la tôle). Les fibres qui sont allongées vont se retrouver en compression, et les fibres qui sont raccourcies vont se trouver en traction.

La distribution des contraintes est la superposition de l'état de contrainte pour $M = M_2$ et la distribution de contrainte que l'on obtiendrait en élastique avec un moment $(M - M_2)$.

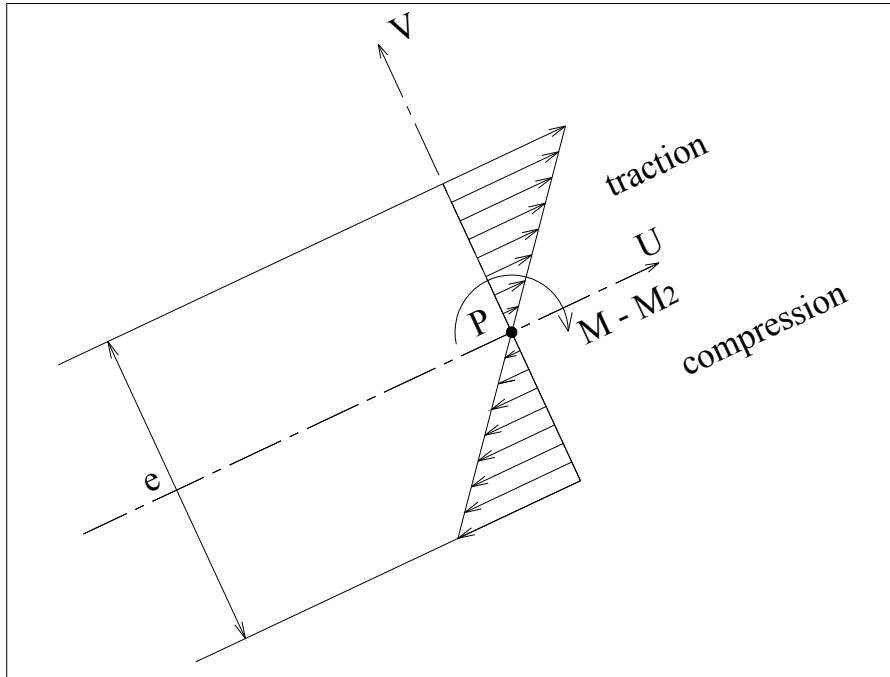


Figure 2.11 Distribution des contraintes en élastique avec un moment $(M - M_2)$

La contrainte dans une section droite du centre P entre les deux point P_2 et P_1 est :

- Si $(-a_{min} < v < a_{min})$

$$\sigma_v = -\frac{\sigma_0}{a_{min}} v + \frac{M_2 - M}{I} v \quad (2.139)$$

- Si $(v \leq -a_{min})$

$$\sigma_v = \sigma_0 + \frac{M_2 - M}{I} v \quad (2.140)$$

- Si $(a_{min} \leq v)$

$$\sigma_v = -\sigma_0 + \frac{M_2 - M}{I} v \quad (2.141)$$

2.6.4 Contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles sont les contraintes qui restent dans la tôle après déformation (sur le cylindre). Elles sont identiques aux contraintes dans la section droite du centre le point P_1 ($M = M_I = 0$). La contrainte résiduelle σ_r est (figure 2.12) :

- Si ($-a_{min} < v < a_{min}$)

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_0}{a_{min}} v + \frac{M_2}{I} v \quad (2.142)$$

- Si ($v \leq -a_{min}$)

$$\sigma_r = \sigma_0 + \frac{M_2}{I} v \quad (2.143)$$

- Si ($a_{min} \leq v$)

$$\sigma_r = -\sigma_0 + \frac{M_2}{I} v \quad (2.144)$$

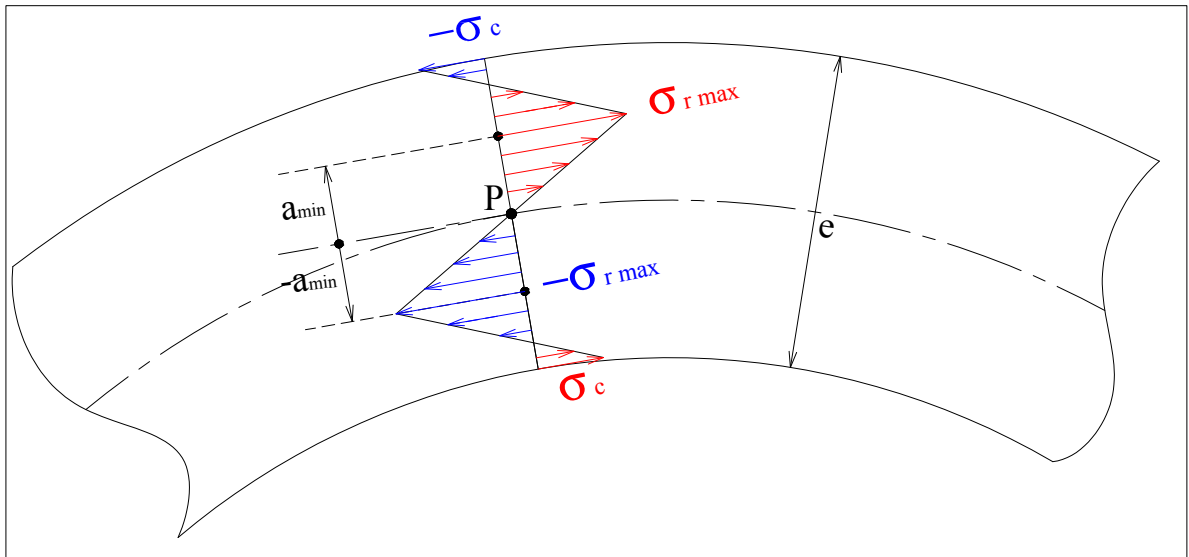


Figure 2.12 Distribution des contraintes résiduelles

La contrainte résiduelle maximale est :

$$\sigma_{r\ max} = \sigma_0 - \frac{M_2}{I} a_{min} \quad (2.145)$$

La contrainte résiduelle à la surface est :

$$\sigma_c = -\sigma_0 + \frac{M_2}{I} \frac{e}{2} \quad (2.146)$$

2.7 Puissance de roulage

Le travail nécessaire pour déformer la tôle de sa forme initiale à sa forme finale cylindrique est :

$$W_n = L L_d \int_{\theta} M d\theta \quad (2.147)$$

Où :

- L est la largeur utile de roulage.
- L_d est la longueur développée.
- M est le moment de flexion.
- θ est la déviation angulaire.

Et comme :

$$d\theta = k dx \quad (2.148)$$

Donc :

$$W_n = L L_d \int_x M k dx \quad (2.149)$$

Puisque, la partie déformée de la tôle est divisée en trois zones $[P_3, P_e]$, $[P_e, P_2]$ et $[P_2, P_1]$, donc le travail est :

$$W_n = L L_d (W_{3e} + W_{e2} + W_{21}) \quad (2.150)$$

Avec :

$$W_{3e} = \int_{x_3}^{x_e} M k dx \quad (2.151)$$

$$W_{e2} = \int_{x_e}^{x_2} M k dx \quad (2.152)$$

$$W_{2l} = \int_{x_2}^{x_l} M k dx \quad (2.153)$$

Pendant le roulage, il n'y a pas de glissement entre la tôle et les rouleaux, donc la vitesse linéaire de la tôle :

$$V = \pi \cdot \omega \frac{d_r}{60} \quad (2.154)$$

Où, ω est la vitesse de rotation des rouleaux.

Le temps de roulage est :

$$T_r = \frac{L_d}{V} \quad (2.155)$$

Donc :

$$T_r = \frac{60 L_d}{\pi \omega d_r} \quad (2.156)$$

La puissance nécessaire pour former le cylindre est :

$$P_r = \frac{W_n}{T_r} \quad (2.157)$$

2.8 Application numérique

La détermination analytique des efforts de roulage, puissance de roulage et de la distribution de contraintes résiduelles, se fait à partir des formules analytiques (démontrées aux paragraphes précédents) dans un programme Matlab (roulage cylindrique, annexe IV). À titre d'exemple, les résultats numériques obtenus avec les paramètres de roulage suivants sont présentés dans les sections suivantes :

- Épaisseur $e = 2.5$ mm ;
- Longueur utile $L = 300$ mm ;
- Rayon moyen $R = 150$ mm ;
- La tôle est en acier inoxydable 304 ($E = 201500$ N/mm², $\nu = 0.3$ et $S_Y = 315$ N/mm²) ;
- La vitesse de rotation $\omega = 7$ tr/min ;
- la tôle est roulée avec une rouleuse à trois rouleaux, tel que :
 - Diamètre des rouleaux $d_r = 100$ mm ;
 - Angle d'inclinaison du rouleau S est : $\psi = \frac{\pi}{6}$ rad.

2.8.1 Efforts et puissance de roulage

Les résultats numériques donnés par le programme Matlab sont les suivantes :

- Effort exercé par le rouleau S sur la tôle est :

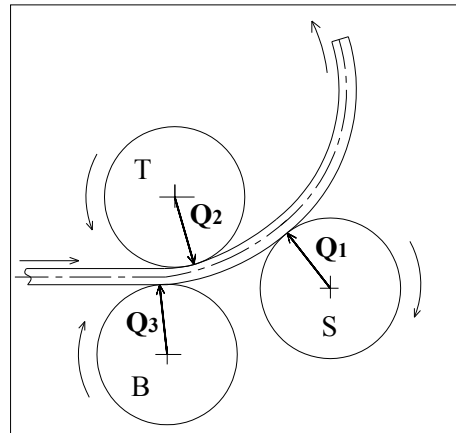
$$Q_1 = 2361 \text{ N}$$

- Effort exercé par le rouleau T sur la tôle est :

$$Q_2 = 6846 \text{ N}$$

- Effort exercé par le rouleau B sur la tôle est :

$$Q_3 = 4907 \text{ N}$$



- Le temps de roulage est :

$$T_r = 25.7 \text{ s}$$

- La puissance nécessaire pour former le cylindre est :

$$P_r = 2429 \text{ watts}$$

2.8.2 Distribution des contraintes résiduelles

La figure (2.13) montre la distribution numérique des contraintes résiduelles. Elle est identique à la distribution analytique (figure 2.12) :

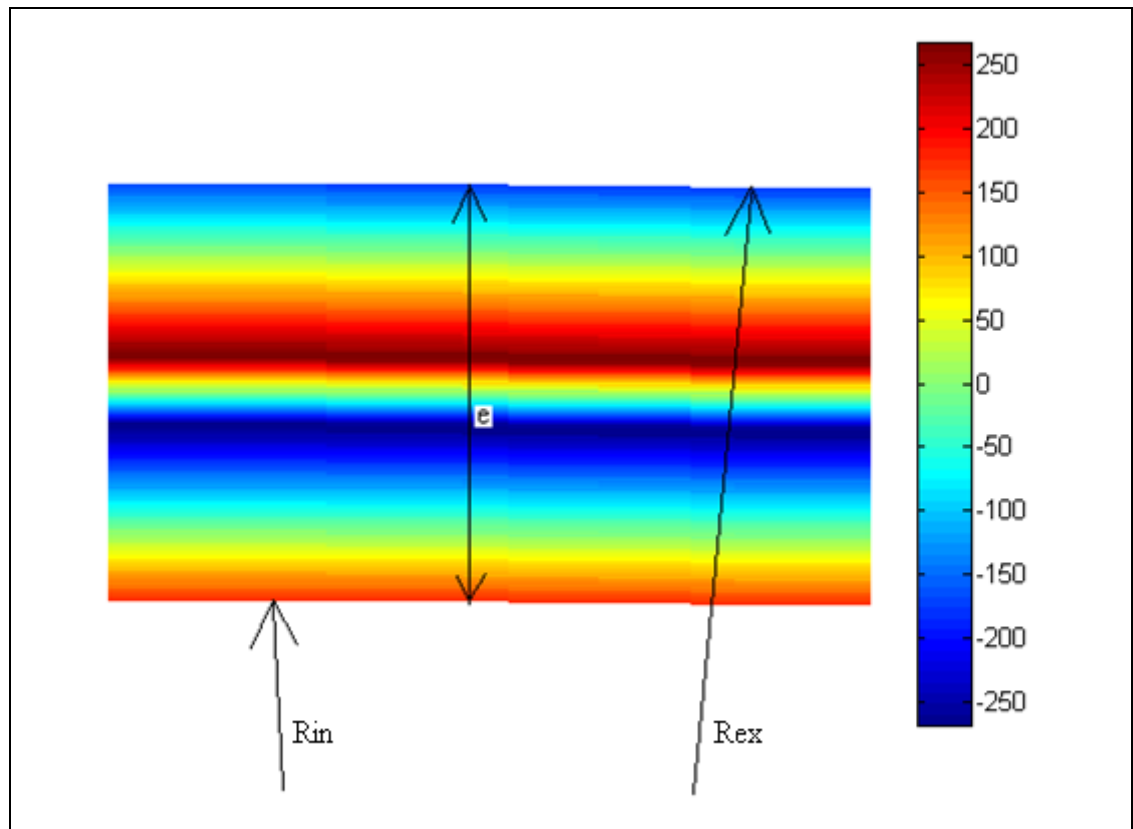


Figure 2.13 Distribution numérique des contraintes résiduelles

- La contrainte résiduelle maximale est :

$$\sigma_{r \max} = 275.1 \text{ N/mm}^2$$

- La contrainte résiduelle à la surface est :

$$\sigma_c = 176.9 \text{ N/mm}^2$$

2.9 Résumé

L'analyse théorique de roulage cylindrique à trois rouleaux, a montré que les efforts exercés par les trois rouleaux sur la tôle sont (voir figure 2.14) :

- Q_1 : la résultante des charges unitaires q_1 exercées par le rouleau S sur la tôle ;
- Q_2 : la résultante des charges unitaires q_2 exercées par le rouleau T sur la tôle ;
- Q_3 : la résultante des charges unitaires q_3 exercées par le rouleau B sur la tôle.

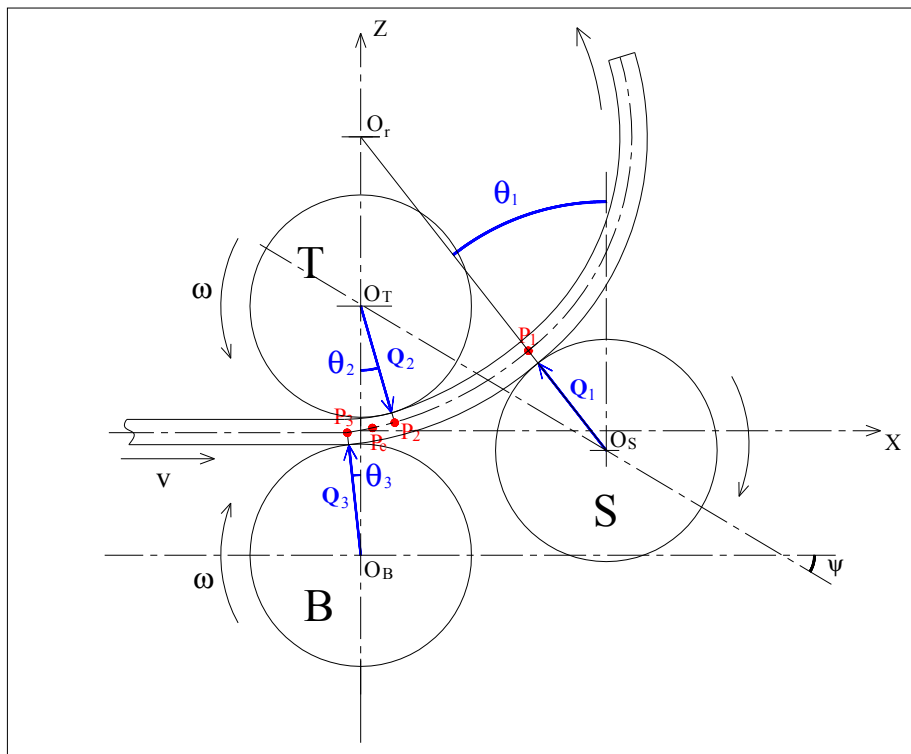


Figure 2.14 Roulage cylindrique

L'analyse théorique de roulage cylindrique à trois rouleaux asymétriques a montré que :

- Les charges unitaires q_i exercées par les rouleaux sur la tôle sont linéairement constantes.
- La tôle subit une déformation élastique dans la zone $[P_3 P_e]$, et que la déformation dévient plastique après le point P_e ;
- La tôle se fléchit dans la zone $[P_3 P_2]$ suivant la fonction $Z_1(x)$ donnée par l'équation (2.16) et dans la zone $[P_2 P_1]$ suivant la fonction $Z_2(x)$ donnée par l'équation (2.28) ;
- Le moment fléchissant est maximum au point P_2 . Ce moment M_2 est inférieur au moment de flexion limite M_∞ ;
- La distribution des contraintes résiduelles (figure 2.12) est la superposition de l'état de contrainte au point P_2 et la distribution des contraintes obtenues en élastique avec un moment $(-M_2)$. La contrainte résiduelle maximale située à une distance a_{min} par rapport à la fibre neutre (a_{mini} est donné par l'équation 2.138).

CHAPITRE 3

ROULAGE CONIQUE À TROIS ROULEAUX ASYMÉTRIQUES

Comme le roulage cylindrique, pour mieux maîtriser le procédé de roulage conique à trois rouleaux asymétriques, il est primordial de commencer par une analyse théorique qui traitera les objectifs suivants :

- Principe de roulage conique à trois rouleaux asymétriques ;
- Efforts de roulage et répartition des charges unitaires;
- Déformation de la tôle ;
- Distributions des contraintes résiduelles sur tronc de cône réalisé ;
- Puissance nécessaire pour former le tronc de cône.

3.1 Principe de roulage conique

3.1.1 Éléments de roulage conique

Le flan nécessaire pour former un tronc de cône est un secteur de couronne (figure 3.1).

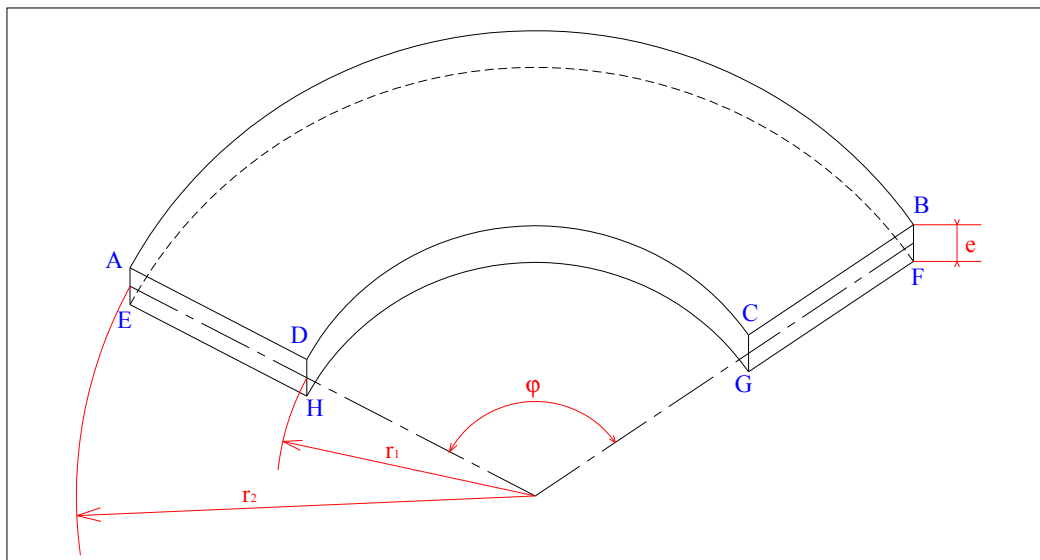


Figure 3.1 Élément initial (secteur de couronne)

Où :

e est l'épaisseur de la couronne.	r_1 est le rayon intérieur de la couronne.
φ est le secteur de la couronne (en degrés).	

Après roulage, on obtient le tronc de cône (figure 3.2).

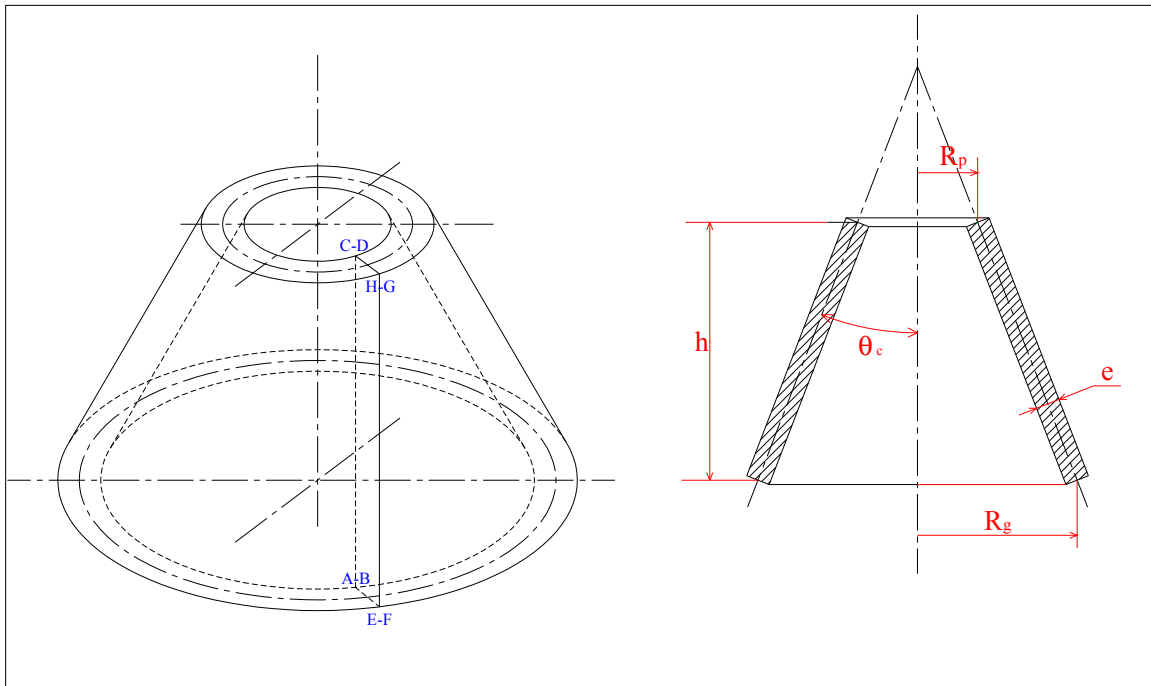


Figure 3.2 Élément final (tronc de cône)

Sans tenir compte du déplacement de la fibre neutre, l'épaisseur de tronc de cône est celle de l'élément initial e :

- Le petit rayon moyen de tronc de cône est :

$$R_p = \frac{\varphi r_1}{360} \quad (3.1)$$

- Le grand rayon moyen de tronc de cône est :

$$R_g = \frac{\varphi r_2}{360} \quad (3.2)$$

- La hauteur de tronc de cône est :

$$h = (r_2 - r_1) \sqrt{1 - \frac{\varphi^2}{360^2}} \quad (3.3)$$

- La conicité de tronc de cône est :

$$\theta_c = \text{atg}\left(\frac{R_g - R_p}{h}\right) = \text{asin}\left(\frac{\varphi}{360}\right) \quad (3.4)$$

3.1.2 Positions des trois rouleaux

La figure (3.3) montre les positions de trois rouleaux T, B et S, ainsi que l'emplacement de la tôle pour réaliser un tronc de cône. La tôle est pincée entre les deux rouleaux T et B, de telle sorte que son centre géométrique O_g est sur l'axe Y. Les coordonnées du centre O_g sont :

$$x_g = 0 \quad ; \quad y_g = -r_1 \quad \text{et} \quad z_g = 0$$

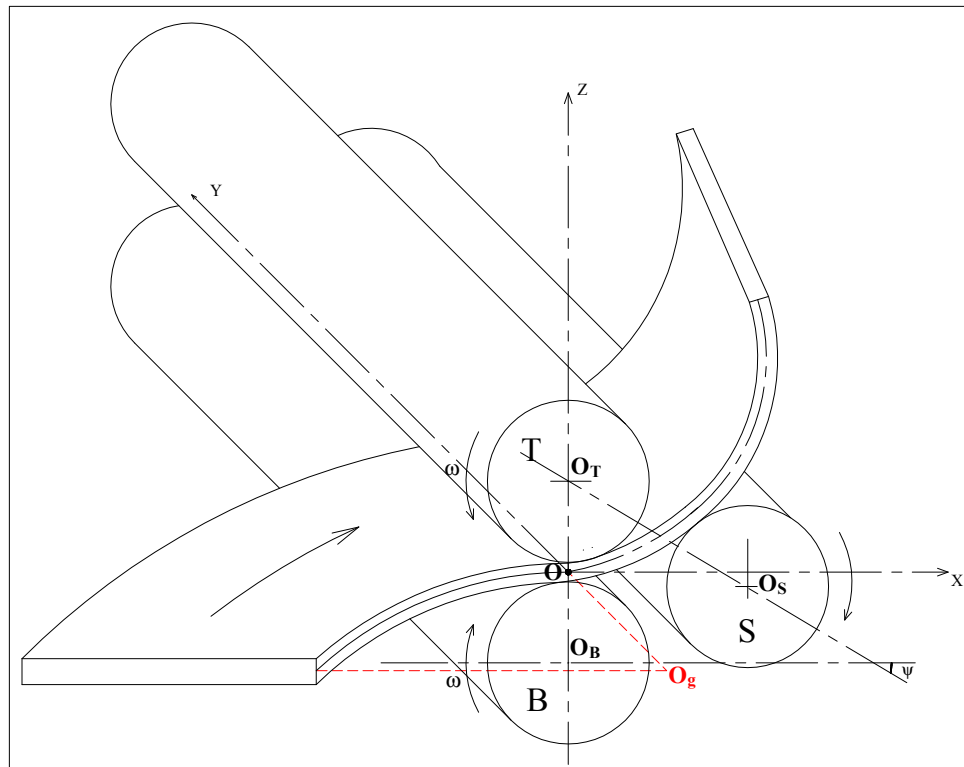


Figure 3.3 Position de la tôle en roulage conique

3.1.3 Fonction de variation de rayon moyen

Soit une section longitudinale A_y quelconque de la tôle d'abscisse y (figure 3.4). Au niveau de la section longitudinale A_y , le rayon moyen final obtenu après roulage est noté par R . Puisque la forme finale est un tronc de cône, donc le rayon R varie linéairement en fonction de y . Il existe deux constants a_r et b_r tel que :

$$R(y) = a_r y + b_r \quad (3.5)$$

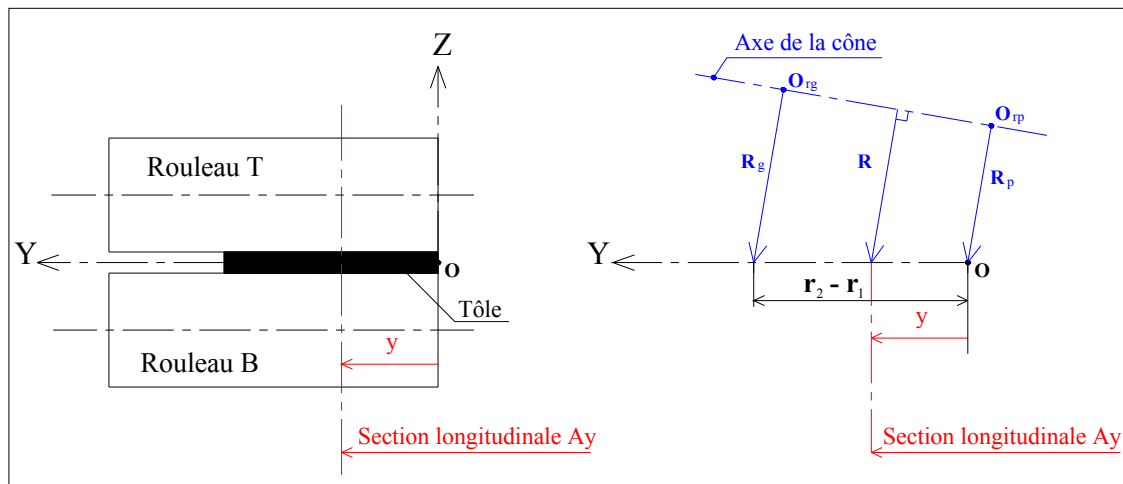


Figure 3.4 Variation du rayon

L'abscisse y d'une section longitudinale A_y varie de 0 à $(r_2 - r_1)$. D'après la figure 3.4 :

Si $y = 0$, on a : $R = R_p$

Si $y = r_2 - r_1$, on a : $R = R_g$

Donc :

$$a_r = \frac{R_g - R_p}{r_2 - r_1} \quad (3.6)$$

$$b_r = R_p \quad (3.7)$$

3.2 Efforts de roulement

Au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y , les charges unitaires exercées par les trois rouleaux S, T et B sur la tôle sont (figure 3.5) :

- q_1 : charge unitaire exercée par le rouleau S sur la tôle au point C_1 ;
- q_2 : charge unitaire exercée par le rouleau T sur la tôle au point C_2 ;
- q_3 : charge unitaire exercée par le rouleau B sur la tôle au point C_3 .

Les charges unitaires q_1 , q_2 et q_3 varient en fonction de l'abscisse y de la section longitudinale A_y .

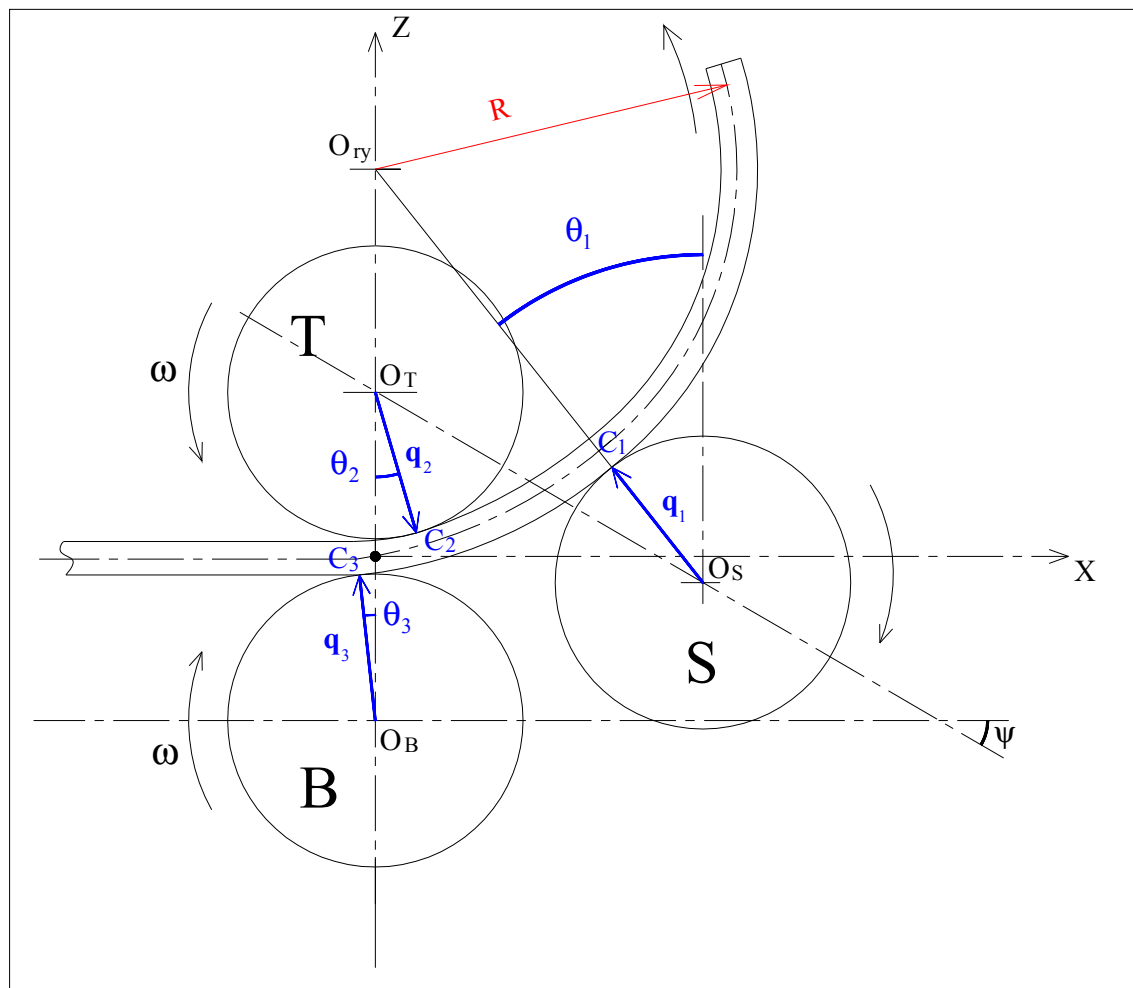


Figure 3.5 Charges unitaires exercées par les rouleaux sur la tôle

Les angles d'inclinaison par rapport à la verticale des charges unitaires q_1 , q_2 et q_3 sont respectivement θ_1 , θ_2 et θ_3 .

• D'après l'équation 2.123, l'expression de l'angle d'inclinaison θ_1 en fonction de l'abscisse y est :

$$\theta_1(y) = a \sin\left(\frac{2x_s}{2R+e+d_r}\right) \quad (3.8)$$

• D'après l'équation 2.121, l'expression de l'angle d'inclinaison θ_2 , en fonction de l'abscisse y est :

$$\theta_2(y) = \frac{\sqrt[3]{12} P_0 k_2}{\sqrt[3]{K_r} \sqrt[3]{4(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) - 3k_2^3 P_0^2 (d_r + e)(1 + D_0^2)}} \quad (3.9)$$

• D'après l'équation 2.97, l'expression de l'angle d'inclinaison θ_3 , en fonction de l'abscisse y est :

$$\theta_3(y) = D_0 \theta_2 \quad (3.10)$$

• D'après l'équation 2.124, l'expression de la charge unitaire q_1 , en fonction de l'abscisse y est :

$$q_1(y) = \frac{EI}{2 \sin(\theta_1 - \theta_2)} (k_2^2 - k_1^2) \quad (3.11)$$

• D'après l'équation 2.100, l'expression de la charge unitaire q_3 , en fonction de l'abscisse y est :

$$q_3(y) = \frac{P_0}{2 \theta_2} \quad (3.12)$$

• D'après l'équation 2.11, l'expression de la charge unitaire q_2 , en fonction de l'abscisse y est :

$$q_2(y) = \frac{q_1 \sin(\theta_1) + q_3 \sin(\theta_3)}{\sin(\theta_2)} \quad (3.13)$$

Et comme l'abscisse y varie de 0 à $(r_2 - r_1)$, alors les efforts exercés par les trois rouleaux sur la tôle sont :

- Q_1 : la résultante des charges unitaires exercées par le rouleau S sur la tôle ;

$$Q_1 = \int_0^{r_2 - r_1} q_1(y) dy \quad (3.14)$$

- Q_2 : la résultante des charges unitaires exercées par le rouleau T sur la tôle ;

$$Q_2 = \int_0^{r_2 - r_1} q_2(y) dy \quad (3.15)$$

- Q_3 : la résultante des charges unitaires exercées par le rouleau B sur la tôle ;

$$Q_3 = \int_0^{r_2 - r_1} q_3(y) dy \quad (3.16)$$

3.3 Déformation et moment fléchissant

3.3.1 Déformation

Au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y , les rayons de courbure aux points particuliers P_3 , P_2 et P_1 (figure 3.6) sont :

- Au point P_3 le rayon de courbure est :

$$R_3 = \infty \quad (3.17)$$

- Au point P_2 le rayon de courbure est :

$$R_2(y) = \frac{E I R}{E I + M_2 R (1 - v^2)} \quad (3.18)$$

- Au point P_1 le rayon de courbure est :

$$R_1(y) = R \quad (3.19)$$

Où :

R est le rayon moyen au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y .

M_2 est le moment de flexion au point P_2 de la section longitudinale A_y d'abscisse y .

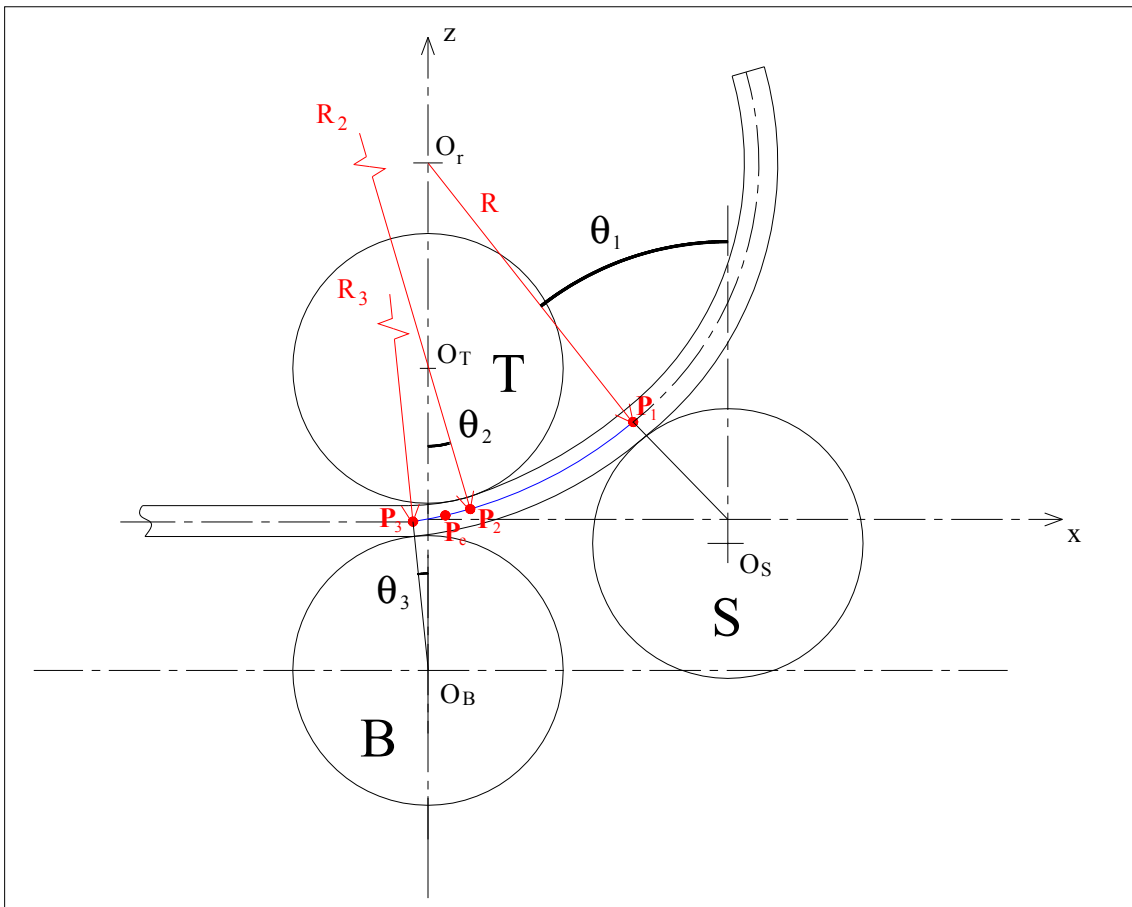


Figure 3.6 Rayons des courbures au niveau de la section A_y

Au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y , il existe un point P_e entre les deux points P_3 et P_2 , tel que la déformation dans la zone $[P_3, P_e]$ est élastique et à partir de point P_e la déformation devient plastique. Le point P_e représente la limite de la zone de déformation élastique au niveau de la section longitudinale A_y . La position du point P_e est donnée par le rapport γ de la longueur curviligne $\overline{P_3 P_2}$ sur $\overline{P_3 P_e}$. L'expression de rapport γ en fonction de l'abscisse y est donnée par l'équation 2.86.

3.3.2 Moment fléchissant

Au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y , le moment de flexion en un point P est :

- Zone [P_3 , P_e]

$$M(x,y) = E I (a_1 x + b_1) \quad (3.20)$$

- Zone [P_e , P_2]

$$M(x,y) = M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e}{a_1 x + b_1} \right)^2 \right) \quad (3.21)$$

- Zone [P_2 , P_1]

$$M(x,y) = E I ((a_2 x + b_2) - k_2) + M_2 \quad (3.22)$$

3.4 Contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles sont les contraintes restantes sur la tôle après déformation (sur le tronç de cône). D'après la section 2.6.4, au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y , la contrainte résiduelle σ_r en un point situé à une distance v par rapport à la fibre neutre est (figure 3.7) :

- Si ($-a_{min} < v < a_{min}$)

$$\sigma_r(y,v) = -\frac{\sigma_0}{a_{min}} v + \frac{M_2}{I} v \quad (3.23)$$

- Si ($v \leq -a_{min}$)

$$\sigma_r(y,v) = \sigma_0 + \frac{M_2}{I} v \quad (3.24)$$

- Si ($a_{min} \leq v$)

$$\sigma_r(y,v) = -\sigma_0 + \frac{M_2}{I} v \quad (3.25)$$

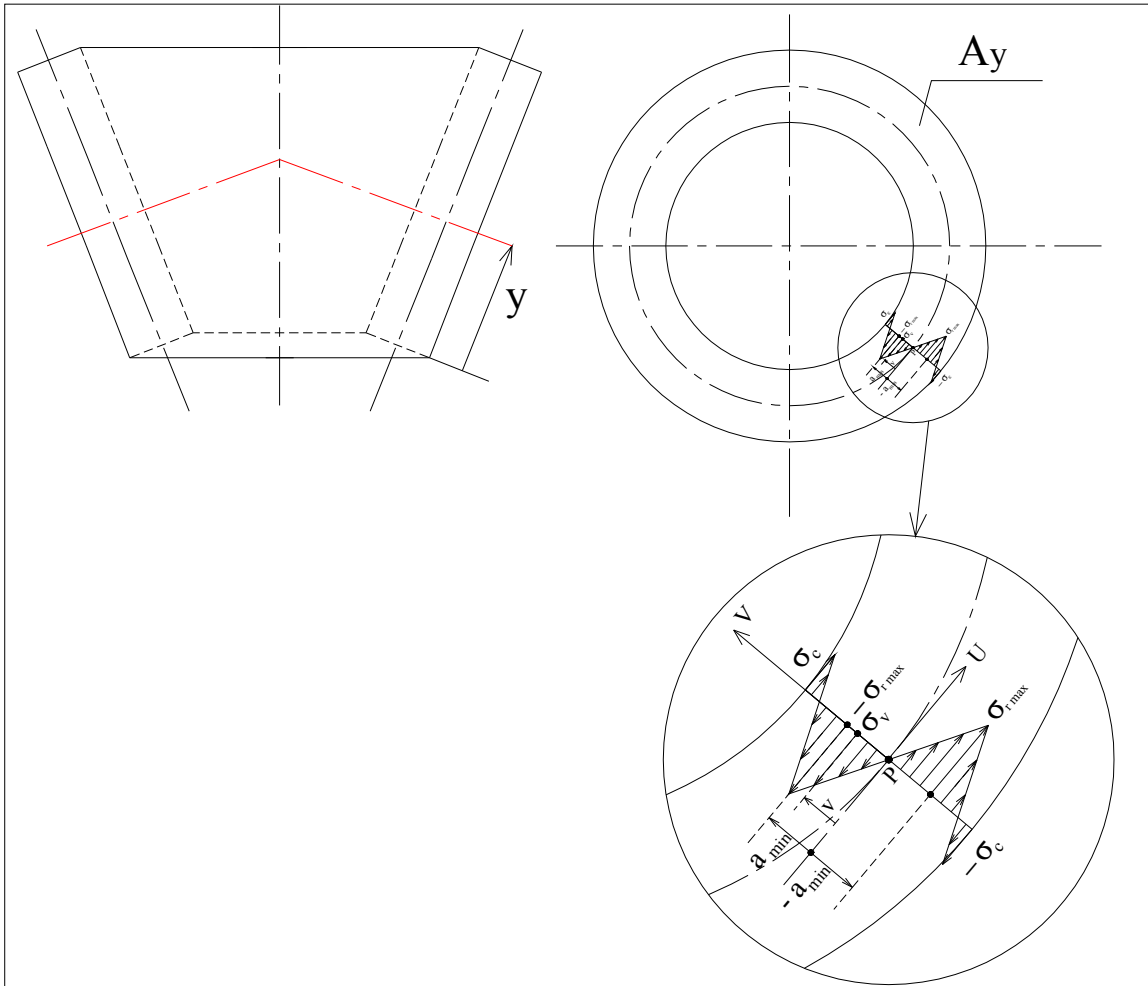


Figure 3.7 Distribution des contraintes résiduelles au niveau de la section A_y

La contrainte résiduelle à la surface au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y est :

$$\sigma_c(y) = -\sigma_0 + \frac{M_2}{I} \frac{e}{2} \quad (3.26)$$

La contrainte résiduelle maximale au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y est :

$$\sigma_{r,max}(y) = \sigma_0 - \frac{M_2}{I} a_{min} \quad (3.27)$$

3.5 Puissance de roulage

Le travail nécessaire W_n pour déformer la tôle de sa forme initiale à sa forme finale conique est :

$$W_n = \int_y \int_{\theta} M(x, y) d\theta dy \quad (3.28)$$

Et comme : $d\theta = k dx$

Donc :

$$W_n = \int_y \int_x M(x, y) k dx dy \quad (3.29)$$

Au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y , la partie déformée de la tôle est divisée en trois zones $[P_3, P_e]$, $[P_e, P_2]$ et $[P_2, P_1]$, donc le travail est :

$$W_n = \int_0^{r_2-r_1} (W_{3e}(y) + W_{e2}(y) + W_{21}(y)) dy \quad (3.30)$$

Avec :

$$W_{3e}(y) = \int_{x_3}^{x_e} E I (a_1 x + b_1)^2 dx \quad (3.31)$$

$$W_{e2}(y) = \int_{x_e}^{x_2} M_e \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_e^2}{(a_1 x + b_1)^2} \right) \right) (a_1 x + b_1) dx \quad (3.32)$$

$$W_{21}(y) = \int_{x_2}^{x_1} (E I ((a_2 x + b_2) - k_2) + M_2) (a_2 x + b_2) dx \quad (3.33)$$

Au niveau de la section longitudinale A_y d'abscisse y , l'énergie unitaire nécessaire pour déformer la tôle à un rayon $R(y) = a_r y + b_r$ est :

$$E_a (y) = 2\pi (W_{3e} + W_{3e} + W_{3e}) (a_r y + b_r) \quad (3.34)$$

Ce qui en déduit, l'énergie nécessaire totale pour former le tronc de cône est :

$$E_a = 2\pi \int_0^{r_2-r_1} ((W_{3e} + W_{e2} + W_{21})(a_r y + b_r)) dy \quad (3.35)$$

Pour rouler un tronc de cône et pour tenir compte du rapport des diamètres, la vitesse circonférentielle des cylindres devrait être plus grande pour le grand diamètre que pour le petit diamètre du cône à former. Les rouleuses ne sont pas adaptées au roulage conique puisque les cylindres ont la même vitesse circonférentielle partout. Pour faciliter le roulage conique les constructeurs prévoient l'adjonction d'une butée qui vient frotter sur le côté du petit diamètre et ainsi diminue la vitesse de rotation de ce côté (figure 3.8).

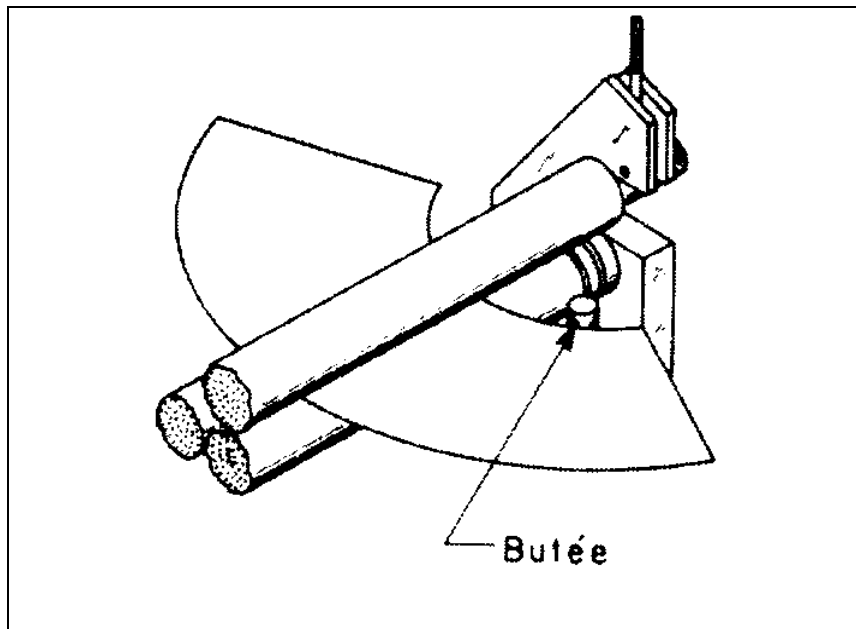


Figure 3.8 Roulage conique [2]

La figure (3.9) montre la répartition linéaire de la vitesse V_y de la tôle au cours de roulage. Au côté du grand diamètre, la vitesse linéaire de la tôle est :

$$V_2 = \pi \cdot \omega \frac{d_r}{60} \quad (3.36)$$

Le temps de roulage est :

$$T_r = \frac{r_2 \cdot \varphi}{V_2} \quad (3.37)$$

La puissance de roulage :

$$P_r = \frac{E_a}{T_r} \quad (3.38)$$

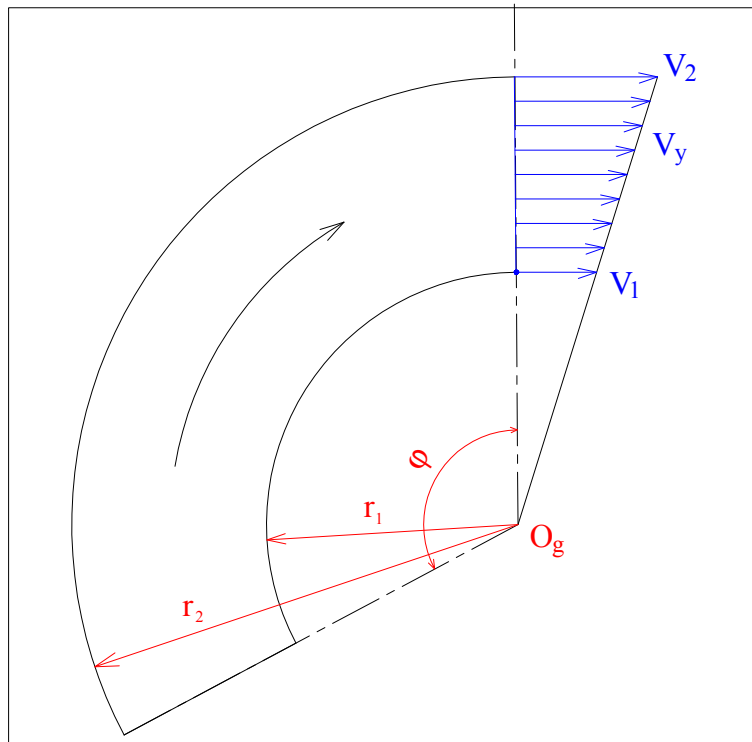


Figure 3.9 Répartition de la vitesse V_y

3.6 Application numérique

La détermination analytique des efforts de roulage, contraintes résiduelles et puissance de roulage, se fait à partir d'un programme Matlab (roulage conique, annexe V), qui est basé sur les formules démontrées aux paragraphes précédents. À titre d'exemple, les résultats numériques obtenus avec les paramètres de roulage suivants sont présentés dans les sections suivantes :

- Épaisseur $e = 2.5$ mm ;
- Hauteur $h = 200$ mm ;
- Rayon moyen petit $R_p = 100$ mm ;
- Rayon moyen grand $R_g = 193$ mm ;
- La tôle est en acier inoxydable 304 ($E = 201500$ N/mm², $\nu = 0.3$ et $S_Y = 315$ N/mm²) ;
- La vitesse de rotation $\omega = 7$ tr/min ;
- La tôle est roulée avec une rouleuse à trois rouleaux, tel que :
 - Diamètre des rouleaux $d_r = 100$ mm ;
 - Angle d'inclinaison du rouleau S est : $\psi = \frac{\pi}{6}$ rad.

3.6.1 Efforts et puissance de roulage

La figure 3.10 montre les variations des charges q_i en fonction de l'abscisse y . On constate que les charges unitaires q_i exercées par les rouleaux sur la tôle diminuent progressivement en fonction de l'abscisse y . L'intégration numérique des charges q_i par le programme Matlab donne les résultats suivants :

- La résultante des charges q_l est :

$$Q_l = \int_0^{r_2 - r_1} q_l(y) dy = 1775 \text{ N}$$

- La résultante des charges q_2 est :

$$Q_2 = \int_0^{r_2-r_1} q_2(y) dy = 5141 \text{ N}$$

- La résultante des charges q_3 est :

$$Q_3 = \int_0^{r_2-r_1} q_3(y) dy = 3709 \text{ N}$$

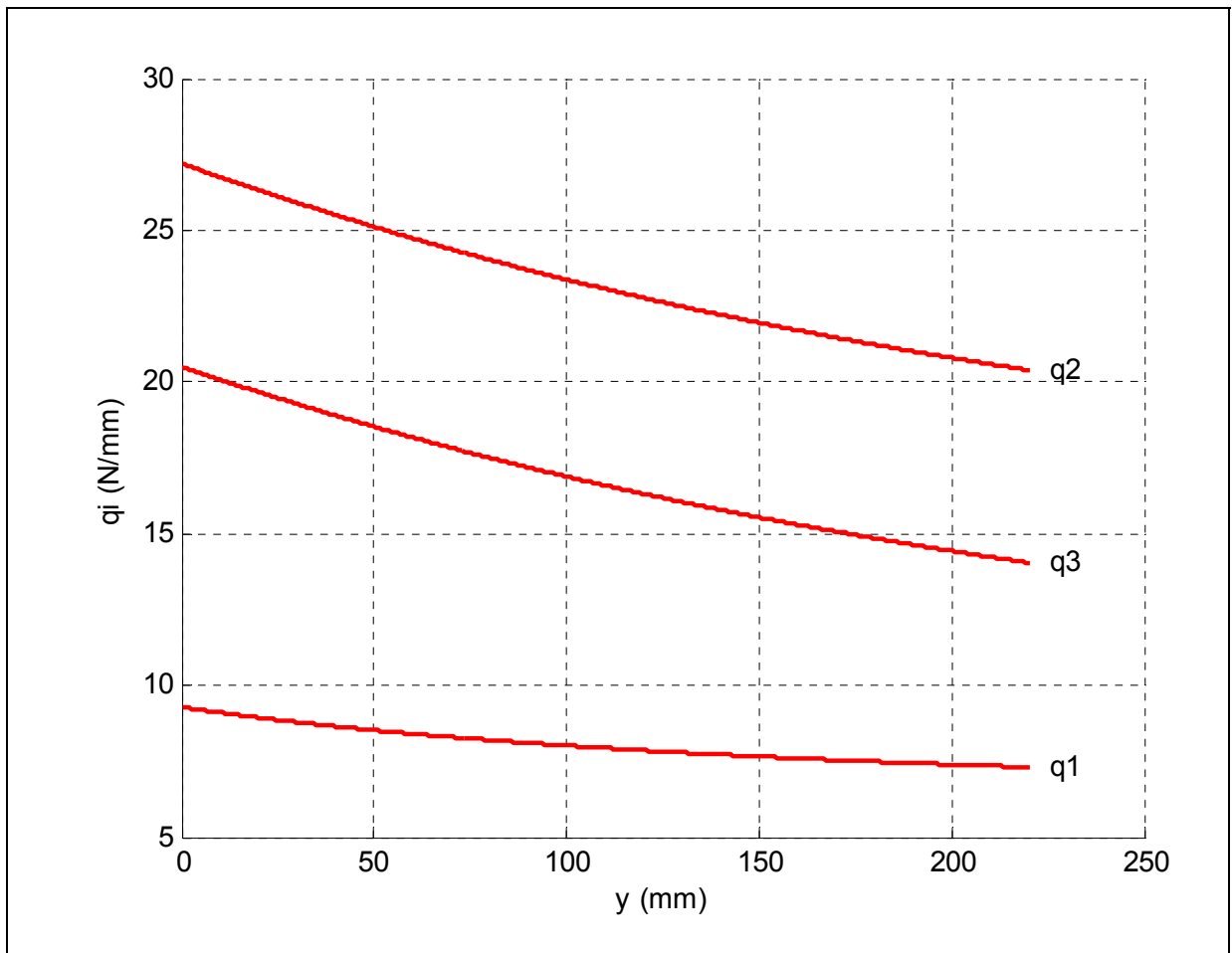
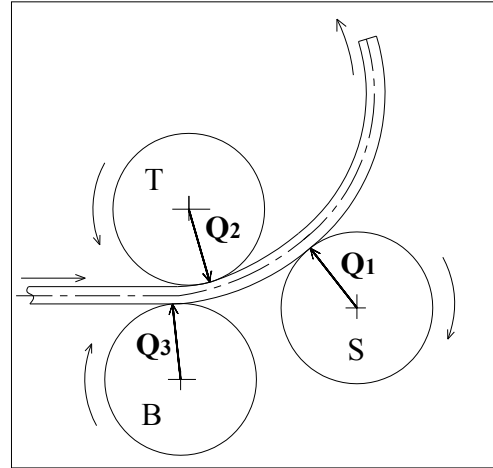


Figure 3.10 Variation des charges q_i en fonction de y

- Le temps de roulage est :

$$T_r = 33 \text{ s}$$

- La puissance nécessaire pour former le tronc de cône est :

$$P_r = 1355 \text{ watts}$$

3.6.2 Distribution des contraintes résiduelles

La figure 3.11 montre la distribution des contraintes résiduelles maximales sur un tronc de cône en fonction de l'abscisse y . On constate que la contrainte résiduelle maximale diminue progressivement en fonction de rayon moyen R . La contrainte résiduelle, la plus importante se trouve au niveau de petit rayon de tronc de cône.

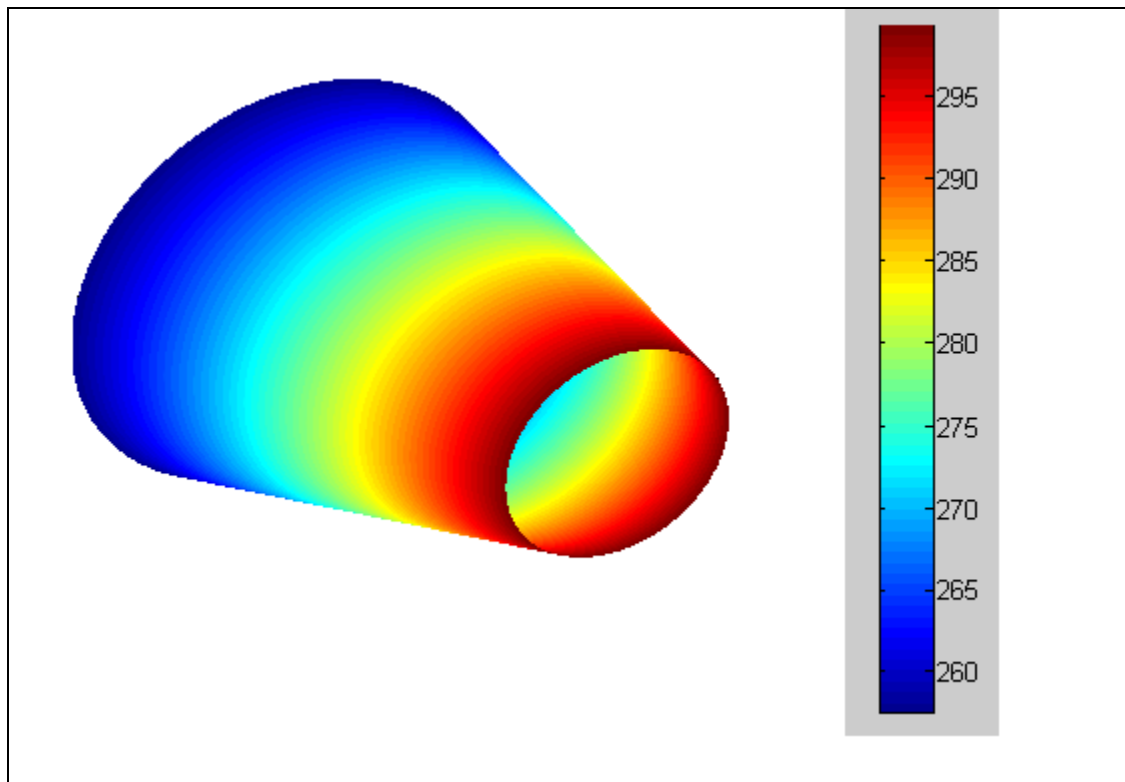


Figure 3.11 Distribution des Contraintes résiduelles maximales sur le cône

La contrainte résiduelle maximale est :

$$\sigma_{r \max} = 299 \text{ N/mm}^2$$

3.7 Résumé

L'analyse théorique de roulage conique à trois rouleaux asymétriques donne les conclusions suivantes :

- Les charges unitaires q_i exercées par les rouleaux sur la tôle diminuent progressivement en fonction de l'abscisse y (figure 3.10) ;
- Les contraintes résiduelles maximales diminuent progressivement de petit rayon au grand rayon de tronc de cône (figure 3.11).

CHAPITRE 4

EXPÉRIMENTATION

Pour valider les résultats analytiques, il a fallu procéder à des tests expérimentaux. Ces derniers consistent à mesurer la puissance et les efforts de roulage pour différentes conditions de roulage. Ces tests ont pour objectifs de montrer expérimentalement l'influence des différents paramètres de roulage (matériaux, rayon, épaisseur, largeur, conicité) sur les efforts de roulage et la puissance nécessaire de roulage.

Quant aux vérifications géométriques, elles ont pour objectifs de montrer les influences des différents paramètres de roulage sur la qualité de la forme finale de pièce roulée.

Ce chapitre commence par la description de la machine utilisée pour rouler les tôles. En deuxième partie nous présentons le système de mesure et les valeurs expérimentales des efforts de roulage. La dernière section est consacrée à la présentation du dispositif et des résultats de vérification géométrique.

4.1 Description de la machine

La rouleuse (figure 4.1) utilisée pour rouler les tôles est une rouleuse à trois rouleaux asymétrique. Le croquage des extrémités de la tôle est exécuté avant roulage par la rouleuse.

La figure (4.2), indique la disposition des trois rouleaux T, B et S de la rouleuse. Selon cette disposition, il est clair que la rouleuse est de type asymétriques. L'entraînement est assuré par le rouleau supérieur T et le rouleau inférieur B, situé au-dessous de celui-ci. Le rouleau S est réglable avec une inclinaison d'un angle ($\psi = 30 \pm 1$ degrés) par rapport à la verticale. Le mouvement oblique de ce rouleau détermine le diamètre du cylindre formé :

- Les trois rouleaux ont même diamètre $dr = 100 \pm 1$ mm ;
- Le rouleau B est libre en translation verticale pour pincer la tôle ;
- Le diamètre minimal à rouler est $D_{min} = 1,5 dr$;
- Le diamètre maximal à rouler est $D_{max} = 5 dr$.



Figure 4.1 Rouleuse à trois rouleaux asymétrique.

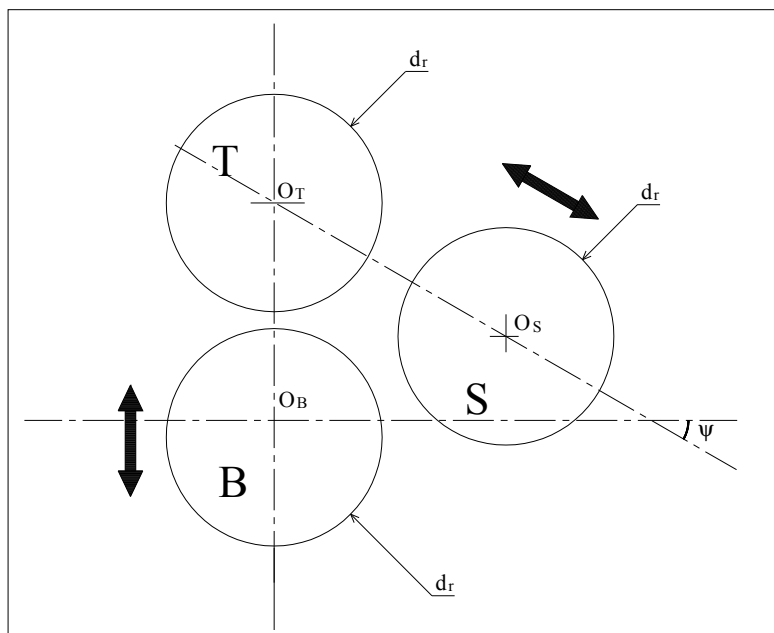


Figure 4.2 Disposition des trois rouleaux

4.2 Mesure des efforts de roulage

La mesure des efforts est effectuée à partir d'un banc d'essai (figure 4.3). Le banc d'essai comporte quatre cellules des charges. Les cellules sont placées dans deux couvercles (3). Les deux couvercles supportent le rouleau S au deux extrémités.

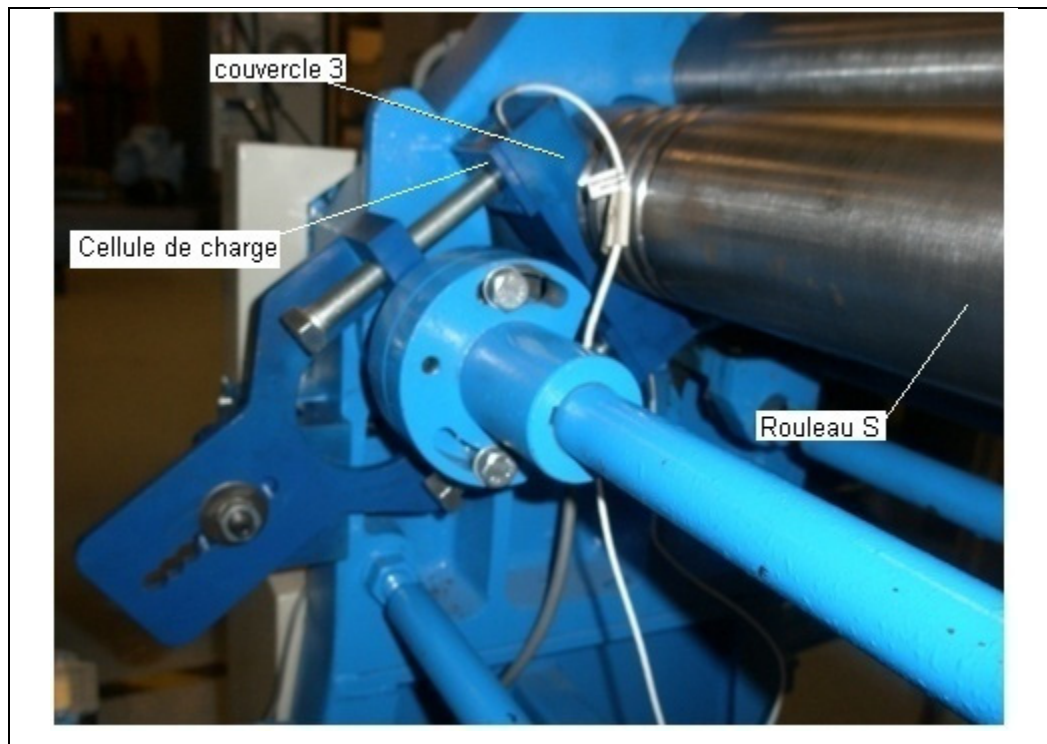


Figure 4.3 Système de mesure d'effort Q_I

Le roulage de la tôle s'effectue après la mise à zéro des quatre cellules des charges. Pendant le roulage, le composant suivant l'axe Z_1 de l'effort Q_I exercé par la tôle sur le rouleau S est la résultante des efforts F_{hd} , F_{bd} , F_{hg} et F_{bg} fourni par les quatre cellules (figure 4.4) :

$$Q_{Iz1} = F_{hd} + F_{bd} + F_{hg} + F_{bg} \quad (4.1)$$

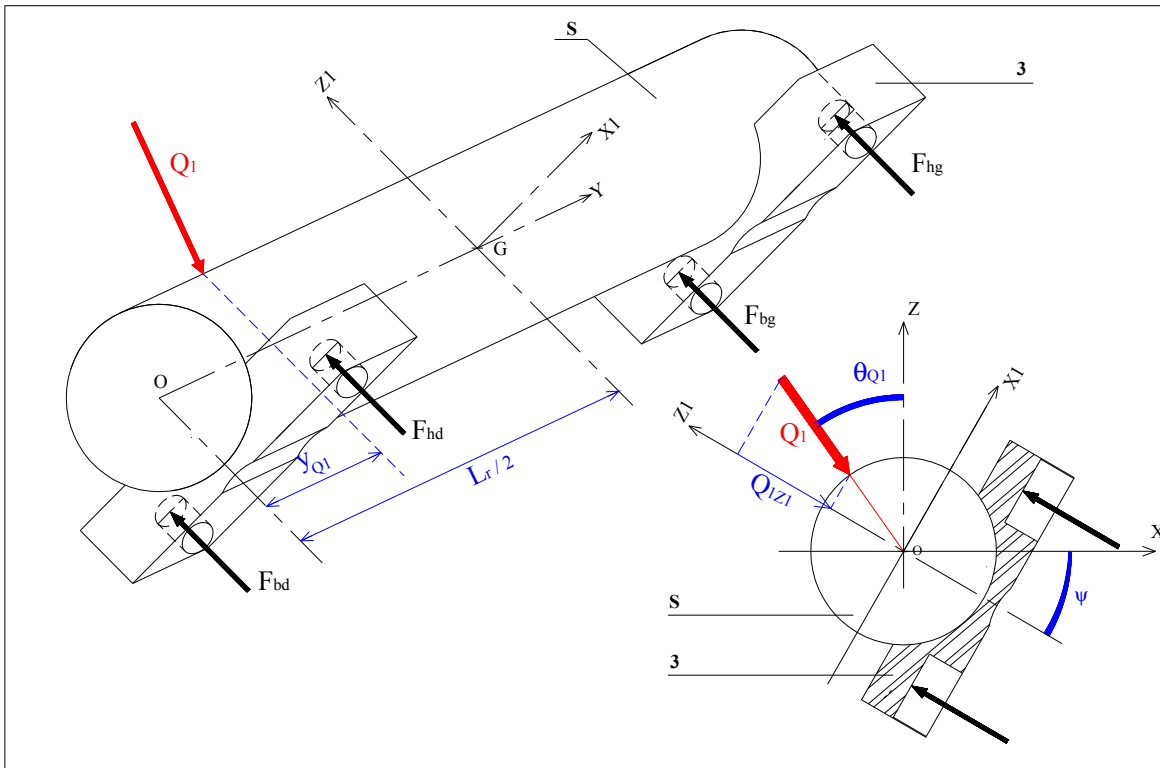


Figure 4.4 Efforts sur le rouleau S avant roulage

Dans la figure (4.4) :

- L_r est la longueur de rouleau S ($L_r = 1300 \pm 1 \text{ mm}$) ;
- Q_I est la résultante des charges exercées par la tôle sur le rouleau S :

$$Q_I = \frac{Q_{IzI}}{\sin(\psi + \theta_{Q_I})} \quad (4.2)$$

- y_{Q_I} est l'abscisse du point d'application de l'effort Q_I suivant l'axe Y :

- Roulage cylindrique :

$$y_{Q_I} = \frac{L}{2} \quad (4.3)$$

- Roulage conique :

$$y_{Q_I} = \frac{L_r (3(F_{hg} + F_{bg}) + F_{hd} + F_{bd})}{2Q_{IzI}} \quad (4.4)$$

- θ_{Q_I} est l'inclinaison de l'effort Q_I par rapport à la verticale :

- Roulage cylindrique :

$$\theta_{Q_I} = \text{asin} \left(\frac{2x_s}{2R + e + d_r} \right) \quad (4.5)$$

- Roulage conique :

$$\theta_{Q_I} = \text{asin} \left(\frac{2x_s}{2a_r y_{Q_I} + 2b_r + e + d_r} \right) \quad (4.6)$$

Après la mise à zéro, le programme construit dans Labview affiche les valeurs de charges F_{hd} , F_{bd} , F_{hg} et F_{bg} . Les équations de 4.1 à 4.6 permettent de calculer la valeur de la charge Q_I exercée par le rouleau S sur la tôle au cours de temps. Les équations d'équilibre permettent de calculer les valeurs des charges Q_2 et Q_3 . Des applications expérimentales dans le cas du roulage conique et cylindrique seront exposées dans le paragraphe suivant et permettent de donner les valeurs des efforts.

4.2.1 Efforts expérimentaux de roulage cylindrique

À titre d'exemple, la figure 4.5 montre les efforts expérimentaux exercés par les trois rouleaux sur la tôle au cours du roulage d'un cylindre :

- Épaisseur $e = 2.5 \pm 0.05$ mm ;
- Longueur utile $L = 300 \pm 1$ mm ;
- Rayon moyen $R = 150$ mm ;
- La tôle est en acier inoxydable 304 ($E = 201500$ N/mm², $\nu = 0.3$ et $S_Y = 315$ N/mm²) ;
- La vitesse de rotation $\omega = 7 \pm 0.1$ tr/min ;

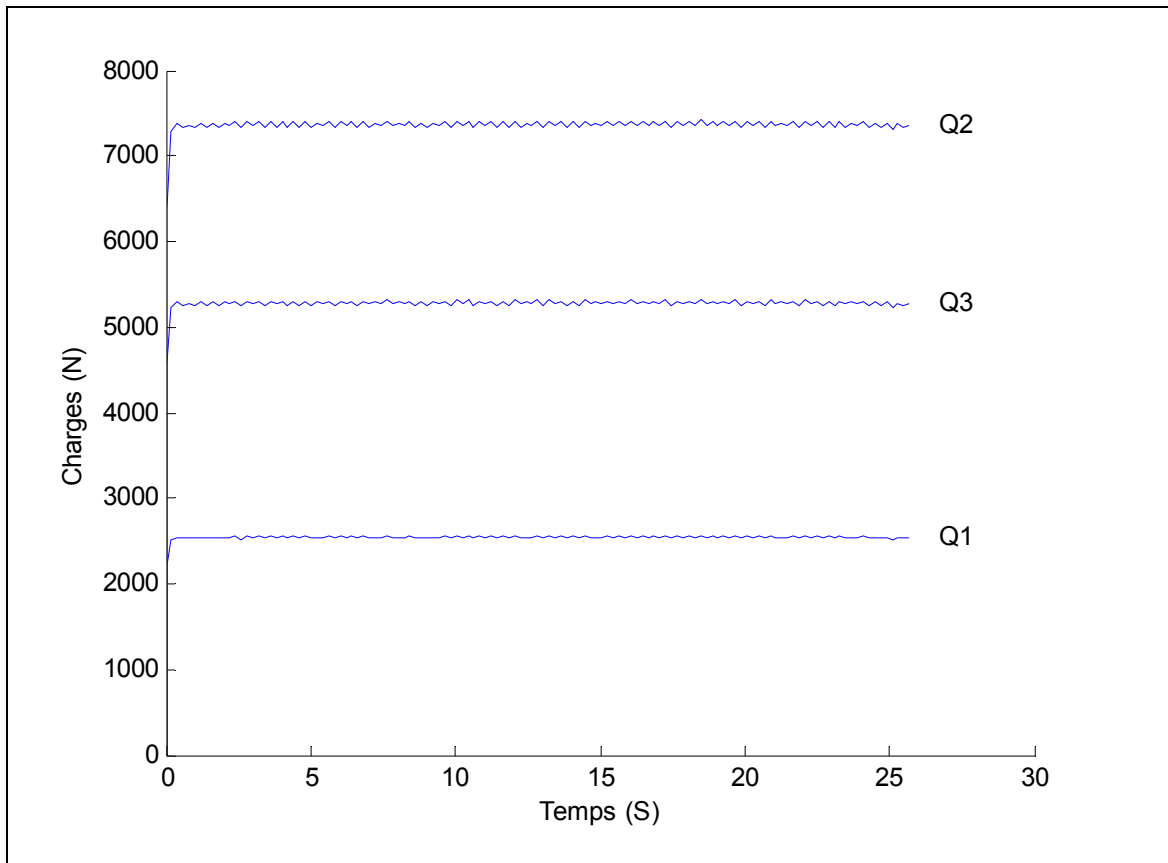


Figure 4.5 Efforts expérimentaux de roulage cylindrique

D'après la figure (4.5), on constate que les efforts sont un peu sinusoïdaux, à cause de problème d'excentricité de la machine :

- L'effort expérimental exercé par le rouleau S sur la tôle est : $Q_{1\text{moy}} = 2539 \pm 32 \text{ N}$;
- L'effort expérimental exercé par le rouleau T sur la tôle est : $Q_{2\text{moy}} = 7361 \pm 93 \text{ N}$;
- L'effort expérimental exercé par le rouleau B sur la tôle est : $Q_{3\text{moy}} = 5277 \pm 66 \text{ N}$.

L'écart entre les résultats expérimentaux et les résultats analytiques (voir section 2.8.1) est dû à l'erreur de mesure expérimentale et au frottement rouleau-tôle. Le pourcentage de l'écart moyen est de l'ordre de 7 %.

4.2.2 Efforts expérimentaux de roulage conique

À titre d'exemple, la figure 4.6 montre les efforts expérimentaux exercés par les trois rouleaux sur la tôle au cours du roulage d'un tronc de cône :

- Épaisseur $e = 2.5 \pm 0.05$ mm ;
- Petit rayon moyen $R_p = 100$ mm ;
- Grand rayon moyen $R_g = 193$ mm ;
- Hauteur $h = 200$ mm ;
- La tôle est en acier inoxydable 304 ($E = 201500$ N/mm², $\nu = 0.3$ et $S_Y = 315$ N/mm²) ;
- La vitesse de rotation $\omega = 7 \pm 0.1$ tr/min ;

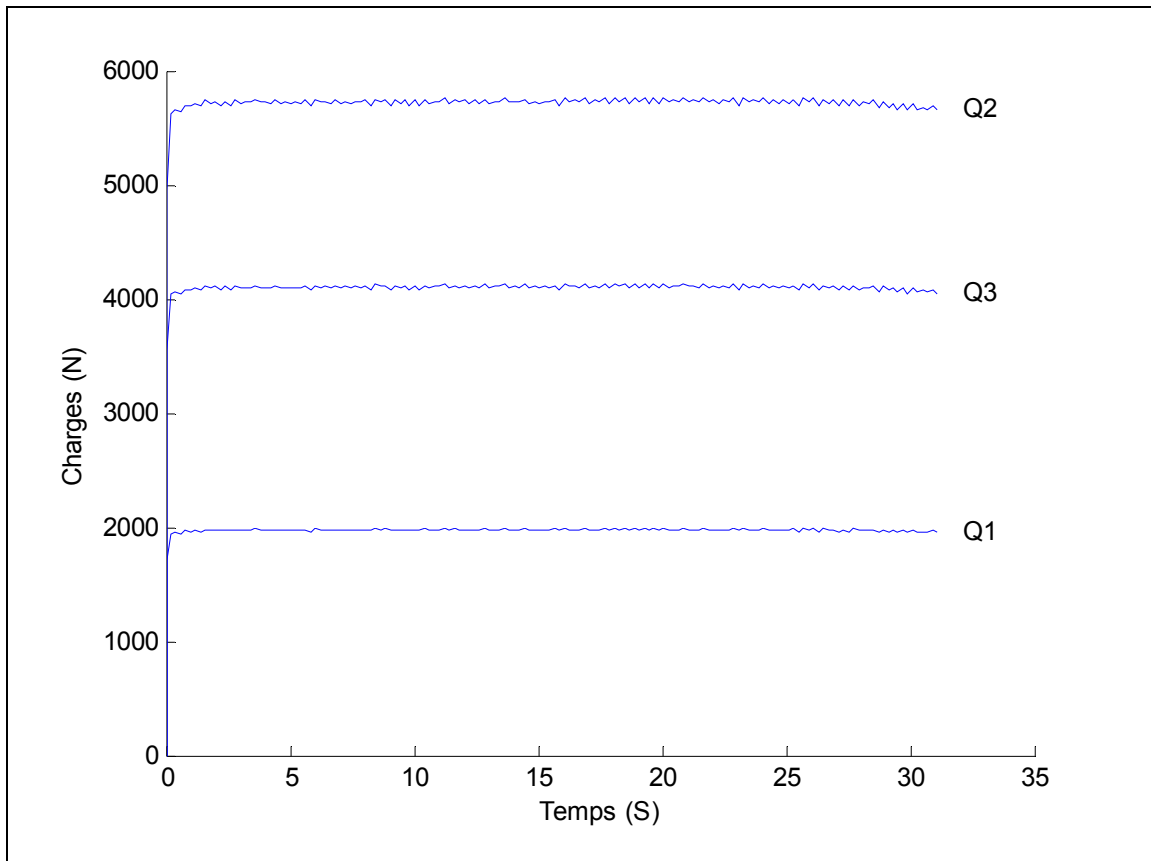


Figure 4.6 Efforts expérimentaux de roulage conique

Semblablement au cas du roulage cylindrique, on constate que les efforts sont un peu sinusoïdaux, à cause de problème d'excentricité de la machine :

- L'effort expérimental exercé par le rouleau S sur la tôle est: $Q_{1\text{moy}} = 1972 \pm 24 \text{ N}$;
- L'effort expérimental exercé par le rouleau T sur la tôle est: $Q_{2\text{moy}} = 5718 \pm 72 \text{ N}$;
- L'effort expérimental exercé par le rouleau B sur la tôle est: $Q_{3\text{moy}} = 4099 \pm 52 \text{ N}$.

L'écart entre les résultats expérimentaux et les résultats analytiques (voir section 3.6.1) est dû à l'erreur de mesure expérimentale et au frottement rouleau-tôle. Le pourcentage de l'écart moyen est de l'ordre de 10 %.

4.3 Vérifications géométriques

Après l'obtention des pièces finies par roulage, une vérification géométrique est effectuée et elle permet de quantifier la conformité et la qualité de la forme finale. Pour cela un système EXAscan permet de scanner la surface extérieure de la pièce finale (figure 4.7). Afin de se positionner dans l'espace, l'EXAscan crée un modèle de positionnement à partir des pastilles réfléchissantes de positionnement. En tout temps, le scanneur doit pouvoir voir au moins quatre cibles de positionnement. Ces dernières sont les cibles de positionnement qui ont été apposées directement sur la pièce avant la numérisation. L'EXAscan crée un modèle numérique de la surface scannée, sauvegardé comme fichier surfacique (.STL). Le fichier (.STL) de la forme finale scannée est exporté au logiciel PloyWorks. Ce dernier permet de donner la distribution de la déviation entre la forme finale scannée et la forme ciblée (forme de référence). Les erreurs de circularité et de profil sont déduites à partir de cette distribution donnée par PloyWorks :

- L'erreur de circularité :

$$E_{\text{circularité}} = \delta_{\text{max}} - \delta_{\text{min}} \quad (4.7)$$

- L'erreur de profil :

$$E_{\text{profil}} = 2 | \delta_{\text{max}} | \quad (4.8)$$

Où, δ_{max} est la déviation maximale et δ_{min} est la déviation minimale.

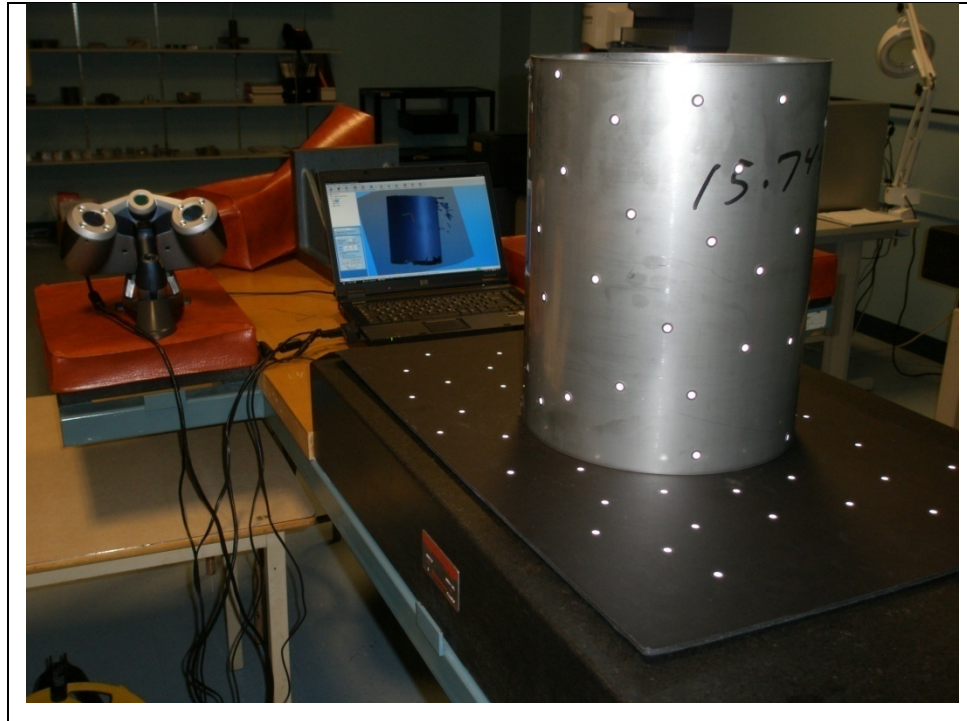


Figure 4.7 Système EXAscan

4.3.1 Vérification cylindrique

Afin d'illustrer le principe, la figure 4.8 montre la distribution de la déviation entre la forme finale scannées et la forme ciblée d'un cylindre :

- Épaisseur $e = 2.5 \pm 0.05$ mm ;
- Longueur utile $L = 300 \pm 1$ mm ;
- Rayon moyen $R = 150$ mm ;
- La tôle est en acier inoxydable 304 ($E = 201500$ N/mm², $\nu = 0.3$ et $S_Y = 315$ N/mm²) ;
- La vitesse de rotation $\omega = 7 \pm 0.1$ tr/min ;

D'après la figure 4.8, on constate que :

- La déviation maximale est : $\delta_{max} = 2.28$ mm
- La déviation minimale est : $\delta_{min} = -1.51$ mm
- L'erreur de circularité est : $E_{circularité} = 3.79$ mm
- L'erreur de profil est : $E_{profil} = 4.56$ mm

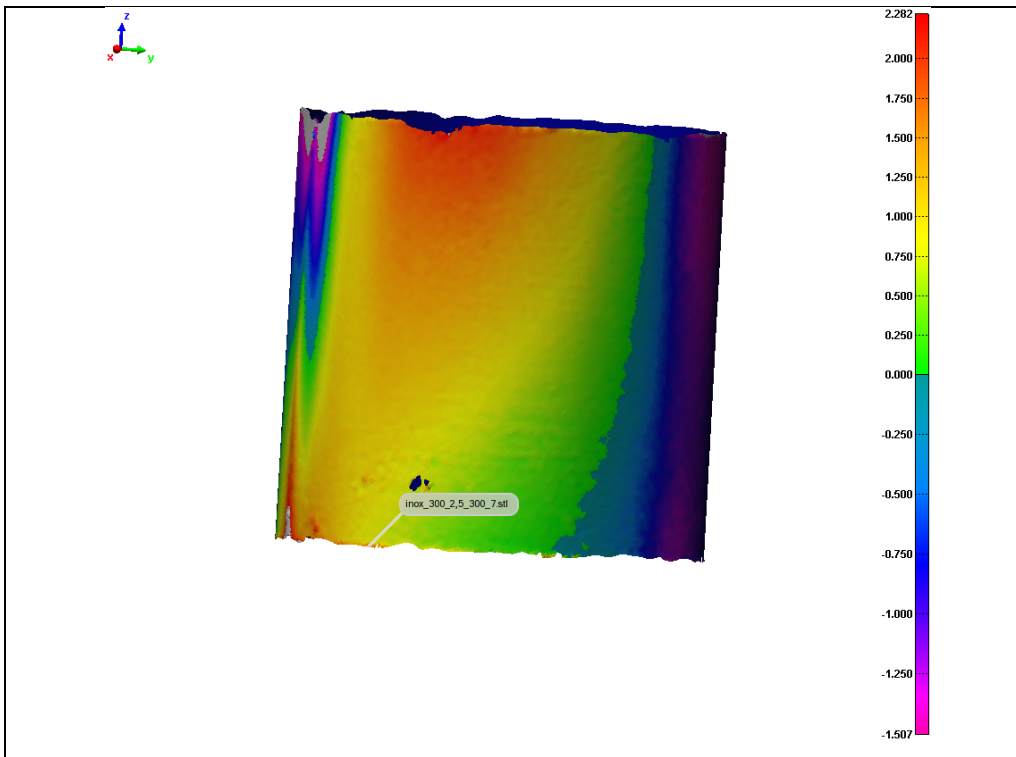


Figure 4.8 Distribution de la déviation d'un cylindre

4.3.2 Vérification conique

Afin d'illustrer le principe, la figure 4.9 montre la distribution de la déviation entre la forme finale scannée et la forme ciblée d'un tronc de cône :

- Épaisseur $e = 2.5 \pm 0.05$ mm ;
- Petit rayon moyen $R_p = 100$ mm ;
- Grand rayon moyen $R_g = 193$ mm ;
- Hauteur $h = 200 \pm 1$ mm ;
- La tôle est en acier inoxydable 304 ($E = 201500$ N/mm², $\nu = 0.3$ et $S_Y = 315$ N/mm²) ;
- La vitesse de rotation $\omega = 7 \pm 0.1$ tr/min ;

D'après la figure 4.9, on constate que :

- La déviation maximale est : $\delta_{max} = 1.12$ mm
- La déviation minimale est : $\delta_{min} = -2.36$ mm

- L'erreur de circularité est : $E_{\text{circularité}} = 3.48 \text{ mm}$
- L'erreur de profil est : $E_{\text{profil}} = 4.72 \text{ mm}$

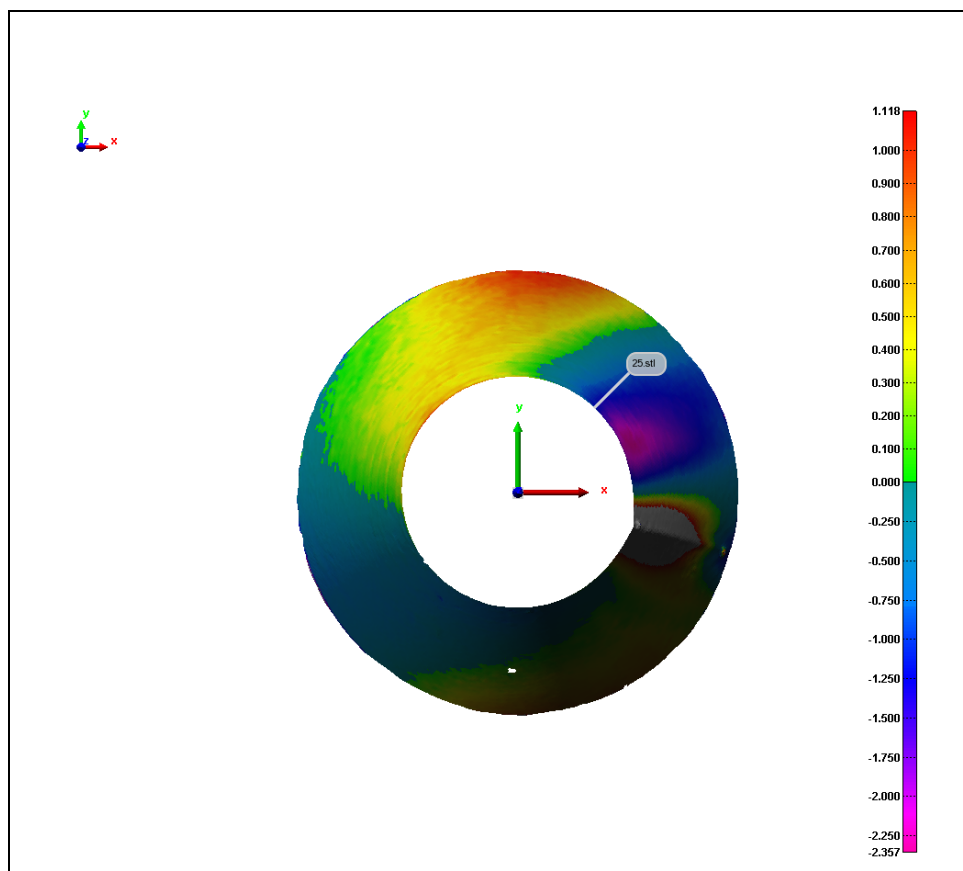


Figure 4.9 Distribution de la déviation d'un tronc de cône

CHAPITRE 5

ANALYSE ET DISCUSSION

Deux études théoriques, l'une sur le roulage cylindrique, et l'autre sur le roulage conique, ont été présentées respectivement dans les chapitres deux et trois. Elles permettent de déterminer analytiquement les efforts du roulage, la puissance et les contraintes résiduelles en fonction de paramètres (matériau, rayon, épaisseur, largeur, conicité). Des tests expérimentaux et des vérifications géométriques ont été présentés dans le chapitre quatre. Ils permettent de déterminer expérimentalement les efforts du roulage, la puissance et la qualité de la géométrie finale. Dans ce qui suit, nous allons comparer les résultats analytiques avec les mesures expérimentales afin de montrer les influences des différents paramètres du roulage sur la qualité de la pièce roulée.

5.1 Les influences de la contraintes élastique du matériau

Afin de montrer les influences de la contrainte élastique du matériau S_Y sur les efforts de roulage, contraintes résiduelles, la puissance nécessaire du roulage et la qualité de la géométrie finale, trois cylindres des matériaux différents (acier inoxydable 304, acier doux et aluminium 3003) ont été roulés avec les mêmes conditions du roulage : (rayon moyen $R = 150$ mm, épaisseur $e = 2.5 \pm 0.05$ mm, largeur $L = 300 \pm 1$ mm et vitesse de rotation $\omega = 7 \pm 0.1$ tr/min).

Le tableau (5.1) donne les caractéristiques mécaniques des trois matériaux sélectionnés. Ces caractéristiques mécaniques ont été obtenues à partir des essais de traction réalisés au laboratoire (voir annexe III).

Tableau 5.1 Caractéristiques mécaniques des matériaux

Matériaux	E (N/mm ²)	S_Y (N/mm ²)	ν
Acier inoxydable 304	201 500 ±90	315 ±5	0,3
Acier doux	205 890 ±90	204 ±5	0,3
Aluminium 3003	71 629 ±90	163 ±5	0,33

5.1.1 Influence de la contrainte élastique sur les efforts de roulage

La figure 5.1, montre les variations des efforts du roulage Q_1 , Q_2 et Q_3 en fonction de la contrainte élastique du matériau S_Y .

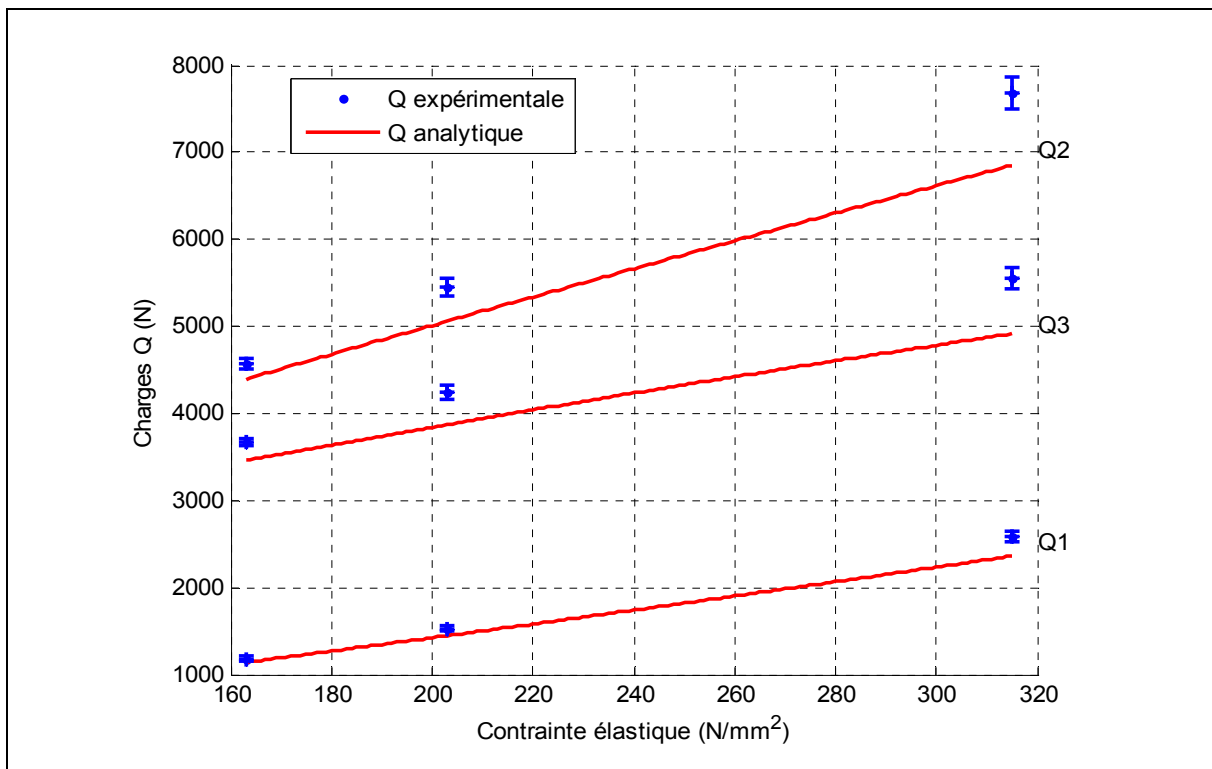


Figure 5.1 Influence de la contrainte élastique sur les efforts de roulage

Les résultats expérimentaux des efforts du roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont légèrement supérieurs aux résultats analytiques. Ceci est dû :

- Au frottement qui est négligé dans l'étude analytique ;
- À l'hypothèse de comportement élastique parfaitement plastique de matériau dans l'étude analytique ;
- Aux erreurs des mesures expérimentales (calibration, équipements,...).

Les efforts croient de façon pratiquement linéaire en fonction de la contrainte élastique du matériau S_Y . Il est clair que si la contrainte élastique S_Y est plus grande, les efforts engendrés sont plus importants. Une augmentation de la contrainte S_Y de 150 N/mm^2 engendre une augmentation des efforts (Q_1 de 1 kN, Q_2 de 2.5 kN et Q_3 de 1.5 kN), l'effort Q_2 est plus sensible que les deux efforts Q_1 et Q_3 .

5.1.2 Influence de la contrainte élastique sur la puissance de roulage

La figure 5.2, montre la variation de la puissance de roulage P_r en fonction de la contrainte élastique du matériau S_Y .

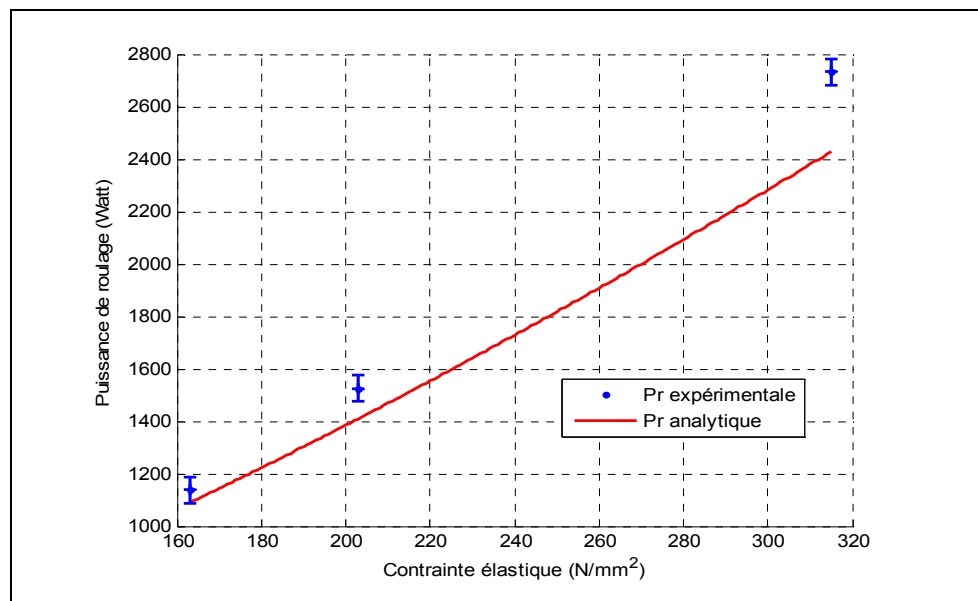


Figure 5.2 Influence de la contrainte élastique sur la puissance de roulage

Les résultats expérimentaux de la puissance de roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont très proches aux résultats analytiques. L'écart est dû d'une part au frottement et à la perte d'énergie cause par les paliers, et d'autre part aux erreurs expérimentales des équipements.

La puissance nécessaire croît avec la contrainte élastique du matériau S_Y . Une tôle qui a une contrainte élastique du matériau plus grande nécessite une puissance de roulage plus importante. L'augmentation de la puissance est causée par l'augmentation des efforts du roulage.

5.1.3 Influence de la contrainte élastique sur les contraintes résiduelles

La figure 5.3, montre la variation analytique de la contrainte résiduelle maximale en fonction de la contrainte élastique du matériau S_Y .

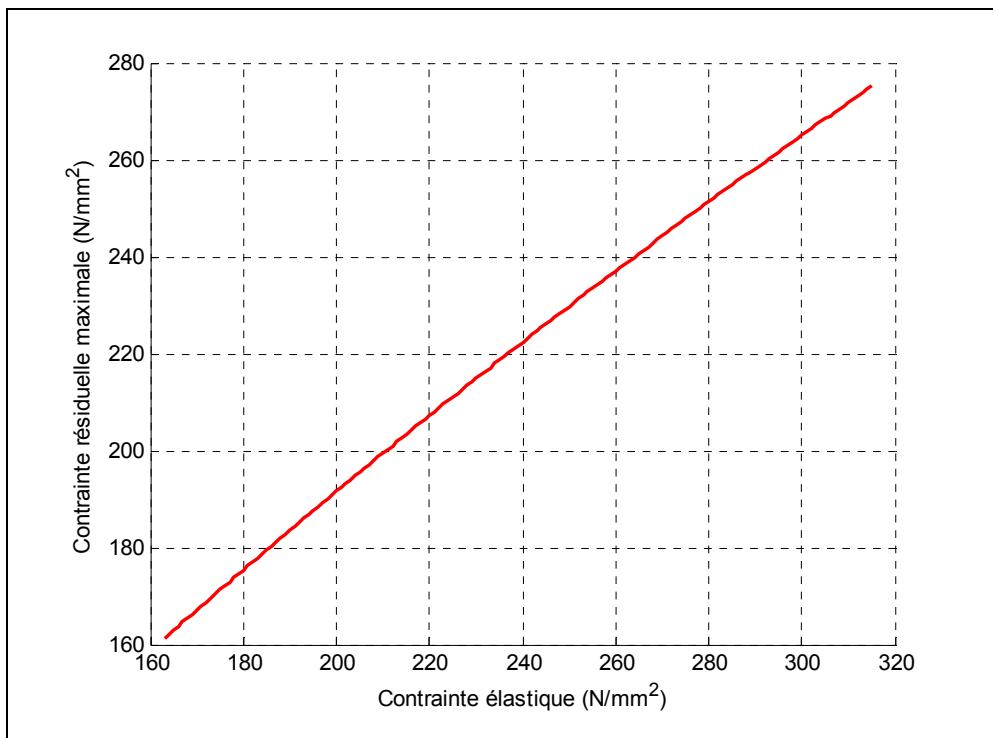


Figure 5.3 Influence de la contrainte élastique sur les contraintes résiduelles

La contrainte résiduelle maximale croît linéairement en fonction de la contrainte élastique du matériau S_Y . La croissance de la contrainte résiduelle est due à la croissance des efforts du roulage.

5.1.4 Influence de la contrainte élastique sur la géométrie

La figure 5.4, montre la variation de l'erreur de circularité $E_{circularité}$ en fonction de la contrainte élastique du matériau S_Y .

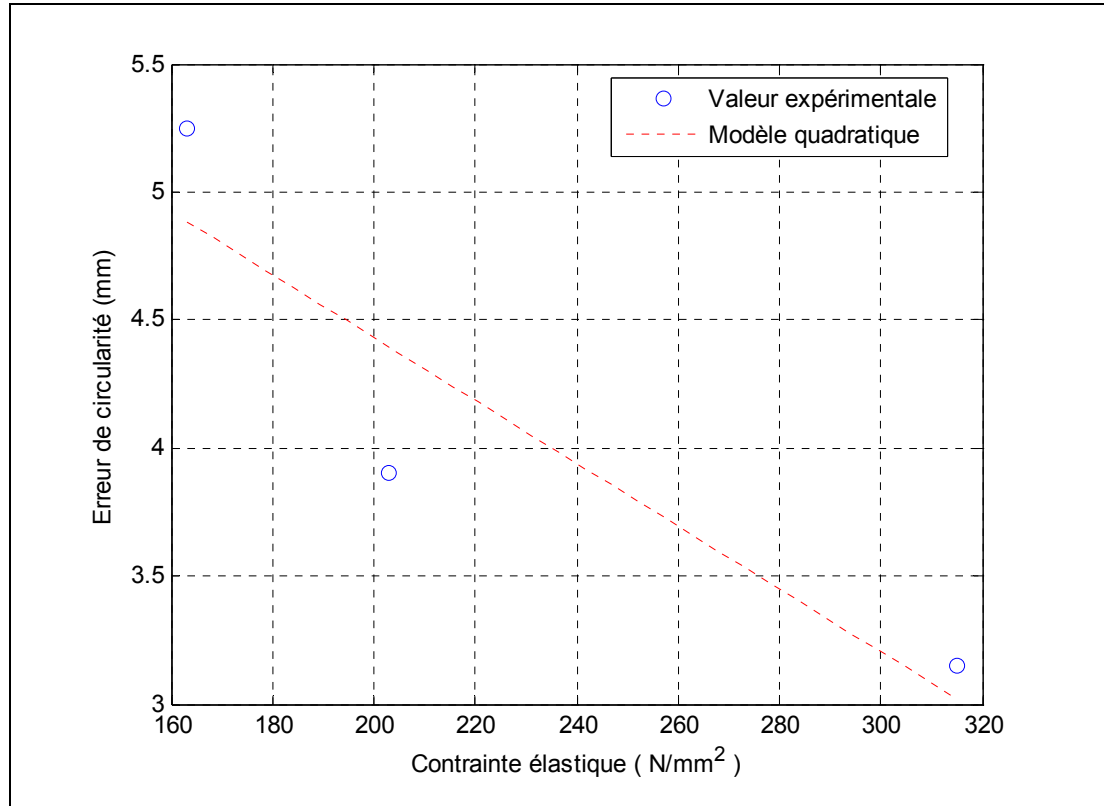


Figure 5.4 Influence de la contrainte élastique sur la géométrie finale

Lorsque la contrainte élastique S_Y est plus grande, l'erreur de circularité $E_{circularité}$ est plus petite. Lorsque la contrainte élastique S_Y de la tôle est plus grande, le cylindre roulé comporte moins de défauts géométriques. Une contrainte S_Y plus grande provoque moins de retour élastique de la tôle après roulage.

5.2 Les influences de diamètre roulé

Afin d'analyser les influences du diamètre sur les efforts du roulage, les contraintes résiduelles, la puissance nécessaire du roulage et la qualité de la géométrie finale, sept cylindres des diamètres différents en millimètres (200, 250, 300, 350, 400, 450 et 500) ont été roulés avec les mêmes conditions de roulage (tôle en acier inoxydable 304, épaisseur $e = 2.5 \pm 0.05$ mm, largeur $L = 300 \pm 1$ mm et vitesse de rotation $\omega = 7 \pm 0.1$ tr/min).

5.2.1 Influence du diamètre roulé sur les efforts de roulage

La figure 5.5, montre les variations des efforts du roulage Q_1 , Q_2 et Q_3 en fonction du diamètre roulé.

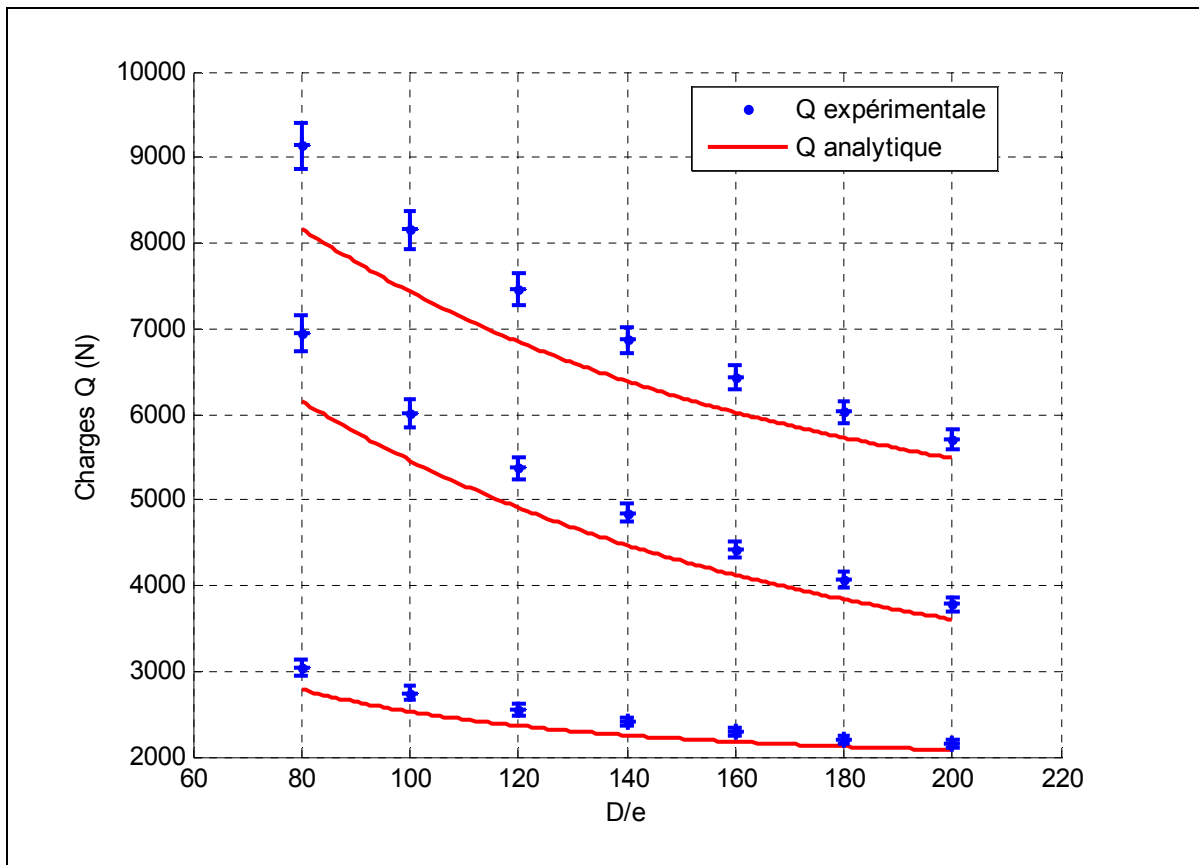


Figure 5.5 Influence du diamètre roulé sur les efforts de roulage

Les résultats expérimentaux des efforts du roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont légèrement supérieurs aux résultats analytiques. Ceci est dû d'une part au frottement qui est négligé dans l'étude analytique et d'autre part aux erreurs des mesures expérimentales.

Les efforts décroissent en fonction du diamètre (allure exponentielle). Lorsque le diamètre roulé est plus grand, les efforts engendrés sont moins importants.

5.2.2 Influence du diamètre roulé sur la puissance de roulage

La figure 5.6, montre la variation de la puissance de roulage P_r en fonction du diamètre roulé.

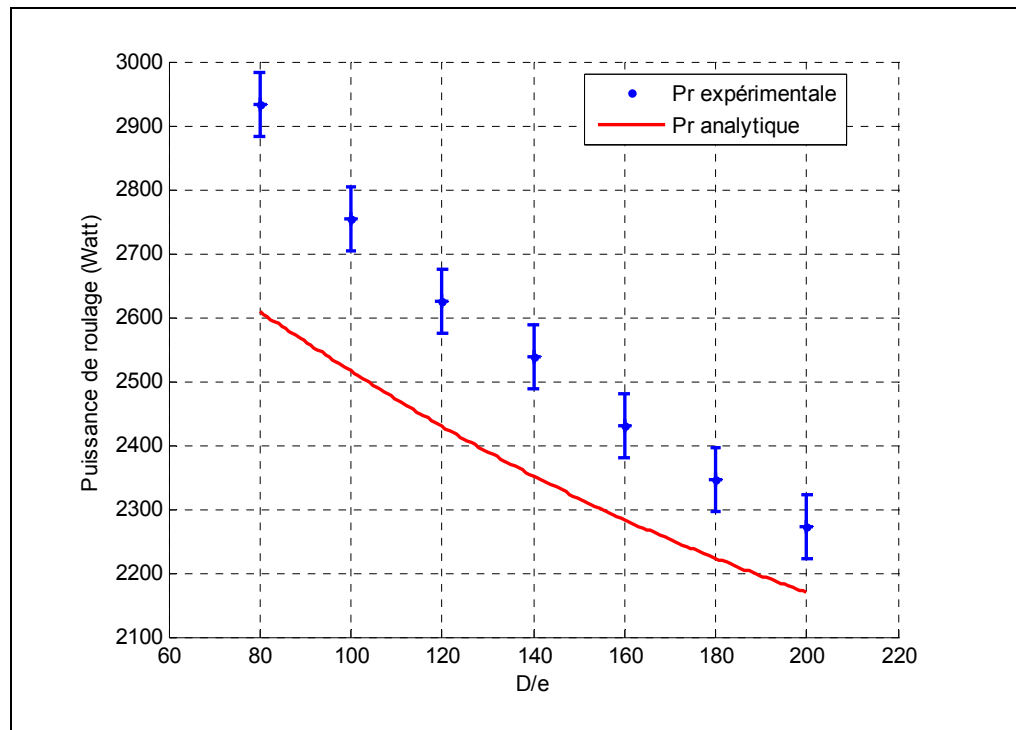


Figure 5.6 Influence du diamètre roulé sur la puissance de roulage

Les résultats expérimentaux de la puissance de roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont très proches aux résultats analytiques. L'écart est dû d'une part au frottement et à la perte d'énergie cause par les paliers, et d'autre part aux erreurs expérimentales des équipements.

Si le diamètre croît, la puissance nécessaire décroît. Le roulage d'un diamètre plus grand, nécessite moins de puissance de roulage. La diminution de la puissance est causée par la diminution des efforts du roulage.

5.2.3 Influence du diamètre roulé sur les contraintes résiduelles

La figure 5.7, montre la variation analytique de la contrainte résiduelle maximale en du diamètre roulé.

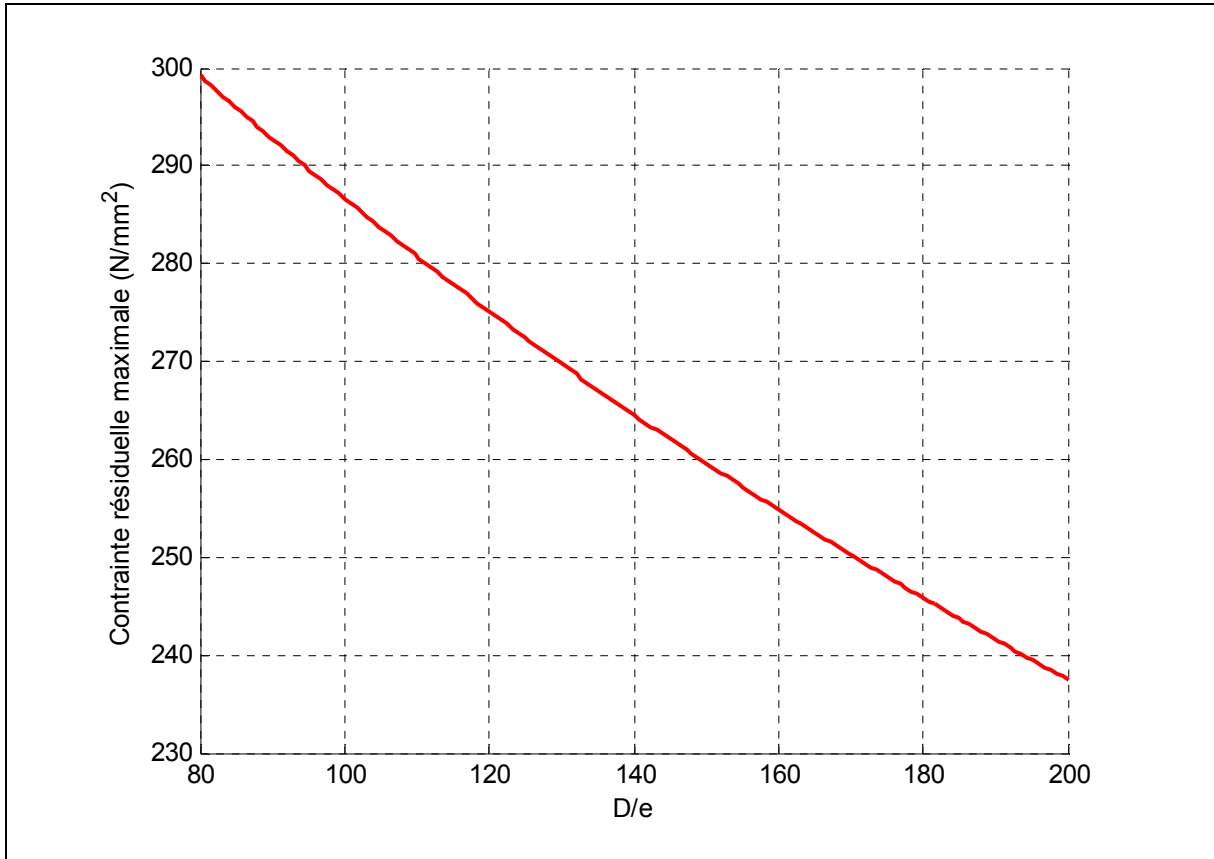


Figure 5.7 Influence du diamètre roulé sur les contraintes résiduelles

La contrainte résiduelle maximale décroît en fonction du diamètre. La diminution de la contrainte est causée par la diminution des efforts du roulage.

5.2.4 Influence du diamètre roulé sur la géométrie

La figure 5.8, montre la variation de l'erreur de circularité $E_{\text{circularité}}$ en fonction du diamètre roulé.

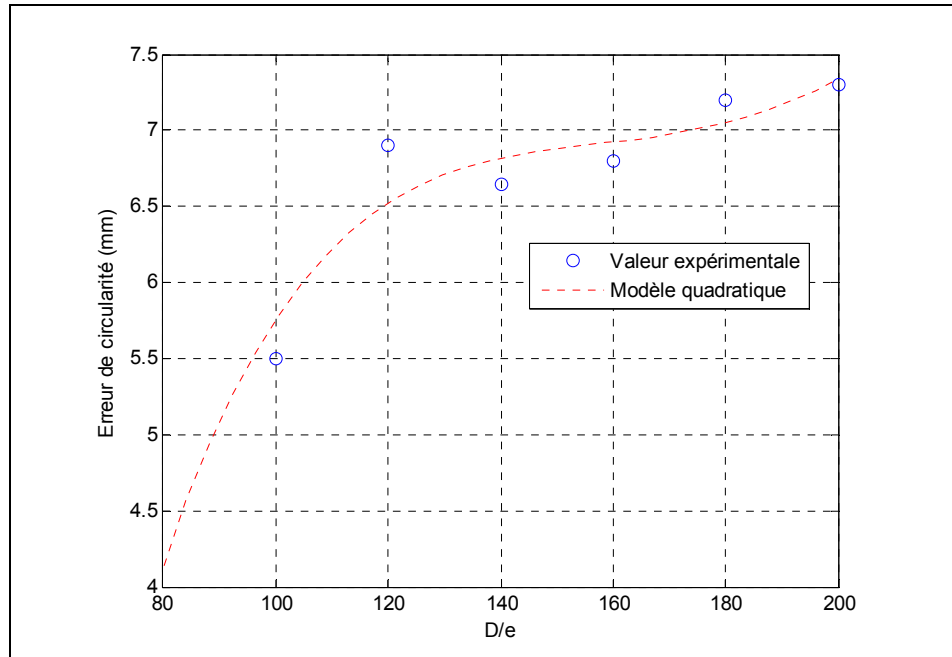


Figure 5.8 Influence du diamètre roulé sur la géométrie finale

Lorsque le diamètre roulé est plus grand, l'erreur de circularité $E_{\text{circularité}}$ est plus grande. Le cylindre qui a un diamètre plus grand, comporte plus des défauts géométriques, c-à-dire plus de retour élastique après roulage

5.3 Les influences de l'épaisseur

Afin de visualiser les influences de l'épaisseur sur les efforts du roulage, les contraintes résiduelles, la puissance nécessaire du roulage et la qualité de la géométrie finale, cinq cylindres des épaisseurs différents en millimètres (1 , 1.5 , 2 , 2.5 et 3) ont été roulés sous les mêmes conditions de roulage (tôle en acier inoxydable 304, rayon moyen $R = 150$ mm, largeur $L = 300 \pm 1$ mm et vitesse de rotation $\omega = 7 \pm 0.1$ tr/min).

5.3.1 Influence de l'épaisseur sur les efforts de roulage

La figure 5.9, montre les variations des efforts du roulage Q_1 , Q_2 et Q_3 en fonction de l'épaisseur de la tôle.

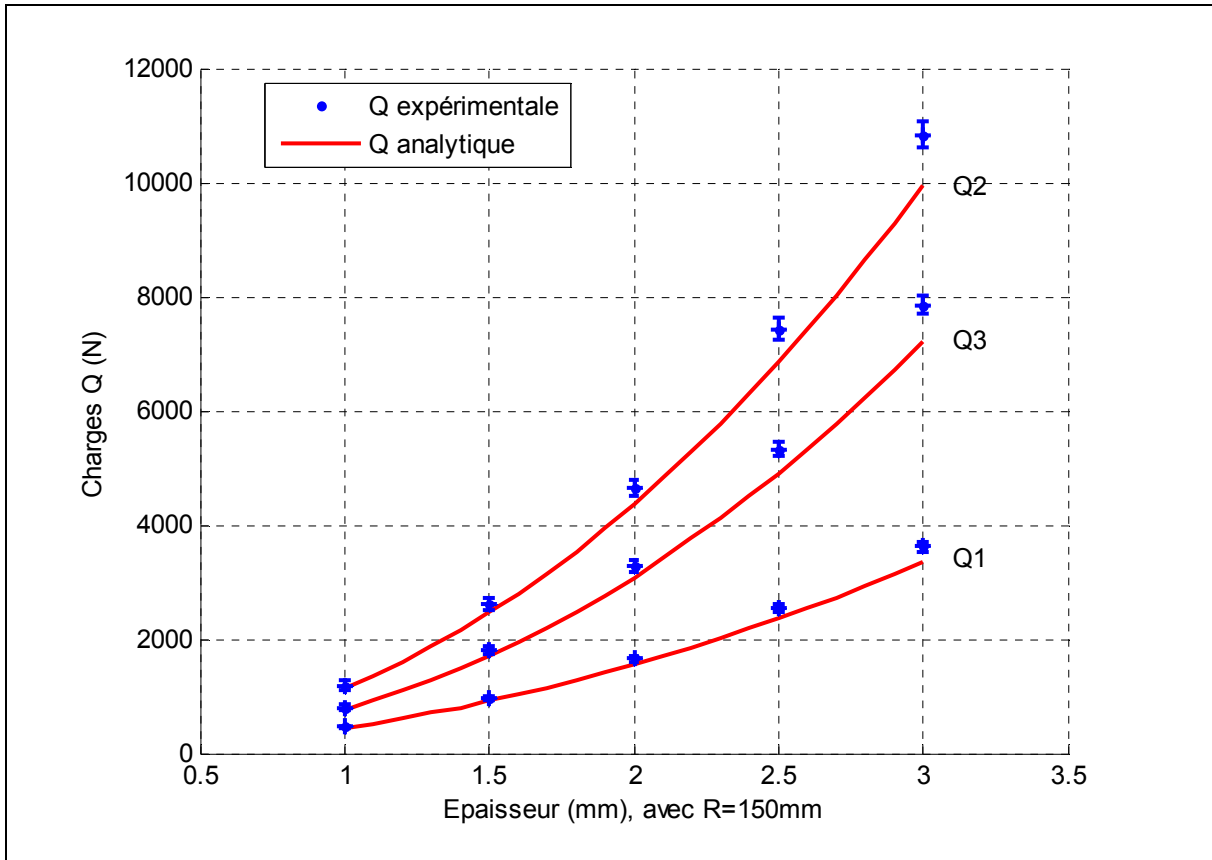


Figure 5.9 Influence de l'épaisseur sur les efforts de roulage

Les résultats expérimentaux des efforts du roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont légèrement supérieurs aux résultats analytiques. Ceci est dû d'une part au frottement qui est négligé dans l'étude analytique et d'autre part aux erreurs des mesures expérimentales.

Les efforts croient avec l'épaisseur (allure parabolique). Le roulage d'une tôle plus forte engendre des efforts plus importants. Le facteur épaisseur est particulièrement intéressant, car c'est paramètre qui donne l'effet le plus significatif sur les efforts de roulage.

5.3.2 Influence de l'épaisseur sur la puissance de roulage

La figure 5.10, montre la variation de la puissance de roulage P_r , en de l'épaisseur.

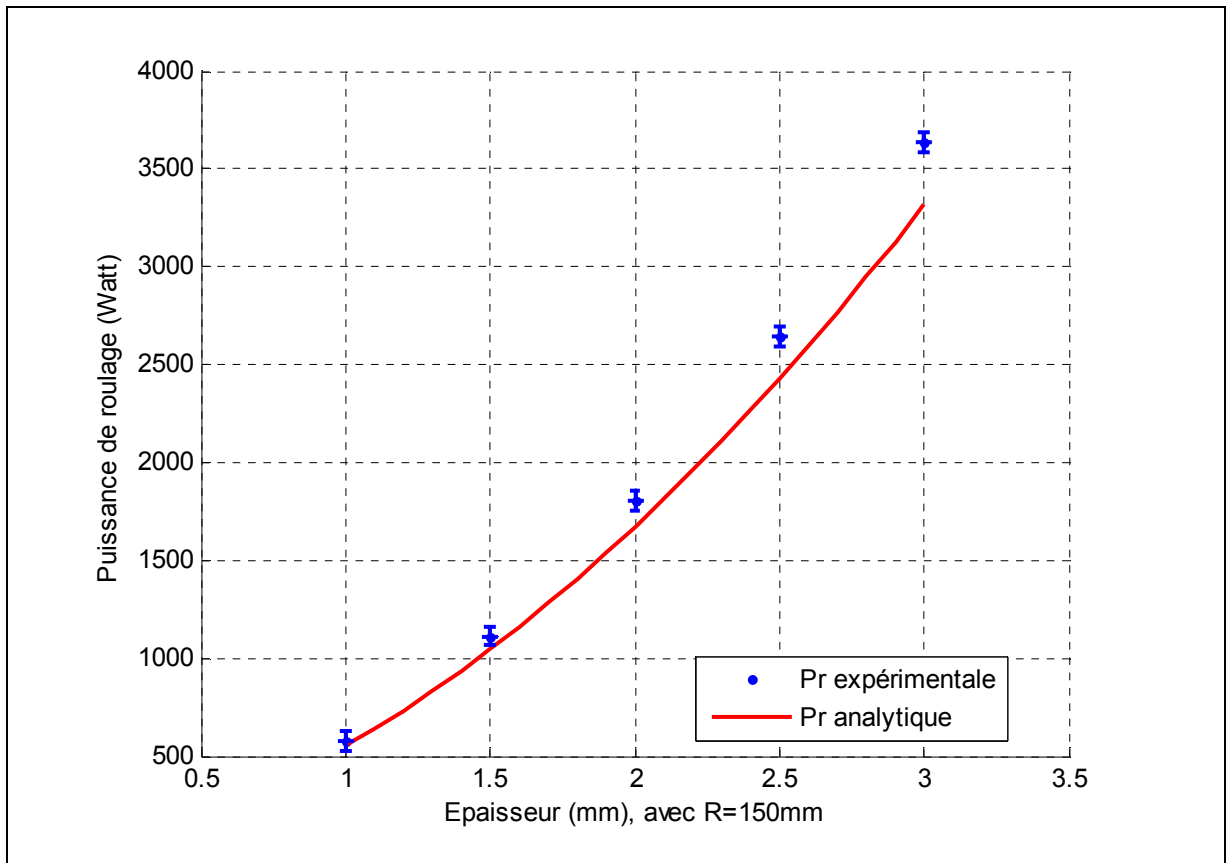


Figure 5.10 Influence de l'épaisseur sur la puissance de roulage

Les résultats expérimentaux de la puissance de roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont très proches aux résultats analytiques. L'écart est dû d'une part au frottement et à la perte d'énergie cause par les paliers, et d'autre part aux erreurs expérimentales des équipements.

La puissance nécessaire croît avec l'épaisseur. Une tôle plus forte nécessite plus de puissance de roulage. L'augmentation de la puissance est causée par l'augmentation des efforts du roulage.

5.3.3 Influence de l'épaisseur sur les contraintes résiduelles

La figure 5.11, montre la variation analytique de la contrainte résiduelle maximale en fonction de l'épaisseur de la tôle. L'allure de la courbe est ascendante, ce qui veut dire que la contrainte résiduelle maximale croît avec l'épaisseur. La croissance de la contrainte résiduelle est due à la croissance des efforts du roulage.

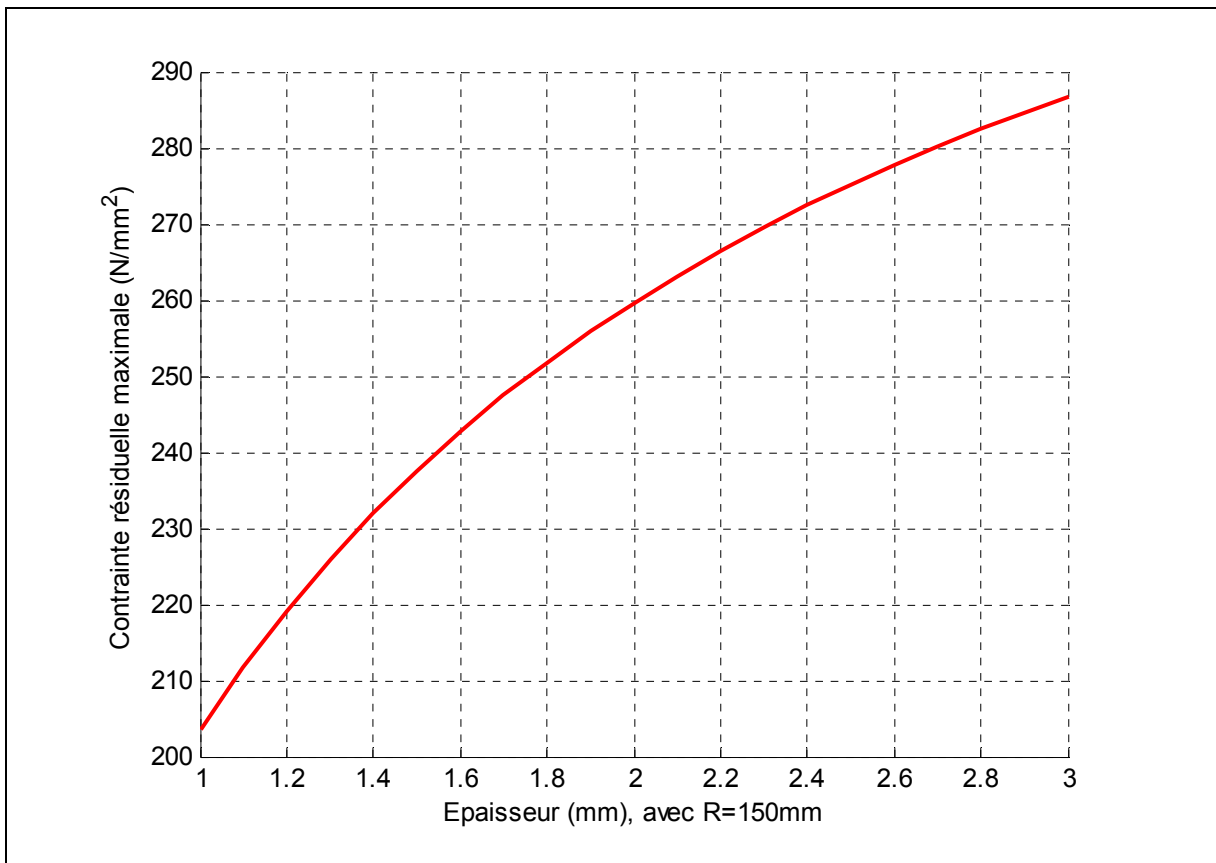


Figure 5.11 Influence de l'épaisseur sur les contraintes résiduelles

5.3.4 Influence de l'épaisseur sur la géométrie

La figure 5.12, montre la variation du l'erreur de circularité $E_{circularité}$ en de l'épaisseur de la tôle.

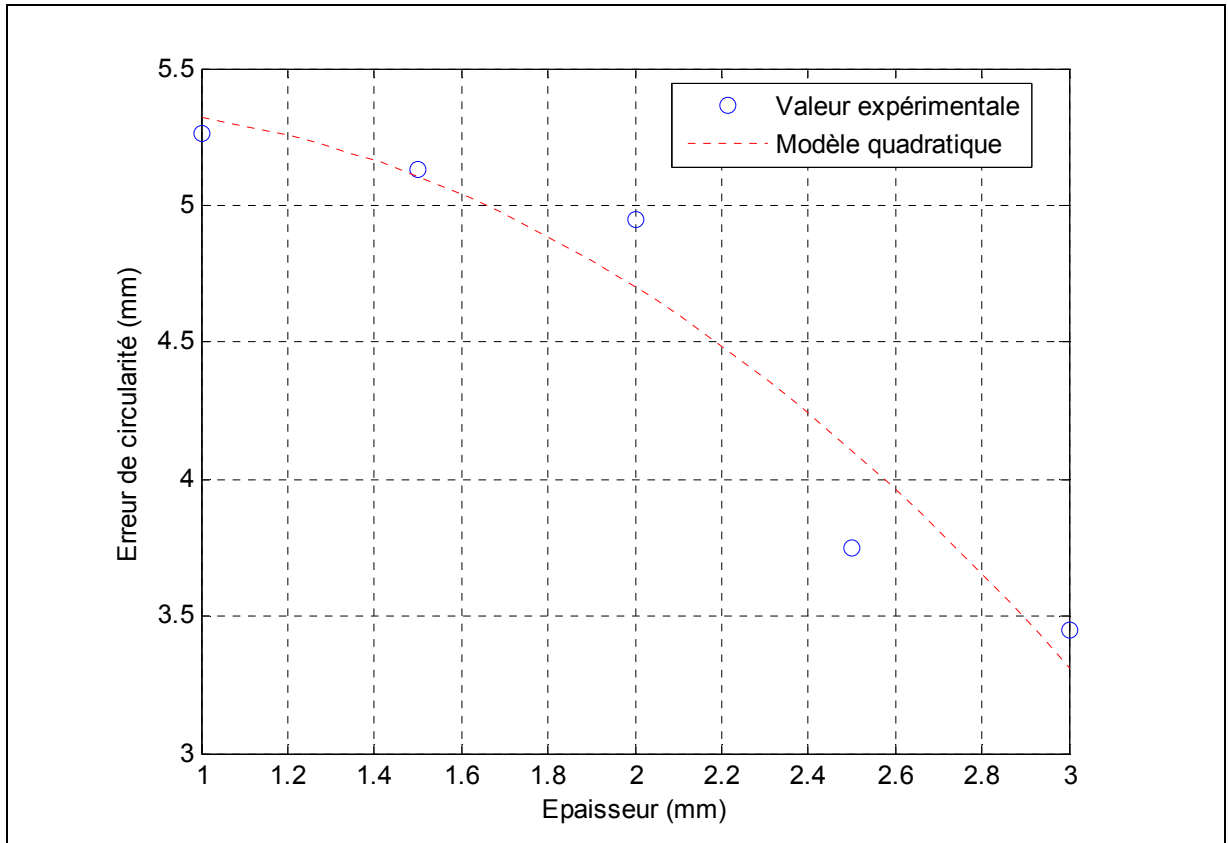


Figure 5.12 Influence de l'épaisseur sur la géométrie finale

Quand l'épaisseur de la tôle est plus grande, l'erreur de circularité $E_{circularité}$ est plus petite. Un cylindre plus fort comporte moins des défauts géométriques, et moins de retour élastique.

5.4 Les influences de la largeur utile de roulage

Pour montrer les influences de la largeur utile de roulage L sur les efforts de roulage, puissance nécessaire du roulage et la qualité de la géométrie finale, quatre cylindres des largeurs différents en millimètres (200 ± 1 , 300 ± 1 , 400 ± 1 , et 450 ± 1) ont été roulés sous les mêmes conditions de roulage (tôle en acier inoxydable 304, épaisseur $e = 2.5\pm 0.05$ mm, rayon moyen $R = 150$ mm et vitesse de rotation $\omega = 7\pm 0.1$ tr/min).

5.4.1 Influence de la largeur utile sur les efforts de roulage

La figure 5.13, montre les variations des efforts du roulage Q_1 , Q_2 et Q_3 en fonction de la largeur utile de roulage.

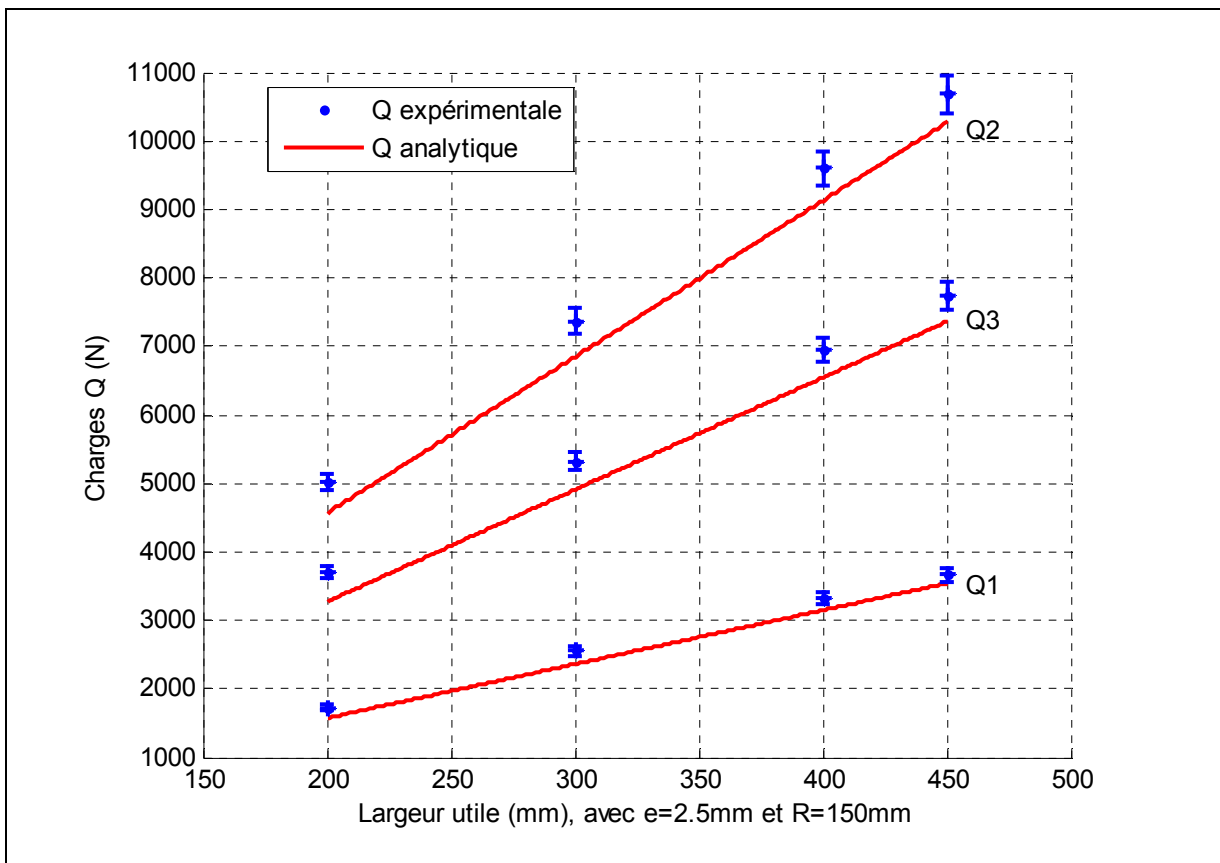


Figure 5.13 Influence de la largeur utile sur les efforts de roulage

Les résultats expérimentaux des efforts du roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont légèrement supérieurs aux résultats analytiques. Ceci est dû d'une part au frottement qui est négligé dans l'étude analytique et d'autre part aux erreurs des mesures expérimentales.

Les efforts croient linéairement en fonction de la largeur. Quand la largeur est plus grande, les efforts engendrés sont plus importants. L'effort Q_2 est plus sensible que les deux autres efforts Q_1 et Q_3 .

5.4.2 Influence de la largeur utile sur la puissance de roulage

La figure 5.14, montre la variation de la puissance de roulage P_r en fonction de la largeur utile de roulage

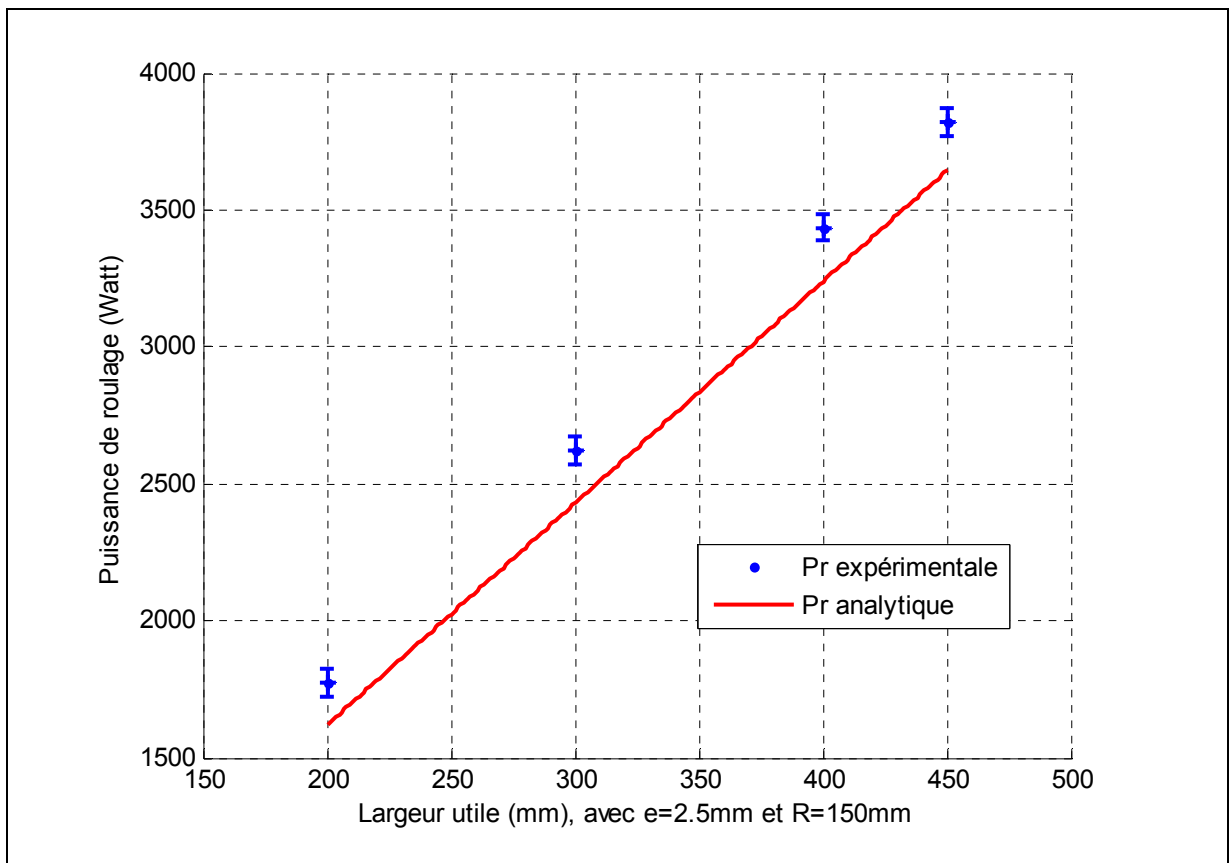


Figure 5.14 Influence de la largeur utile sur la puissance de roulage

Les résultats expérimentaux de la puissance de roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont très proches aux résultats analytiques. L'écart est dû d'une part au frottement et à la perte d'énergie cause par les paliers, et d'autre part aux erreurs expérimentales des équipements.

La puissance nécessaire croît linéairement en fonction de la largeur. L'augmentation de la puissance est causée par l'augmentation des efforts du roulage.

5.4.3 Influence de la largeur utile sur la géométrie

La figure 5.15, montre la variation du l'erreur de circularité $E_{circularité}$ en fonction de la largeur utile de roulage.

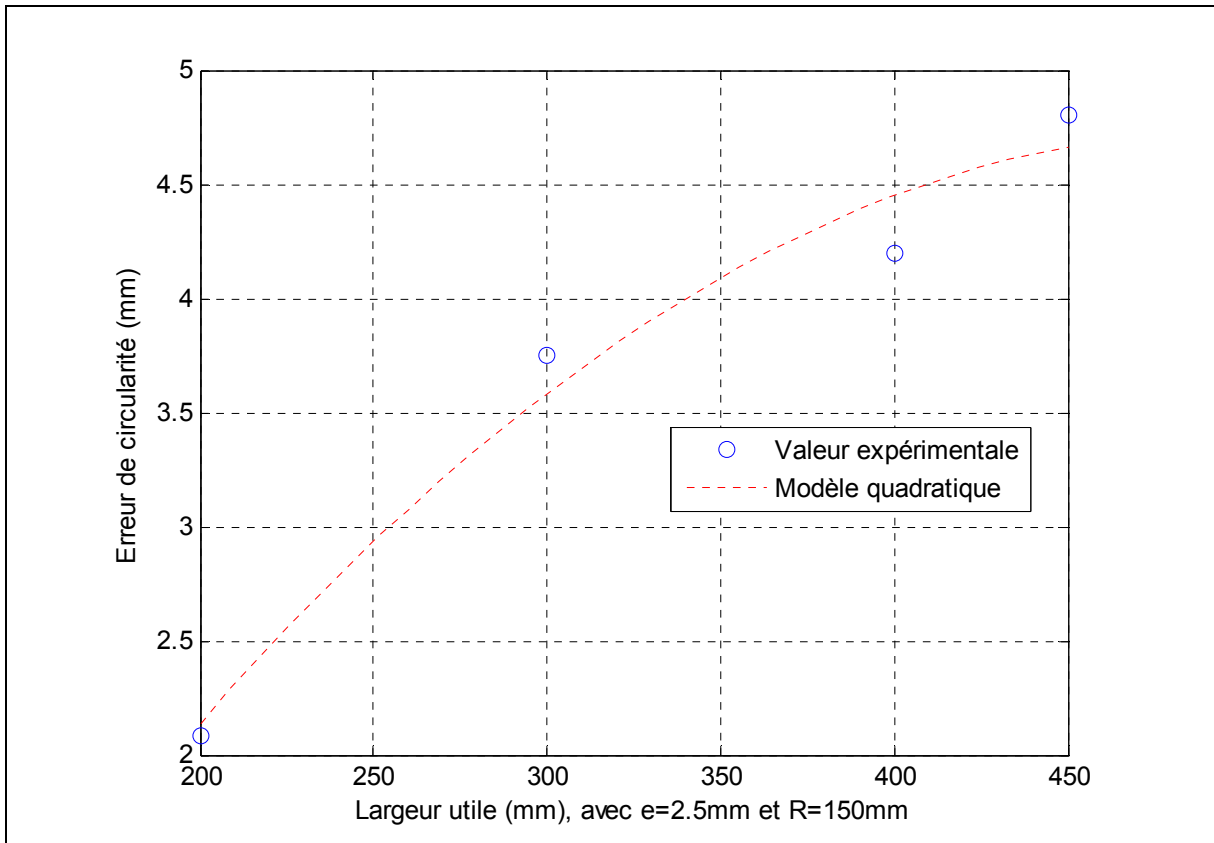


Figure 5.15 Influence de la largeur utile sur la géométrie finale

Quand la largeur utile de roulage est plus longue, l'erreur de circularité $E_{circularité}$ est plus grande. Un cylindre plus long comporte plus des défauts géométriques.

5.5 Les influences de la conicité de tronc de cône

Afin de montrer les influences de la conicité de tronc de cône θ_c sur les efforts de roulage, puissance nécessaire du roulage et la qualité de la géométrie finale, cinq troncs des cônes des conicités différents en degrés (5, 10, 15, 20, et 25) ont été roulés sous les mêmes conditions de roulage (tôle en acier inoxydable 304, épaisseur $e = 2.5 \pm 0.05$ mm, petit rayon moyen $Rp = 100$ mm, hauteur $h = 200 \pm 1$ mm et vitesse de rotation $\omega = 7 \pm 0.1$ tr/min).

5.5.1 Influence de la conicité sur les efforts de roulage

La figure 5.16, montre les variations des efforts du roulage Q_1 , Q_2 et Q_3 en fonction de la conicité de tronc de cône.

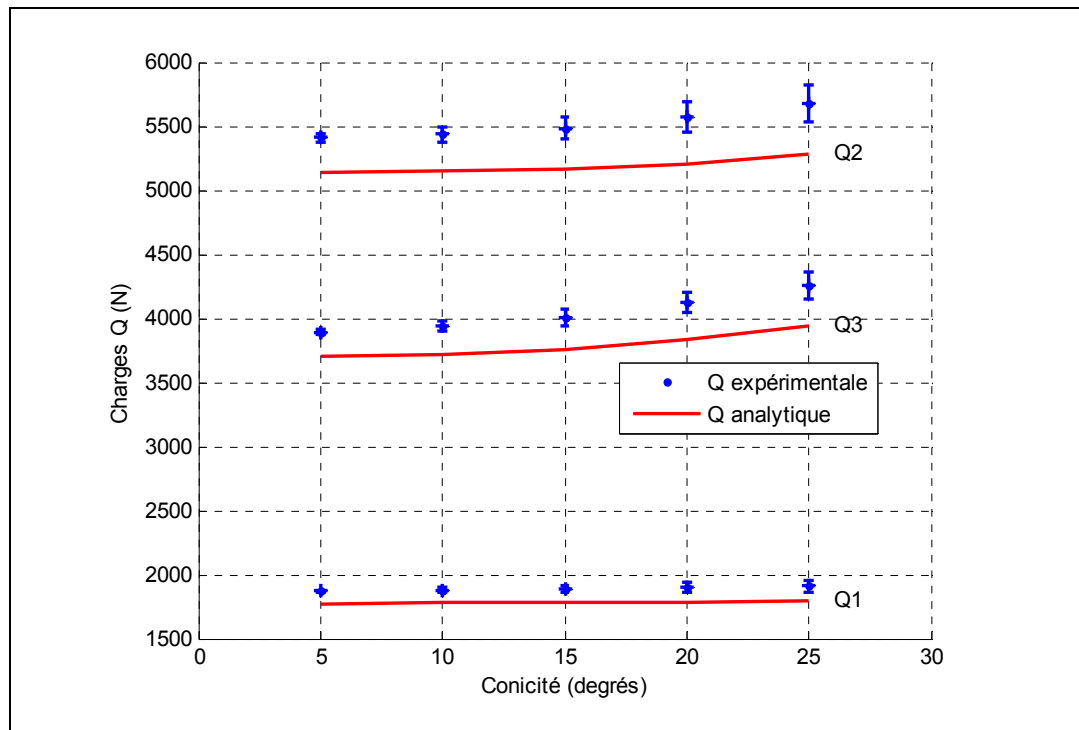


Figure 5.16 Influence de la conicité sur les efforts de roulage

Les résultats expérimentaux des efforts du roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont légèrement supérieurs aux résultats analytiques. Ceci est dû d'une part au frottement qui est négligé dans l'étude analytique et d'autre part aux erreurs des mesures expérimentales.

Les efforts croient avec la conicité (allure parabolique). Une conicité plus grande engendre plus d'efforts de roulage.

5.5.2 Influence de la conicité sur la puissance de roulage

La figure 5.17, montre la variation de la puissance de roulage P_r en fonction de la conicité de tronc de cône.

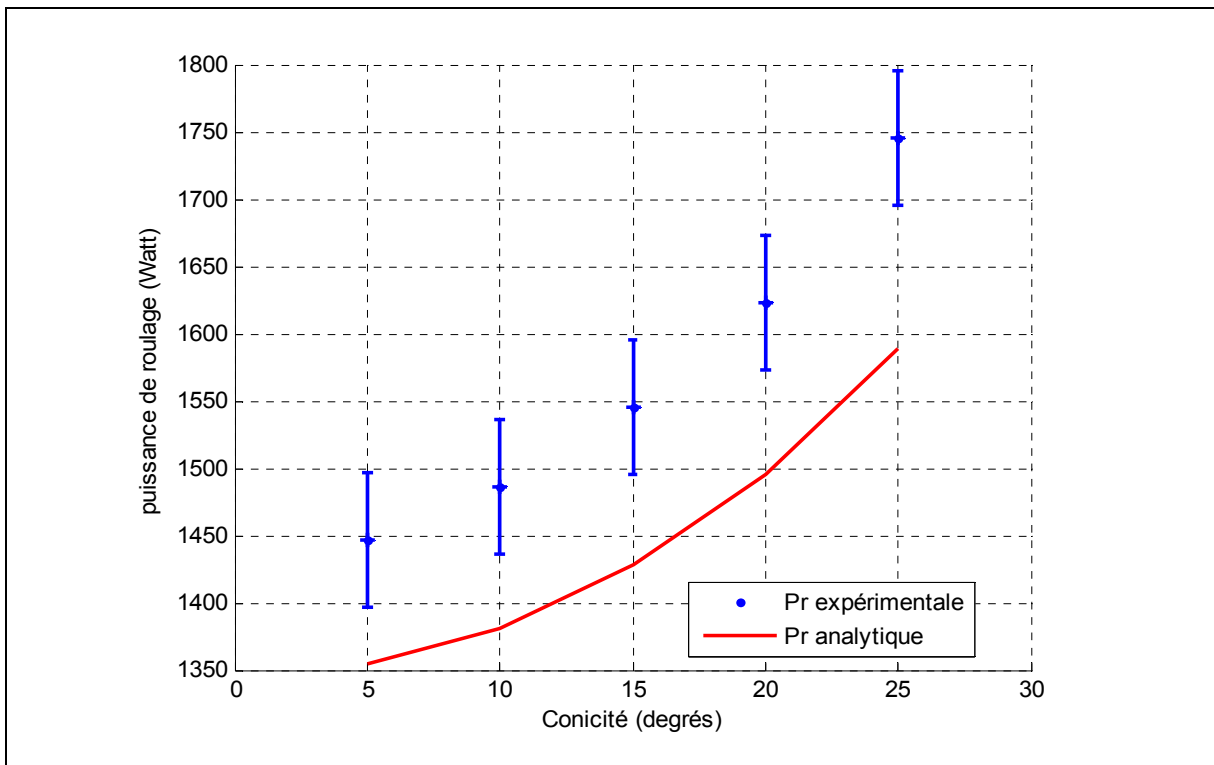


Figure 5.17 Influence de la conicité sur la puissance de roulage

Les résultats expérimentaux de la puissance de roulage exercés par les rouleaux sur la tôle sont très proches aux résultats analytiques. L'écart est dû d'une part au frottement et à la

perte d'énergie cause par les paliers, et d'autre part aux erreurs expérimentales des équipements.

La puissance nécessaire croît avec la conicité. Le roulage d'un tronç de cône de conicité plus grande, nécessite plus de puissance de roulage. Si la conicité augmente, la capacité de roulage diminue.

5.5.3 Influence de la conicité sur la géométrie

La figure 5.18, montre la variation de l'erreur de circularité $E_{circularité}$ en fonction de la conicité de tronç de cône.

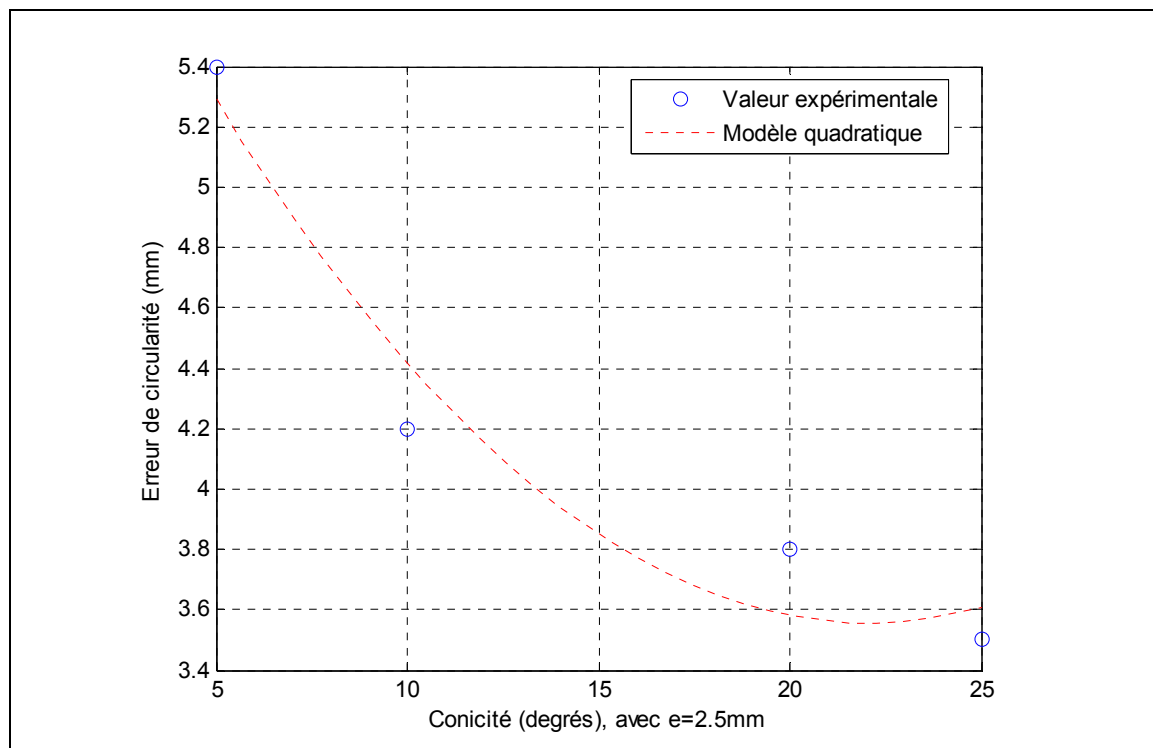


Figure 5.18 Influence de la conicité sur la géométrie finale

Quand la conicité de tronç de cône est plus grande, l'erreur de circularité $E_{circularité}$ est plus petite. Le tronç de cône qui a plus de conicité comporte moins des défauts géométriques.

5.6 Résumé

Tout au long de ce chapitre, nos résultats expérimentaux valident notre raisonnement analytique. Mis à part des écarts existants entre ces derniers dû généralement au frottement et aux erreurs de mesure, les résultats analytiques et les mesures expérimentales démontrent que :

- Les efforts de roulage exercés par les rouleaux sur la tôle augmentent avec la contrainte élastique du matériau S_Y , l'épaisseur, la largeur utile de la tôle et la conicité. Par contre, une augmentation du diamètre, engendre des efforts restreints du roulage ;
- La contrainte résiduelle croit avec la contrainte élastique du matériau S_Y et l'épaisseur. Elle décroît si le diamètre roulé augmente ;
- Une augmentation de la contrainte élastique du matériau S_Y , de l'épaisseur de la tôle, de la largeur ou de la conicité, nécessite une puissance de roulage plus importante. A l'inverse, une augmentation du diamètre nécessite une puissance de roulage moins importante ;
- Si la contrainte élastique du matériau, l'épaisseur ou la conicité sont plus importants, la pièce roulée comporte moins des défauts géométriques. Toutefois, elle comporte plus des défauts géométriques, si le diamètre ou la largeur utile est plus grande.

Le tableau (5.2) suivant récapitule tous les résultats et expose les types de tendance des paramètres du roulage sur les efforts, contraintes, puissance et défaut géométrique.

Tableau 5.2 Tendance des paramètres du roulage

	Efforts	Contraintes	Puissance	Circularité
S_Y	+	+	+	-
Diamètre	-	-	-	+
Épaisseur	+	+	+	-
Largeur	+	Na	+	+
Conicité	+	Na	+	-

CONCLUSION

L'objectif de ce projet de recherche est de montrer dans le cas du roulage à trois rouleaux asymétriques, les influences des paramètres du roulage (la contrainte élastique du matériau, l'épaisseur, la largeur utile de roulage, le rayon de courbure et la conicité de tronc de cône) sur les efforts engendrés, les contraintes résiduelles, la puissance nécessaire de roulage et la qualité géométrique de la pièce finie.

Pour ce faire, nous avons commencé par une description du principe et technique de roulage à trois rouleaux avant d'analyser théoriquement le roulage cylindrique et conique. Cette analyse nous a permis de déterminer analytiquement les efforts engendrés, les contraintes et la puissance nécessaire en fonction des paramètres de roulage. Les résultats analytiques ont été validés par des mesures expérimentales au laboratoire. Des vérifications géométriques ont permis de montrer les influences des paramètres de roulage sur la qualité géométrique des pièces roulées.

Les résultats suivants sont tirés des analyses théoriques, des essais expérimentaux et des vérifications géométriques :

- Une croissance de la contrainte élastique du matériau ou de l'épaisseur engendre des efforts de roulage plus importants, des contraintes résiduelles plus grandes, une puissance de roulage plus élevée et moins de défauts géométriques sur la pièce finie.
- Une augmentation du diamètre, diminue les efforts de roulage, les contraintes résiduelles, la puissance de roulage et génère plus de défauts géométriques sur la pièce finie.
- Un cylindre plus long, engendre plus d'efforts de roulage, nécessite plus de puissance et amène plus de défauts géométriques.
- Concernant la conicité du tronc de cône, il a été constaté qu'une conicité plus grande engendre plus d'efforts de roulage, nécessite plus de puissance et comporte moins de défauts géométriques.

RECOMMANDATIONS

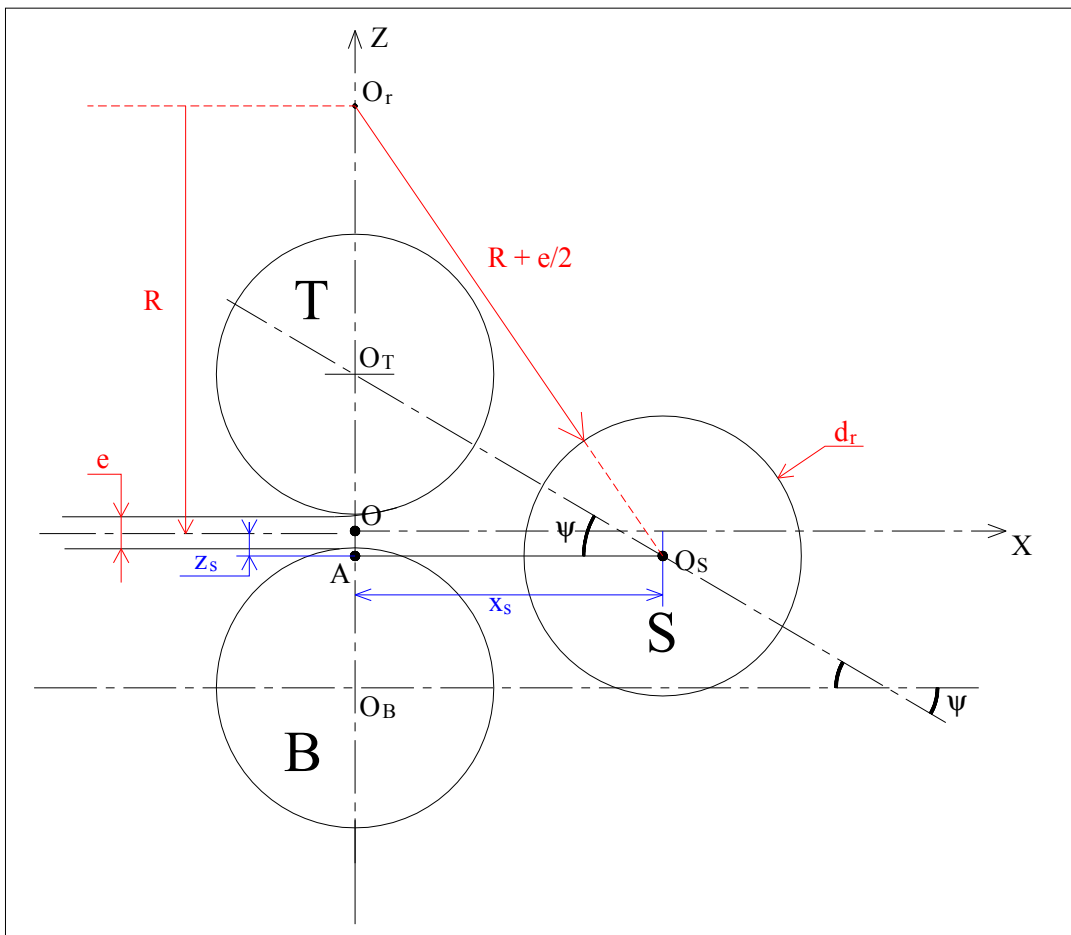
Pour mieux maîtriser le procédé du roulage à trois rouleaux asymétrique, il reste un certain nombre de points à traiter, qui peuvent faire l'objet de recherches à venir :

- Il serait important de montrer les influences de la température et du nombre de passes sur les efforts engendrés, les contraintes résiduelles, la puissance nécessaire au roulage et la qualité géométrique de la pièce finie.
- Mesurer les contraintes sur la forme finale après retour élastique, afin de valider les résultats numériques.
- Tenir compte du frottement de la tôle avec les rouleaux.
- Bâtir et valider un programme d'éléments finis, pour pouvoir explorer les limites du procédé et l'optimiser.

ANNEXE I

DÉMONSTRATION DE L'ÉQUATION (2.6)

La suivante figure montre les positions des rouleaux pendant le roulage



- Triangle $A O_S O_T$

L'abscisse $z_s < 0$, donc la distance $OA = -z_s$

$$\text{On a: } \operatorname{tg} \psi = \frac{A O_T}{A O_S} = \frac{\frac{d_r + e}{2} - z_s}{x_s} \quad \Rightarrow \quad z_s = \frac{d_r + e}{2} - x_s \operatorname{tg} \psi \quad (\text{équation 1})$$

- Triangle $\mathbf{A O_s O_r}$

$$\text{On a : } (O_r O_s)^2 = (A O_s)^2 + (A O_r)^2$$

$$\Rightarrow x_s^2 + (R - z_s)^2 = \left(R + \frac{d_r + e}{2}\right)^2$$

Remplaçons z_s par son expression de l'équation 1, on obtient :

$$x_s^2 + \left(R - \frac{d_r + e}{2} + x_s \operatorname{tg} \psi\right)^2 = \left(R + \frac{d_r + e}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow x_s^2 + \left(R - \frac{d_r + e}{2}\right)^2 + x_s^2 (\operatorname{tg} \psi)^2 + 2 \left(R - \frac{d_r + e}{2}\right) x_s \operatorname{tg} \psi = \left(R + \frac{d_r + e}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow x_s^2 [1 + (\operatorname{tg} \psi)^2] + x_s [2 \left(R - \frac{d_r + e}{2}\right) \operatorname{tg} \psi] + \left[\left(R - \frac{d_r + e}{2}\right)^2 - \left(R + \frac{d_r + e}{2}\right)^2\right] = 0$$

$$\Rightarrow x_s^2 [1 + (\operatorname{tg} \psi)^2] + x_s [(2R - (d_r + e)) \operatorname{tg} \psi] + [-2R(d_r + e)] = 0$$

Supposons :

$$a = [1 + (\operatorname{tg} \psi)^2] > 0$$

$$b = [(2R - (d_r + e)) \operatorname{tg} \psi]$$

$$c = [-2R(d_r + e)] < 0$$

Donc : $a x_s^2 + b x_s + c = 0$ (équation 2)

$\Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$ on a deux solutions :

$$\text{Solution1} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} < 0 \quad \text{et} \quad \text{Solution2} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} > 0$$

Et comme l'abscisse $x_s > 0$, donc la solution de l'équation 2 est :

$$x_s = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Remplaçons a , b et Δ par leurs expressions, on obtient :

$$x_s = \frac{2 \operatorname{tg} \psi \left(\frac{d_r + e}{2} - R \right) + \sqrt{4 (\operatorname{tg} \psi)^2 \left(R - \frac{d_r + e}{2} \right)^2 + 16 (1 + (\operatorname{tg} \psi)^2) R \left(\frac{d_r + e}{2} \right)}}{2 + 2 (\operatorname{tg} \psi)^2}$$

ANNEXE II

EXPRESSION DU RAPPORT γ

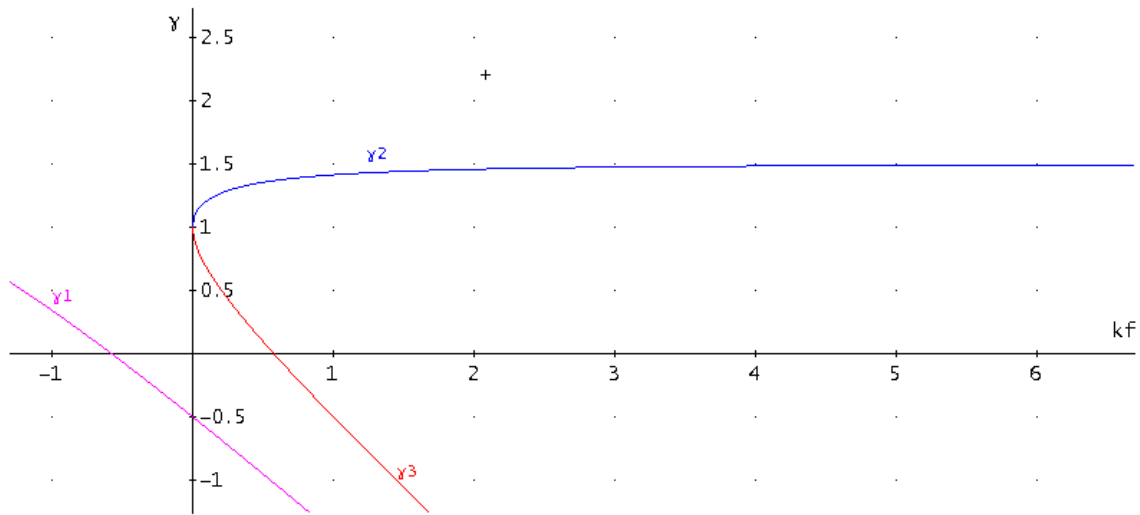
Les solutions de l'équation (2.82) : $\frac{2 + \sqrt{3 - 2\gamma}}{2\sqrt{3 - 2\gamma}} - \frac{3}{2} = \tilde{k}_1$ sont :

$$\gamma_1 = \frac{(2\tilde{k}_1 + 3) \cos\left(\frac{a \cos\left(\frac{\sqrt{6}(8\tilde{k}_1^3 + 36\tilde{k}_1^2 + 54\tilde{k}_1 - 27)}{36\sqrt{\tilde{k}_1}\sqrt{4\tilde{k}_1^2 + 18\tilde{k}_1 + 27}}\right)}{3}\right)}{3} - \frac{4\tilde{k}_1 - 3}{6}$$

$$\gamma_2 = \frac{(2\tilde{k}_1 + 3) \sin\left(\frac{\text{atg}\left(\frac{\sqrt{6}(8\tilde{k}_1^3 + 36\tilde{k}_1^2 + 54\tilde{k}_1 - 27)}{36\sqrt{\tilde{k}_1}\sqrt{4\tilde{k}_1^2 + 18\tilde{k}_1 + 27}}\right)}{3} + \frac{\pi}{3}\right)}{3} - \frac{4\tilde{k}_1 - 3}{6}$$

$$\gamma_3 = \frac{(2\tilde{k}_1 + 3) \sin\left(\frac{\text{atg}\left(\frac{\sqrt{6}(8\tilde{k}_1^3 + 36\tilde{k}_1^2 + 54\tilde{k}_1 - 27)}{36\sqrt{\tilde{k}_1}\sqrt{4\tilde{k}_1^2 + 18\tilde{k}_1 + 27}}\right)}{3}\right)}{3} - \frac{4\tilde{k}_1 - 3}{6}$$

La suivante figure montre les graphes des variations de γ_1 , γ_2 et γ_3 en fonction de \tilde{k}_1



D'après les graphes la solution dans l'intervalle $[1, 1.5]$ de l'équation $\frac{2 + \sqrt{3 - 2\gamma^3}}{2\sqrt{3 - 2\gamma}} - \frac{3}{2} = \tilde{k}_1$

est γ_2 .

ANNEXE III

ESSAI DE TRACTION

Pour montrer expérimentalement l'influence des matériaux sur les efforts de roulage, contraintes résiduelles, et puissance, on a choisi trois sortes de matériaux (Acier inoxydable 304, Acier doux, et aluminium 3003). Des essais de traction ont lieu, afin de connaître les caractéristiques mécaniques de chaque matériau.

Les essais de traction sont effectués sur des éprouvettes de dimensions suivantes :

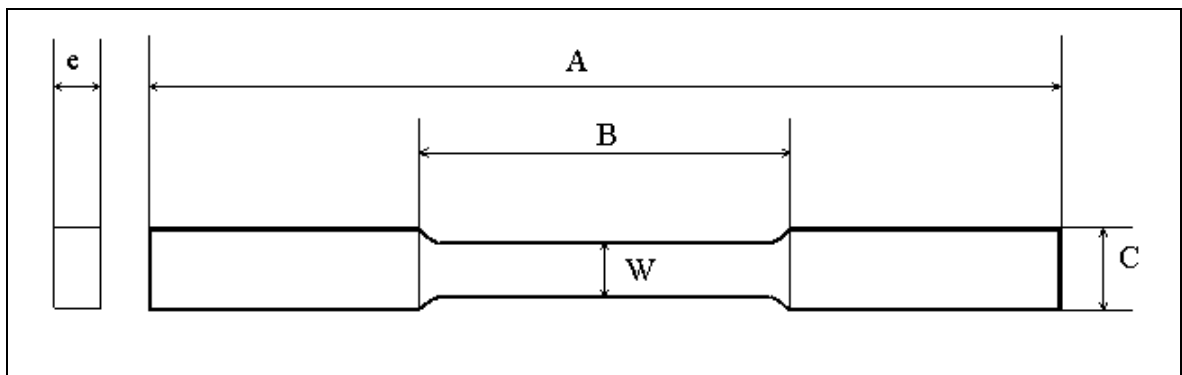


Figure : Éprouvette de traction

Les dimensions de l'éprouvette sont :

$$A = 105 \pm 1.25 \text{ mm} \quad ; \quad B = 44.5 \pm 0.1 \text{ mm}$$

$$C = 9.52 \pm 1.25 \text{ mm} \quad ; \quad W = 6.38 \pm 0.05 \text{ mm}$$

L'épaisseur : $e = 2.2 \pm 0.05 \text{ mm}$

Vitesse de traction est : $V_t = 0.025 \text{ mm/s}$

Moyen d'enregistrement : 25 points/seconde

Machine : Matériel test system

Les résultats des essais de traction sont les suivantes :

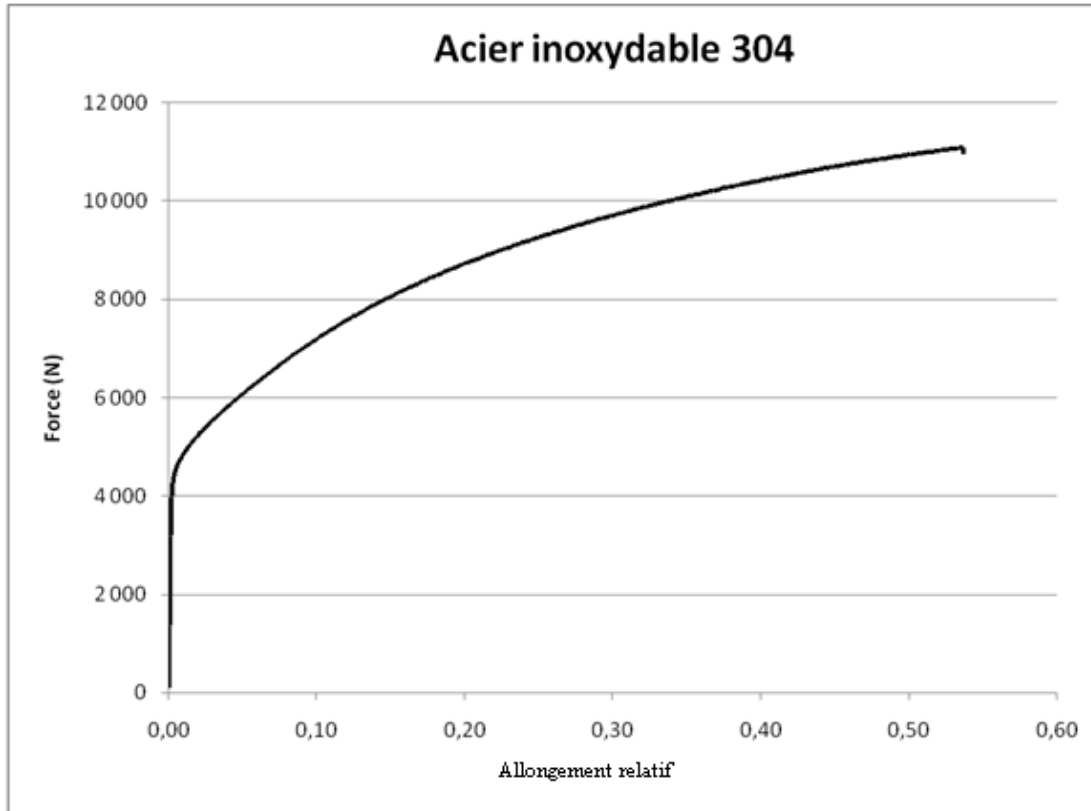


Figure : Graphe de traction pour l'acier inoxydable 304

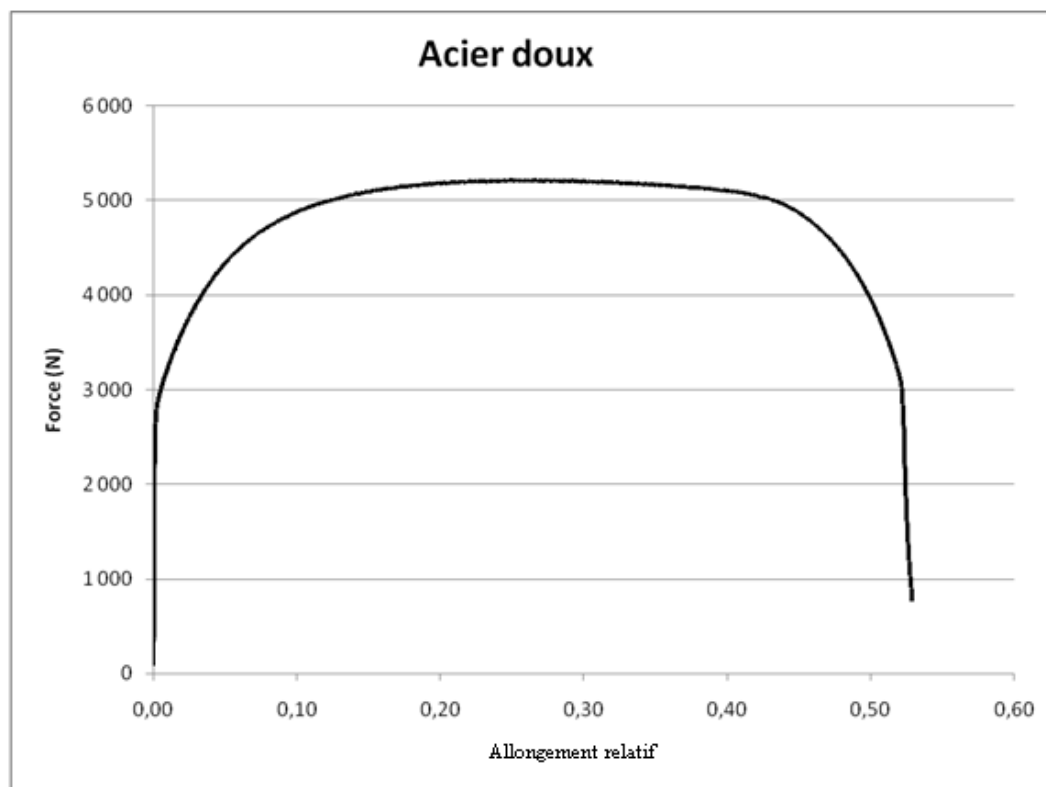


Figure : Graphe de traction pour l'acier doux

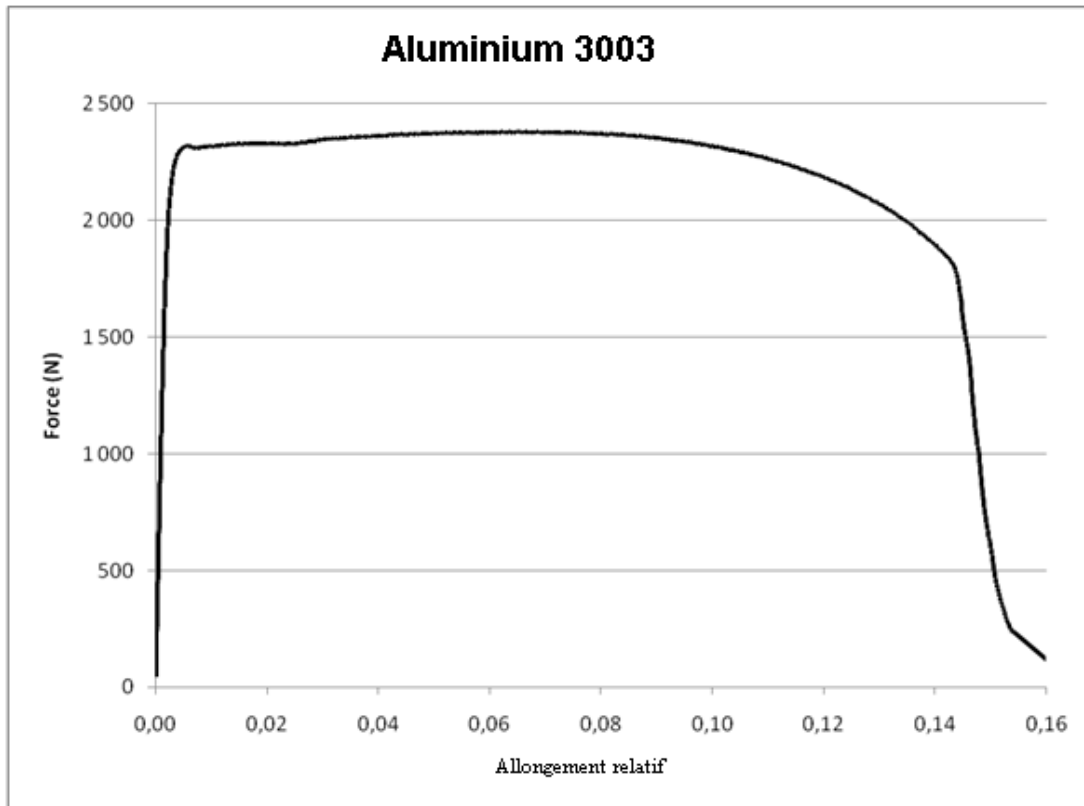


Figure : Graphe de traction pour l'aluminium 3003

ANNEXE IV

ROULAGE CYLINDRIQUE

```
clear all
format compact
close all
e=;% épaisseur de la tôle en mm
R=;% rayon moyen de cylindre en mm
L=;% longueur de cylindre (largeur utile) en mm
E=;% module de Young de la tôle en N/mm^2
mu=;% coef de Poisson de la tôle
Sy=;% contrainte à la limite élastique du matériau de la tôle en N/mm^2
dr=;% diamètre rouleaux en mm
Er=;% module de Young pour rouleaux en N/mm^2
mur=;% coef de Poisson pour rouleaux
psi=;% angle d'inclinaison du rouleau S en rad
w=;% vitesse de rotation en tr/min

%***** Position de rouleau S *****
D=2*R;% diamètre moyen de cylindre en mm
Ld=2*pi*R;% longueur développée en mm
Rex=(dr+e)/2;
delta=4*(tan(psi))^2*(R-Rex)^2+16*(1+(tan(psi))^2)*R*Rex;
xos=((2*tan(psi)*(RexR))+(delta)^0.5)/(2*(1+(tan(psi))^2));
zos=((dr+e)/2)-xos*(tan(psi));
I=e^3/12;% moment quadratique de la section par unité de longueur

%***** Calcul des efforts de roulage *****
ke=4*Sy/(E*e*(3^(0.5)));% courbure élastique maxi en mm^-1
Me=E*I*ke;% moment de flexion à la limite élastique
k1=1/R;% courbure finale (au point P1) en mm^-1
k1b=k1/ke;
gamma=((2*k1b + 3)*sin((atan((6^(0.5)*(8*k1b^3 + 36*k1b^2 + 54*k1b - 27))^(36*k1b^(0.5)*(4*k1b^2 + 18*k1b + 27)^(0.5))^(-1))/3)+(pi/3)))/3)-((4*k1b - 3)/6);
M2=((1.5)-(1/2)*(3-2*gamma))*Me;% moment de flexion maxi (au point P2)
```

```

k2=ke/(3-2*gamma)^(0.5);% courbure au point P2 en mm^1
Kp=(pi/2)*(Er/(1-mur^2));
P0=(2*M2/(dr+e))+ke^2*((E*I/2)+(Me*((1/ke)-k2.^(-1))));
D0=1-((ke^2*((E*I/2)+(Me*((1/ke)-k2.^(-1))))./P0);
A1=6*E*I*D0.*ke.*P0.*k2.^3;
A2=2*E^2*I^2*ke^3*k2.^3;
A3=2*Me^2*ke.*(k2.^3+2*ke^3-3*k2*ke^2);
A4=3*k2.*M2.*(E*I*ke^2+P0.*D0).*(k2.^2-ke^2);
Theta1=asin(2*xos/(2*R+dr+e));
Theta2=(12^(1/3)*P0*k2)/(abs((Kp^1/3)*(4*(A1+A2+A3+A4)-3*k2^3*P0^2*(dr+e)*(1+D0^2))))^(1/3);
Theta 3=D0* Theta 2 ;
q1=E*I*(k2^2-k1^2)/(2*sin(Theta 1- Theta 2));
q3=P0/(2* Theta2);
q2=((q1*sin(Theta 1)+q3*sin (Theta3))/sin (Theta2));
Q1=q1*L
Q2=q2*L
Q3=q3*L
disp(['Presser une touche pour continuer']);
pause

%***** Déflexion de la tôle *****
x1=xos-((dr+e)/2)*sin(Theta 1);
z1=zos+((dr+e)/2)*cos(Theta 1);
x2=((dr+e)/2)*sin(Theta 2);
z2=((dr+e)/2)-((dr+e)/2)*cos(Theta 2);
x3=-((dr+e)/2)*sin(Theta 3);
z3=-((dr+e)/2)+((dr+e)/2)*cos(Theta 3);
for x=x3:0.1:x2;
    Z1=[x3^3/6,x3^2/2,x3,1
        x2^3/6,x2^2/2,x2,1
        x3,1,0,0
        x2,1,0,0]\[z3;z2;0;k2];
    a1=Z1(1,1);
    b1=Z1(2,1);
    c1=Z1(3,1);
    d1=Z1(4,1);

```

```

z1x=(a1/6)*x.^3+(b1/2)*x.^2+c1*x+d1;
end
for x=x2:0.1:x1;
Z2=[x2^3/6,x2^2/2,x2,1
x1^3/6,x1^2/2,x1,1
x2,1,0,0
x1,1,0,0]\[z2;z1;k2;k1];
a2=Z2(1,1);
b2=Z2(2,1);
c2=Z2(3,1);
d2=Z2(4,1);
z2x=(a2/6)*x.^3+(b2/2)*x.^2+c2*x+d2;
end
xe=(ke-b1)/a1;

%***** moment de flexion *****
for x=x3:0.01:xe;
Mx=E*I*a1*x+E*I*b1;
end
for x=xe:0.01:x2;
Mx=(Me/2)*(3-ke^2*(a1*x+b1).^(-2));
end
for x=x2:0.1:x1;
Mx=E*I*(a2*x+b2-k2)+M2;
end

%***** distribution des contraintes résiduelles *****
seg0=Me*e/(2*I)% contrainte maximale à la limite élastique en N/mm.
amini=sqrt(3*((e/2)*(e/2)-(M2./seg0)));
n=100;
y=(-e/2:e/n:e/2)';
m=200;
rcr=(R-e/2:e/n:R+e/2)';
theta=2*pi*(0:m)/m;
Xcr=rcr*cos(theta);
Zcr=rcr*sin(theta);

```

```

ncr=size(Xcr);
jcr=ncr(1,2);
for i=1:n+1
    if abs(y(i,:))<amini;
        segma1(i,:)=(-seg0/amini)*y(i,)+(1/I)*M2*y(i,);
    else
        segma1(i,)=(seg0*(-1)*sign(y(i,:)))+(1/I)*M2*y(i,);
    end
end
segmar=-segma1*(1+zeros(1,jcr));
figure(1), hold on
pcolor(Xcr,Zcr,segmar)
shading interp
colorbar
title('Contraintes résiduelles')
xlabel('x')
ylabel('contrainte en N/mm2')
segmar_maxi=seg0-(M2*amini/I)% contrainte résiduelle maximale
sigma_C= -seg0+(M2*e/(2*I))% contrainte résiduelle à la surface
disp(['Presser une touche pour continuer'])
pause
close
%***** Puissance de roulage *****
W3e=E*I*((1/3)*a1^2*(xe^3-x3^3)+a1*b1*(xe^2-x3^2)+b1^2*(xe-x3));
We2=(M2/(4*a1))*(2*ke^2*(log(ke)-log(k2))+3*a1^2*(x2^2-xe^2)+6*a1*b1*(x2-xe));
W21=(1/3)*E*I*a2^2*(x1^3-x2^3)+(1/2)*a2*(2*E*I*b2-E*I*k2+M2)*(x1^2-x2^2)+E*I*(b2^2-k2*b2)*(x1-x2);
Wn=abs((W3e+We2+W21))*Ld*L*10^-3;% travail en joules
V=(w*pi/60)*(dr);% vitesse linéaire en mm/s
t=Ld./V;% temps de roulage en seconde
Pr=Wn./t% puissance de roulage en watt

```

ANNEXE V

ROULAGE CONIQUE

```
clear all
format compact
close all
e=;% épaisseur de la tôle en mm
rp=;% petit rayon moyen de tronc de cône en mm
rg=;% grand rayon moyen de tronc de cône en mm
h=;% hauteur de tronc de cône en mm
E=;% module de Young de la tôle en N/mm^2
mu=;% coef de Poisson de la tôle
Sy=;% contrainte à la limite élastique du matériau de la tôle en N/mm^2
dr=;% diamètre rouleaux en mm
Er=;% module de Young pour rouleaux en N/mm^2
mur=;% coef de Poisson pour rouleaux
psi=;% angle d'inclinaison du rouleau S en rad
w=;% vitesse de rotation en tr/min

%***** Position de rouleau *****
dp=2*rp;% petit diamètre de tronc de cône en mm
dg=2*rg;% grand diamètre de tronc de cône en mm
thetac=atan((rg-rp)/h)*(180/pi);% conicité de tronc de cône
m=(((h^2)+(rg-rp)^2)^0.5);
r2=(m*rg)/(rg-rp);% rayon sup de l'élément initial en mm
r1=r2-m;% rayon inf de l'élément initial en mm
phi=(360*rg)/r2;% secteur de l'élément initial
I=e^3/12;%moment quadratique de la section par unité de longueur
Ar=(rg-rp)/(r2-r1);
Br=rp;
y=0:0.1:r2-r1;
ny=size(y);
nc=ny(1,2);
R=Ar*y+Br;
Rex=(dr+e)/2;
```

```

delta=4*(tan(psi))^2*(R-Rex).^2+16*(1+(tan(psi))^2)*R*Re;
xos=((2*tan(psi)*(Re-R))+delta.^0.5)/(2*(1+(tan(psi))^2));
zos=((dr+e)/2)-xos*(tan(psi));

%***** Calcul des efforts de roulage *****
Kp=(pi/2)*(Er/(1-mur^2));% rapport de rigidité des rouleaux
ke=4*Sy/(E*e*(3^(0.5)));% courbure élastique maxi en mm^-1
Me=E*I*ke;% moment de flexion a la limite élastique
k1=1./R;% courbure finale (au point P1) en mm^-1
k1b=k1/ke;% courbure finale par unité de ke
gamma((((2*k1b + 3).*sin((atan((6^(0.5)*(8*k1b.^3 + 36*k1b.^2 + 54*k1b - 27)).*(36*k1b.^0.5).*(4*k1b.^2
+ 18*k1b + 27).^0.5).^(-1))/3 + (pi/3)))/3)-((4*k1b - 3)/6);
M2=((1.5)-(1/2)*(3-2*gamma))*Me;% moment de flexion maxi (au point P2)
k2=ke./(3-2*gamma).^0.5;% courbure au point P2 en mm^-1
P0=(2*M2/(dr+e))+ke^2*((E*I/2)+(Me*((1/ke)-k2.^(-1))));
D0=1-((ke^2*((E*I/2)+(Me*((1/ke)-k2.^(-1))))) / P0);
A1=6*E*I*D0.*ke.*P0.*k2.^3;
A2=2*E^2*I^2*ke^3*k2.^3;
A3=2*Me^2*ke.*(k2.^3+2*ke^3-3*k2*ke^2);
A4=3*k2.*M2.*(E*I*ke^2+P0.*D0).*(k2.^2-ke^2);
Theta 1=asin(2*xos./(2*R+dr+e));
Theta 2=(12^(1/3)*P0.*k2)/(abs((Kp^1/3)*(4*(A1+A2+A3+A4)*k2.^3.*P0.^2*(dr+e).*(1+D0.^2))))^(1/3);
Theta 3=D0.* Theta 2 ;
q1=E*I*(k2.^2-k1.^2)/(2*sin(Theta 1- Theta 2));
q3=0.005*q1.*sin(Theta 1- Theta 2)/sin(Theta 2- Theta 3);
q2=((q1.*cos(Theta 1)+q3.*cos(Theta 3))/cos(Theta 2));
figure(1), hold on
plot(y,q1,'r')
plot(y,q2,'r')
plot(y,q3,'r')
xlabel('y(mm)')
ylabel('qi (N/mm)')
text((r2-r1)+5,q1(1,nc),['\fontsize{10}q1'])
text((r2-r1)+5,q2(1,nc),['\fontsize{10}q2'])
text((r2-r1)+5,q3(1,nc),['\fontsize{10}q3'])
disp(['Presser une touche pour continuer']);

```

```

pause
close
ny=size(y);
ncy=ny(1,2);
int=y(1,ncy)-y(1,ncy-1);
for i=1:ncy-1
    q1int(:,i)=(q1(:,i+1)+q1(:,i))/2*int;
    q2int(:,i)=(q2(:,i+1)+q2(:,i))/2*int;
    q3int(:,i)=(q3(:,i+1)+q3(:,i))/2*int;
end
Q1=(sum((q1int')))
Q2=(sum((q2int')))
Q3=(sum((q3int')))
disp(['Presser une touche pour continuer']);
pause

%***** Déflexion de la tôle *****
x1=xos-((dr+e)/2)*sin(Theta 1);
z1=zos+((dr+e)/2)*cos(Theta 1);
x2=((dr+e)/2)*sin(Theta 2);
z2=((dr+e)/2)-((dr+e)/2)*cos(Theta 2);
x3=-((dr+e)/2)*sin(Theta 3);
z3=-((dr+e)/2)+((dr+e)/2)*cos(Theta 3);
a1=(E*I+R.*M2)./(E*I*R.*(x2-x3));
b1=-a1.*x3;
c1=(6*(z2-z3)-a1.*(x2.^3-x3.^3)-3*b1.*(x2.^2-x3.^2))./(6*(x2-x3));
d1=z2-c1.*x2-(1/6)*a1.*x2.^3-(1/2)*b1.*x2.^2;
a2=M2./(E*I.*(x2-x1));
b2=(1-R.*a2.*x1)/R;
c2=(6*(z2-z1)-a2.*(x2.^3-x1.^3)-3*b2.*(x2.^2-x1.^2))./(6*(x2-x1));
d2=z2-c2.*x2-(1/6)*a2.*x2.^3-(1/2)*b2.*x2.^2;
n=20;
for i=1:n+1;
    y11(i,:)=y;
end
for j=1:ncy;

```

```

x32(:,j)=(x3(:,j)-(x2(:,j)-x3(:,j))/n:x2(:,j))';
x21(:,j)=(x2(:,j)-(x1(:,j)-x2(:,j))/n:x1(:,j))';
end
for j=1:ncy;
    for i=1:n+1;          zx32(i,j)=(1/6)*a1(:,j)*x32(i,j)^3+(1/2)*b1(:,j)*x32(i,j)^2+c1(:,j)*x32(i,j)+d1(:,j);
zx21(i,j)=(1/6)*a2(:,j)*x21(i,j)^3+(1/2)*b2(:,j)*x21(i,j)^2+c2(:,j)*x21(i,j)+d2(:,j);
    end
end

%***** courbure de la tôle *****
for j=1:ncy;
    for i=1:n+1;
        kx32(i,j)=a1(:,j)*x32(i,j)+b1(:,j);
        kx21(i,j)=a2(:,j)*x21(i,j)+b2(:,j);
    end
end
xe=(ke-b1)./a1;
ze=(a1/6).*xe.^3+(b1/2).*xe.^2+c1.*xe+d1;

%***** moment de flexion *****
for j=1:ncy;
    x3e(:,j)=(x3(:,j)-(xe(:,j)-x3(:,j))/n:xe(:,j))';
    xe2(:,j)=(xe(:,j)-(x2(:,j)-xe(:,j))/n:x2(:,j))';
    x21(:,j)=(x2(:,j)-(x1(:,j)-x2(:,j))/n:x1(:,j))';
end
for j=1:ncy;
    for i=1:n+1;
        M3e(i,j)=(E*I*a1(:,j).*x3e(i,j)+E*I*b1(:,j));
        Me2(i,j)=((Me/2)*(3-ke^2*(a1(:,j).*xe2(i,j)+b1(:,j)).^(-2)));
        M21(i,j)=(E*I*(a2(:,j).*x21(i,j)+b2(:,j)-k2(:,j))+M2(:,j));
    end
end

%***** distribution des contraintes résiduelles *****
M2maxi=M2(1,1)% contrainte maximale a la limite élastique
seg0=Me*e/(2*I)% contrainte maximale a la limite élastique

```



```

amini=sqrt((3*e^2*seg0-12*M2)/(4*seg0));
m=200;
thetap=2*pi*(0:m)/m;
s=20;
t=(-e/2:e/s:e/2)';
for j=1:m+1
    yc(:,j)=y';
end
%contraintes résiduelles maximale
Rcim=(R-amini)';
xcim=Rcim*cos(thetap);
zcim=Rcim*sin(thetap);
for i=1:ncy
    segma3im(i,:)=seg0-(M2(:,i))*(1/I)*(amini(:,i));
end
for j=1:m+1
    segmacim(:,j)=segma3im;
end
figure(3),
surf(xcim,yc,zcim,segmacim)
shading interp
colorbar
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
axis([-rg rg 0 r2-r1 -rg rg])
disp(['Presser une touche pour continuer']);
pause
arp=amini(:,1);
contrainteR_maxi=seg0-(1/I)*M2(:,1)*arp
disp(['Presser une touche pour continuer']);
pause

%***** Puissance de roulage *****
W3e=E*I*((1/3)*a1.^2.*(xe.^3-x3.^3)+a1.*b1.*(xe.^2-x3.^2)+b1.^2.*(xe-x3));
We2=(M2./(4*a1)).*(2*ke^2*(log(ke)-log(k2))+3*a1.^2.*(x2.^2-xe.^2)+6*a1.*b1.*(x2-xe));

```

```

W21=(1/3)*E*I*a2.^2.*(x1.^3-x2.^3)+(1/2)*a2.*(2*E*I*b2-E*I*k2+M2).*(x1.^2-x2.^2)+E*I*(b2.^2-
k2.*b2).*(x1-x2);
W31=abs(W3e+We2+W21)*10^-3;
ldf=2*pi*(Ar*y+Br);
Ey=W31.*ldf;
int=y(1,ncy)-y(1,ncy-1);
for i=1:ncy-1
    elint(:,i)=(Ey(:,i+1)+Ey(:,i))/2*int;
end
Ea=sum((elint)');% Energie dissipée en joules
V=(w*pi/60)*(dr);
T=ldf(:,ncy)/V % temps de roulage en seconde
Pr=Ea/T% puissance de roulage en watt

```

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Groupe de recherche pour la fabrication de couronnes de turbine Francis <http://www.mec.etsmtl.ca/recherche/turbine/accueil.html>
2. Bouhelier. C; *Le formage des tôles fortes*, centre technique des industries mécaniques, France, (1982) : p. 101-144.
3. Couture. P; *Simulation du roulage de tôles fortes*, in *Mechanic Engineering*, 2004, École de technologie supérieure, Université du Québec: Montréal : p. 68.
4. Jun. Z, Zhaocheng. L et Henri. C; *FEM dynamic simulation and analysis of the roll-bending process for forming a conical tube*, Journal of materials processing technology, **198** (2008): p. 330-343.
5. Zhengkun. Feng, Henri. Champliand et Thien-My. Dao; *Numerical study of non-kinematical conical bending with cylindrical rolls*, Simulation Modelling Practice and Theory, **17** (2009): p. 1710-1722.
6. Yang. M et Shima. S; *Simulation of pyramid type three-roll bending process*. International Journal of Mechanical Sciences, 1988. **30(12)**: p. 877-886.
7. Hua. M, Baines. K et Cole. I.M; *Bending mechanisms, experimental techniques and preliminary tests for the continuous four-roll plate bending process*. Journal of Materials Processing Technology 2nd Asia Pacific Conference on Materials Processing, 1995. **48(1-4)**: p. 159-172.
8. Hua. M, Baines. K et Cole. I.M; *Continuous four-roll plate bending: a production process for the manufacture of single seamed tubes of large and medium diameters*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1999. **39(6)**: p. 905-935.
9. Hua. M, et al; *A formulation for determining the single-pass mechanics of the continuous four-roll thin plate bending process*. Journal of Materials Processing Technology Proceedings of the International Conference on Mechanics of Solids and Materials Engineering, 1997. **67(1-3)**: p. 189-194.
10. Hua. M, et Lin. Y.H; *Effect of strain hardening on the continuous four-roll plate edge bending process*. Journal of Materials Processing Technology, 1999. **89-90**: p. 12-18.

11. Hua. M, Sansome. D.H et Baines. K; *Mathematical modeling of the internal bending moment at the top roll contact in multi-pass four-roll thin-plate bending*. Journal of Materials Processing Technology, 1995. **52(2-4)**: p. 425-459.
12. Hua. M., et al; *Continuous four-roll plate bending process: Its bending mechanism and influential parameters*. Journal of Materials Processing Technology, 1994. **45(1-4)**: p. 181-186.
13. Lin. Y.H et Hua. M; *Influence of strain hardening on continuous plate roll-bending process*. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2000. **35**: p. 883-896.
14. Hua. M et Lin.Y.H; *Large deflection analysis of elastoplastic plate in steady continuous four-roll bending process*. International Journal of Mechanical Sciences, 1999. **41**: p. 1461-1483.
15. Tekiner. Z; *An experimental study on the examination of springback of sheet metals with several thicknesses and properties in bending dies*. Journal of Materials Processing Technology, 2004. **145(1)**: p. 109-117.
16. Tailor. V. K, Gandhl. V. H, Mollya. R. D; *Finite element analysis of deformed geometry in three-roll plate bending process*. International Manufacturing Science And Engineering Conference, 2008. **7-10**: p. 609-616.