

**ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC**

**THÈSE PRÉSENTÉE À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**

**COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DU
DOCTORAT EN GÉNIE
PH. D.**

**PAR
HENRI CHAMPLIAUD**

**ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS
DU SERTISSAGE DE CAPSULES D'ÉTANCHÉITÉ**

MONTRÉAL, LE 7 JANVIER 2000

© droits réservés de Henri Champliaud 2000

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

- **M. Ngan Van Lê, directeur et professeur**
au Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure
- **M. Anh Dung Ngô, professeur**
au Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure
- **M. Michel Galopin, professeur**
au Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure
- **M. Suong Van Hoa, professeur**
au Département de génie mécanique à l'Université Concordia

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET UN PUBLIC

LE 15 DÉCEMBRE 1999

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS DU SERTISSAGE DE CAPSULES D'ÉTANCHÉITÉ

Henri Champliaud

(Sommaire)

Des capsules métalliques, avec joint intégré, sont couramment utilisées dans l'industrie alimentaire pour assurer l'étanchéité des bouteilles de verre par sertissage. La performance de l'assemblage est mesurée par la pression de fuite.

Dans cette thèse, la simulation par éléments finis du sertissage d'une capsule sur une bouteille de verre est réalisée pour obtenir la distribution des forces exercées sur le joint en fonction de la pression interne.

La simulation du sertissage est réalisée à l'aide du logiciel de calcul par éléments finis Ansys®. L'analyse tridimensionnelle tient compte du comportement élasto-plastique de la capsule métallique, du comportement hyperélastique du joint polymère, et des phénomènes de contact entre les outillages rigides et la capsule.

Des mesures réalisées en laboratoire pour caractériser le comportement du joint en fonction de la pression de fuite ont été combinées aux résultats numériques de la simulation pour prédire la pression de fuite d'un assemblage donné.

La comparaison entre la géométrie finale de l'assemblage serti et la simulation est très acceptable. De plus la prédiction de la pression de fuite d'un assemblage est d'un accord raisonnable avec l'expérimentation.

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF CROWNING SEALING CAPS

Henri Champiaud

(Abstract)

Metal closures, with an integrated joint, are widely used in the food industry to ensure the sealing of the glass bottles by setting. The assembly performance is measured by the leakage pressure.

In this thesis, the finite element simulation of crowning a sealing cap on a glass bottle is realized. The forces exerted by the bottle on the joint are recorded in function of the internal pressure.

The simulation of the crowning operation is run with the finite element software Ansys®. The elasto-plastic behavior of the metal cap, the hyper-elastic behavior of the polymer seal and the rigid to flexible contact between the rigid tools and the cap are taken into account in this three dimensional analysis.

Several measures have been taken in laboratory in order to relate the behavior of the polymer seal with the leakage pressure. These measures are used in combination with the results of the finite element simulation for predicting the leakage pressure of a given assembly.

The visual comparison between the final geometry of the assembly and the simulation is in good accordance. In addition, the predicted leakage pressure of an assembly is also in good accordance with experiments.

REMERCIEMENTS

Tout au long du déroulement de cette étude, de nombreuses personnes ont contribué, d'une façon ou d'une autre, à sa réussite. J'aimerais tout d'abord remercier particulièrement et très sincèrement le professeur Lê Van Ngan. C'est au travers de ses encouragements continuels, de son soutien moral et financier ainsi que de sa profonde compréhension des problèmes de la mécanique des solides que j'ai pu apprécier la chance que j'ai eu de pouvoir travailler avec lui et profiter de son inestimable expérience pendant toutes ces années.

J'aimerais remercier le professeur Suong Van Hoa du département de génie mécanique de l'université Concordia pour ses commentaires pertinents à propos de la thèse.

J'aimerais également remercier les professeurs Thien My Dao, Anh Dung Ngo et Michel Galopin du département de génie mécanique de l'ÉTS pour le support et la confiance qu'ils m'ont toujours accordé. Je remercie également le professeur François Trochu de l'École Polytechnique de Montréal pour son aide et ses précieux conseils.

Je voudrais aussi remercier Diego Montagudo de ZapatA[®] pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté, et mon ami Guy Arnaud de DBM pour ses conseils précis avec Pro-engineer[®].

Je tiens également remercier tout le personnel du département de génie mécanique, l'ensemble des professeurs, les techniciens André Côté, Réjean Tétrault, Stéphane Hébert, pour leur aide dans la fabrication des pièces nécessaires aux expériences, Michèle Lalonde et Patrick Sheridan, pour le soutien informatique, et le personnel de secrétariat, Sylvie Bélisle, France Péloquin, Louise Charron et Claudine Talbot. Je veux aussi remercier Georges Tremblay, du service audiovisuel, pour les excellentes photographies réalisées pendant les expériences.

Tout au long de mes études j'ai eu la chance de cotoyer de nombreux étudiants de l'École de Technologie Supérieure, soient comme collègues, soient comme élèves, qui m'ont encouragé dans mon travail. A tous un grand merci.

Au cours de cette thèse j'ai pu bénéficier, à différents moments, de l'aide financière de l'École de Technologie Supérieure par l'intermédiaire de ses responsables, Robert L. Papineau, directeur général, Sinh Le Quoc, directeur de l'enseignement et de la recherche, et Christian Lardinois, doyen des études supérieures. Que tous soient remerciés pour leur aide grandement appréciée, et à travers eux tout le personnel de l'École de Technologie Supérieure.

Je voudrais remercier également toute ma famille, mes chers parents, mes frères et mes sœurs qui, malgré l'éloignement, m'ont toujours encouragé, en particulier dans les moments difficiles.

Finalement je veux remercier tout particulièrement mes enfants Greta et Thomas, et ma conjointe Florence, qui ont dû composer avec mes interminables absences. Que leur amour et leur patience, durement éprouvés, soient remerciés encore ici.

Henri Champlaud



TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE.....	i
ABSTRACT	ii
REMERCIEMENTS	iii
TABLE DES MATIÈRES.....	vi
LISTE DES FIGURES	x
LISTE DES SYMBOLES	xv
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1: ASSEMBLAGE CAPSULE-BOUTEILLE.....	3
1.1 Étanchéité d'un assemblage capsule-bouteille	3
1.2 Fabrication et sertissage d'une capsule.....	6
1.3 Observations techniques.....	7
1.4 Analyse préliminaire	9
CHAPITRE 2: POSITION DU PROBLÈME	11
2.1 Méthodes d'analyse	11
2.2 Formulation	14
2.3 Contacts et friction	16
2.4 Étanchéité	17
2.5 Méthodologie	18
CHAPITRE 3: FORMULATIONS POUR LA SIMULATION NUMÉRIQUE	22
3.1 Équations d'équilibre et principe des travaux virtuels.....	22

3.2	Forme incrémentale et lagrangien réactualisé.....	24
3.3	Équations constitutives.....	30
3.4	Matériau hyperélastique.....	37
3.5	Formulation des contacts.....	44
3.6	Discrétisation.....	47
3.6.1	Formulation.....	47
3.6.2	Élément solide: capsule.....	49
3.6.3	Élément hyperélastique: joint.....	52
3.6.4	Éléments de contact.....	55
3.7	Méthode de résolution.....	57
CHAPITRE 4: SIMULATION PAR ÉLÉMENTS FINIS.....		62
4.1	Description géométrique.....	63
4.1.1	Génération dans Pro-Engineer®.....	65
4.1.2	Importation des volumes dans Ansys®.....	75
4.2	Programmation dans Ansys®.....	79
4.2.1	Maillage par morceaux du modèle solide.....	79
4.2.2	Paramètres du maillage.....	90
4.2.3	Chargement.....	101
4.2.4	Options de résolution.....	105
4.3	Programme et macros.....	107
CHAPITRE 5: RÉSULTATS NUMÉRIQUES DES SIMULATIONS.....		110
5.1	Modélisation axisymétrique du test de compression.....	110
5.2	Modélisation axisymétrique de l'écrasement du joint.....	115
5.2.1	Écrasement du joint sur une surface plane.....	115
5.2.2	Écrasement du joint sur le goulot d'une bouteille.....	119
5.3	Modélisation tridimensionnelle du sertissage d'une capsule sur une bouteille à goulot classique.....	123

CHAPITRE 6: EXPÉRIMENTATION.....	137
6.1 Tests et montages	137
6.2 Résultats pratiques et modèles	142
6.3 Mesure expérimentale de la pression de fuite	147
CHAPITRE 7: ANALYSE ET DISCUSSION	151
7.1 Résultats comparés des analyses axisymétriques.....	151
7.2 Résultats comparés de l'analyse tridimensionnelle.....	154
7.3 Prédiction de la pression de fuite	157
7.4 Discussion	160
CONCLUSION	161
RECOMMANDATIONS	164
RÉFÉRENCES	166
ANNEXE A: Fichiers de simulation sur Ansys®	
A.1: Fichier des paramètres de maillage tridimensionnel <i>Cmaill.log</i>	173
A.2: Fichier de maillage de l'ondulation <i>Capnez_elem.log</i>	175
A.3: Fichier de résolution global <i>Pf_caps.log</i>	181
A.4 Fichier du test de compression <i>epransys.log</i>	214
A.5 Fichier des paramètres de maillage axisymétrique <i>Cmail2D.log</i>	217
A.6 Fichier pour la simulation axisymétrique <i>Capaxis.log</i>	219
ANNEXE B: Macros utilisées dans Ansys®	
B.1 Macro de descente du plongeur <i>descplgr.mac</i>	230
B.2 Macro de descente de la gorge de sertissage <i>descsert.mac</i>	232
B.3 Macro de remontée de la gorge de sertissage <i>remosert.mac</i>	234
B.4 Macro de remontée du plongeur <i>remoplgr.mac</i>	236
B.5 Macro d'application de la pression interne <i>applpint.mac</i>	238
B.6 Macro de calcul de la force appliquée sur le joint en fonction du déplacement vertical <i>fdjy.mac</i>	240

B.7 Macro de calcul de la force appliquée sur le joint en fonction de la pression interne <i>pajy.mac</i>	242
B.8 Macro d'affichage par pas des résultats graphiques <i>afr.mac</i>	244
B.9 Macro de calcul des contraintes sur l'éprouvette <i>sejy.mac</i>	246
ANNEXE C: Programmes dans l'environnement MatLab®	
C.1 Programme <i>MooneyRivlin2.m</i>	249
C.2 Programme <i>PoissonNewton.m</i>	251
C.3 Programme <i>EprAnsys.m</i>	252
C.4 Programme de régression linéaire <i>Rlh.m</i>	255
C.5 Programme de régression quadratique <i>Rqh.m</i>	257
ANNEXE D: MTS®: Material Test System	
D.1 Vue d'ensemble de la machine de test MTS®	260
D.2 Vue des mâchoires de la machine de test MTS®	261

LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1.1	Vue en coupe d'un assemblage capsule-bouteille	4
Figure 1.2	Pression de fuite p_f d'un assemblage	5
Figure 1.3	Opération d'emboutissage d'une capsule.....	6
Figure 1.4	Sertissage d'une capsule	7
Figure 2.1	Structure du programme de calcul de la distribution des forces de contact sur le joint	19
Figure 3.1	Solide dans une configuration déformée.....	23
Figure 3.2	Configuration de référence et configuration actuelle.....	25
Figure 3.3	Configurations du corps déformé pour la forme incrémentale	28
Figure 3.4	Comportement d'un matériau hyperélastique et d'un matériau élastoplastique sous charge	38
Figure 3.5	Essai de compression uniaxial	40
Figure 3.6	Forces d'interaction de deux corps en contact	45
Figure 3.7	Loi de friction de Coulomb	46
Figure 3.8	Élément axisymétrique à 4 nœuds <i>plane42</i> de Ansys®	50
Figure 3.9	Élément structural isoparamétrique à 8 nœuds <i>solid45</i>	51
Figure 3.10	Paires d'éléments de contact	57
Figure 3.11	Processus itératif de Newton-Raphson.....	59
Figure 3.12	Calcul de la contrainte élastoplastique	61
Figure 4.1	Géométrie globale de la capsule après l'étape d'emboutissage	64
Figure 4.2	Ondulations de la jupe de la capsule	65
Figure 4.3	Plan radial de symétrie d'une ondulation.....	67
Figure 4.4	Goulot axisymétrique d'une bouteille classique	67

Figure 4.5	Section de base de la coupelle de la capsule	68
Figure 4.6	Sections droites de l'ondulation pour le lissage	69
Figure 4.7	Protrusion générée lors du lissage doux des sections droites.....	70
Figure 4.8	Secteur de capsule de 360/42°	71
Figure 4.9	Géométrie du contour du joint	72
Figure 4.10	Découpe du contour supérieur du joint	72
Figure 4.11	Joint de type OS (secteur 1/42 ^{ème}).....	73
Figure 4.12	Outillages de sertissage, capsule et bouteille à goulot classique.....	75
Figure 4.14	Syntaxe du module d'importation des fichiers IGES pour Ansys®	78
Figure 4.15	Maillage grossier avec tétraèdres à 10 nœuds dans Ansys®: 8173 éléments et 13910 nœuds	80
Figure 4.16	Élément structural tridimensionnel isoparamétrique à 8 nœuds	81
Figure 4.17	Divisions du joint en 16 sous volumes.....	82
Figure 4.18	Divisions de la capsule en 14 sous-volumes	83
Figure 4.19	Création d'un volume régulier pour l'ondulation	84
Figure 4.20	Maillage de la capsule avec des éléments de brique à 8 nœuds: 1130 éléments et 1501 nœuds.....	87
Figure 4.21	Élément pyramide à base rectangulaire de transition de brique à 8 nœuds à tétraèdre	88
Figure 4.22	Surfaces de contact du joint et de la capsule appairées avec la bouteille...	89
Figure 4.23	Surfaces de contact de la capsule appairées avec le plongeur et la gorge de sertissage.....	90
Figure 4.24	Approximation de l'acier ductile par un comportement élastique bi- linéaire	91
Figure 4.25	Écrouissage cinématique bilinéaire.....	92
Figure 4.26	Moulage de l'éprouvette sous pression	94
Figure 4.27	Résultat de la régression linéaire.....	95
Figure 4.28	Relation contrainte-déformation pour le composé du joint.....	96
Figure 4.29	Détermination du coefficient de Poisson par lissage	99

Figure 4.30	Procédure d'imposition des conditions de symétrie.....	102
Figure 4.31	Déplacements bloqués sur la capsule et le joint en accord avec les conditions de symétrie (vue de dessus).....	102
Figure 4.32	Maillage des ressorts mous entre la capsule et la bouteille.....	106
Figure 5.1	Dimensions de l'éprouvette du matériau du joint	111
Figure 5.2	Maillage et conditions frontières de l'éprouvette de compression.....	112
Figure 5.3	Distribution des contraintes vraies de compression dans l'éprouvette, longueur finale 9.1 mm (longueur initiale 13.9 mm, diamètre initial 25,1 mm).....	113
Figure 5.4	Comparaison des résultats pratiques obtenus sur la MTS avec la simulation numérique sur Ansys®	114
Figure 5.5	Modélisation axisymétrique de la capsule sur une surface plane.....	116
Figure 5.6	Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.05 mm.....	117
Figure 5.7	Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.15 mm.....	117
Figure 5.8	Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.30 mm.....	118
Figure 5.9	Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.40 Mm	118
Figure 5.10	Modélisation axisymétrique de la capsule sur une bouteille classique	120
Figure 5.11	Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.05 mm.....	121
Figure 5.12	Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.2 mm.....	121
Figure 5.13	Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.35 mm.....	122
Figure 5.14	Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.55 mm.....	122
Figure 5.15	Modélisation tridimensionnelle de la capsule sur une bouteille classique, secteur 1/42 ^{ème}	124
Figure 5.16	Déformée: descente du plongeur, 0.05 mm	127
Figure 5.17	Déformée: descente du plongeur, 0.30 mm	127
Figure 5.18	Déformée: descente du plongeur, 0.60 mm	128
Figure 5.19	Déformée: contact initial du sertisseur avec la capsule	128
Figure 5.20	Déformée: descente du sertisseur, 1.5 mm.....	129

Figure 5.21	Déformée: descente du sertisseur, 2.5 mm.....	129
Figure 5.22	Déformée: descente du sertisseur, 4.0 mm.....	130
Figure 5.23	Déformée: descente du sertisseur, 5.5 mm.....	130
Figure 5.24	Déformée: descente du sertisseur, 8.1 mm.....	131
Figure 5.25	Déformée: remontée du sertisseur, 3.1 mm	131
Figure 5.26	Déformée: remontée totale du sertisseur.....	132
Figure 5.27	Déformée: remontée totale du plongeur : capsule sertie	132
Figure 5.28	Déformée: application d'une pression , 0.5 MPa.....	133
Figure 5.29	Déformée: application de la pression, 1.1 MPa	133
Figure 5.30	Déformée: application de la pression, 1.4 MPa	134
Figure 6.1	Schéma d'1/42 ^{ème} du test de compression sur une surface plane.....	137
Figure 6.2	Schéma d'1/42 ^{ème} du test de compression sur une bouteille.....	138
Figure 6.3	Test de fuite sur une surface plane	139
Figure 6.4	Courbe de calibration du serre-joint du test de fuite	140
Figure 6.5	Montage pour le test de fuite sur le goulot d'une bouteille.....	140
Figure 6.6	Capsule avec secteur ôté	141
Figure 6.7	Largeur de contact d'un joint écrasé sur une surface plane	142
Figure 6.8	Joint écrasé sur une surface plane de verre	142
Figure 6.9	Joint écrasé sur une bouteille classique.....	143
Figure 6.10	Joint sur une surface plane de verre: pression de fuite en fonction de la force appliquée sur la capsule	144
Figure 6.11	Joint sur une bouteille classique: pression de fuite en fonction de la force appliquée sur la capsule	144
Figure 6.12	Équilibre de la capsule au moment de la fuite	145
Figure 6.13	Largeur de contact du joint sur une surface plane.....	146
Figure 6.14	Tête de sertissage du département de contrôle.....	148
Figure 6.15	Capsule sertie sur une bouteille à goulot classique	148
Figure 6.16	Machine de test de fuite de la compagnie Zapata®	149
Figure 7.1	Surface plane: force exercée sur le joint	152

Figure 7.2	bouteille classique: force exercée sur le joint	152
Figure 7.3	largeur de contact sur une surface plane	154
Figure 7.4	Force exercée sur le joint modélisation tridimensionnelle.....	155
Figure 7.5:	Comparaison de la géométrie déformée, coupe entre ondulations.....	156
Figure 7.6:	Comparaison de la géométrie déformée, coupe sur ondulation	156
Figure 7.7:	Distribution des contraintes équivalentes dans la capsule sertie.....	157
Figure 7.8	Prédiction de la pression de fuite	158
Figure 7.9	Variation de la pression de fuite en fonction de la limite élastique de la tôle de la capsule.....	159

LISTE DES SYMBOLES

Identificateurs latins

A_0, A	aire de la section initiale, actuelle
B, B_L	matrices des relations linéaires déplacements-déformations
B_{NL}, \tilde{B}_{NL}	matrices des relations non-linéaires déplacements-déformations
c_{ij}	constante de Mooney-Rivlin pour le modèle général
C_1, C_2	constante de Mooney-Rivlin pour le modèle simplifié à 2 constantes
$[C], C_{ij}$	tenseur droit des déformations de Cauchy-Green
$[C^{cp}], C^{cp}_{ijkl}$	tenseur des caractéristiques élasto-plastiques du matériau
$[C^e], C^e_{ijkl}$	contribution élastique à C^{cp}_{ijkl}
$[C^p], C^p_{ijkl}$	contribution plastique à C^{cp}_{ijkl}
C^{uu}_{klrs}	matrice du comportement du matériau élastoplastique
d_{ij}	tenseur taux de déformation
d_t	distance entre le point I et l'outillage de formage
D_0, D, D_i	diamètre initial, diamètre actuel, diamètre mesuré
$[D], D_{ijkl}$	matrice de comportement élasto-plastique en grandes déformations
E	module d'élasticité
E_T	module tangent
$[E], E_U$	tenseur des déformations de Green-Lagrange
δE_U	variation arbitraire de $[E]$
δE^{Δ}_U	variation arbitraire de $[E]$ à $t+\Delta t$
$\{f\}, f_i$	vecteur des forces de volume
Δf_i	incrément des forces de volume
f^U	force de contact exercée par le corps J sur le corps I
F^u	force extérieure appliquée
F^c, f_i^c	force de contact, composante de la force de contact

F_u^{nd}	force ressentie aux degrés de liberté en déplacement des éléments hyperélastiques
F_p^{nd}	force ressentie aux degrés de liberté en pression des éléments hyperélastiques
FKN	constante de rigidité normale
FTOLN	constante de pénétration
$[F]$, F_{ij}	tenseur gradient de la transformation
g	distance minimale entre deux points
h	épaisseur d'un élément
h_i	fonction d'interpolation
H	pente de σ_y en fonction de la déformation plastique ε^p
H_p	matrice des fonctions d'interpolation en pression
I_1, I_2, I_3	invariants des contraintes de Cauchy
$\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$	invariants du tenseur déviatorique des contraintes de Cauchy
J	jacobien de $[F]$
J_1, J_2, J_3	invariants de déformation
$\bar{J}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3$	invariants réduits de déformation
K^{uu}	matrice de rigidité en déplacement (hyperélasticité)
K^{up}	matrice de rigidité de couplage déplacement-pression (hyperélasticité)
K^{pp}	matrice de rigidité en pression (hyperélasticité)
K_L, K_{NL}	matrice de rigidité linéaire, non-linéaire
L_0, L, L_i	longueur initiale, longueur actuelle, longueur mesurée
ΔL	variation de longueur
m	constante caractéristique d'un joint d'étanchéité
$\{n\}$, \mathbf{n} , n_i	normale à une surface
nm	nombre de mesures
N	force normale
N_b	nombre de corps en contact
NN	nombre de nœuds
P	pression interpolée à partir des degré de liberté en pression
\bar{p}	pression interpolée à partir des déplacements uniquement
\hat{p}	vecteur des degrés de liberté p_i

p_f	pression de fuite d'un assemblage
p_i	degré de liberté en pression
p_{int}	pression interne
Δp	incrément de pression
Q	augmentation d'énergie due à la contrainte sur le volume
r, s, t	variables paramétriques pour l'interpolation dans les éléments
R^2	coefficient de détermination
s	tangente à une surface
s_{ij}	tenseur des contraintes déviatoriques de σ_{ij}
S, dS	surface du volume déformé, variation infinitésimale de S
S_c	surface d'application des forces de contact
S_{t_0}	surface d'application des tractions de surface en configuration initiale
S_t	surface d'application des tractions de surface en configuration actuelle
S_u	surface où les déplacements sont imposés
$[S], S_U$	second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff
ΔS_U	incrément de $[S]$
\dot{S}_{ij}	dérivée objective du second tenseur de Piola-Kirchhoff
\dot{S}_{ij}	dérivée matérielle du second tenseur de Piola-Kirchhoff
$\overset{\vee}{S}$	dérivée de Jauman du second tenseur de Piola-Kirchhoff
t_0, t	temps de référence, temps actuel
Δt	incrément de temps
$\{t^0\}, t_i^0$	traction de surface dans la configuration initiale
Δt_i^0	incrément de traction de surface
$\{t\}, t_i$	traction de surface dans la configuration actuelle
$[T], T_{Ki}$	premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff
u	vecteur des déplacements nodaux
u_i^j	déplacement selon la direction i du nœud j
$\{u\}, u_i$	vecteur des déplacements
δu_i	variation arbitraire du vecteur déplacement u_i

Δu_i	incrément de déplacement
u_i^{cf}	déplacements imposés sur S_u
$u_{i,j}$	gradient du vecteur déplacement $\{u\}$
$\dot{u}_{i,j}$	dérivée matérielle du gradient du vecteur déplacement $\{u\}$
U	vecteur global des degrés de liberté
V_0	volume initial
V, dV	volume déformé, variation infinitésimale V du volume
x^I	coordonnées du point de contact du corps I
$\{x^0\}, x_i^0$	vecteur des coordonnées initiales
$\{x\}, x_i$	vecteur des coordonnées actuelles
W	fonction d'énergie potentielle de déformation
\overline{W}	énergie potentielle fonction des des déplacements uniquement
W_b	poids du corps
W^p, dW^p	travail plastique par unité de volume, variation infinitésimale de W^p

Identificateurs grecs

α_i	changement de variable pour les tests expérimentaux
β	changement de variable pour les tests expérimentaux
$\overline{\beta}$	moyenne des β_i
γ	composante normale de la force de contact
δ_{ij}	delta de Kronecker
Γ	fonction du critère d'écoulement
ε_{ij}	tenseur de déformation
$\varepsilon_{ij}^e, \varepsilon_{ij}^p$	tenseur de déformation élastique, plastique
$(\varepsilon_L)_a, (\varepsilon_L)_r$	déformation logarithmique axiale, radiale
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	déformations infinitésimales
ε^σ	déformation de tentative
κ	valeur caractéristique du matériau dépendant de la contrainte d'écoulement actuelle
κ_v	module de variation de volume
λ	facteur de proportionnalité dans le calcul de l'incrément de déformation plastique

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	élongations principales
μ	coefficient de friction
ν	coefficient de Poisson
ρ_0	masse volumique initiale
ρ	masse volumique du volume déformé
$\bar{\sigma}$	contrainte équivalente de von Mises
σ_c	contrainte de contact sur le joint
σ_x	contrainte pour une déformation infinitésimale
σ_{g_i}	contrainte calculée sur la base de la géométrie initiale
σ_h	contrainte hydrostatique
σ^r	contrainte de tentative
σ_y	contrainte d'écoulement
$[\sigma], \sigma_{ij}$	tenseur des contraintes vraies de Cauchy
$\dot{\sigma}_{ij}$	dérivée matérielle du tenseur des contraintes vraies σ_{ij}
φ	composante tangentielle de la force de contact
ω_{ij}	tenseur taux de rotation

INTRODUCTION

L'étanchéité des bouteilles en verre, est assurée par des capsules serties écrasant un joint élastomère sur le goulot. La pression interne maximum retenue par un assemblage capsule-bouteille est l'indice permettant d'évaluer son étanchéité au cours du temps. Malgré un soin constant dans l'amélioration et dans le contrôle des procédés de fabrication, la fiabilité de l'étanchéité d'une bouteille capsulée reste un problème industriel permanent.

Ce projet de recherche est motivé par plusieurs raisons. Une grande partie du processus de fabrication repose sur l'expérience acquise (Roque et Button [1]). Toute modification dans une étape de fabrication a des conséquences difficilement prévisibles sur l'assemblage final, or dans un contexte industriel, la commercialisation compétitive d'un produit passe par une bonne maîtrise de ses moyens de fabrication. Il est donc essentiel de bien comprendre l'influence des différentes étapes de fabrication sur l'assemblage final. De nombreuses études théoriques se sont intéressées à des problèmes pertinents à l'étude de l'assemblage capsule-bouteille, comme par exemple l'analyse par éléments finis du formage du métal en feuille, ou encore l'analyse de l'étanchéité d'assemblages boulonnés. Cependant la littérature fait peu état d'études analysant le formage comme facteur essentiel de l'étanchéité d'un assemblage.

L'étude présentée ici a pour but d'analyser l'influence, sur l'étanchéité de l'assemblage capsule-bouteille, de différents paramètres relatifs aux procédés de fabrication et de capsulage, comme la forme de la capsule, ou la précharge initiale sur le joint. L'analyse théorique de toutes les étapes, de l'emboutissage initial de la capsule jusqu'au capsulage final et au suivi de l'étanchéité dans le temps, nécessite la combinaison de plusieurs notions à comportement non-linéaire: les grands déplacements de la tôle formée,

l'élastoplasticité du matériau, le contact avec frottement entre les outillages de formage et la tôle, et la viscoélasticité du joint d'étanchéité.

Le but du projet se résume à la construction d'une procédure d'analyse par éléments finis qui répond à un besoin industriel, c'est à dire prédire la pression de fuite d'un assemblage capsule bouteille, et qui apporte un supplément d'informations sur l'étude d'un cas particulier concret, c'est à dire l'étanchéité d'un assemblage en fonction d'une opération de formage.

Pour comprendre le contexte du projet, il est d'abord expliqué dans le chapitre 1 la relation entre les efforts de contact sur le joint de la capsule et la pression de retenue d'un assemblage. Ensuite les différentes étapes de fabrication et de sertissage d'une capsule sont présentées pour pouvoir illustrer les difficultés de la modélisation. Le chapitre 2 est consacré à la revue de la littérature reliée aux différents domaines touchés par la modélisation du sertissage d'une capsule sur une bouteille classique. Le chapitre 3 présente les formulations mathématiques nécessaires à la résolution du processus de sertissage par éléments finis. Dans le chapitre 4 on retrouvera la description de toutes les étapes utiles à la discrétisation du problème pour en faire l'analyse numérique. Le chapitre 5 présente le résultat des simulations par éléments finis dans le cas axisymétrique, et dans le cas tridimensionnel. Dans le chapitre 6 les tests expérimentaux de compression de capsule, et de mesure de fuite sont présentés. Finalement dans le chapitre 7, après avoir établi des comparaisons entre les simulations numériques et les mesures expérimentales, il est montré comment la pression de fuite d'un assemblage donné peut être évaluée.

Après la conclusion, où la méthodologie globale de l'analyse du sertissage des capsules pour la recherche de la pression de fuite est résumée, suivra une série de recommandations susceptibles d'approfondir la maîtrise d'un procédé complexe qui reste marginal dans la littérature scientifique.

CHAPITRE 1

ASSEMBLAGE CAPSULE-BOUTEILLE

Des capsules métalliques, avec joint intégré, sont couramment utilisées dans l'industrie alimentaire pour assurer l'étanchéité des bouteilles de verre. La réussite de l'assemblage capsule-bouteille tient au choix pertinent des paramètres liés aux procédés de fabrication et de capsulage. Les différents paramètres intervenant dans ces procédés ont une influence sur l'étanchéité de l'assemblage qui n'est pas déterminée de façon précise. La présentation de ce qui implique l'étanchéité est suivie de la description sommaire des procédés de fabrication et d'assemblage d'une capsule. Les observations techniques relatives aux procédés d'emboutissage et de sertissage ainsi que de la tenue du joint sont discutées par la suite. Les objectifs de l'étude font l'objet de la dernière section.

1.1 Étanchéité d'un assemblage capsule-bouteille

La figure 1.1 illustre schématiquement un assemblage capsule-bouteille. Pour l'industrie de fabrication de la bière, le but de l'assemblage est principalement d'empêcher la chute de la pression interne pour conserver les qualités gustatives de la boisson.

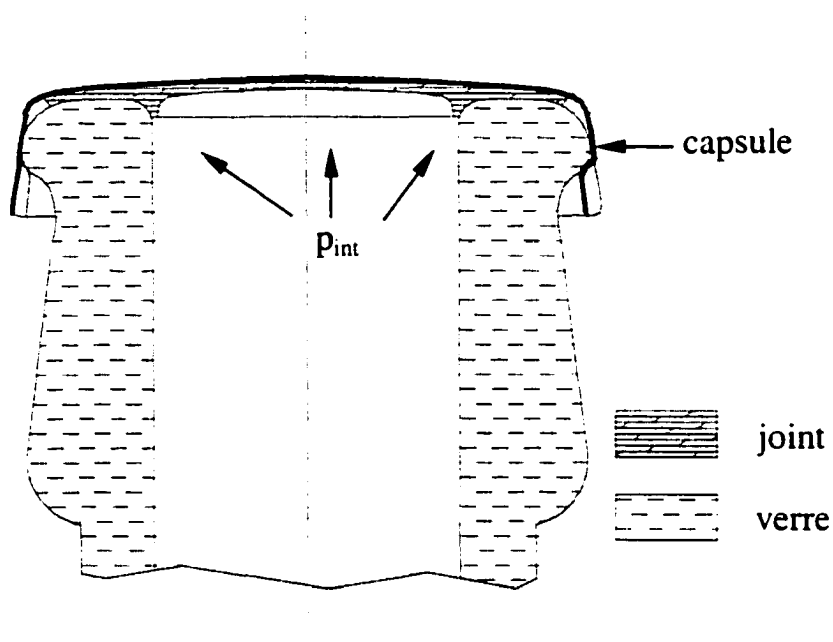


Figure 1.1 Vue en coupe d'un assemblage capsule-bouteille

La distribution de contraintes de contact sur l'embouchure de la bouteille est directement reliée à l'effort d'écrasement du joint assuré par la capsule. Or, d'après le code ASME [2] (voir aussi Bazergui *et al* [3]), la constante caractéristique m d'un joint d'étanchéité est le rapport de la contrainte de contact σ_c sur la pression de fuite p_f :

$$\left(m = \frac{\sigma_c}{p_f} \right)_{ASME} \quad (1-1)$$

Si à partir d'expérimentations, le facteur m est évalué, et si la distribution des contraintes de contact d'un assemblage est déterminée en fonction de la pression interne, alors il est possible de prédire la pression de fuite de cet assemblage. Supposons par exemple une situation en une dimension, où la contrainte de contact est déterminée en fonction de la pression interne par une méthode quelconque: $\sigma_c^{cal} = \sigma_c^{cal}(p_{int})$. Il est clair qu'il y aura fuite lorsque la contrainte calculée sera égale au produit du facteur m et de la pression interne p_{int} . La figure 1.2 montre que la pression de fuite p_f cherchée est l'abscisse de l'intersection de la contrainte de contact calculée σ_c^{cal} avec la droite $(\sigma_c = m \cdot p_{int})_{ASME}$. Notez que la figure

1.2 est une illustration schématique et ne représente pas un cas réel. Dans le cas d'une analyse par éléments finis, la contrainte de contact σ_c à l'interface joint-bouteille est calculée à partir des forces exercées sur les nœuds pour chaque incrément de pression interne: $\sigma_c^{\text{cal}} = \sigma_c(p_{\text{int}})$.

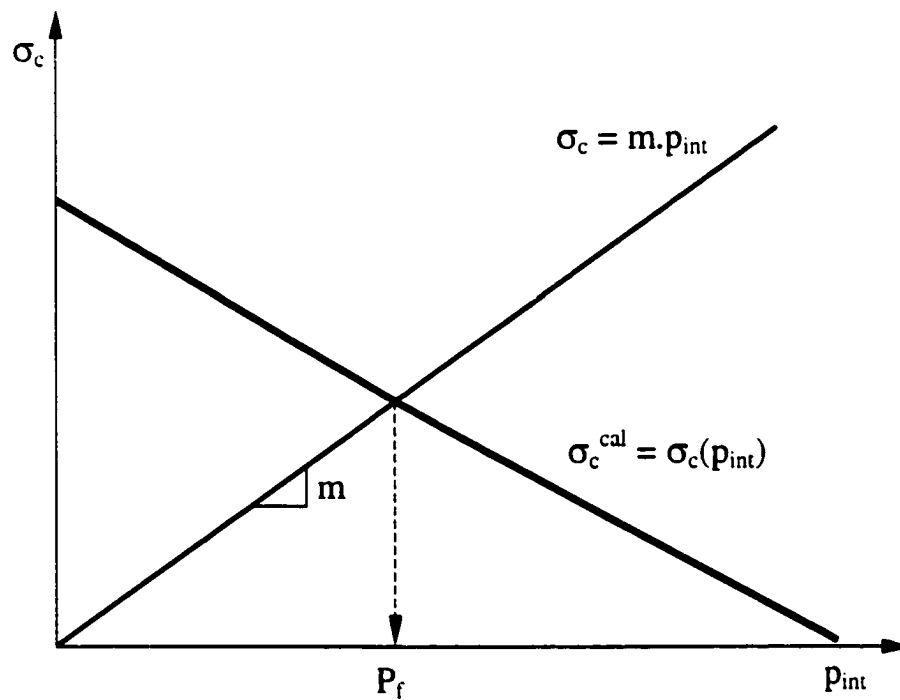


Figure 1.2 Pression de fuite p_f d'un assemblage

Pour bien cerner l'influence des différents paramètres qui affectent la distribution des contraintes de contact, il est nécessaire d'entreprendre une étude systématique des étapes de fabrication et de capsulage [Lê, 4]. La section suivante décrit brièvement les opérations de fabrication et de capsulage.

1.2 Fabrication et sertissage d'une capsule

La capsule est découpée et emboutie dans une tôle plane d'acier de 0.25 mm d'épaisseur et 40 mm de diamètre environ. La figure 1.3 montre les outils de formage, le poinçon et la matrice, ainsi que la tôle emboutie.

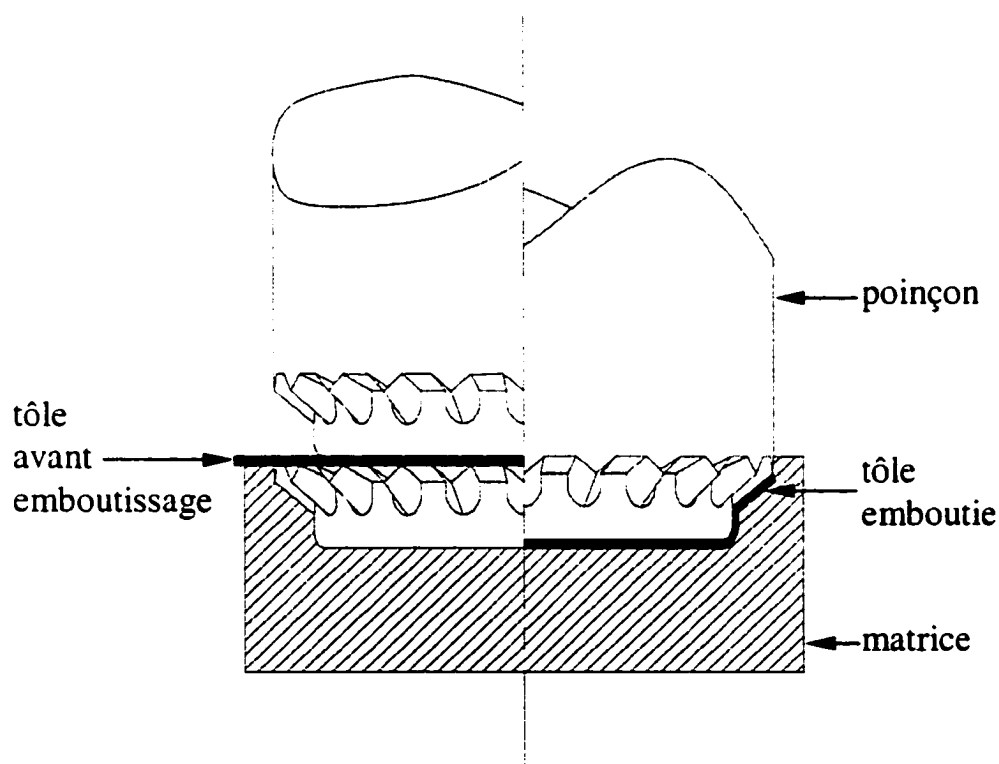


Figure 1.3 Opération d'emboutissage d'une capsule

L'étape suivante consiste à mouler sous pression un joint d'étanchéité sur la face intérieure de la capsule. La dernière étape est le sertissage de la capsule sur la bouteille. La forme emboutie est pressée sur le sommet de la bouteille par le plongeur, jusqu'à une pression limite. Puis la gorge de sertissage vient rabattre la couronne (ou jupe) de la capsule sur la périphérie du goulot. Lorsque la course de la gorge de sertissage est complétée, l'ensemble plongeur-gorge de sertissage remonte pour libérer la bouteille. Toute l'opération se réalise à la température ambiante, et il n'y a pas de pression interne au moment du capsulage. La figure 1.4 illustre l'opération de sertissage.

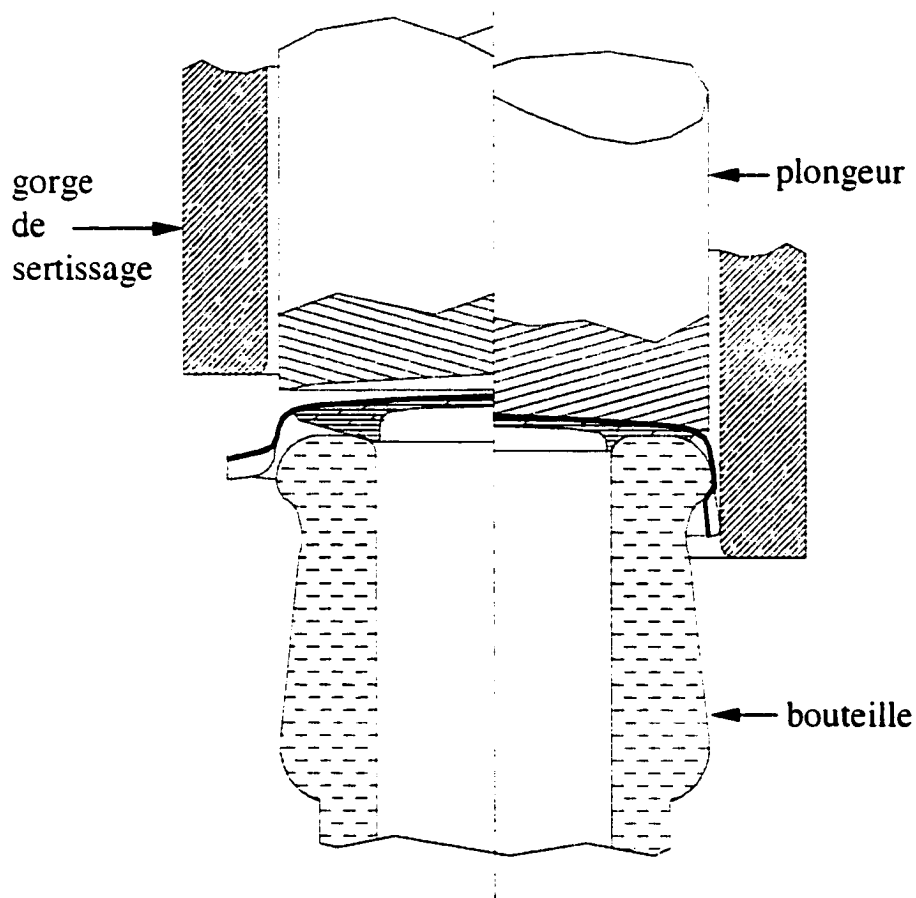


Figure 1.4 Sertissage d'une capsule

Une fois le capsulage terminé, la boisson gazeuse libère progressivement des molécules de gaz entre la capsule et le liquide, ce qui développe une pression interne. Le joint maintenu en compression par la capsule et la bouteille commence à fluer.

1.3 Observations techniques

La section précédente nous a montré les étapes de transformation de la capsule. La modélisation du processus de fabrication et d'assemblage, plus précisément l'emboutissage et le sertissage, nécessite la combinaison de différentes notions caractérisées par leur non-linéarité, c'est à dire, 1) les grands déplacements (grandes rotations), 2) les déformations plastiques, 3) la viscoélasticité, et 4) les contacts.

1 - La partie métallique de la capsule subit de grandes rotations au cours de l'emboutissage et du sertissage, ce qui oblige à composer avec des non-linéarités géométriques.

2 - Les déformations permanentes observées sur la capsule font appel à la théorie de la plasticité pour l'analyse du comportement non-linéaire du matériau.

3 - L'étanchéité assurée par le joint est dépendante du temps écoulé à partir de l'opération de sertissage, du fait de la relaxation des contraintes, et de l'augmentation de la pression interne. Ce comportement, qui peut être modélisé à l'aide de la viscoélasticité, est non-linéaire.

4 - Au cours de l'emboutissage et du sertissage, la capsule entre en contact avec différentes surfaces (poinçon, matrice, bouteille, sertisseur). La friction et les forces de contact aux interfaces sont à l'origine du glissement, du collage ou de la séparation des pièces en mouvement, phénomènes non-linéaires qu'il faut considérer.

Nous venons de voir une partie de la combinaison des notions qui entrent en jeu dans la fabrication de la capsule, et dans la réalisation de l'étanchéité. Bien sûr, il y a de nombreux autres phénomènes qui peuvent rentrer en ligne de compte, comme la rigidité de l'outillage, ou l'influence de la température. Certaines hypothèses seront précisées pour bien définir les limites du cadre de l'étude envisagée.

Pour terminer il faut signaler la difficulté géométrique supplémentaire ajoutée par le sertissage d'une capsule sur une bouteille. En effet, la couronne de chaque capsule comporte 21 empreintes (ou dents), ce qui empêche toute modélisation axisymétrique de l'assemblage.

1.4 Analyse préliminaire

L'étude du capsulage a pour but de mener une analyse de l'influence de différents paramètres de fabrication et d'assemblage d'une capsule sur la pression de fuite. Parmi ces paramètres on peut noter, entre autres: les géométries particulières des outillages et de la bouteille, les propriétés matérielles de la tôle et du joint d'étanchéité, la force exercée par le plongeur sur la capsule au moment du sertissage, etc.

Une étude assez complète peut se décomposer en six parties, chaque partie pouvant pratiquement faire l'objet d'une étude séparée: 1) l'emboutissage de la tôle plane nécessaire au formage de la capsule couronne, 2) le sertissage sur la bouteille de la capsule munie de son joint en polymère, 3) l'analyse de la distribution des contraintes de contact en fonction de la pression interne, 4) des tests expérimentaux sur l'évaluation du facteur m , 5) des tests de pression de fuite sur des assemblages réels, et 6) le comportement du joint au cours du temps.

De la partie emboutissage, les résultats attendus sont la distribution des contraintes résiduelles dans la capsule, et la géométrie de la capsule couronne. Dans la seconde partie, il est attendu d'étudier l'étape de capsulage (sertissage). Les résultats sont la géométrie de la capsule déformée plastiquement sur la bouteille, ainsi que les contraintes résiduelles dans la tôle. La modélisation de ces deux opérations, l'emboutissage et le capsulage, est complexe, du fait de la géométrie des outillages de formage et des phénomènes de contact et de frottement de ces deux opérations. La troisième partie consiste à déterminer les forces de contact sur l'embouchure de la capsule en fonction de la pression interne. La quatrième partie est utile à la détermination du facteur m caractéristique du joint. La cinquième partie permet d'établir une comparaison avec la modélisation numérique. La sixième partie, concernant la tenue du joint dans le temps, fournit la distribution temporelle des contraintes de contact. Dans le cadre de ce projet, l'étude envisagée veut se limiter aux parties 2 à 5. Les deux autres pouvant faire l'objet de travaux ultérieurs.

Aussi il faut rappeler que c'est la prédiction de la pression de fuite d'un assemblage donné en fonction des paramètres choisis pour l'opération de sertissage de la capsule sur la bouteille qui est la motivation majeure de ce projet.

CHAPITRE 2

POSITION DU PROBLÈME

L'assemblage de la capsule sur la bouteille est en partie un problème de formage de métal en feuille. La gorge de sertissage déforme la couronne de la capsule de façon à lui faire épouser la géométrie du goulot de la bouteille, pendant que le plongeur écrase le joint d'étanchéité. La contribution du formage à l'étanchéité d'un assemblage ne semble pas avoir fait l'objet de publications jusqu'à récemment où le sujet est abordé par Barrett et Zemitis [5] dans le cadre d'une étude de l'assemblage d'une pile bouton. Cependant la littérature fait état de différents travaux de recherche, pertinents à certains aspects de l'étude. Ce chapitre commence par une revue bibliographique sur les différentes méthodes d'analyse du formage du métal, ainsi que sur les formulations utilisées pour la modélisation. Les problèmes de contact et de frottement sont abordés par la suite. La méthodologie proposée pour l'analyse du sertissage de l'assemblage et de son étanchéité est finalement exposée.

2.1 Méthodes d'analyse

Historiquement, un certain nombre de méthodes d'analyses ont été développées et appliquées à différents procédés de formage des métaux. Kobayashi *et al* [6] et Rowe *et al* [7] nous rappellent ces méthodes: la méthode des corps ("slab method"), la méthode des champs de ligne de glissement ("slip-line field method"), la technique de la borne supérieure ("upper bound method"), la méthode de plasticité visuelle ("visioplasticity method"), la méthode générale de Hill, et la méthode des éléments finis.

.

Dans la méthode des corps (Kobayashi *et al* [6], Yang [8]), la pièce à déformer est décomposée en plusieurs corps. Chaque corps fait l'objet d'hypothèses simplificatrices principalement par rapport aux distributions de contraintes: 1) les contraintes sur la surface du corps, perpendiculaires à la direction de l'écoulement, travaillent selon les directions principales et ne peuvent pas varier sur cette surface, 2) les contraintes de friction externe n'affectent pas la distribution interne des contraintes. Les équations résultantes d'équilibre approché sont résolues en imposant la compatibilité des contraintes entre les corps et les tractions aux frontières. Le résultat final est une prédiction raisonnable du chargement avec une distribution approximative des contraintes.

La méthode des champs de lignes de glissement (Kobayashi *et al* [6], Yang [8]) est utilisée en déformation plane pour les matériaux parfaitement plastiques (contrainte d'écoulement constante) et utilise les propriétés hyperboliques que possèdent les équations de contraintes dans de tels cas. Une ligne de glissement est une ligne tangente en tout point à la surface de contrainte de cisaillement maximum (ou minimum). La construction des champs de lignes de glissement, bien que produisant une distribution de contrainte "exacte" est toujours assez limitée quant aux résultats donnant de bonnes corrélations avec l'expérience. A partir des distributions de contraintes, les champs de vitesses peuvent être calculés à l'aide des équations de la plasticité. La solution ne prend pas en compte l'élasticité du matériau.

La méthode de la borne supérieure ("upper bound method") (Kobayashi *et al* [6], Yang [8], Avitzur et Talbert [9]) oblige à deviner les champs de vitesses admissibles, parmi lesquels le meilleur est choisi par minimisation de l'énergie potentielle totale. L'information guidant vers une bonne sélection des champs de vitesses provient de vérifications expérimentales. Cette méthode peut donner rapidement, et de façon relativement précise, des prévisions de chargement et de distribution de contraintes. La méthode est surtout utilisée pour les problèmes d'extrusion et d'étirage.

La méthode de plasticité visuelle ("visioplasticity") (Yang [8], Conning et Oxley [10]), combine l'expérience et l'analyse. Suite à la détermination des vecteurs vitesses à partir d'un test réel, les taux de déformation sont calculés et les distributions de contraintes sont obtenues à partir des équations de la plasticité. Cette méthode a permis d'obtenir des solutions reliées en détail à des procédés pour lesquels la détermination expérimentale des vecteurs vitesses était possible. La limitation de la méthode provient principalement des erreurs de mesures des positions successives des points du maillage dessiné sur la pièce.

Hill [11], (voir aussi Kobayashi *et al* [6]) a donné une méthode générale d'analyse pour les procédés de formage des métaux quand l'écoulement plastique est sans contraintes. La méthode est basée sur un critère d'approximation tiré du principe du travail virtuel. La méthode a été appliquée au laminage des barres.

Ces méthodes ont été utiles pour comprendre les procédés de formage, mais les restrictions qu'elles imposent les limitent à des cas spéciaux (cf. Toh [12]). La détermination précise des effets des différents paramètres des procédés de formage est devenue possible seulement lorsque la méthode des éléments finis a été développée pour ces analyses. La méthode des éléments finis a pris une importance croissante dans la simulation des procédés de formage des métaux et est même devenue essentielle pour étudier les étapes finales du développement des procédés (Avitzur et Talbert [9]). Et comme le font remarquer Lee et Kobayashi [13] ainsi que Kim [14], la méthode des éléments finis est l'outil adéquat pour la simulation de l'écoulement du matériau en tenant compte du chargement imposé aux frontières par le poinçon et les matrices d'emboutissage.

La méthode des éléments finis est apparue dans les années 60, et a premièrement été appliquée dans le domaine du calcul des structures. L'utilisation des ordinateurs a rapidement permis d'exploiter la puissance de cette méthode qui s'est répandue par la suite dans pratiquement tous les domaines du génie et de la physique. Le principe de base de la méthode des éléments finis est la discrétisation d'un domaine en plusieurs sous-domaines

appelés éléments finis, sur chacun desquels une fonction représente un comportement. La fonction est approximée sur chaque élément en un certain nombre de points appelés noeuds. Les équations d'équilibre des éléments finis sont formées à partir du principe variationnel (Kobayashi *et al* [6]). Des fonctions d'interpolations (ou fonctions de forme) approximent le champ de variation sur chaque élément (sous-domaine) et les équations locales sont ensuite assemblées pour former les équations globales. Ces équations sont ensuite résolues avec les conditions limites appropriées (Cook *et al* [15], Dhatt et Touzot [16], Bathe [17] et de nombreux autres auteurs). Les principaux avantages de la méthode des éléments finis sont (Kobayashi *et al* [6], Rowe *et al* [7]): (i) la possibilité d'obtenir des solutions détaillées des mécanismes de déformation des corps, c'est à dire, les vitesses, les formes, les déformations, les contraintes, les distributions des pressions de contact, (ii) le fait que le programme, une fois écrit, peut être utilisé pour une grande variété de problèmes seulement en changeant les données d'entrées.

La méthode des éléments finis semble donc bien être un outil efficace pour apporter une solution au problème d'analyse de l'étanchéité de l'assemblage capsule-bouteille.

2.2 Formulation

L'analyse numérique par éléments finis du formage du métal emprunte deux approches principales (Brunet [18], Kobayashi *et al* [6], Kobayashi [19], Nakamachi [20]), qui sont la formulation rigide-plastique ("flow formulation") et la formulation élastoplastique ("solid formulation").

Selon la formulation rigide-plastique, les déformations élastiques sont considérées négligeables en comparaison des déformations plastiques. Le matériau est alors idéalisé comme ayant un comportement rigide-plastique ou rigide viscoplastique. Ceci signifie que, soit le matériau ne se déforme pas, soit il se déforme de façon permanente. Cette formulation est à la base de différents travaux relatifs à des procédés de formage

particuliers: le forgeage (Chenot [21]), l'emboutissage axisymétrique (Kim [14]) ou non axisymétrique (Toh [22], Toh et Kobayashi [23], Zhou et Wagoner [24]). Le système d'équation est fonction des vitesses et des taux de déformation. L'inconvénient de la formulation tient à la difficulté à déterminer *a posteriori* les contraintes résiduelles et les forces de rappel élastique. De plus, si au cours du procédé, certaines zones sont restées élastiques, l'état de contraintes ne sera pas défini de façon unique (Brunet [18]).

Dans le cas où l'élasticité ne peut être négligée, on parle alors de formulation élastoplastique (Kobayashi *et al* [6], Nagtegaal et Veldpaus [25], Rowe *et al* [7]). Dans cette dernière formulation, comme le volume actuel est une inconnue du problème, il est nécessaire de définir une configuration de référence. Les problèmes de déformations plastiques doivent être résolus de façon incrémentale pour tenir compte du cheminement suivi dans la déformation. La formulation lagrangienne réactualisée est la plus utilisée comme base d'une discrétisation par éléments finis. Les solutions numériques sont précises, mais les temps de calcul sont deux à trois fois plus élevés que dans la formulation rigide-plastique (Brunet [18]). La formulation élastoplastique est utilisée dans de nombreuses applications industrielles: en forgeage (Roque et Button [1], Pillinger *et al* [26, 27]), en emboutissage axisymétrique (Barrett et Zemitis [5], Brunet [26], Boisse *et al* [29, 30]), en emboutissage non-axisymétrique (Kawka et Manikouchi [31], Gelin *et al* [32]), en grandes déformations plastiques (Bonet et Wood [33]), en formage de pièces de carrosserie automobile (Makinouchi et Kawka [34]), pour des matériaux anisotropiques (Oller *et al* [35], Nakamachi [36], etc).

Une fois l'opération de sertissage de la capsule terminée, il est important de connaître l'état de contrainte, pour déterminer la pression de fuite de l'assemblage capsule-bouteille. La formulation élastoplastique devient alors un choix naturel pour modéliser le sertissage.

2.3 Contacts et friction

Un autre aspect important du formage du métal est le changement continu des conditions frontières, à vérifier en tout point (noeud) du maillage. Ces conditions sont fonction de l'existence ou non du contact entre la pièce travaillée et les matrices de formage, des mouvements relatifs et de la friction (Bellet *et al* [37]). Dans une solution incrémentale, au début de chaque incrément il faut rechercher quels noeuds sont en contact avec l'outillage. Si un noeud est en contact avec une matrice mobile, alors la normale au noeud de la pièce travaillée reste colinéaire à celle de la matrice pendant l'incrément de déplacement. S'il y a frottement aux interfaces, il faut examiner l'effort tangentiel au noeud en contact selon la loi de friction utilisée. Dans le cas où l'effort tangentiel est suffisant pour empêcher un mouvement relatif à l'interface, il y a alors adhésion (ou "collage") du noeud sur la matrice. Avant de passer à l'incrément de déplacement suivant, il faut vérifier la nature de l'effort normal aux noeuds en contact. Le signe de cet effort, suivant la convention adoptée, indiquera si le noeud perd le contact ou non.

Il existe différentes méthodes (Rowe *et al* [7], Makinouchi et Kawka [34]) pour prendre en compte les phénomènes de contact. L'outillage de formage peut être représenté par:

- a) des fonctions analytiques, les surfaces sont formées d'un assemblage de plans, de cylindres, etc (Toh et Kobayashi [23]).
- b) des fonctions paramétriques sur des intervalles définis (droites, paraboles, cubiques, etc) (Brunet [28]).
- c) un maillage, les surfaces sont discrétisées en éléments finis (Roque et Button [1], Boisse *et al* [29, 30], Makinouchi et Kawka [34], Ansys[®] [38]).

Plus la géométrie de l'outillage est complexe, plus la représentation par fonctions analytiques ou paramétriques devient lourde. La discrétisation par éléments finis est la plus

couramment utilisée dans l'industrie, l'inconvénient est l'augmentation de la taille du problème à résoudre. L'atout des fonctions paramétriques est qu'elles permettent facilement d'évaluer la distance séparant un noeud de la pièce de la surface de l'outil par l'intermédiaire de la normale calculée. Enfin, Makinouchi et Kawka [34] mentionnent, sans rentrer dans les détails, une méthode de modélisation de la surface des outillages par un simple ensemble de points.

Les forces de traction et les déplacements imposés par l'outillage sont pris en compte dans les équations d'équilibre soit en modifiant les conditions frontières à chaque incrément de déplacement, soit en utilisant des techniques de multiplicateurs de Lagrange ou de fonctions de pénalité dans la formulation variationnelle (Roque et Button [1], Barrett et Zemitis [5], Bathe [17], Ansys[®] [38], Oudin *et al* [39]). Pour les conditions de friction, certains auteurs font l'hypothèse d'une adhérence parfaite entre la pièce et l'outil (Duroux et Batoz [40]). Dans de nombreuses applications cependant, c'est la loi de frottement de Coulomb qui est la plus communément utilisée (Roque et Button [1], Barrett et Zemitis [5], Ansys[®] [38], Dubé et Firmin [41], Wang et Budiansky [42], Nakamachi *et al* [43], Nakamachi [44], Brunet [28]).

2.4 Étanchéité

Le joint d'étanchéité maintenu comprimé par la capsule sur le goulot de la bouteille est un élément essentiel de l'assemblage. Il existe certaines similitudes entre ce cas précis et les assemblages à brides boulonnées munies d'un joint d'étanchéité qui font toujours l'objet de travaux de recherche, voir Bouzid *et al* [45] pour la modélisation par éléments finis des brides ou Bazergui et Louis [46] pour des tests relatifs aux joints. En effet, les ondulations de la capsule repliées par le sertissage sous la lèvre du goulot de la bouteille sont assimilables à autant de boulons qui viennent écraser le joint d'étanchéité. Pour la bouteille capsulée, comme pour les brides boulonnées, il s'agit d'empêcher toute fuite en attendant une ouverture éventuelle. Des différences importantes existent néanmoins. Le joint

élastomère est moulé sur la face intérieure de la capsule en laissant sur toute l'aire au centre du bourrelet formant le joint une fine couche d'élastomère (voir figure 1.1). En conséquence il n'y a qu'une seule interface critique pour l'étanchéité, celui entre le joint et la bouteille. Une autre différence importante est l'écrasement total du joint de façon uniforme par le sertissage simultané de toutes les ondulations, par opposition au serrage progressif, qui peut être complexe sur les brides boulonnées. Donc, compte tenu des différences notables avec les assemblages boulonnés, et de l'absence d'articles traitant d'un tel sujet, l'étanchéité obtenue grâce à une opération de sertissage reste un cas à part qui mérite notre attention. Le joint est un élastomère à comportement caoutchouteux pour lequel il est communément admis qu'il est isotrope et élastique non linéaire (Van den Bogert *et al* [47]). Le comportement mécanique du matériau est indépendant du temps. Pilcher et Burman [48] ont pratiqué des simulations d'écrasement de joint avec un modèle à trois constantes pour l'énergie de déformation. Les trois constantes sont calculées à partir des résultats d'un simple essai de traction. Grâce à sa grande simplicité de mise en oeuvre dans un programme d'éléments finis, c'est la description par le modèle de Mooney-Rivlin de l'énergie de déformation basée sur les invariants du tenseur droit de Cauchy-Green, donc des elongations principales, qui est la plus utilisée et mentionnée par différents auteurs (Ansys[®] [38], Van den Bogert *et al* [47], Liu *et al* [49], Sussman et Bathe [50]).

2.5 Méthodologie

L'idée maîtresse du projet est de fournir un programme de calcul de la distribution des efforts de contact entre le joint et la bouteille en fonction de la pression exercée à l'intérieur de l'assemblage capsule-bouteille. La structure globale du programme PF_CAPS est présentée sur la figure 2.1. Par la suite, une comparaison de cette distribution avec la courbe m^*p du joint permettra d'évaluer la pression de fuite d'un assemblage donné comme il a été illustré à la figure 1.2.

Programme PF_CAPS

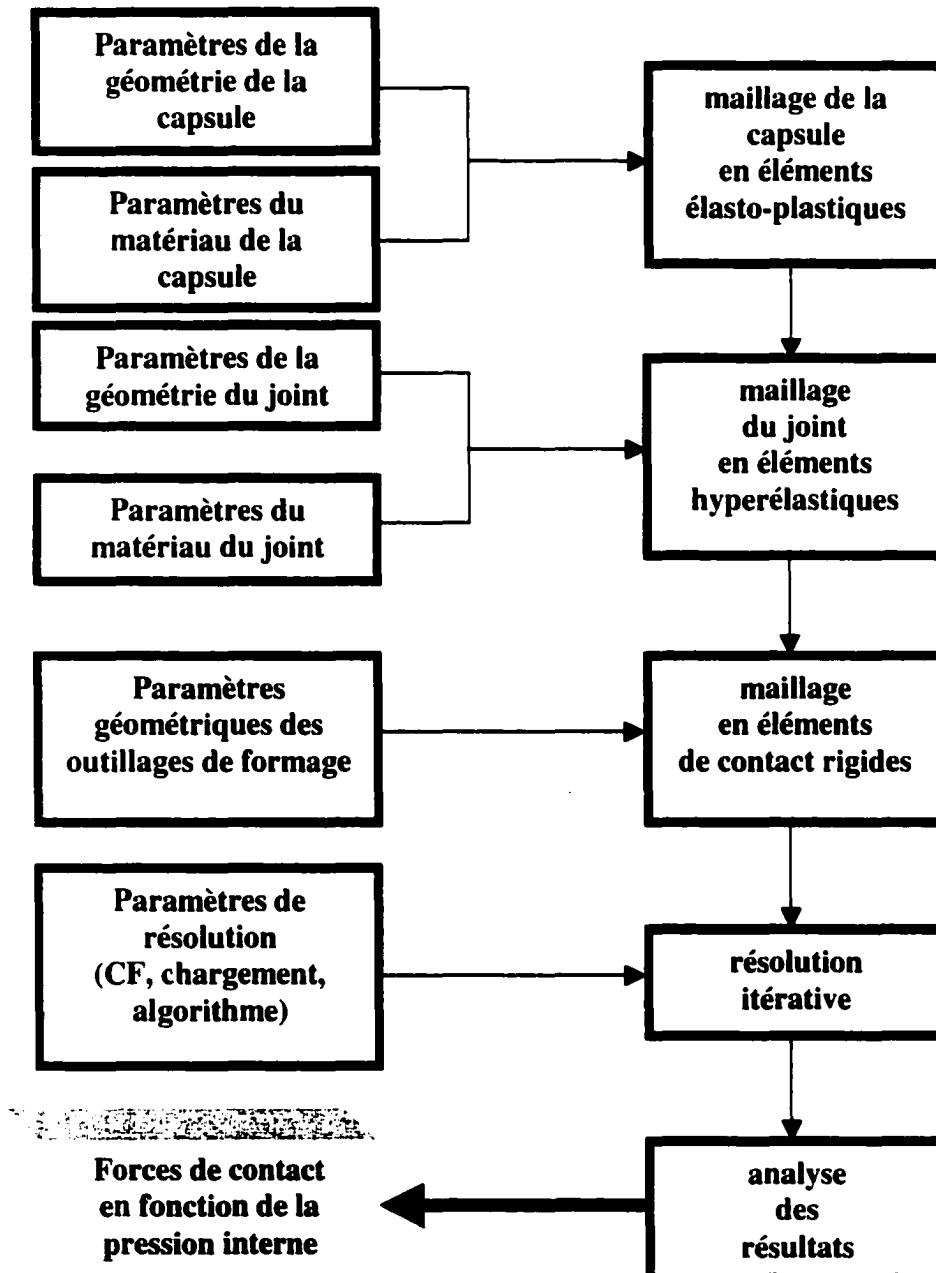


Figure 2.1 Structure du programme de calcul de la distribution des forces de contact sur le joint

La méthodologie pour la résolution numérique est la suivante:

- 1 - faire le maillage de la capsule, du joint et des outils de sertissage compte tenu de leur caractéristiques géométriques et physiques;
- 2 - appliquer le chargement en cinq étapes: a) action du plongeur qui comprime le joint sur le goulot de la bouteille, b) action du sertisseur qui rabat la jupe de la capsule couronne sur le goulot de la bouteille, c) retrait du sertisseur, d) retrait du plongeur, et e) application d'une pression à l'intérieur de l'assemblage.
- 3 - analyser les résultats et tracer la distribution des forces de contact en fonction de la pression interne.

La méthodologie pour l'aspect pratique est la suivante:

- 1 - déterminer la constante caractéristique du joint (paramètre m) par des tests en laboratoire.
- 2 - mesurer la pression de fuite sur des assemblages réels (p_f)
- 3 - établir une comparaison entre les résultats numériques et l'expérimentation et essayer d'établir une corrélation entre différents paramètres et la pression de fuite à l'aide du programme PF_CAPS.

Le programme de calcul par éléments finis PF_CAPS utilise la formulation relative aux grands déplacements, la formulation relative à la plasticité, la formulation relative à l'hyperélasticité et la formulation relative aux phénomènes de contact et de frottement. Le joint d'étanchéité fait bien sûr partie intégrante de la modélisation. La

distribution de forces de contact est le résultat ultime de la simulation numérique. La courbe de l'évolution des forces de contact permettra de déterminer la pression de fuite par superposition avec la courbe $m \cdot p$ (voir figure 1.2).

Pour la simulation numérique le logiciel de calcul par éléments finis Ansys[®] sera utilisé parce qu'il offre toutes les options nécessaires à la réalisation du projet. Les phénomènes de contact, de grands déplacements et d'élastoplasticité y sont traités (Ansys[®] [38, 51]). Lors de leur modélisation à l'aide d'Ansys[®], Barrett et Zemitis [5], ont noté qu'il faut retirer par petits pas de déplacements les outils de formage pour être en mesure de capter, de façon convenable, les efforts de rappel élastiques du matériau déformé. Puisque les modélisations 3D sont résolues de façon itérative, les temps de calcul seront très longs. Aussi, pour prévenir la perte de données, certaines précautions sont à prendre dans la partie solution, comme la sauvegarde des fichiers essentiels en cours de résolution.

CHAPITRE 3

FORMULATIONS POUR LA SIMULATION NUMÉRIQUE

La simulation numérique proposée pour l'analyse de l'étanchéité d'un assemblage capsule-bouteille fait appel à la formulation élastoplastique, pour poser les équations du problème, et à la méthode des éléments finis, comme outil de résolution numérique. Les équations sont résolues de façon incrémentale, selon la formulation de Lagrange réactualisée. Les équations constitutives sont basées sur le critère de Von Mises et de la règle d'écoulement de Prandtl-Reuss. La tôle de la capsule est discrétisée en éléments briques à 8 noeuds. Le joint, à comportement élastique, est également discrétisé en éléments briques à 8 noeuds. Les surfaces des outils de sertissage sont maillées à l'aide d'éléments de contact, et le frottement aux interfaces pièce-outil est pris en compte à l'aide de la loi de Coulomb.

3.1 Équations d'équilibre et principe des travaux virtuels

Le corps déformé de volume V et de surface S montré sur la figure 3.1 est en équilibre sous l'action des forces de traction $\{t\}$ appliquées sur la partie S_t de S . Les conditions frontières sont les déplacements imposés u_i^{cf} sur la surface S_u . Les équations d'équilibre s'écrivent:

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = 0 \quad \text{dans } V \quad (3-1)$$

avec les conditions frontières exprimées par:

$$u_i = u_i^{cf} \quad \text{sur } S_u \quad (3-2)$$

$$\sigma_{ij}n_j = t_i \quad \text{sur } S_t \quad (3-3)$$

σ_{ij} , ou $[\sigma]$, est le tenseur des contraintes vraies de Cauchy défini dans le volume V actuel par rapport à un système de référence fixe. Les sommations se font selon la convention de l'indice muet. L'indice $_i$ signifie la dérivée partielle $\partial/\partial x_i$ de la quantité qu'il suit, où x_i est une composante du vecteur $\{x\}$ des coordonnées actuelles d'un point P considéré.

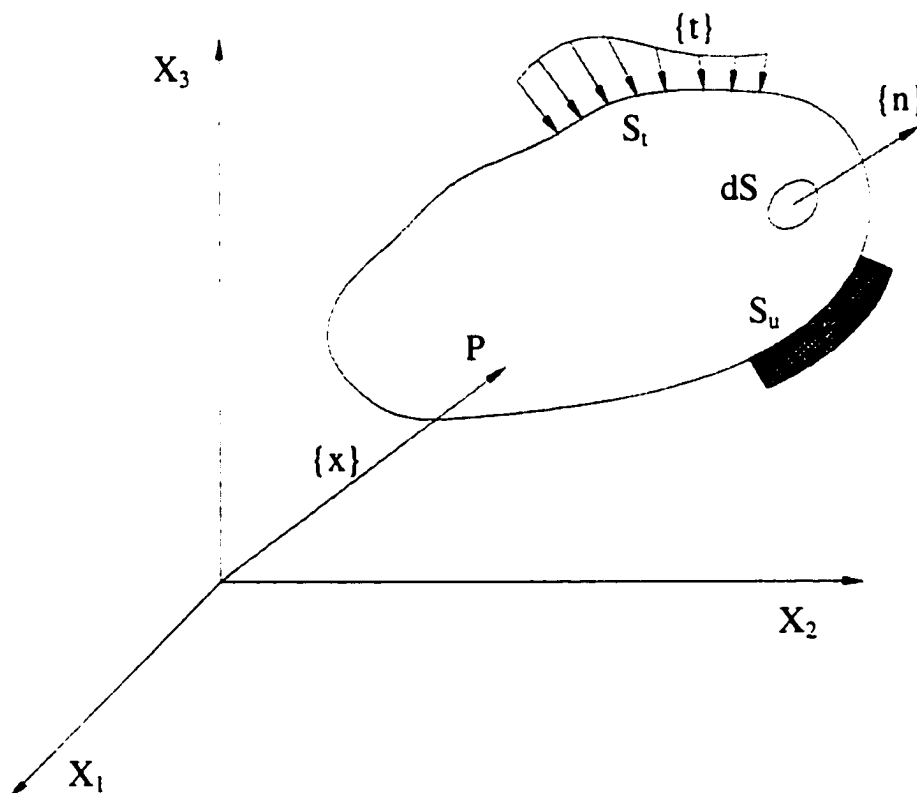


Figure 3.1 Solide dans une configuration déformée

La masse volumique est représentée par ρ , les forces de volume par le vecteur $\{f\}$ et la normale à la surface S_t par $\{n\}$. $\{u\}$ est le vecteur des déplacements. L'union des surfaces S_u et S_t est égale à la surface frontière S de V .

Pour appliquer le principe du travail virtuel aux équations d'équilibre, on multiplie les deux termes de (3-1) par une variation virtuelle arbitraire du vecteur déplacement δu_i et on intègre sur le volume, ce qui donne:

$$\int_V \sigma_{ij,j} \delta u_i dV + \int_V \rho f_i \delta u_i dV = 0 \quad (3-4)$$

où δu_i est une variation arbitraire cinématiquement admissible, c'est à dire $\delta u_i = 0$ sur S_u .
En décomposant le premier terme de l'équation (3-4) en intégrale par parties on obtient:

$$\int_V (\sigma_{ij} \delta u_{i,j}) dV - \int_V \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV + \int_V \rho f_i \delta u_i dV = 0 \quad (3-5)$$

Puis en appliquant le théorème de la divergence sur le premier terme de l'équation (3-5) il vient:

$$\int_S \sigma_{ij} n_j \delta u_i dS - \int_V \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV + \int_V \rho f_i \delta u_i dV = 0 \quad (3-6)$$

En sachant que δu_i est nul sur S_u et que $\sigma_{ij} n_j = t_i$ sur S_t (éq. 3-3) on obtient la forme habituelle du principe des travaux virtuels:

$$\int_V \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV = \int_V \rho f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} t_i \delta u_i dS_t \quad (3-7)$$

où V , compte tenu des déformations inhérentes au formage du métal, est différent du volume initial, et par conséquent est une inconnue du problème. Pour résoudre le problème il devient alors nécessaire de se donner une configuration de référence.

3.2 Forme incrémentale et lagrangien réactualisé

Les problèmes de plasticité sont dépendants de l'ordre d'application des contraintes et il est donc nécessaire de suivre pas à pas les variations de chargement. La résolution de ce genre de problèmes s'appuie sur des formulations incrémentales faisant appel aux vitesses des contraintes. En prenant la différence entre les travaux virtuels de deux configurations voisines on évite d'avoir à dériver par rapport au temps les équations d'équilibre [Brunet, 28] et on prépare la base d'un processus itératif de résolution reposant sur la méthode des éléments finis.

Prenons tout d'abord comme configuration de référence l'instant t_0 avec comme volume initial V_0 (figure 3.2). Les composantes du vecteur déplacement $\{\mathbf{u}\}$ sont égales à la différence des composantes des vecteurs positions actuel et de référence:

$$u_i = x_i - x_i^0 \quad (3-8)$$

La masse étant conservée, nous pouvons écrire:

$$\int_V \rho dV = \int_{V_0} \rho_0 dV_0 \quad (3-9)$$

De plus nous savons que dV est donné par [Mase et Mase, 52] ou [Spencer, 53]:

$$dV = dx_1 dx_2 dx_3 = \det([F]) dx_1^0 dx_2^0 dx_3^0 = \det([F]) dV_0 \quad (3-10)$$

où dx_i et dx_i^0 sont les côtés d'un cube infinitésimal pris dans le volume actuel et le volume de référence respectivement.

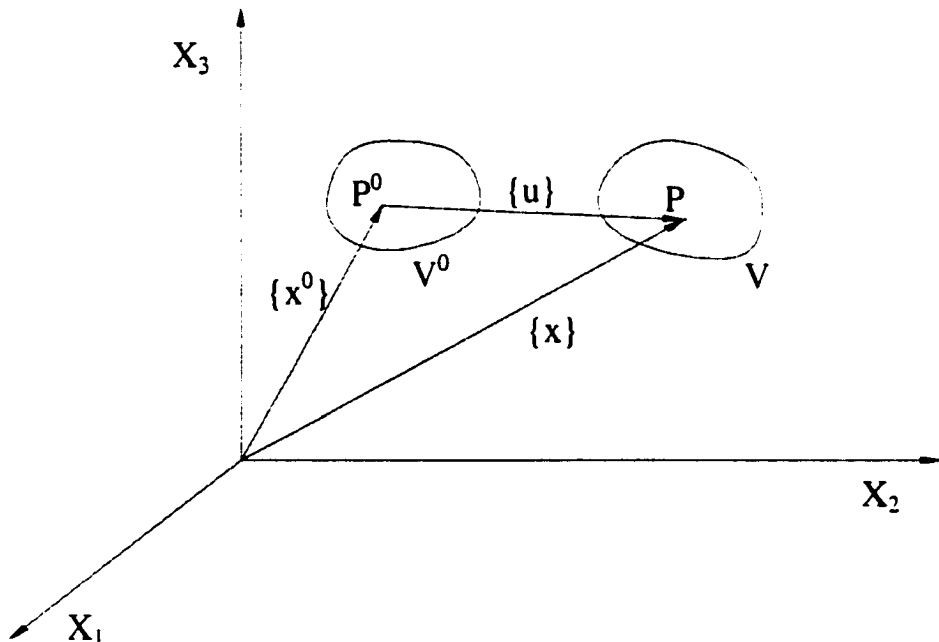


Figure 3.2 Configuration de référence et configuration actuelle

$[F]$ est le tenseur gradient de la transformation de la configuration V_0 à la configuration V .

Les composantes de $[F]$ sont données par:

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x_j^0} = x_{i,j} \quad (3-11)$$

où l'indice j signifie une dérivée partielle par rapport aux coordonnées de référence ou matérielles x^0_j . Le déterminant du tenseur gradient de transformation est appelé jacobien de $[\mathbf{F}]$, noté par J . A l'aide des équations 3-9 à 3-11, nous pouvons écrire:

$$dV = J dV_0 \quad \text{avec } J = \det([\mathbf{F}]) = \frac{\rho_0}{\rho} \quad (3-12)$$

La variation arbitraire $\delta u_{i,j}$ peut aussi s'écrire:

$$\delta u_{i,j} = \frac{\partial(\delta u_i)}{\partial x_j} = \delta u_{i,k} \frac{\partial x_k^0}{\partial x_j} \quad (3-13)$$

En remplaçant dans l'équation 3-7 nous obtenons:

$$\int_{V_0} J \frac{\partial x_k^0}{\partial x_j} \sigma_{ij} \delta u_{i,k} dV_0 = \int_{V_0} \rho J f_i \delta u_i dV_0 + \int_{S_t} t_i \delta u_i dS_t \quad (3-14)$$

En remarquant que le premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff T_{Ki} s'écrit:

$$T_{Ki} = J \frac{\partial x_k^0}{\partial x_j} \sigma_{ij} \quad (3-15)$$

et que $\rho J = \rho_0$ tandis que la traction $\{t^0\}$ est telle que l'on ait l'équivalence:

$$t_i^0 dS_t = t_i dS_{t_0} \quad (3-16)$$

Alors nous pouvons maintenant avoir l'expression du travail virtuel dans la configuration de référence:

$$\int_{V_0} T_{Ki} \delta u_{i,k} dV_0 = \int_{V_0} \rho_0 f_i \delta u_i dV_0 + \int_{S_{t_0}} t_i^0 \delta u_i dS_{t_0} \quad (3-17)$$

Mais contrairement à $[\sigma]$, $[\mathbf{T}]$ n'est pas un tenseur de contraintes symétrique. Introduisons le second tenseur symétrique des contraintes de Piola-Kirchhoff $[\mathbf{S}]$ exprimé en fonction de $[\mathbf{T}]$ par:

$$S_{Kl} = \frac{\partial x_l^0}{\partial x_i} T_{Ki} \quad (3-18)$$

et le tenseur des déformations de Green-Lagrange $[E]$ donné par:

$$E_U = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}) \quad (3-19)$$

Une variation arbitraire du tenseur des déformations de Green-Lagrange, qui est un tenseur symétrique, s'écrit:

$$\delta E_U = \frac{1}{2} (\delta u_{i,j} + \delta u_{j,i} + \delta u_{k,i} u_{k,j} + u_{k,i} \delta u_{k,j}) \quad (3-20)$$

En notant que:

$$u_{k,j} = x_{k,j} - \delta_{kj} \quad (3-21)$$

où δ_{kj} est le symbole de Kronecker, égal à 0 si $k \neq j$, et égal à 1 si $k = j$. En introduisant (3-21) dans (3-20) il vient:

$$\delta E_U = \frac{1}{2} (x_{k,j} \delta u_{k,i} + x_{k,i} \delta u_{k,j}) \quad (3-22)$$

Remarquez que $\delta u_{k,i} \delta_{kj} = \delta u_{j,i} = \delta u_{i,j}$. En reprenant le premier terme intégral de l'équation (3-17) et en remplaçant T_{Ki} par $S_{Ki} x_{i,l}$ sachant que $x_{i,l} = (x^0_{i,l})^{-1}$ l'expression devient:

$$T_{Ki} \delta u_{i,k} = S_{Ki} x_{i,l} \delta u_{i,k} = S_{j,l} x_{k,l} \delta u_{k,j} = S_{j,l} x_{k,l} \delta u_{k,j} \quad (3-23)$$

$$S_{j,l} x_{k,l} \delta u_{k,j} = (S_{j,l} + S_{j,l}) (x_{k,l} \delta u_{k,j} + x_{k,j} \delta u_{k,l}) = S_{j,l} \delta E_{j,l} \quad (3-24)$$

Rappelons que $S_{j,l} = S_{l,j}$. La nouvelle forme de l'expression du travail virtuel est donc:

$$\int_{V_0} S_{j,l} \delta E_{j,l} dV_0 = \int_{V_0} \rho_0 f_i \delta u_i dV_0 + \int_{S_{i_0}} t_i^0 \delta u_i dS_{i_0} \quad (3-25)$$

Considérons à présent deux configurations voisines du corps déformé, l'une au temps t , et l'autre au temps $t+\Delta t$, comme montré sur la figure 3.3. En faisant la différence

des travaux virtuels de ces deux configurations voisines, comme nous l'avons dit plus haut, on évite d'avoir à dériver par rapport au temps les équations d'équilibre. En référence à la configuration initiale, au temps t on a S_U , x_i , f_i et t_i^0 , et au temps $t+\Delta t$ on a $S_U+\Delta S_U$, $x_i+\Delta u_i$, $f_i+\Delta f_i$ et $t_i^0+\Delta t_i^0$. Le principe des travaux virtuels au temps $t+\Delta t$ peut s'écrire:

$$\int_{V_0} (S_U + \Delta S_U) \delta E_U^\Delta dV_0 = \int_{V_0} \rho_0 (f_i + \Delta f_i) \delta u_i dV_0 + \int (t_i^0 + \Delta t_i^0) \delta u_i dS_{t_0} \quad (3-26)$$

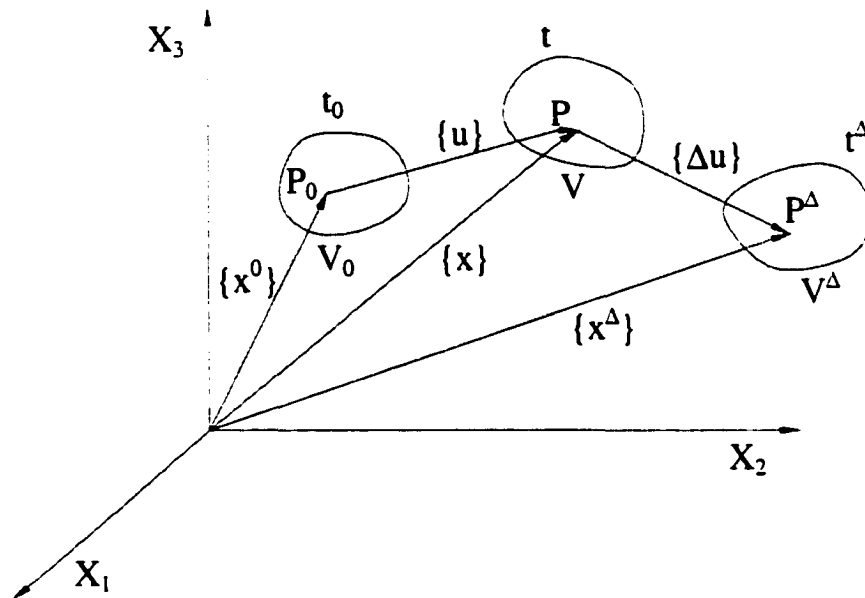


Figure 3.3 Configurations du corps déformé pour la forme incrémentale

En reprenant l'équation (3-22) et en introduisant l'incrément de déplacement Δu_i du temps $t+\Delta t$ on obtient l'expression de δE_U^Δ :

$$\delta E_U^\Delta = \frac{1}{2} \{ (x_k + \Delta u_k)_{,l} \delta u_{k,l} + (x_k + \Delta u_k)_{,l} \delta u_{k,l} \} \quad (3-27)$$

Si on développe l'équation (3-26) en remplaçant δE_U^Δ par son expression on a:

$$\begin{aligned}
& \int_{V_0} (S_{ij}x_{k,l}\delta u_{k,j} + \Delta S_{ij}x_{k,l}\delta u_{k,j})dV_0 + \\
& \int_{V_0} (S_{ij}\Delta u_{k,l}\delta u_{k,j} + \Delta S_{ij}\Delta u_{k,l}\delta u_{k,j})dV_0 \\
& = \int_{V_0} \rho_0 f_i \delta u_i dV_0 + \int_{S_{t_0}} t_i^0 \delta u_i dS_{t_0} + \\
& \int_{V_0} \rho_0 \Delta f_i \delta u_i dV_0 + \int_{S_{t_0}} \Delta t_i^0 \delta u_i dS_{t_0}
\end{aligned} \tag{3-28}$$

En faisant l'hypothèse que le produit $\Delta S_{ij}\Delta u_{k,l}$ est négligeable, l'équation (3-28) devient:

$$\begin{aligned}
& \int_{V_0} (\Delta S_{ij}x_{k,l}\delta u_{k,j} + S_{ij}\Delta u_{k,l}\delta u_{k,j})dV_0 = \\
& \int_{V_0} \rho_0 f_i \delta u_i dV_0 + \int_{S_{t_0}} t_i^0 \delta u_i dS_{t_0} - \int_{V_0} S_{ij}x_{k,l}\delta u_{k,j}dV_0 \\
& + \int_{V_0} \rho_0 \Delta f_i \delta u_i dV_0 + \int_{S_{t_0}} \Delta t_i^0 \delta u_i dS_{t_0}
\end{aligned} \tag{3-29}$$

La deuxième ligne de l'équation (3-29) représente le résidu de déséquilibre qu'il faut faire tendre vers zéro au cours d'un incrément de charge pour atteindre l'équilibre à l'instant $t+\Delta t$. Sans la présence de ce résidu dans l'équation (3-29), la formulation est purement incrémentale, et ne permet pas de satisfaire l'équilibre même avec de très petits incréments, ce qui conduit à une surestimation des efforts sur les outils de formage [Brunet, 28].

Dans une formulation lagrangienne réactualisée, au lieu de prendre la configuration initiale comme référence pour tous les états déformés successifs, on prend la configuration à l'instant t comme référence pour la configuration à $t+\Delta t$. Alors, instantanément, on a x_i confondu avec x_i^0 ce qui implique que:

$$x_{k,l} = x_{k,i} = \delta_{ki} \tag{3-30}$$

et par conséquent $S_{ij} = S_{ji} = \sigma_{ij}$, sans toutefois que leurs vitesses ou leurs incréments soient égaux. En remplaçant dans l'équation (3-29) on a:

$$\begin{aligned}
& \int_V (\Delta S_{ij} \delta_{ki} \delta u_{k,j} + \sigma_{ij} \Delta u_{k,i} \delta u_{k,j}) dV = \\
& \int_V \rho f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} t_i \delta u_i dS_t - \int_V \sigma_{ij} \delta_{ki} \delta u_{k,j} dV \\
& + \int_V \rho \Delta f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} \Delta t_i \delta u_i dS_t
\end{aligned} \tag{3-31}$$

Finalelement à l'instant $t+\Delta t$, la forme incrémentale lagrangienne réactualisée du principe des travaux virtuels s'écrit sous la forme suivante:

$$\begin{aligned}
& \int_V (\Delta S_{ij} \delta u_{i,j} + \sigma_{ij} \Delta u_{k,i} \delta u_{k,j}) dV = \\
& \int_V \rho f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} t_i \delta u_i dS_t - \int_V \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV \\
& + \int_V \rho \Delta f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} \Delta t_i \delta u_i dS_t
\end{aligned} \tag{3-32}$$

Pour résoudre l'équation (3-32), il faut maintenant définir la forme des équations constitutives, qui établissent la loi de comportement entre une vitesse de contrainte et le taux de déformation.

3.3 Équations constitutives

Dans un mouvement de corps rigide, la loi de comportement doit être invariante, c'est à dire qu'elle ne doit pas être affectée par un déplacement sans déformation en rotation ou translation pure. La forme incrémentale des équations constitutives est tirée de l'intégration de leur expression en vitesses utilisant une dérivée objective des contraintes, pour respecter l'invariance au mouvement rigide. Les équations constitutives des taux, pour le cas de l'élasto-plasticité avec écrouissage isotrope sans anisotropie induite et de petites déformations élastiques, s'écrivent [Brunet, 28]:

$$\dot{S}_{ij} = C_{ijkl}^{ep} d_{kl} \tag{3-33}$$

\dot{S}_{ij} est une dérivée des contraintes qui respecte l'indifférence en mouvement rigide, d_{kl} est le taux de déformation élastoplastique, et C_{ijkl}^{ep} est un tenseur d'ordre 4 représentant les caractéristiques élastoplastiques du matériau. Le tenseur taux de déformation d_{ij} est la

partie symétrique de la dérivée matérielle du gradient de déplacement $\{\mathbf{u}\}$ donné par la relation:

$$d_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) = d_{ji} \quad (3-34)$$

Une dérivée des contraintes souvent employée dans le cas d'un comportement isotrope du matériau [Brunet, 28] est la dérivée corotationnelle du tenseur des contraintes de deuxième Piola-Kirchhoff, ou dérivée de Jaumann $\overset{\vee}{S}_{ij}$:

$$\overset{\vee}{S}_{ij} = \dot{S}_{ij} + \sigma_{mj} d_{im} + \sigma_{im} d_{jm} \quad (3-35)$$

\dot{S}_{ij} est la dérivée matérielle du tenseur des contraintes de deuxième Piola-Kirchhoff. La loi de comportement entre la vitesse de contrainte et le taux de déformation a la forme:

$$\dot{S}_{ij} = \frac{\partial S}{\partial t} = D_{ijkl} d_{kl} \quad (3-36)$$

$[D]$ est un tenseur d'ordre 4 dont l'expression sera précisée plus loin. L'intégration par rapport au temps du tenseur taux de déformation d_{ij} donne le tenseur des déformations ε_{ij} :

$$\int d_{ij} dt = \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3-37)$$

Alors, en suivant Brunet [28], le principe du travail virtuel peut s'écrire:

$$\begin{aligned} \int_V (D_{ijkl} \delta u_{i,j} + \sigma_{ij} \Delta u_{k,i} \delta u_{k,j}) dV = \\ \int_V \rho f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} t_i \delta u_i dS_t - \int_V \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV \\ + \int_V \rho \Delta f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} \Delta t_i \delta u_i dS_t \end{aligned} \quad (3-38)$$

La matrice $[D]$ est fonction de la matrice élasto-plastique que nous allons déterminer à présent. Pour la construction de la matrice contrainte déformation $[C^{ep}]$ en élasto-plasticité, en plus de la matrice du comportement dans le domaine élastique, trois

propriétés sont nécessaires pour caractériser le matériau dans le domaine plastique: le critère d'écoulement, la règle d'écoulement et l'érouissage.

Le critère d'écoulement permet d'établir une comparaison entre l'état multiaxial des contraintes actuelles et le début de l'écoulement plastique. Si l'on prend pour hypothèse que le matériau est isotrope, c'est à dire que la relation contrainte déformation est indépendante de l'orientation choisie pour le système d'axes, que l'érouissage est isotropique, c'est à dire que l'expansion de la surface d'écoulement est uniforme sans changement d'origine, et qu'il n'y a pas de variation de température au cours du formage, le critère d'écoulement peut s'écrire sous la forme:

$$\Gamma(I_1, I_2, I_3, \kappa) = 0 \quad (3-39)$$

où I_1 , I_2 , et I_3 sont les invariants des contraintes σ_{ij} , et κ est une variable dépendante de la déformation plastique ϵ_{ij}^p . Comme il a été montré que l'écoulement plastique est indépendant de la pression hydrostatique σ_h , Γ dépend plus simplement des invariants I_2^s et I_3^s des contraintes déviatoriques s_{ij} (car $I_1^s = 0$). Or selon Von Mises, l'écoulement plastique survient quand I_2^s atteint la valeur critique κ . Le critère d'écoulement, pour un matériau isotrope et ductile est donc selon Von Mises:

$$\Gamma(I_2^s, \kappa) = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} - \kappa \quad (3-40)$$

avec le deuxième invariant déviatorique donné par:

$$I_2^s = - \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad (3-41)$$

et les contraintes déviatoriques par:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_h \quad \text{avec} \quad \sigma_h = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad (3-42)$$

La variable κ est déterminée par un essai de traction pure, ce qui signifie qu'en calculant Γ^s_2 dans le cas particulier de la traction uniaxiale, il est possible de la déterminer avec la fonction Γ . Par exemple dans un test de traction il y a écoulement quand $\sigma_{11} = \sigma_y$ (avec toutes les autres contraintes nulles et l'axe de traction x_1 choisi arbitrairement). L'évaluation de la fonction Γ , à partir du tenseur des contraintes déviatoriques, nous donne:

$$\Gamma(I^s_2, \kappa) = \frac{1}{2} \left[\left(\sigma_y - \frac{1}{3} \sigma_y \right)^2 + 2 \left(-\frac{1}{3} \sigma_y \right)^2 \right] - \kappa = 0 \quad (3-43)$$

alors $\kappa = \frac{1}{3} \sigma_y^2$

De façon pratique, le critère de von Mises signifie que l'écoulement commence quand l'énergie de distorsion ou de cisaillement, dans l'état tridimensionnel, est égale à l'énergie de distorsion à l'écoulement en traction simple.

La règle d'écoulement permet de donner une relation entre les incréments de déformation plastique, les contraintes actuelles et les incréments de contraintes, postérieurs à l'écoulement. Si la règle d'écoulement est associée au critère d'écoulement, les incréments de déformation plastique sont calculés par:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3-44)$$

L'équation (3-44) représente la condition de normalité. Si on applique la condition de normalité à la fonction Γ de von Mises on obtient, en notant que la trace du tenseur des contraintes déviatoriques est nulle:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda S_{ij} \left(1 - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) = \lambda \left(S_{ij} - \frac{1}{3} S_{ii} \right) \quad (3-45)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda S_{ij}$$

Ces équations sont appelées les équations de Prandtl-Reuss, elles impliquent que les axes principaux des contraintes coïncident avec ceux des incréments de déformation

plastique. D'après la théorie incrémentale de l'écoulement plastique, le gradient de la fonction Γ est nul:

$$d\Gamma = \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial\Gamma}{\partial\varepsilon_{ij}^p} d\varepsilon_{ij}^p = 0 \quad (3-46)$$

L'équation (3-46) signifie que le point de contrainte reste sur la surface d'écoulement actuelle pendant le processus actif. Les incréments de contraintes sont évalués en utilisant la matrice élastique des relations contraintes déformations et l'incrément de déformation élastique:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}^e \quad (3-47)$$

En faisant l'hypothèse que l'incrément de déformation peut se décomposer en une partie élastique et une partie plastique, c'est à dire:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (3-48)$$

et en utilisant les équations (3-44), (3-46) et (3-47) on obtient:

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{ij}} C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl} - \lambda \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{kl}} + \lambda \frac{\partial\Gamma}{\partial\varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{ij}} = 0 \quad (3-49)$$

Alors, en changeant les indices du dénominateur pour éviter toute confusion dans la sommation, il est possible d'exprimer λ en fonction de l'incrément total de déformation:

$$\lambda = \frac{\frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{ij}} C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}}{\frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{mn}} C_{mnpq}^e \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{pq}} - \frac{\partial\Gamma}{\partial\varepsilon_{mn}^p} \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma_{mn}}} \quad (3-50)$$

En combinant les équations (3-44), (3-47) et (3-48), l'incrément de contrainte est donné par:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) = C_{ijkl}^e \left(d\varepsilon_{kl} - \lambda \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{kl}} \right) \quad (3-51)$$

$$d\sigma_{ij} = (C_{ijkl}^e - C_{ijkl}^p) d\varepsilon_{kl} = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl}$$

où la matrice C_{ijkl}^p représente la contribution plastique dans le comportement élasto-plastique du matériau. Finalement, l'expression de la matrice élasto-plastique actuelle des relations contrainte- déformation est obtenue en introduisant la valeur de κ dans l'équation (3-51) et en mettant $d\varepsilon_{kl}$ en facteur:

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl}^e - \frac{C_{ijrs}^e \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{rs}} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{uv}} C_{uvkl}^e}{\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnpq}^e \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{pq}} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \varepsilon_{mn}^p} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{mn}}} \quad (3-52)$$

ou sous forme matricielle (tout à fait similaire à l'équation donnée par Bathe [17])

$$[C^{ep}] = [C^e] - \frac{[C^e] \{ \Gamma_{,\sigma} \} ([C^e] \{ \Gamma_{,\sigma} \})^T}{\{ \Gamma_{,\sigma} \}^T [C^e] \{ \Gamma_{,\sigma} \} - \{ \Gamma_{,e^p} \}^T \{ \Gamma_{,\sigma} \}} \quad (3-53)$$

avec

$$\{ \Gamma_{,\sigma} \}^T = \langle \Gamma_{,\sigma_{11}} \quad \Gamma_{,\sigma_{22}} \quad \Gamma_{,\sigma_{33}} \quad 2\Gamma_{,\sigma_{12}} \quad 2\Gamma_{,\sigma_{23}} \quad 2\Gamma_{,\sigma_{31}} \rangle \quad (3-54)$$

$$\{ \Gamma_{,e^p} \}^T = \langle \Gamma_{,e_{11}^p} \quad \Gamma_{,e_{22}^p} \quad \Gamma_{,e_{33}^p} \quad 2\Gamma_{,e_{12}^p} \quad 2\Gamma_{,e_{23}^p} \quad 2\Gamma_{,e_{31}^p} \rangle \quad (3-55)$$

La matrice $[C^{ep}]$ est calculée en fonction des hypothèses énoncées plus haut, c'est à dire le critère d'écoulement de von Mises avec écrouissage isotrope pour un matériau sans anisotropie induite.

La règle d'écrouissage permet de préciser comment est modifiée la contrainte d'écoulement σ_y au cours de la déformation plastique. La contrainte σ_y permet de faire la comparaison avec la contrainte équivalente de von Mises calculée par:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (3-56)$$

La contrainte d'écoulement est fonction du travail plastique W^p accompli par unité de volume:

$$W^p = \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \quad (3-57)$$

Alors on peut écrire:

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \quad (3-58)$$

Maintenant, en calculant la dérivée de Γ par rapport à ε_{ij} on obtient:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = -\frac{2}{3} \sigma_y \frac{d\sigma_y}{d\varepsilon_{ij}^p} = -\frac{2}{3} \sigma_y \frac{d\sigma_y}{dW^p} \sigma_{ij} = -H \sigma_{ij} \quad (3-59)$$

Si la courbe contrainte déformation est idéalisée par une courbe bilinéaire, avec une pente E pour la partie élastique, et une pente E_T pour la partie plastique, alors on peut montrer que la pente H de σ en fonction de la déformation plastique est égale à:

$$H = \frac{2}{3} \frac{E E_T}{E - E_T} \quad (3-60)$$

Par ailleurs la dérivée de Γ par rapport à σ_{ij} , compte tenu du critère de von Mises, est:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{ij}} = s_{ij} \quad (3-61)$$

En remplaçant dans l'équation (3-52) il vient:

$$C_{ijkl}^{ep} = \frac{E}{1+\nu} \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} - \frac{3s_{ij}s_{kl}}{2\sigma_y^2 \left(1 + \frac{2(1+\nu)}{3} \frac{H}{E} \right)} \right) \quad (3-62)$$

Maintenant en reprenant les équations (3-35) et (3-36) on peut écrire:

$$D_{ijkl} d_{kl} = \check{S} - \sigma_{mj} d_{im} - \sigma_{im} d_{jm} = \left[C_{ijkl}^{ep} - \frac{1}{2} (\delta_{ik} \sigma_{jl} + \delta_{jk} \sigma_{il} + \delta_{il} \sigma_{jk} + \delta_{jl} \sigma_{ik}) \right] d_{kl} \quad (3-63)$$

alors l'expression de la matrice $[D]$ du comportement du matériau pour l'analyse du formage est donnée par:

$$D_{ijkl} = C_{ijkl}^{ep} - \frac{1}{2} (\delta_{ik} \sigma_{jl} + \delta_{jk} \sigma_{il} + \delta_{il} \sigma_{jk} + \delta_{jl} \sigma_{ik}) \quad (3-64)$$

Pour compléter, il faut à présent inclure le comportement caoutchouteux du joint et les phénomènes de contact dans les interactions outillage de sertissage et capsule.

3.4 Matériau hyperélastique

Le joint que l'on retrouve dans les capsules peut se présenter sous forme de différents composés qui ont en commun la possibilité de se déformer élastiquement sur de grandes elongations. Ces composés sont des élastomères qui ont un comportement caoutchouteux caractéristique des matériaux hyperélastiques. Les matériaux hyperélastiques sont des matériaux dont les contraintes sont calculées à partir d'une fonction d'énergie potentielle de déformation W . Par définition, on dit qu'un matériau est hyperélastique, s'il existe une fonction scalaire d'énergie potentielle élastique exprimée en fonction du tenseur des déformations de Green-Lagrange E , ou du tenseur droit des déformations de Cauchy-Green C , telle que le second tenseur des contraintes Piola-Kirchhoff S puisse se calculer par:

$$S_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}} = 2 \frac{\partial W}{\partial C_{ij}} \quad (3-65)$$

Les matériaux hyperélastiques restituent l'énergie de déformation lorsqu'ils sont déchargés, par conséquent ils ne sont pas dépendants du chemin suivi lors du chargement, par opposition aux matériaux qui subissent des déformations permanentes

ou plastiques. La figure 3.4 illustre la différence de comportement lors du chargement et du déchargement entre un matériau hyperélastique et un matériau qui subit des déformations permanentes.

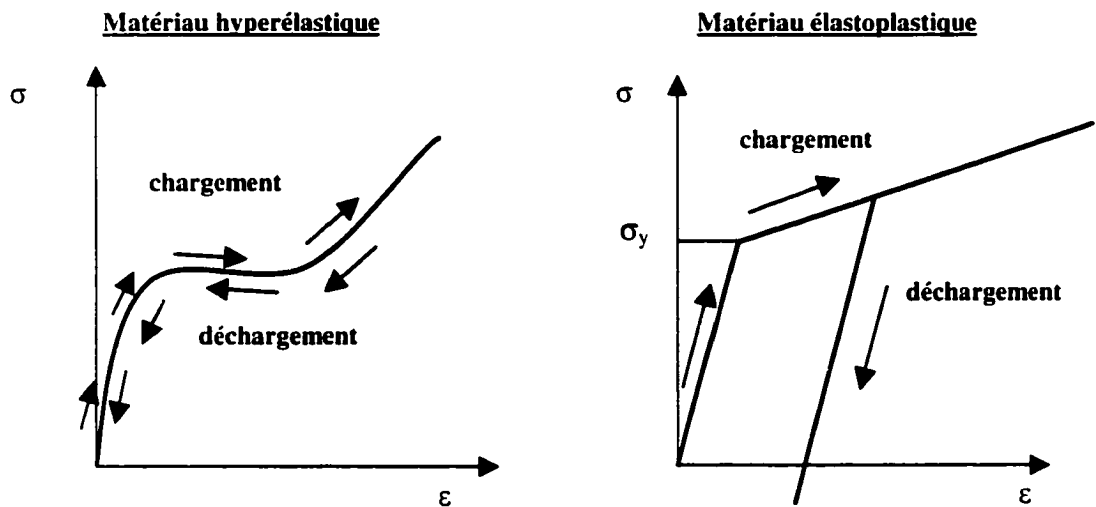


Figure 3.4 Comportement d'un matériau hyperélastique et d'un matériau élastoplastique sous charge

Les matériaux caoutchouteux, comme le joint des capsules, ont également un comportement qualifié de quasiment incompressible, ce qui signifie, que le volume reste pratiquement constant lors du chargement. La conséquence directe de ce phénomène est un coefficient de Poisson très proche de 0.5. Si on utilise un coefficient de Poisson proche de 0.5 dans la loi de Hooke des matériaux isotropes élastiques linéaires pour déterminer les contraintes on obtient des résultats irréalistes. Ceci est en particulier à cause du facteur $(1-2\nu)$ que l'on retrouve au dénominateur dans l'expression des contraintes en fonction des déformations. La loi de Hooke pour le calcul des contraintes dans un matériau isotrope élastique linéaire, dans un système tridimensionnel cartésien, est donnée par exemple selon x (sans tenir compte de la variation de température):

$$\sigma_x = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left[(1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \quad (3-66)$$

Si l'on a deux matériaux avec des modules d'élasticité équivalents, les contraintes calculées à l'aide de la loi de Hooke serait 400 fois plus élevée si l'on a $\nu=0.4995$ pour l'un (quasiment incompressible) et $\nu=0.3$ (matériaux métalliques), pour des déformations observées identiques, ce qui n'aurait évidemment aucun sens.

C'est donc en faisant appel à l'énergie potentielle de déformation qu'il va être possible de déterminer les contraintes dans les matériaux incompressibles. Nous allons voir qu'en exprimant cette énergie potentielle en fonction des invariants de déformation il devient très simple de caractériser le comportement du matériau du joint à l'aide de seulement 2 constantes avec certaines restrictions cependant. Ce modèle de comportement d'un matériau incompressible a été établi par Mooney [54] et Rivlin[55], et peut s'écrire sous une forme générale:

$$W = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} c_{ij} (J_1 - 3)^i (J_2 - 3)^j \quad (3-67)$$

Les c_{ij} sont des constantes du matériau, communément appelées constantes de Mooney-Rivlin. Les J_i sont les invariants de déformation qui peuvent être exprimés en fonction du tenseur droit des déformations de Cauchy-Green.

$$J_1 = C_{kk} = \text{tr}(\mathbf{C}) \quad (3-68)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} [J_1^2 - C_{ij}C_{ij}] \quad (3-69)$$

$$J_3 = \det \mathbf{C} \quad (3-70)$$

La dernière équation représente la variation de volume et dans le cas d'un matériau incompressible, l'invariant J_3 est égal à 1. Le modèle présenté à l'équation 3.67 est un modèle qui peut être ramené à un modèle à seulement 2 coefficients en limitant i et j à 0 et 1, avec $i \neq j$. Alors en posant $c_{10} = C_1$ et $c_{01} = C_2$ on obtient:

$$W = C_1(J_1 - 3) + C_2(J_2 - 3) \quad (3-71)$$

Ce modèle convient aux matériaux qui ne présentent pas de points d'inflexion dans le diagramme déformations-contraintes basé sur la géométrie originale. Dans le cas

du matériau hyperélastique illustré à la figure 3.4, le modèle à 2 constantes de l'équation 3.71 devient très imprécis, voire inapproprié. Dans le cas particulier du matériau du joint, comme nous le verrons au chapitre 4, le modèle à 2 constantes donne une très bonne approximation. Le modèle à 2 constantes de Mooney-Rivlin est de loin le plus populaire dans les codes éléments finis pour matériaux hyperélastiques.

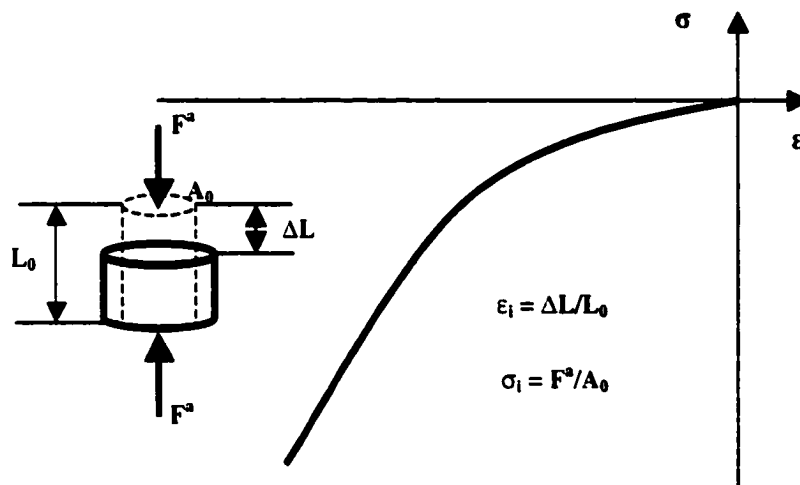


Figure 3.5 Essai de compression uniaxial

Il est possible de déterminer les 2 constantes caractéristiques du matériau, à partir d'un simple essai de compression comme illustré sur la figure 3.5. Dans ce cas particulier, le gradient des déplacements s'écrit:

$$F = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

et le tenseur droit des déformations de Cauchy-Green prend la forme:

$$C = F^T F = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

avec les élongations λ_i telles que:

$$\lambda_i = 1 + \varepsilon_i \quad (3-74)$$

Où ε_i sont les déformations calculées par rapport à la géométrie initiale dans la direction i (voir aussi la figure 3.5)

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta L_i}{L_{0i}} \quad (3-75)$$

Les invariants de déformation s'écrivent alors:

$$J_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (3-76)$$

$$J_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (3-77)$$

$$J_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (3-78)$$

Dans le cas de la compression uniaxiale (dans la direction 1 par exemple), qui est par ailleurs complètement équivalente à la tension équi-biaxiale, les élongations transversales sont égales entre elles et inversement proportionnelles à la racine carrée de la composante λ_1 dans la direction de la compression 1. En effet avec un matériau incompressible et isotrope, on a $J_3 = 1$ et par conséquent, comme la direction 1 est la direction de compression:

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \quad (3-79)$$

alors les invariants J_1 et J_2 deviennent:

$$J_1 = \lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1} \quad (3-80)$$

$$J_2 = 2\lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2} \quad (3-81)$$

Il est possible à présent d'exprimer W en fonction de l'élongation principale λ_1 :

$$W = C_1 \left(\lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1} - 3 \right) + C_2 \left(2\lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2} - 3 \right) \quad (3-82)$$

Nous savons que le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} peut s'exprimer en fonction du tenseur des contraintes vraies de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\mathbf{S} = \det(\mathbf{F})\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} \quad (3-83)$$

et on peut remarquer simplement que la seule contrainte vraie est $\sigma_{11} = F^a/A$, où F^a est la force appliquée sur la section actuelle A . Hors comme une aire infinitésimale dA est égale à $\lambda_2\lambda_3dA_0$, en intégrant on a $A = \lambda_2\lambda_3A_0$. En utilisant $J_3 = 1$ et l'équation (3-79), on obtient pour la seule composante non-nulle de \mathbf{S}

$$S_{11} = \frac{1}{\lambda_1} \frac{F^a}{A_0} \quad (3-84)$$

En appelant $\sigma_{g1} = F^a/A_0$ la contrainte basée sur la géométrie initiale alors l'équation (3-65) devient:

$$S_{11} = \frac{1}{\lambda_1} \sigma_{g1} = 2 \frac{\partial W}{\partial C_{11}} = 2 \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} \frac{\partial \lambda_1}{\partial C_{11}} \quad (3-85)$$

Sachant que $C_{11} = \lambda_1^2$, en multipliant chaque membre de l'équation (3-85) par $\frac{\partial C_{11}}{\partial \lambda_1}$ il vient simplement que la contrainte σ_{g1} basée sur la géométrie originale se détermine par:

$$\sigma_{g1} = \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} = 2 \left[C_1 \left(\lambda_1 - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) + C_2 \left(1 - \frac{1}{\lambda_1^3} \right) \right] \quad (3-86)$$

En arrangeant la forme de l'équation (3-86) l'expression devient:

$$\sigma_{g1} = 2 \left(C_1 \lambda_1 + C_2 \right) \left(1 - \frac{1}{\lambda_1^3} \right) \quad (3-87)$$

Supposons à présent que nous disposons des résultats d'un essai de compression sur une éprouvette, c'est à dire les σ_{g1}^i et λ_1^i . Nous pouvons calculer les coefficients C_1 et C_2 par une simple régression linéaire, en mettant l'équation (3-87) sous l'une des deux formes suivantes:

$$\frac{\sigma_{\beta_i}}{2\left(1 - \frac{1}{\lambda_1^3}\right)} = C_1\lambda_1 + C_2 \quad (3-88)$$

$$\frac{\sigma_{\beta_i}}{2\left(\lambda_1 - \frac{1}{\lambda_1^2}\right)} = C_1 + \frac{C_2}{\lambda_1} \quad (3-89)$$

Pour l'équation (3-88) on pose $\alpha_i = \lambda_1^i$, et β_i le premier membre de l'équation (3-88) évalué en chacun des points de mesure. Pour l'équation (3-89) on pose $\alpha_i = 1/\lambda_1^i$, et β_i le premier membre de l'équation (3-89) évalué également en chacun des points de mesure. La construction des équations de régression nous donnent:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 & \sum_{i=1}^n \alpha_i \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i \\ \sum_{i=1}^n \beta_i \end{bmatrix} \quad (3-90)$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \alpha_i & \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \\ n & \sum_{i=1}^n \alpha_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i \\ \sum_{i=1}^n \beta_i \end{bmatrix} \quad (3-91)$$

Où n est le nombre de données recueillies pendant le test de compression. Il suffit maintenant de résoudre ces systèmes d'équations pour déterminer les constantes de Mooney-Rivlin C_1 et C_2 . Pour vérifier la corrélation du modèle, on calcule simplement le coefficient de détermination de chacune des deux régressions.

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (C_1\alpha_i + C_2 - \bar{\beta})^2}{\sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})^2} \quad (3-92)$$

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (C_1 + C_2\alpha_i - \bar{\beta})^2}{\sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})^2} \quad (3-93)$$

avec $\bar{\beta}$ la moyenne des observations du premier membre de l'équation 3-88 ou 3-89 selon l'équation 3-92 ou 3-93 considérée:

$$\bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \quad (3-94)$$

En ce qui concerne l'évaluation des constantes pour le matériau du joint, c'est l'équation (3-91) qui donne le meilleur coefficient de détermination (équation 3.93). Le calcul des constantes est présenté à la section 4.2.2, paramètres du maillage.

3.5 Formulation des contacts

Les problèmes de contact sont parmi les phénomènes non-linéaires des plus difficiles à résoudre et réclament de très nombreuses évaluations numériques. L'une des difficultés des problèmes de contact est que l'on ne connaît pas précisément à l'avance les régions qui seront en contact. En fait c'est souvent seulement une fois le problème résolu que celle-ci seront connues. Une autre difficulté est que les problèmes de contact nécessitent généralement la prise en compte de la friction entre les différentes surfaces. Comme les lois de friction sont non-linéaires, et que les contacts peuvent se produire de façon brusque, il n'est pas étonnant que les problèmes de contact ne soient pas simples à résoudre. En rappelant l'équation 3-7 du principe du travail virtuel, et en ajoutant la contribution des forces de contact pour N_b volumes, on obtient (Bathe[17]):

$$\sum_1^{N_b} \left[\int_V \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV \right] = \sum_1^{N_b} \left[\int_V \rho f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} t_i \delta u_i dS_t \right] + \sum_1^{N_b} \left[\int_{S_c} f_i^c \delta u_i dS_c \right] \quad (3-95)$$

Les forces de contact f_i^c agissent sur les surfaces S_c des N_b différents volumes. La figure 3.6 illustre le cas particulier de deux corps en contact au point x (séparés à droite sur la figure pour illustrer les interactions).

La force de contact subie par le corps I sous l'effet du corps J est notée \mathbf{f}^J . La force \mathbf{f}^I exercée par le corps I sur le corps J est égale et opposée à \mathbf{f}^J .

$$\mathbf{f}^I = -\mathbf{f}^J \quad (3-96)$$

La force de contact décomposée selon les vecteurs unitaires \mathbf{n} (normal) et \mathbf{s} (tangente) donne:

$$\mathbf{f}^I = \gamma \mathbf{n} + \varphi \mathbf{s} \quad (3-97)$$

Où γ et φ sont les amplitudes de \mathbf{f}^I selon les directions portées par \mathbf{n} et \mathbf{s} .

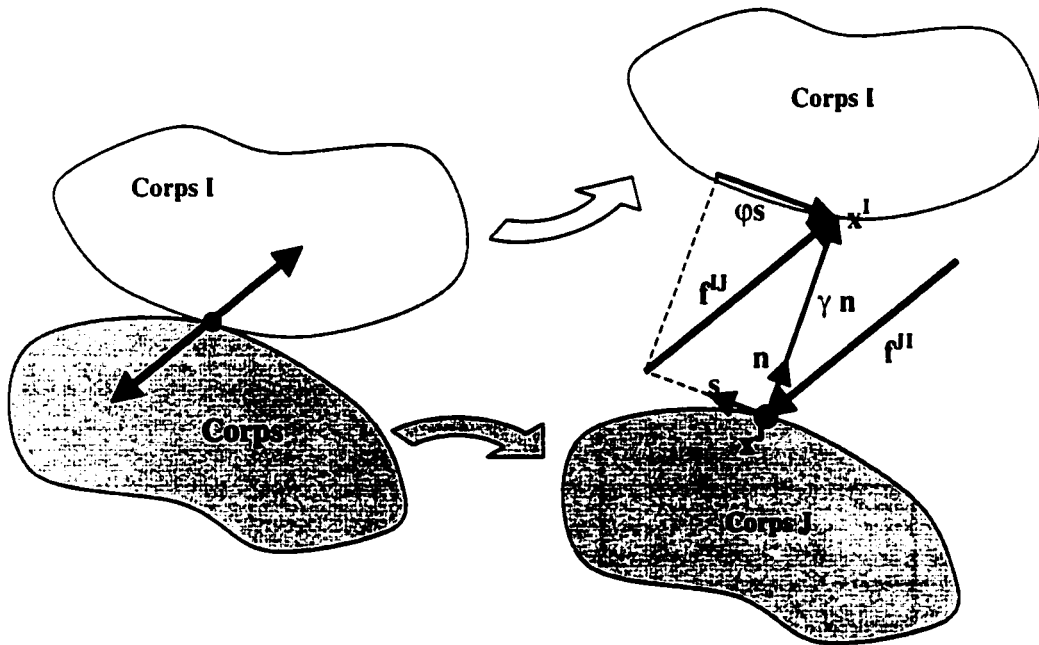


Figure 3.6 Forces d'interaction de deux corps en contact

La distance minimale existante entre deux points \mathbf{x}^I et \mathbf{x}^J des corps I et J selon une normale \mathbf{n} en \mathbf{x}^J peut s'écrire:

$$\mathbf{g} = (\mathbf{x}^I - \mathbf{x}^J)^T \mathbf{n} \quad (3-98)$$

Alors l'existence ou non de contact normal entre deux points sera régie par l'expression suivante:

$$\begin{aligned} \gamma \mathbf{g} &= 0 \\ \text{avec} & \\ \mathbf{g} \geq 0 \text{ et } \gamma &\geq 0 \end{aligned} \quad (3-99)$$

Ce qui signifie que si $g > 0$, cela veut dire que $\gamma = 0$ et qu'il n'y a pas de contact. Inversement si $g = 0$, alors il existe une force de contact normale d'amplitude γ . L'équation (3-99) impose donc simplement que les surfaces de contact ne peuvent que se repousser les unes les autres.

Le modèle de friction le plus répandu est le modèle de Coulomb présenté sur la figure 3.7, qui spécifie que deux surfaces en contact peuvent subir des forces de cisaillement jusqu'à une limite proportionnelle aux forces normales qu'elles exercent l'une sur l'autre. Au delà de cette limite, les surfaces en contact peuvent se déplacer l'une par rapport à l'autre. La limite de proportionnalité s'appelle le coefficient de friction et est habituellement noté μ . Sur la figure 3.7, tant que la force appliquée P ne dépasse pas la valeur maximale μN alors le corps de poids W_b reste immobile. Si P est supérieure à μN alors il y a glissement du corps sur la surface de la base.

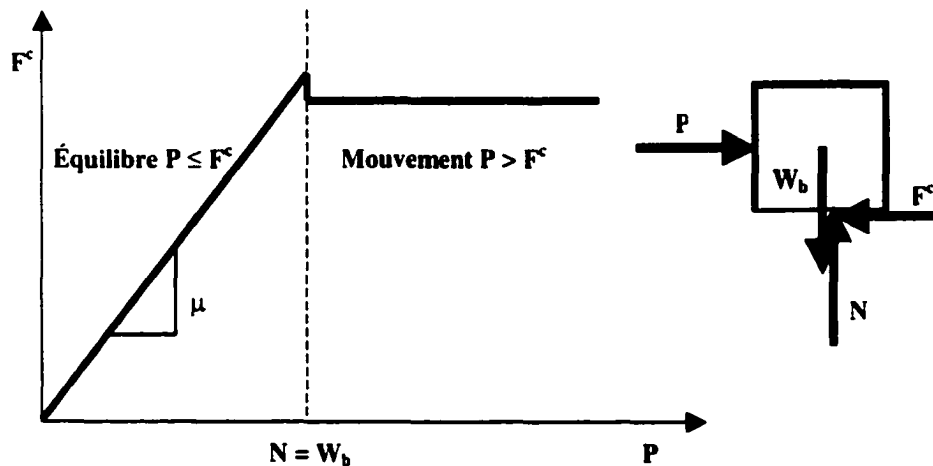


Figure 3.7 Loi de friction de Coulomb

Dans le cas des deux corps I et J de la figure 3.6, si on utilise la loi de Coulomb pour caractériser la friction entre les deux surfaces en contact, alors on peut établir la relation suivante:

$$\text{si } |\varphi| < \mu\gamma \Rightarrow \mathbf{u}(\mathbf{x}^I)^T \mathbf{s} = \mathbf{u}(\mathbf{x}^J)^T \mathbf{s} \quad (3-100)$$

C'est à dire que les déplacements sont identiques au point \mathbf{x} des deux corps I et J dans la direction du vecteur unitaire \mathbf{s} tant que l'amplitude de la force tangentielle φ imposée par J sur I (et inversement) reste inférieure à la résistance de friction $\mu\gamma$. La condition imposée par l'équation (3-100) vient donc s'ajouter à celle de l'équation (3-99) pour modéliser le phénomène de contact avec frottement. Bien sûr, si un problème sans friction est considéré alors seule l'équation (3-99) sera prise en compte dans la résolution de l'équation du principe du travail virtuel (3-95).

3.6 Discrétisation

3.6.1 Formulation

L'expression du travail virtuel de l'équation (3-38) pour la formulation du lagrangien réactualisé peut à présent s'écrire sous forme matricielle:

$$(\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_{NL})\mathbf{U} = \mathbf{F}^a - \mathbf{F}^{nd} \quad (3-101)$$

où \mathbf{K}_L est la matrice de rigidité linéaire, \mathbf{K}_{NL} la matrice de rigidité non-linéaire, \mathbf{U} le vecteur des déplacements des nœuds par rapport à l'état d'équilibre précédent, \mathbf{F}^a le vecteur des charges extérieures appliquées et \mathbf{F}^{nd} le vecteur des forces aux nœuds, équivalent à l'état de contraintes dans les éléments à l'équilibre précédent.

Pour un élément on peut écrire:

$$\int_V D_{ijkl} \delta u_{i,j} dV = \mathbf{K}_L \mathbf{u} = \left(\int_V \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV \right) \mathbf{u} \quad (3-102)$$

$$\int_V \sigma_{ij} \Delta u_{k,i} \delta u_{k,j} dV = \mathbf{K}_{NL} \mathbf{u} = \left(\int_V \mathbf{B}_{NL}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{B}_{NL} dV \right) \mathbf{u} \quad (3-103)$$

$$\int_V \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV = \mathbf{F}^{nd} = \int_V \mathbf{B}_L^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV \quad (3-104)$$

$$\int_V \rho f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} t_i \delta u_i dS_t + \int_V \rho \Delta f_i \delta u_i dV + \int_{S_t} \Delta t_i \delta u_i dS_t = \mathbf{F}^a \quad (3-105)$$

Les matrices \mathbf{B} sont calculées à partir des fonctions d'interpolations des différents types d'éléments. Les contraintes vraies de Cauchy sont sous forme matricielle ($\boldsymbol{\sigma}$) dans l'équation (3-103), et sous forme vectorielle ($\bar{\boldsymbol{\sigma}}$) dans l'équation (3-104).

Si NN est le nombre de nœuds d'un élément, alors on écrira de façon générale, les déplacements en trois dimensions:

$$\mathbf{u} = [u_1^1 \ u_2^1 \ u_3^1 \ u_1^2 \ u_2^2 \ u_3^2 \ \dots \ u_1^{NN} \ u_2^{NN} \ u_3^{NN}]^T \quad (3-106)$$

où par exemple, u_3^2 représente le déplacement du nœud 2 selon la direction cartésienne 3. Les déplacements à l'intérieur d'un élément sont calculés à l'aide des fonctions d'interpolation h_k propres à chaque type d'élément. Les matrices \mathbf{B} sont données par (Bathe [17]):

$$\mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & 0 & h_{2,1} & \dots & 0 \\ 0 & h_{1,2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & h_{1,3} & 0 & \dots & h_{NN,3} \\ h_{1,2} & h_{1,1} & 0 & h_{2,2} & \dots & 0 \\ 0 & h_{1,3} & h_{1,2} & 0 & \dots & h_{NN,2} \\ h_{1,3} & 0 & h_{1,1} & h_{2,3} & \dots & h_{NN,1} \end{bmatrix} \quad (3-107)$$

$$\mathbf{B}_{NL} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{NL} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{NL} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{NL} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3-108)$$

avec

$$\tilde{\mathbf{B}}_{NL} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & 0 & h_{2,1} & \dots & h_{NN,1} \\ h_{1,2} & 0 & 0 & h_{2,2} & \dots & h_{NN,2} \\ h_{1,3} & 0 & 0 & h_{2,3} & \dots & h_{NN,3} \end{bmatrix} \quad (3-109)$$

où

$$h_{k,j} = \frac{\partial h_k}{\partial x_j} \quad (3-110)$$

Comme mentionné précédemment, les fonctions h_k sont les fonctions d'interpolation sur les éléments isoparamétriques présentés ci-après.

3.6.2 Élément solide: capsule

La simulation du sertissage de la capsule nécessite des éléments tridimensionnels pour la discrétisation à cause de la géométrie particulière de la capsule, comme nous le verrons au chapitre 4. Cependant, si l'on s'intéresse seulement à l'écrasement du joint dans un premier temps, il est possible de modéliser la capsule en deux dimensions en utilisant des éléments axisymétriques. Donc, la capsule en matériau métallique sera modélisée avec des éléments axisymétriques (*plane42*) en 2D et des éléments briques (*solid45*) en 3D de la librairie Ansys®.

L'élément *plane42* est un élément quadrilatéral à 4 nœuds (voir figure 3.8), dont les fonctions d'interpolation sont isoparamétriques, c'est à dire que ce sont les mêmes fonctions qui sont utilisées aussi bien pour interpoler les coordonnées d'un point, que pour le déplacement qui lui est associé. Dans la plupart des analyses c'est ce type d'élément qui est le plus efficace. Les fonctions d'interpolation h_k de l'élément *plane42* sont données ci-après.

$$\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (1-s)(1-t) & (1+s)(1-t) & (1+s)(1+t) & (1-s)(1+t) \end{bmatrix} \quad (3-111)$$

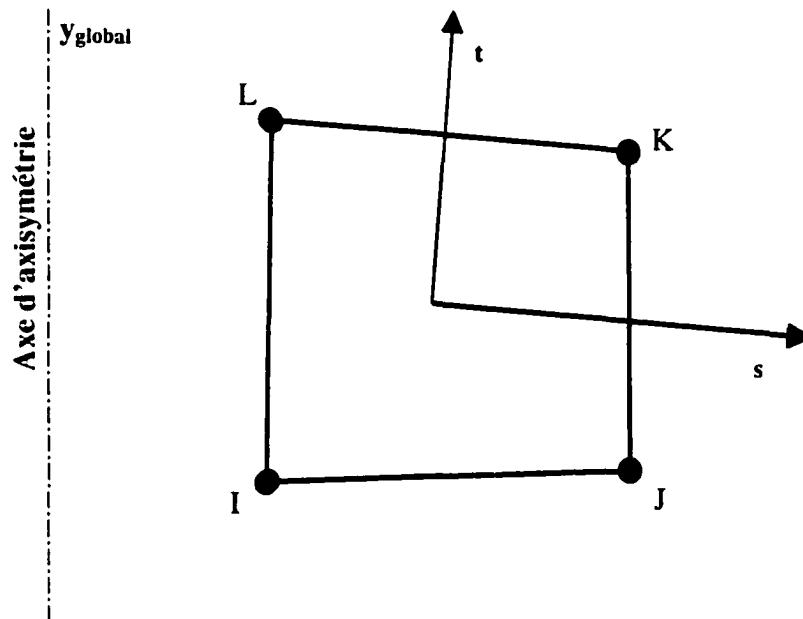


Figure 3.8 Élément axisymétrique à 4 nœuds *plane42* de Ansys®

Les 4 points d'intégration pour le calcul des matrices de rigidité et l'évaluation des contraintes sont situés à $\pm\sqrt{3}/3$ selon les axes paramétriques s et t . Tous les points ont le même poids, cest à dire 1. Pour la simulation en 3D c'est un élément de type brique qui est utilisé pour le maillage de la capsule. L'élément *solid45* de la librairie Ansys® est un élément à 8 nœuds (voir figure 3.9) qui comporte 3 degrés de liberté de déplacement en translation en chacun des nœuds. Les fonctions d'interpolation sont basées sur un polynôme d'ordre 2 qui privilégie les termes croisés, c'est à dire les produits rs , st , tr et rst des variables paramétriques. Les fonctions s'écrivent:

$$\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_8] = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} (1-s)(1-t)(1-r) & (1+s)(1-t)(1-r) \\ (1+s)(1+t)(1-r) & (1-s)(1+t)(1-r) \\ (1-s)(1-t)(1+r) & (1+s)(1-t)(1+r) \\ (1+s)(1+t)(1+r) & (1-s)(1+t)(1+r) \end{bmatrix} \quad (3-112)$$

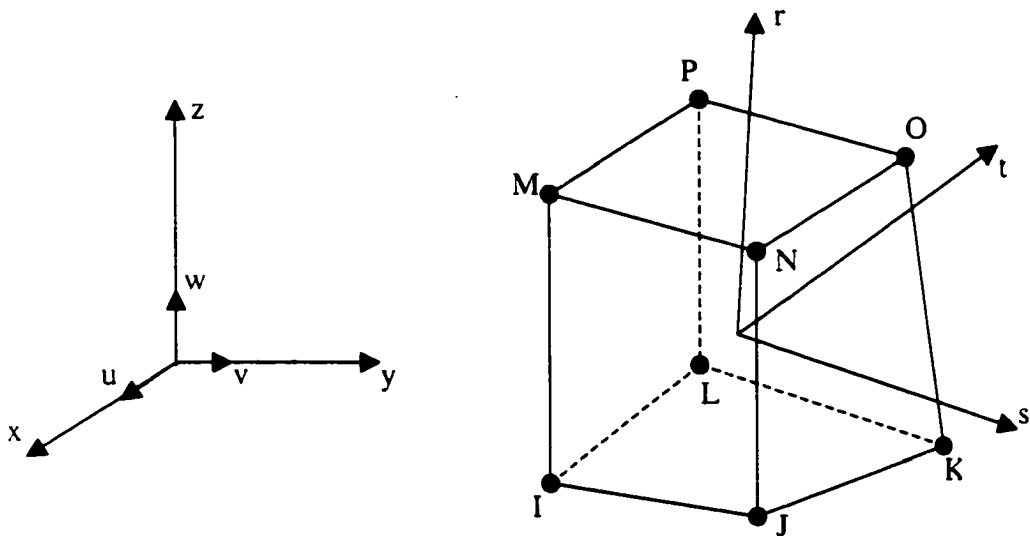


Figure 3.9 Élément structural isoparamétrique à 8 nœuds *solid45*

De façon similaire à l'élément quadrilatéral, les points d'intégration sont situés à $\pm\sqrt{3}/3$ selon les axes paramétriques s , t et r . Les poids associés sont également de 1 en chacun des 8 points.

Alors, par exemple, pour un élément tridimensionnel, les déplacements en un jeu de coordonnées (r,s,t) , sont interpolés simplement en multipliant les déplacements nodaux u_i par les fonctions d'interpolation h_k évaluées en r , s et t .

$$u_i(r, s, t) = \sum_{k=1}^{NN} h_k(r, s, t) u_i^k \quad (3-113)$$

ou encore sous une forme matricielle plus générale:

$$u(r, s, t) = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & h_2 & \dots & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & 0 & \dots & h_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_2^1 \\ u_3^1 \\ u_1^2 \\ \vdots \\ u_3^{NN} \end{bmatrix} \quad (3-114)$$

3.6.3 Élément hyperélastique: joint

Le matériau du joint est de type caoutchouteux, et nécessite donc une discrétisation en éléments finis hyperélastiques, comme nous avons vu précédemment. Pour la simulation axisymétrique, c'est l'élément plan *hyper56 u/p* à 4 nœuds qui est utilisé, et pour la simulation tridimensionnelle c'est l'élément brique à 8 nœuds *hyper58 u/p* qui sera utilisé. Les géométries de ces éléments sont semblables à celles des éléments solides structuraux présentés sur les 2 figures de la section 3.6.2. Pour les matériaux quasiment incompressibles, la formulation éléments finis basée sur les déplacements n'est plus suffisamment efficace (Bathe,17), c'est à dire que le nombre d'éléments pour modéliser doit être considérablement plus élevé pour obtenir une précision du même ordre de grandeur que celle atteinte pour un matériau compressible. La formulation u/p est une formulation mixte qui fait intervenir des degrés de liberté p de pression en plus des degrés de liberté u habituels en déplacement.

L'équation de Mooney-Rivlin (3-67) a été construite pour des matériaux incompressibles, ce qui est trop restrictif dans le cas du joint. En faisant l'hypothèse que le module de variation de volume κ_v est très grand, comparativement au module de cisaillement, on a le comportement d'un matériau quasiment incompressible. Cette hypothèse permet d'enlever la restriction $J_3 = 1$ (incompressibilité) et d'inclure un terme de travail hydrostatique dans l'expression de W. Alors, selon Bathe [17, 50] et Ansys® [51] la clé de la formulation est d'inclure l'effet de la pression interpolée dans l'expression de l'énergie potentielle W de façon explicite:

$$W = \bar{W} + Q = \bar{W} - \frac{1}{2\kappa_v} (\bar{p} - p)^2 \quad (3-115)$$

Où \bar{W} est l'énergie potentielle dépendante uniquement de l'interpolation sur les déplacements, Q est l'augmentation d'énergie due aux contraintes sur le volume, κ_v est le module de variation de volume, \bar{p} est la pression calculée à partir de \bar{W} et p est la pression interpolée séparément à partir des degrés de liberté de pression. Les

déplacements sont interpolés à partir des valeurs aux nœuds comme présenté précédemment pour les éléments structuraux, et la distribution de pression p à l'intérieur de l'élément est décrite par une forme polynomiale paramétrique, sans aucune association avec les nœuds.

$$p = p_1 + p_2 r + p_3 s + \dots = \mathbf{H}_p \hat{\mathbf{p}} \quad (3-116)$$

Le vecteur $\hat{\mathbf{p}}$ contient les degrés de liberté p_i en pression dans l'élément, et \mathbf{H}_p est la matrice des fonctions d'interpolation:

$$\mathbf{H}_p = [1 \ r \ s \ t \ \dots] \quad (3-117)$$

Pour obtenir l'expression de \bar{W} il faut utiliser les invariants réduits \bar{J}_i des J_i qui permettent de s'affranchir des déformations hydrostatiques:

$$\bar{J}_1 = \frac{J_1}{\sqrt[3]{J_3}} \quad (3-118)$$

$$\bar{J}_2 = \frac{J_2}{\sqrt[3]{J_3^2}} \quad (3-119)$$

$$\bar{J}_3 = \sqrt[3]{J_3} \quad (3-120)$$

L'expression de \bar{W} est alors donnée par:

$$\bar{W} = C_1(\bar{J}_1 - 3) + C_2(\bar{J}_2 - 3) + \frac{1}{2} \kappa_v (\bar{J}_3 - 1)^2 \quad (3-121)$$

ainsi la pression \bar{p} est exprimée par (Bathe [17,51]):

$$\bar{p} = -\kappa_v (\bar{J}_3 - 1) \quad (3-122)$$

Dans le cas des éléments *hyper56 u/p* et *hyper58 u/p* de la librairie Ansys[®] le module de variation de volume est calculé à partir des 2 constantes de Mooney-Rivlin et du coefficient de Poisson ν :

$$\kappa_v = \frac{2(C_1 + C_2)}{(1 - 2\nu)} \quad (3-123)$$

La forme incrémentale des équations d'équilibre dans un élément est ensuite construite en tenant compte de la particularité des interpolations séparées de déplacement et de pression, ce qui s'écrit:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^{uu} & \mathbf{K}^{up} \\ \mathbf{K}^{pu} & \mathbf{K}^{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_u^{nd} \\ \mathbf{F}_p^{nd} \end{bmatrix} \quad (3-124)$$

avec \mathbf{F}^a les forces extérieures appliquées aux nœuds, $\Delta \mathbf{u}$ et $\Delta \mathbf{p}$ les incréments de pression, et \mathbf{F}_u^{nd} , \mathbf{F}_p^{nd} sont les forces ressenties au niveau des degrés de liberté dans la solution incrémentale (voir aussi section 3.7). Les efforts \mathbf{F}_u^{nd} et \mathbf{F}_p^{nd} sont nuls lorsque l'équilibre est atteint pour un $\Delta \mathbf{u}$ et $\Delta \mathbf{p}$ imposés. Dans le cas des éléments hyperélastiques de la librairie Ansys[®], un seul degré de liberté est utilisé, la forme de l'équation paramétrique de la pression se résume simplement à:

$$p = p_i \quad (3-125)$$

Les matrices de rigidité sont calculées dans le contexte d'une forme incémentale du lagrangien total, c'est à dire en référence avec la configuration initiale (Bathe [17, 50] et Ansys[®] [51]). \mathbf{K}^{uu} est la matrice de rigidité en déplacement:

$$\mathbf{K}_{ij}^{uu} = \int_{\sigma_v} \mathbf{C}_{klrs}^{uu} \frac{\partial \mathbf{E}_{kl}}{\partial \Delta u_i} \frac{\partial \mathbf{E}_{rs}}{\partial \Delta u_j} d^0 V + \int_{\sigma_v} \mathbf{S}_{kl} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_{kl}}{\partial \Delta u_i \partial \Delta u_j} d^0 V \quad (3-126)$$

\mathbf{K}^{up} est la matrice de rigidité de couplage déplacement-pression:

$$\mathbf{K}_{ij}^{up} = \int_{\sigma_v} \frac{1}{\kappa_v} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \mathbf{E}_{kl}} \frac{\partial \mathbf{E}_{kl}}{\partial \Delta u_i} \frac{\partial p}{\partial \Delta p_j} d^0 V = \mathbf{K}_{ji}^{pu} \quad (3-127)$$

\mathbf{K}^{pp} est la matrice de rigidité en pression:

$$\mathbf{K}_{ii}^{pp} = - \int_{\sigma_v} \frac{1}{\kappa_v} \frac{\partial p}{\partial \Delta p_i} \frac{\partial p}{\partial \Delta p_j} d^0 V \quad (3-128)$$

Le vecteur du second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} est calculé par:

$$\mathbf{S}_{kl} = \bar{\mathbf{S}}_{kl} - \frac{1}{\kappa_v} (\bar{p} - p) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \mathbf{E}_{kl}} \quad (3-129)$$

où $\bar{\mathbf{S}}$ est le tenseur des contraintes ne dépendant que de $\bar{\mathbf{W}}$

$$\bar{S}_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial E_{kl}} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial E_{lk}} \right) \quad (3-130)$$

C^{uu} est la matrice du comportement du matériau:

$$C_{klrs}^{uu} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \bar{S}_{kl}}{\partial E_{rs}} \right) + \left(\frac{\partial \bar{S}_{kl}}{\partial E_{sr}} \right)^T \right) - \frac{1}{\kappa_v} \frac{\partial \bar{p}}{\partial E_{kl}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial E_{rs}} - \frac{1}{\kappa_v} (\bar{p} - p) \left(\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial E_{kl} \partial E_{rs}} \right) \quad (3-131)$$

et les forces ressenties aux nœuds:

$$F_{u_i}^{nd} = \int_{\Omega_v} S_{kl} \frac{\partial E_{kl}}{\partial \Delta u_i} d^0 V \quad (3-132)$$

$$F_{p_i}^{nd} = \int_{\Omega_v} \frac{1}{\kappa_v} (\bar{p} - p) \frac{\partial p}{\partial \Delta p_i} d^0 V \quad (3-133)$$

En utilisant l'équation (3-116) on peut écrire:

$$\frac{\partial p}{\partial \Delta p} = H_p \quad (3-134)$$

3.6.4 Éléments de contact

Les outils de sertissage viennent former la tôle de la capsule en la repoussant contre le goulot de la bouteille. C'est par l'intermédiaire d'éléments de contacts, que cette interaction est modélisée. Dans le cadre de l'étude, l'interaction entre les outils et la capsule est considérée rigide-flexible, c'est à dire que les outillages sont considérés indéformables (rigide) , tandis que la tôle de la capsule et le joint d'étanchéité sont déformables (flexibles). Compte tenu de la forme massive des outillages, comparativement à la tôle mince de la capsule, c'est une approximation tout à fait acceptable.

En 2 dimensions, c'est l'élément de contact à 2 nœuds *targe169* de la librairie Ansys® qui est utilisé pour modéliser le contour des outillages considérés rigides. Les éléments rigides sont appairés avec des éléments flexibles à 2 nœuds *conta171* par

l'intermédiaire d'un jeu de constantes de contact (voir section 4.2.2 Paramètres du maillage). Pour la simulation des contacts en 3 dimensions on utilise les éléments de surface *targe170* pour modéliser les outillages rigides, et *conta173* pour les surfaces de la capsule et du joint concernées par les contacts. La figure 3.10 présente les paires d'éléments de contact et la façon dont les volumes déformables sont recouverts par les éléments de contact flexibles.

Les fonctions d'interpolations des éléments de contact ont la même forme que celles des éléments structuraux vus précédemment. Les fonctions d'interpolations sont linéaires pour les éléments en 2D, et bi-linéaires pour les éléments en 3 D, exprimées dans le repère local des éléments. L'interpolation des déplacements se fait à l'aide de l'équation 3-113 ou 3-114. L'intégration numérique est évaluée en 2 points pour les éléments linéaires, en trois points pour les triangles, et en 4 points pour les éléments rectangulaires.

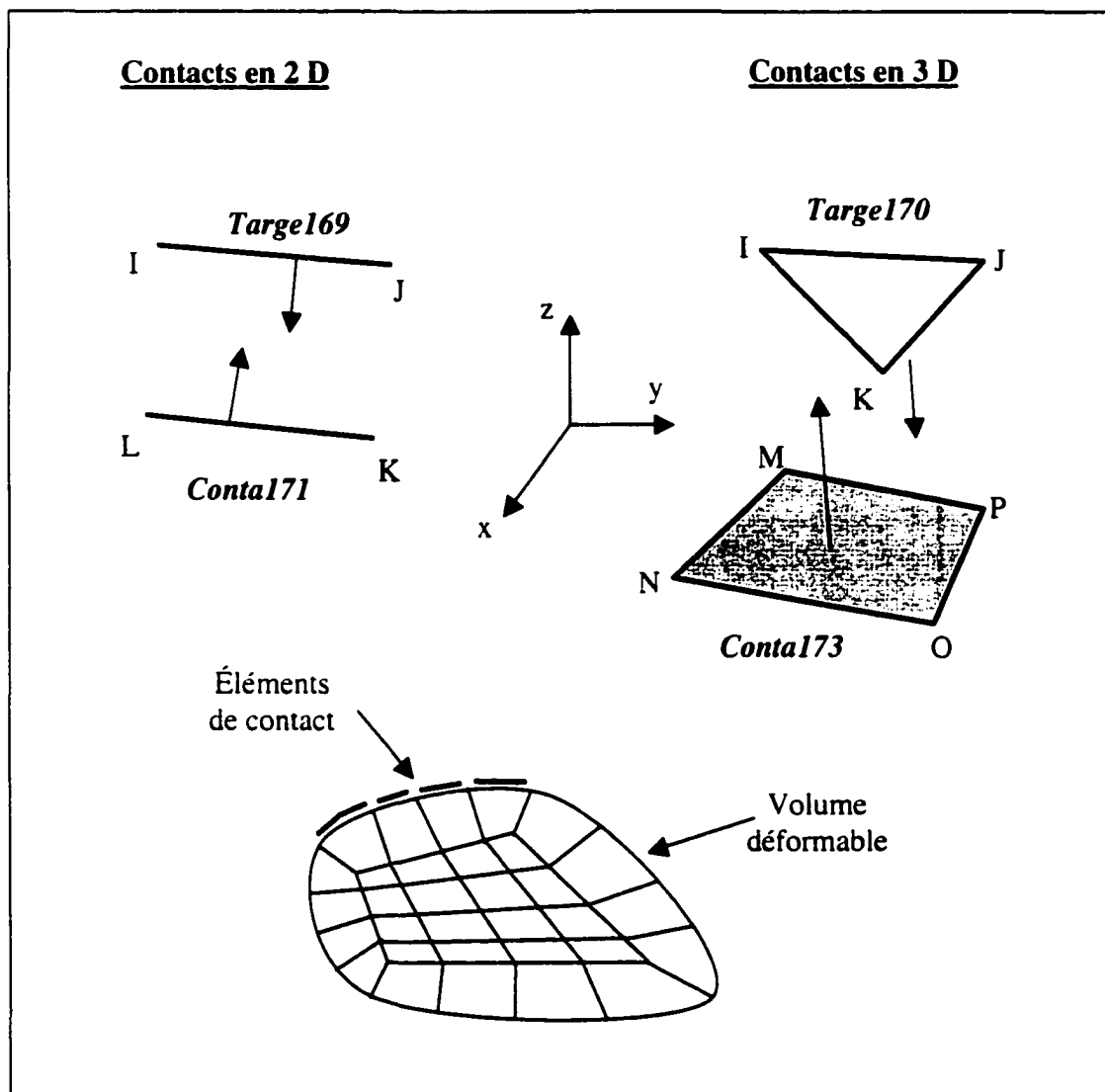


Figure 3.10 Paires d'éléments de contact

3.7 Méthode de résolution

La discrétisation par éléments finis donne une équation générale du type:

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F}^a \quad (3-135)$$

Où, pour une analyse statique, ou quasi-statique, \mathbf{K} est la matrice de rigidité du système, \mathbf{u} le vecteur des déplacements inconnus, et \mathbf{F}^a le vecteur des forces appliquées.

Si \mathbf{K} est une fonction des déplacements inconnus \mathbf{u} , alors l'équation (3-112) est non-linéaire, et nécessite une procédure itérative pour être résolue. La méthode de Newton-Raphson est une méthode très populaire dans les codes éléments finis parce qu'elle assure une convergence rapide, si le point de départ de l'itération est dans le voisinage de la solution. La procédure de Newton-Raphson peut s'écrire (Bathe [17]):

$$\mathbf{K}_i^t \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{\text{nd}} \quad (3-136)$$

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{u}_i \quad (3-137)$$

avec \mathbf{K}_i^t la matrice tangente pour l'itération i , évaluée à l'aide de \mathbf{u}_i , et \mathbf{F}_i^{nd} est le vecteur des forces «ressenties» au niveau des nœuds des éléments, évalué également en fonction de \mathbf{u}_i . Le membre de droite de l'équation (3-136) est ce qu'il est convenu d'appeler le résidu de déséquilibre. La figure 3.10 illustre le processus itératif de Newton-Raphson. A chaque itération la force \mathbf{F}^{nd} est comparée à \mathbf{F}^a . Lorsque la différence est suffisamment négligeable, le processus itératif a convergé.

Le processus se résume ainsi:

1. \mathbf{u}_0 est le pas de départ, avec $\mathbf{u}_0 = 0$, et $i=0$
2. \mathbf{K}_i^t et \mathbf{F}_i^{nd} sont calculés en fonction de \mathbf{u}_i
3. Résolution de $\mathbf{K}_i^t \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{\text{nd}}$
4. Calcul de $\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{u}_i$
5. répéter les étapes 2, 3 et 4 jusqu'à atteindre la convergence

Il faut noter qu'aucune étape intermédiaire n'est en équilibre dans ce processus itératif. C'est seulement une fois que les forces de déséquilibre satisfont le critère d'arrêt que le processus a convergé et ainsi l'équilibre pour $\Delta \mathbf{u}_i$ est satisfait. Le processus peut se répéter avec un nouveau pas de chargement.

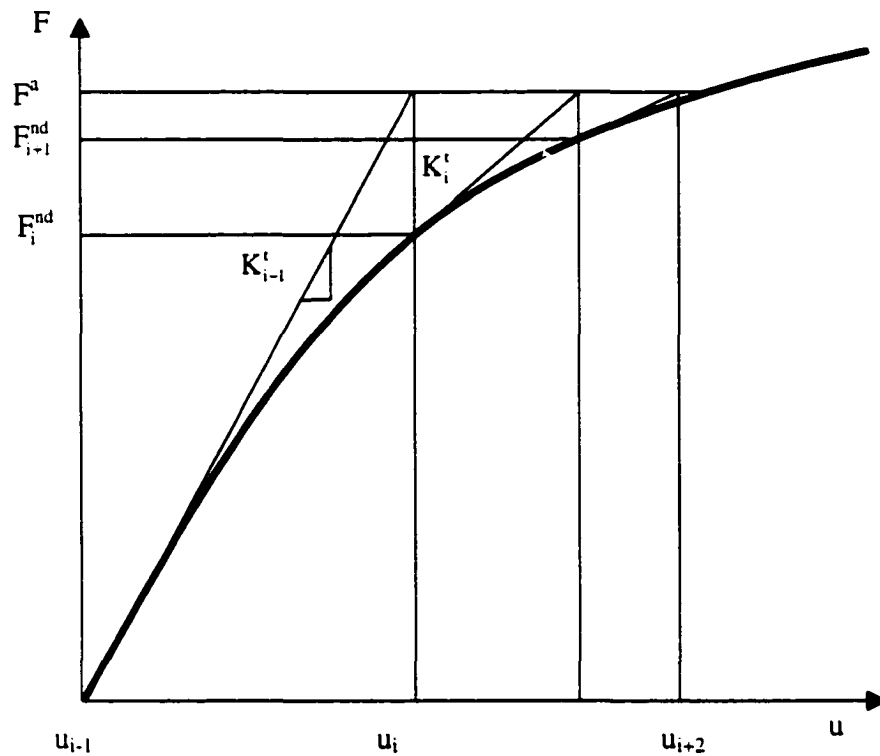


Figure 3.11 Processus itératif de Newton-Raphson

Comme la simulation du sertissage de la capsule comporte des non-linéarités qui dépendent du chemin suivi, en particulier à cause des déformations plastiques dans le matériau de la capsule, il est nécessaire que des étapes intermédiaires soient en équilibre pour assurer un suivi correct du chargement. Donc on va appliquer le chargement total F^a progressivement, et dans ce cas la figure 3.11 correspondrait au processus itératif d'une étape n pour laquelle une charge F_n^a est appliquée. Alors les équations (3-136) et (3-137) s'écrivent pour l'itération i de l'étape n :

$$\mathbf{K}_{n,i}^t \Delta \mathbf{u}_{n,i} = \mathbf{F}_n^a - \mathbf{F}_{n,i}^{nd} \quad (3-138)$$

$$\mathbf{u}_{n,i+1} = \mathbf{u}_{n,i} + \Delta \mathbf{u}_{n,i} \quad (3-139)$$

La procédure itérative des équations 3-138 et 3-139 s'appelle la procédure itérative complète de Newton-Raphson, parce que la matrice tangente \mathbf{K}^t est recalculée à chaque nouvelle itération en fonction des déplacements accumulés.

Le critère de convergence est comparé au vecteur résidu de déséquilibre, c'est à dire le second membre de l'équation 3-138. La convergence est atteinte lorsque:

$$\sqrt{\sum (\mathbf{F}_n^a - \mathbf{F}_{n,i}^{nd})^2} < 0.001 \sqrt{\sum (\mathbf{F}_n^a)^2} \quad (3-140)$$

où la sommation est faite sur l'ensemble des degrés de liberté. Si la norme du vecteur force appliqué est inférieur à 1, alors le critère d'arrêt est tout simplement 0.001.

Finalement le calcul de la contrainte dans un matériau élastoplastique se déroule comme suit (voir figure 3.12):

1 – calcul de la déformation de tentative ε^t de l'itération n comme étant la différence entre la déformation actuelle moins la déformation plastique de l'itération précédente, et de la contrainte de tentative σ^t :

$$\varepsilon_n^t = \varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}^{pl} \quad (3-141)$$

$$\sigma^t = \mathbf{C}^e \varepsilon^t \quad (3-141)$$

où \mathbf{C}^e est la matrice du comportement élastique.

2 – Calcul de la contrainte équivalente de von Mises à partir de l'état de contrainte σ^t dans l'équation 3-56.

3 – Si la contrainte dépasse la limite élastique actuelle, on calcule le paramètre de plasticité λ avec l'équation 3-50.

4 – Calcul de l'incrément de déformation plastique $\Delta\varepsilon^{pl}$ avec l'équation 3-45.

CHAPITRE 4

SIMULATION PAR ÉLÉMENTS FINIS

L'objectif de la simulation sur ordinateur est d'éviter des essais réels coûteux d'emboutissage et de sertissage. En effet il n'est pas envisageable de créer différents types d'outillage dont les prix de revient élevés ne sont compatibles qu'avec des très grandes séries. La capsule, le joint, la bouteille et les outils de sertissage, le plongeur et le sertisseur, doivent donc être modélisé, c'est à dire discrétisés en éléments finis pour permettre de réaliser numériquement l'étape de sertissage. Habituellement la description géométrique des différents volumes se fait directement dans l'environnement de préparation des données du logiciel de calcul par éléments finis. Cependant les logiciels d'éléments finis, malgré de réels efforts consentis dans le domaine de la conception restent dédiés à la résolution du problème proprement dit et à l'analyse des résultats. Compte tenu de la complexité géométrique de la capsule, il s'est avéré nécessaire de concevoir la capsule dans l'environnement d'un logiciel de conception, en l'occurrence "Pro-Engineer[®]" (voir <http://www.ptc.com/>, Lamit L.G. [56], etc.) pour ensuite importer la géométrie complètement définie dans le logiciel de calcul par éléments finis, c'est à dire "Ansys[®]" (voir <http://www.ansys.com/>, Ansys[®] [51]). Dans l'environnement de Ansys[®] il faut ensuite attribuer aux différents volumes les matériaux et type d'éléments appropriés. Toutefois la complexité de la capsule ne rend pas le transfert des fichiers des entités géométriques de l'un à l'autre logiciel aussi aisé qu'il peut paraître, comme il est expliqué ci-après.

4.1 Description géométrique

La capsule est formée d'une tôle mince de 0.25 mm, emboutie à froid par un poinçon dans une matrice (voir figure 1.3). Le joint élastomère est ensuite moulé à chaud sous pression dans la cuvette de la capsule. C'est l'étape de fabrication de la capsule, réalisée par le fournisseur. La seconde étape est réalisée par le client, c'est à dire le capsulage (voir figure 1.4), qui va donc faire l'objet de la simulation par éléments finis. Lors de l'opération de capsulage, la capsule est compressée sur le goulot de la bouteille par un plongeur avec une force qui peut varier entre 800 et 1000 N, puis, en faisant descendre l'outil de sertissage (ou gorge de sertissage), on vient rabattre la jupe de la capsule sur la périphérie du goulot. Une fois cette dernière opération terminée, certains assemblages sont testés pour la pression de fuite qui doit être supérieure à 1 N/mm² pour qu'ils soient considérés acceptables.

La capsule est constituée d'un panneau central cintré d'environ 25 mm de diamètre, avec un rayon de courbure pouvant varier de 150 à 165 mm. La figure 4.1 montre la géométrie globale de la capsule avant l'étape de sertissage.

La jupe de la capsule comporte 21 ondulations qui ont un rôle de raidisseur et de levier dans l'étape de capsulage. En effet c'est sur ces ondulations que vient prendre appui la gorge de sertissage, pour ensuite faire levier ce qui a pour effet d'appliquer fortement les zones planes entre les ondulations de la jupe sur le goulot de la bouteille.

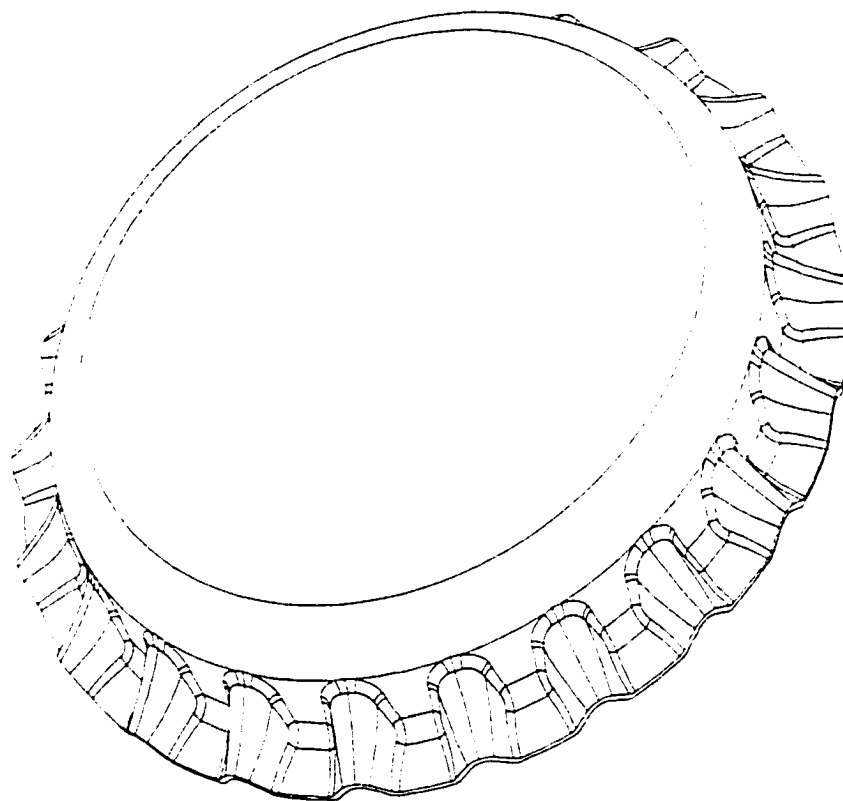


Figure 4.1 Géométrie globale de la capsule après l'étape d'emboutissage

Une fois la gorge de sertissage retirée, les ondulations deviennent des éléments assimilables à des nervures qui assurent la rigidité de l'assemblage. L'épaisseur de la tôle a un rôle important dans cette opération, trop épaisse, les efforts engendrés sur le goulot briseraient le verre de la bouteille, trop mince la résistance à la pression interne serait insuffisante. La figure 4.2 présente les ondulations de la jupe avec plus de détails.



Figure 4.2 Ondulations de la jupe de la capsule

4.1.1 Génération dans Pro-Engineer®

Comme on peut le voir sur les figures précédentes, la géométrie tridimensionnelle de la capsule demande un niveau de modélisation qu'il n'est pas simple d'atteindre dans l'environnement d'un logiciel de calculs par éléments finis. Le logiciel Pro-Engineer® est un logiciel de conception assistée par ordinateur qui utilise l'approche paramétrique pour la création de toutes les entités, que ce soit un plan, un cylindre, un alésage, etc. Chaque entité conçue dans cet environnement est référencée de façon cohérente à l'ensemble, c'est à dire que la modification de la dimension d'une entité se répercute instantanément sur toutes les entités reliées en accord avec les liaisons respectives. Cette façon de concevoir les objets ou les assemblages, directement en trois

dimensions, offre énormément de souplesse pour toutes les modifications qu'il peut être souhaité d'apporter à la conception initiale en fonction des différents critères qui peuvent jaloner sa réalisation jusqu'à la conception finale. C'est cette facilité à concevoir les objets complexes en trois dimensions qui fait de Pro-Engineer[®] l'outil idéal pour la modélisation de la capsule et du joint élastomère. Une fois la modélisation achevée dans Pro-Engineer[®], l'ensemble des entités conçues peut être transmis au logiciel Ansys[®] sous forme de fichiers de type IGES (International Graphics Exchange Specification) qui est un standard de communication entre les différents logiciels de conception assistée par ordinateur. Par la suite, c'est dans le module de préparation des données de Ansys[®] que se fait la discrétisation par éléments finis de chacun des volumes importés, en attribuant à chacun d'eux le type d'élément approprié, avec les caractéristiques des matériaux afférents.

Comme il a été dit plus haut, la capsule comporte 21 ondulations réparties de façon égale sur les 360° de la périphérie (voir figure 4.1). De plus, chaque ondulation présente un plan radial de symétrie, comme il est possible de le constater sur la figure 4.3. Par ce simple fait, la construction de seulement un 42^{ème} de la capsule est nécessaire, entraînant une énorme économie de modélisation en terme de nœuds et éléments lors de la discrétisation par éléments finis. Toutefois cette simplification de modélisation se limite au cas du capsulage sur une bouteille classique, qui ne comporte aucun filet sur son goulot, ce qui lui donne un profil complètement axisymétrique, comme le montre la figure 4.4. Le cas particulier de la bouteille avec pas de vis n'est pas abordé dans cette étude, mais l'opération de sertissage est tout à fait semblable à celle exécutée sur une bouteille à goulot classique. L'accroissement de difficulté dans la modélisation est attribuable au pas de vis pour la géométrie du goulot, et à la non-axisymétrie de l'assemblage causée par l'écrasement d'une jupe à 21 ondulations sur les 4 hélices du filet.

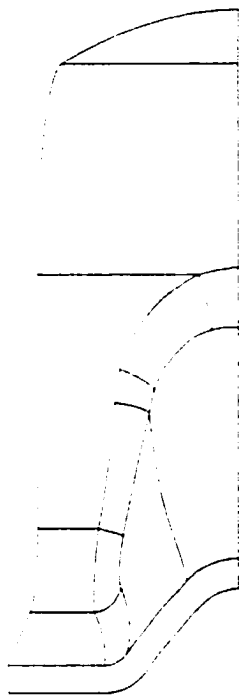


Figure 4.3 Plan radial de symétrie d'une ondulation

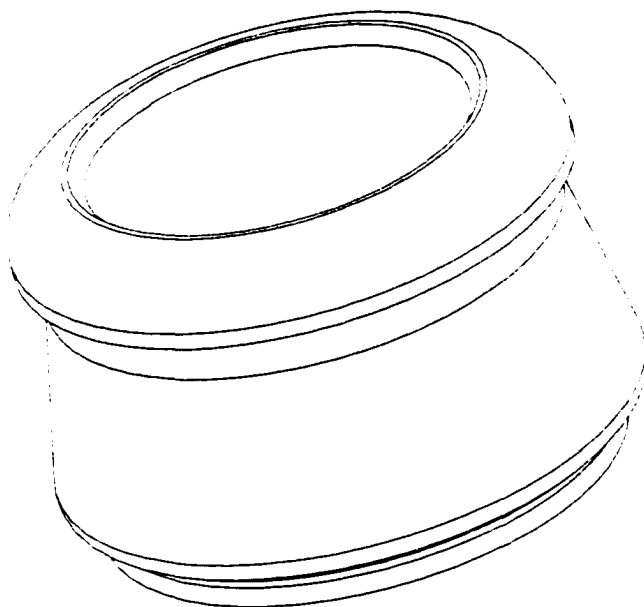


Figure 4.4 Goulot axisymétrique d'une bouteille classique

La modélisation de la capsule dans Pro-engineer[®] commence par une extrusion de révolution sur un angle de $360/42^\circ$ de la section de base de la coupelle autour de l'axe principal de symétrie. La figure 4.5 présente l'esquisse de la section de base axisymétrique de la coupelle de la capsule. On peut noter le rayon de courbure de la partie supérieure de la tôle de la capsule, à laquelle devra s'ajuster le joint élastomère, et l'orientation de la zone 'plane' qui alternera avec les ondulations, qui seront créées à l'étape suivante. Il faut noter, qu'en fait, le résultat de la révolution sur la zone plane est un tronc de cône, et qu'elle n'a donc rien à voir avec un plan.

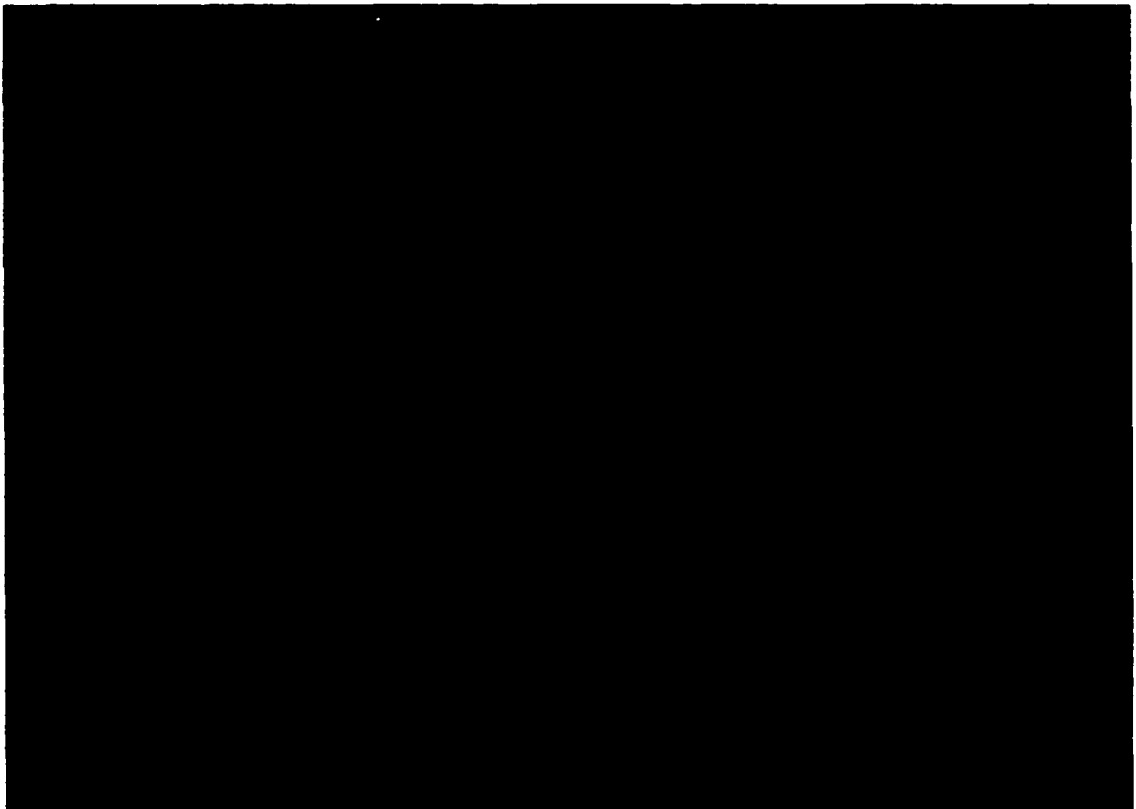


Figure 4.5 Section de base de la coupelle de la capsule

Il faut à présent procéder à l'extrusion de l'ondulation de la jupe, à travers la partie verticale de la tôle. Le lissage par cinq sections de transition a semblé le moyen le plus adéquat pour reproduire le plus fidèlement possible la géométrie particulière de

l'ondulation. La figure 4.6 présente le contour des cinq sections sur lesquelles est appliqué un lissage 'doux' qui permet de gommer les raccords d'une section à l'autre.



Figure 4.6 Sections droites de l'ondulation pour le lissage

Le résultat du lissage est présenté sur la figure suivante, 4.7. Après avoir ôté par un découpage toute la matière inutile en suivant le contour du profil de la section de base de la capsule, il est possible de 'creuser' l'ondulation en faisant une coquille d'une épaisseur correspondante à celle de la tôle. Il faut prendre soin cependant de créer les rayons de raccordement de l'ondulation avec la capsule, avant de procéder à l'opération coquille, pour que ceux-ci puissent être générés automatiquement sur la surface interne. Finalement on obtient un secteur de la capsule de $360/42^\circ$, que l'on peut voir sur la figure 4.8. Ce secteur peut facilement être utilisé pour générer la capsule complète quand cela sera nécessaire, comme pour le cas d'une simulation de capsulage sur un goulot à pas de vis. Le secteur de capsule généré dans Pro-Engineer[®] est extrêmement flexible à toute évolution

jugée pertinente. En effet, il suffit de modifier une cote, un rayon ou une référence pour en observer immédiatement l'influence sur l'apparence du secteur. Cette souplesse s'avèrera utile si l'on désire inclure les paramètres géométriques de la capsule dans un processus d'optimisation de la pression de fuite. Un tel processus, bien que très attrayant, n'est cependant pas compatible avec les capacités actuelles d'un micro-ordinateur.

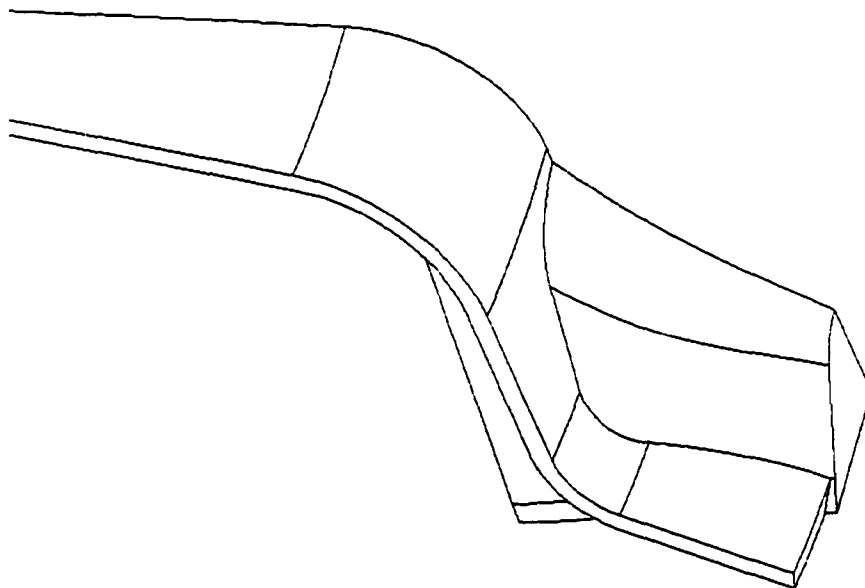


Figure 4.7 Protrusion générée lors du lissage doux des sections droites

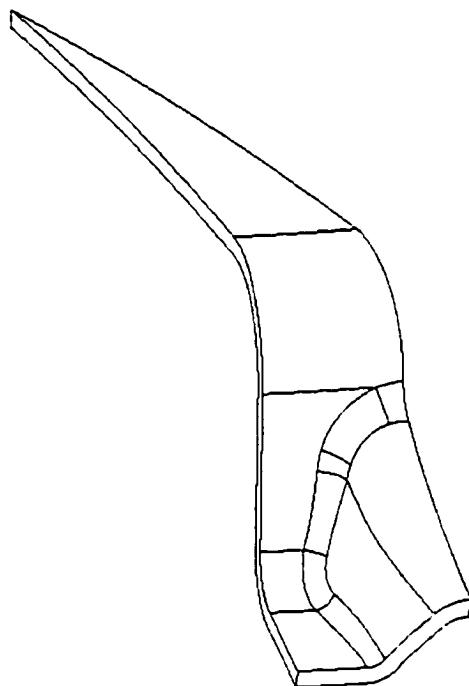


Figure 4.8 Secteur de capsule de 360/42°

Il faut maintenant créer le joint élastomère qui est moulé sur la face interne de la capsule lors de la dernière étape de fabrication. Il existe différentes géométries pour la forme du joint, selon l'application, où les désirs du client. Dans le cadre de cette étude, nous avons retenu la géométrie de type OS, qui donne un joint polyvalent qui est utilisé indifféremment sur les bouteilles à goulot classique et les bouteilles avec goulot à pas de vis. Le joint est modélisé dans Pro-Engineer® en utilisant des techniques similaires à celles utilisées pour la capsule. Toutefois, comme les volumes créés seront ultérieurement importés dans Ansys®, il est nécessaire d'assurer une cohésion parfaite du volume du joint avec celui de la capsule, pour éviter des problèmes de chevauchement de surfaces ou la création d'espaces vides intersticiels. En conséquence, on utilise la géométrie du secteur créé précédemment à laquelle on adjoint le profil du joint de type OS. Cette géométrie est extrudée sur une révolution solide de 360/42°. A présent la capsule et le joint forment un seul solide. Ensuite on découpe la partie

supérieure du joint de façon à l'isoler de la capsule et obtenir finalement le joint seul. Les figures 4.9 à 4.11 montrent les principales étapes de la réalisation du joint dans Pro-Engineer®.

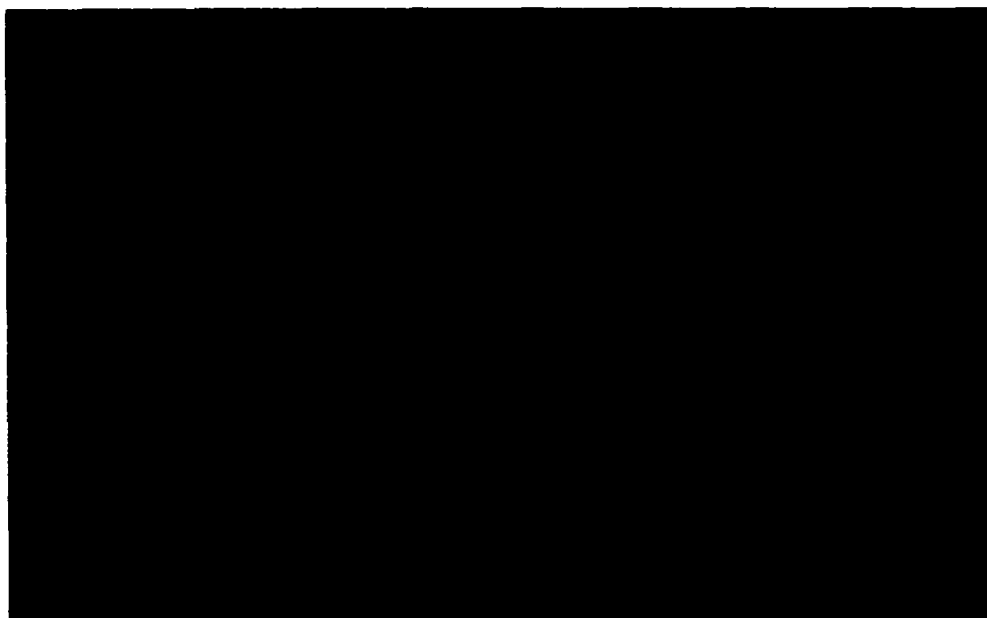


Figure 4.9 Géométrie du contour du joint

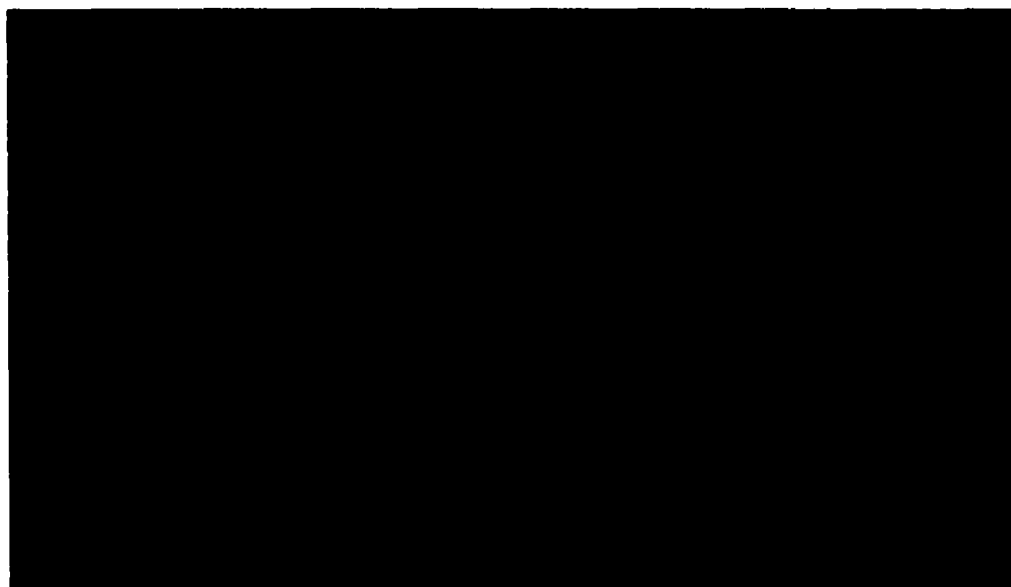


Figure 4.10 Découpe du contour supérieur du joint

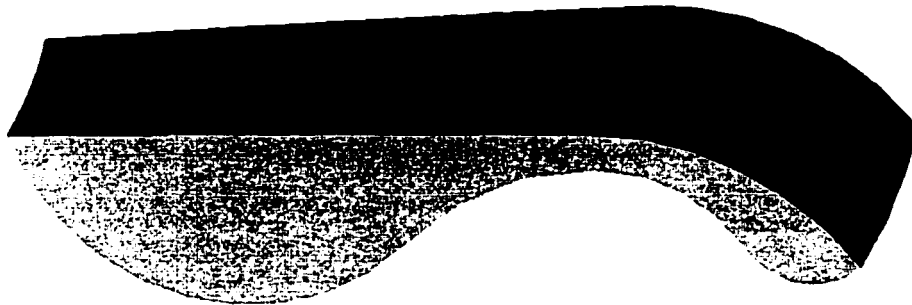


Figure 4.11 Joint de type OS (secteur 1/42^{ème})

La tôle de la capsule est en acier doux (ductile) , alors que le joint est un matériau de type caoutchouteux, la différence de matériau est une raison suffisante pour avoir pris le soin de créer deux solides séparés bien qu'en fait ils pourraient n'en former qu'un seul pour l'importation ultérieure dans Ansys[®]. En effet, si on a affaire à un seul volume, englobant la capsule et le joint, lors de l'étape de discrétisation, il faudra attribuer un matériau et un type d'élément à une partie du volume, et un autre matériau ainsi qu'un autre type d'élément à l'autre partie du volume. Bien qu'il soit possible techniquement de le faire en modifiant les attributs d'une partie des éléments, il sera tout de même délicat d'obtenir de façon précise la surface sphérique de démarcation qui existe entre le joint et la capsule, comme il sera illustré plus loin lors du maillage libre des volumes. Donc de séparer dès la conception dans Pro-Engineer[®] ces deux volumes sera d'un grand service pour l'étape de discrétisation dans Ansys[®], puisqu'il suffira d'attribuer simplement à chacun des volumes le matériau et le type d'élément qui lui est propre.

La bouteille et les outils de sertissage, c'est à dire le plongeur et la gorge de sertissage, sont tous axisymétriques, ce qui rend aisé leur conception dans Pro-

Engineer[®]. La bouteille, et les outils sont tout simplement créés par une extrusion solide de révolution du profil concerné sur un angle de $360/42^\circ$. La figure 4.12 montre les deux outils nécessaires au sertissage, ainsi que le secteur de la bouteille à goulot classique entourant la capsule avec son joint. Le plongeur est un cylindre plein dont la partie inférieure vient s'appuyer sur la calotte sphérique supérieure de la capsule. La surface inférieure du plongeur a également un profil sphérique pour une meilleure adaptation lors de l'application de la précharge sur le joint. La gorge de sertissage est un cylindre qui se déplace le long du plongeur. La base comporte un rayon d'entrée en contact avec les ondulations de la capsule de 4 mm. Le rôle de rayon est de permettre d'appliquer l'effort de sertissage de façon progressive, et d'éviter ainsi de briser la bouteille, ou de déchirer la tôle de la capsule.

A présent que tous les volumes nécessaires à la simulation sont créés, chacun d'entre eux est sauvegardé sous la forme d'un fichier IGES, compatible avec l'importation dans le logiciel de calculs par éléments finis Ansys[®]. On verra plus en détails le contenu des fichiers IGES et comment ils sont importés dans Ansys[®] dans la section suivante.

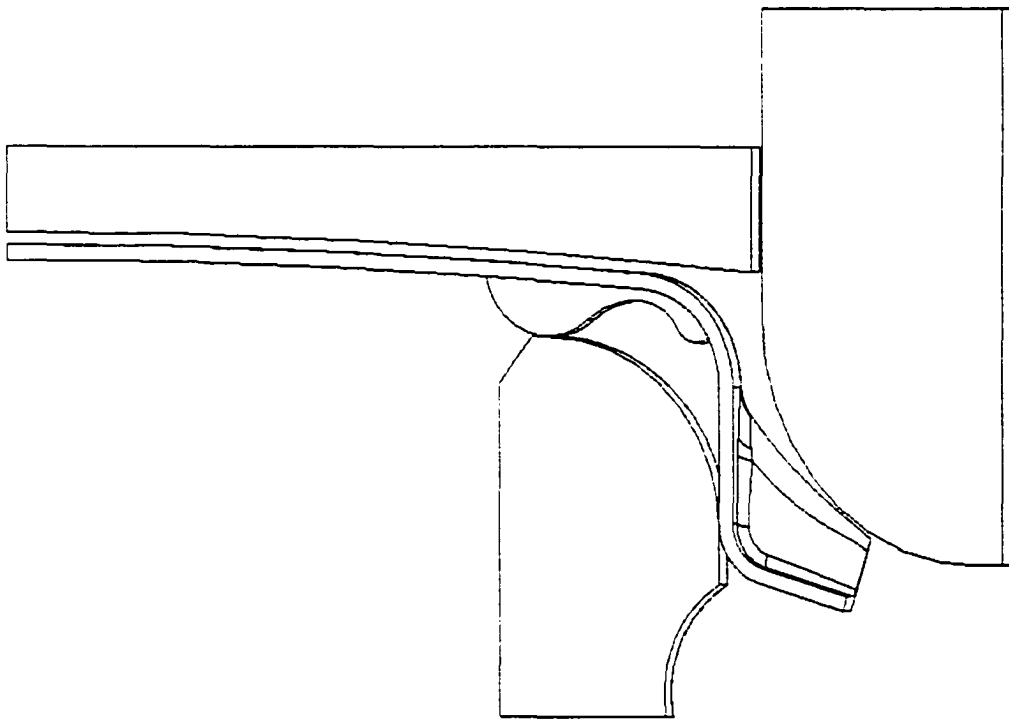


Figure 4.12 Outillages de sertissage, capsule et bouteille à goulot classique

4.1.2 Importation des volumes dans Ansys®

Comme il a déjà été mentionné, le sertissage requiert différentes formulations à caractère non-linéaire, qui sont l'élastoplasticité de la tôle de la capsule, les grands déplacements de la jupe sous l'effet du déplacement vertical de la gorge de sertissage, les contacts avec frottement entre les outils de sertissage et la tôle, ou encore entre la tôle et la bouteille et également l'hyperélasticité du joint élastomère écrasé entre la bouteille et la face interne de la capsule. Le logiciel de calcul par éléments finis Ansys® est un choix logique pour la simulation du sertissage, parce qu'il permet de prendre en compte, même en trois dimensions, toutes les formulations nécessaires à une reproduction fidèle de l'étape de capsulage. Il y a trois modules principaux dans le logiciel Ansys®: le

module de préparation des données, le module de résolution et le module d'analyse des résultats.

Le module de préparation des données (*/PREP7*) permet de définir les différents types d'éléments et leurs constantes associées, les différents types de matériaux et leur comportement particulier en plus d'imposer la configuration de la discrétisation de la géométrie soumise. Le module de résolution (*/SOLU*) quant à lui impose les conditions frontières et de chargement, ainsi que l'ajustement des nombreux paramètres liés aux options de solution des analyses non-linéaires. Le module d'analyse des résultats (*/POST1*) permet de lire, visualiser et présenter tout l'éventail des réponses obtenues par la résolution, comme la distribution des contraintes, les déplacements, l'évolution des zones en contact, etc.

Il existe également d'autres modules, comme l'analyse historique (*/POST26*) pour aider à interpréter des résultats échelonnés dans le temps, ou le module d'importation des fichiers IGES (*/AUX15*). C'est par l'intermédiaire de ce dernier module qu'il est possible de transférer des fichiers décrivant chacune des entités graphiques qui constituent la géométrie d'une pièce donnée, depuis un logiciel de dessin ou de conception jusqu'à l'environnement Ansys[®]. Les fichiers IGES créés dans l'environnement de Pro-engineer[®] sont des fichiers ASCII (American Standard Code for Information Interchange) qui transcrivent sous forme littérale codée toute l'information nécessaire à la reproduction des entités graphiques répertoriées vers un autre environnement. La figure 4.13 présente quelques lignes extraites du fichier IGES du plongeur (outillage directement au dessus de la capsule dans la figure 4.12), une géométrie relativement simple, formée d'un secteur solide de 360/42°, taillé dans un cylindre, avec trois faces planes, la face extérieure cylindrique et la face inférieure qui est sphérique. Les codes de la colonne de gauche font référence à des entités précises, 100 pour un arc de cercle, 110 pour une ligne, 124 pour une matrice de transformation

du repère local de l'entité au repère de l'ensemble, etc (pour plus de détails voir Zeid [57]).

Pour importer convenablement les fichiers IGES générés par Pro-Engineer® dans l'environnement Ansys® il faut ajuster un certain nombre d'options du module *AUX15*. En particulier, l'option *IGES,ALTERNATE* permet d'importer les fichiers au moyen d'une version de conversion antérieure à celle utilisée par défaut. La version par défaut utilise une base de données améliorée pour la géométrie (Ansys® [38]).

```

PTC IGES File: plgc5.igs
1H,,1H;5HPLGC5,9Hplgc5.igs.
40HPro/ENGINEER by Parametric Technology Corporation,4M9039,32,30,7,30, C 2
15,5HPLGC5,1.,2,2HMM,32760,0.5,13M990503.131359,0.00142940,14.2952, C 3
11HHCANPLIAUD,7HUnknown,10,0,13M990503.131359; C 4
110 1 1 1 0 0 0 001010000 1
110 0 0 1 0 0 0 LINE 10 2
110 2 1 1 0 0 0 001010000 3
110 0 0 1 0 0 0 LINE 20 4
110 3 1 1 0 0 0 001010000 5
110 0 0 1 0 0 0 LINE 30 6
124 4 1 1 0 0 0 001000000 7
124 0 0 1 0 0 0 XFORM 10 8
100 5 1 1 0 0 7 001010000 9
100 0 0 1 0 0 0 ARC 10 10
124 6 1 1 0 0 0 001000000 11
124 0 0 2 0 0 0 XFORM 20 12
100 8 1 1 0 0 11 001010000 13
100 0 0 1 0 0 0 ARC 20 14
110 9 1 1 0 0 0 001010000 15
110 0 0 2 0 0 0 LINE 40 16
124 11 1 1 0 0 0 001000000 17
124 0 0 2 0 0 0 XFORM 30 18
100 13 1 1 0 0 17 001010000 19
100 0 0 1 0 0 0 ARC 30 20
110 14 1 1 0 0 0 001010000 21
110 0 0 2 0 0 0 LINE 50 22
124 16 1 1 0 0 0 001000000 23
124 0 0 2 0 0 0 XFORM 40 24
100 18 1 1 0 0 23 001010000 25
100 0 0 1 0 0 0 ARC 40 26
120 19 1 1 0 0 0 001010000 27
120 0 0 4 0 0 0 SPLSRF 10 28
102 23 1 1 0 0 0 001010000 29
102 0 0 1 0 0 0 CCURVE 10 30
110 24 1 1 0 0 0 0010105000 31
110 0 0 1 0 0 0 LINE 60 32
110 25 1 1 0 0 0 0010105000 33
110 0 0 1 0 0 0 LINE 70 34
110 26 1 1 0 0 0 0010105000 35
110 0 0 1 0 0 0 LINE 80 36
126 27 1 1 0 0 0 0010105000 37
126 0 0 6 0 0 0 _SPLINE 10 38
102 33 1 1 0 0 0 0010105000 39
102 0 0 1 0 0 0 CCURVE 20 40
142 34 1 1 0 0 0 0010105000 41
142 0 0 1 0 0 0 UV_BND 10 42

```

Figure 4.13 Extrait du fichier IGES du plongeur plgc5.igs

Pourtant, plusieurs volumes ne sont pas compatibles avec la version améliorée fort probablement à cause de singularités géométriques, ce qui est un peu paradoxal.

Les autres options s'expliquent ainsi:

- L'option **MERGE** donne l'opportunité de fondre en une seule les entités redondantes comme les points clés, les lignes ou les surfaces. L'option **SOLID** permet de créer automatiquement des volumes à partir des surfaces, mais n'est active que pour l'option **IGES,DEFAULT** qui sera utilisée pour l'importation de l'ondulation de la capsule comme il sera expliqué dans la section 4.2 Programmation dans Ansys®.
- L'option **GTOLER**, en accord avec l'option **ALTERNATE**, permet de fondre en une seule les entités qui sont à l'intérieur d'une certaine tolérance spécifiée par le paramètre associé. En jouant sur le paramètre de **GTOLER** il est possible d'améliorer l'intégrité de la géométrie importée. Il est à remarquer qu'avec l'option **IGES,DEFAULT**, le paramètre de **GTOLER** est un coefficient qui modifie la dimension du modèle importé.

4.2 Programmation dans Ansys®

4.2.1 Maillage par morceaux du modèle solide

La figure 4.15 illustre le maillage grossier de l'ensemble capsule joint avec des éléments tétraédriques à 10 nœuds, qui est la seule possibilité de maillage pour des volumes irréguliers dans l'environnement Ansys®. L'inconvénient de ce maillage est de générer un très grand nombre d'éléments, et par conséquent de nœuds, ce qui donne une modélisation très lourde qui, si elle ne dépasse pas les capacités de l'ordinateur, laisse entrevoir de très nombreuses heures de calculs.

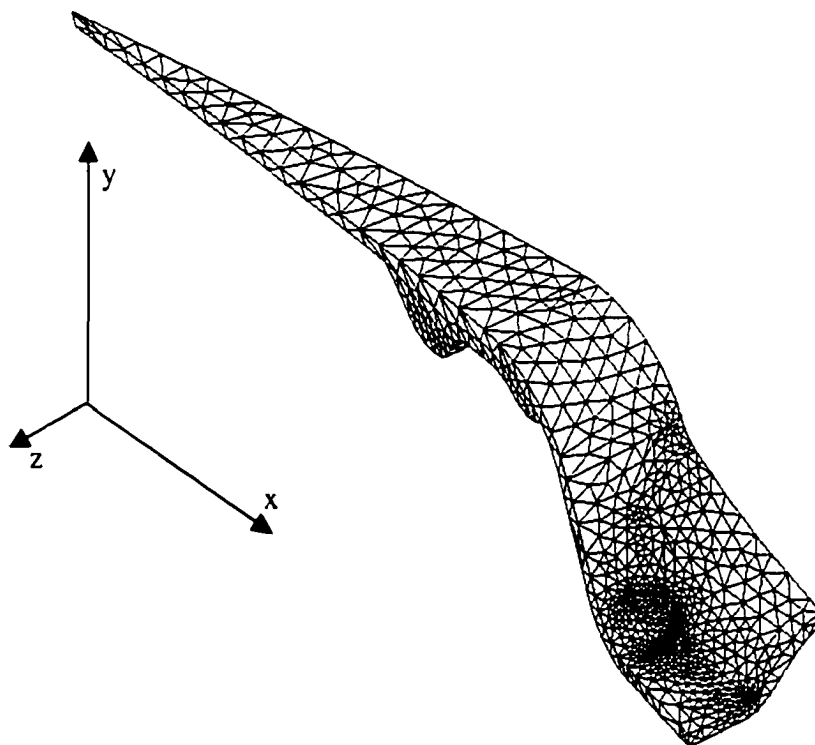


Figure 4.15 Maillage grossier avec tétraèdres à 10 nœuds dans Ansys® : 8173 éléments et 13910 nœuds

A cette modélisation il faut ajouter les éléments de contact sur les surfaces flexibles (capsule et joint) et sur les surfaces rigides (bouteilles et outillages). De plus chaque nœud de tétraèdre possède trois degrés de liberté, c'est à dire les déplacements selon les trois directions cartésiennes. Une modélisation grossière comme celle présentée sur la figure 4.15, va nous donner un système de l'ordre de 50 000 degrés de liberté. On ne peut donc envisager sérieusement de résoudre un tel système, sachant, par comparaison, qu'un modèle d'environ 4000 degrés de liberté va générer un fichier de résultats qui dépasse les 400 Mo (Méga octets) pour une centaine de pas de calculs. En outre, comme on peut facilement le voir sur la figure à présent, la surface de démarcation entre les deux matériaux (l'acier de la capsule et l'élastomère du joint) suit le contour des éléments, et à moins d'avoir une discrétisation très raffinée dans cette

zone, on ne pourra reproduire fidèlement la surface sphérique de liaison entre ces deux matériaux.

Pour réduire la taille du système il faut envisager de modéliser avec des éléments moins élaborés, comme l'élément brique isoparamétrique à 8 nœuds (*Solid45*), qui est l'élément structural 3D le plus simple de la librairie d'Ansys®. Cet élément, déjà présenté dans la section 3.6.2, est illustré sur la figure 4.16, où les nœuds sont identifiés par I, J, etc., les axes des coordonnées paramétriques par r, s et t, les axes cartésiens globaux par x, y et z, et finalement les déplacements (degrés de liberté) par u, v et w associés à chaque nœud.

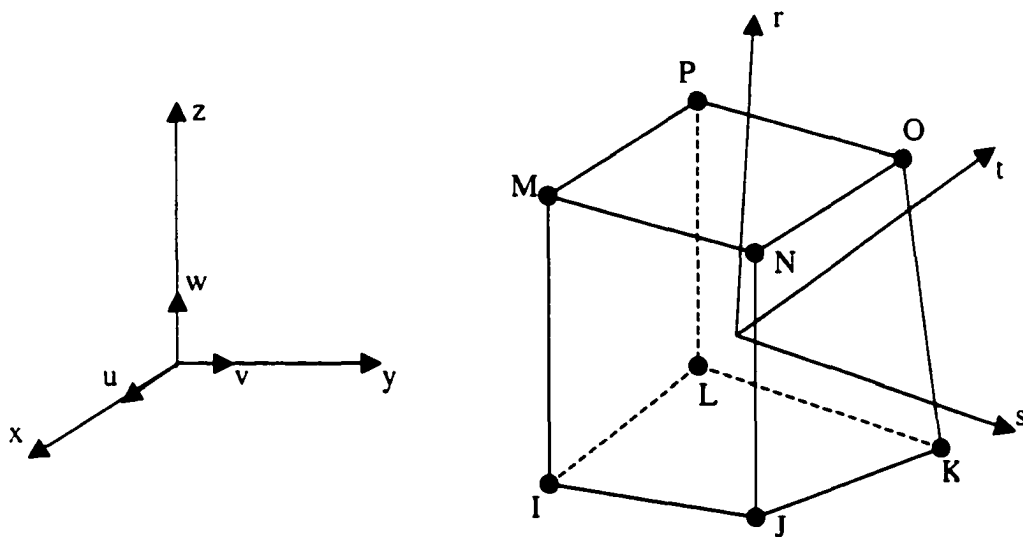


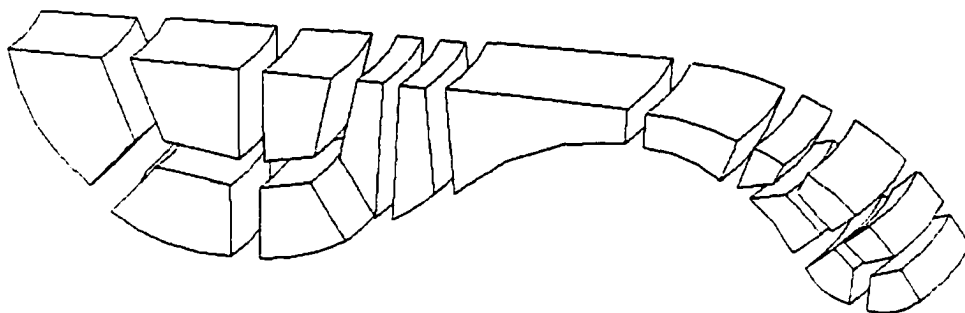
Figure 4.16 Élément structural tridimensionnel isoparamétrique à 8 nœuds

La difficulté réside dans la réalisation du maillage régulier des volumes. En effet pour obtenir un maillage structuré en brique dans un volume il faut que celui-ci soit formé par au maximum 4, 5 ou 6 surfaces, et que chaque surface soit limitée par au plus 3 ou 4 lignes. Les volumes à 6 surfaces sont ceux qui laissent le plus de liberté dans le raffinement du maillage, leurs surfaces sont délimitées obligatoirement par 4 lignes. Les volumes à 4 et 5 surfaces comportent des surfaces triangulaires, dont chaque ligne devra

être divisée par un même multiple de deux pour autoriser un maillage régulier avec des briques. Il est évident que la géométrie de l'ensemble capsule joint ne rejoint pas les critères pour une modélisation brique. Pour pallier cet inconvénient, on va diviser les volumes respectifs de la capsule et du joint en petits volumes qui permettront de respecter les contraintes, telles que mentionnées précédemment, d'un maillage régulier.

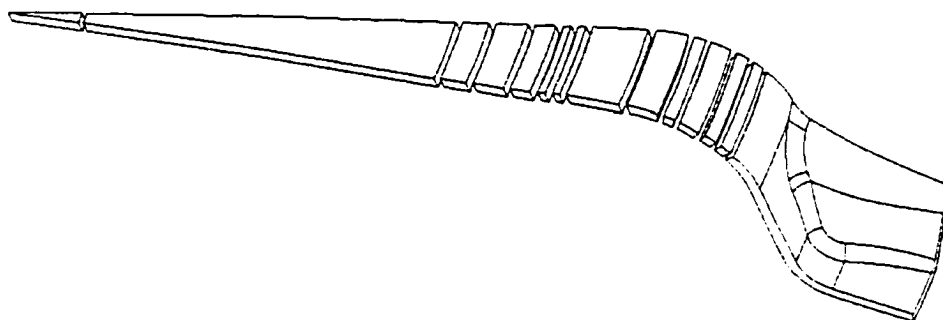
Avant de procéder à la division du volume global, il faut rappeler que le comportement du matériau du joint est de type caoutchouteux. Par conséquent, compte tenu du chargement élevé imposé, il faut s'attendre à de grandes déformations dans les éléments qui vont le discrétiser. Pour minimiser les distorsions de ces éléments et préserver la qualité des résultats, il est souhaitable de leur donner une forme initiale la plus proche possible de celle d'un parallélépipède. Le premier volume à subdiviser doit donc être le joint. La capsule sera sectionnée ensuite de façon à avoir des volumes parfaitement ajustés à ceux du joint dans la zone de liaison des deux matériaux.

Les figures 4.17 et 4.18 présentent les sous-volumes du joint et de la capsule. Les espaces entre les volumes ne sont là uniquement que pour mettre en lumière les divisions.



LMPLB STAGE C139902

Figure 4.17 Divisions du joint en 16 sous volumes



LSPLD STATE LSPLD001

Figure 4.18 Divisions de la capsule en 14 sous-volumes

Une fois les divisions terminées les volumes du joint et de la capsule sont assemblés, respectivement, dans Pro-Engineer[®]. Puis en sauvegardant les assemblages sous forme de fichiers IGES il est possible de les importer dans Ansys[®] et d'obtenir un maillage régulier. Cependant, sur les figures 4.17 et 4.18 on peut noter que chaque sous-volume est composé de six surfaces, excepté l'ondulation de la capsule et le secteur complètement à gauche dans la figure 4.18. Ces deux volumes font l'objet d'un traitement à part dans l'environnement de Ansys[®].

L'ondulation de la capsule est difficilement sécable en volumes réguliers, mais il est possible de transformer une série de surfaces liées entre elles en une seule grâce à la commande **ARMERGE** de Ansys[®]. Cette commande n'est accessible que lorsque l'importation du fichier IGES se fait avec l'option **DEFAULT**, discuté précédemment. Alors, il faut d'abord importer l'ondulation de la capsule avec cette option, former 6 surfaces avec la commande **ARMERGE**, puis former 12 lignes avec la commande **LNMERGE** pour obtenir finalement un volume qu'il est possible de mailler avec

l'élément brique à 8 nœuds. Les surfaces et les lignes sont assemblées progressivement 2 à 2 pour obtenir un meilleur résultat. La figure 4.19 illustre cette opération, où les 28 surfaces initiales et les 28 lignes du contour extérieur de l'ondulation sont condensées grâce à ces deux commandes.

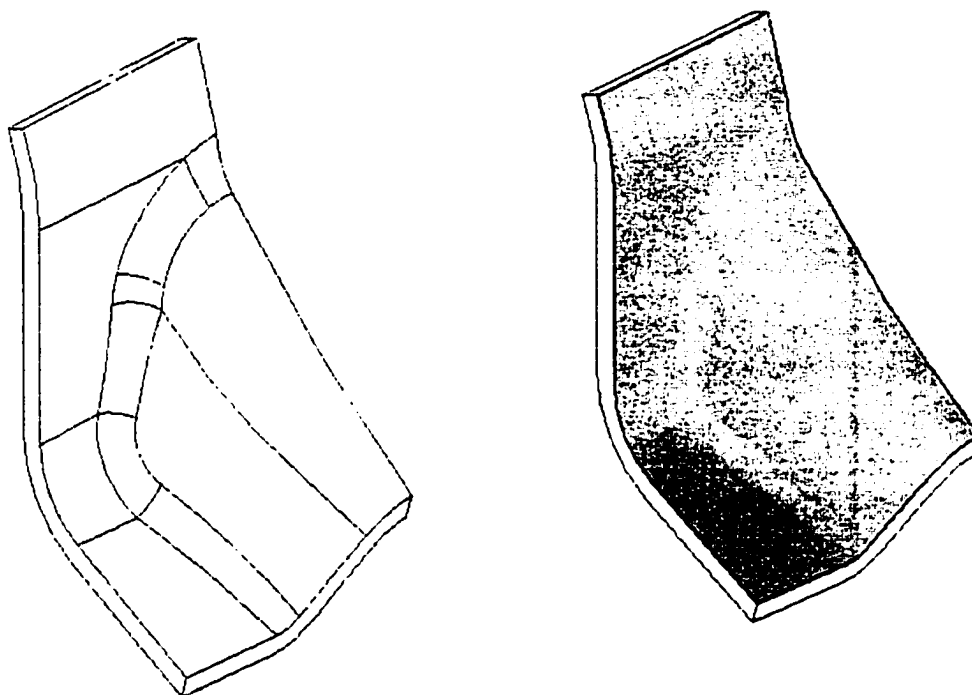


Figure 4.19 Création d'un volume régulier pour l'ondulation

Attention, il est impératif de réinitialiser la base de données avant d'utiliser la commande **IGES,DEFAULT** et il est impossible d'importer par la suite d'autres fichiers IGES, en l'occurrence le reste de la capsule, le joint, etc. Pour contourner ce problème, la procédure qui a été utilisée est la suivante:

- Importer l'ondulation de la capsule avec l'option **IGES,DEFAULT**, construire un volume régulier, mailler le volume avec des éléments à 8 nœuds, et terminer en maillant les surfaces susceptibles d'entrer en contact avec des éléments de contact à 4 nœuds pour surface flexible ou déformable. Toutes les caractéristiques d'importation et le maillage proprement dit sont

donnés et effectués à l'aide du fichier *Capnez_elem.log* présenté en annexe A.2.

- Sauvegarder un fichier des coordonnées des nœuds générés, et un fichier de tous les éléments créés.
- Réinitialiser la base de données, et lire les fichiers des nœuds et éléments créés précédemment.
- Importer tous les autres volumes assemblés ou non avec l'option ***IGES,ALTERNATE***, créer les volumes à partir des surfaces, puis les mailler avec des éléments à 8 nœuds, et terminer en maillant les surfaces susceptibles d'entrer en contact avec des éléments de contact à 4 nœuds pour les surfaces flexibles (capsule et joint), et à 3 nœuds pour les surfaces rigides (outillages et bouteille).
- Raccorder le maillage de l'ondulation avec le reste de la capsule en faisant confondre les nœuds sur la surface de liaison avec la commande ***NUMMRG,NODE***, en utilisant un paramètre de tolérance pour la proximité des nœuds à confondre.
- Vérifier les normales de tous les éléments de contact: les normales d'une surface flexible doivent absolument être en opposition avec les normales de sa surface rigide appairée pour qu'il y ait possibilité de détection des contacts.
- Imposer les conditions de symétrie sur les nœuds (voir section 4.2.3 Chargement).

- Ajuster les paramètres de résolution (voir section 4.2.4 Options de résolution).
- Commencer le processus de chargement dans le module de résolution (voir section 4.2.3 Chargement).

Le fichier global de maillage et de résolution *Pf-caps.log* est présenté en annexe A.3. Notez que comme il y a ré-initialisation de la base de données au cours de l'importation des fichiers IGES, les paramètres reliés à la discrétisation et au maillage de l'ondulation sont perdus pour le reste de la simulation. Pour préserver la cohérence au cours de la stratégie de maillage global, il faut réintroduire les paramètres dans le système après chaque réinitialisation. Tous les paramètres sont structurés dans le fichier *cmall.log* qui est présenté dans l'annexe A.1. Ce fichier fournit toutes les données nécessaires au maillage, c'est à dire, la division des lignes des différents volumes, les divers types d'éléments utilisés avec les constantes des matériaux associés. La section 4.2.2 donnera plus de détails sur les différentes caractéristiques des matériaux, et les constantes de contact.

La figure 4.20 présente le maillage obtenu pour la capsule et le joint en suivant les étapes décrites ci-dessus. Le résultat donne 1130 éléments et 1501 nœuds ce qui comparativement au maillage de la figure 4.15 permet de réduire de près d'un facteur 10 le nombre de degrés de liberté, et par conséquent la taille du système.

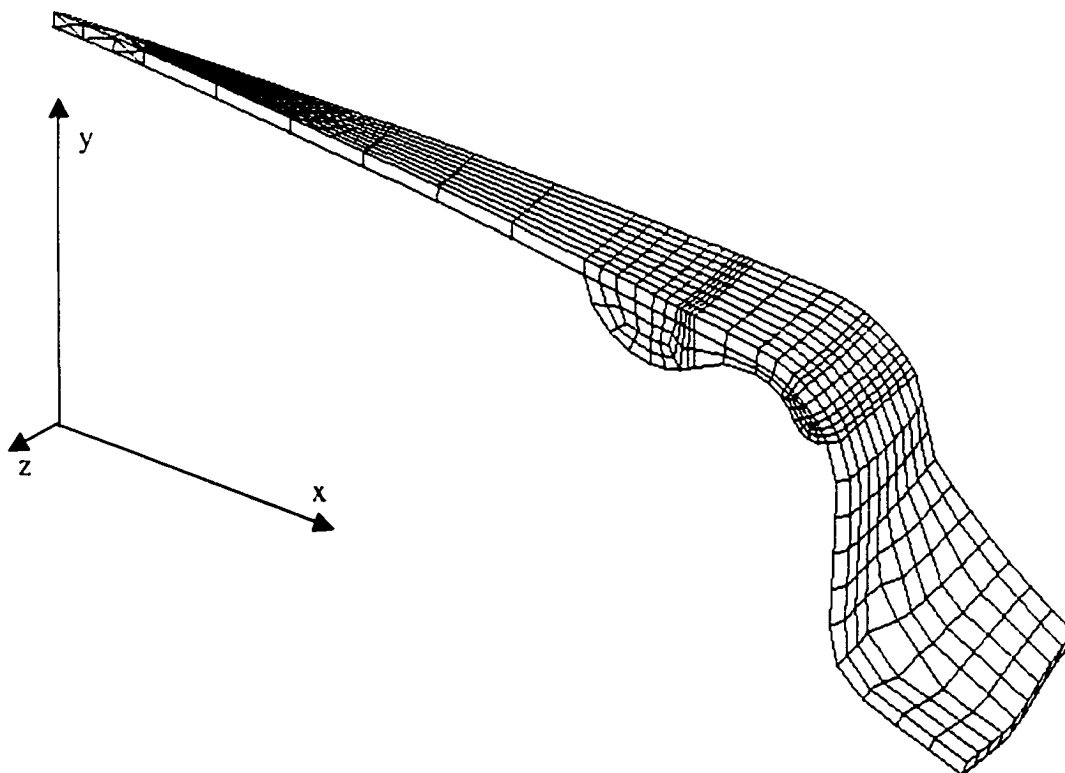


Figure 4.20 Maillage de la capsule avec des éléments de brique à 8 nœuds: 1130 éléments et 1501 nœuds

Sur la figure 4.20 on peut remarquer que le volume triangulaire de la partie gauche de la capsule est maillé avec des tétraèdres et non avec des briques. Il est pourtant possible comme mentionné précédemment de mailler ce volume de façon régulière. Cependant, à cause de l'angle très faible d'ouverture du secteur ($360/42 = 8.57^\circ$), les éléments qui en résultent prennent une forme qui est beaucoup trop éloignée de l'élément isoparamétrique de base pour que l'on puisse raisonnablement interpoler sur ces éléments. L'alternative consiste à mailler cette partie de la capsule avec des tétraèdres à 10 nœuds. Pour éviter la discontinuité du maillage entre les briques à 8 nœuds et les tétraèdres, il faut faire appel à l'option **MOPT,PYRA,ON** qui permet de faire une transition entre ces deux types d'éléments à l'aide d'éléments briques à 20 nœuds dégénérés. Ces éléments sont transformés en pyramides à base rectangulaire. Toutes les facettes triangulaires des pyramides comprennent 6 nœuds, tandis que seuls

les nœuds des sommets des bases rectangulaires sont conservés. Les bases rectangulaires viennent s'adapter sur les facettes à 4 nœuds des éléments briques à 8 nœuds, tandis que les autres faces triangulaires des pyramides s'ajustent sur les tétraèdres. La figure 4.21 présente ce type de transition, où l'on aperçoit les numéros des nœuds à proximité des sommets des éléments artificiellement réduits pour mieux visualiser.

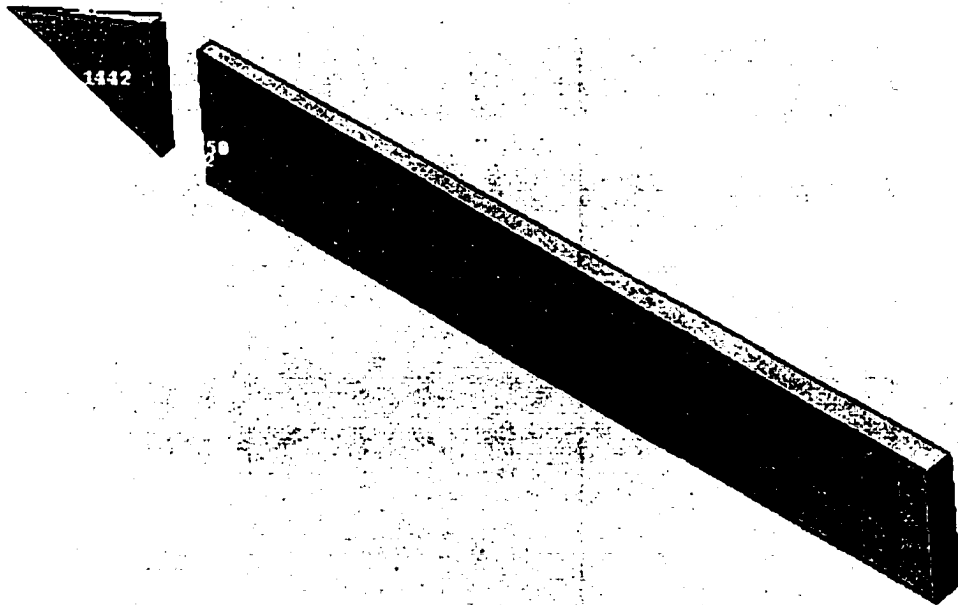


Figure 4.21 Éléments pyramide à base rectangulaire de transition de brique à 8 nœuds à tétraèdre

Les surfaces rigides des outillages et de la bouteille sont appairées 2 à 2 avec des surfaces flexibles de la capsule et du joint. Sur la figure 4.22 on peut voir les surfaces flexibles du joint et de la face interne de la capsule appairées chacune avec une partie différente de la bouteille. Pour donner les dimensions des régions qui vont entrer en contact il faut anticiper en se basant sur l'expérience, ou en apportant des corrections après observation de la progression de l'étendue des zones de contact au cours de la simulation. La figure 4.23 présente les surfaces de contact flexibles de la capsule

appairées avec les surfaces rigides du plongeur et de la gorge de sertissage. On peut remarquer sur les figures 4.22 et 4.23 que les surfaces rigides (discretisées avec des triangles) sont maillées plus pauvrement que les surfaces flexibles. En effet, selon la documentation, il est recommandé que le maillage des surfaces rigides soit moins raffiné que celui des surfaces déformables (Ansys® [38]).

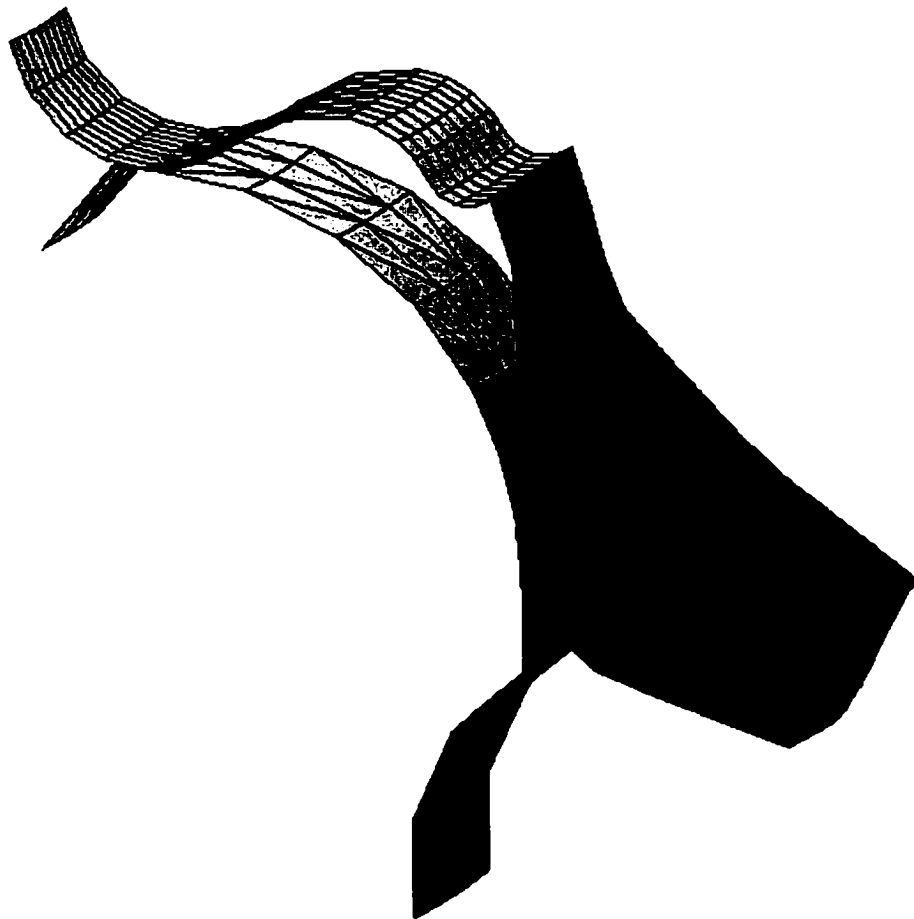


Figure 4.22 Surfaces de contact du joint et de la capsule appairées avec la bouteille



Figure 4.23 Surfaces de contact de la capsule appairées avec le plongeur et la gorge de sertissage

4.2.2 Paramètres du maillage

Dans la section précédente, nous avons vu que toute l'information nécessaire au maillage est disponible dans le fichier *Cmaill.log* (annexe A.1). Il s'agit des constantes de maillage des lignes, des matériaux de la capsule et du joint, et du type d'élément ainsi que leurs constantes associées.

Les premiers paramètres du fichier, c'est à dire les constantes de maillage des lignes, contrôlent directement le raffinement du maillage. Le choix de ces paramètres est guidé par plusieurs considérations. Il faut un maillage relativement fin pour obtenir des résultats suffisamment précis. Il faut cependant garder en mémoire que le prix d'une modélisation raffinée est un très long temps de simulation, avec tous les problèmes associés comme les énormes fichiers de résultats générés, où la perte des données au bout de plusieurs jours de calculs à cause d'une simple panne d'alimentation. Certaines

précautions peuvent quand même être prises, comme la sauvegarde de fichiers en cours de simulation, mais il faut noter que plus les fichiers sont gros, plus ils sont longs à sauvegarder, et plus ils prennent de l'espace disque. La figure 4.20 présente un maillage relativement léger, construit à l'aide des paramètres du fichier *Cmail.log*, qui permet d'obtenir d'assez bons résultats. L'imposition du maillage des lignes de chacun des volumes dans le fichier *Pf_caps.log* se fait à l'aide de la commande *LESIZE,n° de la ligne,,,division de la ligne*.

La capsule est fabriquée à partir d'une tôle mince en acier ductile, dont les constantes ont des valeurs typiques. Le module d'élasticité est de 200GPa, le coefficient de Poisson de 0.3, et la limite élastique de 300 MPa. Le comportement de cet acier est assimilable à un comportement élastique bilinéaire, c'est à dire que l'accroissement de déformation au delà de la limite élastique provoque un accroissement de contrainte quasi linéaire. La figure 4.24 montrent le comportement de l'acier ductile (trait plein), et son approximation élastique bilinéaire (traits pointillés) dans un essai de traction uniaxial.

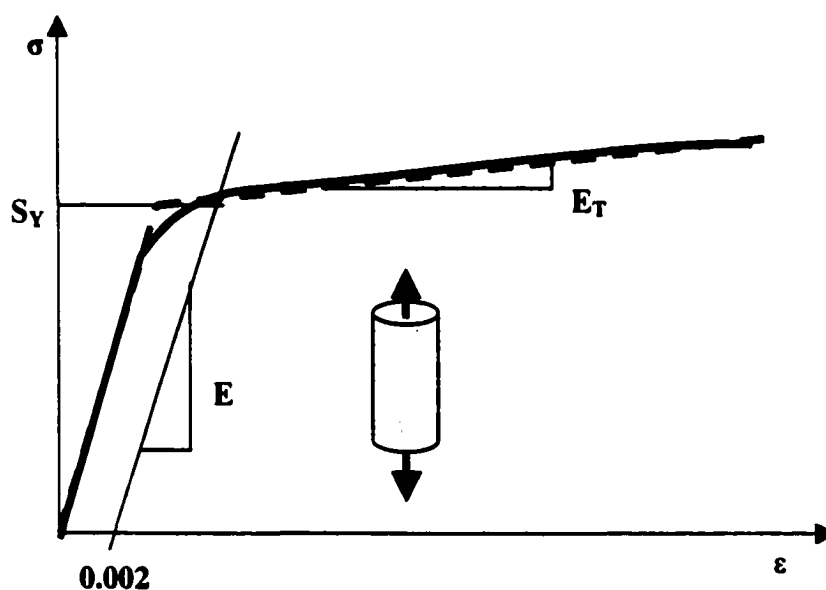


Figure 4.24 Approximation de l'acier ductile par un comportement élastique bilinéaire

Le module d'élasticité E est la pente de la partie linéaire initiale de la courbe, et la limite élastique S_Y est la contrainte mesurée à l'intersection d'une droite parallèle à la partie élastique, décalée à 0.2% par convention, et de la courbe du comportement réel du matériau. La pente de la courbe au delà de la limite élastique s'appelle le module tangent E_T . Les propriétés du matériau sont fournies par l'intermédiaire de la commande *MP,n° du matériau,EX,E du matériau* pour le module d'élasticité, et *MP,n° du matériau,NUXY,coefficient de Poisson du matériau*.

Le comportement du matériau de la capsule est associé à une règle d'écrouissage cinématique, qui spécifie que la surface d'écoulement demeure de dimension constante, mais se déplace dans l'espace des contraintes. Cela signifie que la contrainte de renversement pour pénétrer à nouveau dans le domaine plastique lorsqu'il a été atteint dans une direction donnée est égal à 2 fois la contrainte au seuil de l'écoulement S_Y . La figure 4.25 illustre pour un état de contrainte en 2 dimensions la théorie de l'écrouissage cinématique.

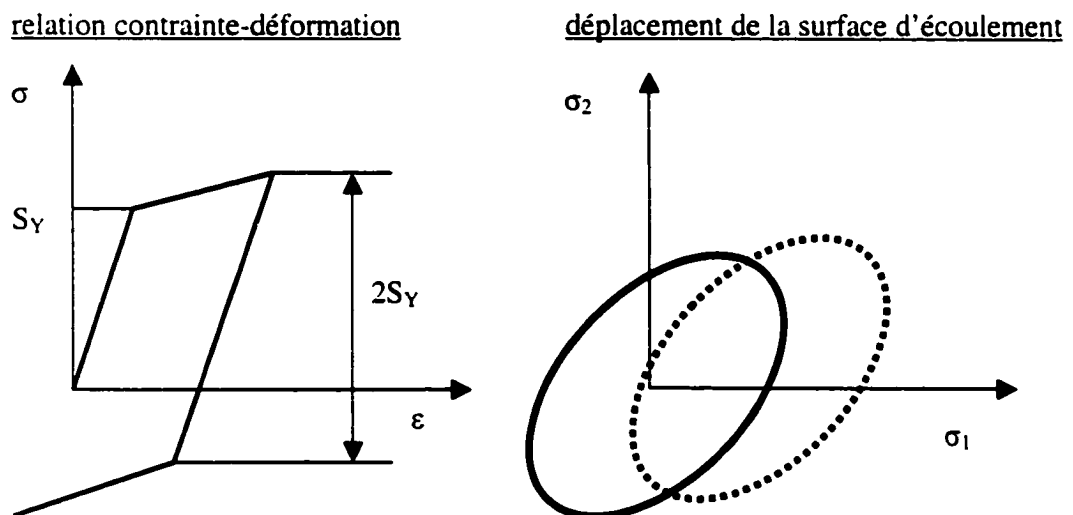


Figure 4.25 Écrouissage cinématique bilinéaire

C'est à l'aide de la commande **TB** de Ansys® que l'on peut signifier la théorie du comportement que l'on désire associer à un matériau particulier. Dans le cas de l'acier de la capsule, la commande s'écrit: **TB,BKIN,n° du matériau**. Il faut ensuite fournir les constantes représentatives du comportement à l'aide de la commande **TBDATA**.

Dans le cas de l'érouissage cinématique bilinéaire, les constantes nécessaires sont la limite élastique S_Y et le module tangent E_T . La commande s'écrit: **TBDATA,n° du matériau,S_Y,E_T**. Dans le cas particulier de l'acier de la capsule, comme la contrainte ne varie pas de façon significative au delà de la zone élastique, alors E_T est tout simplement pris égal à 0.

Le matériau qui compose le joint est de type caoutchouteux. Le joint est moulé sous une pression moyenne de 4 MPa sur la face interne de la capsule. La température du composé à la sortie de l'extrudeur est de 158° Celsius. Pour caractériser le comportement du joint par un essai de compression il a fallu mouler une éprouvette directement à la sortie de l'extrudeur. Une force de compression a été maintenue sur l'éprouvette, directement par les parois du moule, jusqu'à solidification à l'aide d'un serre-joint muni d'une jauge de déformation préalablement calibrée, c'est à dire que la déformation lue est directement proportionnelle à l'effort appliqué. La figure 4.26 montre le schéma du montage qui a permis de réaliser le moulage d'une éprouvette cylindrique.

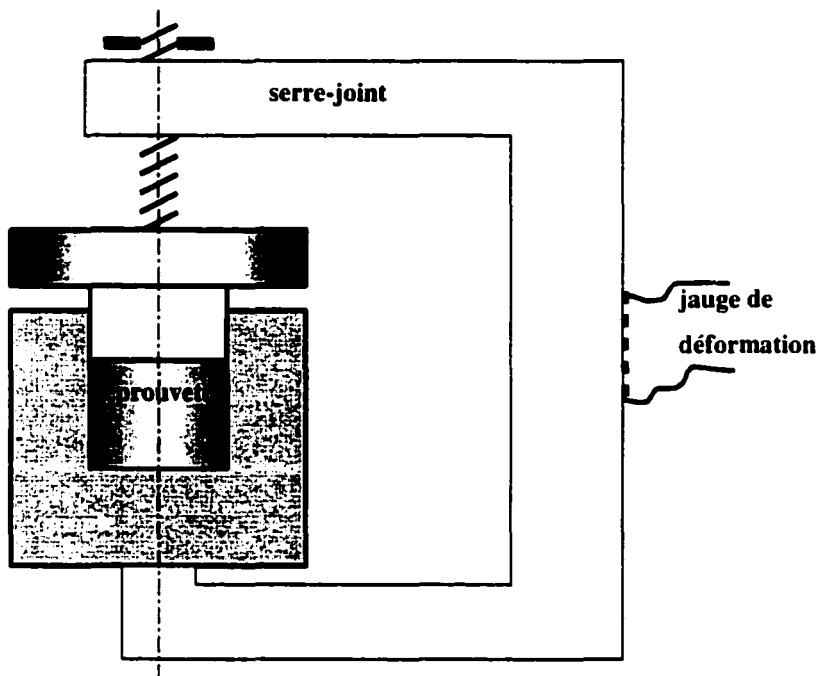


Figure 4.26 Moulage de l'éprouvette sous pression

Une fois l'éprouvette solidifiée nous avons réalisé un test de compression sur la MTS (Material Test System) du laboratoire de résistance des matériaux (voir photos de la machine de traction-compression en annexe D.1 et D.2). Le contrôle est effectué en force, et on fait la lecture des déplacements après un laps de temps de 120 secondes pour permettre au matériau de se stabiliser en déformation. Les surfaces planes de l'éprouvette, en contact avec les mâchoires de compression, ont été convenablement lubrifiées pour minimiser les contraintes de cisaillement. Les déplacements ont été mesurés en millimètres avec une précision de 1/100 de mm et les forces en Newtons avec une précision de 1/10 de N. Les résultats obtenus ont été convertis en contraintes-déformations basées sur la géométrie originale de l'éprouvette, soit une longueur initiale de 13.9 mm (L_{initiale}) et un diamètre initial de 25.1 mm ($A_{\text{initiale}} = \pi d_{\text{initial}}^2/4$).

Nous avons vu dans la section 3.4 avec la théorie de l'énergie de déformation comment calculer les constantes de Mooney-Rivlin qui permettent de caractériser le comportement des matériaux caoutchouteux. Par un simple changement de variable, il

est très simple de déterminer les constantes C_1 et C_2 du matériau par une régression linéaire. Le modèle linéaire s'ajuste de façon remarquable aux données, comme l'illustre la figure 4.27, ainsi que le calcul du coefficient de détermination R^2 qui nous donne 0.9979.

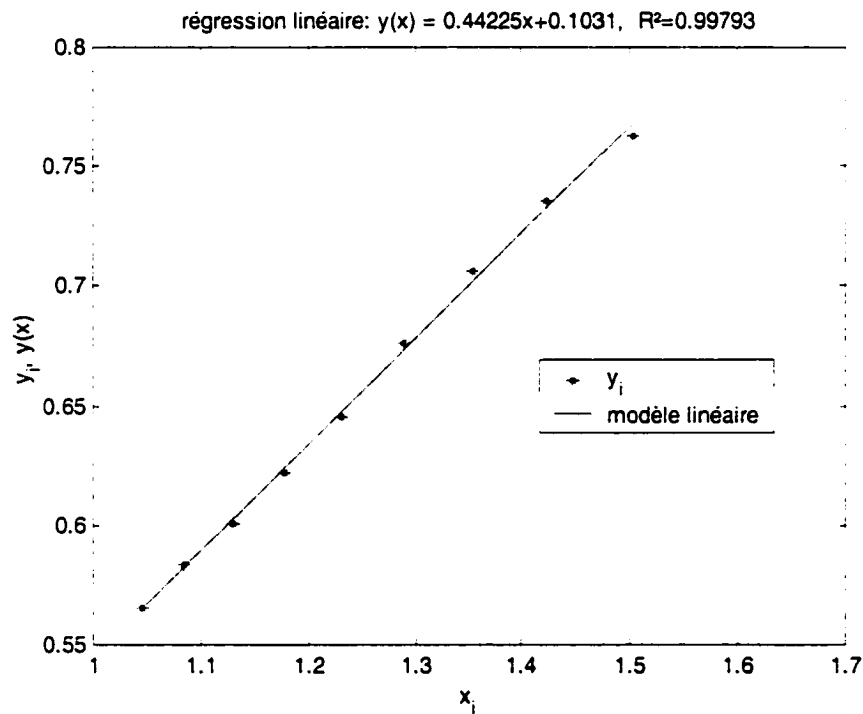


Figure 4.27 Résultat de la régression linéaire

Les deux constantes calculées nous donnent $C_1 = 0.103$ MPa, et $C_2 = 0.442$ MPa. A l'aide de ces deux valeurs, il est maintenant possible de comparer le modèle de Mooney-Rivlin, avec les contraintes et déformations calculées à partir des mesures de l'essai de compression. La figure 4.28 illustre clairement la qualité du modèle de Mooney-Rivlin dans ce cas particulier. On peut noter au passage qu'effectivement seulement 2 constantes sont nécessaires pour caractériser le matériau puisque la courbe de la figure 4.27 ne présente pas de point d'inflexion. Sur les figures 4.27 et 4.28, « e » est la déformation calculée par $(L_{\text{mesurée}} - L_{\text{initiale}})/L_{\text{initiale}}$, « ld » est égal à $1 + e$, et « S » est la contrainte calculée par $F_{\text{appliquée}}/A_{\text{initiale}}$.

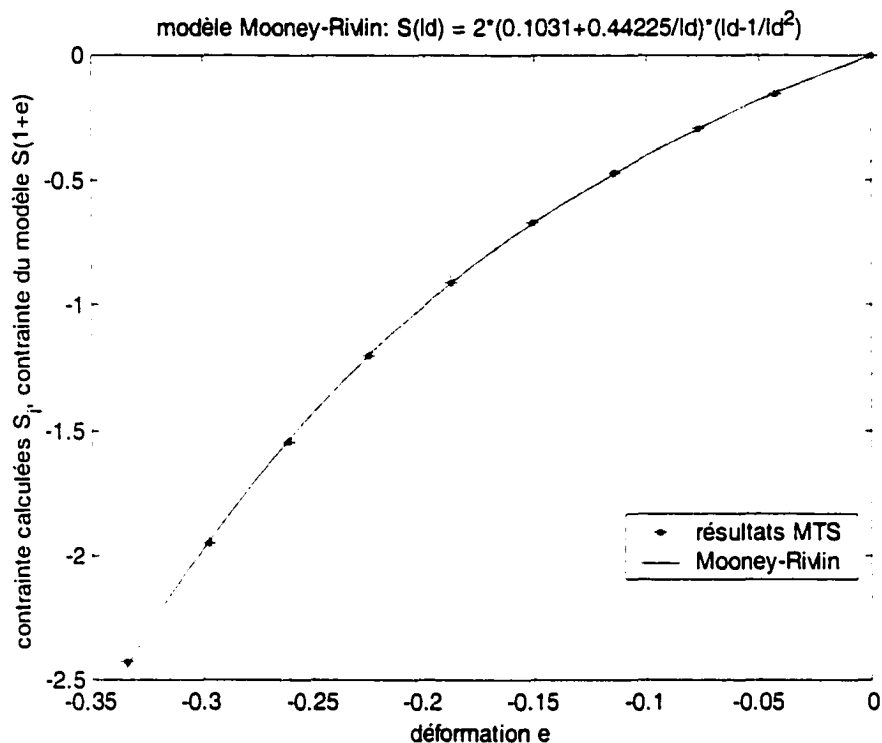


Figure 4.28 Relation contrainte-déformation pour le composé du joint

Pour compléter l'information concernant le joint, il faut également fournir le coefficient de Poisson du matériau. Au cours de l'essai de compression, le diamètre de l'éprouvette a été mesuré à chacun des pas du chargement. La figure 4.29 montre comment varie le diamètre de l'éprouvette en fonction de la distance d'écrasement (* sur la figure 4.29), comparé au diamètre calculé d'un matériau qui serait complètement incompressible où le volume reste constant et égal à $V_{initial}$ (trait pointillé sur la figure 4.29). Donc en faisant l'hypothèse que l'éprouvette reste cylindrique pendant le test de compression on a:

$$d_{incompressible} = d_{initial} \sqrt{\frac{L_{initiale}}{L_{mesurée}}} \quad (4-1)$$

Pour calculer le coefficient de Poisson à partir des mesures, on utilise la mesure de déformation logarithmique (ou déformation de Hencky) ϵ_L parce qu'elle donne un résultat

cohérent avec les matériaux incompressibles comme on le verra ci-dessous. La déformation logarithmique selon l'axe de l'éprouvette se calcule ainsi:

$$(\varepsilon_L)_a = \text{Ln} \frac{L}{L_0} \quad (4-2)$$

où L est la longueur actuelle et L_0 la longueur initiale, et Ln le logarithme népérien. La déformation logarithmique radiale de l'éprouvette se calcule de façon similaire à la déformation axiale:

$$(\varepsilon_L)_r = \text{Ln} \frac{D}{D_0} \quad (4-3)$$

où D est le diamètre actuel et D_0 le diamètre initial. En utilisant le coefficient de Poisson ν du matériau, on peut écrire la relation de proportionnalité entre les deux mesures de déformation, dans le cas précis du test de compression uniaxial:

$$(\varepsilon_L)_r = -\nu(\varepsilon_L)_a \quad (4-4)$$

Ce qui permet d'établir très simplement une relation entre le diamètre actuel D et la longueur actuelle L :

$$D = D_0 \left(\frac{L_0}{L} \right)^\nu \quad (4-5)$$

Comme on peut s'en rendre compte à présent, cette relation est identique à la relation (4.1) lorsque le matériau est incompressible, c'est à dire lorsque le coefficient de Poisson est égal à 0.5. En utilisant l'équation (4.5) comme modèle, il est possible de rechercher par le lissage des mesures du diamètre le coefficient de Poisson du matériau du joint. En notant D_i et L_i les chacune de nm mesures effectuées sur l'éprouvette, l'expression de la méthode des moindres carrés peut s'écrire, en fonction de ν :

$$\text{minf}(\nu) = \min \left(\sum_{i=1}^{nm} \left[\frac{D_i}{D_0} - \left(\frac{L_0}{L_i} \right)^\nu \right]^2 \right) \quad (4-6)$$

où f représente l'expression entre parenthèses dans le second membre de l'équation (4.6). En calculant la dérivée de f par rapport à ν et en annulant le résultat on trouve l'expression suivante:

$$\sum_{i=1}^{nm} \left[\frac{D_i}{D_0} \left(\frac{L_0}{L_i} \right)^v \text{Ln} \left(\frac{L_0}{L_i} \right) \right] - \sum_{i=1}^{nm} \left[\left(\frac{L_0}{L_i} \right)^{2v} \text{Ln} \left(\frac{L_0}{L_i} \right) \right] = 0 \quad (4-7)$$

Cette expression, non-linéaire en fonction de v , ne permet pas de déterminer de façon explicite la valeur du coefficient de Poisson. En utilisant la méthode de Newton pour rechercher la solution on obtient l'expression itérative qui suit:

$$v_{j+1} = v_j - \frac{\sum_{i=1}^{nm} \left[\frac{D_i}{D_0} \text{Ln} \left(\frac{L_0}{L_i} \right) \left(\frac{L_0}{L_i} \right)^{v_j} \right] - \sum_{i=1}^{nm} \left[\text{Ln} \left(\frac{L_0}{L_i} \right) \left(\frac{L_0}{L_i} \right)^{2v_j} \right]}{\sum_{i=1}^{nm} \left[\frac{D_i}{D_0} \left(\text{Ln} \left(\frac{L_0}{L_i} \right) \right)^2 \left(\frac{L_0}{L_i} \right)^{v_j} \right] - 2 \sum_{i=1}^{nm} \left[\left(\text{Ln} \left(\frac{L_0}{L_i} \right) \right)^2 \left(\frac{L_0}{L_i} \right)^{2v_j} \right]} \quad (4-8)$$

En partant de $v_0 = 0.5$, on détermine après seulement 4 itérations le coefficient de Poisson du matériau du joint $v \cong 0.47$. Le critère d'arrêt utilisé dans cette procédure est:

$$|v_{j+1} - v_j| \leq 10^{-9} \quad (4-9)$$

Les résultats du lissage sont présentés sur la figure 4.29, où L et D sont exprimés en millimètres.

Le calcul du coefficient de détermination donne un résultat tout à fait acceptable $R^2 \cong 0.87$. Les programmes de calcul des constantes de Mooney-Rivlin et du coefficient de Poisson sont fournis en annexe C.1 et C.2. Le programme *MooneyRivlin2.m* permet de calculer les 2 constantes C_1 et C_2 à partir des vecteurs des contraintes et des déformations calculées sur la base de la géométrie initiale. Le programme *PoissonNewton.m* utilise les résultats des mesures axiales (déplacements verticaux) et radiales (variation des diamètres) lors de l'essai de compression pour déterminer avec la méthode de Newton le coefficient de Poisson. Ces deux programmes nécessitent l'environnement de MatLab® pour leur exécution (voir <http://www.MathWorks.com/>, ou MatLab® [58]).

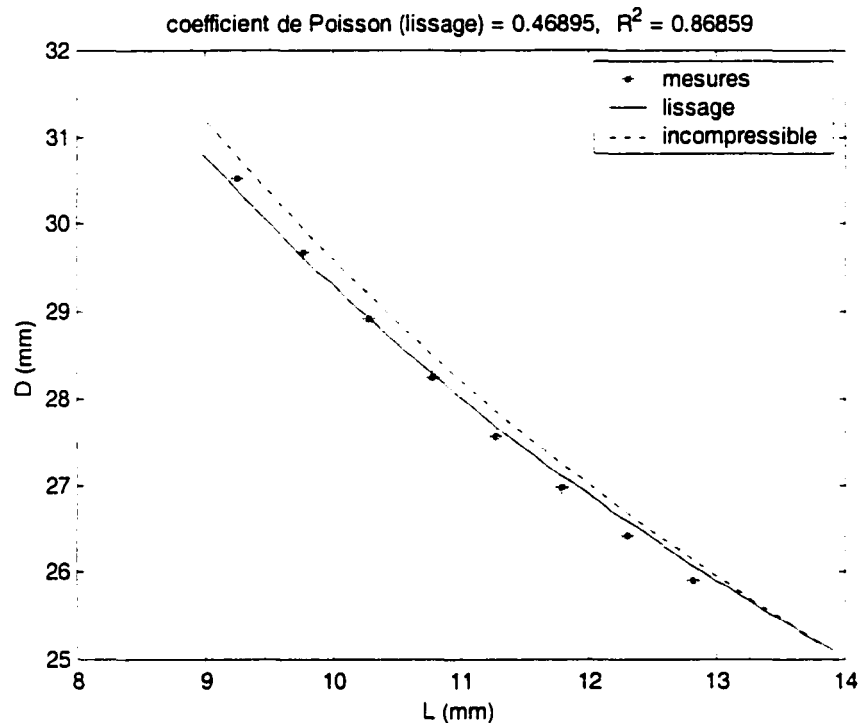


Figure 4.29 Détermination du coefficient de Poisson par lissage

Les constantes du matériau du joint sont fournies dans le fichier *Cmail.log* d'une façon similaire à l'acier de la capsule, vu précédemment. Dans le cas du joint on signifie le comportement hyperélastique avec la commande: ***TB,HYPER,n° du matériau***. Il faut ensuite fournir les constantes représentatives du comportement du matériau (c'est à dire C_1 et C_2) à l'aide de la commande ***TBDATA***. Dans le cas de l'hyperélasticité la commande s'écrit: ***TBDATA,n° de la constante,constante de Mooney-Rivlin correspondante***. Le coefficient de Poisson est donné comme pour l'acier par la commande ***MP,n° du matériau,NUXY,coefficient de Poisson du matériau***.

Le dernier point concernant les constantes à fixer est l'imposition des paramètres d'interaction des différents matériaux qui entrent en contact. Comme il a été montré dans la section précédente, les surfaces sont appairées 2 à 2 par l'intermédiaire d'un jeu

de constantes communes. Le jeu des constantes est soumis avec la commande ***R,n° du jeu des constantes,,FKN,FTOLN.***

La constante FKN est un facteur de rigidité normale de contact. Le facteur FTOLN définit la pénétration maximale. Ces deux facteurs permettent de contrôler la pénétration des surfaces rigides dans les surfaces déformables. Bien que l'on souhaite qu'il n'y ait pas de pénétration, des ajustements trop sévères de ces facteurs causeront de sérieux problèmes de convergence, voire même de la divergence. Ces deux facteurs doivent donc être ajustés en fonction de la réponse du système au cours de la simulation. Pour les problèmes où la flexion est dominante une valeur de FKN = 0.1, est un bon départ. FTOLN donne une proportion de l'épaisseur de l'élément sous l'élément de contact comme limite de pénétration. Une valeur de 10% est habituellement une bonne valeur de départ. Si la réponse du problème est dominée par des pénétrations trop élevées, il faut modifier ces deux facteurs progressivement. Pour le matériau hyperélastique du joint, la constante FKN peut être estimée par une formule empirique:

$$FKN = \alpha Eh \quad (4-10)$$

où α est un facteur que l'on peut faire varier entre 0.1 et 100., E est le module d'élasticité du matériau, et h est un paramètre associé à la surface d'un élément de contact.

$$h = \sqrt{A_{\text{élément}}} \quad (4-11)$$

Le module d'élasticité peut s'estimer à partir des constantes de Mooney-Rivlin par la formule suivante, dans le cas des petites déformations:

$$E = 6(C_1 + C_2) \quad (4-12)$$

En prenant $\alpha = 1$, pour commencer, et en estimant à environ 1mm le côté d'un élément de contact, on obtient une première valeur approximative de l'ordre de 3 pour FKN, sachant que le E calculé avec la relation (4.12) donne 3.27 Mpa.

On trouvera dans le fichier *Cmail.log* les différentes valeurs associées à chaque paire de contact. Ces valeurs sont légèrement différentes de celles initialement choisies parce qu'elles ont été ajustées avec le déroulement de l'analyse. En effet les deux facteurs, FKN et FTOLN, sont les seuls paramètres de contact qu'il est possible de changer au cours d'une analyse. L'utilisation des macros de chargement que nous verrons plus loin donne l'opportunité d'ajuster ces paramètres, d'une étape à l'autre, tout simplement en réitérant la commande R avec de nouvelles valeurs pour FKN et FTOLN

4.2.3 Chargement

Comme il a été dit plus haut, la simulation du sertissage sur une bouteille à goulot classique, peut tirer parti de la simplification apportée par la symétrie des ondulations de la capsule (voir figure 4.3). Sur un secteur représentant $1/42^{\text{ème}}$ de la capsule, il faut imposer des déplacements nuls selon une direction perpendiculaire aux deux plans radiaux de symétrie pour rendre l'étude équivalente à la simulation sur la capsule complète. En créant un repère local en coordonnées cylindrique, il devient très simple de sélectionner les nœuds appartenant aux deux plans de symétrie et de bloquer tous les déplacements perpendiculaires à ces plans. La figure 4.30 présente l'extrait du fichier *Pf_caps.log* où cette opération est effectuée.

```

! conditions Frontières de symétrie
LOCAL,11,1,...,-90,-90      ! définition d'un repère local cylindrique (r, theta, z) en
                             ! orientant l'axe des x selon z global et y selon x global
                             ! grâce à 1 rotation de -90° autour de x global, et une
                             ! rotation de -90° autour de z global

! spécification de symétrie sur les surfaces des côtés

! premier plan de symétrie
ESEL,S,TYPE,,1,2,1        ! sélection du type des éléments du joint et de la capsule
ESEL,A,TYPE,,11,12,1      ! sélection du type d'éléments des ressorts mous
MSLE                      ! sélection des noeuds associés à ces éléments
HSEL,R,LOC,V,09.99,90.01  ! sélection, parmi les noeuds précédents, de ceux qui sont situés
                             ! sur le premier plan de symétrie (90° par rapport à l'axe r)
DSYM,SYMM,V,11           ! symétrie imposée à ces noeuds dans le repère local 11 (uy=0)
NPLDT                    ! affichage des noeuds
ALLS                      ! restitution de toutes les entités (noeuds, éléments, etc.)

! second plan de symétrie
ESEL,S,TYPE,,1,2,1        ! sélection du type des éléments du joint et de la capsule
ESEL,A,TYPE,,11,12,1      ! sélection du type d'éléments des ressorts mous
MSLE                      ! sélection des noeuds associés à ces éléments
HSEL,R,LOC,V,09.99-360/42,90.01-360/42 ! sélection, parmi les noeuds précédents, de ceux qui sont situés
                             ! sur le second plan de symétrie (01.42° par rapport à l'axe r)
DSYM,SYMM,V,11           ! symétrie imposée à ces noeuds dans le repère local 11 (uy=0)
NPLDT                    ! affichage des noeuds
ALLS                      ! restitution de toutes les entités (noeuds, éléments, etc.)
CSYS,0                   ! retour au système global de coordonnées cartésiennes
EPLDT                    ! affichage des éléments

```

Figure 4.30 Procédure d'imposition des conditions de symétrie

La figure 4.31 montre les déplacements bloqués sur la capsule, les triangles symbolisant un déplacement imposé, nul dans ce cas, selon une direction perpendiculaire aux plans de symétrie. Les noeuds situés au centre de la capsule sont complètement bloqués parce qu'ils appartiennent aux deux plans de symétrie.



Figure 4.31 Déplacements bloqués sur la capsule et le joint en accord avec les conditions de symétrie (vue de dessus)

Lors de la simulation, les outillages de sertissage de la capsule entrent en contact avec la capsule selon un ordre précis.

1. Descente du plongeur qui vient écraser le joint sur le goulot de la bouteille, en appuyant sur la partie supérieure de la capsule. L'effort sera maintenu tant que la capsule ne sera pas complètement sertie et la gorge de sertissage retirée.
2. Descente de la gorge de sertissage jusqu'à ce que la capsule soit complètement rabattue sur le goulot de la bouteille.
3. Remontée de la gorge de sertissage jusqu'à un dégagement complet.
4. Remontée du plongeur, l'opération de sertissage est terminée.

Et pour compléter:

5. Pour tester l'assemblage, une pression est exercée sur la paroi interne de la capsule

La dernière étape de chargement ne fait pas partie du sertissage, mais s'inscrit dans une procédure de vérification de la pression de fuite d'un assemblage.

La descente du plongeur est appliquée en imposant un déplacement sur tous ses nœuds, dans la direction verticale, jusqu'à atteindre l'effort préconisé par l'opération de capsulage. Dans l'étape suivante, selon un principe similaire au plongeur, on impose un déplacement vertical à tous les nœuds de la gorge de sertissage de façon à ce que le rayon de la gorge dépasse suffisamment la jupe de la capsule. Puis on impose les déplacements sur les nœuds dans la direction opposée jusqu'à un dégagement complet de la gorge de sertissage. L'effort du plongeur est relâché en imposant un déplacement vertical vers le haut jusqu'à un dégagement complet. A cette étape de la simulation l'opération de sertissage de la capsule est terminée. Dans le cadre de cette simulation, le frottement a été négligé parce après observation des capsules serties, on s'est aperçu que

la fine pellicule de vernis qui recouvre la capsule est arrachée là où il y a eu contact avec la gorge de sertissage. La gorge de sertissage est en acier poli, et par conséquent le frottement sur la tôle mise à nue est pratiquement nul. Pour plus de rigueur il faudrait faire une analyse avec vernis, et donc frottement, pendant une portion de la descente du sertisseur, puis continuer sans frottement, ce qui serait numériquement possible, mais compliquerait inutilement l'étude. De plus il n'est pas évident de déterminer à partir de quand le vernis est arraché. En conséquence, le frottement des outillages sur la capsule ne sera pas pris en compte dans cette analyse.

Comme chaque outillage est constitué d'un seul type d'élément il est très simple de sélectionner chaque type avec la commande **ESEL,S,TYPE,,n°du type**. Puis en sélectionnant les nœuds associés à ces éléments avec la commande **NSLE,S**, il devient très facile d'imposer un déplacement à tous ces nœuds avec la commande **D,ALL,UY,déplacement imposé**. Ce genre de procédure est utilisée pour les quatre premières étapes de la simulation, c'est à dire pour imposer les déplacements des outillages comme une succession de pas d'équilibre statique. Pour l'étape d'imposition de la pression on sélectionne les surfaces de la capsule et du joint qui supportent cet effort à l'aide de la commande **ASEL**. La sélection des nœuds appartenant à ces surfaces se fait à l'aide de la commande **NSLA,S,1**, le paramètre 1 de cette commande permet d'inclure les nœuds du contour des surfaces dans la sélection. Ensuite la pression est appliquée avec la commande **SF,ALL,PRES,pression appliquée**. Notez que la pression doit être positive, si l'on désire qu'elle soit appliquée en compression sur les facettes des éléments concernés. Le paragraphe 4.3 traite des macros de chargement qui sont utiles lorsque les paramètres de contact, qui sont ajustés de façon empirique, causent des problèmes de convergence.

4.2.4 Options de résolution

La résolution de la simulation du sertissage d'une capsule présente de nombreuses difficultés à cause de la non-linéarité des phénomènes intervenant dans le processus. On pense bien sûr aux grandes rotations de la capsule, aux grandes déformations élastiques du joint, aux déformations plastiques de la capsule, et aux contacts avec les différents outillages. Pour résoudre ce problème complexe il faut prendre soin de sélectionner les options appropriées à notre cas particulier.

Les options de résolution sont lues dans le module de solution de Ansys® /*SOLU*. Il faut d'abord informer le module de solution que l'analyse comporte des non-linéarités géométriques avec la commande *NLGEOM,ON*. Cette commande permet également de prendre en compte les grandes déformations. Le logiciel est ainsi informé qu'il doit utiliser les formulations élastoplastiques en grandes déformations. Les non-linéarités ne peuvent être résolues que de façon incrémentale, parce que la solution dépend de l'ordre selon lequel les chargements sont imposés, et de la façon dont le système va y réagir. La méthode de résolution la plus robuste, est la méthode de Newton-Raphson présentée dans la section 3.7. Lorsque l'on désire que la matrice de rigidité soit mise à jour (recalculée) au début de chaque nouvelle itération, ce qui est recommandé dans les problèmes de contact, alors il faut placer la commande *NROPT,FULL* dans le module de résolution. Pour l'organisation de la solution des équations c'est la méthode de résolution frontale qui est utilisée par défaut dans le logiciel (commande *EQSLV,ON*). Les sous pas de chargement sont appliqués de façon linéaire, depuis le pas de charge précédent, jusqu'à celui projeté (commande *KBC,0*). Finalement la commande *SOLCONTROL,ON,1* permet d'utiliser toutes les options de résolution optimisées qui sont disponibles, ce qui améliore de façon significative les chances de convergence de la solution générale.

Les calculs de la simulation se résument donc à la résolution successive d'étapes de chargement en équilibre statique. Au démarrage de l'analyse, puisque les masses respectives des volumes sont négligées, on peut remarquer que la capsule est théoriquement libre de se déplacer verticalement entre le plongeur et la bouteille. Ce détail donne une matrice de rigidité globale de la simulation qui est singulière, et si ce n'était des erreurs d'arrondis, il serait impossible de résoudre. Pour contourner ce problème, une astuce consiste à relier les volumes libres à un point fixe par l'intermédiaire de ressorts mous (Barrett et Zemitis, [5]). Ces ressorts, ayant une rigidité très faible (d'où le nom de 'mou'), contribuent d'une façon négligeable à la rigidité de l'ensemble, tout en rendant la matrice globale non-singulière. Dans le cas de la simulation du sertissage, la capsule est reliée à la bouteille par l'intermédiaire de deux éléments de tige 3D de type *Link8* de la librairie Ansys®. La figure 4.32 présente l'extrait du fichier *Pf_caps.log* où cette opération est effectuée.

```

imp5.log - Bloc-notes
Fichier Edition Rechercher ?
? maillage du ressort mou
TYPE,11           ? élément de type 11: tige 3D link8
MAT,11           ? caractéristiques du matériau n°11
                  ? module d'élasticité de 10 N/mm²
REAL,11          ? constante associées au type 11
                  ? section de 1 mm²
? création des éléments identifiant les noeuds géométriquement
? confondus avec des points clés de la capsule et de la bouteille
E,NODE(KX(77),KY(77),KZ(77)),NODE(KX(18),KY(18),KZ(18))
E,NODE(KX(91),KY(91),KZ(91)),NODE(KX(18),KY(18),KZ(18))
ALLS             ? restitution de toutes les entités
EPLLOT          ? affichage des éléments

```

Figure 4.32 Maillage des ressorts mous entre la capsule et la bouteille

4.3 Programme et macros

Les différentes étapes de la simulation sont maintenant connues: après le choix des constantes de maillage, la discrétisation des volumes réguliers, le choix des types d'éléments, la sélection des caractéristiques des matériaux, les options de résolution et le chargement imposé, il suffit de construire un programme qui contienne selon une structure ordonnée toutes les informations nécessaires à la résolution complète du problème. Le fichier *Pf_caps.log*, fournit au logiciel Ansys® avec la commande */INPUT*, permet de lancer la résolution de toutes les étapes de la simulation du sertissage d'une capsule avec joint intégré. Le fichier *Pf_caps.log* (voir annexe A.3) est structuré de la façon suivante:

- Appel au fichier *Capnez_elem.log* (annexe A.2) qui permet de mailler comme un volume régulier le nez de la capsule. Le fichier *Capnez_elem.log* fait lui même appel au fichier des constantes *Cmaill.log* (annexe A.1), pour la cohérence du maillage.
- Initialisation de la base de données, appel au fichier des constantes *Cmaill.log*, et appel des fichiers des nœuds et éléments de l'ondulation.
- Importation de tous les autres volumes et créer les volumes à partir des surfaces (rappel: les fichiers importés avec l'option *IGES,ALTERNATE*, ne voient pas leurs volumes se créer automatiquement).
- Division structurée des lignes selon les paramètres de *Cmaill.log* pour préparer le maillage.
- Assignment des types d'éléments aux volumes et aux surfaces, ainsi que les constantes réelles associées.
- Maillage des volumes avec des éléments structuraux (capsule et joint).

- Mailler des surfaces susceptibles d'entrer en contact avec des éléments de contact à 4 nœuds pour les surfaces flexibles (capsule et joint), et à 3 nœuds pour les surfaces rigides (outillages et bouteille).
- Raccordement du maillage de l'ondulation avec le reste de la capsule.
- Vérification de l'orientation des normales de toutes les paires d'éléments de contact.
- Maillage des ressorts mous.
- Imposition des conditions de symétrie sur les nœuds.
- Imposition des paramètres de résolution.
- Descente du plongeur et sauvegarde des fichiers nécessaires à un redémarrage éventuel.
- Descente de la gorge de sertissage et sauvegarde des fichiers nécessaires à un redémarrage éventuel
- Remontée de la gorge de sertissage et sauvegarde des fichiers nécessaires à un redémarrage éventuel
- Remontée du plongeur et sauvegarde des fichiers nécessaires à un redémarrage éventuel
- Imposition de la pression interne et sauvegarde des fichiers nécessaires à la poursuite éventuelle de l'analyse.
- Analyse des résultats, par exemple en mesurant la force totale appliquée sur le joint.

Comme il existe 5 étapes de chargement successives et que les temps de calculs sont très longs, il est prudent, de procéder par essais successifs à l'aide de macros. Les macros sont en général des petits fichiers qui réunissent un certain nombre de

commandes dans un but précis. Les macros peuvent recevoir des paramètres qui influenceront sur leur exécution. Cinq macros sont disponibles pour les étapes de chargement: la descente du plongeur, la descente de la gorge de sertissage, la remontée de la gorge de sertissage, la remontée du plongeur et l'application de la pression interne pour le test de fuite.

Toutes ces macros de déplacement des outillages sont conçues de façon à imposer la distance de déplacement voulue, à partir d'une valeur initiale, jusqu'à une valeur finale, avec le nombre de pas de chargement désiré. Ces macros permettent de commencer l'analyse par petites étapes, en vérifiant le comportement du modèle. Si l'on juge qu'il y a trop de pénétration ou que le temps de calcul est beaucoup trop long, alors on réajuste les constantes *FKN, FTOLN* de la paire de contact en cause, et on redémarre l'analyse en partant du dernier déplacement d'outillage. Une macro pour la pression appliquée est construite également de façon similaire, avec une pression initiale, une pression finale, et le nombre de pas souhaité pour son application.

D'autres macros ont été construites pour l'affichage de différents résultats, comme par exemple l'évolution des contraintes dans la capsule, ou de la force sur le joint, en fonction des étapes de la simulation. Ces macros seront expliquées dans le texte lorsqu'on y fera appel. On retrouvera toutes les macros créées en relation avec les simulations en annexe B. Notez que ces macros sont structurées de façon à pouvoir les modifier aisément en fonction d'une adaptation à d'autres types de problèmes.

CHAPITRE 5

RÉSULTATS NUMÉRIQUES DES SIMULATIONS

Pour permettre de faire une analyse plus détaillée du comportement du joint, deux volets de simulation ont été entrepris. Le premier volet se divise en deux parties qui sont la simulation axisymétrique par éléments finis du simple écrasement d'une capsule, premièrement sur une surface plane, et deuxièmement sur le goulot d'une bouteille. Le second volet concerne la simulation du sertissage en 3 dimensions. Préalablement à ces deux volets nous avons réalisé pour fins de validation, la simulation du test de compression de l'éprouvette du matériau du joint.

5.1 Modélisation axisymétrique du test de compression

Le test de compression de l'éprouvette est réalisé par éléments finis dans le but de comparer la modélisation avec le test réel. La contrainte de compression de l'essai expérimental sera comparée avec les résultats de la simulation numérique. Les éléments bidimensionnels utilisés pour la simulation ont été vus dans les sections 3.6.2 à 3.6.4. Il s'agit de l'élément *hyper56*, avec l'option axisymétrique, pour le matériau caoutchouteux de l'éprouvette, et des éléments de contact *targe169* pour la surface rigide de la mâchoire de la machine de test, et de l'élément *conta171* pour la surface déformable appairée de l'éprouvette. Les constantes du matériau du joint sont celles que nous avons calculés dans la section 4.2.2, c'est à dire pour les constantes de Mooney-Rivlin, $C1 = 0.103$ Mpa, $C2 = 0.442$ Mpa, et le coefficient de Poisson $\nu = 0.47$. L'éprouvette se présente sous forme d'un cylindre de 25.1 mm de diamètre, par 13.9 mm de haut. Compte tenu de la double symétrie de l'éprouvette, seulement un quart de sa géométrie est modélisée. De plus, la géométrie étant très simple, on peut se permettre de

réaliser un maillage assez fin pour obtenir les résultats les plus précis possible. Les dimensions de l'éprouvette, et ses axes de symétrie sont présentés sur la figure 5.1.

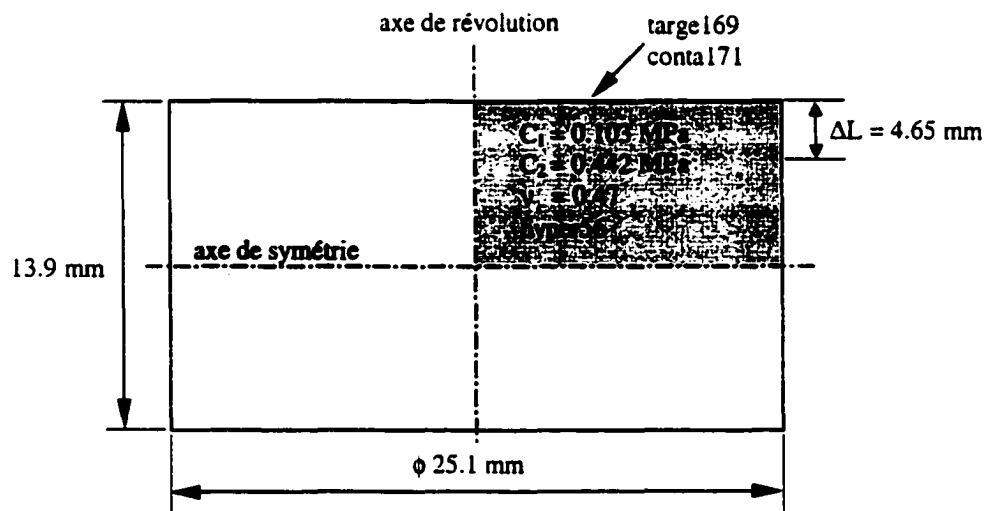


Figure 5.1 Dimensions de l'éprouvette du matériau du joint

On peut voir sur la figure 5.2 la discrétisation par éléments finis de l'éprouvette. Les éléments axisymétriques hyperélastiques font environ 0.5 mm de côté. Les déplacements bloqués, cohérents avec la symétrie sont symbolisés par les triangles.

Lors du test réel sur la machine du laboratoire, l'éprouvette a été écrasée sur une distance de 4.65 mm. Comme l'éprouvette comporte un plan de symétrie horizontal, la distance de déplacement que l'on va imposer à la surface rigide sera d'environ la moitié de cette distance, soit 2.4 mm. Pour permettre de bien visualiser le comportement de l'éprouvette, le chargement sera appliqué en 10 étapes de 0.24 mm. Le fichier *epransys.log* de la modélisation de l'éprouvette dans l'environnement Ansys® est placé dans l'annexe A.4. Le fichier présente les étapes classiques d'une modélisation: sélection des caractéristiques du matériau, dessin et maillage de l'éprouvette, imposition des conditions frontières et étapes de solution.

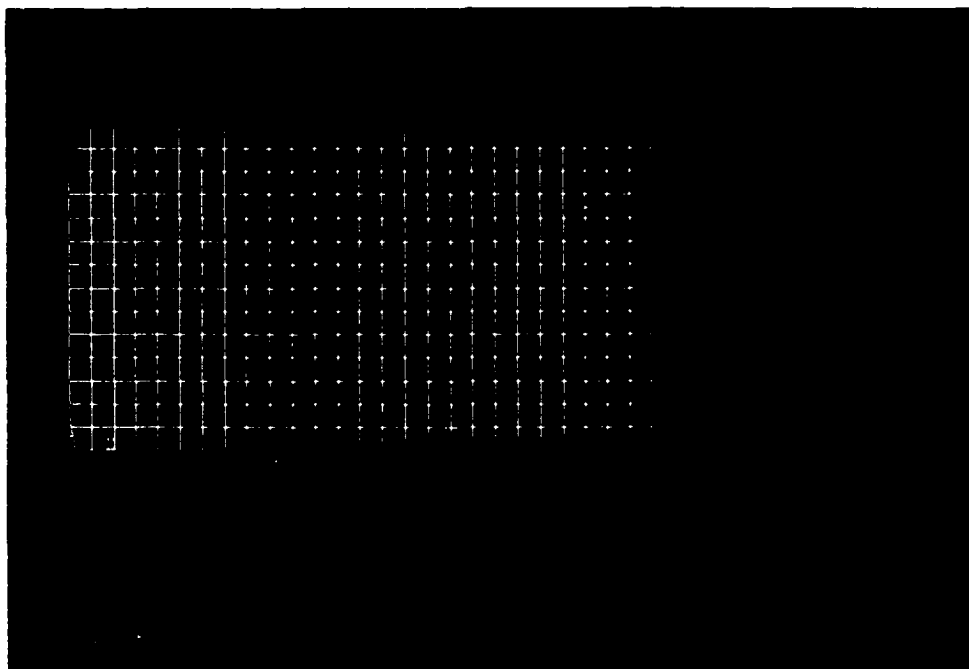


Figure 5.2 Maillage et conditions frontières de l'éprouvette de compression

L'application de la charge se fait simplement en imposant le déplacement du plongeur par incréments de 0.24 mm. La figure 5.3 illustre l'état de contrainte de l'éprouvette dans la configuration finale déformée. On peut remarquer que la distribution des contraintes est uniforme dans l'éprouvette, ce qui est tout à fait cohérent avec le chargement appliqué, compression uniaxiale. Notez que la contrainte affichée sur le graphique est la contrainte vraie de Cauchy, c'est à dire la contrainte calculée en référence avec la section de la géométrie déformée, donc nécessairement plus faible que la contrainte infinitésimale.

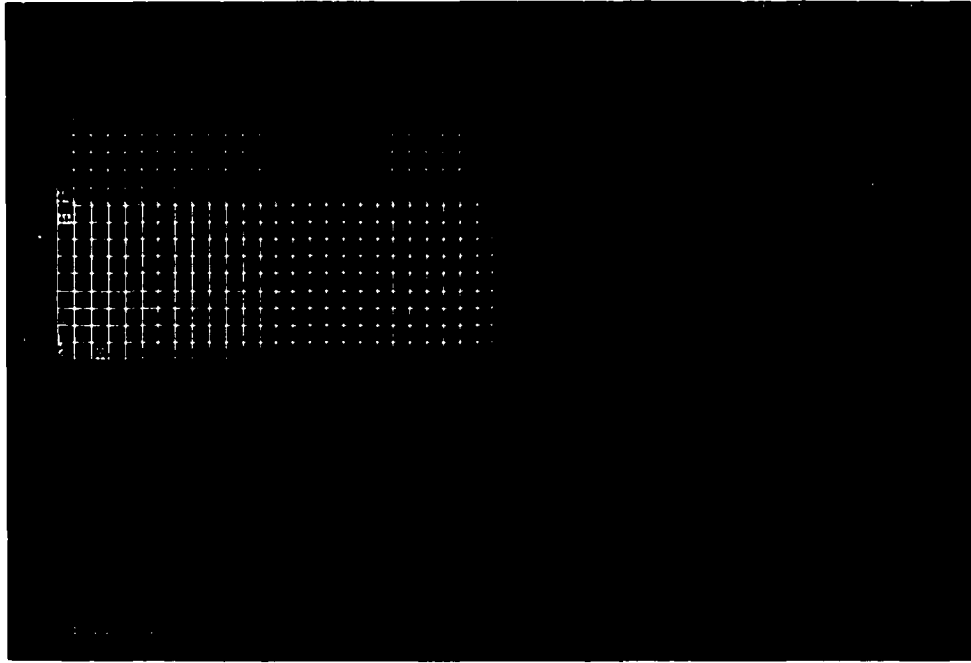


Figure 5.3 Distribution des contraintes vraies de compression dans l'éprouvette, longueur finale 9.1 mm (longueur initiale 13,9 mm, diamètre initial 25,1 mm)

A l'aide de la macro *sejy.mac* fournie en annexe B.9, il est possible de calculer et d'afficher la variation de la contrainte en fonction de la déformation. La macro *sejy.mac* calcule les contraintes et les déformations sur la base de la géométrie initiale. En plus d'afficher les résultats directement dans Ansys® la macro crée un fichier du résultat du calcul des contraintes et des déformations qui est utilisé pour faire la comparaison dans le programme *Epransys.m* (annexe C.3). La figure 5.4, générée par le programme *Epransys.m*, présente les données expérimentales du test de compression et le résultat de la simulation réalisée avec les constantes tirées de l'essai expérimental sur l'éprouvette.

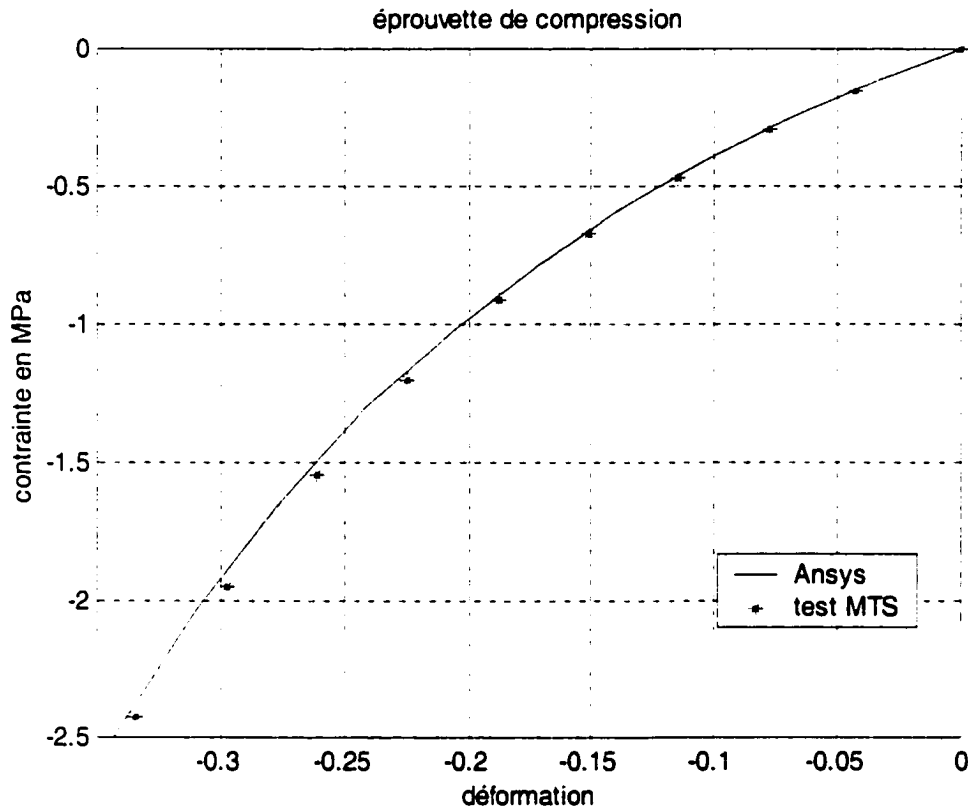


Figure 5.4 Comparaison des résultats pratiques obtenus sur la MTS avec la simulation numérique sur Ansys®

La figure 5.4 montre clairement que la simulation numérique sur Ansys® est en excellent accord avec les tests réalisés sur la machine de compression. Le comportement de l'éprouvette suit fidèlement le résultat des essais pratiques. La contrainte calculée par éléments finis à la déformation maximum 0.334, c'est à dire 33.4% de la longueur initiale, donne un écart de seulement 2.67% par rapport au test pratique. Ce résultat remarquable permet de donner encore plus de confiance pour les simulations numériques sur la capsule.

5.2 Modélisation axisymétrique de l'écrasement du joint

5.2.1 Écrasement du joint sur une surface plane

A cause de la géométrie du goulot de la bouteille, il est très difficile d'estimer les forces de contact. Alors dans une première approche, nous allons simuler l'écrasement du joint de la capsule sur une surface horizontale. Les enseignements tirés de cette simulation seront exploités pour tirer une meilleure comparaison, dans le chapitre 7, avec les différents essais expérimentaux présentés au chapitre 6.

Les fichiers IGES de la géométrie de la capsule avec joint, de la bouteille et du plongeur sont récupérés dans l'environnement d'Ansys[®] pour former une simulation axisymétrique. La capsule est discrétisée en élément *plane42* de la librairie d'Ansys[®], avec l'option axisymétrique. Le matériau est l'acier ductile présenté dans la section 4.4.2, avec un module d'élasticité de 200GPa, un coefficient de Poisson de 0.3 et une limite élastique de 300 MPa. La théorie de l'écroutissage cinématique bilinéaire avec la règle d'écoulement de Prandtl-Reuss associée au critère d'écoulement de von Mises, discutés dans les chapitres 3 et 4, sont intégrés dans l'analyse, de façon similaire à la simulation en 3 dimensions. Le matériau du joint est modélisé avec les mêmes éléments que ceux utilisés pour l'éprouvette, et bien sûr exactement les mêmes constantes pour le comportement hyperélastique. Compte tenu que la modélisation s'effectue dans un plan, le fichier des paramètres associés est différent de celui utilisé pour la simulation tridimensionnelle. On retrouvera les caractéristiques du maillage axisymétrique dans le fichier *Cmaill2D.log* fourni en annexe A.5. Le maillage de la capsule et les conditions frontières sont illustrés sur la figure 5.5. C'est le fichier *Capaxis.log* qui permet d'importer les géométries, d'imposer les conditions frontières et celles de chargement. Ce fichier est placé dans l'annexe A.6. La surface plane sous le joint est fixe, et les déplacements sont imposés sur le plongeur, comme indiqués par les triangles sur la figure 5.5. La représentation graphique du plongeur est une droite, mais du point de vue

de la simulation, l'élément de contact qui le constitue a le même rayon de courbure que la capsule. On peut remarquer également sur la figure 5.5 le ressort mou qui permet d'obtenir une matrice de rigidité non-singulière, en particulier pour le premier pas de chargement où le contact n'est pas nécessairement complètement établi.

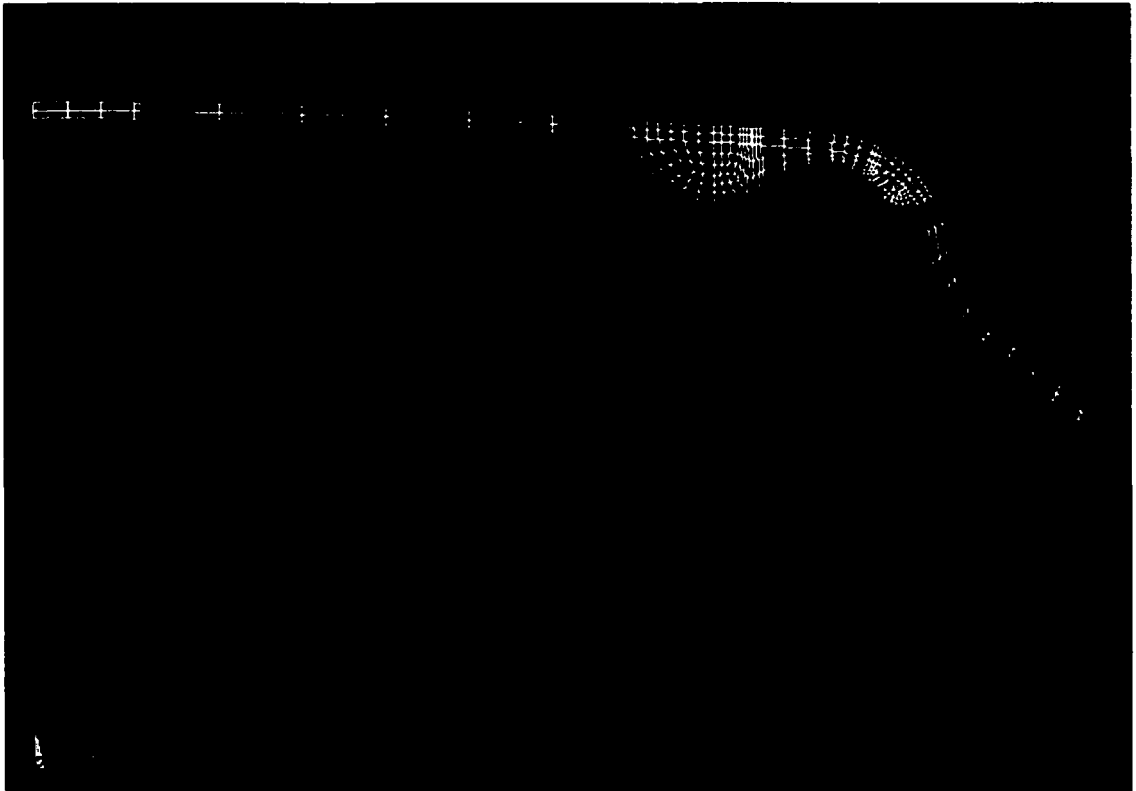


Figure 5.5 Modélisation axisymétrique de la capsule sur une surface plane

Les figures 5.6 à 5.9 permettent de suivre l'évolution de la distribution des contraintes dans les deux matériaux selon l'axe vertical y en fonction du déplacement du plongeur. On peut bien voir également sur les figures comment la géométrie du joint se déforme avec l'accroissement de la charge, et comment les contraintes décroissent de façon quasi-concentriques autour du point initial de contact

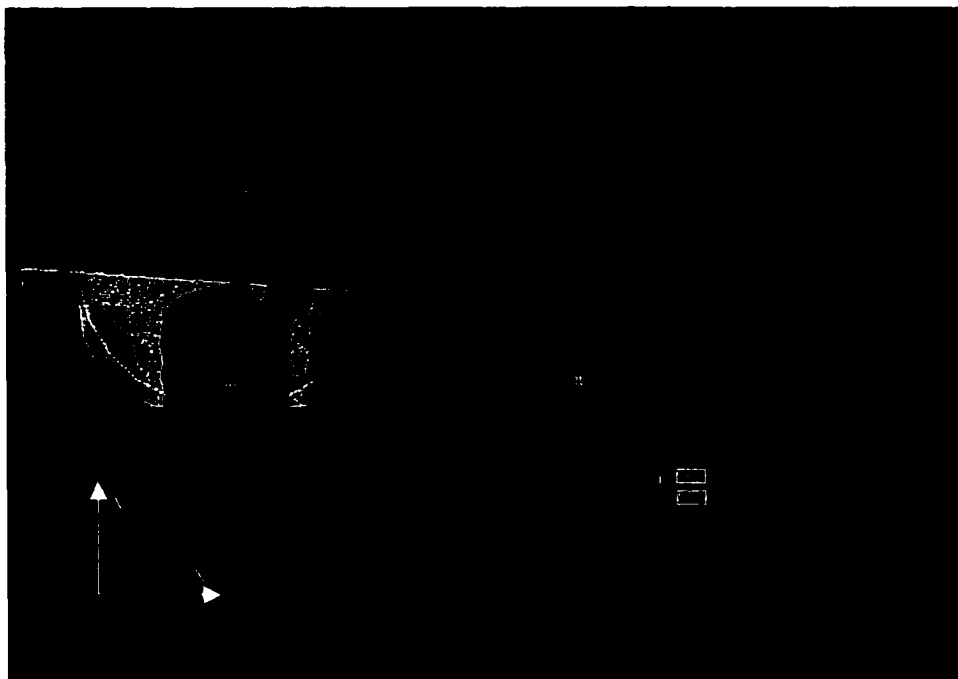


Figure 5.6 Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.05 mm

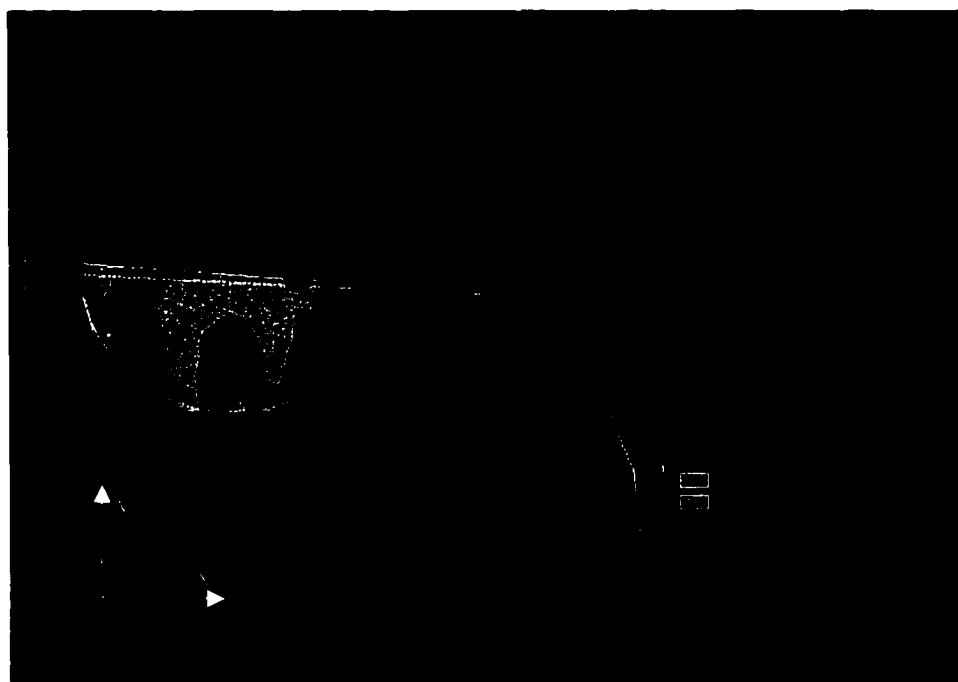


Figure 5.7 Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.15 mm

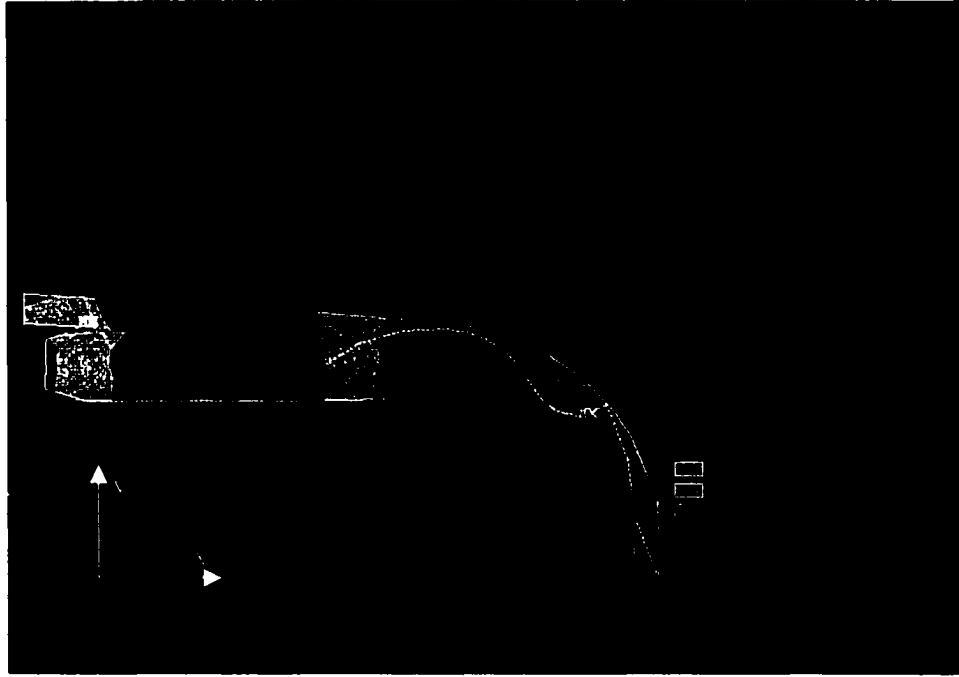


Figure 5.8 Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.30 mm

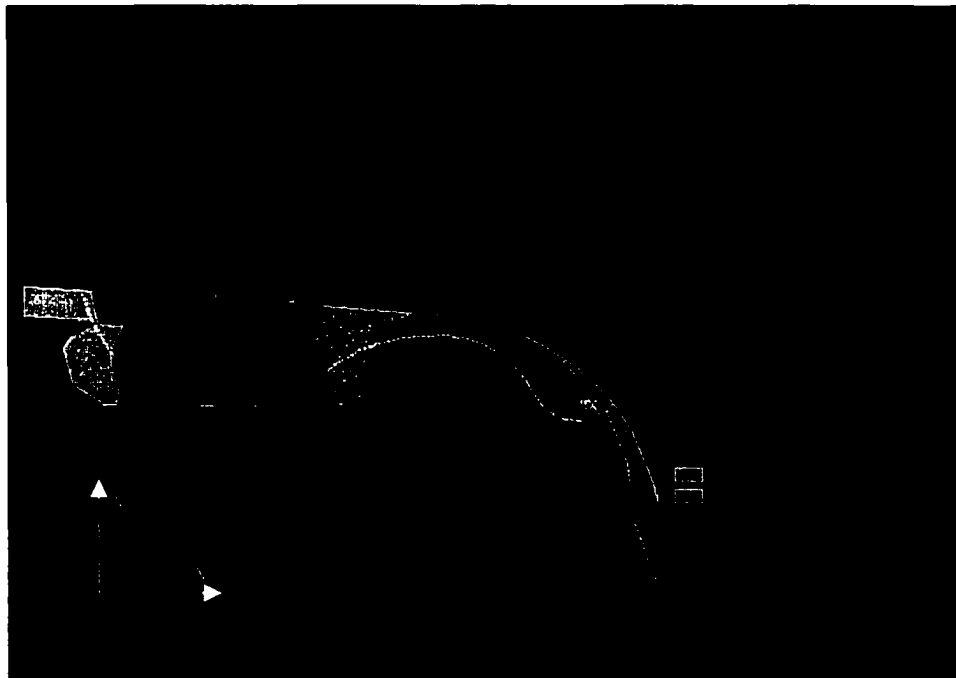


Figure 5.9 Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.40 Mm

Encore une fois, cette simulation a pour but de faire une comparaison avec des tests de compression de capsules effectués sur la machine du laboratoire. Nous pourrions établir également une comparaison de la variation de la largeur de contact en fonction de l'effort appliqué avec des mesures effectuées sur des capsules. La macro *fdjy.mac* mise en annexe B.6 permet de relever les efforts appliqués sur le joint en fonction du déplacement vertical imposé et d'afficher le résultat graphique directement dans Ansys®. Un fichier de résultats, somme des forces sur le joint en fonction du déplacement, est généré par cette macro. Ces résultats seront comparés aux tests de compression réels. Nous verrons au chapitre 7 qu'il y a une bonne corrélation pour la force appliquée en fonction du déplacement entre la simulation et la pratique.

5.2.2 Écrasement du joint sur le goulot d'une bouteille

Maintenant que nous avons vu comment se comportait le joint sur une surface plane, nous pouvons à présent faire la simulation de l'écrasement du joint sur le goulot d'une bouteille. Le but étant de vérifier si un test d'écrasement sur une bouteille, très simple à exécuter au laboratoire, peut être comparé avec succès avec une simulation numérique dans Ansys®. Les paramètres du maillage sont également dans *Cmaill2D.log* (annexe A.5). Le fichier de la simulation, *Capaxis.log* (annexe A.6), est conçu pour modéliser soit une surface plane, soit une bouteille, simplement en basculant la variable « *boutl* » de 0 à 1 en début de programme. Le maillage de la capsule et de la bouteille est présenté sur la figure 5.10. Seule la partie supérieure du goulot est discrétisée, puisqu'il n'est pas encore question de contact entre la bouteille et la tôle de la capsule. De la même façon que pour la surface plane, le déplacement est imposé sur le plongeur et la bouteille demeure fixe. Encore une fois, pour améliorer la convergence de la première étape de chargement, un ressort mou relie la capsule à un point fixe (non visible sur la figure 5.10).

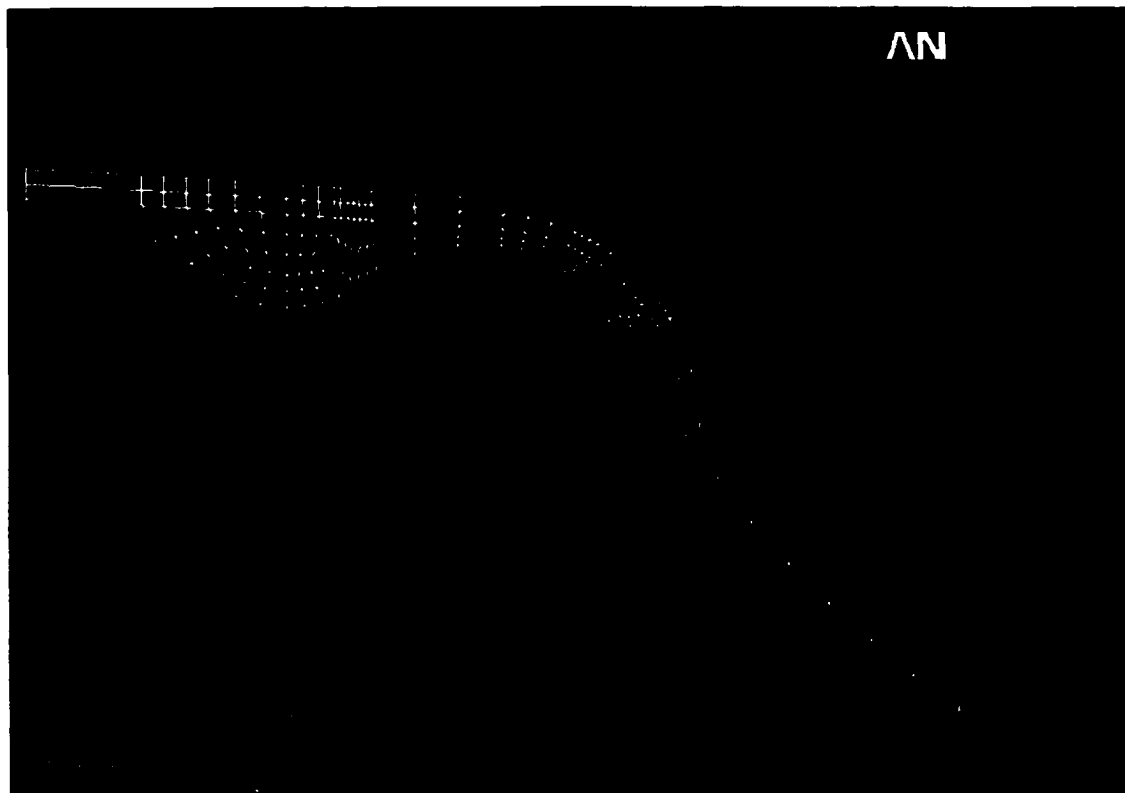


Figure 5.10 Modélisation axisymétrique de la capsule sur une bouteille classique

Comme précédemment pour la simulation sur la surface plane, les figures 5.11 à 5.14 permettent de suivre l'évolution de la distribution des contraintes dans les deux matériaux selon l'axe vertical y en fonction du déplacement du plongeur. On peut bien voir également sur les figures comment la géométrie du joint épouse la surface du goulot au fur et à mesure de l'accroissement de la charge. Cependant, comme on pouvait s'y attendre, la forme de la surface de contact du goulot donne une distribution différente des contraintes. Au début, (figures 5.11 et 5.12), les contraintes décroissent de façon quasi-concentriques autour du point initial de contact. Puis le joint est relativement libre de s'expandre vers l'intérieur du goulot, ce qui donne naissance à un bourrelet à gauche de l'arête du goulot (figures 5.13 à 5.14). Les contraintes sont réparties de façon plus diffuses, et la présence de l'arête cause une contrainte locale très élevée.

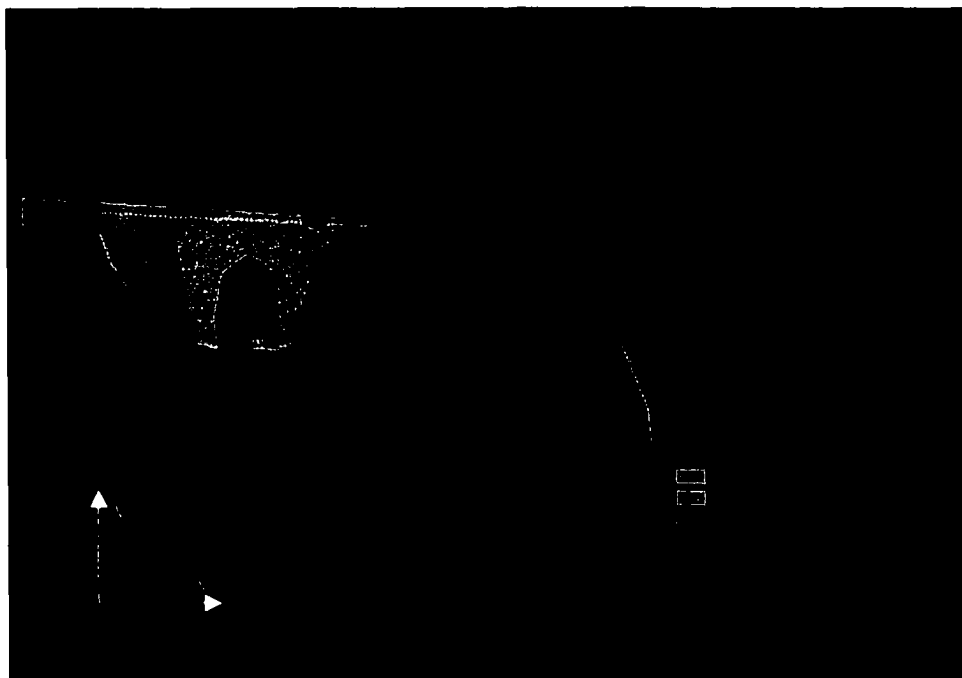


Figure 5.11 Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.05 mm



Figure 5.12 Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.2 mm



Figure 5.13 Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.35 mm



Figure 5.14 Distribution des contraintes σ_y , déplacement vertical 0.55 mm

Comme pour la surface plane, la macro *fdjy.mac* mise en annexe B.6 permet de relever les efforts appliqués sur le joint en fonction du déplacement vertical imposé et d'afficher le résultat graphique directement dans Ansys®. Le fichier des résultats, généré par la macro, est utilisé au chapitre 7 où nous verrons la bonne corrélation qui existe entre le test de compression de capsules effectué sur la machine du laboratoire et la simulation numérique.

Si l'on compare les deux simulations axisymétriques d'écrasement du joint, on remarque que la distance parcourue par le plongeur est différente: 0.4 mm pour la surface plane, contre 0.55 mm pour la bouteille. L'espace physique entre la capsule et la surface plane est beaucoup plus restrictif, ce qui cause des efforts plus élevés et des difficultés croissante de convergence qui imposent une limite plus précoce à la simulation. Pour contourner ce problème on peut envisager d'imposer une force, plutôt qu'un déplacement, sur le plongeur. Cependant, si une telle analyse est possible pour le cas simple de l'éprouvette où les surfaces de contact sont planes, il est en revanche impossible d'obtenir le moindre résultat cohérent dans le cas du plongeur à surface sphérique entrant en contact avec la capsule. En effet, les géométries particulières des surfaces de contact semblent créer des difficultés que de nombreuses tentatives n'ont pas réussies à résoudre. Il faut finalement noter qu'une solution où les déplacements sont imposés est beaucoup plus stable, parce que les degrés de liberté sont imposés, par opposition à une solution en force, où les déplacements sont le résultat de la solution numérique.

5.3 Modélisation tridimensionnelle du sertissage d'une capsule sur une bouteille à goulot classique

L'analyse par éléments finis du sertissage de capsules d'étanchéité consiste à modéliser numériquement l'opération d'assemblage d'une capsule sur une bouteille. Le programme *Pf_caps.log*, placé en annexe A.3, a été créé dans cet objectif, en incluant

également l'étape finale du test de fuite. La figure 5.15 présente une vue d'ensemble des différentes pièces discrétisées qui entrent dans le processus de sertissage: la capsule avec son joint intégré, la bouteille, le plongeur, la gorge de sertissage et les ressorts mous. Les paramètres de discrétisation sont fournis dans le fichier *Cmaill.log* (voir en annexe A.1). Pour bien comprendre, on peut noter que les volumes discrétisés en briques sont déformables, et les surfaces discrétisées en triangles sont rigides avec déplacements imposés aux nœuds. Rappelons que du fait de la symétrie des ondulations de la capsule, seulement $1/42^{\text{ème}}$ de la capsule est modélisé

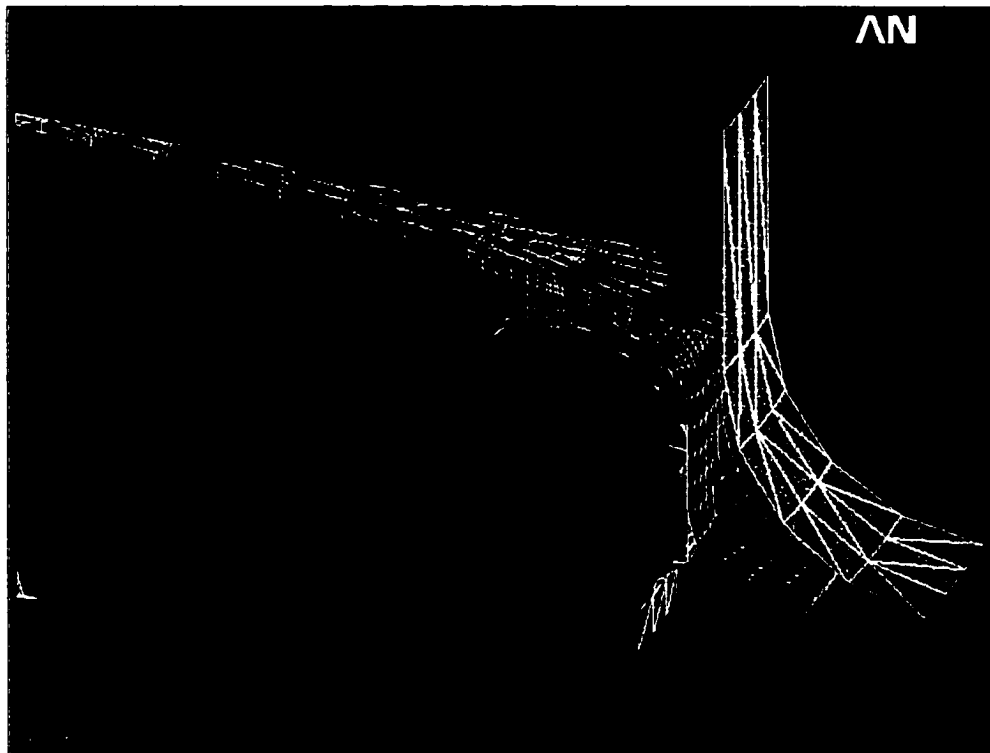


Figure 5.15 Modélisation tridimensionnelle de la capsule sur une bouteille classique, secteur $1/42^{\text{ème}}$

Nous avons vu aux chapitres 3 et 4 toutes les étapes qui ont été nécessaires à la discrétisation du problème global et en particulier comment obtenir un maillage régulier. La figure 4.20 du chapitre 4 présente un maillage où le nombre de degrés de liberté est relativement peu élevé pour permettre d'envisager une simulation tolérable en termes de temps de calculs. Cependant, puisque maintenant nous voulons observer la déformation

élastoplastique de la capsule au cours du sertissage il faut augmenter le nombre d'éléments briques dans l'épaisseur de la tôle pour permettre une représentation acceptable de la distribution des contraintes dans le matériau métallique en flexion. Toujours en restant dans l'optique d'une discrétisation minimale, le choix de placer deux éléments dans l'épaisseur s'est finalement avéré un très bon compromis pour les résultats numériques et pour les temps de calculs.

La simulation complète comporte donc 5 étapes:

- **La descente du plongeur** (figures 5.16 à 5.18), macro associée *descplgr.mac* (annexe B.1). Le déplacement imposé est de 0.6 mm en 12 pas d'équilibre, de façon à imposer une précharge suffisante avant l'opération de sertissage. Le point critique de cette étape est le premier pas de chargement pour l'établissement d'un contact franc entre la capsule et le plongeur. Pour assurer la convergence il a fallu modéliser le plongeur avec un grand nombre d'éléments comme on peut le voir sur la figure 5.15. Par la suite la convergence est relativement rapide avec une rigidité de contact imposée *FKN* de 0.2 entre le plongeur et la capsule, et de 15 entre le joint et la bouteille.
- **La descente du sertisseur** (figures 5.19 à 5.24), macro associée *descsert.mac* (annexe B.2). Le déplacement imposé est de 8 mm en 75 pas d'équilibre de 0.1 mm, en imposant un décalage initial de 0.6 mm pour compenser le déplacement de la capsule causé par l'écrasement du joint, et ainsi débiter le contact. Le point critique de cette étape est lorsque le matériau de la capsule commence à céder, et à se replier sous la lèvre du goulot (voir en particulier la figure 5.21). Une fois franchi ce cap la convergence est assez rapide avec une rigidité de contact imposée *FKN* de 0.4 entre le sertisseur et la capsule, ainsi qu'entre la capsule et la bouteille.

- **La remontée du sertisseur** (figures 5.25 à 5.26), macro associée *remosert.mac* (annexe B.3). Le déplacement imposé est de 8 mm en 40 pas d'équilibre de 0.25 mm. Le point critique de cette étape, est lorsque la gorge de sertissage quitte le contact de la capsule. Les constantes de rigidité de contact restent inchangés. Il n'y a pas de problèmes de convergence pour le retrait de cet outillage.
- **La remontée du plongeur** (figure 5.27), macro associée *remoplgr.mac* (annexe B.4). Le plongeur est progressivement retiré du contact avec la capsule. C'est une étape délicate, parce que le plongeur quitte le contact avec la capsule, et en même temps la capsule trouve sa place définitive sur le goulot de la bouteille. Le déplacement imposé est de 2 mm en 10 pas d'équilibre de 0.1 mm pour les 9 premiers, le dernier pas étant de 1.1 mm pour permettre un dégagement suffisant. Comme pour l'étape précédente les constantes de rigidité de contact restent inchangées. Il n'y a pas de problèmes de convergence pour le retrait de cet outillage.
- **L'application de la pression** (figures 5.28 à 5.30), macro associée *applpint.mac* (annexe B.5). La capsule est sertie, il faut à présent tester son étanchéité. La pression imposée sur la surface interne de la capsule est de 1.4 MPa en 14 étapes de 0.1 MPa. Si la pression est suffisamment élevée pour arracher la capsule du goulot de la bouteille, alors la capsule n'est plus retenue que par les ressorts mous, ce qui n'est pas suffisant compte tenu de leur très faible rigidité. Dans un tel cas la simulation s'arrête sur un problème de convergence.

Les figures suivantes illustrent les 5 étapes de la simulation globale (les lignes pointillées en blanc représentent la géométrie dans la configuration initiale).

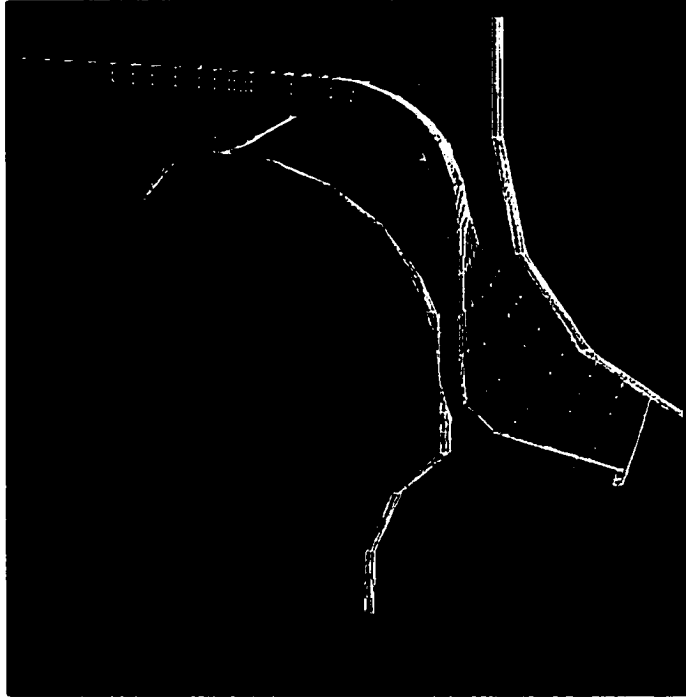


Figure 5.16 Déformée: descente du plongeur, 0.05 mm

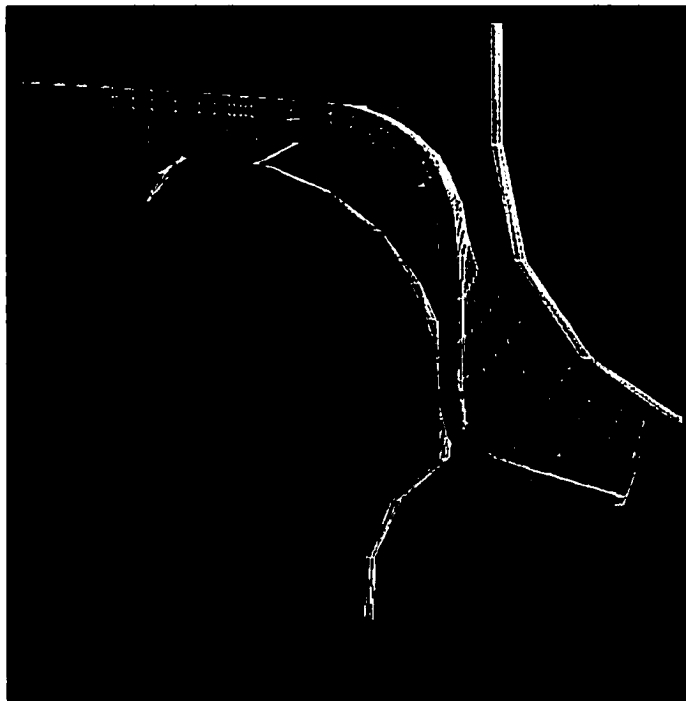


Figure 5.17 Déformée: descente du plongeur, 0.30 mm

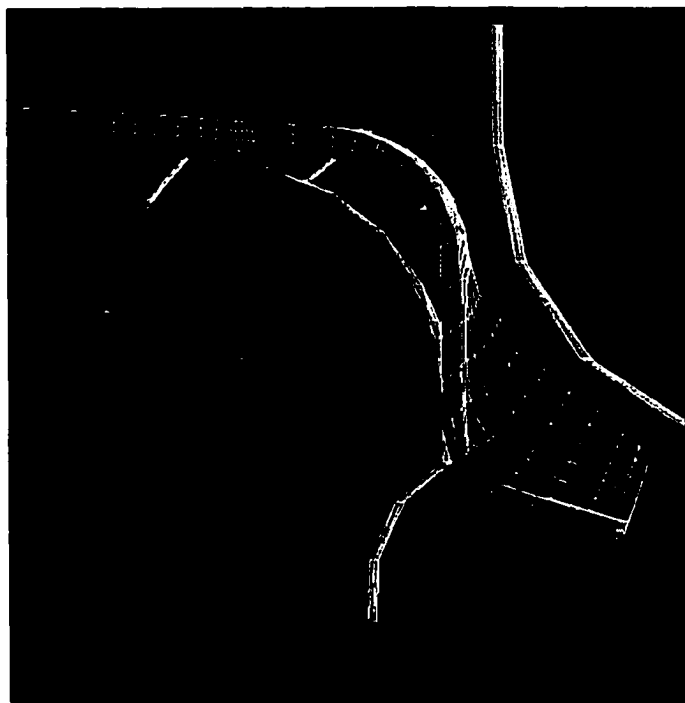


Figure 5.18 Déformée: descente du plongeur, 0.60 mm

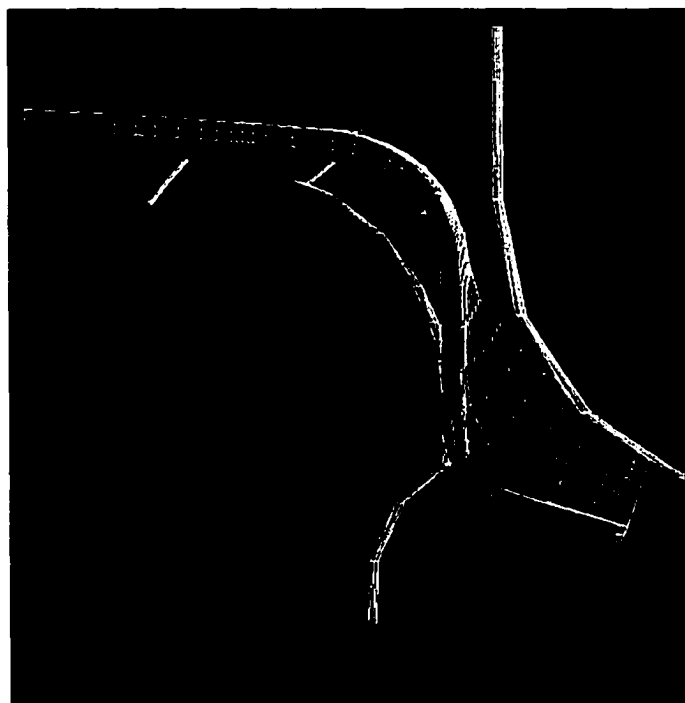


Figure 5.19 Déformée: contact initial du sertisseur avec la capsule

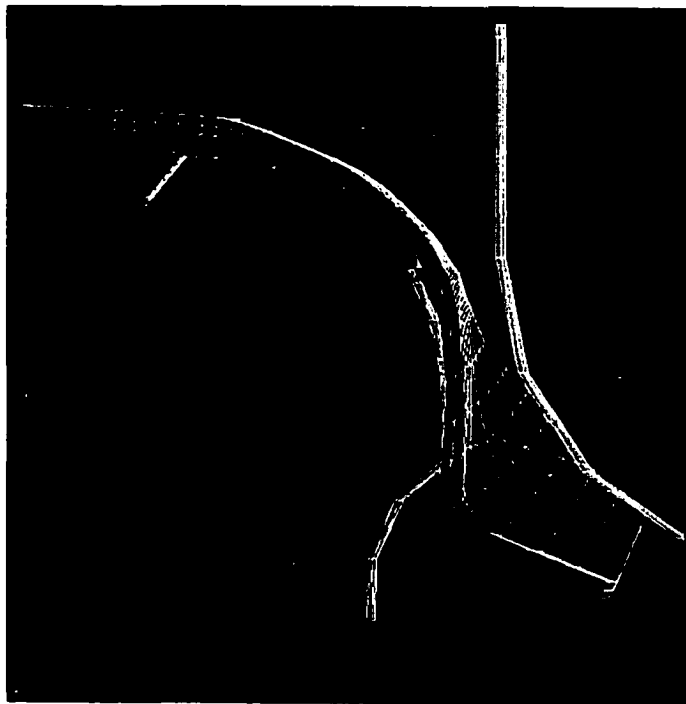


Figure 5.20 Déformée: descente du sertisseur, 1.5 mm

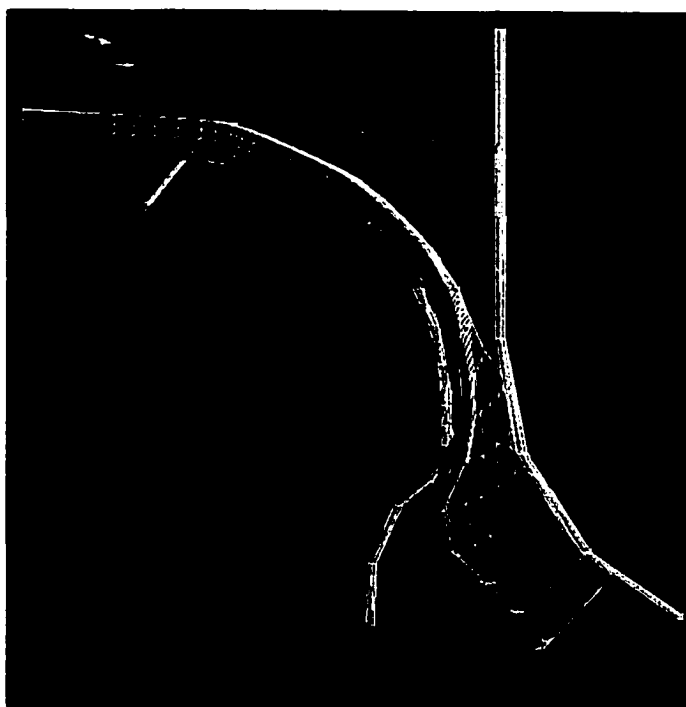


Figure 5.21 Déformée: descente du sertisseur, 2.5 mm

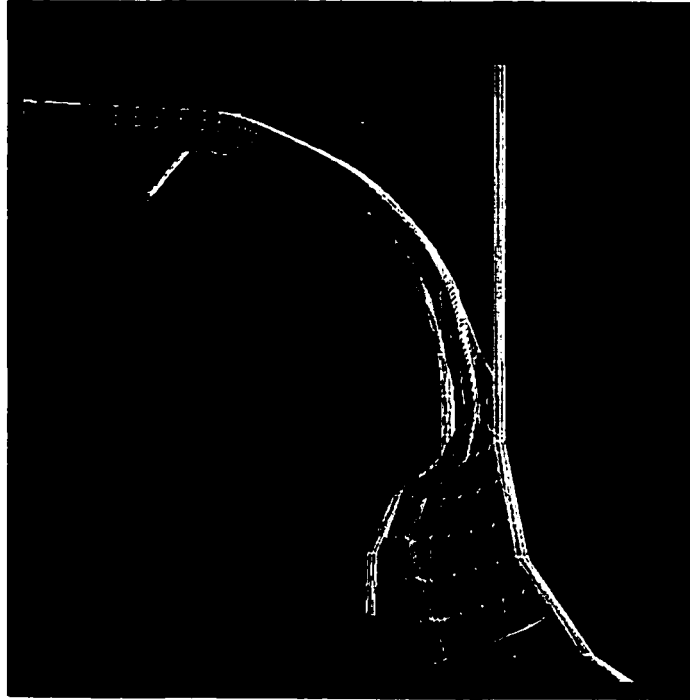


Figure 5.22 Déformée: descente du sertisseur, 4.0 mm

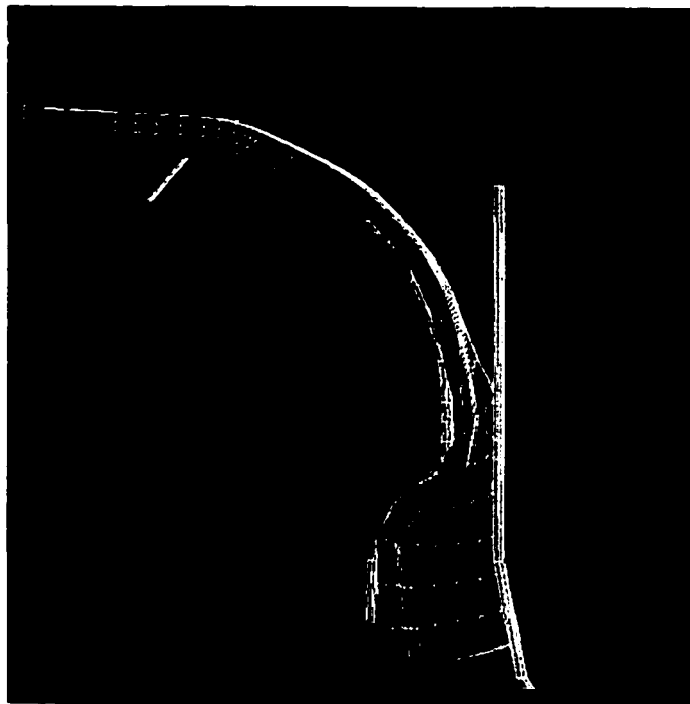


Figure 5.23 Déformée: descente du sertisseur, 5.5 mm

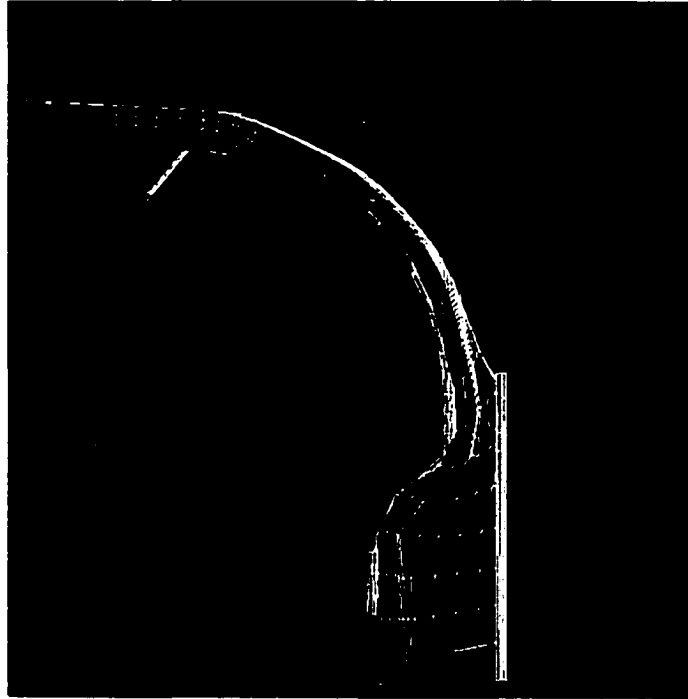


Figure 5.24 Déformée: descente du sertisseur, 8.1 mm

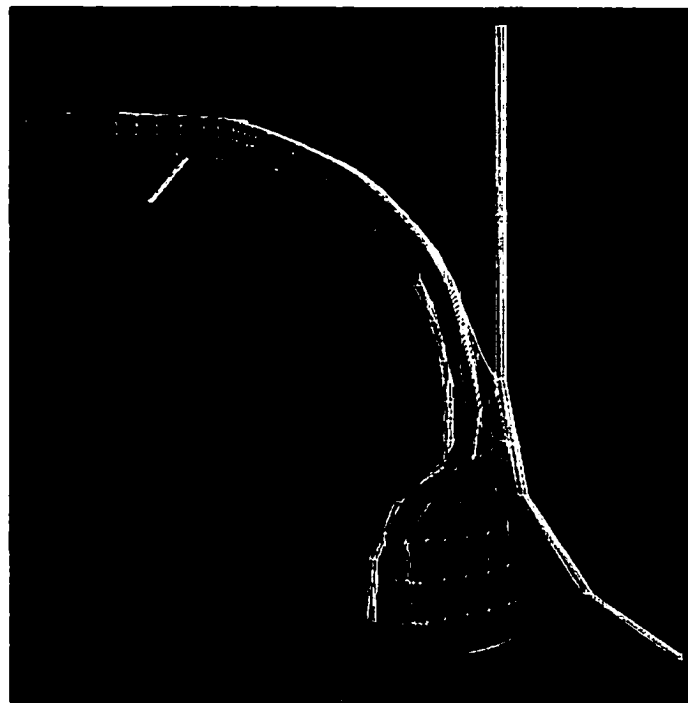


Figure 5.25 Déformée: remontée du sertisseur, 3.1 mm

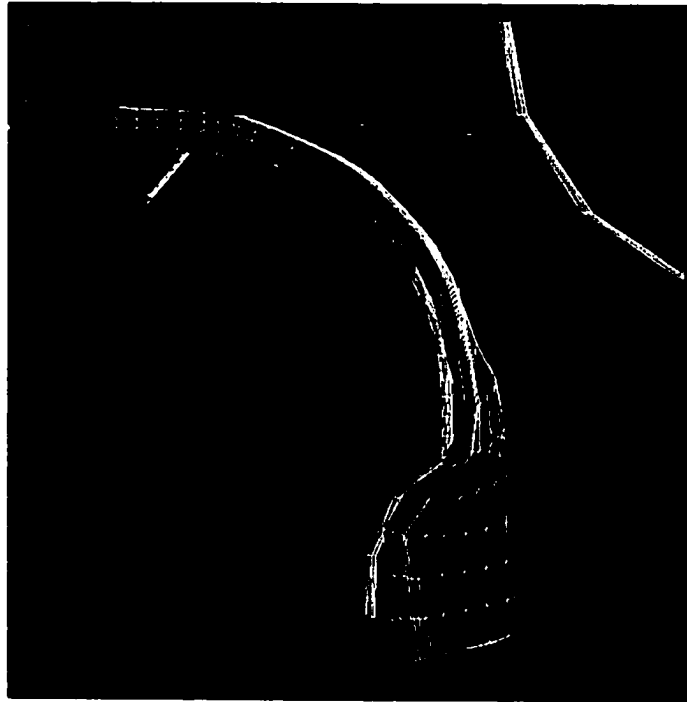


Figure 5.26 Déformée: remontée totale du sertisseur



Figure 5.27 Déformée: remontée totale du plongeur : capsule sertie

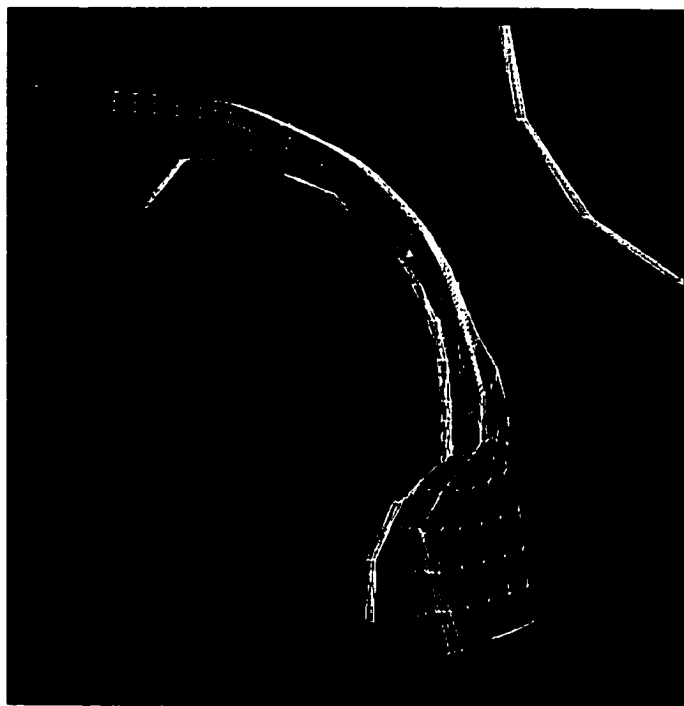


Figure 5.28 Déformée: application d'une pression , 0.5 MPa

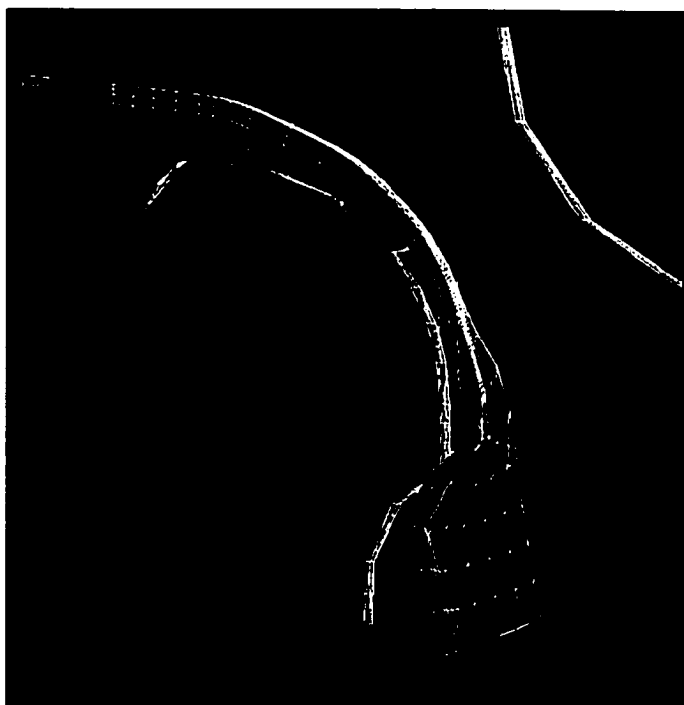


Figure 5.29 Déformée: application de la pression, 1.1 MPa



Figure 5.30 Déformée: application de la pression, 1.4 MPa

Comme nous l'avons déjà mentionné, les ressorts mous sont là pour éviter la singularité de la matrice de rigidité globale. Toutefois, il faut que ces ressorts aient des constantes caractéristiques suffisamment élevées pour éviter des coefficients trop faibles dans la matrice de rigidité, ce qui reviendrait numériquement à ne pas avoir de ressort. D'un autre côté il ne faut pas non plus que ces coefficients soient trop élevés pour éviter de fausser la réponse du problème. Un compromis utilisé pour cette analyse est de prendre des valeurs suffisantes pour éviter la singularité (une section de 1 mm^2 , un module d'élasticité de 10 N/mm^2) avec une configuration quasiment horizontale pour les ressorts, qui agissent ainsi de façon négligeable sur la rigidité verticale, puisque les ressorts comportent des rotules aux extrémités (voir figure 5.15).

Pour limiter les pertes de données en cas d'arrêt imprévisible des calculs (panne d'électricité, problèmes de convergence, ...) chaque étape résolue est immédiatement suivie d'une procédure de sauvegarde des fichiers nécessaires au redémarrage éventuel

de l'analyse à partir de la dernière sauvegarde. Pour simplifier la tâche en cas de redémarrage, cinq macros ont été créées, chacune correspondant à une des étapes mentionnées. Les macros sont toutes conçues sur le même principe, imposer un chargement en un nombre fini de pas. Par exemple si la simulation s'est interrompue pendant la descente du sertisseur, on démarre l'analyse à partir des fichiers de sauvegarde de l'étape de descente du plongeur, et on impose un déplacement sur le sertisseur à l'aide de la macro *descsert.mac*. Si, après analyse du problème, on se rend compte que l'arrêt des calculs est causé par un problème de trop grande pénétration, cela signifie que la constante d'une paire de surfaces de contact n'est pas assez élevée. Comme cette constante est déterminée empiriquement à partir du comportement numérique de l'analyse, il faut la modifier avec précaution. Si l'on élève trop brusquement la valeur de *FKN* discutée au chapitre 4, les problèmes de divergence seront causés par de trop fortes exigences en termes de pénétration. Alors une façon flexible est, de modifier la valeur de *FKN* pour les surfaces concernées avec la commande *R* (voir section 4.2.2 Paramètres du maillage), et de relancer les calculs avec la macro *descplgr.mac* sur un petit pas de chargement pour voir le comportement de la solution. La syntaxe de la macro pour une descente du sertisseur de 1 mm en 10 étapes, en partant de sa position actuelle de 0.6 mm, donnerait comme commande: « descsert,0,6,1.6,10,7,200 ». Les deux derniers nombres sont les paramètres de la commande *NSUBST* qui permettent premièrement de calculer les incréments de déplacements tentés de la solution itérative de Newton-Raphson (voir section 3.7 Méthode de résolution) et deuxièmement de limiter le nombre de tentatives de solution. Par exemple suite à l'exécution de cette macro, la première tentative de solution itérative se fera pour un incrément de déplacement de 0.01428 mm (0.1 mm pour le premier pas divisé par 7). Si la solution ne converge pas, l'incrément de déplacement est divisé en deux. Si la solution n'a pas convergé après 200 tentatives dans ce pas de calcul, la procédure itérative s'arrête.

Comme pour les simulations axisymétriques, les efforts sur le joint sont enregistrés pour la première étape à l'aide de la macro *fdjy.mac* (annexe B.6). Pour la dernière étape, l'effort appliqué sur le joint par le goulot de la bouteille en fonction de la pression appliquée est enregistré grâce à la macro *pajy.mac* placée en annexe B.7. Les résultats seront comparés au chapitre 7 avec les essais pratiques. Finalement la macro *afr.mac* (annexe B.8) permet de visualiser les résultats dans l'environnement Ansys®. Cette macro a la flexibilité de s'arrêter sur chaque étape de la simulation ou de fonctionner en continu. L'utilisateur peut choisir le pas de départ, le pas de fin, l'incrément sur les pas intermédiaires, et le mode continu ou non.

Les figures illustrant la simulation du sertissage montrent assez bien comment la capsule et le joint se comportent au cours du sertissage. Bien qu'il aurait été souhaitable d'augmenter le nombre d'éléments, en particulier pour la discrétisation du joint, le maillage actuel, avec 2 couches d'éléments dans l'épaisseur de la tôle, atteint déjà les limites du système utilisé. En ce qui concerne les temps de calculs, ils représentent environ une cinquantaine d'heures sur un ordinateur pentium 300 MHz avec 128 Meg de mémoire.

CHAPITRE 6

EXPÉRIMENTATION

6.1 Tests et montages

Pour valider les simulations numériques par éléments finis, il a fallu procéder à différents tests sur les capsules, des tests de compression et des tests de fuite. Le premier test effectué est la compression de capsules complètes sur une surface plane à l'aide de la machine de test MTS du laboratoire de résistance des matériaux (annexes D.1 et D.2 pour des photos de la machine). La figure 6.1 ne montre qu'un secteur (1/42) de l'expérience. La surface plane de verre est convenablement humidifiée pour avoir des conditions similaires à celles de l'opération de sertissage d'une capsule sur une bouteille. Les résultats de ce test, la force de compression en fonction du déplacement vertical, seront comparés à la simulation axisymétrique de la section 5.2.1.

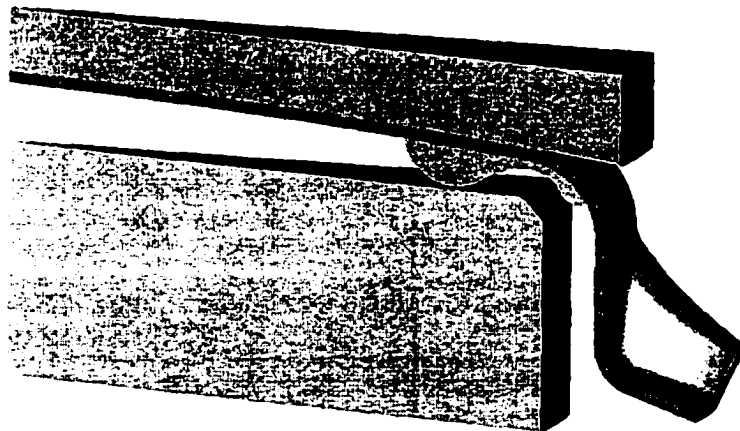


Figure 6.1 Schéma d'1/42^{ème} du test de compression sur une surface plane

Le second test est similaire, mais cette fois la capsule est compressée directement sur le goulot d'une bouteille, humidifiée également. Les résultats des mesures de force et de déplacement seront comparés avec la simulation axisymétrique de la section 5.2.2 La figure 6.2 ne montre qu'un secteur (1/42) de l'expérience.

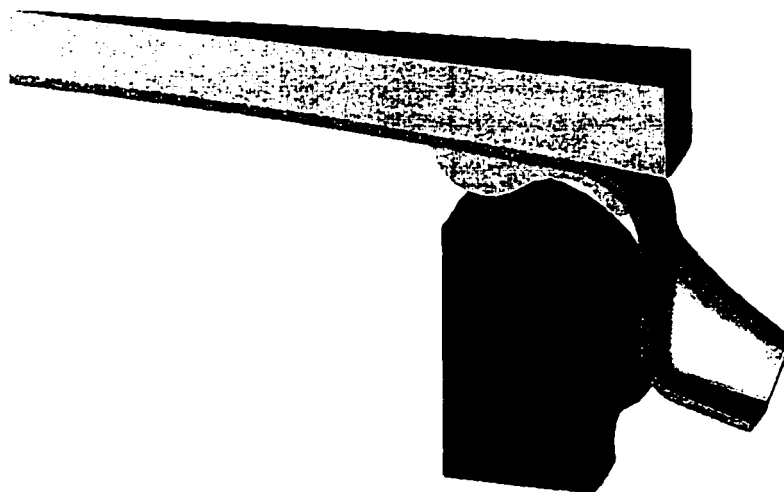


Figure 6.2 Schéma d'1/42^{ème} du test de compression sur une bouteille

Le troisième test consiste à mesurer la pression de fuite d'une capsule lorsqu'elle est comprimée sur une surface plane de verre. La figure 6.3 illustre le montage du test de fuite. La force de compression est exercée sur la capsule au moyen de la vis, et c'est la déformation lue sur la jauge collée sur le bras du serre-joint qui permettra de faire la conversion en newtons pour la force. Tout le montage est immergé dans de l'eau, et relié à une bouteille de gaz sous pression. Le gaz utilisé pour l'expérience est de l'azote. La bouteille de gaz est munie d'un détendeur à vis qui permet d'appliquer progressivement la pression dans l'assemblage. Lorsque des bulles apparaissent, le système a donc atteint sa pression de retenue maximum. La pression est lue sur le manomètre à $\pm 5\text{kPa}$, et la déformation est notée, à ± 0.0001 . La courbe de calibration de la jauge du serre-joint est présentée sur la figure 6.4.

Le quatrième test est similaire au troisième, cette fois c'est la capsule qui est écrasée sur le goulot de la bouteille. Pour réaliser ce test, une bouteille a été sciée et le goulot a été maintenu dans le montage présenté sur la figure 6.5. Le test de fuite a été réalisé sur le même principe que le test sur la surface plane, c'est à dire avec le montage complètement immergé et relevé de la pression et de la déformation lorsque des bulles apparaissent.

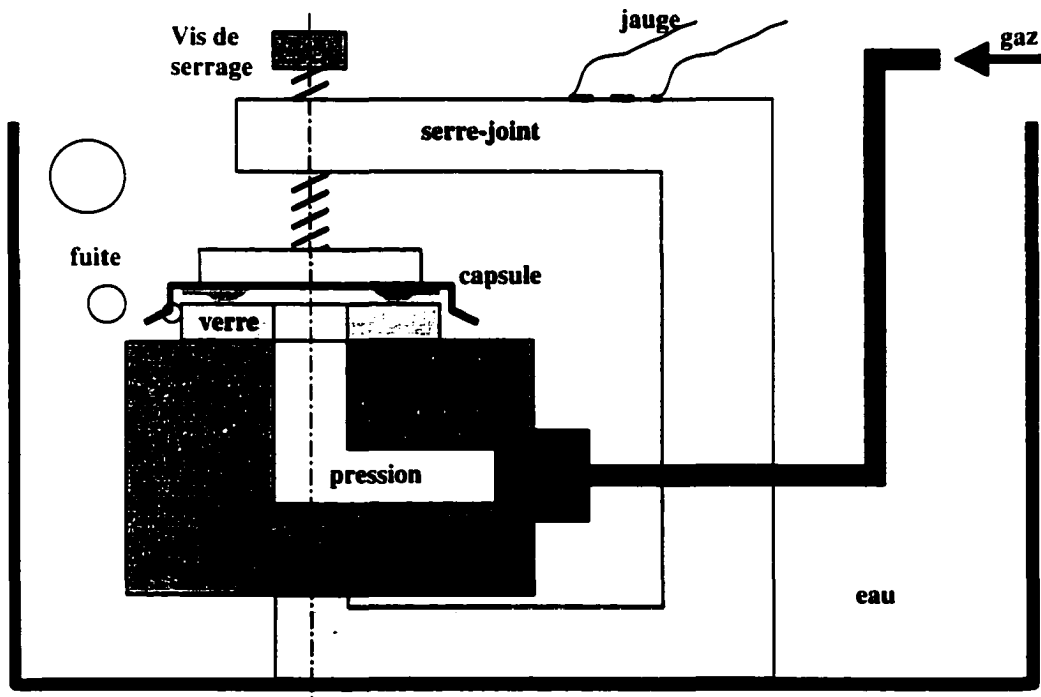


Figure 6.3 Test de fuite sur une surface plane

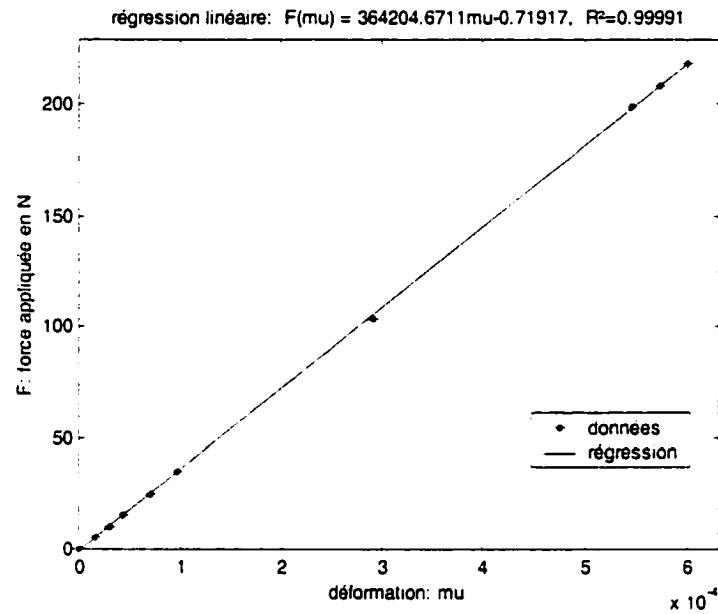


Figure 6.4 Courbe de calibration du serre-joint du test de fuite



Figure 6.5 Montage pour le test de fuite sur le goulot d'une bouteille

Finalement, pour comparer le comportement d'un joint, avec la simulation axisymétrique sur Ansys[®], une mesure de la largeur de contact du joint avec une surface plane a été réalisé. Pour cette expérience, des capsules ont été sciées de façon à enlever un secteur d'environ 70° (voir figure 6.6). Puis ces capsules ont été écrasées avec le serre joint de l'expérience du test de fuite sur une surface plane, et une photographie du joint écrasé a été prise. La figure 6.7 montre un exemple de photo prise lors de l'expérience. La force d'écrasement mesurée à l'aide de la jauge a été relevée, puis une mesure sur photo de la largeur de contact du joint avec la surface plane a été effectuée. Les forces mesurées ont été remises à l'échelle d'une capsule complète. Enfin c'est sur la base de l'épaisseur de la capsule mesurée sur la photographie, que la largeur de contact a été mise à l'échelle.

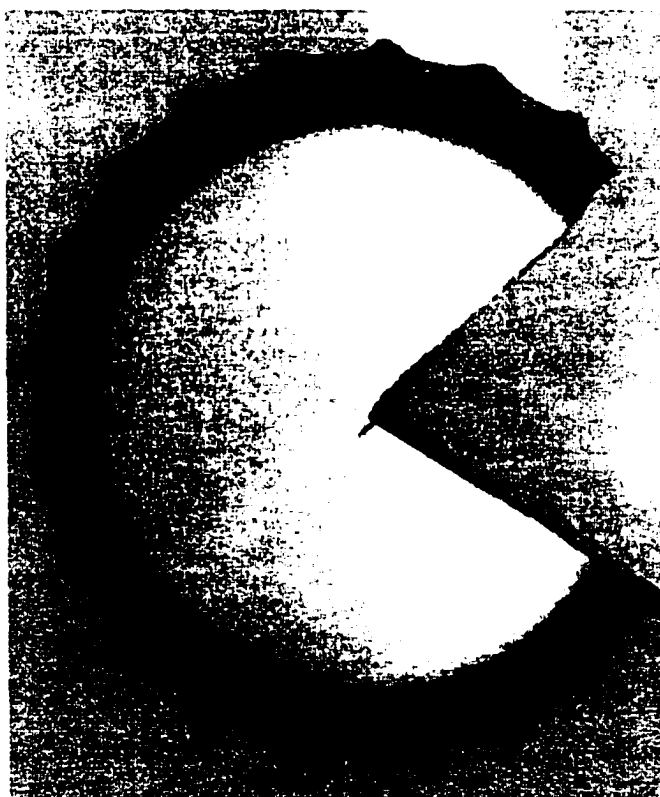


Figure 6.6 Capsule avec secteur ôté



Figure 6.7 Largeur de contact d'un joint écrasé sur une surface plane

6.2 Résultats pratiques et modèles

Les figures 6.8 et 6.9 présentent les résultats de l'écrasement d'une capsule sur une surface plane et sur une bouteille à goulot mesurés sur la MTS du laboratoire.

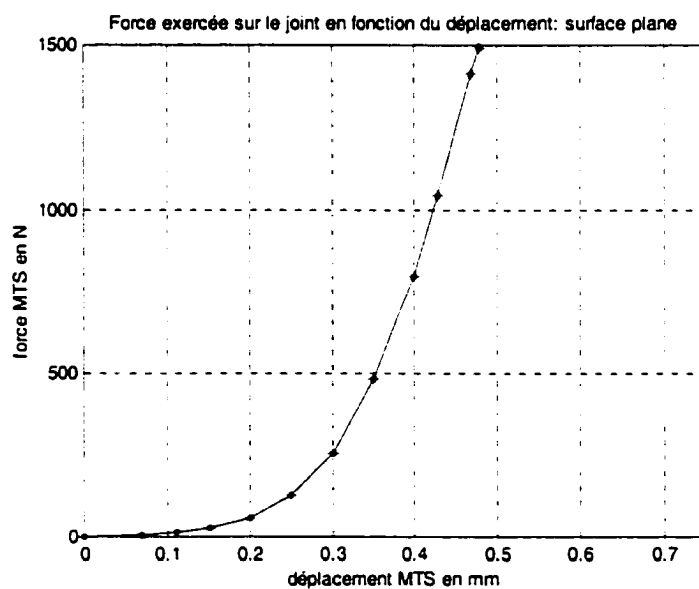


Figure 6.8 Joint écrasé sur une surface plane de verre

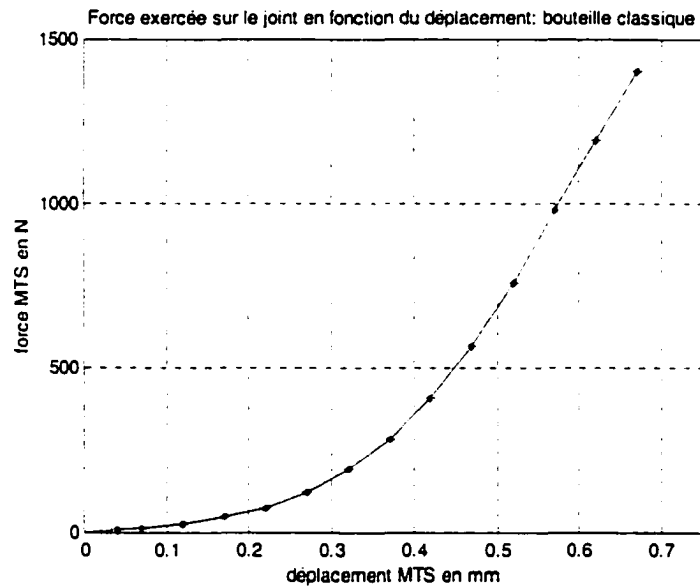


Figure 6.9 Joint écrasé sur une bouteille classique

On peut donc noter une progression continue logique de l'effort de compression en fonction du déplacement relevé, que ce soit pour l'expérience sur une surface plane ou sur le goulot de la bouteille. En effet à mesure que le déplacement augmente, plus la surface de contact augmente et plus de matériau du joint est impliqué dans la résistance au déplacement.

Les figures 6.10 et 6.11 présentent les résultats des tests de fuite sur une surface plane et sur une bouteille à goulot classique. Les données ont été lissées avec une régression linéaire. Les coefficients de détermination sont affichés sur les figures. Les résultats obtenus sur la surface plane montrent une meilleure corrélation que ceux de la bouteille, ce qui peut s'expliquer par la forme complexe de la surface de contact du joint sur le goulot. Un aspect surprenant des résultats obtenus pour la pression de fuite en fonction de la force appliquée, est la faible différence de pente entre les deux corrélations. Le programme de calcul des régressions linéaires *Rlh.m* renvoie les coefficients de la droite du modèle et celui du coefficient de détermination.. Le programme *Rlh.m* est fourni en annexe C.4.

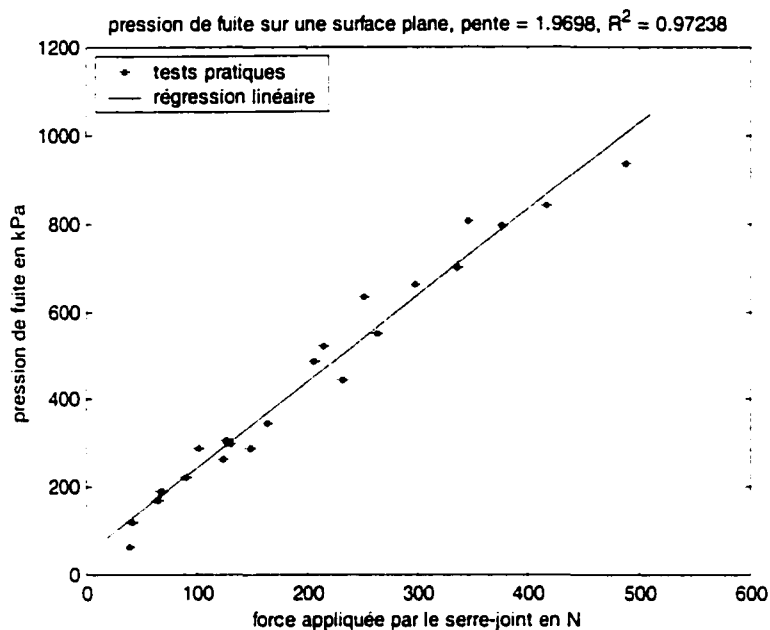


Figure 6.10 Joint sur une surface plane de verre: pression de fuite en fonction de la force appliquée sur la capsule

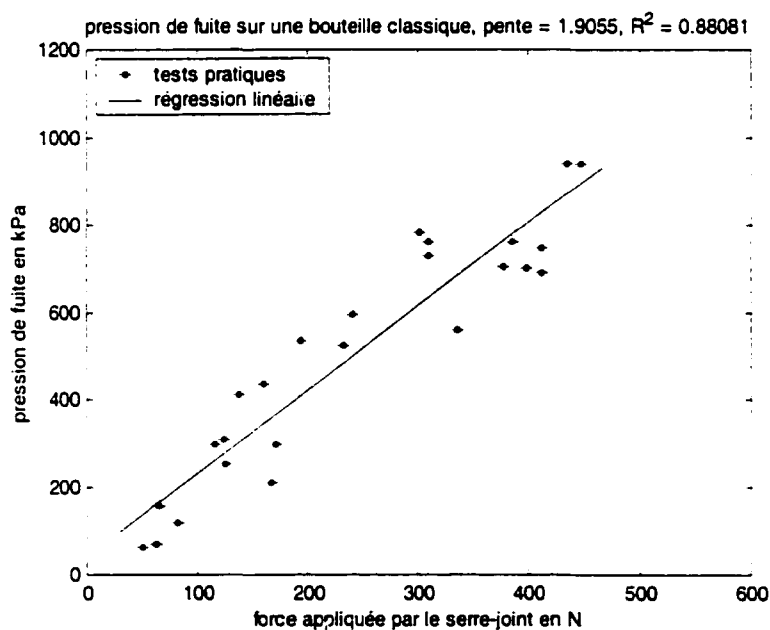


Figure 6.11 Joint sur une bouteille classique: pression de fuite en fonction de la force appliquée sur la capsule

On note bien sûr une dispersion beaucoup plus importante pour la bouteille classique, ceci est dû à la forme particulière du goulot sur lequel le joint s'adapte plus ou moins bien lors du test. Cependant la tendance linéaire est bien représentative.

La relation donnée par les régressions linéaires des pressions de fuite en fonction de la force totale appliquée peuvent s'écrire:

$$p_f = k_{sjt} F_{sjt} \quad (6-1)$$

avec F_{sjt} la force appliquée par le serre-joint, k_{sjt} la pente de la régression linéaire, et p_f la pression de fuite. La figure 6.12 illustre les forces en équilibre sur la capsule et le joint au moment de la fuite. Alors en notant F_j la force totale exercée sur le joint il vient:

$$F_j = F_{sjt} - p_f A \quad (6-2)$$

où A est la surface sur laquelle est répartie la pression de fuite p_f . En utilisant l'équation (6-1) avec l'équation (6.2) on peut montrer simplement que:

$$F_j = (1 - k_{sjt} A) F_{sjt} \quad (6-3)$$

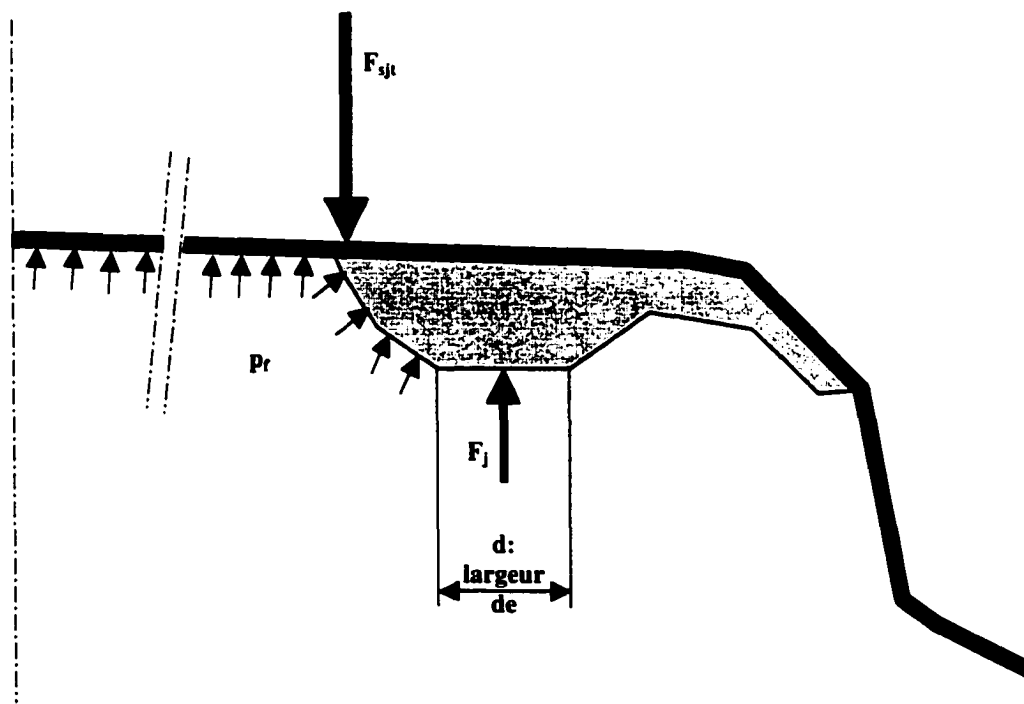


Figure 6.12 Équilibre de la capsule au moment de la fuite

ou encore, en fonction de la pression:

$$F_j = \frac{1 - k_{sjt} A}{k_{sjt}} p_f \quad (6-4)$$

La largeur de contact du joint a été mesurée comme il a été expliqué dans la section 6.1. sur une surface plane. Les résultats des mesures sont présentés sur la figure 6.13. Pour obtenir un modèle mathématique représentatif de la force appliquée en fonction de la largeur de contact, les données ont été lissées par la méthode des moindres carrés avec différents types d'équations de base (parabole, cubique, exponentielle). Ce sont les modèles de forme polynomiale qui donnent les meilleurs résultats.

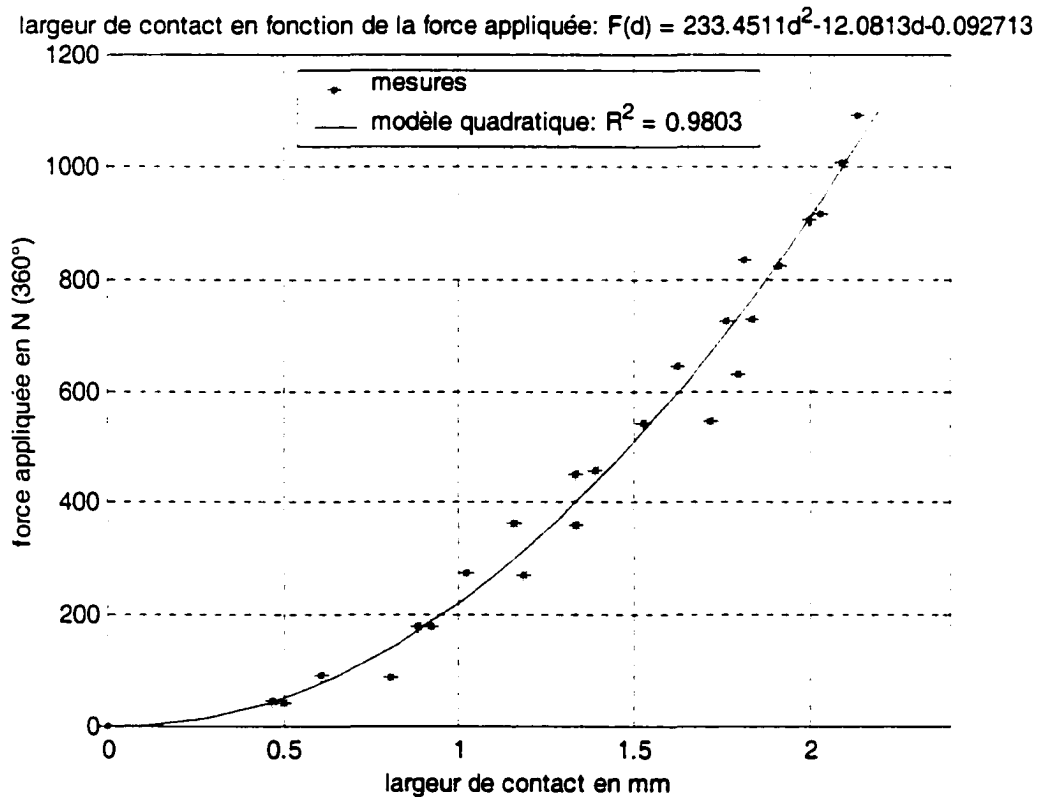


Figure 6.13 Largeur de contact du joint sur une surface plane

La forme parabolique a été retenue parce qu'elle ne nécessite que trois coefficients. Ces trois coefficients sont déterminés en solutionnant le système d'équations linéaires suivant:

$$\begin{bmatrix} \sum F_i^4 & \sum F_i^3 & \sum F_i^2 \\ \sum F_i^3 & \sum F_i^2 & \sum F_i \\ \sum F_i^2 & \sum F_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum F_i^2 d_i \\ \sum F_i d_i \\ \sum d_i \end{bmatrix} \quad (6-5)$$

Où les sommations sont effectuées sur les nm mesures effectuées. Le modèle prend alors la forme suivante:

$$F(d) = ad^2 + bd + c \quad (6-6)$$

Où d est la largeur de contact, et F la force à appliquer.

La valeur élevée du coefficient de détermination du modèle parabolique, $R^2 = 0.98$, permettra d'effectuer une comparaison plus aisée avec les résultats numériques obtenus sur Ansys[®]. Le programme de calcul *Rqh.m* des coefficients du modèle quadratique est fourni en annexe C.5.

6.3 Mesure expérimentale de la pression de fuite

Pour pouvoir convenablement comparer la simulation numérique avec la pratique, en particulier la pression de fuite d'un assemblage nous avons procédé à des essais à l'aide des équipements de la compagnie ZapatA[®] qui fabrique des capsules distribuées dans le monde entier. La figure 6.14 présente une photographie de l'équipement de sertissage du laboratoire de contrôle de la compagnie, où l'on peut voir une bouteille placée sous la tête de sertissage. La figure 6.15 présente le résultat d'une opération de sertissage.

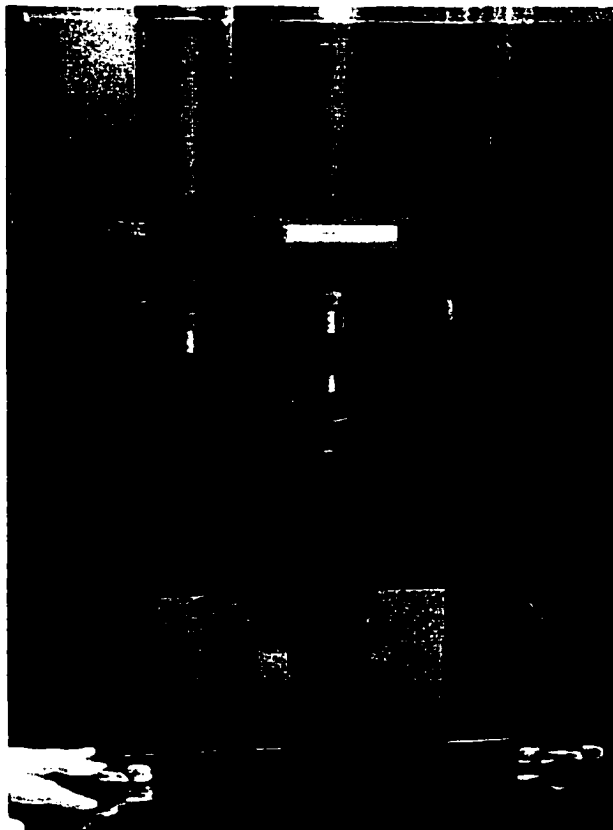


Figure 6.14 Tête de sertissage du département de contrôle



Figure 6.15 Capsule sertie sur une bouteille à goulot classique

L'étape suivante consiste à percer un trou au sommet de la capsule en installant un raccord pneumatique spécial qui permet de relier la chambre de la bouteille à une bouteille de gaz de façon étanche. Puis la bouteille, toujours reliée à la bouteille de gaz par un tuyau pneumatique, est déposée au fond d'une cuve transparente remplie d'eau, ce qui permettra d'observer l'apparition éventuelle d'une fuite. Lorsque la fuite apparaît, on relève tout simplement la pression indiquée sur le manmètre par l'aiguille témoin. La figure 6.16 présente une photographie de l'équipement de détection de fuite du département de contrôle de la compagnie Zapata®.

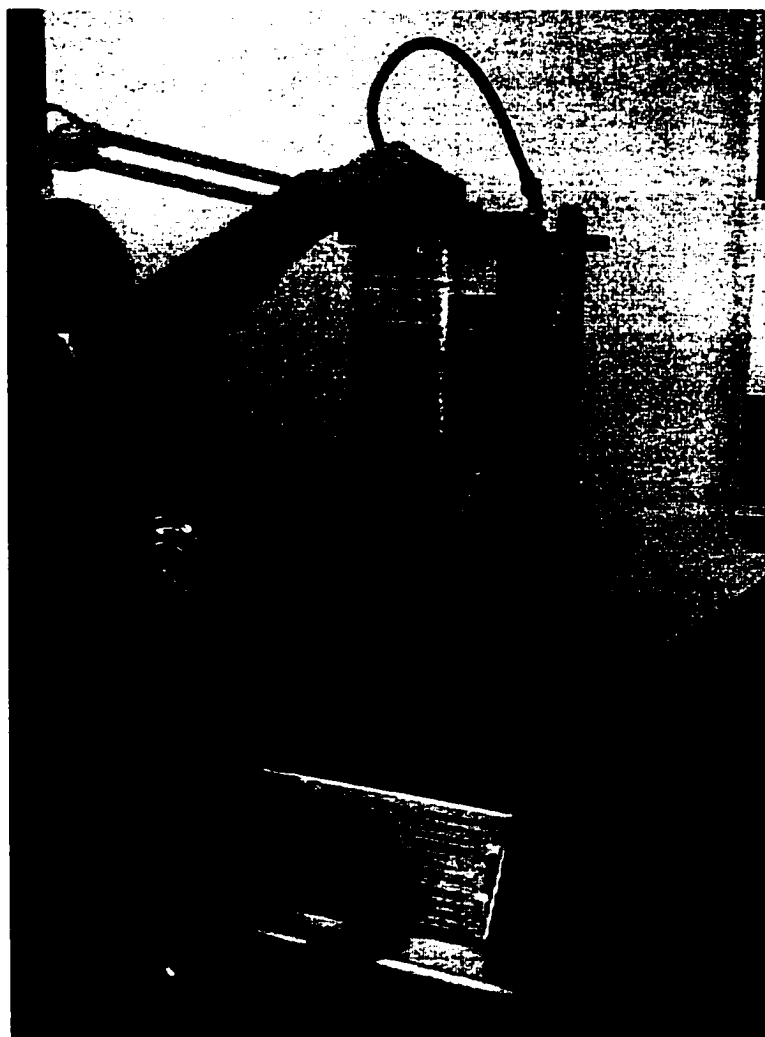


Figure 6.16 Machine de test de fuite de la compagnie Zapata®

Les tests effectués à la compagnie ont montré que les assemblages retiennent au moins une pression de 1.22 MPa à ± 0.04 MPa (175 livres/pouces², à ± 5 livres/pouces²), sans toutefois nous permettre de déterminer la pression de fuite puisque nous sommes parvenus à la limite de la capacité de la machine.

CHAPITRE 7

ANALYSE ET DISCUSSION

L'analyse numérique du sertissage a été présentée dans le chapitre 5 et les différents tests pratiques dans le chapitre 6. Maintenant nous allons comparer les résultats numériques sur Ansys® et les mesures effectuées au laboratoire. Dans un premier temps c'est les résultats de la modélisation axisymétrique qui seront comparés avec les tests de fuite et la largeur de contact. Dans un deuxième temps la modélisation numérique 3D sera comparée aux mesures de laboratoire qui seront rapportées à un secteur de $(360/42)^\circ$. Finalement il sera présenté la prédiction de la pression de fuite pour l'assemblage capsule-bouteille.

7.1 Résultats comparés des analyses axisymétriques

Pour mieux saisir le comportement de l'assemblage capsule bouteille, une première expérience a consisté à écraser une capsule avec joint sur une surface plane. La figure 7.1 présente la comparaison entre les données relevées au cours de l'expérience pratique, et la simulation numérique sur Ansys® de la section 5.2.1. On s'aperçoit sur la figure que si les données montrent une certaine similitude dans la tendance, elles ne concordent qu'en un point, à 0.35 mm, pour l'évaluation de la force en fonction du déplacement imposé. Ce résultat est surprenant surtout si l'on procède à présent à la comparaison des résultats lorsque l'on remplace la surface plane par une bouteille classique (voir figure 7.2).

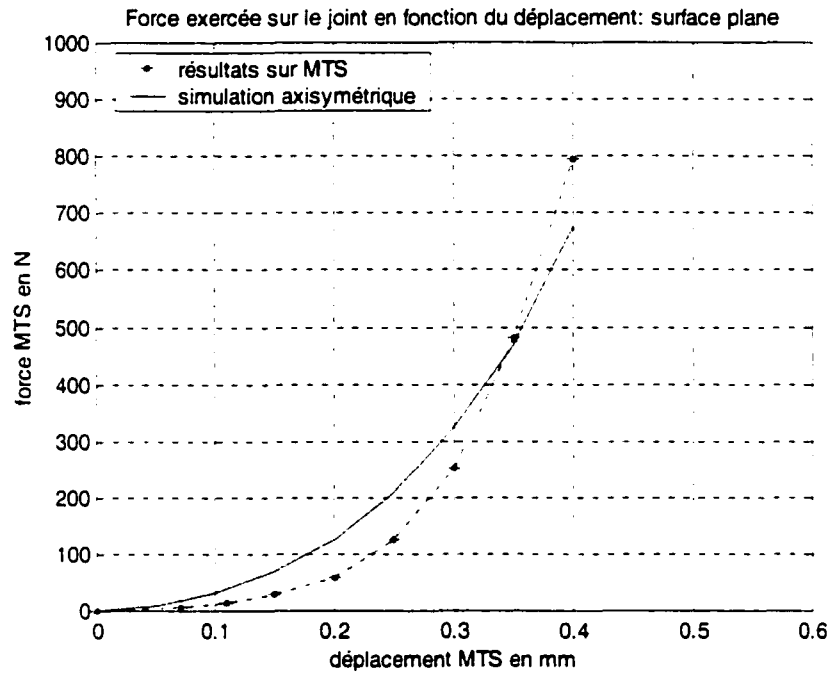


Figure 7.1 Surface plane: force exercée sur le joint

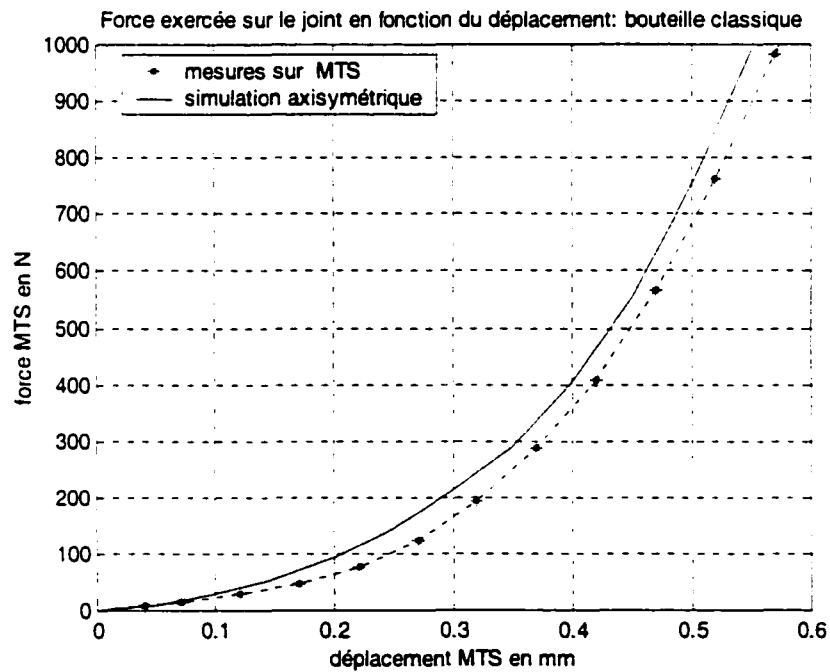


Figure 7.2 bouteille classique: force exercée sur le joint

Dans ce cas, les tendances et les évaluations des efforts en fonction des déplacements sont de bien meilleure corrélation, même si la simulation sur Ansys[®] a tendance à surestimer légèrement les forces sur le joint, en particulier au fur et à mesure que la pente de la réponse augmente.

Nous avons vu également dans le chapitre 6 comment la largeur de contact du joint a été mesurée expérimentalement. Pour chaque pas de chargement dans Ansys[®], la largeur de contact a été relevée en saisissant la position des nœuds extérieurs du joint par rapport à la surface plane. Les résultats de ces deux mesures sont présentés sur la figure 7.3. Les résultats par éléments finis ont une forte tendance à exagérer l'effort en fonction de la largeur de contact. Les sources d'écarts peuvent être attribuées en partie aux mesures sur photographies à cause de la difficulté à bien identifier les fins de surfaces de contact dans les zones d'ombre, et aussi, encore une fois à la discrétisation du joint dans Ansys[®]. Cependant, de raffiner le maillage du joint n'a pas permis d'améliorer la corrélation entre les deux mesures. Il y a donc là un problème et ainsi il ne sera pas possible, compte tenu des résultats obtenus, d'estimer la largeur de contact du joint d'une capsule sur une surface plane à l'aide de la simulation numérique. La mesure pratique de l'effort ne semble pas cependant être la cause de la discordance puisque toutes les autres mesures effectuées offrent de bonnes corrélations.

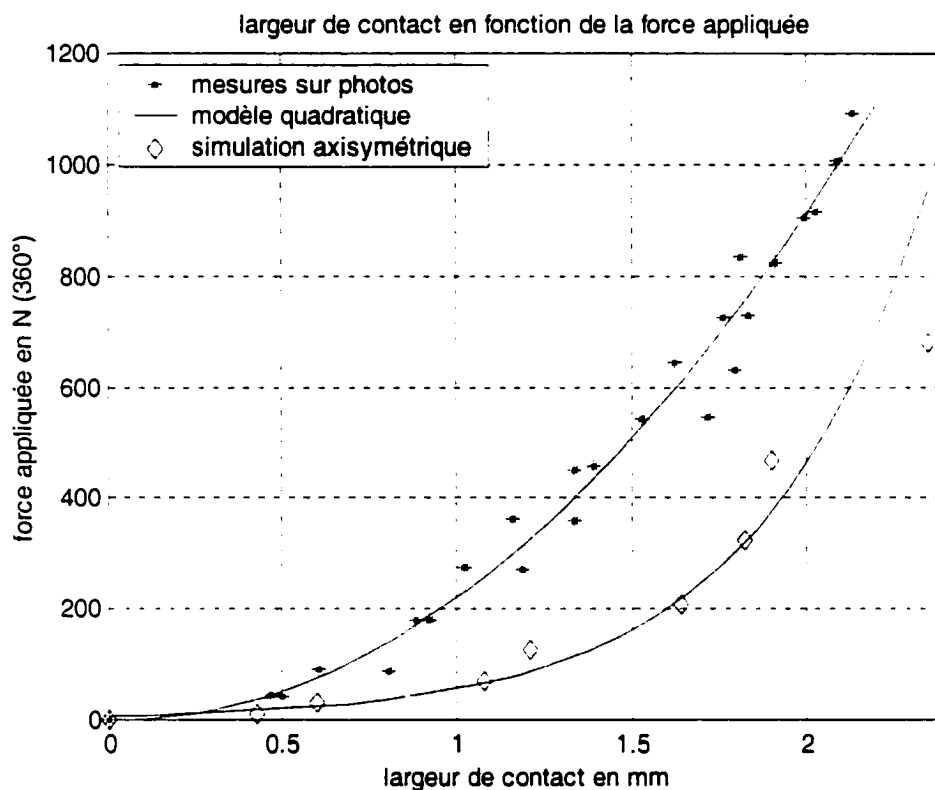


Figure 7.3 largeur de contact sur une surface plane

7.2 Résultats comparés de l'analyse tridimensionnelle

Nous allons à présent comparer les mesures effectuées au laboratoire avec la simulation du sertissage sur un secteur de $360/42^\circ$. La figure 7.4 montre la très bonne corrélation entre la force mesurée et la force calculée à la suite de la simulation tridimensionnelle dans Ansys[®]. La variation maximum observée entre les deux mesures est de l'ordre de 9%, ce qui est très raisonnable, compte tenu que la discrétisation du joint pourrait être encore améliorée, en accord avec les disponibilités du système de calcul. Il est tout de même surprenant que les résultats soient plus représentatifs dans le cas de la simulation en trois dimensions que dans le cas plus simple de la simulation axisymétrique.

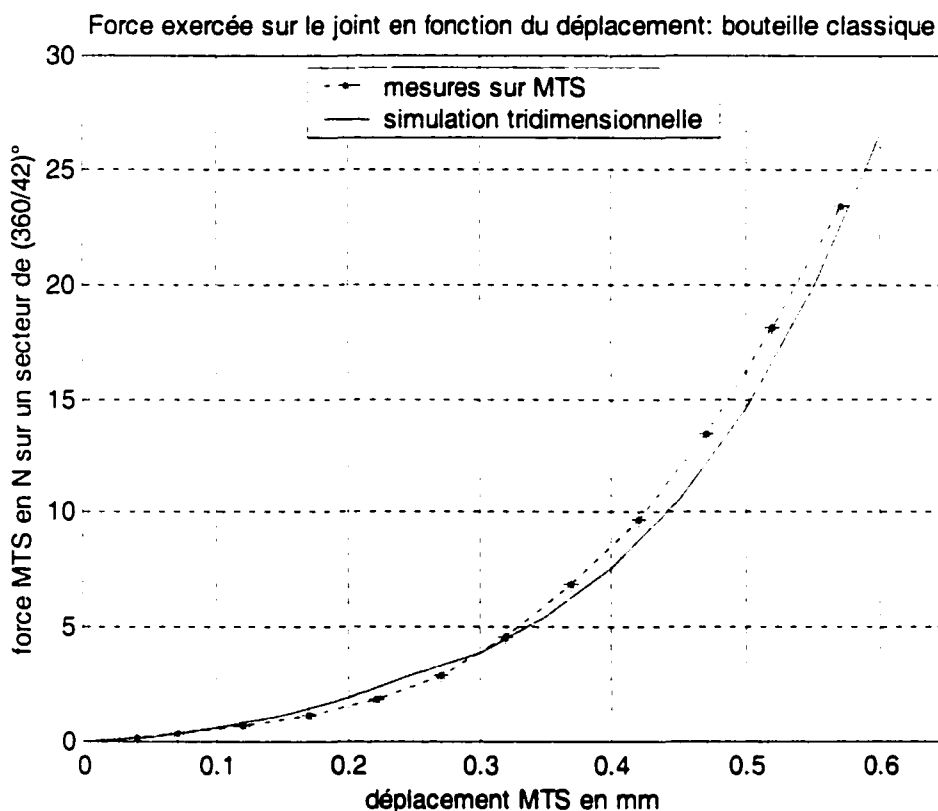


Figure 7.4 Force exercée sur le joint modélisation tridimensionnelle

Les figures 7.5 et 7.6 présentent un montage de la vue en coupe d'un assemblage réel avec la simulation numérique, ce qui permet de comparer visuellement les géométries déformées. Malgré la difficulté de modélisation du procédé, malgré un maillage modeste et malgré certaines approximations, la similarité des géométries, du point de vue qualitatif, est remarquable. Il existe bien sûr des différences. La géométrie déformée de la simulation ne « colle » pas aussi bien sur le goulot que la géométrie réelle, et le joint semble plus comprimé après sertissage dans la réalité. Mais comme l'allure générale est assez bien reproduite, on peut espérer que plus d'efforts mis dans le maillage devraient donner d'excellents résultats.



Figure 7.5: Comparaison de la géométrie déformée, coupe entre ondulations



Figure 7.6: Comparaison de la géométrie déformée, coupe sur ondulation

La figure 7.7 permet d'illustrer la distribution des contraintes équivalentes dans la capsule.

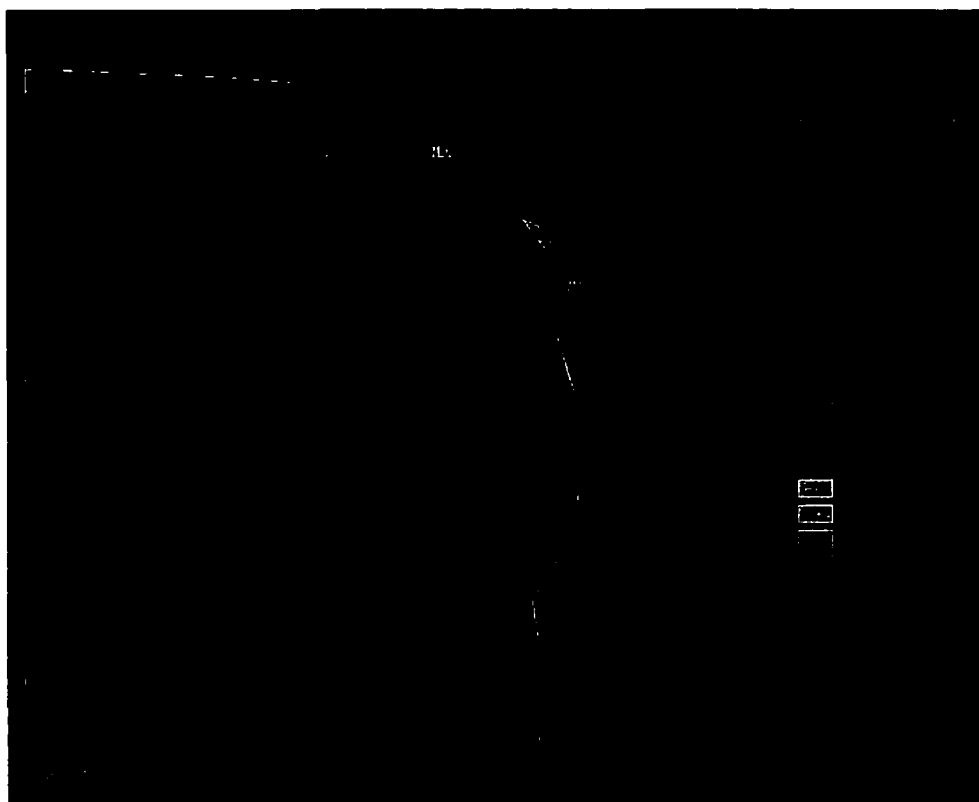


Figure 7.7: Distribution des contraintes équivalentes dans la capsule sertie

Sur cette dernière figure on peut facilement noter les zones de la capsule où les contraintes sont les plus élevées. La zone d'ancrage de la capsule sous la lèvre du goulot de la bouteille est la plus sollicitée. Il faut remarquer aussi la différence de contraintes entre le matériau du joint et celui de la capsule.

7.3 Prédiction de la pression de fuite

Il faut rappeler que le but ultime de la simulation tridimensionnelle est de pouvoir estimer la pression de fuite d'un assemblage donné. Nous avons montré dans le chapitre 5 comment la pression a été imposée sur la capsule, nous donnant la distribution de l'effort sur le joint avec l'accroissement de pression. Il s'agit à présent de comparer cette distribution avec la variation de la force sur le joint en fonction de la pression de fuite de la figure 6.10. La pression de fuite d'un assemblage donné se situe à

l'intersection des deux droites présentées sur la figure 7.8. En effet, la droite en bleu nous informe sur la diminution de l'effort de contact du joint sur le goulot à mesure que la pression augmente. D'autre part, la droite en rouge nous donne la pression de fuite pour un effort de contact donné sur le joint. Par conséquent il est clair que l'assemblage se met à fuir lorsque l'effort de contact lu sur la droite en bleu est égal à l'effort de contact lu sur la droite en rouge.

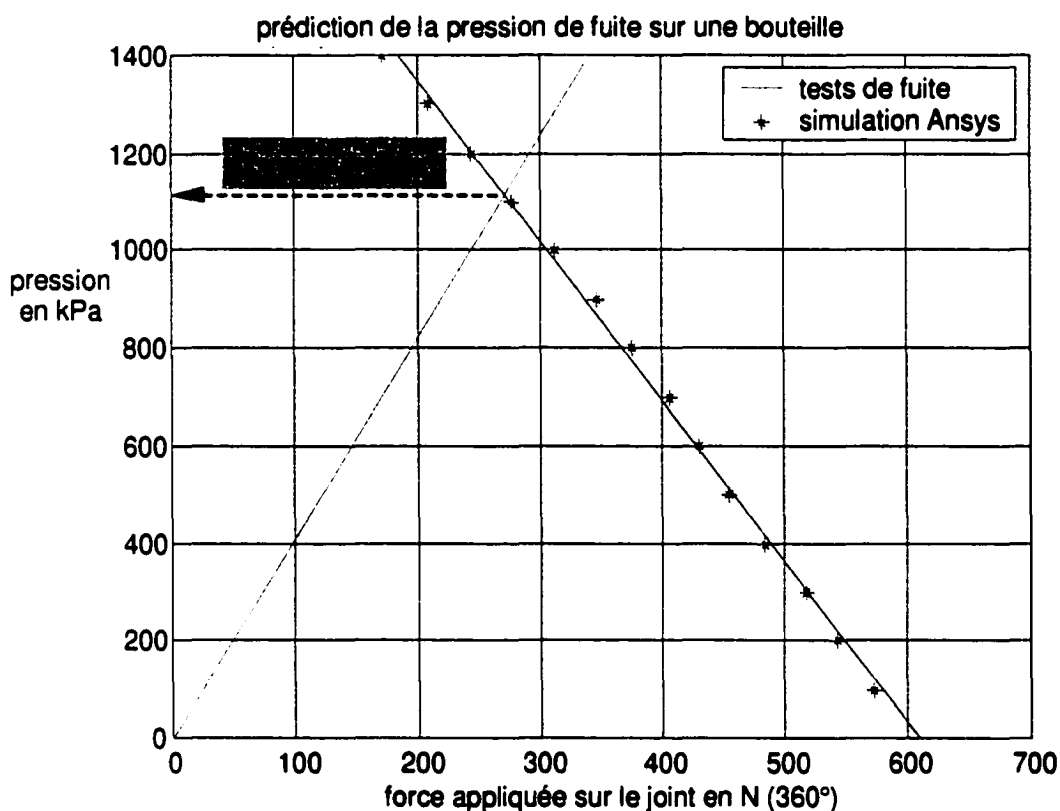


Figure 7.8 Prédiction de la pression de fuite

La pression de fuite estimée pour cet assemblage est de 1.14 MPa (≈ 167 livres/pouces²). Ce résultat est directement relié aux caractéristiques des matériaux, et à la discrétisation dans la modélisation par éléments finis. Les tests de pression de fuite sur des assemblages réels ont montré que la pression de fuite est supérieure à 1.25 MPa. Ce résultat obtenu avec une discrétisation modeste est donc tout à fait encourageant, et permet d'envisager des estimations beaucoup plus précises avec l'accroissement de la

densité du maillage. Maintenant que le processus de prédiction de la pression de fuite est opérationnel, nous allons faire varier le paramètre limite élastique du matériau dans l'analyse. La figure 7.8 montre comment évolue la pression de fuite d'un assemblage en fonction de la limite élastique du matériau. On se rend compte alors que, dans la plage des limites élastiques testées, la prédiction de la pression de fuite est reliée linéairement à ce paramètre.

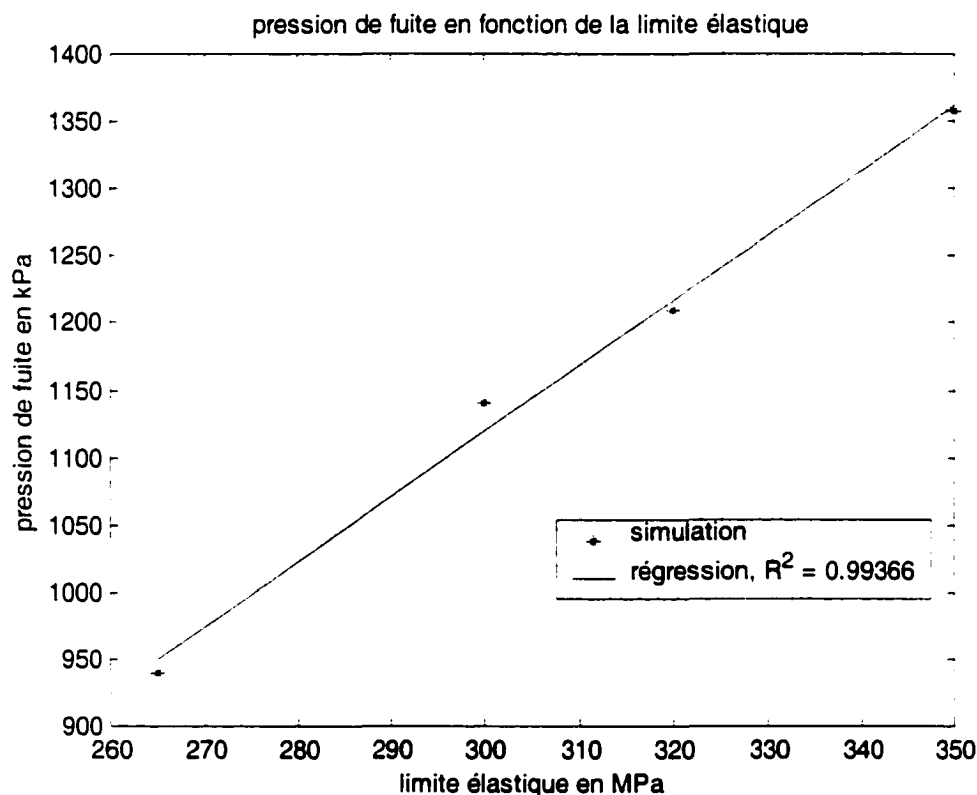


Figure 7.9 Variation de la pression de fuite en fonction de la limite élastique de la tôle de la capsule

Ce dernier point est très intéressant, car il permet d'estimer très simplement à quelle pression de fuite il faut s'attendre pour un matériau donné.

7.4 Discussion

Nous avons présenté dans les chapitres précédents tout ce qu'implique la modélisation du sertissage d'une capsule sur une bouteille à goulot classique. Les non-linéarités sont nombreuses, l'élastoplasticité de la capsule, l'hyperélasticité du joint, les grands déplacements, les grandes déformations et les phénomènes de contact. La simulation par éléments finis a montré que l'on pouvait obtenir d'excellents résultats, comparables à un assemblage réel. Dans un premier temps, nous avons voulu estimer le facteur caractéristique du joint de la capsule, tout simplement en mesurant la pente de la variation de la contrainte moyenne de contact calculée comme étant le rapport de l'effort appliqué sur le joint divisé par la largeur de contact observée. Même si ce résultat était expérimentalement possible à déterminer, nous nous sommes rendus compte alors du fossé séparant les mesures de la largeur de contact avec la réponse numérique. Les contraintes de contact calculées par éléments finis auraient donc été difficilement comparables avec la réalité et il n'aurait pas été raisonnable d'estimer la pression de fuite d'un assemblage à partir de tels résultats. Pour contourner ce problème, puisqu'il existe une excellente corrélation sur les efforts en fonction des déplacements, nous avons estimé la pression de fuite grâce à cette alternative, et le résultat obtenu est extrêmement encourageant. Nous avons même pu montrer que la pression de fuite est linéairement dépendante de la limite élastique du matériau métallique de la capsule, ce qui est un résultat tout à fait intéressant. En effet il suffit de simuler le sertissage d'une géométrie particulière, et d'après les résultats sur la pression de fuite pour deux valeurs de limites élastique différentes, on pourra choisir le matériau qui convient à l'application envisagée.

Comme nous l'avons souvent souligné, notre analyse souffre d'un manque de raffinement dans son maillage. C'est la conséquence de la limite de nos ressources actuelles. Nous savons donc comment surmonter ce problème. Malgré tout, le travail accompli démontre clairement le potentiel de l'analyse du sertissage par éléments finis pour l'estimation de la pression de fuite d'un assemblage donné.

CONCLUSION

L'objectif du travail qui a été présenté ici est de fournir une réponse à une question « simple »: quelle est la pression de fuite d'un assemblage capsule-bouteille donné ? Il est des questions qui nécessitent plus d'une centaine de pages pour y répondre, cette « simple » question ne fait pas exception à cette règle. En effet vous avez pu constater que pour arriver à cette conclusion il a vous a fallu passer par 7 chapitres d'explications, de développement, de résultats et d'analyses. Pourquoi tout ce développement ? Et bien parce que nous nous sommes attachés à fournir une réponse qui puisse nous permettre d'envisager n'importe quel assemblage dont l'étanchéité dépend d'une opération de sertissage. Bien sûr, tout au long de cette thèse il a été question d'un assemblage particulier, le sertissage d'une capsule sur une bouteille classique, mais l'extension à des assemblages similaires est à présent à notre portée.

Pour bien situer l'analyse du sertissage des capsules sur des bouteilles, nous avons commencé par faire une description des étapes de fabrication. Initialement la capsule est une tôle plane, et après une étape de matricage et le dépôt d'un joint élastomère elle devient un produit de consommation utilisé pour boucher de façon étanche des bouteilles de verre. Les produits contenus par les bouteilles de verre sont volatiles et génèrent des pressions internes. Le rôle du bouchon est donc de retenir ces liquides et ces gaz et d'un autre côté d'empêcher l'intrusion de corps étrangers. Un rôle essentiel tenu par une petite tôle de métal à peine plus encombrante qu'une pièce de 25 cents.

La pression de fuite dépend en partie du type de joint utilisé. Nous avons vu comment il est possible de prédire cette fameuse pression si la caractéristique du joint est connue, et si les contraintes de contact sur ce joint sont connues. Prédire, en langage

scientifique, signifie avoir un modèle mathématique capable de fournir une réponse à partir de paramètres. Dans le cas du sertissage, le modèle se doit d'inclure plusieurs théories à caractère non-linéaire: les grands déplacements, les grandes déformations, la plasticité, et les phénomènes de contact. Donc, il a fallu d'une part rechercher expérimentalement la caractéristique du joint, et d'autre part mettre en œuvre les théories non-linéaires pour déterminer les efforts de contact. Le travail expérimental a permis de montrer que la pression de fuite est une fonction linéaire de la force exercée sur le joint, que la surface de contact soit plane ou selon le profil d'un goulot de bouteille. Nous avons vu également que parmi plusieurs outils numériques, seule la méthode des éléments finis nous permet d'avoir la souplesse désirée à une modélisation paramétrique, en mesure de nous fournir la distribution des forces de contact. Nous avons donc bâti une solution numérique par éléments finis, en l'occurrence le fichier *Pf_Caps.log* qui fait la solution du sertissage dans l'environnement du logiciel Ansys®. Les détails de cette modélisation ont été longuement exposés, en précisant les hypothèses de résolution, dont les principales sont que le matériau de la capsule est élastique, parfaitement plastique, et que les contacts se font sans frottement.

Initialement, c'est en passant par le calcul des contraintes de contact que nous voulions résoudre le problème. Cependant, en comparant les simulations numériques avec les tests pratiques d'écrasement du joint, nous nous sommes rendus compte qu'il y avait une très mauvaise corrélation pour la largeur de contact, à la base du calcul d'une contrainte moyenne de contact. Toutefois, comme les corrélations entre la force appliquée et les déplacements se sont avérées acceptables, nous les avons exploitées pour prédire la pression de fuite d'un assemblage par un moyen inusité. Bien que la prédiction soit un peu en deçà de la pression de fuite réelle, la méthodologie a montré un réel potentiel malgré des lacunes en discrétisation. Nous avons montré aussi que la pression de fuite est reliée linéairement à la limite élastique du matériau. En outre, les résultats obtenus pour les géométries déformées sont tout simplement remarquables.

Nous sommes donc parvenu à répondre à la question initiale, pas toutefois avec la précision désirée, mais nous avons appris comment améliorer nos résultats et rendre

notre méthodologie plus robuste. Nous savons à présent, grâce au travail accompli, et à l'expérience acquise, que nous allons être en mesure de résoudre des problèmes qui présentent des similitudes avec le sertissage des capsules sur des bouteilles.

Les travaux entrepris dans ce projet peuvent facilement être poursuivis et complétés sur différents aspects comme il est indiqué ci après dans les recommandations.

RECOMMANDATIONS

Dans le but d'approfondir et d'élargir le travail entrepris dans cette thèse, un certain nombre de points, de plus ou moins grande envergure, peuvent faire l'objet de simples améliorations, ou, dans certains cas de recherches complémentaires:

- Augmenter le raffinement du maillage, en particulier le joint et la jupe de la capsule, qui améliorerait la qualité des résultats, et utiliser des ressources informatiques plus performantes.
- Remaillage ou maillage adapté en fonction de la géométrie initiale et finale du joint, pour limiter les distorsions dans les éléments hyperélastiques et également amélioration des résultats.
- Inclure une procédure de perte de contact entre les outils de formage et la pièce pour diminuer le nombre de pas de calculs.
- Faire une analyse de l'étape du formage de la capsule, ce qui permettrait, en complément du sertissage, d'avoir une simulation complète des opérations aboutissants au capsulage final.
- Envisager une paramétrisation complète de la géométrie de la capsule, et des outillages de formage et de sertissage, par exemple par krigeage des surfaces, pour donner encore plus de souplesse à l'analyse numérique.

- Concevoir un processus d'optimisation des paramètres du sertissage, qui permettrait d'ajuster avec plus de rigueur le produit final aux exigences du marché.
- Faire une analyse tridimensionnelle complète du sertissage d'une capsule sur le goulot d'une bouteille à pas de vis, dont le résultat serait bien sûr la prédiction de fuite d'un tel assemblage et également le couple de dévissage nécessaire.
- Entreprendre une analyse du fluage du joint et évaluer ainsi la pression de fuite en fonction du temps.

RÉFÉRENCES

1. Roque, C.M.O.L., Button, S.T. (1998). Application of the Finite Element Method in Cold Forming Processes. 1998 Ansys Conference Proceedings, (1), pp. 111-120, August 17-19, Pittsburgh.
2. The American Society of Mechanical Engineers (1974). ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III – Division 1. NY.
3. Bazergui, A., Bui-Quoc, T., Biron, A., McIntyre, G., Laberge, C. (1987). Résistance des Matériaux. Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.
4. Lê, V.N. (1993). Projet de Sujet pour Ph.D.: Analyse de la Performance des Capsules par Éléments Finis. Document Interne ETS, Département de Génie Mécanique, Août.
5. Barrett, P.R., Zemitis, W.S. (1998). Analysis Methodology for Simulating Battery Cell Assembly. 1998 Ansys Conference Proceedings, (1), pp. 471-481, August 17-19 1998, Pittsburgh.
6. Kobayashi, S., Oh, S-I., Altan, T. (1989). Metal Forming and the Finite Element Method. Oxford University Press, New-York.
7. Rowe, G.W., Sturgess, C.E.N., Hartley, P., Pillinger, I. (1991). Finite Element Plasticity and Metal Forming Analysis. Cambridge University Press, Cambridge.
8. Yang, D.Y. (1989). Analytical Methods in Extrusion. Plasticity and Modern Metal-forming Technology. Edited by T.Z. Blazynski, Elsevier Science Publishers Ltd, England, pp.263-288.
9. Avitzur, B., Talbert, S.H. (1989). Upper-bound Solutions and the Balance-of-power Approach. Plasticity and Modern Metal Forming Technology. Edited by T.Z. Blazynski, Elsevier Science Publishers Ltd, England, 1989, pp. 17-50.

10. Conning S.W., Oxley P.L.B. (1989). The Viscoplasticity Approach. Plasticity and Modern Metal Forming Technology. Edited by T.Z. Blazynski, Elsevier Science Publishers Ltd, England, pp. 51-70.
11. Hill, R. (1963). A General Method of Analysis for Metal-Working Processes. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, (11), pp. 305-326.
12. Toh, C.H. (1983). Process Modelling of Sheet Metal Forming of General Shapes by the Finite Element Method Based on Large Strain Formulation. Ph.D Thesis, University of California, Berkeley.
13. Lee, C.H., Kobayashi, S. (1973). New Solutions to Rigid-Plastic Deformation Problems Using a Matrix Method. Journal of Engineering for Industry. (95), pp. 865-873, August.
14. Kim, J.H. (1977). Analysis of Sheet Metal Forming by the Finite Element Method. Ph.D Thesis, University of California, Berkeley.
15. Cook, R.D., Malkus, D.S., Plesha, M.E. (1989), Concept and Applications of Finite Element Analysis. Third Edition, John Wiley and Sons, New York.
16. Dhatt, G., Touzot, G. (1981). Une Présentation de la Méthode des Éléments Finis. Les Éditions Maloine S.A. Éditeur, Paris, et les Presses de l'Université Laval, Québec.
17. Bathe K.J. (1996). Finite Element Procedures. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
18. Brunet, M. (1990). Formulation de Base des Simulations Numériques en Grandes Déformations. Physique et Mécanique de la mise en Forme des Métaux, édité par Moussy F. et Franciosi P., Première Partie, Chapitre III, Presses du CNRS, IRSID, pp. 54-67.
19. Kobayashi, S. (1982), A Review on the Finite-Element Method and Metal Forming Process Modelling. Journal of Applied Metalworking, (2), pp. 163-169.
20. Nakamachi, E., Germain, Y., Wagoner, R.H. (1988). Comparison Between Rigid Visco-plastic and Elastic-plastic Finite Element Programs for Sheet Metal

- Forming Analysis. Materials Manufacturing Processes, Kiefer B.V., Gavigan J.J., et Ni C.M., ASME Material Division, (8), pp. 27-37.
21. Chenot, L. (1993). Finite Element Modelling of Metal Forming: from Process Simulation to Physical Identification. Mathematical Modelling for Materials Processing, Cross M., Pittman J.F.T., et Wood R.D. Éd., Clarendon Press, Oxford, pp. 43-65.
 22. Toh, C.H. (1988). A Simplified Three-Dimensional Finite Element Method for the Analysis of Sheet Metal Forming. Proceedings of the 16th North American Manufacturing Research Conference, pp. 119-124.
 23. Toh, C.H., Kobayashi, S. (1995). Deformation Analysis and Blank Design in Square Cup Drawing. International Journal of Machine Tool Design & Research, (25), pp. 1-16.
 24. Zhou, D., Wagoner, R.H. (1995). Development and Application of Sheet-Forming Simulation, Journal of Material Processing Technology, (50), pp. 1-16.
 25. Nagtegaal, J.C., Veldpaus, F.E. (1982). Analysis of Metal Forming Problems with an Improved Finite Strain Plasticity Formulation. Numerical Methods in Industrial Forming Processes, Édité par Pittmann J.F.T., Wood R.D., Alexander J.M. et Zienkiewicz O.C., Pineridge Press, Swanser, UK.
 26. Pillinger, I., Hartley, P., Sturgess, C.E.N., Rowe, G.W. (1985). An Elastic-Plastic Three Dimensional Finite-Element Analyses of the Upsetting of Rectanglar Blocks and Experimental Comparison. International Journal of Machine Tool Design & Research, (25), pp. 229-243.
 27. Pillinger, I., Hartley, P., Sturgess, C.E.N., Rowe, G.W. (1988). Finite-Element Modeling of Metal Flow in Three Dimentional Forming. International Journal for Numerical Methods in Engineering, (25), pp. 87-97.
 28. Brunet, M., (1990). Modélisation Numérique par Élements Finis d'un Enboutissage Profond. Physique et Mécanique de la mise en Forme des Métaux, édité par Moussy F. et Franciosi P., Sixième Partie, Chapitre III, Presses du CNRS, IRSID, pp. 516-522.

29. Boisse, P., Daniel, J.L., Gelin, J.C., (1992). Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Employing New Ahmad Shell Finite-Element. Journal of Materials Processing Technology, (34), pp. 117-124.
30. Boisse, P., Daniel, J.L., Gelin, J.C. (1993). Éléments Finites de Coque à Trois Nœuds pour le Calcul des Structures Minces en Grandes Déformations. Revue Européenne des Éléments Finis, (2), pp. 179-209.
31. Kawka, M., Manikouchi, A. (1995). Shell-Element Formulation in the Static Explicit FEM Code for the Simulation of Sheet Stamping. Journal of Materials Processing Technology, (50), pp. 105-115.
32. Gelin, J.C., Boulmane, L., Boisse, P. (1995). Quasi-Static Implicit and Transient Explicit Analyses of Sheet-Metal Forming Using a C^0 Three-Node Shell Element. Journal of Materials Processing Technology, (50), pp. 54-69, 1995.
33. Bonet, J., Wood, R.D. (1993). Some Recent Developments in the Numerical Simulation of Thin Sheet Superplastic Forming. Mathematical Modelling for Materials Processing, édité par Cross M., Pittman J.F.T., et Wood R.D. Éditeurs, Clarendon Press, Oxford, pp. 137-157.
34. Manikouchi, A., Kawka, M. (1994). Process Simulation in of Sheet Metal Forming. Journal of Materials Processing Technology, (46), pp. 291-307.
35. Oller, S., Botello, S., Miquel, J., Onate, E. (1995). An Anisotropic Elastoplastic Model Based on an Isotropic Formulation. Engineering Computations, (12), pp. 245-262.
36. Nakamachi, E. (1995). Metal Sheet Metal Forming Process Characterization by Static-Explicit Anisotropic Elastic-Plastic Finite Element Simulation. Journal of Materials Processing Technology, (50), pp. 116-132.
37. Bellet, M., Massoni, E., Chenot, J.L. (1990). Calcul des membranes élasto-plastiques et élasto-viscoplastiques. Application à l'emboutissage et au formage superplastique. Physique et Mécanique de la mise en Forme des Métaux, édité par Moussy F. et Franciosi P., Sixième Partie, Chapitre II, Presses du CNRS, IRSID, pp. 501-515.

38. Ansys® (1997). Ansys Basic Analysis Procedure Guides, release 5.4. Ansys® Inc., septembre 1997.
39. Oudin, J., Lohegnies, D., Ravalard, Y., Rigaut, J.M., Gélin, J.C. (1990). Approches Expérimentales et Numériques des Conditions de Contact et de Frottement. Physique et Mécanique de la mise en Forme des Métaux, édité par Moussy F. et Franciosi P., Cinquième Partie, Chapitre V, Presses du CNRS, IRSID, pp. 406-435.
40. Duroux, P., Batoz, J.L. (1990). Une méthode d'évaluation des déformations dans les tôles minces embouties. Physique et Mécanique de la mise en Forme des Métaux, édité par Moussy F. et Franciosi P., Sixième Partie, Chapitre I, Presses du CNRS, IRSID, pp. 494-500.
41. Dubé, J-P., Firmin T. (1998). Using Simulation in the Design of a Compliant Tail Connector. 1998 Ansys Conference Proceedings, (1), pp. 541-549, August 17-19, Pittsburgh.
42. Wang, N.M., Budiansky, B. (1978). Analysis of Sheet Metal Stamping by a Finite-Element. Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, (45), pp. 73-82.
43. Nakamachi, E., Takezono, S., Sowerby, R. (1982). A Numerical Analysis of the Hydraulic Bulging of Circular Disks into Axisymmetric Dies. Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, (49), pp. 501-506, 1982.
44. Nakamachi, E. (1988). A Finite-Element Simulation of the Sheet Metal Forming Process, International Journal for Numerical Methods in Engineering, (25), pp. 283-292.
45. Bouzid, A., Chaaban, A., Bazergui, A., (1995). The Effect of Gasket Creep-Relaxation on the Leakage Tightness of Bolted Flanged Joints. Journal of Pressure Vessel Technology, (117), pp. 71-78.
46. Bazergui, A., Louis, G. (1988). Tests with Various Gases in Gasket Joints. Experimental Techniques, (12), pp. 17s-21s, November.

47. Van Den Bogert, P.A.J., De Borst, R., Luiten, G.T., Zeilmaker J. (1991). Robust Finite Elements for 3D-Analysis of Rubber-like Materials. Engineering Computations, (8), pp. 3-17.
48. Pilcher, M., Burman, Å., (1998). Finite Element Modeling and Testing of Rubber Pipe Seals. 1998 Ansys Conference Proceedings, (1), pp. 521-529, August 17-19, Pittsburgh.
49. Liu, C.H., Hofstetter, G., Mang, H.A. (1994). 3D Finite Element Analysis of Rubber-like Materials at Finite Strains. Engineering Computations, (11), pp. 111-128.
50. Sussman, T., Bathe, K.J., (1987). A Finite Element Formulation for Nonlinear Incompressible Elastic and inelastic Analysis. Computers and Structures, (26), pp. 357-409.
51. Ansys[®] (1997). Ansys Theory Reference Manual, release 5.4. Ed. Kohnke P., Ansys[®] Inc.,
52. Mase, G.E., Mase, G.T. (1991). Continuum Mechanics for Engineers. CRC Press.
53. Spencer, A.J.M. (1980). Continuum Mechanics. Longman Scientific & Technical.
54. Mooney, M. (1940). A Theory of Large Elastic Deformation. Journal of Applied Physics, (6), pp. 582-592.
55. Rivlin, R.S. (1984). Forty Years of Nonlinear Continuum Mechanics. Proc. IX, Int. Congress on Rheology, Mexico, pp. 582-592.
56. Lamit, L.G. (1998). Basic Pro/Engineer with references to PT Modeler. PWS publishing.
57. Zeid, I. (1991). CAD/CAM Theory and Practice. McGraw-Hill.
58. MatLab[®] (1999). The Language of Technical Computing, Function Reference. (1 et 2), The MathWorks, Inc.

ANNEXE A
Fichiers de simulation sur Ansys®

A.1: Fichier des paramètres de maillage tridimensionnel *Cmaill.log*

```

/PREP7                                ! module de préparation des données

na=9                                  ! nbre d'él. autour de y
nn=15                                  ! nbre d'él. pour capnezc.prt (plan xy)
nc=2                                    ! nbre d'él. dans l'épaisseur de la capsule
nj1=2                                  ! nbre d'él. pour jcapci.prt (plan xy)
nj2=2                                  ! nbre d'él. pour jcapce.prt (selon x)
nsc1=6                                 ! nbre d'él. pour secteur avant joint (lignes radiales)
nsc2=3                                 ! nbre d'él. pour secteur en coin (lignes radiales)
nry=3                                  ! nbre d'él. pour les surfaces rigides (autour de y)
nrz=2                                  ! nbre d'él. pour les surfaces rigides (autour de z)
np=6                                    ! nbre d'él. pour les surfaces rigides (plongeur) selon
x et y
nb1=4                                  ! nbre d'él. pour la bouteille avec le joint (lignes
radiales)
nb2=3                                  ! nbre d'él. pour la bouteille avec la capsule (lignes
radiales)
ns=4                                    ! nbre d'él. pour le sertisseur (lignes radiales)

! ***** na=9, nn=10, nc=1, 2 ou 3: pas d'erreur de forme *****
! ***** na=9, nn=15, nc=1, 2 ou 3: pas d'erreur de forme *****

! capsule: type d'élément et matériau
ET,1,solid45                           ! élément solide à 8 nœuds
ET,12,solid95                           ! élément solide à 20 nœuds
MP,EX,1,200000                           ! module d'élasticité de l'acier de la capsule
(N/mm2)
MP,NUXY,1,0.3                             ! coefficient de Poisson de l'acier
TB,BKIN,1                                 ! écrouissage cinématique bi-linéaire
TB,DATA,1,300,0                           ! limite élastique (N/mm2). module tangent nul
(parfaitement plastique)

! joint: type d'élément et matériau
ET,2,Hyper58                             ! élément hyperélastique à 8 nœuds, formulation u/p
MP,NUXY,2,0.47                           ! coefficient de Poisson du joint
TB,HYPER,2                                 ! 2 constantes de Mooney-Rivlin [MPa]
TB,DATA,1,0.103                           ! constante C1: joint type OS composé solide CST
MG2 (N/mm2)
TB,DATA,2,0.442                           ! constante C2: joint type OS composé solide CST
MG2 (N/mm2)

! paire de contact: bouteille-joint
ET,3,Targe170                             ! surface rigide: bouteille
R,3,...,15                                 ! constante associée
ET,4,Conta173                             ! surface déformable: joint

```


A.2: Fichier de maillage de l'ondulation *Capnez_elem.log*

```

FINISH                ! met fin à une session Ansys® précédente
/CLEAR                ! réinitialise la base de données

! importation du fichier IGES de l'ondulation
/AUX15                ! module d'importation des fichiers IGES
IOPTN,IGES,DEFAULT   ! option d'importation par défaut
IOPTN,MERGE,YES      ! condensation des entités redondantes
IOPTN,SOLID,YES      ! forme des volumes si possible
IGESIN,Cjch_cap_nez5,igs,d:\mesdocs\proe\      ! nom et localisation du fichier
importé
/VIEW, 1,1,1,1       ! vue 3D isométrique
/REP,FAST             ! redessine
/PNUM,AREA,1         ! numérotation des surfaces
/NUM,0                ! activation de la numérotation des surfaces
APLOT                 ! affichage des surfaces
FINISH                ! fin de /AUX15

! appel du fichier des paramètres du maillage Cmaill.log
/INPUT,Cmaill,log,d:\mesdocs\ansys\cap\

/PREP7                ! module de préparation des données

NUMSTR,DEFA          ! réinitialisation de la numérotation des entités

! condensation des surfaces avec ARMERGE
FLST,2,2,5
FITEM,2,13
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,6
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,5
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,12
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,11
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X

```

FLST,2,2,5
FITEM,2,10
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,9
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,28
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,4
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,3
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,2
FITEM,2,14
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,16
FITEM,2,15
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,17
FITEM,2,15
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,18
FITEM,2,15
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,19
FITEM,2,15
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,23
FITEM,2,15
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,24
FITEM,2,15
ARMERGE,P51X
FLST,2,2,5
FITEM,2,25
FITEM,2,15
ARMERGE,P51X

FLST,2,2,5
 FITEM,2,22
 FITEM,2,15
 ARMERGE.P51X
 FLST,2,2,5
 FITEM,2,21
 FITEM,2,15
 ARMERGE.P51X
 FLST,2,2,5
 FITEM,2,20
 FITEM,2,15
 ARMERGE.P51X
 FLST,2,2,5
 FITEM,2,26
 FITEM,2,15
 ARMERGE.P51X

! condensation des lignes avec LNMERGE

/PNUM,LINE,1
 LPLOT
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,30
 FITEM,2,12
 LNMERGE.P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,27
 FITEM,2,12
 LNMERGE.P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,25
 FITEM,2,12
 LNMERGE.P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,70
 FITEM,2,68
 LNMERGE.P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,68
 FITEM,2,67
 LNMERGE.P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,67
 FITEM,2,4
 LNMERGE.P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,61
 FITEM,2,59
 LNMERGE.P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,59
 FITEM,2,46
 LNMERGE.P51X

FLST,2,2,4
 FITEM,2,40
 FITEM,2,13
 LNMERGE,P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,13
 FITEM,2,9
 LNMERGE,P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,63
 FITEM,2,50
 LNMERGE,P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,50
 FITEM,2,45
 LNMERGE,P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,45
 FITEM,2,3
 LNMERGE,P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,39
 FITEM,2,37
 LNMERGE,P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,37
 FITEM,2,36
 LNMERGE,P51X
 FLST,2,2,4
 FITEM,2,36
 FITEM,2,24
 LNMERGE,P51X
 FLST,5,4,4,ORDE,4
 FITEM,5,4
 FITEM,5,25
 FITEM,5,40
 FITEM,5,46
 LSEL,S, ,P51X
 LESIZE,ALL,,,nn ! nn divisions des lignes sélectionnées
 ALLS
 FLST,5,4,4,ORDE,4
 FITEM,5,6
 FITEM,5,8
 FITEM,5,39
 FITEM,5,45
 LSEL,S, ,P51X
 LESIZE,ALL,,,na ! na divisions des lignes sélectionnées
 ALLS
 FLST,5,4,4,ORDE,4
 FITEM,5,5
 FITEM,5,7
 FITEM,5,60

```

FITEM,5,62
LSEL,S,,P51X
LESIZE,ALL,,,nc      ! nc divisions des lignes sélectionnées
ALLS

! maillage du volume de l'ondulation
TYPE, 1                ! élément de type 1 (Solid45)
MAT,1                  ! matériau de la capsule
ESYS,0                 ! système de coordonnées cartésiennes dans les
éléments
CM,_Y,VOLU
VSEL,,, 1
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
MSHKEY,1
VMESH,_Y1
MSHKEY,-1
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2
NWRITE,Capnez.nod,,0  ! écriture du fichier des coordonnées des noeuds
EWRITE,Capnez_sl,elm,,0 ! écriture du fichier des connectivités des éléments
solides

! maillage de la surface flexible inférieure
TYPE, 8                ! élément de type 8 (Conta173)
REAL,7                 ! constante de contact pour la paire 7-8
ESYS,0                 ! système de coordonnées cartésiennes dans les
éléments
CM,_Y,AREA
ASEL,,, 15
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CM,_Y,AREA
ASEL,,, 15
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2
ESEL,S,TYPE,,8
EPLLOT

```


EWRITE,Capnez_cb,elm,,0 ! écriture du fichier des connectivités des éléments de contact

! maillage de la surface flexible supérieure

TYPE,10

REAL,9

ESYS,0

APLOT

CM,_Y,AREA

ASEL,,,14

CM,_Y1,AREA

CMSEL,S,_Y

CMSEL,S,_Y1

CMSEL,S,_Y

CMDELE,_Y

CMDELE,_Y1

CM,_Y,AREA

ASEL,,,14

CM,_Y1,AREA

CHKMSH,'AREA'

CMSEL,S,_Y

MSHKEY,1

AMESH,_Y1

MSHKEY,0

CMDEL,_Y

CMDEL,_Y1

CMDEL,_Y2

ESEL,S,TYPE,,10

EPLLOT

EWRITE,Capnez_ct,elm,,0 ! écriture du fichier des connectivités des éléments de contact

ALLS

/NUM,1

/PNUM,TYPE,1

/REP

FINISH

! fin de /PREP7 (fichier Capnez_elem.log)

A.3: Fichier de résolution global *Pf_caps.log*

```

! écriture des fichiers des nœuds et éléments de l'ondulation de la capsule (capnez)
/INPUT,capnez_elem.log,d:\mesdocs\ansys\cap\

FINISH                ! met fin à une session Ansys précédente
/CLEAR                ! réinitialise la base de données

! variable pour les résultats enregistrés (resj=0 ==> résultats pour le dernier pas
seulement)
    ! (resj=1 ==> résultats pour le dernier des sous-pas de chaque pas)
    !(resj=2 ==> résultats pour tous les sous-pas convergent de chaque pas)

res1=1                ! résultats de la descente du plongeur
res2=1                ! résultats de la descente du sertisseur
res3=1                ! résultats de la remontée du sertisseur
res4=1                ! résultats de la remontée du plongeur
res5=1                ! résultats de l'application de la pression

!sol=0                ! si sol=0, arrêt avant les étapes de solution
!sol=1                ! si sol=1, descente du plongeur
!sol=2                ! si sol=2, + descente du sertisseur
!sol=3                ! si sol=3, + remontée du sertisseur
!sol=4                ! si sol=4, + remontée du plongeur
!sol=5                ! si sol=5, + application de la pression interne

sol=5                 ! variable pour l'exécution des étapes de solution

/INPUT,cmaillog,d:\mesdocs\ansys\cap\

! maillage combiné de capnez et scapc3
/PREP7

/NUM,1
/PNUM,TYPE,1

NRRANG,1,999999,1,
NREAD,capnez,nod,
ERRANG,1,999999,1,
EREADE,capnez_sl,elm,

ERRANG,1,999999,1,
EREADE,capnez_cb,elm,
/REP

ERRANG,1,999999,1,

```

```

EREAD,capnez_ct.elm,
/REP
ALLS
/NUM,1
/PNUM,TYPE,1
/REP

```

```

max,1
FINISH

```

```

/AUX15
IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,cjch_cap_nez5,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
LPLOT
/VIEW, 1,1,1,1
/ANG, 1
/REP,FAST
/PNUM,KP,1
/NUM,1

```

```

IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,scapc5_asm,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
LPLOT

```

```

IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,jcapc5_asm,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
LPLOT

```

```

IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,bt105,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
LPLOT

```

```

/VIEW, 1 , , 1
/ANG, 1
/REP,FAST
/AUTO, 1
/REP
/PNUM,KP,0
/PNUM.LINE,0
/PNUM.AREA,0
/PNUM.VOLU,0
/PNUM.NODE,0
/PNUM.SVAL,0
/NUM,1
!*
/PNUM.ELEM,0
/REPLOT
!*

IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,plgc5,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
/REPLOT

IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,srt011,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
/REPLOT

FINISH

/PREP7

! volumes du joint

! volume 1
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,123
FITEM,5,124
FITEM,5,125
FITEM,5,126
FITEM,5,127
FITEM,5,128
ASEL,S, , P51X
va,all

```

APLOT
alls

! volume 2
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,127
FITEM,5,129
FITEM,5,131
FITEM,5,132
FITEM,5,133
FITEM,5,134
ASEL,S, ,P51X
va,all
alls

! volume 3
APLOT
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,124
FITEM,5,133
FITEM,5,135
FITEM,5,136
FITEM,5,139
FITEM,5,140
ASEL,S, ,P51X
va,all
alls

! volume 4
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,132
FITEM,5,141
FITEM,5,148
FITEM,5,157
FITEM,5,163
FITEM,5,175
ASEL,S, ,P51X
va,all
alls

! volume 5
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,139
FITEM,5,163
FITEM,5,181
FITEM,5,187
FITEM,5,205
FITEM,5,211
ASEL,S, ,P51X
va,all
alls

! volume 6
FLST.5.6.5.NOOR.6
FITEM.5.157
FITEM.5.174
FITEM.5.205
FITEM.5.215
FITEM.5.219
FITEM.5.222
ASEL.S. .P51X
va,all
alls

! volume 7
FLST.5.6.5.NOOR.6
FITEM.5.180
FITEM.5.219
FITEM.5.223
FITEM.5.225
FITEM.5.226
FITEM.5.228
ASEL.S. .P51X
va,all
alls

! volume 8
FLST.5.6.5.NOOR.6
FITEM.5.186
FITEM.5.225
FITEM.5.229
FITEM.5.231
FITEM.5.232
FITEM.5.234
ASEL.S. .P51X
va,all
alls

! volume 9
FLST.5.6.5.NOOR.6
FITEM.5.193
FITEM.5.231
FITEM.5.235
FITEM.5.238
FITEM.5.239
FITEM.5.240
ASEL.S. .P51X
va,all
alls

! volume 10
FLST.5.6.5.NOOR.6
FITEM.5.199
FITEM.5.238

FITEM,5,241
FITEM,5,244
FITEM,5,245
FITEM,5,246
ASEL,S. , .P51X
va,all
alls

! volume 11
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,204
FITEM,5,244
FITEM,5,247
FITEM,5,249
FITEM,5,250
FITEM,5,252
ASEL,S. , .P51X
va,all
alls

! volume 12
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,245
FITEM,5,250
FITEM,5,253
FITEM,5,254
FITEM,5,257
FITEM,5,258
ASEL,S. , .P51X
va,all
alls

! volume
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,210
FITEM,5,249
FITEM,5,259
FITEM,5,261
FITEM,5,262
FITEM,5,264
ASEL,S. , .P51X
va,all
alls

! volume 14
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,257
FITEM,5,262
FITEM,5,265
FITEM,5,267
FITEM,5,268
FITEM,5,270

ASEL,S. , .P51X
 va,all
 alls

! volume 15
 FLST.5,6,5,NOOR.6
 FITEM.5,216
 FITEM.5,261
 FITEM.5,267
 FITEM.5,271
 FITEM.5,273
 FITEM.5,276
 ASEL,S. , .P51X
 va,all
 alls
 vsel.s...1,15
 vplot
 alls
 /title, joint

! volumes de la capsule

! volume 16
 FLST.5,5,5,NOOR,5
 FITEM.5,142
 FITEM.5,143
 FITEM.5,144
 FITEM.5,145
 FITEM.5,146
 ASEL,S. , .P51X
 va,all
 alls

! volume 17
 FLST.5,6,5,NOOR.6
 FITEM.5,143
 FITEM.5,147
 FITEM.5,149
 FITEM.5,150
 FITEM.5,151
 FITEM.5,152
 ASEL,S. , .P51X
 va,all
 alls

! volume 18
 FLST.5,6,5,NOOR.6
 FITEM.5,126
 FITEM.5,150
 FITEM.5,153

FITEM,5,154
FITEM,5,155
FITEM,5,158
ASEL,S, .P51X
va,all
alls

! volume 19
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,131
FITEM,5,155
FITEM,5,159
FITEM,5,160
FITEM,5,161
FITEM,5,164
ASEL,S, .P51X
va,all
alls

! volume 20
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,148
FITEM,5,161
FITEM,5,165
FITEM,5,166
FITEM,5,167
FITEM,5,170
ASEL,S, .P51X
va,all
alls

! volume 21
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,167
FITEM,5,171
FITEM,5,172
FITEM,5,173
FITEM,5,174
FITEM,5,176
ASEL,S, .P51X
va,all
alls

! volume 22
FLST,5,6,5,NOOR,6
FITEM,5,173
FITEM,5,177
FITEM,5,178
FITEM,5,179
FITEM,5,180
FITEM,5,182
ASEL,S, .P51X

va,all
alls

! volume 23
FLST.5,6,5,NOOR,6
FITEM.5,179
FITEM.5,183
FITEM.5,184
FITEM.5,185
FITEM.5,186
FITEM.5,188
ASEL.S. . .P51X
va,all
alls

! volume 24
FLST.5,6,5,NOOR,6
FITEM.5,185
FITEM.5,189
FITEM.5,191
FITEM.5,192
FITEM.5,193
FITEM.5,194
ASEL.S. . .P51X
va,all
alls

! volume 25
FLST.5,6,5,NOOR,6
FITEM.5,192
FITEM.5,195
FITEM.5,197
FITEM.5,198
FITEM.5,199
FITEM.5,200
ASEL.S. . .P51X
va,all
alls

! volume 26
FLST.5,6,5,NOOR,6
FITEM.5,198
FITEM.5,201
FITEM.5,202
FITEM.5,203
FITEM.5,204
FITEM.5,206
ASEL.S. . .P51X
va,all
alls

! volume 27

FLST,5,6,5,NOOR,6
 FITEM,5,203
 FITEM,5,207
 FITEM,5,208
 FITEM,5,209
 FITEM,5,210
 FITEM,5,212
 ASEL,S, .P51X
 va,all
 alls

! volume 28
 FLST,5,6,5,NOOR,6
 FITEM,5,34
 FITEM,5,209
 FITEM,5,213
 FITEM,5,214
 FITEM,5,216
 FITEM,5,218
 ASEL,S, .P51X
 va,all
 alls

! volume 29
 FLST,5,32,5,ORDE,2
 FITEM,5,33
 FITEM,5,-64
 ASEL,S, .P51X
 va,all
 alls
 vsel,s,,,16,29,,1
 vplot
 alls
 /title, capsule

! volume de la bouteille (30)
 FLST,5,10,5,ORDE,2
 FITEM,5,11
 FITEM,5,-20
 ASEL,R, .P51X
 va,all
 vsel,s,,,30
 vplot
 alls
 /title, bouteille

! volume du plongeur (31)
 FLST,5,5,5,ORDE,2
 FITEM,5,6
 FITEM,5,-10
 ASEL,R, .P51X
 va,all

```

vsel,s,,,31
vplot
alls
/title, plongeur

! volume du sertisseur (32)
FLST,5,7,5,ORDE,2
FITEM,5,23
FITEM,5,-29
ASEL,R, , ,P51X
va,all
vsel,s,,,32
vplot
alls
/title, sertisseur

```

```

alls
vplot

```

```

/title, montage d'ensemble

```

```

! maillage du joint

! maillage des lignes radiales
! conditions frontières de symétrie
vsel,s,,,1,15
aslv
lsla
ksll
vplot
/VIEW, 1 ,,1
/ANG, 1
/REP,FAST
FLST,5,40,4,ORDE,38
FITEM,5,89
FITEM,5,92
FITEM,5,-94
FITEM,5,161
FITEM,5,-163
FITEM,5,226
FITEM,5,-227
FITEM,5,292
FITEM,5,294
FITEM,5,-295
FITEM,5,358
FITEM,5,-359
FITEM,5,364
FITEM,5,422

```

FITEM,5,435
FITEM,5,480
FITEM,5,500
FITEM,5,-501
FITEM,5,537
FITEM,5,566
FITEM,5,-567
FITEM,5,595
FITEM,5,631
FITEM,5,-632
FITEM,5,654
FITEM,5,697
FITEM,5,-698
FITEM,5,712
FITEM,5,764
FITEM,5,-765
FITEM,5,770
FITEM,5,824
FITEM,5,-825
FITEM,5,884
FITEM,5,-885
FITEM,5,942
FITEM,5,-943
FITEM,5,1001
LSEL,R , ,P51X
lesize,all,,nj1
alls
vsel,s,,,1,15
aslv
lsla
ksll
lplot
/FOC, 1 ,,-0.300000,,1
/REP,FAST
FLST,5,40,4,ORDE,36
FITEM,5,99
FITEM,5,-102
FITEM,5,169
FITEM,5,-171
FITEM,5,234
FITEM,5,237
FITEM,5,300
FITEM,5,-302
FITEM,5,372
FITEM,5,374
FITEM,5,377
FITEM,5,430
FITEM,5,441
FITEM,5,488
FITEM,5,507
FITEM,5,-508
FITEM,5,547

FITEM,5,573
FITEM,5,-574
FITEM,5,605
FITEM,5,640
FITEM,5,-641
FITEM,5,662
FITEM,5,706
FITEM,5,-707
FITEM,5,720
FITEM,5,773
FITEM,5,-774
FITEM,5,778
FITEM,5,832
FITEM,5,835
FITEM,5,891
FITEM,5,-892
FITEM,5,949
FITEM,5,-950
FITEM,5,1007
LSEL,R. . .P51X
lesize.all,..nj1
alls
vsel.s,..1,15
aslv
lsla
ksll
lplot
/VIEW, 1 ..1
/ANG, 1
/REP,FAST
FLST,5,26,4,ORDE,24
FITEM,5,15
FITEM,5,95
FITEM,5,-98
FITEM,5,166
FITEM,5,-167
FITEM,5,231
FITEM,5,296
FITEM,5,298
FITEM,5,367
FITEM,5,369
FITEM,5,427
FITEM,5,485
FITEM,5,505
FITEM,5,543
FITEM,5,570
FITEM,5,601
FITEM,5,637
FITEM,5,659
FITEM,5,703
FITEM,5,717
FITEM,5,769

```

FITEM,5,829
FITEM,5,888
FITEM,5,947
LSEL,R,,P51X
lesize,all,...na
alls
vsel,s,,,1,15
/rep
aslv
lsla
ksll
/REPLOT
VATT, 2, 3, 2, 0
FLST,5,15,6,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-15
CM,_Y,VOLU
VSEL,,,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
VMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2

```

! maillage de la capsule (secteur joint)

```

alls
vsel,s,,,18,28
aslv
lsla
ksll
lplot
/VIEW, 1 ...1
/ANG, 1
/REP,FAST
FLST,5,22,4,ORDE,22
FITEM,5,188
FITEM,5,196
FITEM,5,246
FITEM,5,254
FITEM,5,304
FITEM,5,312
FITEM,5,362
FITEM,5,370
FITEM,5,420
FITEM,5,428

```

FITEM,5,478
FITEM,5,486
FITEM,5,539
FITEM,5,545
FITEM,5,597
FITEM,5,603
FITEM,5,652
FITEM,5,660
FITEM,5,710
FITEM,5,718
FITEM,5,768
FITEM,5,776
LSEL,R , ,P51X
lesize,all,,,nj1
alls
vsel,s,,,18,28
aslv
lsla
ksll
lplot
FLST,5,12,4,ORDE,12
FITEM,5,58
FITEM,5,135
FITEM,5,192
FITEM,5,250
FITEM,5,308
FITEM,5,366
FITEM,5,424
FITEM,5,482
FITEM,5,540
FITEM,5,599
FITEM,5,656
FITEM,5,714
LSEL,R , ,P51X
lesize,all,,,na
alls
vsel,s,,,18,28
aslv
lsla
ksll
lplot
FLST,5,24,4,ORDE,24
FITEM,5,1
FITEM,5,11
FITEM,5,132
FITEM,5,140
FITEM,5,191
FITEM,5,197
FITEM,5,249
FITEM,5,255
FITEM,5,307
FITEM,5,313

FITEM,5,365
 FITEM,5,371
 FITEM,5,423
 FITEM,5,429
 FITEM,5,481
 FITEM,5,487
 FITEM,5,538
 FITEM,5,546
 FITEM,5,596
 FITEM,5,604
 FITEM,5,655
 FITEM,5,661
 FITEM,5,713
 FITEM,5,719
 LSEL,R, ,.P51X
 lesize,all,,,nc

! secteur sans joint
 alls
 vsel,s,,,17
 aslv
 lsia
 ksll
 /rep
 /AUTO, 1
 /REP
 FLST,5,4,4,ORDE,4
 FITEM,5,131
 FITEM,5,133
 FITEM,5,139
 FITEM,5,141
 LSEL,R, ,.P51X
 lesize,all,,,nsc1
 alls
 vsel,s,,,17
 aslv
 lsia
 ksll
 /rep
 FLST,5,2,4,ORDE,2
 FITEM,5,87
 FITEM,5,91
 LSEL,R, ,.P51X
 lesize,all,,,na
 alls
 vsel,s,,,17
 aslv
 lsia
 ksll
 FLST,5,2,4,ORDE,2
 FITEM,5,83
 FITEM,5,88

```

LSEL,R. , .P51X
lesize,all,...nc
alls
vsel,s,,,17,28
VATT, 1, 3, 1, 0
FLST,5,13,6,ORDE,2
FITEM,5,16
FITEM,5,-28
CM,_Y,VOLU
VSEL. . . .P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH.VOLU'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
VMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2

! liaison avec le nez de la capsule
alls
vsel,s,,,28
aslv
lsla
ksll
vplot
cskp,12,0,26,1,2
nset,s,loc,z,-0.05,0.05
NUMMRG,NODE,0.04
/rep

! maillage du coin
alls
vsel,s,,,16
aslv
lsla
ksll
/rep
lplot
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,84
FITEM,5,86
FITEM,5,90
FITEM,5,109
LSEL,R. , .P51X
lesize,all,...nsc2

alls
vsel,s,,,16

```

```

aslv
lsla
ksll
lplot
/AUTO,1
/REP
LSEL,R,, 85
lesize,all,,nc

alls
vsel,s,,16
VATT, 1, 0, 12, 0
mopt,pyra,on
mshkey,0
mshape,1,3d
mshmid,0
vmesh,all

! maillage de la surface du joint
VSEL,S,,1,15
ASLV
LSLA
KSLI
APLOT
/SHRINK,0.15
/REP
FLST,5,9,5,ORDE,9
FITEM,5,125
FITEM,5,136
FITEM,5,187
FITEM,5,226
FITEM,5,232
FITEM,5,239
FITEM,5,254
FITEM,5,268
FITEM,5,273
ASEL,R,,P51X
AATT, 1, 3, 4, 0
FLST,5,9,5,ORDE,9
FITEM,5,125
FITEM,5,136
FITEM,5,187
FITEM,5,226
FITEM,5,232
FITEM,5,239
FITEM,5,254
FITEM,5,268
FITEM,5,273
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA

```

```

CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2

```

```

! maillage de la bouteille
ALLS
VSEL,S,,,30
ASLV
LSLA
KSLI
LPLOT
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,107
FITEM,5,124
LSEL,R, , .P51X
lesize.all,,,nb1

```

```

ALLS
VSEL,S,,,30
ASLV
LSLA
KSLI
LPLOT
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,108
FITEM,5,110
FITEM,5,122
FITEM,5,-123
LSEL,R, , .P51X
lesize.all,,,1

```

```

ALLS
VSEL,S,,,30
ASLV
LSLA
KSLI
FLST,5,4,4,ORDE,2
FITEM,5,114
FITEM,5,-117
LSEL,R, , .P51X
LESIZE,ALL,,,nry

```

```

ALLS
VSEL,S,,,30

```

```

ASLV
LSLA
KSLL
APLOT
FLST,5,3,5,ORDE,2
FITEM,5,14
FITEM,5,-16
ASEL,R,,P51X
AATT, 1, 3, 3, 0
FLST,5,3,5,ORDE,2
FITEM,5,14
FITEM,5,-16
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2

ALLS
VSEL,S,,,30
ASLV
LSLA
KSLL
/VIEW, 1, 0.7875, -0.2380E-01, 0.6158
/ANG, 1, 4.296
/LIG, 1,1,1.000, 0.99687, 0.56683E-01, 0.55162E-01, 0.00000
/REPLO
FLST,5,6,4,ORDE,5
FITEM,5,104
FITEM,5,-106
FITEM,5,125
FITEM,5,-126
FITEM,5,219
LSEL,R,,P51X
LESIZE,ALL,,,nb2

ALLS
VSEL,S,,,30
ASLV
LSLA
KSLL
/REPLOT
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,113

```

```

FITEM,5,118
FITEM,5,-119
LSEL,R,,P51X
LESIZE,ALL,,,nry

ALLS
VSEL,S,,,30
ASLV
LSLA
KSLI
FLST,5,3,5,ORDE,2
FITEM,5,17
FITEM,5,-19
ASEL,R,,P51X
AATT, 1, 7, 7, 0
FLST,5,3,5,ORDE,2
FITEM,5,17
FITEM,5,-19
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2

! maillage du plongeur
ALLS
VSEL,S,,,31
ASLV
LSLA
KSLI
LPLT
/AUTO, 1
/REP
/VIEW, 1,1,1,1
/ANG, 1
/REP,FAST
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,130
FITEM,5,164
LSEL,R,,P51X
lesize,all,,,np

ALLS
VSEL,S,,,31

```

```

ASLV
LSLA
KSLL
LPLOT
LSEL,R,, 134
LESIZE,ALL,,,np

ALLS
VSEL,S,,,31
ASLV
LSLA
KSLL
ASEL,R,, 8
AATT, 1, 5, 5, 0
CM,_Y,AREA
ASEL,,, 8
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2

! maillage de la capsule (contact avec plongeur)
VSEL,S,,,16,25
ASLV
LSLA
KSLL
APLOT
FLST,5,10,5,ORDE,10
FITEM,5,146
FITEM,5,149
FITEM,5,154
FITEM,5,160
FITEM,5,166
FITEM,5,172
FITEM,5,178
FITEM,5,184
FITEM,5,191
FITEM,5,197
ASEL,R,, ,P51X
AATT, 1, 5, 6, 0
FLST,5,10,5,ORDE,10
FITEM,5,146
FITEM,5,149
FITEM,5,154
FITEM,5,160

```

```

FITEM,5,166
FITEM,5,172
FITEM,5,178
FITEM,5,184
FITEM,5,191
FITEM,5,197
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2
!*
EPlot
/AUTO,1
/REP
/VIEW,1,,,1
/ANG,1
/REP,FAST
ALLS
ESEL,S,TYPE,,6
NSLE
EPlot

! maillage du sertisseur
ALLS
VSEL,S,,,32
ASLV
LSLA
KSLI
LPLOT
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,143
FITEM,5,156
LSEL,R,,,P51X
LESIZE,ALL,,,ns

ALLS
VSEL,S,,,32
ASLV
LSLA
KSLI
LPLOT
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,137

```



```
FITEM,5,177
LSEL,R,,P51X
LESIZE,ALL,,,1
```

```
ALLS
VSEL,S,,,32
ASLV
LSLA
KSLI
LPLOT
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,147
FITEM,5,150
FITEM,5,-151
LSEL,R,,P51X
LESIZE,ALL,,,nry
```

```
ALLS
VSEL,S,,,32
ASLV
LSLA
KSLI
LPLOT
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,24
FITEM,5,28
ASEL,R,,P51X
AATT,1,9,9,0
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,24
FITEM,5,28
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2
```

```
! renversement des normales pour les éléments de contact
/SHRINK
```

```
! bouteille avec joint
ESEL,S,TYPE,,3
```

```

NSLE
EPlot
/PSYMB,ESYS,1
/REP
ALLS
VSEL,S,,,30
ASLV
LSLA
KSL
APLOT
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,14
FITEM,5,-15
ASEL,R,,.P51X
ESLA
NSLE
ESURF,,REVERSE
ALLS
ESEL,S,TYPE,,3
EPlot

```

! bouteille avec joint

```

ALLS
ESEL,S,TYPE,,4
NSLE
EPlot
/VIEW,1...1
/ANG,1
/REP,FAST
ALLS
VSEL,S,,,1,15
ASLV
LSLA
KSL
APLOT
FLST,5,3,5,ORDE,3
FITEM,5,232
FITEM,5,239
FITEM,5,254
ASEL,R,,.P51X
ESLA
ESURF,,REVERSE
EPlot
ALLS
ESEL,S,TYPE,,4
/REP

```

! plongeur avec capsule

```

ALLS
ESEL,S,TYPE,,5
NSLE
EPlot

```

```

/AUTO, 1
/REP
/VIEW, 1 ,,1
/ANG, 1
/REP,FAST
/VIEW, 1 ,,1
/ANG, 1
/REP,FAST
ALLS
VSEL,S,,,31
ASLV
LSLA
KSLI
APLOT
ASEL,R,,, 8
ESLA
ESURF,,REVERSE
EPLOT

```

```

! capsule avec plongeur
ALLS
ESEL,S,TYPE,,6
NSLE
EPLOT

```

```

! bouteille avec capsule
ALLS
ESEL,S,TYPE,,7
NSLE
EPLOT
ALLS
VSEL,S,,,30
ASLV
LSLA
KSLI
APLOT
ASEL,R,,, 19
ESLA
ESURF,,REVERSE
EPLOT
ALLS
ESEL,S,TYPE,,7
NSLE
EPLOT

```

```

! capsule avec bouteille
ALLS
ESEL,S,TYPE,,8
NSLE
EPLOT
ESURF,,REVERSE
/REP

```

! sertisseur avec capsule

```

ALLS
ESEL,S,TYPE,,9
NSLE
EPLLOT
ALLS
VSEL,S,,,32
ASLV
LSLA
KSLL
APLOT
ASEL,R, , , 24
ESLA
ESURF,,REVERSE
EPLLOT
ALLS
ESEL,S,TYPE,,9
NSLE
/REP

```

! capsule avec sertisseur

```

ALLS
ESEL,S,TYPE,,10
NSLE
EPLLOT
ESURF,,REVERSE
/REP

```

```

ALLS
/REP
/NUM,1
/PSYMB.ESYS,0
/REP

```

! maillage du ressort mou

```

TYPE,11
MAT,11 ! caractéristiques du matériau n°3
REAL,11
E,NODE(KX(77),KY(77),KZ(77)), NODE (KX(18),KY(18),KZ(18))
E, NODE(KX(91),KY(91),KZ(91)), NODE (KX(18),KY(18),KZ(18))
ALLS
EPLLOT

```

! conditions frontières de symétrie

```

LOCAL,11,1,1,,-90,-90 ! définition d'un repère local cylindrique (r, theta, z)
en
! orientant l'axe des x selon z global et y selon x
global
! grâce à 1 rotation de -90° autour de x global, et une
! rotation de -90° autour de z global

```

```

! spécification de symétrie sur les surfaces des côtés
! premier plan de symétrie
ESEL,S,TYPE,,1,2,1      ! sélection du type des éléments du joint et de la
capsule
ESEL,S,TYPE,,11,12,1    ! sélection du type d'éléments des ressorts mous
NSLE                    ! sélection des noeuds associés à ces éléments
NSEL,R,LOC,Y,89.99,90.01 ! sélection, parmi les noeuds précédents, de ceux qui
sont situés

                                ! sur le premier plan de symétrie (90° par rapport à
                                ! l'axe r)
DSYM,SYMM,Y,11         ! symétrie imposée à ces noeuds dans le repère local
! 11 (uy=0)
NPLOT                   ! affichage des noeuds
ALLS                    ! restitution de toutes les entités (noeuds, éléments,
etc.)

! second plan de symétrie
ESEL,S,TYPE,,1,2,1      ! sélection du type des éléments du joint et de la
capsule
ESEL,S,TYPE,,11,12,1    ! sélection du type d'éléments des ressorts mous
NSLE                    ! sélection des noeuds associés à ces éléments
NSEL,R,LOC,Y,89.99-360/42,90.01-360/42 ! sélection, parmi les noeuds
précédents, de ceux qui sont

                                ! situés sur le second plan de symétrie (81.43° par
                                ! rapport à l'axe r)
DSYM,SYMM,Y,11         ! symétrie imposée à ces noeuds dans le repère local
11 (uy=0)
NPLOT                   ! affichage des noeuds
ALLS                    ! restitution de toutes les entités (noeuds, éléments,
etc.)
CSYS,0                 ! retour au système global de coordonnées
cartésiennes
/PSYMB,ESYS,0          ! affichage des conditions frontières de symétrie
EPLOT                  ! affichage des éléments
/AUTO, 1
/REP
/VIEW, 1, 1, 1, 1
/ANG, 1
/REP.FAST

/SOLU

! SOLUTION OPTIONS
! paramètres de solution
NLGEOM,1
NROPT,FULL, .
LUMPM,0
EQSLV,FRONT, .0,
SSTIF
PSTRES
TOFFST,0,
TIME,1

```

```

AUTOTS,1
NSUBST,10,0,0,0
KBC,0
SOLCONTROL,ON,1

! descente du plongeur (sol>=1)
*IF,sol,GT,0,THEN
  dy=0
  j1=12
  *IF,res1,EQ,0,THEN
    OUTRES,ALL,NONE ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
  *ENDIF
  *IF,res1,EQ,1,THEN
    OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier sous-pas de chaque
pas seulement
  *ENDIF
  *IF,res1,EQ,2,THEN
    OUTRES,ALL,ALL ! écrit la solution pour tous les sous-pas de chaque
pas
  *ENDIF
  *DO,J,1,j1
  ALLS
  ESEL,S,TYPE,,5
  NSLE,s
  dy=dy-0.05
  D,ALL,UY,dy
  ALLS
  NSUBST,7,40
  *IF,j,EQ,j1,THEN
    OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
  *ENDIF
  SOLVE
*ENDDO
  *IF,J,EQ,j1,THEN
    SAVE,r1,db
    /SYS,copy hc.emat r1.emat
    /SYS,copy hc.esav r1.esav
    /SYS,copy hc.rst r1.rst
  *ELSE
    SAVE
  *ENDIF
*ENDIF ! fin de sol>=1

! descente du sertisseur (sol>=2)
*IF,sol,GT,1,THEN
  dy=-0.6
  j2=75
  *IF,res2,EQ,0,THEN
    OUTRES,ALL,NONE ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
  *ENDIF
  *IF,res2,EQ,1,THEN

```

```

OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier sous-pas de chaque
pas seulement
*ENDIF
*IF,res2,EQ,2,THEN
OUTRES,ALL,ALL ! écrit la solution pour tous les sous-pas de chaque
pas
*ENDIF
*DO,J,1,j2
ALLS
ESEL,S,TYPE,,9
NSLE,S
dy=dy-0.1
D,ALL,UY,dy
ALLS
NSUBST,7,200
*IF,j,EQ,j2,THEN
OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
*ENDIF
*IF,j,EQ,j2,THEN
OUTRES,ALL,LAST! écrit la solution pour le dernier pas seulement
*ENDIF
SOLVE
*ENDDO
*IF,J,EQ,j2,THEN
SAVE,r2,db
/SYS,copy hc.emat r2.emat
/SYS,copy hc.esav r2.esav
/SYS,copy hc.rst r2.rst
*ELSE
SAVE
*ENDIF
*ENDIF ! fin de sol>=2

! remontée du sertisseur (sol>=3)
*IF,sol,GT,2,THEN
j3=40
*IF,res3,EQ,0,THEN
OUTRES,ALL,NONE! écrit la solution pour le dernier pas seulement
*ENDIF
*IF,res3,EQ,1,THEN
OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier sous-pas de chaque
pas seulement
*ENDIF
*IF,res3,EQ,2,THEN
OUTRES,ALL,ALL ! écrit la solution pour tous les sous-pas de chaque
pas
*ENDIF
*DO,J,1,j3
ALLS
ESEL,S,TYPE,,9
NSLE,S
dy=dy+0.25

```

```

D,ALL,UY,dy
ALLS
NSUBST,7,40
*IF,j,EQ,j3,THEN
OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
*ENDIF
SOLVE
*ENDDO
*IF,J,EQ,j3,THEN
SAVE,r3,db
/SYS,copy hc.emat r3.emat
/SYS,copy hc.esav r3.esav
/SYS,copy hc.rst r3.rst
*ELSE
SAVE
*ENDIF
*ENDIF ! fin de sol>=3

! remontée du plongeur (sol>=4)
*IF,sol,GT,3,THEN
dy=-0.6
j4=40
*IF,res4,EQ,0,THEN
OUTRES,ALL,NONE ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
*ENDIF
*IF,res4,EQ,1,THEN
OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier sous-pas de chaque
pas seulement
*ENDIF
*IF,res4,EQ,2,THEN
OUTRES,ALL,ALL ! écrit la solution pour tous les sous-pas de chaque
pas
*ENDIF
*DO,J,1,j4
ALLS
ESEL,S,TYPE,,5
NSLE,S
dy=dy+0.1
D,ALL,UY,dy
ALLS
NSUBST,7,40
*IF,j,EQ,j4,THEN
OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
*ENDIF
SOLVE
*ENDDO
*IF,J,EQ,j4,THEN
SAVE,r4,db
/SYS,copy hc.emat r4.emat
/SYS,copy hc.esav r4.esav
/SYS,copy hc.rst r4.rst
*ELSE

```



```

        SAVE
        *ENDIF
*ENDIF ! fin de sol>=4

! application de la pression interne (sol=5)
*IF,sol,GT,4,THEN
    py=0
    j5=14
    *IF,res5,EQ,0,THEN
        OUTRES,ALL,NONE ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
    *ENDIF
    *IF,res5,EQ,1,THEN
        OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier sous-pas de chaque
        pas seulement
    *ENDIF
    *IF,res5,EQ,2,THEN
        OUTRES,ALL,ALL ! écrit la solution pour tous les sous-pas de chaque
        pas
    *ENDIF
    *DO,J,1,j5
    ALLS
    FLST,5,3,5,ORDE,3
    FITEM,5,125
    FITEM,5,144
    FITEM,5,151
    ASEL,S,,P51X
    NSLA,S,1
    py=py+0.1
    SF,ALL,PRES,py
    ALLS
    NSUBST,7,20
    *IF,j,EQ,j5,THEN
        OUTRES,ALL,LAST ! écrit la solution pour le dernier pas seulement
    *ENDIF
    SOLVE
    *ENDDO
    *IF,J,EQ,j5,THEN
        SAVE,r5,db
        /SYS,copy hc.emat r5.emat
        /SYS,copy hc.esav r5.esav
        /SYS,copy hc.rst r5.rst
    *ELSE
        SAVE
    *ENDIF
*ENDIF ! fin de sol=5

FINISH ! fin de /solu

*IF,sol,GT,0,THEN
    /POST1
    PLDISP,2
    PLNS,U,Y,2

```

```
AVPRIN,0,0,  
PLNSOL,S,EQV,0,1  
*ENDIF ! fin de sol>0
```

A.4 Fichier du test de compression *epransys.log*

```

FINISH                                ! met fin à une session Ansys précédente
/CLEAR                                 ! réinitialise la base de données

!sol=0                                 ! si sol=0, arrêt avant les étapes de solution
!sol=1                                 ! si sol=1, descente du plongeur

sol=1                                  ! variable pour l'exécution des étapes de solution

/PREP7

/TITLE, modelisation axisymetrique de l'eprouvette en compression

! joint: type d'élément et matériau
ET,1,HYPER56                           ! élément hyperélastique 2D, formulation u/p
KEYOPT,1,3,1                           ! option axisymétrique
TB,HYPER,1                              ! matériau hyperélastique
MP,NUXY,1,0.47                          ! coefficient de Poisson
TBDATA,1,0.103                          ! constante de Mooney-Rivlin C1 en MPa
TBDATA,2,0.442                          ! constante de Mooney-Rivlin C2 en MPa

! paire de contact: bouteille-joint
ET,2,TARGE169                          ! surface rigide: bouteille
R,2,,,5,,0.01                           ! constante associée
ET,3,CONTA171                           ! surface déformable: joint

! données géométriques de l'éprouvette
lgr=25.1/2                              ! demi-diamètre en mm
htr=13.9/2                              ! demie hauteur en mm
dyl=4.80/2                              ! demie distance d'écrasement en mm
ndp=10                                  ! nombre de pas

! modélisation de l'éprouvette
RECTNG,0,lgr,0,htr                      ! rectangle de largeur lgr et de hauteur htr
ESIZE,1/2                                ! dimension des éléments (environ 1 mm de côté)
TYPE,1
MAT,1
ASEL,S,,,1
AMESH,ALL

! modélisation de la ligne de contact rigide
max                                     ! macro de détermination des numéros maximum de toutes les
                                         ! entités

K,kmax+1,0,HTR
K,kmax+2,LGR*1.5,HTR
NUMSTR,LINE,lmax+1

```

```

L,kmax+1,kmax+2
LESIZE,lmax+1,..,1
LSEL,S,..lmax+1
TYPE,2
REAL,2
LMESH,ALL
! modélisation de la ligne de contact flexible
LSEL,S,LOC,Y,ht-0.001,ht+0.001
TYPE,3
REAL,2
LMESH,ALL

! conditions frontières
LSEL,S,LOC,Y,-0.001,0.001
NSLL,S,1
D,ALL,UY,0
LSEL,S,LOC,X,-0.001,0.001
NSLL,S,1
D,ALL,UX,0
ALLS
EPLOT
FINISH

/SOLU

! SOLUTION OPTIONS
! paramètres de solution
CNVTOL,F,..-1 ! critère de convergence
NLGEOM,1
NROPT,FULL, ,
EQLV,FRONT, ,0,
TIME,1
AUTOTS,1
NSUBST,10,0,0,0
KBC,0
SOLCONTROL,ON,1
OUTRES,,1 ! écrit la solution pour chaque pas

! descente du plongeur en déplacement (sol>=1)
*IF,sol,GT,0,THEN
  dy=0
  *DO,J,1,ndp
    ALLS
    ESEL,S,TYPE,,2
    NSLE,S
    dy=dy-dyt/ndp
    D,ALL,UY,dy
    ALLS
    NSUBST,7,40
    SOLVE
  *ENDDO
*ENDIF ! fin de sol>=1

```

```
*IF,sol,GT,0,THEN
  /POST1
  ETAB,rm,ls,1
  PLDISP,2
  PLNS,U,Y,2
  AVPRIN,0,0,
  PLNSOL,S,EQV,0,1
  ALLS
  ESEL,S,TYPE,,3
  NSLE
  sejy,1,ndp,1,htr,3.14159*lgr**2,1 ! calcul des contraintes
*ENDIF ! fin de sol>0
```

A.5 Fichier des paramètres de maillage axisymétrique *Cmail2D.log*

/PREP7

! constantes de maillage des lignes

! ***** na=9, nn=10, nc=1, 2 ou 3: pas d'erreur de forme *****

! ***** na=9, nn=15, nc=1, 2 ou 3: pas d'erreur de forme *****

na=9	! nbre d'él. autour de y
nn=10	! nbre d'él. pour capnezc.prt (plan xy)
nc=2	! nbre d'él. dans l'épaisseur de la capsule
nj1=3	! nbre d'él. pour jcapci.prt (plan xy)
nj2=4	! nbre d'él. pour jcapce.prt (selon x)
nsc1=6	! nbre d'él. pour secteur avant joint (lignes radiales)
nsc2=3	! nbre d'él. pour secteur en coin (lignes radiales)
nry=2	! nbre d'él. pour les surfaces rigides (autour de y)
nrz=	! nbre d'él. pour les surfaces rigides (autour de z)
nd=1	! nbre d'él. pour les surfaces rigides (droites)
np=10	! nbre d'él. pour les surfaces rigides (plongeur)
nb1=2	! nbre d'él. pour la bouteille avec le joint (lignes radiales)
nb2=2	! nbre d'él. pour la bouteille avec la capsule (lignes radiales)
ns=3	! nbre d'él. pour le sertisseur (lignes radiales)

! capsule: type d'élément et matériau

ET,1,PLANE42

KEYOPT,1,3,1

MP,EX,1,200000

MP,NUXY,1,0.3

TB,BKIN,1

TB,DATA,1,265.0

! option axisymétrique

! module d'élasticité en MPa

! coefficient de Poisson

! écrouissage cinématique bi-linéaire

! limite élastique et module tangent en MPa

! joint: type d'élément et matériau

ET,2,HYPER56

KEYOPT,2,3,1

MP,NUXY,2,0.47

TB,HYPER,2

TB,DATA,1,0.103

TB,DATA,2,0.442

! coefficient de Poisson

! Constantes de Mooney-Rivlin en MPa

! constante C1 en MPa

! constante C2 en MPa

! paire de contact: bouteille-joint

ET,3,TARGE169

R,3,,,15,,0.01

ET,4,CONTA171

! surface rigide: bouteille

! constante associée

! surface déformable: joint

! paire de contact: plongeur-capsule

ET,5,TARGE169

! surface rigide: plongeur

R.5,..0.01,..0.05 ! constante associée
 ET,6,CONTA171 ! surface déformable: capsule

! paire de contact: bouteille-capsule
 ET,7,TARGE169 ! surface rigide: bouteille
 R.7,..0.3 ! constante associée
 ET,8,CONTA171 ! surface déformable: capsule, jupe interne

! paire de contact: sertisseur-capsule
 ET,9,TARGE170 ! surface rigide: sertisseur
 R.9,..0.3 ! constante associée
 ET,10,CONTA173 ! surface déformable: jupe externe

! élément de type 11: ressort mou pour le maintien de l'équilibre
 ET,11,LINK1
 R,11,1 ! section en mm²
 ! caractéristiques du matériau du ressort mou
 MP,EX,11,5 ! module d'élasticité en MPa

FINISH

A.6 Fichier pour la simulation axisymétrique *Capaxis.log*

```

FINISH                                ! met fin à une session Ansys précédente
/CLEAR                                ! réinitialise la base de données

!sol=0                                ! si sol=0, arrêt avant les étapes de solution
!sol=1                                ! si sol=1, descente du plongeur

sol=1                                  ! variable pour l'exécution des étapes de solution
boutl=0                                ! variable pour la géométrie de bouteille
!      (boutl=1 ==> géométrie bouteille)
!      (boutl=0 ==> plan horizontal)

! maillage combiné de capnez et scapc3

/AUX15
IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,cjch_cap_nez5,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
LPLOT
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/PNUM,KP,1
/NUM,1

IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,scapc5_asm,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
LPLOT

IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,jcapc5_asm,igs,d:\mesdocs\proe\
!*
LPLOT

```



```
IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,btl05.igs.d:\mesdocs\proe\
!*
LPLOT

IOPTN,IGES,ALTERNATE
!*
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,GTOLER,0.001
IGESIN,plgc5.igs.d:\mesdocs\proe\
!*
/REPLOT

FINISH

! fichier des constantes de maillage
/INPUT,cmail12d.log.d:\mesdocs\ansys\cap\

/PREP7

*IF,boutl,GT,0,THEN
  /TITLE, modelisation axisymetrique avec bouteille
*ELSE
  /TITLE, modelisation axisymetrique sur face plane
*ENDIF

ALLS
APLOT
ASEL,S,LOC,Z,-0.001,0.001
ASEL,INVE
ADELE,ALL
ALLS
APLOT

LPLOT
LSEL,S,LOC,Z,-0.001,0.001
LSEL,INVE
LDEL,ALL
ALLS
LPLOT

KPLOT
KSEL,S,LOC,Z,-0.001,0.001
KSEL,INVE
KDELE,ALL
```

ALLS
kplot

ASEL,ALL
LSLA
KSLL
KSEL,INVE
KDELE,ALL
ALLS
/REPLOT

/VIEW, 1 ...1
/ANG, 1
/REP,FAST

APLOT

! compresse les numéros de toutes les entités

NUMCMP,kp
NUMCMP,line
NUMCMP,area
NUMCMP,volu

! maillage des lignes du joint

FLST,5,15,5,ORDE,5

FITEM,5,4

FITEM,5,-7

FITEM,5,15

FITEM,5,22

FITEM,5,-31

ASEL,R, , .P51X

LSLA

LESIZE,ALL,...nj1

ALLS

LPLOT

!*

! maillage des lignes de la capsule en contact

! avec le joint

LPLOT

FLST,5,11,4,ORDE,11

FITEM,5,35

FITEM,5,39

FITEM,5,44

FITEM,5,48

FITEM,5,51

FITEM,5,55

FITEM,5,62

FITEM,5,67

FITEM,5,70

FITEM,5,75

FITEM,5,80

LSEL,R, , .P51X

LESIZE.ALL,,,nj1
ALLS

! maillage des lignes de la jupe
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,6
LCOMB,P51X, ,0
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,5
LCOMB,P51X, ,0
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,4
FITEM,2,7
LCOMB,P51X, ,0
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,4
FITEM,2,8
LCOMB,P51X, ,0
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,4
LSEL,R, , ,P51X
LESIZE.ALL,,,nn
ALLS

! maillage des lignes des secteurs capsule
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,29
FITEM,5,31
LSEL,R, , ,P51X
LESIZE.ALL,,,nsc1
ALLS

FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,10
FITEM,5,12
LSEL,R, , ,P51X
LESIZE.ALL,,,nsc2
ALLS

! division des lignes dans l'épaisseur de la capsule
FLST,5,15,4,ORDE,15
FITEM,5,1
FITEM,5,3
FITEM,5,9
FITEM,5,11
FITEM,5,30
FITEM,5,36
FITEM,5,40
FITEM,5,45

```

FITEM,5,50
FITEM,5,53
FITEM,5,57
FITEM,5,61
FITEM,5,66
FITEM,5,72
FITEM,5,77
LSEL,R,,P51X
lesize,all,,,nc
alls

! maillage de la bouteille
max
*IF,boutl,EQ,1,THEN
    ! maillage des lignes de la bouteille
    FLST,5,3,4,ORDE,2
    FITEM,5,21
    FITEM,5,-23
    LSEL,R,,P51X
    LESIZE,ALL,,,nb1
    ALLS
*ELSE
    K,kmax+1,kx(10)-1,ky(26),
    K,kmax+2,kx(44),ky(26),
    NUMSTR,LINE,lmax+1
    L,kmax+1,kmax+2
    ALLS
*ENDIF

! maillage de la capsule
ALLS
/PNUM,KP,0
/PNUM,AREA,1
/NUM,0
APLOT
FLST,5,14,5,ORDE,5
FITEM,5,3
FITEM,5,8
FITEM,5,-14
FITEM,5,16
FITEM,5,-21
ASEL,R,,P51X
AATT,1,,1.0
FLST,5,14,5,ORDE,5
FITEM,5,3
FITEM,5,8
FITEM,5,-14
FITEM,5,16
FITEM,5,-21
CM,_Y,AREA
ASEL,.,.,P51X

```

```

CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,-1
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2
!*
/NUM,1
!*
/PNUM,MAT,1
/REPLOT
!*
ALLS

! maillage du joint
aplot
/ZOOM,1,RECT,0.403356,0.476937,1.139280,0.151585
FLST,5,15,5,ORDE,5
FITEM,5,4
FITEM,5,-7
FITEM,5,15
FITEM,5,22
FITEM,5,-31
ASEL,R,,P51X
AATT,2,,2,0
FLST,5,15,5,ORDE,5
FITEM,5,4
FITEM,5,-7
FITEM,5,15
FITEM,5,22
FITEM,5,-31
CM,_Y,AREA
ASEL,...,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDEL,_Y
CMDEL,_Y1
CMDEL,_Y2
!*
ALLS

```

```

! maillage des contacts entre bouteille et joint
! contact bouteille
*IF,boutl,EQ,1,THEN
    LPLOT
    FLST,5,3,4,ORDE,2
    FITEM,5,21
    FITEM,5,-23
    LSEL,R,,P51X
    LATT,,3,3,0
    FLST,2,3,4,ORDE,2
    FITEM,2,21
    FITEM,2,-23
    LMESH,P51X
    ALLS
*ELSE
    LSEL,R,,89
    LATT,,3,3,0
    LMESH,89
    /PSYMB,ESYS,1
    ESURF,,REVERSE
    /REP
    /PSYMB,ESYS,0
    ALLS
*ENDIF

! contact joint
FLST,5,9,4,ORDE,9
FITEM,5,16
FITEM,5,37
FITEM,5,46
FITEM,5,58
FITEM,5,63
FITEM,5,68
FITEM,5,82
FITEM,5,86
FITEM,5,88
LSEL,R,,P51X
LATT,,3,4,0
FLST,2,9,4,ORDE,9
FITEM,2,16
FITEM,2,37
FITEM,2,46
FITEM,2,58
FITEM,2,63
FITEM,2,68
FITEM,2,82
FITEM,2,86
FITEM,2,88
LMESH,P51X
alls

! maillage des contacts entre capsule et plongeur

```

```
! contact plongeur
alls
LSEL,R. . . 28
LATT,,5.5,0
TSHAP,arc
LMESH. 28
ALLS
```

```
! contact capsule
FLST,5.11,4,ORDE,11
FITEM,5.10
FITEM,5.31
FITEM,5.35
FITEM,5.39
FITEM,5.44
FITEM,5.48
FITEM,5.51
FITEM,5.55
FITEM,5.62
FITEM,5.67
FITEM,5.70
LSEL,R. . .P51X
LATT,,5.6,0
FLST,2.11,4,ORDE,11
FITEM,2.10
FITEM,2.31
FITEM,2.35
FITEM,2.39
FITEM,2.44
FITEM,2.48
FITEM,2.51
FITEM,2.55
FITEM,2.62
FITEM,2.67
FITEM,2.70
LMESH,P51X
ALLS
```

```
! maillage du ressort mou
TYPE,11
MAT,11          ! caractéristiques du matériau n°3
REAL,11
*IF,boutl,EQ,1,THEN
    K,kmax+1,0.0
    NUMSTR,LINE,lmax+1
    L,kmax+1,1
    LSEL,S,,lmax+1
    LESIZE,lmax+1,,1
    LATT,11,11,11
    LMESH,lmax+1
    DK,kmax+1,ALL,
    ALLS
```

```

*ELSE
    K,kmax+3,0,0
    NUMSTR,LINE,lmax+2
    L,kmax+3,1
    LSEL,S,,,lmax+2
    LESIZE,lmax+2,,,1
    LATT,11,11,11
    LMESH,lmax+2
    DK,kmax+3,ALL,
    ALLS
*ENDIF
eplot

/SOLU

! SOLUTION OPTIONS
! paramètres de solution
CNVTOL,F,,,,-1      ! critère de convergence
NLGEOM,1
NROPT,FULL, .
EQSLV,FRONT, .0,
TIME,1
AUTOTS,1
NSUBST,10,0,0,0
KBC,0
SOLCONTROL,ON,1
OUTRES,,1          ! écrit la solution pour chaque pas

*IF,sol,GT,0,THEN
    ! descente du plongeur en déplacement (sol<=1)
    dy=0
    *IF,boutl,EQ,1,THEN
        npd=11
    *ELSE
        npd=8
    *ENDIF
    *DO,J,1, npd
        ALLS
        ESEL,S,TYPE,,5
        NSLE,S
        dy=dy-0.05
        D,ALL,UY,dy
        ALLS
        NSUBST,7,40
        SOLVE
    *ENDDO
*ENDIF ! fin de sol>=1

*IF,sol,GT,0,then
    /POST1
    ETAB,rm,LS,1

```



```
PLDISP,2
PLNS,U,Y,2
AVPRIN,0,0,
PLNSOL,S,EQV,0,1
ALLS
ESEL,S,TYPE,,4
NSLE
fdjy,1,1,1,1
*ENDIF ! fin de sol>0
```

ANNEXE B
Macros utilisées dans Ansys®

B.1 Macro de descente du plongeur *descplgr.mac*

```

! macro descplgr.mac
! macro de descente du plongeur

! arg1: déplacement initial           (>0, 0 par défaut)
! arg2: déplacement final            (>0, 0 par défaut)
! arg3: nombre de pas de déplacement (1 par défaut)
! arg4: nombre d'itérations initiales (7 par défaut)
! arg5: nombre d'itérations maximum  (200 par défaut: nsubst,7,200)

! exemple: descplgr.0.1.0.2,2,7,40

! valeur par défaut du déplacement initial
*IF,arg1,EQ,0,THEN
  ar11 = 0
*ELSE
  ar11 = arg1
  *IF,ar11,LT,0,THEN
    ar11=-ar11
  *ENDIF
*ENDIF

! valeur par défaut du déplacement final
*IF,arg2,EQ,0,THEN
  ar12 = ar11
*ELSE
  ar12 = arg2
  *IF,ar12,LT,0,THEN
    ar12=-ar12
  *ENDIF
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre de pas de déplacement
*IF,arg3,EQ,0,THEN
  ar13 = 1
*ELSE
  ar13 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre d'itérations initiales
*IF,arg4,EQ,0,THEN
  ar14 = 7
*ELSE
  ar14 = arg4
*ENDIF

```

```
! valeur par défaut du nombre d'itérations maximum
*IF,arg5,EQ,0,THEN
    ar15 = 200
*ELSE
    ar15 = arg5
*ENDIF

! descente du sertisseur
ddy=(ar12-ar11)/ar13
dy=-ar11
*DO,J,1,ar13
    ALLS
    ESEL,S,TYPE,,5
    NSLE,S
    dy=dy-ddy
    D,ALL,UY,dy
    ALLS
    NSUBST,ar14,ar15
    SOLVE
*ENDDO
```

B.2 Macro de descente de la gorge de sertissage *descsert.mac*

```

! macro descsert.mac
! macro de descente du sertisseur

! arg1: déplacement initial           (>0, 0 par défaut)
! arg2: déplacement final            (>0, 0 par défaut)
! arg3: nombre de pas de déplacement (1 par défaut)
! arg4: nombre d'itérations initiales (7 par défaut)
! arg4: nombre d'itérations maximum  (200 par défaut: nsubst.7,200)

! exemples: descsert,0.5,8,75,5,30
!           descsert,1.3,1.4,1,7,200

! valeur par défaut du déplacement initial
*IF,arg1,EQ,0,THEN
  arl1 = 0
*ELSE
  arl1 = arg1
  *IF,arl1,LT,0,THEN
    arl1=-arl1
  *ENDIF
*ENDIF

! valeur par défaut du déplacement final
*IF,arg2,EQ,0,THEN
  arl2 = arl1
*ELSE
  arl2 = arg2
  *IF,arl2,LT,0,THEN
    arl2=-arl2
  *ENDIF
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre de pas de déplacement
*IF,arg3,EQ,0,then
  arl3 = 1
*ELSE
  arl3 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre d'itérations initiales
*IF,arg4,EQ,0,THEN
  arl4 = 7
*ELSE
  arl4 = arg4
*ENDIF

```

```
! valeur par défaut du nombre d'itérations maximum
*IF,arg5,EQ,0,THEN
  ar15 = 200
*ELSE
  ar15 = arg5
*ENDIF

ddy=(ar12-ar11)/ar13
dy=-ar11
*DO,J,1,ar13
  ALLS
  ESEL,S,TYPE,,9
  NSLE,S
  dy=dy-ddy
  D,ALL,UY,dy
  ALLS
  NSUBST,ar14,ar15
  SOLVE
*ENDDO
```

B.3 Macro de remontée de la gorge de sertissage *remosert.mac*

```

! macro remosert.mac
! macro de remontée du sertisseur

! arg1: déplacement initial           (>0, 0 par défaut)
! arg2: déplacement final            (>0, 0 par défaut)
! arg3: nombre de pas de déplacement (1 par défaut)
! arg4: nombre d'itérations initiales (7 par défaut)
! arg4: nombre d'itérations maximum  (200 par défaut: nsubst,7,200)

! exemples: remosert,8,1,35,7,200
!           remosert,8,7.8,1,5,20

! valeur par défaut du déplacement initial
*IF,arg1,EQ,0,THEN
  arl1 = 0
*ELSE
  arl1 = arg1
  *IF,arl1,LT,0,THEN
    arl1=-arl1
  *ENDIF
*ENDIF

! valeur par défaut du déplacement final
*IF,arg2,EQ,0,THEN
  arl2 = arl1
*ELSE
  arl2 = arg2
  *IF,arl2,LT,0,THEN
    arl2=-arl2
  *ENDIF
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre de pas de déplacement
*IF,arg3,EQ,0,THEN
  arl3 = 1
*ELSE
  arl3 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre d'itérations initiales
*IF,arg4,EQ,0,THEN
  arl4 = 7
*ELSE
  arl4 = arg4
*ENDIF

```

```
! valeur par défaut du nombre d'itérations maximum
*IF,arg5,EQ,0,THEN
    ar15 = 200
*ELSE
    ar15 = arg5
*ENDIF

ddy=abs(ar12-ar11)/ar13
dy=-ar11
*DO,J,1,ar13
    ALLS
    ESEL,S,TYPE,,9
    NSLE,S
    dy=dy+ddy
    D,ALL,UY,dy
    ALLS
    NSUBST,ar14,ar15
    SOLVE
*ENDDO
```


B.4 Macro de remontée du plongeur *remoplgr.mac*

```

! macro remoplgr.mac
! macro de remontée du plongeur

! arg1: position initiale           (0 par défaut)
! arg2: position finale             (0 par défaut)
! arg3: nombre de pas de déplacement (1 par défaut)
! arg4: nombre d'itérations initiales (7 par défaut)
! arg5: nombre d'itérations maximum (200 par défaut: nsubst,7,200)

! exemples: remoplgr.-0.5,0.5,10,7,200
!           remoplgr.-0.5,-0.45,1,5,20

! valeur par défaut du déplacement initial
*IF,arg1,EQ,0,THEN
  ar11 = 0
*ELSE
  ar11 = arg1
*ENDIF

! valeur par défaut du déplacement final
*IF,arg2,EQ,0,THEN
  ar12 = ar11
*ELSE
  ar12 = arg2
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre de pas de déplacement
*IF,arg3,EQ,0,THEN
  ar13 = 1
*ELSE
  ar13 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre d'itérations initiales
*IF,arg4,EQ,0,THEN
  ar14 = 7
*ELSE
  ar14 = arg4
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre d'itérations maximum
*IF,arg5,EQ,0,THEN
  ar15 = 200
*ELSE
  ar15 = arg5

```

```
*ENDIF  
  
ddy=abs(ar12-ar11)/ar13  
dy=ar11  
*DO,J,1,ar13  
ALLS  
    ESEL,S,TYPE,,5  
    NSLE,S  
    dy=dy+ddy  
    D,ALL,UY,dy  
    ALLS  
    NSUBST,ar14,ar15  
    SOLVE  
*ENDDO
```

B.5 Macro d'application de la pression interne *applpint.mac*

```

! macro applpint.mac
! applique la pression interne dans l'assemblage capsule-bouteille

! arg1: pression initiale appliquée           (0 par défaut)
! arg2: pression finale appliquée           (1 par défaut)
! arg3: nombre de pas pour appliquer la pression (1 par défaut)
! arg4: nombre d'itérations initiales       (7 par défaut)
! arg5: nombre d'itérations maximum        (200 par défaut: nsubst,7,200)

! exemple: applpint,0.1,10,5,30
! applique en dix étapes de 0.1 MPa une pression de 0 à 1 MPa

! valeur par défaut de la pression initiale
*IF,arg1,EQ,0,THEN
    ar11 = 0
*ELSE
    ar11 = arg1
*ENDIF

! valeur par défaut de la pression finale
*IF,arg2,EQ,0,THEN
    ar12 = 1
*ELSE
    ar12 = arg2
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre de pas de déplacement
*IF,arg3,EQ,0,THEN
    ar13 = 1
*ELSE
    ar13 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre d'itérations initiales
*IF,arg4,EQ,0,THEN
    ar14 = 7
*ELSE
    ar14 = arg4
*ENDIF

! valeur par défaut du nombre d'itérations maximum
*IF,arg5,EQ,0,THEN
    ar15 = 200
*ELSE
    ar15 = arg5

```

```
*ENDIF  
  
py=ar11  
dp=(ar12-ar11)/ar13  
*DO,J,1,ar13  
  ALLS  
  FLST,5,4,5,ORDE,4  
  FITEM,5,125  
  FITEM,5,136  
  FITEM,5,144  
  FITEM,5,151  
  ASEL,R, ,.P51X  
  NSLA,S,1  
  py=py+dp  
  SF,ALL,PRES,py  
  ALLS  
  NSUBST,ar14,ar15  
  SOLVE  
*ENDDO
```

B.6 Macro de calcul de la force appliquée sur le joint en fonction du déplacement vertical *fdjy.mac*

```

! macro fdjy.mac
! boucle d'affichage des résultats graphiques
! de la force appliquée en fonction du déplacement vertical

! arg1: premier pas de calcul          (1 par défaut)
! arg2: dernier pas de calcul         (ar11 par défaut)
! arg3: incrément entre les pas      (1 par défaut)
! arg4: affichage du résultat
!     pas d'affichage graphique: arg4=0 (défaut)
!     affichage graphique:      arg4=1

! exemple: fdjy,1,15,2,1

! valeur par défaut du premier set (1)
*IF,arg1,EQ,0,THEN
    ar11 = 1
*ELSE
    ar11 = arg1
*ENDIF

! valeur par défaut du dernier set (ar11)
*IF,arg2,EQ,0,THEN
    ar12 = ar11
*ELSE
    ar12 = arg2
*ENDIF

! valeur par défaut de l'incrément (1)
*IF,arg3,EQ,0,THEN
    ar13 = 1
*ELSE
    ar13 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut de l'affichage (pas d'affichage)
*IF,arg4,EQ,0,THEN
    ar14 = 0
*ELSE
    ar14 = arg4
*ENDIF

! dimension du tableau des résultats
jy=
r=MOD(ar12-ar11,ar13)

```

```

*IF,r,NE,0,THEN
    nl=1+(ar12-ar11-r)/ar13
*ELSE
    nl=1+(ar12-ar11)/ar13
*ENDIF
*DIM,jy,TABLE,nl,2

! boucle de calcul
i=0
*GET,nody,NODE,0,NUM,MIN
*DO,j,ar11,ar12,ar13
    i=i+1
    SET,j
    jy(i,1)=-UY(nody)
    FSUM
    *GET,jy(i,2),FSUM,,ITEM,FY
*ENDDO

! affichage graphique
*IF,ar14,EQ,1,THEN
    /AXLAB,X,deplacement vertical
    /AXLAB,Y,force totale
    /TLABEL,-0.5,0.8,force totale sur le joint selon y
    *VPLOT,jy(1,1),jy(1,2)
*ENDIF

! enregistre les données dans fdjy.txt
/INPUT,ansuitmp
!*
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,fdjy.txt, .
*VWRITE,jy(1,1),jy(1,2)
(2F14.7)
*CFCLOS
*END

```

B.7 Macro de calcul de la force appliquée sur le joint en fonction de la pression interne *pajy.mac*

```

! macro fjpa.mac
! boucle d'affichage des résultats graphiques
! de la force sur le joint en fonction de la pression appliquée

! arg1: premier pas de calcul          (1 par défaut)
! arg2: dernier pas de calcul         (ar11 par défaut)
! arg3: incrément entre les pas       (1 par défaut)
! arg4: affichage du résultat
!     pas d'affichage graphique:      arg4=0 (défaut)
!     affichage graphique:           arg4=1

! exemple: pajy,120,133,1,1

! valeur par défaut du premier set (1)
*IF,arg1,EQ,0,THEN
    ar11 = 1
*ELSE
    ar11 = arg1
*ENDIF

! valeur par défaut du dernier set (ar11)
*IF,arg2,EQ,0,THEN
    AR12 = ar11
*ELSE
    AR12 = arg2
*ENDIF

! valeur par défaut de l'incrément (1)
*IF,ARG3,EQ,0,THEN
    AR13 = 1
*ELSE
    ar13 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut de l'affichage (pas d'affichage)
*IF,arg4,EQ,0,THEN
    ar14 = 0
*ELSE
    ar14 = arg4
*ENDIF

! dimension du tableau des résultats
pajy=
r=MOD(ar12-ar11,ar13)

```

```

*IF,r,NE,0,THEN
    nl=1+(ar12-ar11-r)/ar13
*ELSE
    nl=1+(ar12-ar11)/ar13
*ENDIF
*DIM,pajy,TABLE,nl,2

ALLS
! boucle de calcul
i=0
papp=
*DO,j,AR11,AR12,AR13
    i=i+1                                ! incrément de la table des résultats
    SET,j                                  ! solution étape j
    ASEL,S,AREA,,151                       ! volume 17
    NSLA                                    ! sélection des noeuds associés à l'aire 151
    ESLN                                    ! sélection des éléments associés
    min                                     ! numéro min des éléments sélectionnés
    ETAB,P3,SMISC,18                       ! table de la pression appliquée au noeud I de la facette 3 des
                                           ! éléments
    *GET,papp,ETAB,I,ELEM,emax             ! papp=colonne de la table, élément emax au noeud I
    pajy(i,1)=papp                         ! enregistrement de la pression appliquée dans pajy 1ère
                                           ! colonne
    ALLS                                    ! restitution de toutes les entités
    ESEL,S,TYPE,,4                         ! sélection des éléments de contact du joint
    NSLE                                    ! sélection des noeuds associés
    FSUM                                    ! sommation des forces aux noeuds
    *GET,fay,FSUM,,ITEM,FY                 ! force totale ressentie selon y
    pajy(i,2)=fay                          ! enregistrement de la force totale dans pajy 2ème colonne
    ALLS                                    ! restitution de toutes les entités
*ENDDO

! affichage graphique
*if,AR14,eq,1,then
    /AXLAB,X,pression appliquee
    /AXLAB,Y,force globale sur le joint
    /TLABEL,-0.5,0.8,force globale sur le joint-pression interne
    *VPLOT,pajy(1,1),pajy(1,2)
*ENDIF

! enregistre les données dans pajy.txt
/INPUT,ansuitmp
!*
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,pajy,txt, .
*VWRITE,pajy(1,1),pajy(1,2)
(2F14.7)
*CFCLOS
*END

```


B.8 Macro d'affichage par pas des résultats graphiques *afr.mac*

```

! macro afr.mac
! boucle d'affichage des résultats graphiques

! arg1: premier pas à afficher          (1 par défaut)
! arg2: dernier pas à afficher         (arg1 par défaut)
! arg3: incrément entre les pas        (1 par défaut)
! arg4: affichage du dernier pas d'équilibre si désiré
!       si oui, arg4=1, 0 sinon
! arg5: attend l'ordre de l'utilisateur pour continuer
!       arg5=0 ==> n'attend pas (par défaut)
!       arg5=1 ==> attend

! exemple: afr,1,15,2,1,1

! valeur par défaut du premier set (1)
*IF,arg1,EQ,0,THEN
    ar11 = 1
*ELSE
    ar11 = arg1
*ENDIF

! valeur par défaut du dernier set (ar11)
*IF,arg2,EQ,0,THEN
    ar12 = ar11
*ELSE
    ar12 = arg2
*ENDIF

! valeur par défaut de l'incrément (1)
*IF,arg3,EQ,0,THEN
    ar13 = 1
*ELSE
    ar13 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut: non-affichage du dernier set
*IF,arg4,EQ,0,THEN
    ar14 = 0
*ELSE
    ar14 = arg4
*ENDIF

! valeur par défaut: affichage en continu
*IF,arg5,EQ,0,THEN
    ar15 = 0

```

```
*ELSE
    ar15 = arg5
*ENDIF

! boucle d'affichage
*DO,j,ar11,ar12,ar13
    SET,j
    /REPLOT
    *IF,ar15,EQ,1,THEN
        *ASK,stop, 0 for automatic,1
        *IF,stop,EQ,0,THEN
            ar15=0
        *ENDIF
    *ENDIF
*ENDDO

! affichage du dernier pas
*IF,ar14,EQ,1,THEN
    SET,LAST
    /REPLOT
*ENDIF
```

B.9 Macro de calcul des contraintes sur l'éprouvette *sejy.mac*

```

! macro sejy.mac
! boucle d'affichage des résultats graphiques
! de la contrainte appliquée en fonction la déformation ("engineering")

! arg1: premier pas de calcul          (1 par défaut)
! arg2: dernier pas de calcul         (ar11 par défaut)
! arg3: incrément entre les pas      (1 par défaut)
! arg4: longueur initiale
! arg5: section initiale
! arg6: affichage du résultat
!   pas d'affichage graphique: arg6=0  (défaut)
!   affichage graphique:   arg6=1

! exemple: sejy,1,15,2,10,1.5,1

! valeur par défaut du premier set (1)
*IF,arg1,EQ,0,THEN
    ar11 = 1
*ELSE
    ar11 = arg1
*ENDIF

! valeur par défaut du dernier set (ar11)
*IF,arg2,EQ,0,THEN
    ar12 = ar11
*ELSE
    ar12 = arg2
*ENDIF

! valeur par défaut de l'incrément (1)
*IF,arg3,EQ,0,THEN
    ar13 = 1
*ELSE
    ar13 = arg3
*ENDIF

! valeur par défaut de la longueur (1)
*IF,arg4,EQ,0,THEN
    ar14 = 1
*ELSE
    ar14 = arg4
*ENDIF

! valeur par défaut de la surface (1)
*IF,arg5,EQ,0,THEN

```

```

        ar15 = 1
*ELSE
        ar15 = arg5
*ENDIF

! valeur par défaut de l'affichage (pas d'affichage)
*IF,arg6,EQ,0,THEN
        ar16 = 0
*ELSE
        ar16 = arg6
*ENDIF

! dimension du tableau des résultats
jy=
r=MOD(ar12-ar11,ar13)
*IF,r,NE,0,THEN
        nl=1+(ar12-ar11-r)/ar13
*ELSE
        nl=1+(ar12-ar11)/ar13
*ENDIF
*DIM,jy,TABLE,nl,2

! boucle de calcul
i=0
*GET,nody,NODE,0,NUM,MIN ! enregistrement du n° du nœud de référence dans nody
*DO,j,ar11,ar12,ar13
        i=i+1 ! n° de la ligne du tableau
        SET,j ! n° du pas de solution
        jy(i,1)=UY(nody)/ar14 ! enregistrement de la déformation selon y de nody
        FSUM ! somme globale des forces aux nœuds sélectionnés
        *GET,fay,FSUM,,ITEM,FY ! enregistrement de la force globale selon y dans fay
        jy(i,2)=fay/ar15 ! enregistrement de la contrainte selon y
*ENDDO

! affichage graphique
*IF,ar16,EQ,1,THEN
        /AXLAB,X,deformation
        /AXLAB,Y,contrainte moyenne
        /TLABEL,-0.5,0.8,contrainte-deformation (engineering)
        *VPLOT,jy(1,1),jy(1,2)
*ENDIF

! enregistre les données dans le fichier jy.txt
/INPUT,ansuitmp
!*
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,jy.txt,
*VWRITE,jy(1,1),jy(1,2)
(2F14.7)
*CFCLOS
*END

```

Annexe C
Programmes dans l'environnement MatLab®

C.1 Programme *MooneyRivlin2.m*

```

% calcul des 2 constantes de Mooney-Rivlin par
% régression linéaire
% pour ei, Si :  $S=2(C1+C2/ld)(ld-1/(ld^2))$  avec  $ld=1+e$ 
%
% en posant:  $y=S/(2(ld-1/ld^2))$  et  $x=1/ld$ 
% on a:  $y=C2x+C1$ 
%
% données d'entrée:
% déformation "engineering" L-L0/L0: ei
% contrainte "engineering" F/A0: Si
%
% réponse du programme:
% décalage en S à l'origine: C1
% pente de la droite: C2
%
% paramètres graphiques:
% affichage graphique de la régression: af (0 ou 1)
%
% syntaxe: [C1,C2]=mooneyrivlin2 (xi,yi,af);
% exemple: [C1,C2]=mooneyrivlin2 ([0:10:150]/100,[0 247 435 609 754 870 986 1088 1189 1276 1349
% 1421 1494 1566 1610 1668],1)
% exemples où 2 constantes sont insuffisantes:
% [C1,C2]=mooneyrivlin2 ([0 0.25 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 5.6],[0 5.9 7.15 8 8.9 10.5 12.85 15.9
% 18.6 22.1 25.7 30],1)
% [C1,C2]=mooneyrivlin2 ([0 0.25 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 5.6],[0 7.38 14.3 20 26.7 36.75 51.4
% 71.55 93 121.55 154.2 198],1)

function [C1,C2]=mooneyrivlin2 (ei,Si,af);

% changement de variables
ldi=1+ei;
xi=ldi;
c=[];
for i=1:length(ei)
    if 1-1/ldi(i)^3==0
        c=[c,i];
    else
        yi(i)=Si(i)/(2*(1-1/ldi(i)^3));
    end
end
xi(c)=[];
yi(c)=[];

% calcul de C1 et C2
[mx,nx]=size(xi);
if mx==1

```

```

        xi=xi';
    end
    [my,ny]=size(yi);
    if my==1
        yi=yi';
    end
    mx=[];nx=[];my=[];ny=[];
    n=length(xi);
    C1=(n*xi*yi-sum(xi)*sum(yi))/(n*xi*xi-sum(xi)^2);
    C2=(xi*xi*sum(yi)-sum(xi)*xi*yi)/(n*xi*xi-sum(xi)^2);
    % calcul du coefficient de détermination r^2
    yb=mean(yi);
    r2=sum((C1*xi+C2-yb).^2)/sum((yi-yb).^2);

    if af==1
        figure(1)
        plot(xi,yi,'b*',[min(xi);max(xi)],C1*[min(xi);max(xi)]+C2,'-r')
        if C1<0
            eqrl=[' y(x) = ',num2str(C1),'x',num2str(C2)];
        else
            eqrl=[' y(x) = ',num2str(C1),'x+',num2str(C2)];
        end
        title(['régression linéaire:',eqrl,' r^2=',num2str(r2)])
        xlabel('x_i')
        ylabel('y_i, y(x)')
        legend('y_i','modèle linéaire',0)
        pause
        figure(2)
        er=linspace(min(ei),max(ei),2*n);
        ldr=1+er;
        Sr=2*(C1*ldr+C2).*(1-1./(ldr.^3));
        plot(ei,Si,'b*'.er,Sr,'-r')
        if C2<0
            eqmr=[' S(ld) = 2*(',num2str(C1),'ld ',num2str(C2),')*(1-1/ld^3)'];
        else
            eqmr=[' S(ld) = 2*(',num2str(C1),'ld +',num2str(C2),')*(1-1/ld^3)'];
        end
        title(['modèle Mooney-Rivlin:',eqmr])
        xlabel('déformation e')
        ylabel('contrainte calculées S_i, contrainte du modèle S(1+e)')
        legend('résultats MTS','Mooney-Rivlin',0)
        pause
        close all
    end
end

```

C.2 Programme *PoissonNewton.m*

```

% calcul du coefficient de Poisson
% à l'aide de la méthode de Newton

function PoissonNewton

% longueurs
L0=13.9;
Li=[12.82; 12.31; 11.80; 11.29; 10.78; 10.27; 9.76; 9.25];
% diamètres
D0=25.1;
% Di=[25.72; 26.26; 26.86; 27.53; 28.21; 28.90; 29.65; 30.50]*1.00202; ==> nuj = 0.47
Di=[25.72*1.006; 26.26*1.005; 26.86*1.003; 27.53; 28.21; 28.90; 29.65; 30.50]*1.001;

% transformation des variables
ai=Di/D0;
bi=L0./Li;
ci=log(bi);

% boucle de calcul
nuj=0.25;
nujpl=2*nuj;
j=0;
while abs(nuj-nujpl)>1e-9
    nuj=nujpl;
    nujpl=nuj-(sum(ai.*ci.*bi.^nuj)-sum(ci.*bi.^(2*nuj)))/(sum(ai.*ci.^2.*bi.^nuj)-
2*sum(ci.^2.*bi.^(2*nuj)));
    j=j+1;
end
disp(['nu_j = ',num2str(nuj)])
disp(['nu_0 = ',num2str(0.5)])
disp(['nombre d'itérations = ',int2str(j)])
% calcul du coefficient de détermination r²
yb=mean(ai);
fi=(L0./Li).^nuj;
r2=sum((fi-yb).^2)/sum((ai-yb).^2);

% résultats
Lx=linspace(L0,0.97*min(Li),50);
Dinc=D0*sqrt(L0./Lx);
Dlis=D0*(L0./Lx).^nuj;
plot(Li,Di,'*b'.Lx,Dlis,'-r'.Lx,Dinc,':k')
xlabel('L')
ylabel('D')
title(['coefficient de Poisson (lissage) = ',num2str(nuj),', r^2 = ',num2str(r2)])
legend('mesures','lissage','incompressible')
pause
close

```


C.3 Programme *EprAnsys.m*

```

% données d'écrasement d'un cylindre en composé à joint CST MG2
% pour capsule type OS
%
% éprouvette: L0=13.9 mm, D0=25.1 mm
% moulage avec composé à la sortie de l'extrudeur
% température: 383°F (lecture sur Raytek=157.6°C)
% moulage sous pression: 600lb/in²
%
% données MTS en continu dans le fichier henri2c.txt
% données MTS paliers dans le fichier henri2cp.txt

function epransys

% géométrie initiale
L0=13.9; % longueur initiale en mm
D0=25.1; % diamètre initial en mm

% lecture des données dans le fichier en continu
fid=fopen('d:\mesdocs\matlab\axys\datamts2\henri2c.txt');
Fu=fscanf(fid,'%*8s %g %g',[2 inf]);
fclose(fid);
Fu=Fu';

% tracé des données en continu
figure(1)
plot(Fu(:,2),Fu(:,1),'*r')
title('éprouvette')
xlabel('déplacement MTS en mm')
ylabel('force MTS en N')
pause

% lecture des données dans le fichier des paliers
fid=fopen('d:\mesdocs\matlab\axys\datamts2\henri2cp.txt');
Fup=fscanf(fid,'%*8s %g %g',[2 inf]);
fclose(fid);
Fup=Fup';

% calcul de la force moyenne sur un palier
F(1,1)=mean(Fup(1:123));
F(2,1)=mean(Fup(124:254));
F(3,1)=mean(Fup(255:391));
F(4,1)=mean(Fup(392:528));
F(5,1)=mean(Fup(529:652));
F(6,1)=mean(Fup(653:788));
F(7,1)=mean(Fup(789:912));
F(8,1)=mean(Fup(913:1029));
F(9,1)=mean(Fup(1030:1167));

```

```

F=[0;F];
% déplacement mesuré au 111ème point de chaque palier
d=[0.6;1.08;1.59;2.10;2.61;3.12;3.63;4.14;4.65];
d=[0;d];
disp(' ')
disp('déplacement-force appliquée')
disp(num2str([d,F]))

% diamètre mesuré à mi-hauteur
D=[0;25.72;26.26;26.86;27.53;28.21;28.9;29.65;30.5];
D=[D0;D];
disp(' ')
disp('variation du diamètre: déplacement, D mesuré, D inc.')
disp([d,D,D0*sqrt(L0./(L0-d))])

% calcul des variations de volume
V=(D.^2*pi/4).*(L0-d);
dV=V-(D0^2*pi/4)*L0;
dV_V=dV/(L0*D0^2*pi/4);

% déformations logarithmiques
drH=log(D(3:10)/D0);
ddH=log((-d(3:10)+L0)/L0);
-d(3:10)+L0
nu=-drH/ddH;
disp(' drH ddH nu dV/V');
disp([drH,ddH,nu,dV_V(3:10)])
disp(['nu moyen = ',num2str(mean(nu(2:7))]))

disp(['nu lissage = ',num2str(sum(drH)*sum(ddH))])

% tracé de la force en fonction du déplacement
figure(2)
plot(d,F,'-r')
title('éprouvette')
xlabel('déplacement MTS en mm')
ylabel('force MTS en N')
grid
pause

% tracé du diamètre en fonction du déplacement
figure(3)
dinc=linspace(min(d),max(d),2*length(d));
Dinc=D0*sqrt(L0./(L0-dinc));
plot(d(3:10),D(3:10),'*b',dinc,Dinc,'-r')
title('éprouvette: courbe d"incompressibilité et volume mesuré')
xlabel('déplacement MTS en mm')
ylabel('diamètre en mm')
pause

% calcul des déformations et des contraintes "engineering"

```

```

Seng=-4*F/(pi*D0^2);
eeng=-d/L0;
disp(' ')
disp('déformation-contrainte (engineering)')
disp([eeng,Seng])

% tracé des contraintes en fonction de la déformation
figure(4)
plot(eeng,Seng,'-b',eeng,Seng.*g')
title('éprouvette de compression')
xlabel('déformation')
ylabel('contrainte en MPa')
axis([-0.35 0 -2.5 0])
grid
pause

[C1,C2]=mooneyrivlin2(eeng,Seng,1);

% comparaison avec la simulation dans ansys (ESIZE,0.5)
sa=[ 0 0
-0.0344840 -0.1178113
-0.0689647 -0.2518933
-0.1034417 -0.4053676
-0.1379143 -0.5821060
-0.1723818 -0.7869490
-0.2068432 -1.0260002
-0.2412974 -1.3070271
-0.2757429 -1.6400128
-0.3101780 -2.0379251
-0.3446002 -2.5178028
];
figure(5)
plot(sa(:,1),sa(:,2),'-b',eeng,Seng.*k')
title('éprouvette de compression')
xlabel('déformation')
ylabel('contrainte en MPa')
axis([-0.35 0 -2.5 0])
legend('Ansys','test MTS',0)
grid
pause

% fermeture des fenêtres graphiques
fermeture=input(' voulez-vous garder les fenêtres graphiques <0>ui ou <n>on? ','s');
if isempty(fermeture)==0
    if fermeture=='n'
        close all
    end
end
end

```

C.4 Programme de régression linéaire *Rlh.m*

```

% régression linéaire
% pour xi, yi: y=a*x+b
%
% données d'entrée:
% vecteur de la variable indépendante: xi
% vecteur de la variable dépendante: yi
%
% réponse du programme:
% pente de la droite:      a
% décalage en y à l'origine:  b
% coefficient de détermination:  r2
%
%
% paramètres graphiques:
% affichage graphique de la régression: af (0 ou 1)
%
% syntaxe: [a,b,r2]=rlh(xi,yi,af);
% exemple: [k,df,r2kd]=rlh([0.1;0.2;0.4;0.8;1.2;1.5;3.0;4.5;5.1],[3;6;12;23;34;42;84;125;142],1)

function [a,b,r2]=rlh(xi,yi,af);

% calcul de a et b
[mx,nx]=size(xi);
if mx==1
    xi=xi';
end
[my,ny]=size(yi);
if my==1
    yi=yi';
end
mx=[];nx=[];my=[];ny=[];
n=length(xi);
a=(n*xi'*yi-sum(xi)*sum(yi))/(n*xi'*xi-sum(xi)^2);
b=(xi'*xi*sum(yi)-sum(xi)*xi'*yi)/(n*xi'*xi-sum(xi)^2);

% calcul du coefficient de détermination r²
yb=mean(yi);
r2=sum((a*xi+b-yb).^2)/sum((yi-yb).^2);

if af==1
    plot(xi,yi,'b*',[min(xi);max(xi)],a*[min(xi);max(xi)]+b,'-r')
    if b<0
        eq=[' y(x) = ',num2str(a),'x',num2str(b)];
    else
        eq=[' y(x) = ',num2str(a),'x+',num2str(b)];
    end
end

```

```
end
title(['régression linéaire (rlh.m):',eq,', r^2=',num2str(r2)])
xlabel('xi')
ylabel('yi, y(x)')
legend('données','régression',0)
pause
%close
end
```

C.5 Programme de régression quadratique *Rqh.m*

```

% méthodes des moindres carrés (parabole)
% pour xi, yi:  $y=a*x^2+b*x+c$ 
%
% données d'entrée:
% vecteur de la variable indépendante: xi
% vecteur de la variable dépendante: yi
%
% réponse du programme:
% coefficient de  $x^2$ :      a
% coefficient de x:      b
% terme constant:      c
% coefficient de détermination:  r2
%
%
% paramètres graphiques:
% affichage graphique du résultat:  af (0 ou 1)
%
% syntaxe: [a,b,c]=rqh(xi,yi,af);
% exemple: [i,j,k]=rqh([0.1;0.2;0.4;0.8;1.2;1.5;3.0;4.5;5.1],[3;6;12;23;34;42;84;125;142],1)
% exemple:
[C1,C2,C]=rqh([0.0;0.25;1.0;1.5;2.0;2.5;3.0;3.5;4.0;4.5;5.0;5.6],[0.0;5.9;7.15;8.0;8.9;10.5;12.85;15.9;18.6;22.1;25.7;30.0],1)

function [a,b,c,r2]=rqh(xi,yi,af);

% calcul de a, b et c
[mx,nx]=size(xi);
if mx==1
    xi=xi';
end
[my,ny]=size(yi);
if my==1
    yi=yi';
end
mx=[];nx=[];my=[];ny=[];
n=length(xi);
M=[sum(xi.^4) sum(xi.^3) sum(xi.^2)
    sum(xi.^3) sum(xi.^2) sum(xi)
    sum(xi.^2) sum(xi)  n];
sol=M\[sum(xi.^2.*yi);sum(xi.*yi);sum(yi)];
a=sol(1);
b=sol(2);
c=sol(3);
% calcul du coefficient de détermination r2
yb=mean(yi);

```

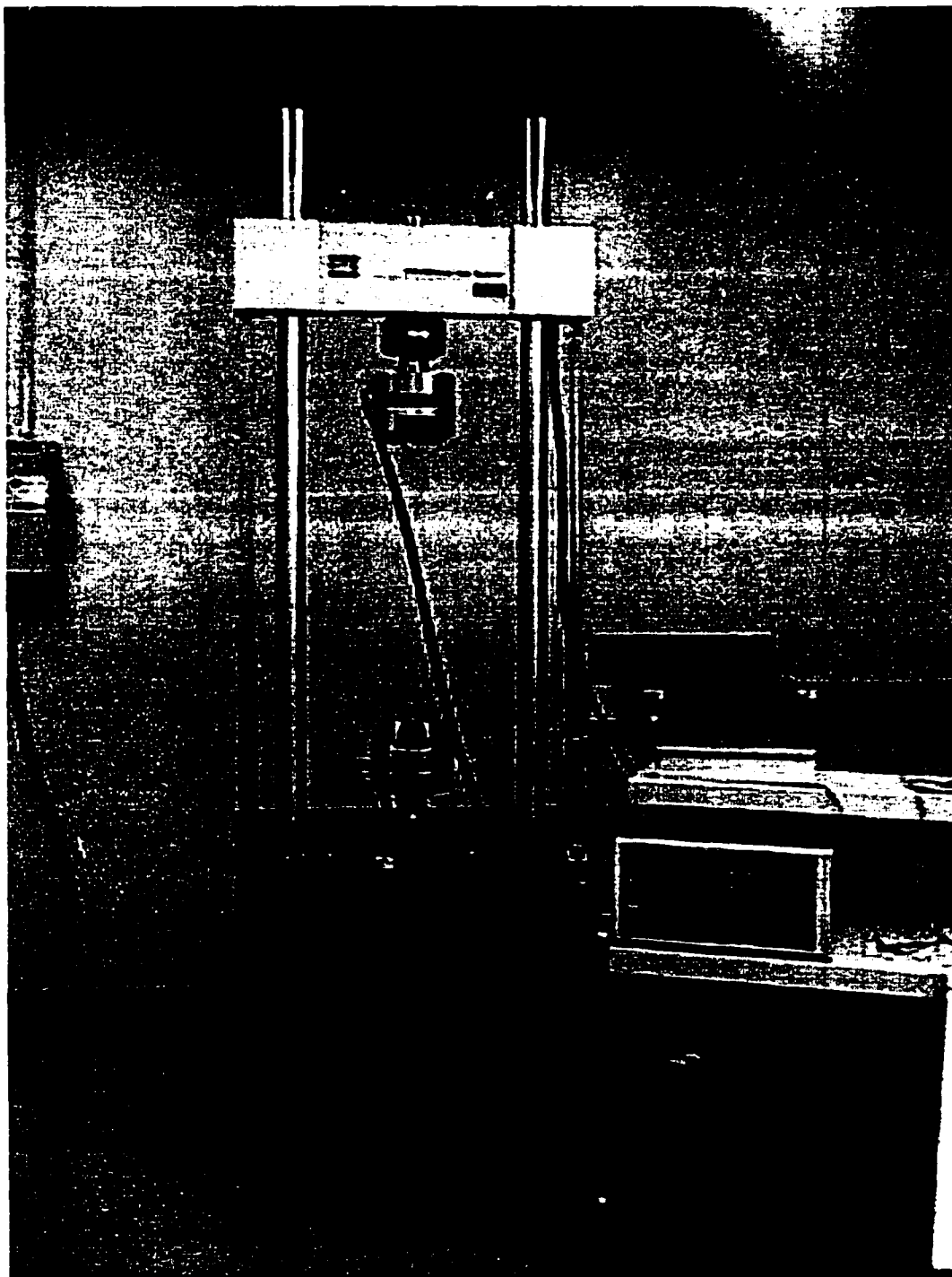
```

r2=sum((a*xi.^2+b*xi+c-yb).^2)/sum((yi-yb).^2);

x=linspace(min(xi),max(xi),2*n);
y=a*x.^2+b*x+c;
if af==1
    plot(xi,yi,'b*',x,y,'-r')
    if b<0
        eq=['y(x) = ',num2str(a),'x^2',num2str(b),'x'];
    else
        eq=['y(x) = ',num2str(a),'x^2+',num2str(b),'x'];
    end
    if c<0
        eq=[eq,num2str(c)];
    else
        eq=[eq,'+',num2str(c)];
    end
    title(['méthode des moindres carrés (rqh.m):',eq,', r²=',num2str(r2)])
    xlabel('xi')
    ylabel('yi, y(x)')
    pause
    %close
end

```

ANNEXE D
MTS[®]: Material Test System

D.1 Vue d'ensemble de la machine de test MTS®

D.2 Vue des mâchoires de la machine de test MTS®

