

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE DE LA PRODUCTION AUTOMATISÉE  
M. ING.

PAR  
ALI MEGHOUFEL

EXTRACTION SEMI-AUTOMATIQUE DES POINTS DE RÉFÉRENCE SUR UNE  
PAIRE DE RADIOGRAPHIES À RAYONS X

MONTRÉAL, 17 DÉCEMBRE 2003

© droits réservés de Ali Meghoufel

CE PROJET A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

- M. Jacques-André Landry, Président  
Département de génie de la production automatisée  
à l'École de technologie supérieure
- M. Mohamed Cheriet, Directeur de mémoire  
Département de génie de la production automatisée  
à l'École de technologie supérieure
- M. Christian Gargour, Examineur  
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET UN PUBLIC

LE 05 DÉCEMBRE 2003

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

# EXTRACTION SEMI-AUTOMATIQUE DES POINTS DE RÉFÉRENCE SUR UNE PAIRE DE RADIOGRAPHIES À RAYONS X

Ali Meghoufel

## SOMMAIRE

L'évaluation de la correction 3D des déformations de la colonne vertébrale durant une procédure chirurgicale nécessite une reconstruction 3D des structures osseuses à partir de radiographies à rayons X acquises avant et après l'instrumentation de la colonne vertébrale. La technique utilisée actuellement est basée sur l'utilisation d'un objet contenant des marqueurs radiographiques qui permettent de calibrer le système radiographique. Pendant la chirurgie, l'objet de calibrage est stérilisé et déposé sur le patient juste avant l'acquisition des radiographies.

De nouvelles techniques d'auto-calibrage sont en développement pour calibrer le système radiographique à partir du contenu naturel des images en l'occurrence l'instrumentation et des structures anatomiques (os, vis, tiges et crochets). Or, l'extraction des contours de ces structures et la détermination de points de références avec une bonne précision pour des fins de reconstruction devient difficile vue la nature des images rayons X qui sont semi-transparentes, ce qui implique une superposition des implants avec les structures osseuses. Dans ce contexte, les méthodes conventionnelles s'avèrent insuffisantes.

Dans notre projet de recherche, et pour pallier aux problèmes mentionnés plus haut, nous nous intéressons à développer des filtres non linéaires pour restaurer les images radiographiques afin de faciliter l'extraction fiable de différentes structures. Ces filtres sont basés sur des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique, qu'on appelle filtres de choc. L'avantage majeur de ces filtres est qu'ils garantissent l'existence et l'unicité de la solution visée, et fournissent des méthodes numériques robustes et stables par rapport aux méthodes numériques qui découlent des modèles conventionnels linéaires.

L'objectif spécifique de notre recherche est donc double : (i) développer un filtre de choc adéquat pour pouvoir extraire les structures anatomiques avec une précision adéquate, (ii) identifier des points de référence, et effectuer la mise en correspondance de ces points sur une paire de radiographies, pour finalement permettre une représentation de la colonne vertébrale durant la procédure chirurgicale.

## **SEMI-AUTOMATIC EXTRACTION OF LANDMARKS ON PAIR OF X-RAYS RADIOGRAPHIES**

Ali Meghoufel

### **ABSTRACT**

The evaluation of an intra-operative 3D correction of spine deformations during a surgical procedure requires a 3D rebuilding of the osseous structures from the x-ray images that are obtained before and after instrumentation of the spine. The current technique requires a calibration object for the calibration of the vision system. During the surgery, the calibration object is sterilized and deposited on the patient before the acquisition of the x-ray radiographies.

A new technique for 3D reconstruction of the spine from X-ray images has been developed. The technique uses a self-calibration algorithm. The radiographic set-up is calibrated from the natural content of the images (i.e. matched anatomical landmarks and surgical implants). However, the contour extraction of structures and the determination of the landmarks with precision for 3D reconstruction of the osseous structure become difficult because of the complex nature of the X-ray images, which are semi-transparent and implies a superposition of the implants with the osseous structures. In this context, the conventional methods become insufficient.

To resolve the problems mentioned above, we are interested in developing nonlinear filters to restore the X-ray images in order to facilitate the extraction of various structures. These filters are based on partial derivative equations of hyperbolic type, which are called shock filters. Major advantages of these filters are the guarantee of existence, uniqueness of the sought solution, and robust and stable numerical scheme.

The specific object in our research is then twofold : (i) to develop an adequate shock filter that is able to extract the anatomical structures with precision, (ii) to identify the landmarks for 3D reconstruction of the spine during the surgical procedure.

## AVANT-PROPOS ET REMERCIEMENTS

Ce mémoire a été effectué au laboratoire LIVIA (Laboratoire en imagerie, vision et intelligence artificielle) de l'École de technologie supérieure. Il a été mené en étroite collaboration avec le laboratoire LIV4D de l'école polytechnique, et le centre de recherche de l'hôpital Sainte-Justine, dans lesquels j'ai pu bénéficier du savoir faire et de la grande rigueur de l'ensemble des membres du groupe.

Je remercie sincèrement mon directeur de mémoire, M. Mohamed Cheriet, professeur au département de génie de la production automatisée de l'École de technologie supérieure, mon codirecteur de mémoire, M. Hubert Labelle, Professeur de chirurgie à la Faculté de médecine de l'Université de Montréal et attaché à l'Hopital Ste-Justine de Montréal et Mme Farida Cheriet, professeure et responsable du laboratoire LIV4D (Polytechnique), sans l'initiative desquels ce projet n'aurait pas été possible.

Je remercie chaleureusement tous les membres du LIVIA, Philippe Labelle et Justin Novosad du Laboratoire Informatique de Scoliose 3D, de l'Hôpital Sainte-Justine pour avoir aimablement accepté de prendre part à la séance de tests de validation de mes résultats.

Et pour finir, je tiens à adresser des remerciements chaleureux à mes parents, ma famille et tous mes amis pour leur soutien moral.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE .....	i
ABSTRACT .....	ii
AVANT-PROPOS ET REMERCIEMENTS .....	iii
TABLE DES MATIÈRES .....	iv
LISTE DES TABLEAUX .....	vii
LISTE DES FIGURES .....	viii
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES .....	xii
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 LA SCOLIOSE ET LES RADIOGRAPHIES À RAYONS X .....	7
1.1 Introduction .....	7
1.2 Pathologie de la scoliose .....	7
1.3 Radiographies à rayons X .....	9
1.3.1 Effet Compton .....	10
1.3.2 Effet photoélectrique .....	10
1.3.3 Atténuation .....	11
1.3.4 Densité de la radiographie à rayons X .....	11
1.3.5 Contraste d'une radiographie à rayons X .....	13
1.4 Discussion dans le contexte de notre application .....	16
CHAPITRE 2 ÉTAT DE L'ART DU TRAITEMENT D'IMAGES À L'AIDE D'ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES .....	19
2.1 Introduction .....	19
2.2 Méthodes globales pour la détection des contours sur les radiographies à rayons X .....	20
2.2.1 Méthode de Canny .....	20
2.2.2 Méthode de Sobel .....	21
2.2.3 Méthode Globale de Nagao .....	22
2.2.4 Méthode Globale d'Otsu .....	22
2.2.5 Discussion .....	23

2.3	Les EDP paraboliques .....	23
2.3.1	EDP parabolique et diffusion isotrope .....	24
2.3.2	EDP parabolique de Perona et Malik .....	25
2.3.3	EDP parabolique d'Alvarez, Lions et Morel.....	28
2.3.4	EDP parabolique d'Alvarez .....	29
2.3.5	Discussion .....	31
2.4	Les EDP Hyperboliques ou filtres de choc .....	31
2.4.1	Filtre de Choc de Rudin .....	32
2.4.2	Filtre de choc d'Alvarez.....	34
2.4.3	Filtre de choc Remaki-Cheriet .....	35
CHAPITRE 3 FILTRE DE CHOC REMAKI-CHERIET .....		36
3.1	Introduction .....	36
3.2	Filtre de choc Remaki-Cheriet unidimensionnel.....	36
3.2.1	Existence et unicité de la solution 1D du filtre de choc Remaki-Cheriet .....	39
3.2.2	Schéma Numérique 1D du filtre de choc Remaki-Cheriet.....	39
3.2.3	Stabilité du schéma numérique 1D et condition CFL .....	41
3.2.4	Algorithme 1D détaillé.....	43
3.3	Filtre de choc Remaki-Cheriet bidimensionnel.....	45
3.3.1	Schéma Numérique 2D du filtre de choc Remaki-Cheriet.....	46
3.3.2	Algorithme 2D détaillé.....	46
CHAPITRE 4 FONCTIONS PARAMÈTRES DU FILTRE DE CHOC REMAKI-CHERIET .....		50
4.1	Paramètres du filtre de choc Remaki-Cheriet .....	50
4.1.1	Fonction de zone .....	52
4.1.2	Fonction de localisation du choc.....	54
4.1.3	Fonction vitesse du choc .....	56
4.2	Optimisation des fonctions paramètres .....	58
4.2.1	Rapidité du processus du rehaussement.....	58
4.2.2	Précision de localisation des vrais lieux des chocs .....	59
4.3	Conclusion et discussion .....	63
CHAPITRE 5 EXTRACTION DE POINTS DE RÉFÉRENCE À PARTIR DES CONTOURS DE VIS .....		64
5.1	Processus d'extraction automatique des contours des vis sur les radiographies .....	64
5.2	Analyse des problèmes rencontrés .....	67
5.3	Modification du processus initial : Approche semi-automatique .....	67
5.2	Méthodes d'extraction de contours de vis.....	71
5.2.1	Binarisation par l'algorithme d'Otsu .....	72

5.2.2	Algorithme combinatoire : méthode de détection de contours de Canny, opérations statistiques et morphologiques .....	76
5.3	Automatisation du processus d'extraction de contours sur les radiographies de vis .....	80
5.3.1	Critères de séparabilités .....	80
5.3.2	Protocole de validation de l'algorithme de classification .....	81
5.3.3	Résultats de la classification des radiographies .....	83
5.4	Algorithme d'appariement automatique des points de référence sur une paire de radiographies de contours.....	84
CHAPITRE 6 EXPÉRIMENTATION ET VALIDATION.....		88
6.1	Introduction .....	88
6.2	Base de données et paramètres du filtre de choc Remaki-Cheriet .....	88
6.3	Méthodes de validation des données.....	89
6.3.1	Algorithme d'autocalibrage .....	90
6.3.2	La transformation linéaire directe (DLT).....	90
6.4	Résultats expérimentaux .....	90
6.5	Conclusion et discussion.....	101
CONCLUSION .....		103
RECOMMANDATIONS.....		105
ANNEXES		
1 :	Méthode de Canny .....	107
2 :	Automatisation de l'extraction de contours de vis sur radiographies complexes et moins complexes.....	113
3 :	Exemple d'extraction semi-automatique de points de référence sur une paire de radiographies à rayons X.....	117
BIBLIOGRAPHIE .....		130



## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Densité et numéro atomique moyen des différents constituants de l'organisme..... 15
Tableau II	Algorithme 1D détaillé pour la restauration d'un signal.....43
Tableau III	Algorithme 2D détaillé pour la restauration d'une image.....47
Tableau IV	Taux de reconnaissance et d'erreur selon les critères de classification ...83
Tableau V	Les coordonnées de points de correspondance en pixels dans les repères local et global .....87
Tableau VI	Les erreurs quadratiques moyennes (RMS) en millimètre pour chaque paire de radiographies avec différentes combinaisons de paramètres .....91
Tableau VII	Nombre de vis extraites sur chaque paire de radiographies par l'approche manuelle v.s semi-automatique .....93
Tableau VIII	Comparaison entre modèles semi-automatiques et modèle de référence.96

## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1	Objet de calibrage utilisé lors de la prise de radiographies préopératoires ....2
Figure 2	Acquisition des radiographies à rayons X selon deux différentes vues .....3
Figure 3	Vue d'ensemble de l'approche d'extraction semi-automatique de points de référence sur une paire de radiographies .....6
Figure 4	Déformation scoliotique de la colonne véritable .....8
Figure 5	Opacité des images radiographiques à rayons X.....13
Figure 6	Types d'opacité sur une image radiographique à rayons X .....14
Figure 7	Radiographie à rayons X et son histogramme.....18
Figure 8	Radiographie originale à rayons X des vis.....20
Figure 9	Les contours de vis par la méthode de Canny.....20
Figure 10	Masques de Sobel pondérés 3X3 .....21
Figure 11	Les contours de vis par la méthode de Sobel .....21
Figure 12	Les contours de vis par la méthode de Nagao.....22
Figure 13	Binarisation par la méthode globale d'Otsu.....23
Figure 14	Les contours de vis par l'EDP Laplacien.....25
Figure 15	Les contours de vis par l'EDP de Perona et Malik .....27
Figure 16	Les contours des vis par l'EDP d'Alvarez, Lions et Morel .....29
Figure 17	Les contours de vis par l'EDP parabolique d'Alvarez.....30
Figure 18	Segmentation de vis par le filtre de choc de Rudin.....34
Figure 19	Segmentation de vis par le filtre de choc d'Alvarez .....35
Figure 20	Restauration d'un signal 1D par le filtre de choc de Remaki-Cheriet .....38
Figure 21	Grille de discrétisation temporelle et spatiale pour le cas unidimensionnel 39
Figure 22	Choix des points sur la grille de discrétisation selon le le signe de la propagation de la restauration .....40

Figure 23	Processus du choc Remaki-Cheriet convergent et la CFL a) Signal restauré entre deux itérations b) Région d'intérêt .....	42
Figure 24	Processus du choc Remaki-Cheriet divergent et la CFL a) Signal restauré entre deux itérations b) Région d'intérêt .....	42
Figure 25	Signal multimodal 1D original.....	44
Figure 26	Signal multimodal 1D lissé.....	44
Figure 27	Rehaussement du signal multimodal 1D avec les paramètres $((a(u^0) = 1, f'(u) = 1, \text{et } F(s_1, s_2) = \text{sign}(s_1) \cdot \text{sign}(s_2)))$ .....	44
Figure 28	Radiographie de vis originale à rayons X.....	48
Figure 29	Radiographie de vis à rayons X lissée ( $G_\sigma^2$ et $\sigma = 6$ ).....	48
Figure 30	Radiographie de vis rehaussée par le filtre de choc Remaki-Cheriet 2D.....	49
Figure 31	Signal original test 1D.....	50
Figure 32	Le signal original lissé .....	51
Figure 33	Les fonctions de zone choisies.....	53
Figure 34	Les fonctions de localisation des chocs choisies.....	55
Figure 35	Les fonctions vitesse du choc choisies.....	57
Figure 36	Rapidité du processus de choc en fonction des combinaisons paramètres .....	59
Figure 37	Image binaire test .....	60
Figure 38	Image binaire test dégradée.....	60
Figure 39	Rehaussement par la fonction de localisation des chocs $F^1$ .....	61
Figure 40	Rehaussement par la fonction de localisation des chocs $F^2$ .....	61
Figure 41	Rehaussement par la fonction de localisation des chocs $F^3$ .....	62
Figure 42	La précision de localisation des contours en fonction de $F^i, i=1, 2 \text{ et } 3$ .....	63
Figure 43	Paire originale de radiographies à rayons X .....	64
Figure 44	Paire de radiographies rehaussées par le filtre de choc Remaki-Cheriet .....	65
Figure 45	Binarisation de la paire de radiographies rehaussée par la méthode d'Otsu.....	66
Figure 46	Extraction de contours de vis sur la paire de radiographies binarisée .....	66
Figure 47	Repères global et local d'une image radiographique position latérale .....	68

Figure 48	Repères global et local d'une image radiographique position PA-0° .....	69
Figure 49	Paire de radiographies de vis rehaussées .....	70
Figure 50	Paire de radiographies de vis binarisée par la méthode globale d'Otsu.....	70
Figure 51	Paire de radiographies des contours de vis .....	70
Figure 52	Radiographie de vis moins complexe .....	71
Figure 53	Radiographie de vis complexe .....	71
Figure 54	Radiographie d'une vis segmentée par le filtre de choc Remaki-Cheriet....	74
Figure 55	Binarisation de la radiographie de la vis par la méthode globale d'Otsu.....	75
Figure 56	Les contours de la vis par la méthode de Canny.....	75
Figure 57	Radiographie d'une vis complexe segmentée par le filtre de choc Remaki-Cheriet .....	75
Figure 58	Binarisation de la radiographie de la vis complexe par la méthode d'Otsu.	75
Figure 59	Contour non cohérent de la vis par la méthode de Canny.....	76
Figure 60	Direction du gradient de l'image.....	77
Figure 61	Direction normale au gradient de l'image.....	78
Figure 62	Contour de vis par la méthode de Canny par hystérésis sur une radiographie complexe (figure 57).....	78
Figure 63	Contour de vis par l'algorithme combinatoire .....	79
Figure 64	Radiographie de vis très complexe .....	79
Figure 65	Contour de vis non complète et non fermé .....	79
Figure 66	Diagramme de l'automatisation d'extraction de contours sur les radiographies de vis selon : critères $\eta$ d'Otsu et l'entropie de l'image .....	82
Figure 67	Les points de référence choisis sur le contour d'une vis.....	84
Figure 68	La pointe de la vis .....	85
Figure 69	La tête de la vis .....	85
Figure 70	Passage par translation du repère local vers le repère global de l'image.....	86
Figure 71	Désignation des points de référence sur la paire des contours de vis .....	87
Figure 72	Erreurs quadratiques moyennes RMS en millimètres données par l'algorithme d'autocalibrage pour chaque combinaison de paramètres.....	92

Figure 73	Géométrie de contours de vis difficiles à interpréter .....	93
Figure 74	Reconstruction 3D de 10 vis à l'aide des points de référence extraits semi-automatiquement, paramètres $(a_l, F^l, f_l)$ .....	94
Figure 75	Reconstruction 3D de 16 vis à l'aide des points de référence extraits manuellement .....	95
Figure 76	Les défauts de positionnement entre le modèle de référence et modèles semi-automatiques .....	97
Figure 77	Les défauts de translation entre le modèle de référence et modèles semi-automatiques .....	98
Figure 78	Les défauts angulaires entre le modèle de référence et modèles semi-automatiques .....	99
Figure 79	Les défauts de facteur d'échelle entre le modèle de référence et modèles semi-automatiques .....	100

## LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES

EDP	Équations aux dérivées partielles
1D	Espace unidimensionnel
2D	Espace bidimensionnel
3D	Espace tridimensionnel
DLT	Transformation linéaire directe
LAT	Position Latérale
PA-0°	radiographie postéro-antérieure avec un angle d'incidence nul
$\text{g/cm}^3$	Masse Volumique gramme par centimètre cube
KV	L'énergie des rayons X
Z	Nombre atomique
cm	Distance en centimètres
$u^{org}$	Image unidimensionnel original
$u_0$	Signal unidimensionnel initial
$u$	Signal unidimensionnel
$u^T$	Transposée du vecteur $u$
$I^{org}$	Image bidimensionnel originale
$I_0$	Image bidimensionnel initiale
$I$	Image bidimensionnel
$I^T$	Transposée de l'image $I$
$\frac{\partial}{\partial t}$	Dérivée en temps
$\frac{\partial}{\partial x}$	Dérivée première espace selon la variable $x$
$u_{xx}$	Dérivée seconde espace selon la variable $x$
$div$	Opérateur divergence
$\nabla$	Opérateur gradient

$\Delta$	Opérateur laplacien
$  \cdot  $	Valeur absolue
$\  \cdot \ _{L^2}$	Norme $L^2$
$H$	Matrice Hessien
$CFL$	Condition Courant Frederichs Lewy
$O$	Origine du repère original bidimensionnel
$O_r$	Origine du repère local bidimensionnel
$L^2(R)$	Espace des fonctions $f$ telles que $\int_R  f ^2 dx < \infty$
$L^\infty(R)$	Espace des fonctions $f$ telles que $\sup  f _R < \infty$
$G_\sigma^1$	Filtre Gaussien unidimensionnel
$G_\sigma^2$	Filtre Gaussien bidimensionnel
$\sigma$	Écart type
*	Opérateur Convolution

## INTRODUCTION

La reconstruction 3D de la colonne vertébrale et de la cage thoracique, à partir de radiographies multiplanaires, est couramment utilisée à l'hôpital Sainte-Justine pour l'évaluation 3D des déformations scoliothiques[1].

Différentes techniques informatiques ont été développées et appliquées à l'étude de l'effet des corsets de Boston sur la géométrie 3D de la colonne vertébrale et de la cage thoracique dans le traitement de la scoliose idiopathique [2]. Ces techniques ont aussi été appliquées pour l'obtention de reconstructions 3D préopératoires et postopératoires en position debout de la colonne vertébrale et de la cage thoracique afin d'évaluer l'effet d'une chirurgie correctrice [3].

La reconstruction 3D utilise des radiographies dans un système de coordonnées 2D obtenues selon des points de vue différents d'un même objet pour reconstruire en trois dimensions la position et la géométrie de cet objet. La première technique de reconstruction utilisée est basée sur une approche de calibrage implicite utilisant une méthode directe de transformation linéaire (DLT) développée par Marzan [4] et adaptée par F. Chretien dans [5]. La reconstruction 3D préopératoire est obtenue suite à une procédure chirurgicale utilisant l'instrumentation Cotrel-Dubousset. Un petit objet contenant 15 marqueurs est utilisé pour calibrer le système radiographique (figure 1). Pendant la chirurgie, l'objet de calibrage est stérilisé et déposé sur le patient juste avant l'acquisition de deux paires de radiographies postéro-antérieure et sagittale; une paire avant la manœuvre de rotation de la tige et une paire après la manœuvre. L'identification des marqueurs sur chacune des radiographies et la connaissance de leurs positions relatives 3D permet d'établir la relation entre la position 3D des structures anatomiques et leur position 2D sur les radiographies. Cette relation est utilisée pour déduire la position 3D de 6 repères anatomiques par vertèbre (centres inférieurs et supérieurs des



plateaux vertébraux et extrémités inférieures et supérieures des pédicules), à partir de l'identification de ces repères sur chacune des radiographies.

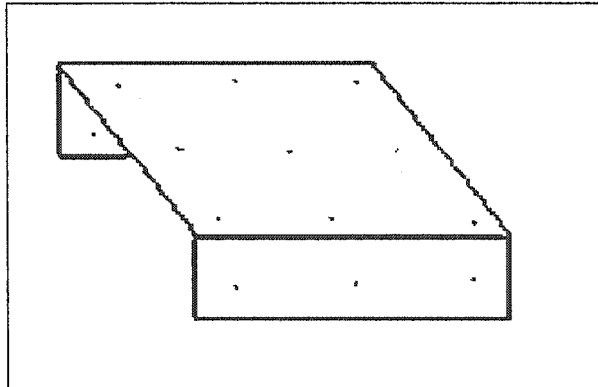


Figure 1 Objet de calibrage utilisé lors de la prise de radiographies préopératoires

Une deuxième technique de reconstruction 3D a été développée pour les radiographies qui ont été acquises sans l'objet de calibrage. Cette technique de reconstruction utilisée est basée sur l'algorithme d'autocalibrage [6]. Cette méthode est basée sur la minimisation des erreurs de rétro projection des points de référence en optimisant les paramètres géométriques qui décrivent le système de vision. Ces paramètres sont la translation 3D (position de la source de rayon X), la rotation 3D (orientation du plan de l'image), et des paramètres de projection de perspective (principales distances et points principaux). Un technicien est engagé pour identifier les points de référence manuellement sur chaque radiographie par l'intermédiaire d'un logiciel de numérisation assistée par ordinateur. Cette tâche est fastidieuse et demande une grande concentration du technicien durant plusieurs heures, ce qui peut entraîner des erreurs liées à la fatigue.

La différence principale entre l'autocalibrage et le calibrage explicite est que les vraies coordonnées 3D des points de référence utilisées pour le calibrage sont inconnues dans le contexte de l'autocalibrage. Pour surmonter ce problème, une première approximation des paramètres géométriques est employée pour produire une reconstruction 3D des

structures anatomiques. Les points de référence reconstruits sont alors employés comme un objet virtuel de calibrage. En utilisant cet objet virtuel de calibrage, le système peut être calibré en utilisant l'algorithme explicite de calibrage comme décrit dans [6]. Avec les paramètres géométriques résultant du calibrage explicite, l'objet virtuel de calibrage est régénéré. Ce procédé est répété jusqu'à ce que le système atteigne un état de stabilité.

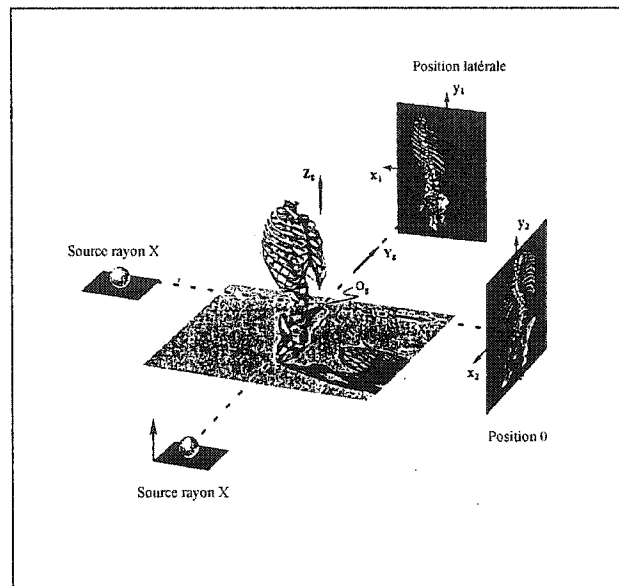


Figure 2 Acquisition des radiographies à rayons X selon deux différentes vues

Plusieurs travaux de recherche ont été faits ou sont actuellement en cours pour automatiser ou semi-automatiser l'identification des repères anatomiques et métalliques, pour des fins de reconstruction 3D par l'algorithme d'autocalibrage. Parmi ces travaux de recherches, il faut citer les contours actifs et la transformée de Hough. Mais la nature des radiographies à rayons X rend cette tâche particulièrement difficile et actuellement aucune solution assez performante n'a été apportée pour assister l'opérateur dans l'acquisition des points de référence.

Notre projet de recherche est une nouvelle approche d'extraction semi-automatique de points de référence sur les radiographies des patients qui ont subi des chirurgies correctrices, pour des fins de calibrage de systèmes de vision. Parmi les objets métalliques contenu sur ces radiographies nous nous intéressons aux vis comme repères. L'extraction des points de référence sur les vis est facilitée par la segmentation par les filtres de choc. Ces filtres sont basés sur des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique (EDP). L'avantage majeur de ces filtres est qu'ils garantissent l'existence et l'unicité de la solution visée. Ils fournissent des méthodes numériques robustes et stables par rapport aux méthodes numériques qui découlent des modèles conventionnels linéaires.

Ce mémoire se divise en 6 chapitres. Une introduction portant sur la maladie de la scoliose et les images radiographiques à rayons X est exposée dans le chapitre 1. Le chapitre 2 fait l'état de l'art de l'utilisation des EDP paraboliques et hyperboliques en traitement des images. Nous expliquerons l'intérêt des EDP paraboliques et hyperboliques dans la détection des contours et la segmentation des images. Le chapitre 3 est consacré à l'axe principal de notre projet qui est le filtre de choc Remaki-Cheriet. Ses formes analytiques et numériques 1D et 2D, et ses fonctions paramètres sont exposées.

Notre contribution est exposée dans le chapitre 4 qui est consacré aux fonctions paramètres. Nous proposons plusieurs fonctions paramètres et nous expliquons les motivations analytiques qui nous ont poussé à les choisir. Nous concluons sur les meilleurs choix par optimisations. D'abord une optimisation sur la rapidité du processus de choc appliquée sur des signaux 1D, puis une deuxième sur la précision de détection des contours appliquée sur les images.

Le chapitre 5 est consacré à l'extraction de contours et de points de référence sur une paire de radiographies à rayons X. L'approche initiale prévoyait l'extraction automatique

des contours de toutes les vis sur une paire de radiographies. Mais lors de nos tests, cette approche s'est avérée difficile à cause de la complexité des radiographies à rayons X. Nous avons alors adopté une nouvelle approche semi-automatique qui se résume par l'extraction des paires de radiographies de vis correspondantes désignées par l'expert à partir des paires globales. C'est sur ces imagerie que nous appliquons la segmentation par le filtre de choc Remaki-Cheriet, nous procédons à l'extraction des contours de vis et de points de référence associés sur chaque paire. Cette approche nous garantit à la fois une diminution de la résolution des radiographies traitées et de leur complexité.

C'est aussi dans ce chapitre que l'algorithme principal pour l'automatisation de l'extraction des contours de vis est présenté. Il consiste à séparer les radiographies en deux groupes : complexes et moins complexes. L'extraction de contours des clichés jugés complexes se fait au moyen de l'algorithme de Canny [7], suivi d'opérateurs morphologiques et statistiques. Pour les autres, nous utilisons la méthode globale de binarisation d'Otsu [8] suivie d'une détection d'arêtes simple par l'algorithme de Canny. Ce chapitre se termine par la présentation d'un second algorithme pour l'extraction des points de référence sur une paire d'images de contours de vis.

Enfin, le Chapitre 6 est consacré à l'expérimentation et la validation sur une base de données collectée à l'hôpital Sainte-Justine. Une étude comparative avec les résultats d'extraction manuelle de points de référence est faite pour justifier le choix de notre approche. Enfin des recommandations sont formulées dans le but d'améliorer notre travail.

La figure 3 représente une vue d'ensemble du projet permettant de bien comprendre les différentes étapes du processus d'extraction semi-automatique des points de référence sur une paire de radiographies à rayons X.

## Vue d'ensemble

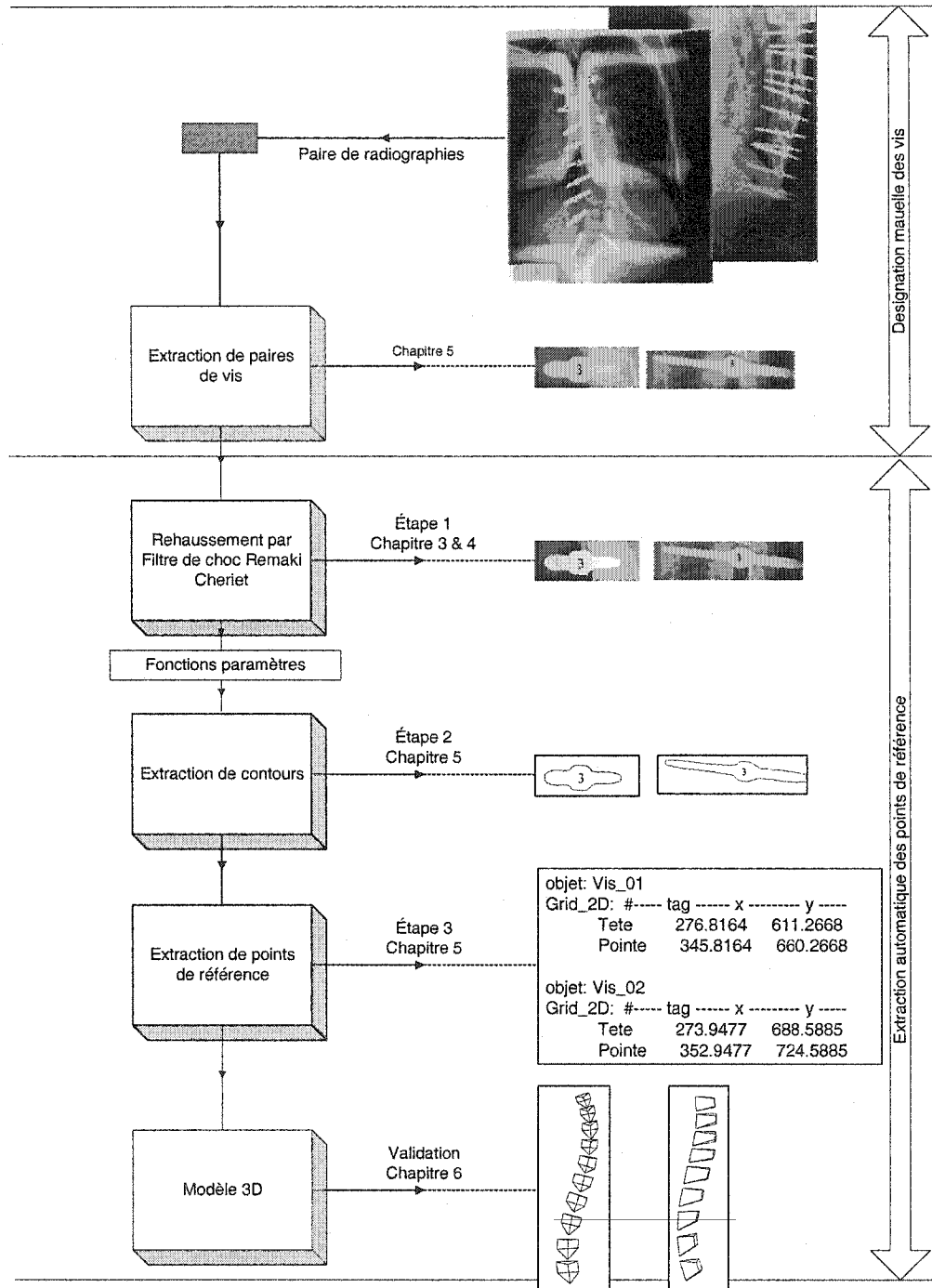


Figure 3

Vue d'ensemble de l'approche d'extraction semi-automatique de points de référence sur une paire de radiographies

## CHAPITRE 1

### LA SCOLIOSE ET LES RADIOGRAPHIES À RAYONS X

#### 1.1 Introduction

Les sciences médicales ont toujours été les premières à adapter la technologie aux besoins vitaux des humains. La visualisation est devenue un élément clé pour comprendre et communiquer l'information médicale, ainsi que pour permettre de gérer des données de plus en plus complexes. En même temps, les avancées de la visualisation en temps réel ont mené à une nouvelle génération d'outils qui permettent des interventions chirurgicales délicates et de très haute précision, autrement dit, difficiles à réaliser. Le centre hospitalier universitaire Sainte-Justine est le plus important hôpital pédiatrique du Québec et de l'est du Canada. Les soins qui y sont prodigués sont d'avant garde, appuyés sur les meilleures technologies. La reconstruction 3D de la colonne vertébrale et de la cage thoracique des patients scoliotiques est couramment utilisée par les orthopédistes de l'hôpital Sainte-Justine. Le modèle en trois dimensions peut leur servir à diagnostiquer la pathologie de la scoliose, à planifier leurs interventions chirurgicales et à concevoir des corsets pour corriger les scolioses.

#### 1.2 Pathologie de la scoliose

La scoliose vient du mot grecque *skolios* qui veut dire tortueux [9]. Le philosophe Hippocrate fut le premier à utiliser ce mot pour désigner toutes les déformations de la colonne vertébrale. Aujourd'hui, la définition est plus restreinte et se définit comme étant seulement une déformation de la colonne vertébrale telle que vue dans le plan frontal. Cependant, dans le milieu médical, la scoliose est reconnue comme une anomalie tridimensionnelle de l'axe du squelette (figure 4). Elle est classifiée selon son étiologie en trois sous-groupes, soient la scoliose neuromusculaire, congénitale et

idiopathique. Selon l'âge du patient au moment de l'apparition de la scoliose, elle est classifiée comme infantile (trois ans ou moins), juvénile (de quatre ans au début de la puberté), adolescente (après la puberté) ou adulte (après la maturité du squelette).

La scoliose dite idiopathique désigne les scolioses qui se produisent sans raison apparente et dont la classification n'est pas claire. Elles représentent environ 85% des cas. La scoliose est l'une des déformations orthopédiques les plus importantes chez les adolescents. Les cas sévères affectent les adolescents, particulièrement les jeunes filles. C'est une déformation potentiellement progressive qui affecte les adolescents durant leur phase de croissance et reste définitivement après qu'ils aient atteint l'âge adulte. Selon les études rapportées en [10], en 1984, la fréquence des scolioses idiopathiques enregistrées varient entre 1 à 5 individus pour une population de 1000 individus. Le non-traitement de scoliose sévère peut impliquer une réduction des fonctions respiratoires.

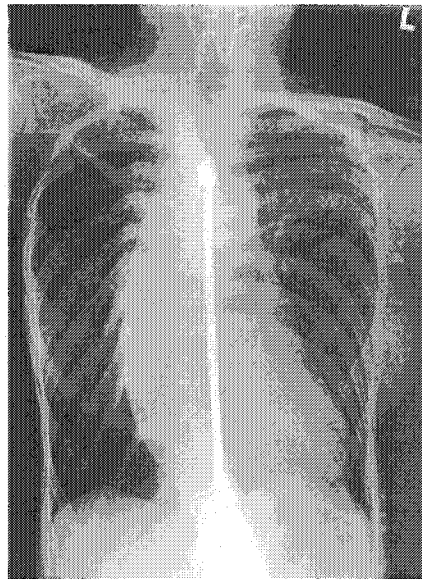


Figure 4 Déformation scoliotique de la colonne vertébrale

Comme mentionné précédemment, la scoliose est considérée comme étant principalement une déformation latérale de la colonne vertébrale telle que vue dans le

plan frontal. Aujourd'hui, il est reconnu que la déformation de la colonne implique des asymétries de translation et d'angulation des vertèbres, de la cage thoracique et de la surface du dos. Ces déformations anatomiques imposent, sous l'effet de la croissance, des déformations plastiques progressives à l'ensemble des composants du rachis et du thorax. Ces phénomènes impliquent donc que la scoliose doit être perçue comme une déformation tridimensionnelle de la cage thoracique et de la colonne vertébrale. Pour cette raison, plusieurs outils d'analyse tridimensionnelle ont été développés durant les deux dernières décennies.

### **1.3 Radiographies à rayons X**

Les radiographies à rayon X sont classées généralement parmi les images les plus difficiles à traiter. Parmi les définitions dans [11], les rayons X sont des rayonnements électromagnétiques d'énergie suffisante pour qu'une partie du rayonnement puisse traverser les objets sans être altérée. Contrairement à la lumière, qui est absorbée ou réfléchiée par les objets solides, les rayons X traversent les corps opaques à la lumière, et en particulier les organismes vivants. L'atténuation du faisceau de rayons X au cours de son passage dans le corps à radiographier n'est souvent pas uniforme. Des différences d'atténuation existent entre les poumons, le cœur, les os et les objets métalliques par exemple. Ces différences sont essentielles à la formation de l'image radiographique. L'image radiographique à rayons X résulte de la différence d'atténuation des rayons X dans les milieux traversés.

Lorsque le faisceau de rayons X traverse l'objet à radiographier, trois types d'évènement peuvent se produire :

- Certains rayons X traversent la matière sans interaction. Ils forment les parties sombres de l'image radiographique.



- Certains rayons X sont complètement absorbés dans les matières par un effet photoélectrique. Ainsi sont formées les parties claires de l'image radiographique.
- Certains rayons X sont déviés par l'effet Compton. Ces rayons X forment le rayonnement secondaire (ou diffusé) et ont deux effets pernicioeux : dégradation du contraste de l'image radiographique et diffusion d'un rayonnement ionisant contre lequel il faut se protéger.

### 1.3.1 Effet Compton

L'effet Compton est un mode d'interaction inévitable, pour les niveaux d'énergie des rayons X utilisés en radiodiagnostic, qui entraîne l'apparition d'un rayonnement secondaire ou diffusé ayant des conséquences néfastes sur l'image radiographique et des implications majeures en terme de radioprotection. L'effet Compton a pour résultat une déviation et une réduction de l'énergie du rayon X incident. Il se produit principalement lorsque l'énergie des rayons X est élevée, c'est à dire lorsque la tension (kV) est élevée. La probabilité qu'un rayon X d'énergie donnée produise un effet Compton lorsqu'il traverse la partie à radiographier ne dépend que de la densité (masse volumique des tissus) mais pas du numéro atomique de l'atome cible. Ce dernier élément constitue une différence majeure entre les 2 effets dont la conséquence sur la formation de l'image est très importante.

### 1.3.2 Effet photoélectrique

L'effet photoélectrique est le phénomène physique le plus intéressant pour la formation de l'image radiologique. Sans entrer dans le détail, on peut dire que le résultat final est un arrêt complet du rayon X incident. Il se produit principalement lorsque l'énergie des rayons X est faible (50-80 kV). La probabilité qu'un rayon X d'énergie donnée produise un effet photoélectrique lorsqu'il traverse la partie à radiographier dépend de la densité

(masse volumique des tissus) et également du numéro atomique de l'atome cible. La probabilité d'interaction est proportionnelle au cube du numéro atomique ( $Z$ ). Les atomes de numéro atomique élevé, comme l'iode ( $Z=53$ ), le baryum ( $Z=56$ ), ou le plomb ( $Z=82$ ) arrêtent plus facilement les rayons X par un effet photoélectrique que les atomes de numéro atomique faible (carbone, hydrogène, oxygène, azote) composant la matière organique. Par exemple, pour un rayon X d'énergie donnée, la probabilité d'interaction par un effet photoélectrique est  $(53/16)^3=36$  fois plus grande pour un atome d'iode ( $Z=53$ ) que pour un atome d'oxygène ( $Z=16$ ).

### 1.3.3 Atténuation

L'atténuation est la réduction du nombre de rayons X résultant de leur absorption ou de leur déviation dans la matière. L'atténuation est proportionnelle à la fraction de rayons X arrêtés par unité de longueur. Autrement dit : il reste toujours une certaine fraction de rayon X quels que soient l'épaisseur et le type de matériau utilisé. Ceci a des conséquences en terme de radioprotection.

L'atténuation dépend de l'épaisseur de matière à traverser, de ses caractéristiques physiques (densité) et chimiques (numéro atomique), et de l'énergie des rayons X incidents.

### 1.3.4 Densité de la radiographie à rayons X

En radiologie, le terme de densité est communément employé pour décrire trois notions différentes :

- La densité de l'objet qui correspond à sa masse volumique ( $\text{g/cm}^3$ ).

- La densité radiographique de l'objet qui correspond à sa capacité d'atténuation des rayons X et qui peut être aussi appelée opacité. Un objet opaque (ou dense) aux rayons X apparaît clair sur le film radiographique.
- La densité optique du film radiographique qui correspond à son noircissement : un film dense est un film noir.

Le noircissement final du film radiographique dépend de nombreux facteurs constituant la chaîne radiologique : Il dépend de l'exposition du récepteur (cassette) aux rayons X, du couple écran film utilisé, et du développement.

Une radiographie trop claire peut avoir 2 origines : une insuffisance d'exposition (sous exposition) ou une insuffisance de développement (sous développement). Une radiographie trop sombre est nécessairement sur exposée.

Les régions du film radiographique les plus claires, correspondant à une atténuation importante du faisceau incident, sont qualifiées d'opaques ou sont appelées opacité. À l'opposé, les régions les plus sombres du film, correspondant à une atténuation faible sont qualifiées de transparentes ou sont appelées transparence ou clarté. L'opacité finale d'un objet dépend de ses caractéristiques propres (épaisseur, composition), mais aussi de son environnement. L'opacité finale observée sur le film représente la somme des atténuations élémentaires des objets traversés. Il est important de réaliser que l'opacité finale résultant de la superposition de 2 objets (figure 5) est la même quel que soit le sens des rayons, et il est impossible de déterminer si l'objet **A** est au-dessus ou en-dessous de l'objet **B** par le simple examen de leur opacité respective. D'autres éléments, en particulier anatomiques et géométriques, permettent d'appréhender la position relative des structures observées.

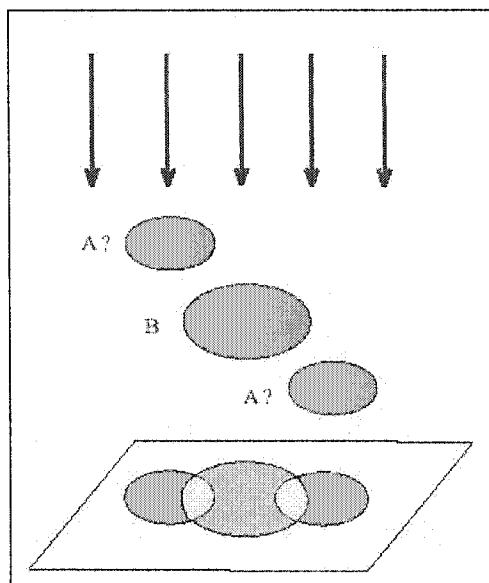


Figure 5 Opacité des images radiographiques à rayons X

### 1.3.5 Contraste d'une radiographie à rayons X

Le contraste peut être défini par la différence de noircissement (densité optique) entre deux régions du film radiographique. Un contraste excessif donne une image contenant uniquement du blanc et du noir sans gris intermédiaires. À l'inverse, une image peu contrastée contient une large gamme de gris qu'il est difficile de différencier, sans blanc ni noir véritables. Les images radiographiques en pratique souffrent davantage d'un manque de contraste que d'un excès.

La radiologie conventionnelle permet de distinguer cinq types d'opacité seulement. Par ordre d'opacité croissante, on distingue : l'air, la graisse, l'eau, l'os et le métal.

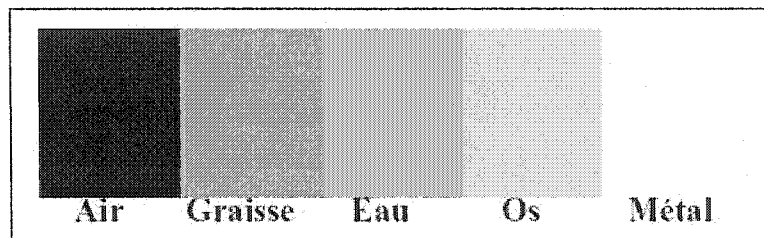


Figure 6 Types d'opacité sur une image radiographique à rayons X

On peut noter que la catégorie « eau » comprend à la fois les tissus mous et les liquides (sang, urine, LCR). On parle d'opacité « aqueuse », « liquidienne » ou « tissulaire ». La radiographie conventionnelle, à l'inverse de la tomодensitométrie, a une faible résolution en contraste et ne permet pas de distinguer le parenchyme hépatique de la vésicule biliaire et des vaisseaux hépatiques, par exemple. Ces éléments apparaissent sous la forme d'une seule opacité, appelée silhouette hépatique.

Le contraste intrinsèque de l'objet dépend des éléments suivants :

- L'énergie des rayons X (kV)
- La quantité de rayonnement diffusé
- Les caractéristiques et le développement du film

La densité de la matière traversée est un facteur déterminant dans la formation d'une image radiographique lisible. Les tissus peu denses (poumons) laissent passer une plus grande proportion de rayons X que les tissus denses (tissus mous, os). Les différences de densité entre les milieux traversés sont responsables d'une grande partie du contraste de l'image radiographique. La visualisation des structures thoraciques comme le cœur ou les vaisseaux pulmonaires, par exemple, s'explique par la différence de densité entre l'air ( $0,00129 \text{ g/cm}^3$ ) et les tissus mous (environ  $1 \text{ g/cm}^3$ ).

En revanche, le contraste obtenu entre l'os et les tissus mous ne peut que partiellement être expliqué par la différence de densité (os :  $1,85 \text{ g/cm}^3$ ). Dans ce cas, la différence entre les numéros atomiques moyens des tissus mous (7,4) et de l'os (13,8) joue également un rôle essentiel. Les rayons X sont arrêtés plus facilement dans un milieu composé d'atomes de numéro atomique élevé. Le même principe peut être appliqué au contraste obtenu entre la graisse et les tissus mous dans l'abdomen. La densité et le numéro atomique de la graisse sont légèrement inférieurs à ceux des tissus mous. Le contraste entre ces deux milieux est faible mais cependant perceptible à la radiologie.

Tableau I

Densité et numéro atomique moyen des différents constituants de l'organisme

	Densité ( $\text{g/cm}^3$ )	Numéro atomique moyen
<b>Air</b>	0,00129	7,64
<b>Graisse</b>	0,91	5,92
<b>Eau</b>	1	7,42
<b>Os</b>	1,85	13,8

L'énergie des rayons X a une influence majeure sur le contraste de l'image radiologique. Lorsque l'énergie des rayons X augmente, le type d'interaction avec la matière change et l'effet Compton devient prépondérant sur l'effet photoélectrique. L'effet Compton dépend essentiellement de la densité du milieu en électrons; l'influence du numéro atomique est nulle. Lorsque la tension (kV) est élevée, l'effet Compton est prépondérant. Le contraste de l'image est obtenu principalement par les différences de densité (masse volumique) entre les milieux. De plus, une grande quantité de rayons secondaires diffusés dégrade encore le contraste de l'image, par la superposition d'un voile uniforme. Le résultat est

une image peu contrastée, qui est mise à profit dans l'examen radiographique du thorax. En revanche, lorsque la tension (kV) est réduite, l'effet photoélectrique est prépondérant sur l'effet Compton. La probabilité d'interaction dépend alors fortement du numéro atomique. Un contraste maximum sera obtenu entre les tissus mous et l'os, d'une part, et entre les tissus mous et la graisse, d'autre part. Le contraste est encore amélioré par la faible influence du rayonnement secondaire. Une technique utilisant une tension (kV) réduite est donc indiquée pour l'examen radiographique des os et de l'abdomen.

La quantité de rayonnements diffusés est fortement influencée par la tension (kV) qui conditionne l'importance relative de l'effet Compton, génératrice de rayonnement diffusé, mais aussi de l'épaisseur à radiographier, et de la taille du champ. Une grille antidiffusante permet de limiter les effets du rayonnement secondaire sur l'image radiographique. Elle est utilisée, en pratique, lorsque l'épaisseur dépasse 10 cm.

Enfin, les caractéristiques du film radiographique et son développement sont des éléments essentiels du contraste final de l'image. Ce dernier élément est un point sensible de la chaîne radiologique, malheureusement souvent mal maîtrisé par les praticiens.

#### **1.4 Discussion dans le contexte de notre application**

La radiographie à rayons X permet principalement d'obtenir des clichés en deux dimensions des structures osseuses et articulaires : elle est utilisée en orthopédie où elle permet d'étudier les déformations du squelette et les structures métalliques. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour extraire l'information de ces images, telles que :

- La morphologie mathématique, qui compare l'image à analyser par rapport à un ensemble de géométrie connue appelé élément structurant que l'on déplace de façon à ce que son origine passe par toutes les positions de l'image, pour mettre en évidence certaines caractéristiques de l'image;

- La multirésolution pour la segmentation et l'atténuation du bruit, elle fournit un nombre important de segmentations dérivées à chaque niveau de résolution, parmi ces méthodes nous pouvons citer les ondelettes;
- Les contours actifs pour la détection des arêtes sur une image. La mise en oeuvre de contours actifs s'avère délicate : le modèle doit être choisi et réglé en fonction du type d'images, du type d'objets présents dans l'image. L'initialisation du modèle est aussi problématique : elle doit être simple, mais suffisamment proche pour éviter que le modèle soit piégé par des objets non significatifs.

Dans le domaine de l'imagerie radiographique à rayons X, ces méthodes ne sont plus efficaces pour extraire l'information. Le faible contraste associé à la superposition des structures anatomiques rend l'extraction de l'information très difficile.

Pour palier aux problèmes mentionnés plus haut, nous proposons l'utilisation de filtres non linéaires pour segmenter les images radiographiques afin de faciliter l'extraction fiable de différentes structures. Ces filtres sont basés sur des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique, qu'on appelle les filtres de choc; ils garantissent une meilleure segmentation des images et fournissent des schémas numériques robustes et stables (résultats de segmentation des images radiographiques à rayons X sont illustrées au chapitre 3).

La figure 7 présente une image radiographique à rayons X et son histogramme; la forme de l'histogramme est très difficile à interpréter pour différencier les différentes structures.



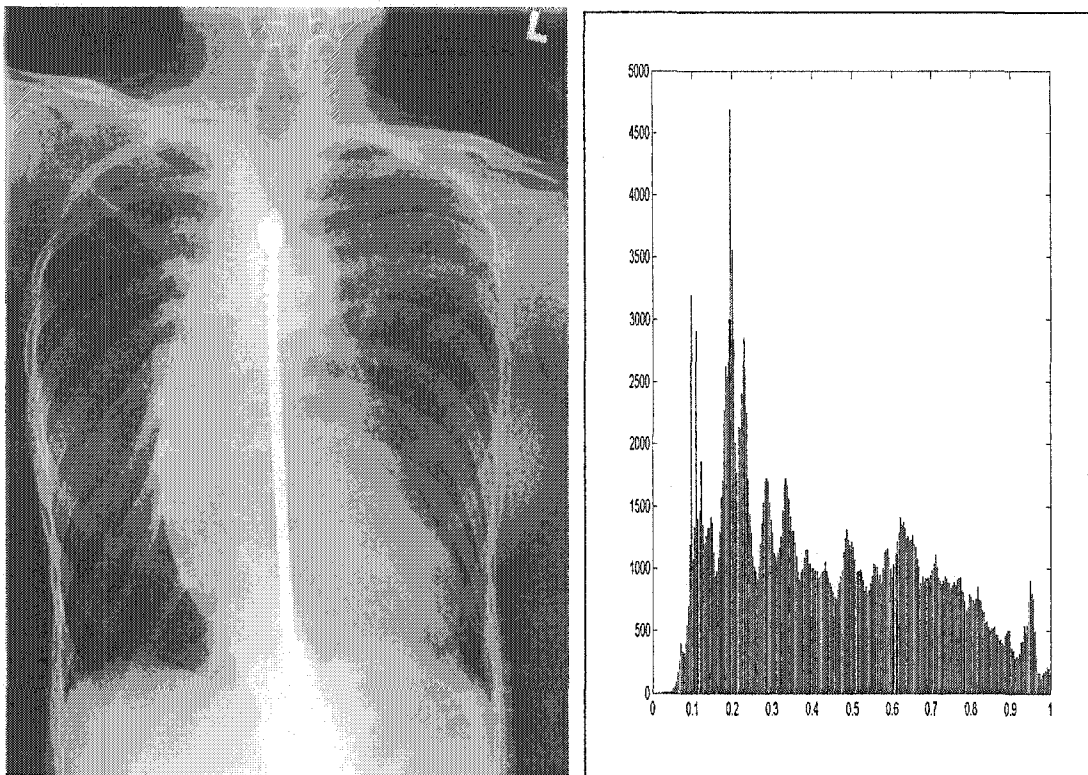


Figure 7 Radiographie à rayons X et son histogramme

## CHAPITRE 2

### ÉTAT DE L'ART DU TRAITEMENT D'IMAGES À L'AIDE D'ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

#### 2.1 Introduction

On assiste depuis quelques décennies à un regain d'intérêt pour un certain nombre de problèmes liés au domaine du traitement des images et ceci pour plusieurs raisons dont principalement une demande accrue au niveau des applications pour des algorithmes efficaces et performants pour le rehaussement et la restauration des images. Une nouvelle méthodologie a été introduite pour résoudre ces problèmes, et qui permet de traiter les images à partir d'une base mathématique solide, celle des équations aux dérivées partielles, en abrégé EDP. Cet outil, dont l'introduction en traitement des images date de quelques années seulement, permet de traiter aisément de nombreux problèmes, d'aborder relativement sereinement des problèmes non linéaires, d'obtenir dans de nombreux cas des résultats d'existence et d'unicité de la solution, voire des schémas de résolution numérique très efficaces.

Ce chapitre fait état de l'art de la recherche dans le domaine du traitement des images et plus particulièrement dans le contexte de notre problématique. Il s'agit de faire un bilan des méthodes EDP pour la restauration et le rehaussement des images. Ceci nous conduira à considérer un certain nombre de méthodes linéaires et non linéaires, et de comparer leur comportement dans la détection des arêtes et la segmentation des images.

## 2.2 Méthodes globales pour la détection des contours sur les radiographies à rayons X

Les méthodes conventionnelles de détection de contours sont nombreuses, parmi elles :

### 2.2.1 Méthode de Canny

Le principe de cette méthode est basé sur la détection optimale d'arêtes avec une contrainte de réponse unique [7] (voir aussi la théorie sur ce filtre en annexe 1).

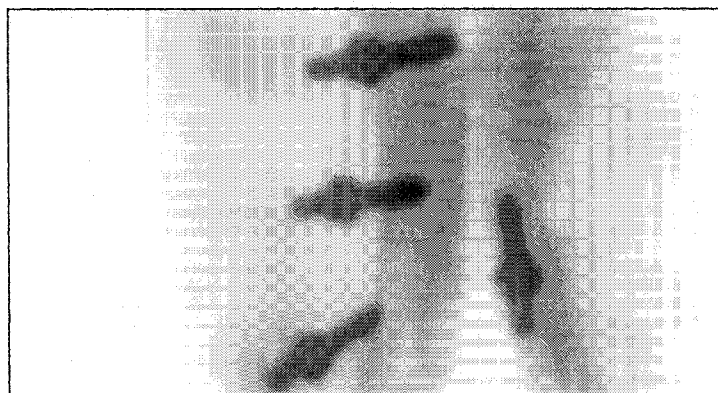


Figure 8 Radiographie originale à rayons X des vis

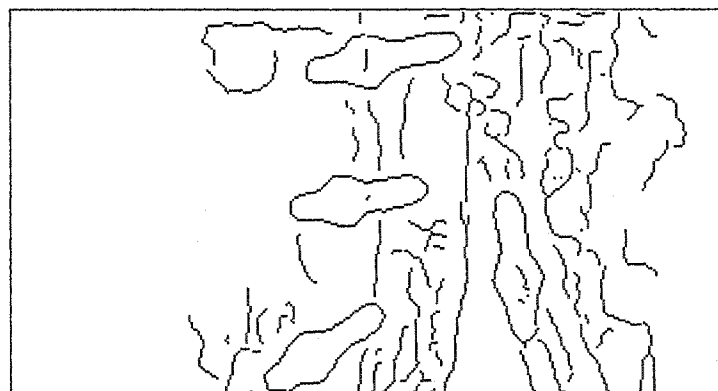


Figure 9 Les contours de vis par la méthode de Canny

La figure 9 présente les contours de vis détectés par la méthode de Canny, les contours d'autres discontinuités figurent parmi les contours de vis, cela est dû à la complexité de la radiographie en cause.

### 2.2.2 Méthode de Sobel

Cette méthode de détection des arêtes est basée sur le gradient, les masques de dérivation pondérés de l'opérateur de Sobel sont présentés à la figure 10.

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

OX
OY

Figure 10 Masques de Sobel pondérés 3X3

La figure 11 présente le résultat de l'application de la méthode de Sobel sur la radiographie de vis précédente (figure 8). Les contours de vis ne sont pas fermés, un inconvénient pour la détection des points de référence.

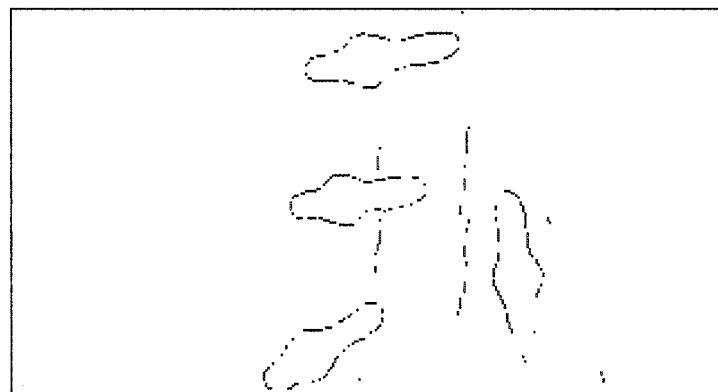


Figure 11 Les contours de vis par la méthode de Sobel

### 2.2.3 Méthode Globale de Nagao

La méthode de Nagao comme elle est exposé en [12], est une méthode statistique basée sur le fait que les arêtes et le bruit n'ont pas les mêmes statistiques.

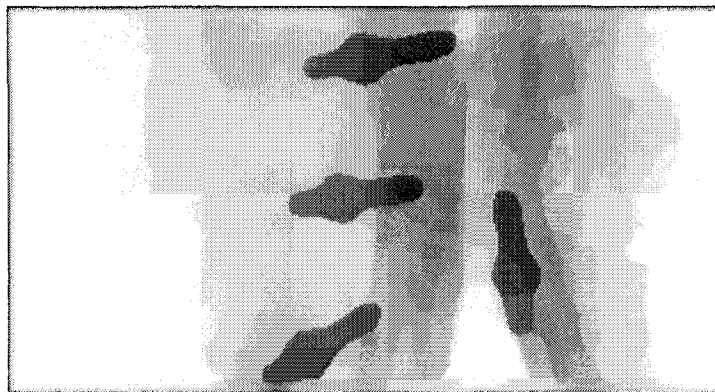


Figure 12 Les contours de vis par la méthode de Nagao

La figure 12 présente le résultat de segmentation des vis parla méthode de Nagao. Les arêtes des vis, la principale source d'information, sont altérées (arrondies) et diffusées.

### 2.2.4 Méthode Globale d'Otsu

Cette méthode est basée sur l'analyse discriminante voir [8]. Le principe est de répartir les pixels de l'image en deux classes, et trouver un seuil optimal pour les séparer en deux régions. Cette méthode de binarisation nécessite au préalable le calcul de l'histogramme (un exposé plus précis de la méthode est détaillé au paragraphe 5.2.1).

La figure 13 présente le résultat de binarisation de la radiographie de vis par la méthode globale d'Otsu. Les vis ne sont pas visibles, elles sont confondues avec d'autres régions de l'image.

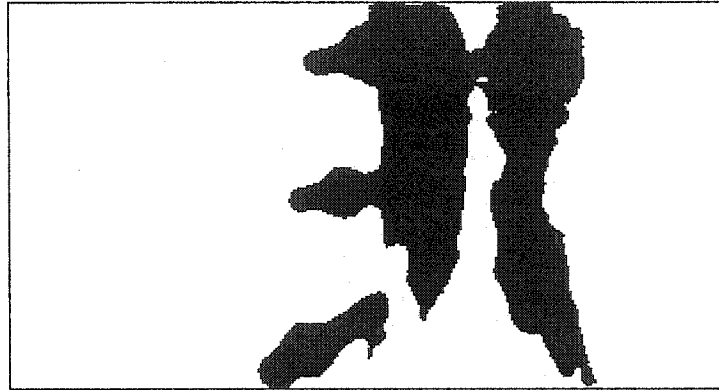


Figure 13 Binarisation par la méthode globale d'Otsu

### 2.2.5 Discussion

Malgré l'efficacité des méthodes globales pour l'extraction de l'information sur les images bimodales, le domaine de la vision par ordinateur ne peut cacher une certaine déception, car la majorité de ces méthodes ne sont plus efficaces sur les images multimodales complexes telles que les radiographies à rayons X. L'utilisation des EDP non linéaires pour segmenter ces radiographies s'avère une alternative très prometteuse pour faciliter l'extraction fiable de différentes structures. Elles garantissent une meilleure segmentation des images et fournissent des schémas numériques stables (résultats de segmentation des images radiographiques à rayons X sont illustrées au chapitre 3).

### 2.3 Les EDP paraboliques

Les problèmes du contrôle de la diffusion en traitement des images ont connu une importance accrue au niveau des applications pour des algorithmes efficaces et performants pour la détection des contours. Dans ce paragraphe, nous présentons les modèles paraboliques les plus fréquents dans le traitement des images, les modèles linéaires et non linéaires, leurs avantages et inconvénients, leurs propriétés d'invariance, ainsi que leurs propriétés du lissage.

L'utilisation des équations aux dérivées partielles paraboliques dans le traitement des images est basée sur la recherche des contours des images dont l'état est modélisé par une équation parabolique (ex. équation de la chaleur), sur laquelle on peut agir au moyen d'un contrôle de diffusion par le biais du gradient de l'image sur l'image originale d'une façon isotropique et anisotropique. Voici les modèles les plus fréquents en traitement des images.

### 2.3.1 EDP parabolique et diffusion isotrope

Une approche classique développée dans le domaine du rehaussement des images utilise l'équation de diffusion linéaire isotrope proposée en [13]. Cette équation de diffusion connue sous le nom d'équation de la chaleur, peut se mettre dans le cas 2D sous la forme de l'EDP parabolique suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t}(x, y, t) = I_{xx}(x, y, t) + I_{yy}(x, y, t) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (2.1)$$

L'équation (2.1) en physique représente la diffusion de la chaleur dans un matériau. On peut noter que cette équation de diffusion peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t}(x, y, t) = \text{div}(\nabla(I(x, y, t))) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (2.2)$$

L'EDP Laplacien est invariant par rotation. On a donc ici un filtre isotrope dont le traitement est le même partout dans l'image et selon toutes les directions.

L'EDP Laplacien est facile à implémenter et fonctionne très vite, elle permet une diffusion isotrope. Cette diffusion s'opère ainsi de manière identique dans toutes les

directions et ne possède aucune direction privilégiée. Pour des tâches de détection de contours des images bruitées, ceci présente clairement des inconvénients. En effet, l'EDP Laplacien calcule la dérivée seconde. Son passage par zéro permet ainsi de déterminer les contours de l'image. Or, si on applique l'EDP Laplacien directement sur l'image bruitée, les contours ne sont pas nets, ceci s'explique par le fait que le Laplacien est très sensible au bruit (comme toute dérivée seconde).

La figure 13 présente un exemple simple permettant de bien comprendre le fonctionnement de l'EDP Laplacien et le problème de détection des arêtes dû à la présence du bruit sur une radiographie à rayons X de vis.

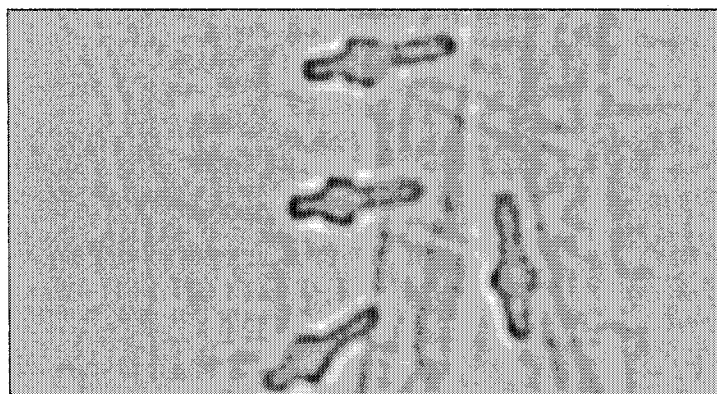


Figure 14 Les contours de vis par l'EDP Laplacien

Nous remarquons que l'image résultante de l'utilisation de l'EDP Laplacien sur l'image originale est très bruitée, cela est dû à l'amplification du bruit initial.

### 2.3.2 EDP parabolique de Perona et Malik

La première solution pour résoudre les problèmes issus d'une diffusion isotrope (équation de la chaleur) a été proposée par Perona et Malik dans [14]. Elle consiste à effectuer une diffusion conditionnelle, i.e. forte diffusion dans les zones à faible gradient



et faible diffusion dans les zones à fort gradient, où des discontinuités potentiellement intéressantes peuvent se trouver.

Ce mode de diffusion a été formalisé comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t}(x, y, t) = \operatorname{div}(c(|\nabla I(x, y, t)|) \cdot \nabla I(x, y, t)) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (2.3)$$

où  $\operatorname{div}$  et  $\nabla$  respectivement indiquent les opérateurs de divergence et du gradient par rapport aux variables spatiales. La fonction  $c(\cdot)$  est décroissante et contrôle la diffusion, elle est définie sur  $[0; +\infty[$  telle que  $c(0) = 1$  et  $c(+\infty) = 0$ , par exemple :

$$c(|\nabla I|) = e^{-(|\nabla I|/k)^2}$$

ou encore :

$$c(|\nabla I|) = \frac{1}{1 + (|\nabla I|/k)^2}$$

qui présente la même approximation au premier ordre que la précédente. Le système d'équations (2.3) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t}(x, y, t) = c \cdot \Delta I + \nabla I \cdot \nabla c = c \cdot \Delta I + \frac{c'(|\nabla I|)}{|\nabla I|} \nabla I^T \cdot H \cdot \nabla I \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (2.4)$$

Où  $H$  est le Hessien de  $I(\cdot, \cdot)$ .

On peut remarquer ainsi que si  $c(\cdot)$  est une fonction constante, cette équation se réduit alors au processus de diffusion isotrope décrit dans le paragraphe précédent (l'EDP Laplacien et diffusion isotrope).

L'avantage d'utiliser ce filtre est qu'il traite différemment les contours et les zones uniformes. Ainsi les contours sont assez bien préservés et les zones uniformes sont débruitées. Par contre, il a été prouvé que cette méthode possède plusieurs inconvénients dont le premier est son inefficacité dans les zones où le bruit présente de grosses discontinuités. Le second inconvénient est d'ordre théorique pour les fonctions  $c(\cdot)$  précédentes car il a été montré qu'il n'existe pas de solution à l'équation (2.3). En effet, pour obtenir en même temps l'existence et l'unicité d'une solution pour une telle EDP, il a été montré que la fonction  $c(|\nabla I|)$  doit respecter la condition que  $|\nabla I|c(|\nabla I|)$  soit non décroissante [15]. Si cette condition n'est pas vérifiée, on peut observer une solution instable, impliquant la génération de résultats très différents si de petits changements affectent l'image originale.

La figure 14 présente le résultat de l'application du filtre de Perona et Malik permettant de bien comprendre le fonctionnement de cet EDP. Nous avons choisi la fonction  $c(x) = e^{-(x/5)^2}$  pour l'exemple.

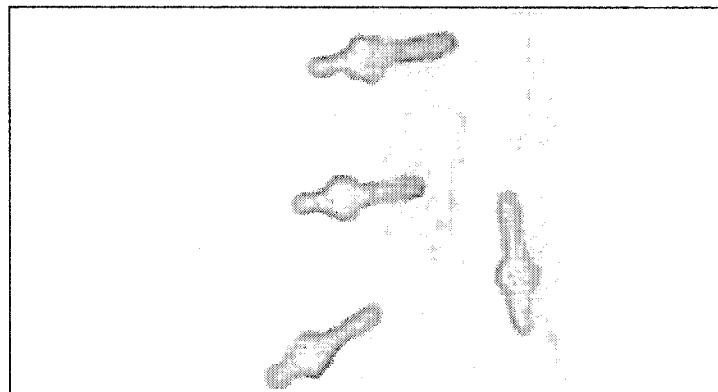


Figure 15 Les contours de vis par l'EDP de Perona et Malik

### 2.3.3 EDP parabolique d'Alvarez, Lions et Morel

Une solution pour résoudre le problème de l'instabilité rencontré avec l'EDP de Perona et Malik est de travailler avec une version régularisée de l'équation impliquant le gradient  $c(|\nabla G_\sigma * I|)$  en lieu et place de  $c(|\nabla I|)$ . Cette solution rend le problème bien posé et les résultats stables. Ceci a été indépendamment proposé dans [15]. Toutefois, on peut noter que cette nouvelle EDP possède aussi quelques inconvénients. En plus du fait qu'il est difficile de lui trouver une interprétation géométrique (présence d'un terme hybride combinant le gradient et son estimé dans la divergence), la stabilité de ce modèle n'est généralement pas garantie quand  $|\nabla I|$  tend vers 0.

Une amélioration de cette idée de diffusion anisotrope qui prend en compte ces remarques a été ainsi proposée par Alvarez, Lions et Morel dans [14], qui ont étudié une classe d'EDP parabolique non linéaire qui généralise l'idée de diffusion anisotrope initialement proposée par Perona et Malik dans [15] et amélioré dans [14].

Le modèle 1D s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t}(x, y, t) = g(|\nabla G_\sigma * I|) \cdot |\nabla I| \cdot \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $g$  est une fonction non croissante de la variable  $|\nabla I|$  qui tend vers 0 quand la variable  $|\nabla I|$  tend vers l'infini. En remarquant que le terme  $|\nabla I| \cdot \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right)$  correspond à la dérivée seconde de  $I$  dans la direction orthogonale au gradient  $\nabla I$ , l'équation (2.5) peut s'interpréter comme un lissage anisotrope conditionnel mais seulement le long des courbes de niveaux de l'image  $I(x, y, t)$ . Le terme impliquant la fonction  $g(|\nabla I|)$  permet

de contrôler la vitesse de la diffusion. Dans des zones où le gradient est faible, ce terme est grand et permet une diffusion anisotrope le long de la direction orthogonale au gradient alors que dans les zones où le gradient est fort, la pondération est faible et annule la diffusion d'où le nom de lissage sélectif donné par les auteurs à ce schéma.

D'un point de vue général, le filtre agit sur les lignes de niveau de l'image, il les resserre ou les écarte selon l'endroit. Ce filtre a donc tendance à faire apparaître des aplats de niveau de gris unis dans les zones où les lignes de niveau s'écartent.

La figure 15 présente le résultat de l'application du filtre d'Alvarez, Lions et Morel permettant de bien comprendre la détection de contours sur la radiographie. Pour l'exemple nous avons choisi la fonction :  $g(x) = e^{-x^2}$ .

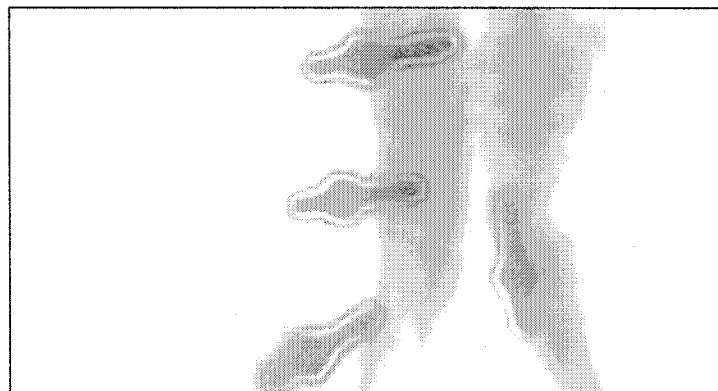


Figure 16 Les contours des vis par l'EDP d'Alvarez, Lions et Morel

### 2.3.4 EDP parabolique d'Alvarez

Afin d'éviter de diffuser de manière anisotrope dans les régions où il n'y a que du bruit, Alvarez propose une version plus fine de cette méthode qui permet en plus de prouver la validité du modèle mathématique par l'existence et l'unicité de la solution [16]. Le modèle proposé 2D est alors le suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = g(|\nabla G_\sigma * I|) \cdot \left( (1 - h(|\nabla I|)) \cdot \Delta I + h(|\nabla I|) \cdot |\nabla I| \cdot \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \right) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (2.6)$$

où  $h(|\nabla I|)$  est une fonction non décroissante telle que  $h(|\nabla I|) = 0$  si  $|\nabla I| \leq e$  et  $h(|\nabla I|) = 1$  si  $|\nabla I| \geq 2e$ . Le paramètre  $e$  n'est pas véritablement un paramètre supplémentaire, mais dépend plutôt du paramètre de contraste qui intervient dans la fonction  $g(\cdot)$ . Comme  $g(|\nabla I|)$  est petit pour les grandes valeurs de  $|\nabla I|$ ,  $e$  est simplement la borne supérieure de l'intervalle où  $I$  est autorisée à diffuser librement.

La figure 16 présente le résultat de l'application du filtre d'Alvarez permettant de bien comprendre la détection de contours sur la radiographie. Pour l'exemple nous avons choisi les fonctions suivantes :  $g(x) = e^{-x^2}$  et  $h(x) = g(x)$ .

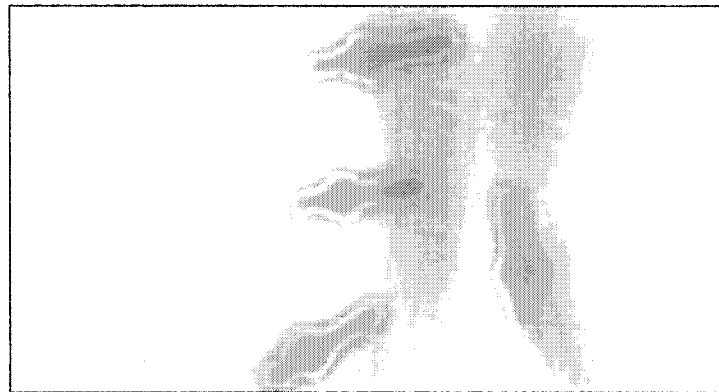


Figure 17 Les contours de vis par l'EDP parabolique d'Alvarez

### 2.3.5 Discussion

Les EDP paraboliques permettent de réduire l'effet de bruit sur les images par le biais de la diffusion isotrope et anisotrope. Les contours sont traités différemment selon le type de la diffusion et ils sont généralement plus au moins préservés. De plus l'existence et l'unicité des modèles ne sont pas toujours garanties.

Une deuxième approche d'EDP sera exposée dans le paragraphe qui suit, se sont les EDP hyperboliques appelés filtres de choc.

## 2.4 Les EDP Hyperboliques ou filtres de choc

Les filtres de choc sont des équations ou les systèmes d'équations aux dérivées partielles hyperboliques qui mettent en jeu des phénomènes de propagation d'ondes [17]. Les applications sont nombreuses, et couvrent des domaines variés comme l'acoustique, l'électromagnétisme, l'élasticité, la mécanique des fluides, la mécanique des solides, le traitement des images, etc.... Nous parlerons ici du traitement des images.

Les systèmes hyperboliques de lois de conservations 1D s'écrivent :

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} F(u(x, t)) = 0 \quad (2.7)$$

La variable  $u : R \times R^+ \rightarrow R^n$  est le vecteur des quantités conservées de dimension  $n$  ( $n$  entier strictement positif), appelé aussi variable d'état, et où  $F : R^n \rightarrow R^n$  représente la fonction de flux du système. Cette forme découle de lois physiques, elle exprime localement les principes de conservation de la matière en mécanique des fluides.

Sous cette forme conservative, le système (2.7) est dit hyperbolique si et seulement si, pour tout  $u \in R^n$ , le Jacobien  $\frac{\partial F(u)}{\partial u}$  est diagonalisable (voir [17]) avec des valeurs propres et vecteurs propres réels (resp. avec  $n$  valeurs propres réelles distinctes).

Le caractère hyperbolique d'un système a une interprétation physique : il signifie que les ondes et l'énergie associée se propagent en temps fini suivant des directions particulières. Pour résoudre (2.7), il est nécessaire d'adjoindre des informations sur les conditions initiales et sur les conditions aux limites, lorsque l'on considère un domaine spatial borné comme c'est toujours le cas en pratique. Le modèle 1D le plus simple est le modèle aux conditions initiales qui s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} u(x,t) + \frac{\partial}{\partial x} F(u(x,t)) = 0 \\ u(x,0) = u_0(x) \end{cases} \quad (2.8)$$

Les filtres de choc sont des systèmes hyperboliques permettant un rehaussement et une amélioration d'une image considérée comme une condition initiale tel que le système (2.8). Dans le paragraphe suivant, nous présentons quelques modèles de base de filtres de choc.

#### 2.4.1 Filtre de Choc de Rudin

L'utilisation de concepts et de techniques développés dans le cadre des solutions d'EDP hyperboliques non linéaires pour des problèmes de traitement des images a été proposé par Rudin dans [18], qui a été le premier à introduire dans ce domaine la notion de filtres de choc. Ces filtres sont des opérateurs dont l'application permet le développement dans le signal restauré de phénomènes analogues aux ondes de choc connues en mécanique des fluides.

Le modèle 1D, que Rudin a considéré est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + F(u_{xx}(x,t)) \cdot |u_x(x,t)| = 0 \\ u(x,0) = u_0(x) \end{cases} \quad (2.9)$$

Le modèle 2D, que Rudin a considéré est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} + |\nabla I| \cdot F(L(I)) = 0 \\ I(x,y,0) = I_0(x,y) \end{cases} \quad (2.10)$$

où  $F(s)$  est une fonction de la variable  $s$  telle que  $S^T \cdot F(S) \geq 0$ .  $L(I)$  désigne un opérateur elliptique non linéaire du second ordre, permettant l'extraction des contours, par exemple :

$$L(I) = \nabla I^T \cdot H \cdot \nabla I \quad (2.11)$$

où  $H$  est le Hessien de  $I(.,.)$ .

La figure 17 présente le résultat de l'application du filtre de Rudin permettant de bien comprendre la restauration de la radiographie par le filtre de choc de Rudin.



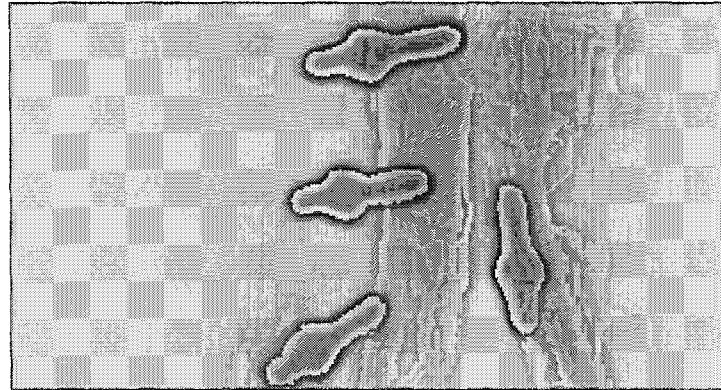


Figure 18 Segmentation de vis par le filtre de choc de Rudin

#### 2.4.2 Filtre de choc d'Alvarez

Dans la lignée de ces travaux, Alvarez [16] a aussi défini une nouvelle classe de filtres pour l'élimination du bruit et l'amélioration des contours à l'aide de filtres de choc et de processus de diffusion anisotrope. Des EDP non linéaires sont proposées pour la résolution de tels problèmes. Ainsi, constatant que le modèle de Rudin n'est pas performant en présence de bruit, à cause des chocs qui ne sont pas dus qu'au bruit et qui se produisent dans les positions du passage par zéro de la dérivée seconde de  $I$ , Alvarez a repris le modèle de Rudin et proposé la modification suivante sur le modèle 2D :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} I + F(G_\sigma * I_{xx}, G_\sigma * I_x) \cdot |\nabla I| = 0 \\ I(x,0) = I_0(x) \end{cases} \quad (2.12)$$

La figure 18 présente le résultat de l'application du filtre de choc d'Alvarez permettant de bien comprendre la restauration de la radiographie par ce filtre.

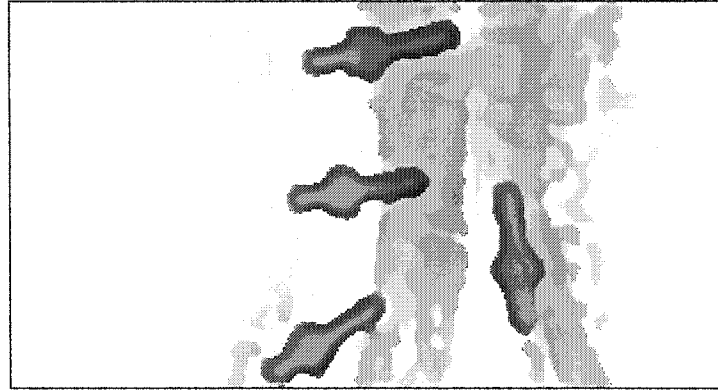


Figure 19 Segmentation de vis par le filtre de choc d'Alvarez

### 2.4.3 Filtre de choc Remaki-Cheriet

L'équipe Remaki-Cheriet a proposé un modèle de filtres de choc paramétré qui permet un contrôle séparé de la vitesse du rehaussement et les positions des chocs [19]. Le modèle 1D du modèle s'écrit :

$$\begin{cases} u_t + a(u^0) \cdot F(u_{xx}^0, u_x^0) \cdot \partial_x f(u(x, t)) = 0 \text{ sur } R \times R^+ \\ u(x, 0) = u^0 \end{cases} \quad (2.13)$$

Nous considérons  $u^0$  comme solution en préalable du lissage du signal original par un filtre gaussien 1D d'écart type  $\sigma$ . Ce lissage a pour but d'atténuer le bruit, pour éviter l'apparition des faux chocs.

$$u^0 = u^{org} * G_\sigma^1 \quad (2.14)$$

Le modèle 2D découle directement du modèle 1D, c'est un rehaussement par le filtre 1D dans les directions des OX suivie d'un rehaussement dans les directions des OY. Les modèles analytiques et numériques 1D et 2D sont clarifiés dans le chapitre suivant.

## CHAPITRE 3

### FILTRE DE CHOC REMAKI-CHERIET

#### 3.1 Introduction

L'introduction récente des filtres de choc dans le traitement des images n'a pas connu un succès instantané. La plupart des filtres sont souvent posés sans prendre en compte la présence du bruit sur les images traitées. L'apparition des faux chocs lors du rehaussement dégrade considérablement les images résultantes. Le filtre de choc amélioré qui prend en compte la présence du bruit est le filtre de choc d'Alvarez [20] qui empêche la formation des faux chocs lors du rehaussement, en faisant un lissage explicite de l'image originale pour atténuer le bruit. Pour pouvoir donner une plus grande portée d'applications aux modèles filtres de choc, il faut un contrôle séparé de la vitesse et la détection des positions des chocs. Le filtre de choc Remaki-Cheriet [19] offre le contrôle séparé des positions des chocs, et la vitesse du rehaussement à l'aide des fonctions paramètres que nous allons voir.

#### 3.2 Filtre de choc Remaki-Cheriet unidimensionnel

Le modèle unidimensionnel de filtre de choc Remaki-Cheriet est un modèle hyperbolique qui s'écrit sous la forme précédente (voir équation 2.13) :

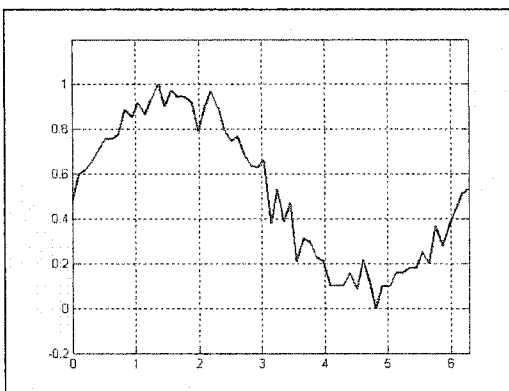
$$\begin{cases} u_t + a(u^0) \cdot F(u_{xx}^0, u_x^0) \cdot \partial_x f(u(x, t)) = 0 \text{ sur } R \times R^+ \\ u(x, 0) = u^0 \end{cases} \quad (3.1)$$

$a(\cdot)$  est une fonction discontinue bornée et mesurable dite fonction de zone. La fonction  $f$  est régulière et sa dérivée est appelée vitesse du choc. La fonction  $F$  est nommée fonction de localisation des chocs. Ses dérivées première et seconde dans ses arguments

sont prises sur l'image originale; en conséquence, cette fonction est seulement calculée une fois (au début du processus). En outre, nous croyons qu'en faisant ainsi, nous réduisons au minimum la complexité du problème de localisation des bords, qui peuvent se déplacer pendant le processus. Ces deux dérivées du signal original, qui est une fonction discontinue et bruitée, peuvent rendre le modèle mal posé. Cependant,  $u^0$  est considéré dans notre modèle comme solution en préalable du lissage du signal original par un filtre gaussien 1D d'écart type  $\sigma$ . Ce lissage est explicite et a pour but d'atténuer le bruit.

$$u^0 = u^{org} * G_\sigma^1 \quad (3.2)$$

La figure 20 explique le processus de restauration d'un signal 1D par le filtre de choc Remaki-Cheriet. La figure (20-a) représente le signal original que nous voulons restaurer, ce signal se présente sous forme discontinue à cause de la présence du bruit. La figure (20-b) représente l'effet du lissage explicite par un filtre Gaussien  $G_\sigma^1$  de  $\sigma = 1.5$ ; ce lissage a pour but d'atténuer le bruit pour pouvoir procéder à la localisation des vrais lieux des chocs, ainsi que pour assurer le calcul des dérivées première et seconde lors du calcul numérique. Finalement, la figure (20-c) représente le résultat de la restauration du signal. Ce résultat est conforme à l'attente initiale qui est la restauration du signal sous forme carré.



(a) signal original

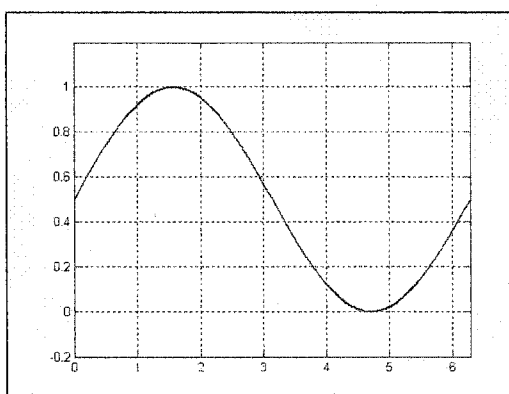
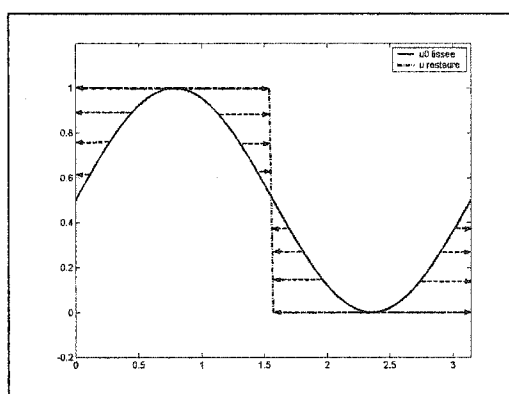
(b) lissage explicite ( $G_\sigma^1$  et  $\sigma = 1.5$ )(c) signal rehaussé ( $(a(u^0) = 1, f'(u) = 1, \text{et } F(s_1, s_2) = \text{sign}(s_1) \cdot \text{sign}(s_2))$ )

Figure 20 Restauration d'un signal 1D par le filtre de choc de Remaki-Cheriet

### 3.2.1 Existence et unicité de la solution 1D du filtre de choc Remaki-Cheriet

Le filtre de choc Remaki-Cheriet [19] permet une restauration de la qualité d'une image multimodale considérée comme une condition initiale à une équation aux dérivées partielles de type hyperbolique adéquatement choisie. Ce filtre offre un contrôle séparé des positions des chocs par la fonction localisation des chocs, et la vitesse de rehaussement à l'aide des fonctions de zone et vitesse du choc. L'existence et l'unicité de la solution analytique du filtre de choc Remaki-Cheriet sont expliquées par la théorie de Colombeau [21]. L'équation (3.1) admet une solution, et cette solution est unique.

À partir du modèle analytique 1D, nous déduisons un schéma numérique robuste permettant d'approximer numériquement la solution souhaitée. Le schéma numérique choisi, sa convergence et sa stabilité seront exposés dans les paragraphes suivants.

### 3.2.2 Schéma Numérique 1D du filtre de choc Remaki-Cheriet

Décrivons maintenant le schéma numérique que nous allons utiliser. Tout d'abord nous introduisons un pas spatial  $h > 0$  et un pas temporel  $\tau > 0$ . Nous définissons ensuite  $x_i = ih$  avec  $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ , et  $t_n = n\tau$  avec  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Les points  $x_i$  et  $t_n$  sont représentés dans la figure 21:

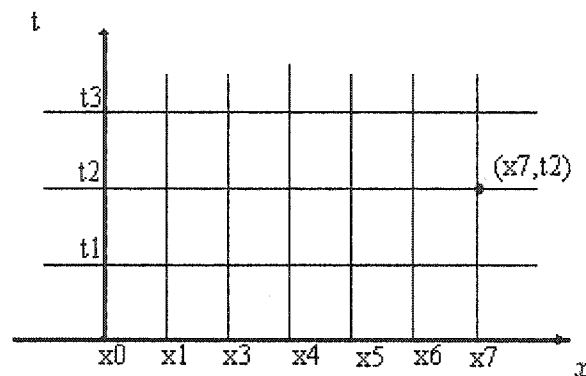


Figure 21 Grille de discrétisation temporelle et spatiale pour le cas unidimensionnel

Dans la suite, les nombres  $u_i^n$  sont des approximations de  $u(x_i, t_n)$ , pour  $i = 0, 1, 2, 3, \dots$  et  $n = 0, 1, 2, \dots$  (on note  $u_i^n \equiv u(x_i, t_n)$ ). Le schéma numérique que nous présentons ici a pour but de calculer explicitement les  $u_i^{n+1}, i \in N$  lorsque tous les  $u_i^n, i \in N$  sont connus (on parle du schéma explicite).

Posons tout d'abord :

$$c(x_i, t_n) = a(u_i^0) \cdot F\left(\frac{u_{i+1}^0 - 2u_i^0 + u_{i-1}^0}{h^2}, \frac{u_{i+1}^0 - u_i^0}{h}\right) \cdot \frac{\partial f}{\partial x}(u_i^n) \quad (3.3)$$

Le schéma numérique 1D proposé s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} + c(x_i, t_n) \cdot \frac{(u_i^n - u_{i-1}^n)}{h} &= 0 \text{ si } c(x_i, t_n) > 0, \\ \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} + c(x_i, t_n) \cdot \frac{(u_{i+1}^n - u_i^n)}{h} &= 0 \text{ si } c(x_i, t_n) \leq 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Les valeurs  $u_i^{n+1}$  sont obtenues à partir des valeurs  $u_i^n$  de la figure 22 :

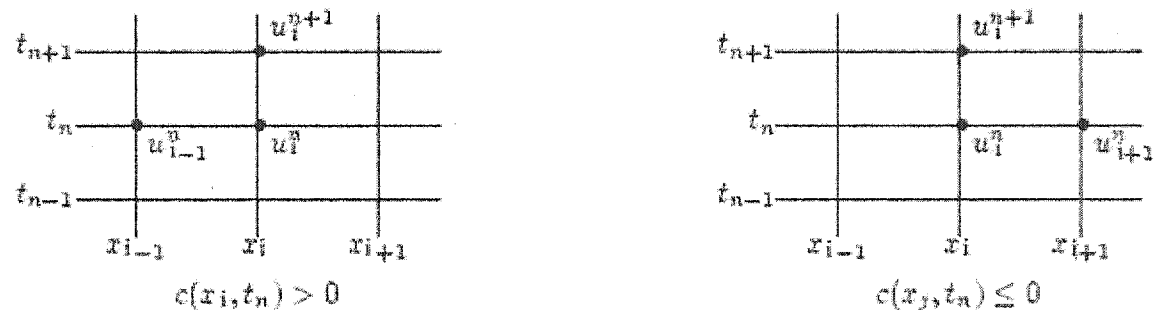


Figure 22 Choix des points sur la grille de discrétisation selon le signe de la propagation de la restauration

Nous obtenons ainsi facilement l'expression du schéma numérique 1D qui peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned}
 u_i^{n+1} &= u_i^n - r \cdot \max[0, c(x_i, t_n)] \cdot (u_i^n - u_{i-1}^n) - r \cdot \min[0, c(x_i, t_n)] \cdot (u_{i+1}^n - u_i^n) \\
 u_i^0 &= u^0(i \cdot h) \\
 \text{Avec } r &= \frac{\tau}{h}
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

### 3.2.3 Stabilité du schéma numérique 1D et condition CFL

Le schéma numérique est stable ( $L^2$  stable) si :  $r \cdot \left| a(u^0) \cdot F(u_{xx}^0, u_x^0) \cdot \frac{\partial f}{\partial x}(u) \right| < 1$  en chaque point, i.e. si :

$$\tau < \frac{h}{\left| a(u^0) \cdot F(u_{xx}^0, u_x^0) \cdot \frac{\partial f}{\partial x}(u) \right|}
 \tag{3.6}$$

Cette condition de stabilité est appelée condition de Courant – Friedrichs – Lewy [22] en abrégé la condition CFL.

Les figures (23-a) et (23-b) présentent un exemple pour comprendre la relation entre la convergence du processus du choc Remaki-Cheriet et la condition CFL. Le processus est convergent car la valeur attribuée au point restauré  $p_{i+1}$  du point  $n_{i+1}$  est inférieure en module (valeur absolue) selon l'axe OY à celle du point voisin avant restauration  $n_i$ .



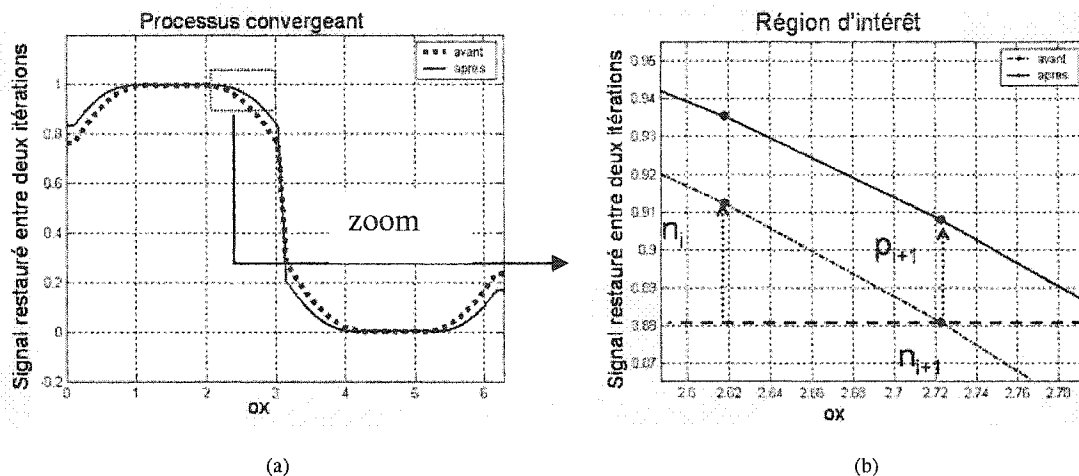


Figure 23 Processus du choc Remaki-Cheriet convergent et la CFL  
 a) Signal restauré entre deux itérations b) Région d'intérêt

Les figures (24-a) et (24-b) permettant de comprendre la relation entre la divergence du processus du choc Remaki-Cheriet et la condition CFL. Le processus est divergent car la valeur attribuée au point restauré  $p_{i+1}$  du point  $n_{i+1}$  est supérieure en module (valeur absolue) selon l'axe OY à celle du point voisin avant restauration  $n_i$ .

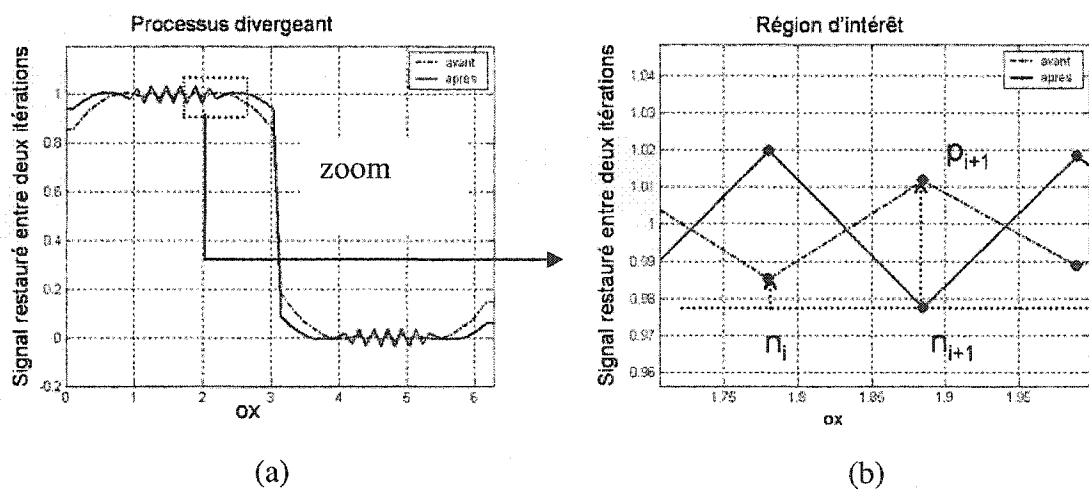


Figure 24 Processus du choc Remaki-Cheriet divergent et la CFL  
 a) Signal restauré entre deux itérations b) Région d'intérêt

### 3.2.4 Algorithme 1D détaillé

Le tableau II un récapitulatif de la procédure de rehaussement 1-D.

Tableau II

Algorithme 1D détaillé pour la restauration d'un signal

<p>1. Lissage par un filtre gaussien d'écart type <math>\sigma</math> : <math>u^0 = u^{orig} * G_\sigma^1</math></p> <p>2. Initialisation des paramètres : <math>r</math>, <i>tolérance</i> et <i>erreur</i>.</p> <p><b>Tant que</b> (erreur &gt; tolérance)</p> <p style="padding-left: 2em;">Calcul de l'itération suivante selon (3.3) et (3.5)</p> $u_i^{n+1} = u_i^n - r \cdot \max[0, c(i)] \cdot (u_i^n - u_{i-1}^n) - r \cdot \min[0, c(i)] \cdot (u_{i+1}^n - u_i^n)$ <p style="padding-left: 2em;">Calcul de l'erreur : <math>erreur = \ u^{n+1} - u^n\ _{L^2(\mathbb{R})}</math></p> <p style="padding-left: 2em;">Nouvelle initialisation du vecteur restauré : <math>u^n = u^{n+1}</math></p> <p><b>Fin</b></p>
--

Les figures 25, 26 et 27 illustrent le processus de restauration d'un signal multimodal 1D par le filtre de choc de Remaki-Cheriet. Les paramètres considérés selon l'algorithme 1D sont :  $r = 0.86$ ,  $\epsilon = 10^{-4}$ ,  $\sigma = 1.5$ ,  $a(u^0) = 1$ ,  $F(s_1, s_2) = \text{sign}(s_1) \cdot \text{sign}(s_2)$  et  $f'(u) = 1$ . Nous remarquons la formation de paliers aux endroits prévus. Cet exemple est similaire à une coupe sur une image, c'est un aperçu du cas bidimensionnel représenté par les images.

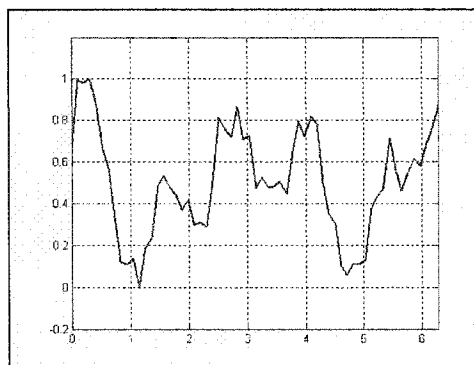


Figure 25 Signal multimodal 1D original

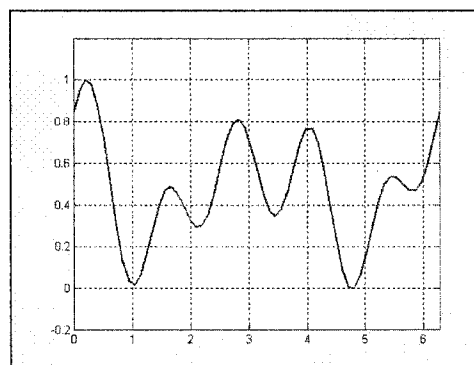


Figure 26 Signal multimodal 1D lissé

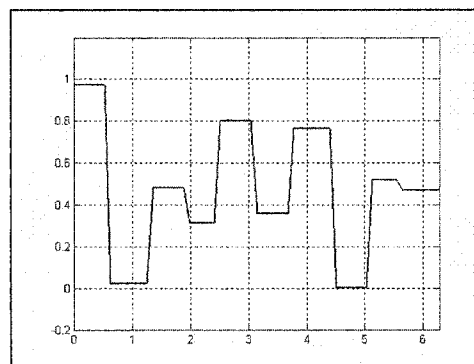


Figure 27 Rehaussement du signal multimodal 1D avec les paramètres  
 $((a(u^0) = 1, f'(u) = 1, \text{et } F(s_1, s_2) = \text{sign}(s_1) \cdot \text{sign}(s_2)))$

### 3.3 Filtre de choc Remaki-Cheriet bidimensionnel

Le cas bidimensionnel découle directement du cas unidimensionnel, le passage au cas bidimensionnel revient à considérer l'image comme étant formée de deux signaux unidimensionnels placés en lignes et en colonnes. Le rehaussement se fait selon la direction OX puis selon la direction OY [19].

Le modèle du rehaussement dans la direction OX s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} I_t(x, y, t) + a_1(I^0(x, y)) \cdot F_1(I_{xx}^0(x, y), I_x^0(x, y)) \cdot \partial_x f_1(I(x, y, t)) = 0 \\ I(x, y, 0) = I^0(x, y) \end{cases} \quad (3.7)$$

Le modèle du rehaussement dans la direction de OY s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} I_t(x, y, t) + a_2(I^0(x, y)) \cdot F_2(I_{yy}^0(x, y), I_y^0(x, y)) \cdot \partial_y f_2(I(x, y, t)) = 0 \\ u(x, y, 0) = u^0(x, y) \end{cases} \quad (3.8)$$

$I^0$  est considéré dans le cas bidimensionnel comme solution en préalable du lissage de l'image originale par un filtre gaussien 2D d'écart type  $\sigma$ , ce lissage est explicite et a pour but d'atténuer le bruit sur l'image.

$$I^0 = I^{orig} * G_\sigma^2 \quad (3.9)$$

L'existence et l'unicité de la solution pour le cas bidimensionnel sont assurées par le fait que le modèle 2D découle directement du cas unidimensionnel 1D. Le modèle 2D admet une solution et cette solution est unique.

### 3.3.1 Schéma Numérique 2D du filtre de choc Remaki-Cheriet

Le schéma numérique 2D découle aussi du schéma numérique 1D. Tout d'abord un pas spatial 2D  $h = [h_1, h_2]^T$ ,  $h_l > 0$  pour  $l=1$  et  $2$ , et un pas temporel  $\tau > 0$ . Nous définissons ensuite  $x_i = ih_1$ ,  $y_i = ih_2$  avec  $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ , et  $t_n = n\tau$  avec  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Posons tout d'abord pour  $l=1$  et  $2$  :

$$c_l(x_i, y_i, t_n) = a_l(I_{i,j}^0) \cdot F^l \left( \frac{I_{i+1,j}^0 - 2I_{i,j}^0 + I_{i-1,j}^0}{h_1^2}, \frac{I_{i+1,j}^0 - I_{i,j}^0}{h_1} \right) \cdot \frac{\partial f_l}{\partial x}(I_{i,j}^n) \quad (3.10)$$

$$K_1^l = \max[0, c_l(x_i, y_i, t_n)], \quad K_2^l = \min[0, c_l(x_i, y_i, t_n)] \quad \text{et} \quad r_l = \frac{\tau}{h_l}$$

Le schéma numérique 2D peut s'écrire comme suit :

$$I_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = I_{i,j}^n - r_1 \cdot K_1^1 \cdot (I_{i,j}^n - I_{i-1,j}^n) - r_1 \cdot K_2^2 \cdot (I_{i+1,j}^n - I_{i,j}^n)$$

$$I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - r_2 \cdot K_1^2 \cdot \left( I_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - I_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}} \right) - r_2 \cdot K_2^2 \cdot \left( I_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - I_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (3.11)$$

$$I(x_i, y_i, 0) = I_{i,j}^0$$

### 3.3.2 Algorithme 2D détaillé

Le tableau III est un récapitulatif de la procédure de rehaussement sur les images (cas 2D).

Tableau III

## Algorithme 2D détaillé pour la restauration d'une image

<p>1. Lissage par un filtre gaussien 2-D : <math>I^0 = I^{orig} * G_\sigma^2</math></p> <p>2. Processus du choc 2D</p> <p>- Initialisation des paramètres <math>r_1</math>, <math>r_2</math>, tolérance et erreur.</p> <p><b>Tant que</b> (erreur &gt; tolérance)</p> <p>Calcul de la matrice : <math>c_l(i, j) = a_l(I^0) \cdot F^l(I_{xx}^0, I_x^0) \cdot \partial f_l(I^n)</math> pour <math>l=1:2</math></p> <p>Calcul de l'itération suivante selon :</p> $I_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = I_{i,j}^n - r_1 \cdot \max[0, c_1(i, j)] \cdot (I_{i,j}^n - I_{i-1,j}^n) - r_1 \cdot \min[0, c_1(i, j)] \cdot (I_{i+1,j}^n - I_{i,j}^n)$ $I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - r_2 \cdot \max[0, c_2(i, j)] \cdot (I_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - I_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}) - r_2 \cdot \min[0, c_2(i, j)] \cdot (I_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - I_{i,j}^{n+\frac{1}{2}})$ <p>Calcul de l'erreur : <math>erreur = \ I^{n+1} - I^n\ _{L^2(R)}</math></p> <p>Nouvelle initialisation <math>I^n = I^{n+1}</math></p> <p><b>Fin</b></p>
---

Les figures 28, 29 et 30 illustrent le processus de restauration des images par le filtre de choc Remaki-Cheriet. Les paramètres choisis pour le processus du rehaussement sont :  $a_1(I^0) = a_2(I^0) = 1$ ,  $F^1(s_1, s_2) = F^2(s_1, s_2) = \text{sign}(s_1) \cdot \text{sign}(s_2)$  et  $f_1'(I) = f_2'(I) = 1$ ,  $r_1 = r_2 = 0.86$ ,  $e = 10^{-4}$ ,  $G_\sigma^2$  avec  $\sigma = 6$ . La figure 28 présente une radiographie de vis bruitée, le lissage de l'image est présenté à la figure 29, le résultat du rehaussement à la figure 30.

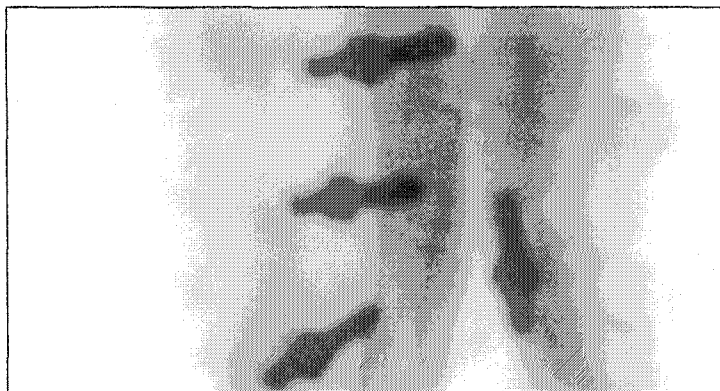


Figure 28 Radiographie de vis originale à rayons X

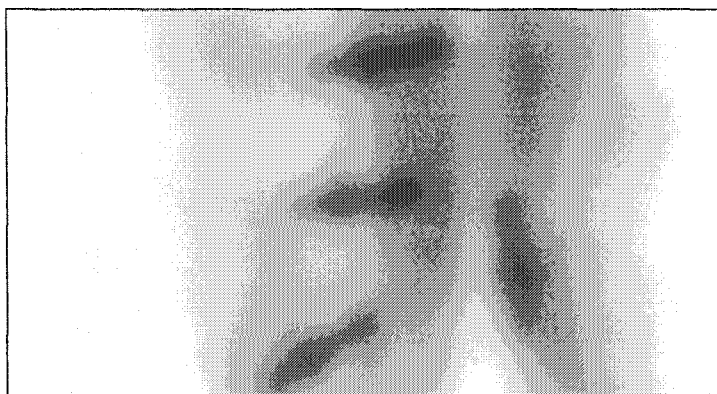


Figure 29 Radiographie de vis à rayons X lissée ( $G_{\sigma}^2$  et  $\sigma = 6$ )

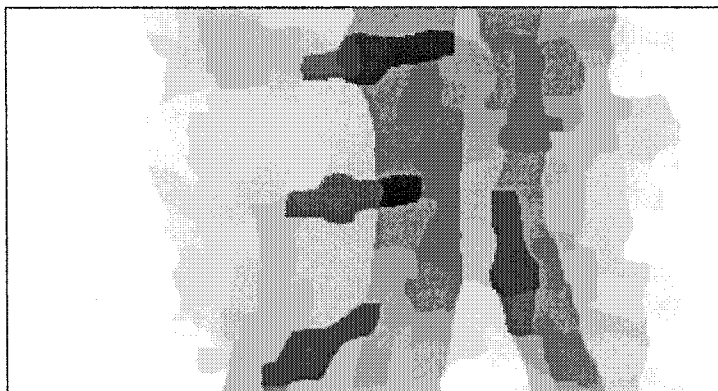


Figure 30 Radiographie de vis rehaussée par le filtre de choc Remaki-Cheriet 2D

Dans le chapitre qui suit, nous proposerons des fonctions paramètres adéquates, afin d'optimiser la vitesse du processus ainsi que la précision de la détection des vrais lieux des chocs sur une image.



## CHAPITRE 4

### FONCTIONS PARAMÈTRES DU FILTRE DE CHOC REMAKI-CHERIET

#### 4.1 Paramètres du filtre de choc Remaki-Cheriet

Nous proposons dans ce chapitre des fonctions paramètres optimales du filtre de choc Remaki-Cheriet pour mieux localiser les lieux des chocs et pour accélérer le processus du rehaussement. Soit  $u^{org}$  le signal original test normalisé 1D (figure 31) qui est une variable des fonctions paramètres du filtre de choc Remaki-Cheriet.

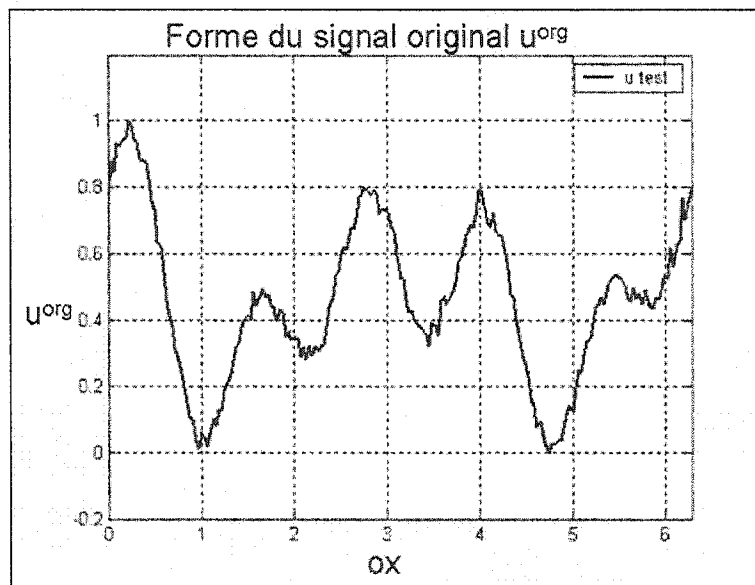


Figure 31 Signal original test 1D

La première étape du processus du rehaussement est le lissage explicite du signal original par un filtre gaussien 1D ( $\sigma = 1.5$ ). Le résultat de ce lissage est le signal  $u^0$  (figure 32).

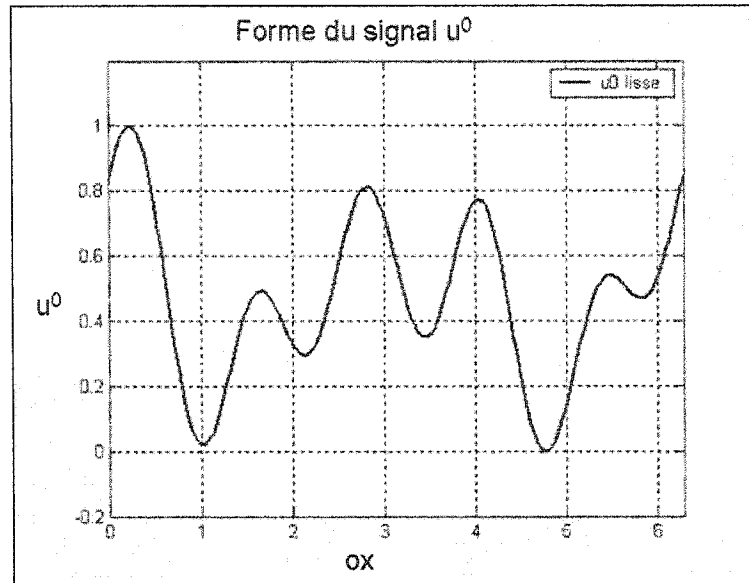


Figure 32 Le signal original lissé

Comme auparavant (équations 2.13 et 3.1), le modèle 1D du filtre de choc Remaki-Cheriet s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} u_t + a(u^0) \cdot F(u_{xx}^0, u_x^0) \cdot \partial_x f(u(x,t)) = 0 \text{ sur } R \times R^+ \\ u(x,0) = u^0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Les fonctions paramètres du filtre de choc Remaki-Cheriet sont posées d'une façon assez large. Elles appartiennent à des espaces précis et leur interprétation nécessite une étude approfondie. Cependant, la condition CFL permet de les conclure et les optimisations que nous allons faire seront des approximations sur l'ensemble des paramètres proposés.

### 4.1.1 Fonction de zone

La fonction  $a(\cdot)$  est appelée fonction de zone, elle dépend uniquement du signal  $u^0$ , elle sert à contrôler la stabilité et l'accélération de la solution numérique. C'est une fonction mesurable, continue par morceau et bornée, i.e.  $a(\cdot) \in L^\infty(\mathbb{R})$ .

Nous proposons les fonctions de zone suivantes tout en expliquant le raisonnement analytiques qui nous a poussé à les choisir.

- $a_1(u^0) = 1$

Le principal intérêt de cette fonction de zone est qu'elle respecte la condition CFL. De plus, elle assure généralement la stabilité de la solution numérique et elle est très facile à implémenter numériquement.

- $a_2(u^0) = 1 + (\max \min(u^0) - u^0) \cdot (u^0 - \min \max(u^0))$ .

De même que la fonction de zone précédente, cette fonction assure la stabilité de la solution numérique et respecte la condition CFL. Ce choix nous donne la possibilité d'accélérer le processus de rehaussement dans les régions situées entre les maximums des minimums et les minimums des maximums de la courbe.

- $a_3(u^0) = 1 + \left| (\max \min(u^0) - u^0) \cdot (u^0 - \min \max(u^0)) \right|$ .

Ce choix de fonction de zone est semblable au deuxième choix précédent. Cette fonction nous assure la stabilité de la solution numérique et le respect de la condition CFL. Même si la condition CFL dans les régions situées entre les maximums des minimums et les minimums des maximums de la courbe n'est localement pas respectée.

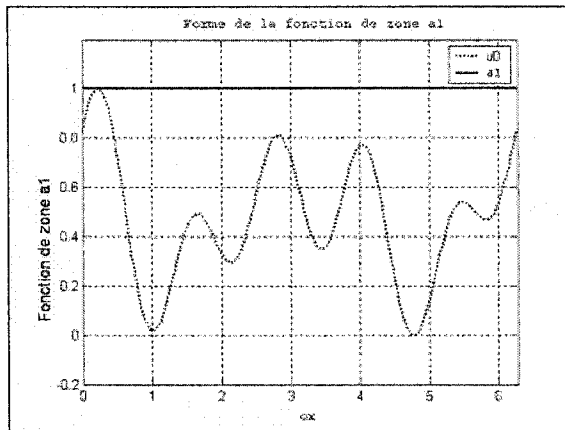
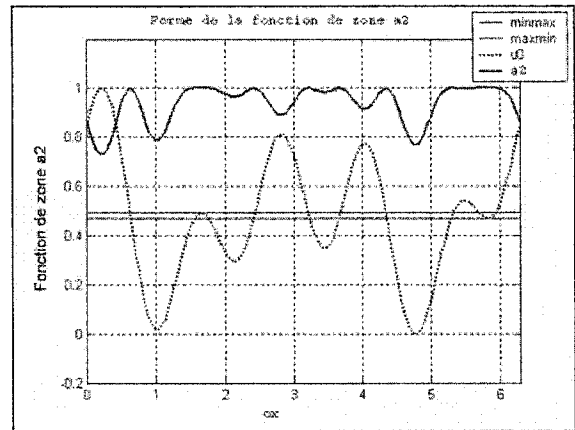
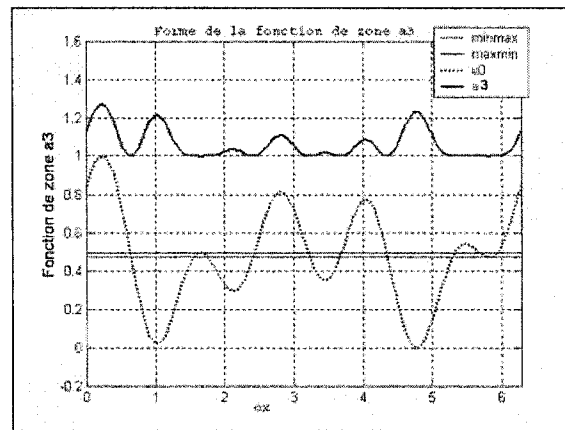
Fonction de zone  $a_1$ Fonction de zone  $a_2$ Fonction de zone  $a_3$ 

Figure 33 Les fonctions de zone choisies

#### 4.1.2 Fonction de localisation du choc

La fonction  $F(.,.)$  est appelée fonction de localisation du choc, c'est une fonction à deux variables. Elle dépend des dérivées première et seconde du signal  $u^0$ . Cette fonction doit vérifier la condition  $S^T \cdot F(S) \geq 0$ .

Nous proposons les fonctions de localisation des chocs suivantes tout en donnant les motivations analytiques qui nous ont poussé à les choisir.

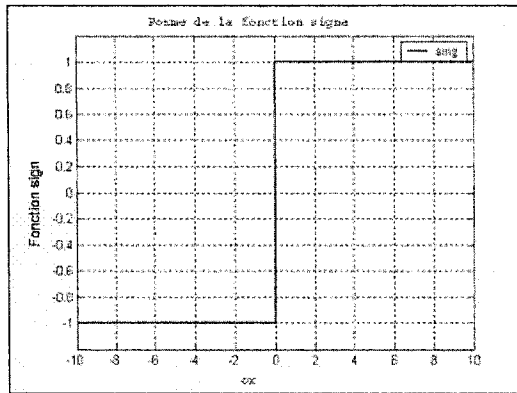
- $F^1(u_x^0, u_{xx}^0) = F_1^1(u_x^0) \cdot F_2^1(u_{xx}^0)$ , avec  $F_1^1(x) = \text{sign}(x)$ ,  $F_2^1(x) = \text{sign}(x)$ .  
 $F^1$  nous assure la localisation des lieux des chocs sur le signal. Elle sert à la création des paliers carrés (discontinuité brusque avec la fonction  $F_1^1$ ).

- $F^2(u_x^0, u_{xx}^0) = F_1^2(u_x^0) \cdot F_2^2(u_{xx}^0)$ , avec  $F_1^2(x) = \frac{(1 - e^{-x})}{(1 + e^{-x})}$ ,  $F_2^2(x) = \text{sign}(x)$ .

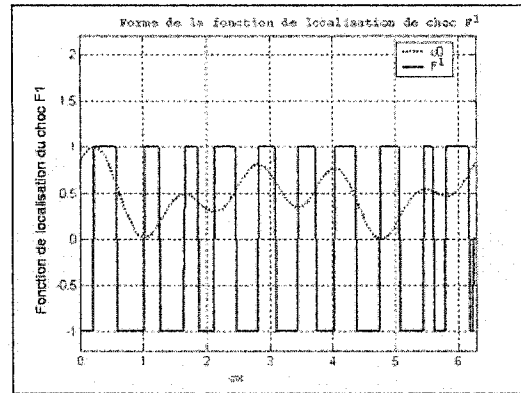
La sigmoïde  $F_1^2 \in [-1, 1]$  sert à rehausser le signal d'une façon moins brusque que  $F_1^1$ . Elle sert en général à préserver les niveaux de gris tout en rehaussant les contours de façon lisse.

- $F^3(u_x^0, u_{xx}^0) = F_1^3(u_x^0) \cdot F_2^3(u_{xx}^0)$ , avec  $F_1^3(x) = A \tan(x)$ ,  $F_2^3(x) = \text{sign}(x)$ .

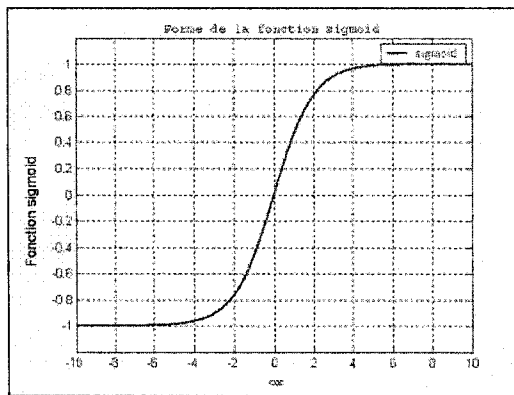
L'arctangente  $F_1^3 \in [-\pi/2, \pi/2]$  sert à rehausser le signal d'une façon moins brusque que  $F_1^1$ . Elle sert en général comme la sigmoïde à préserver les niveaux de gris tout en rehaussant les contours de façon lisse.



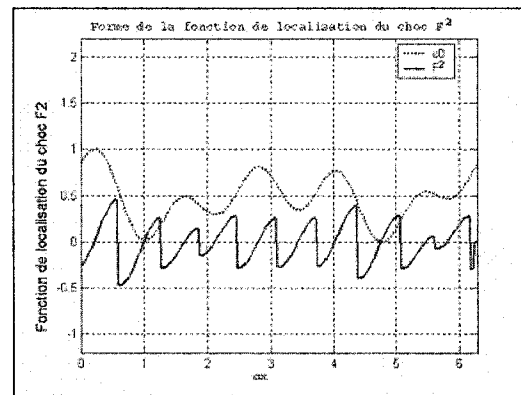
Fonction  $F_1^1$



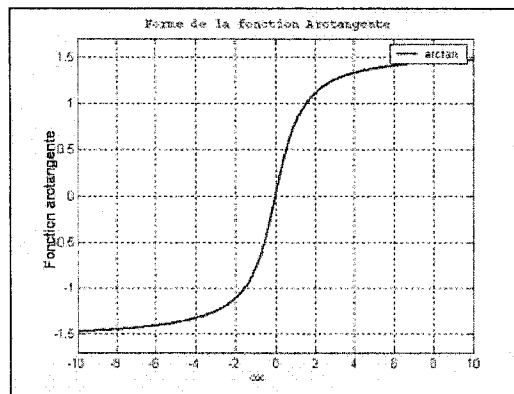
Fonction de localisation du choc  $F^1$



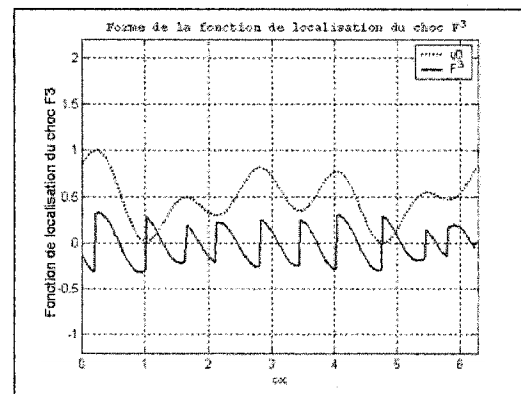
Fonction  $F_1^2$



Fonction de localisation du choc  $F^2$



Fonction  $F_1^3$



Fonction de localisation du choc  $F^3$

Figure 34 Les fonctions de localisation des chocs choisies

### 4.1.3 Fonction vitesse du choc

La fonction  $f(\cdot)$  dont la dérivée est appelée vitesse du choc, contrôle la rapidité du choc, c'est une fonction régulière et bornée.

Nous proposons les fonctions vitesse du choc suivantes tout en donnant les motivations analytiques qui nous ont poussé à les choisir.

- $f_1(u) = u$  et  $f'_1(u) = 1$ .

La vitesse est constante et elle est égale à 1. Cette fonction assure la stabilité de la solution numérique tout en respectant la condition CFL. Elle est facile à implémenter numériquement.

- $f_2(u) = 0.5 \cdot \text{sign}(u) \cdot u^2$  et  $f'_2(u) = |u|$

Cette fonction assure la stabilité de la solution numérique tout en respectant la condition CFL. Elle accélère le processus dans les régions où les valeurs de  $u$  avoisinent la valeur 1.

- $f_3(u) = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}}$  et  $f'_3(u) = \sqrt{u}$

Cette fonction assure la stabilité de la solution numérique tout en respectant la condition CFL. Elle accélère le processus dans les régions où les valeurs de  $u$  avoisinent la valeur 0.

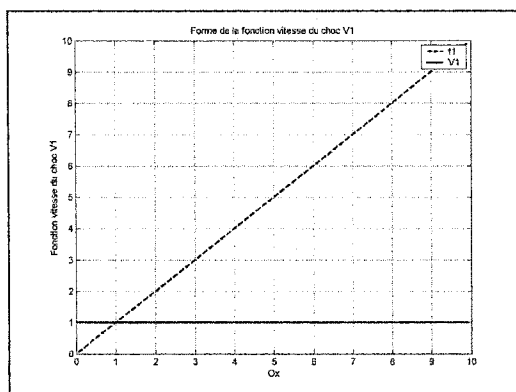
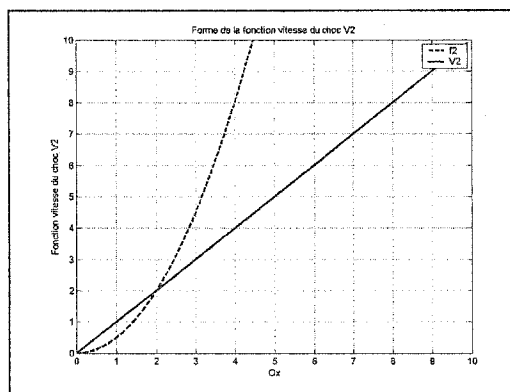
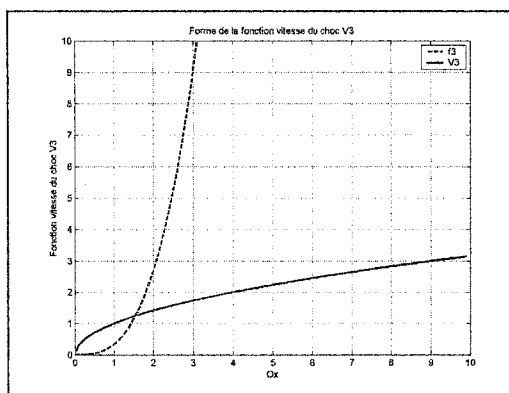
Fonction vitesse du choc  $f_1$ Fonction vitesse du choc  $f_2$ Fonction vitesse du choc  $f_3$ 

Figure 35 Les fonctions vitesse du choc choisies



## 4.2 Optimisation des fonctions paramètres

Nous procéderons à deux optimisations sur les fonctions paramètres proposées. L'une sur la rapidité du processus de rehaussement dans le cas 1D, l'autre sur la précision de la détection des lieux des chocs dans le cas 2D (les images).

### 4.2.1 Rapidité du processus du rehaussement

La fonction de localisation des chocs n'influence pas la rapidité du processus de rehaussement. Nous choisissons la fonction de localisation du choc  $F^l$  pour procéder à l'optimisation. Cette optimisation est faite sur les fonctions paramètres restantes qui sont : les fonctions de zone et les fonctions vitesse du choc.

L'étude de l'ensemble de combinaisons possibles (figure 36), permet de retenir les combinaisons les plus performantes en terme de rapidité de convergence. Nous distinguons deux façons d'accélérer le processus : (i) si le critère de convergence est fixé dépendamment du nombre d'itérations, la meilleure combinaison est  $(a_2, f_2)$  suivie de  $(a_2, f_3)$  pour un maximum de 10 itérations. (ii) si le critère de convergence est fixé dépendamment à un critère d'arrêt avec un seuil de tolérance  $e = 5 \cdot 10^{-2}$ , la meilleure combinaison est  $(a_1, f_1)$  suivie de  $(a_3, f_1)$ . La deuxième option est favorisée pour un rehaussement optimal. Nous gardons les combinaisons  $(a_1, f_1)$  et  $(a_3, f_1)$ . La meilleure fonction paramètre pour la vitesse de choc est de loin  $f_1$ , nous rejetterons  $f_2$  et  $f_3$  pour éviter des calculs inutiles.

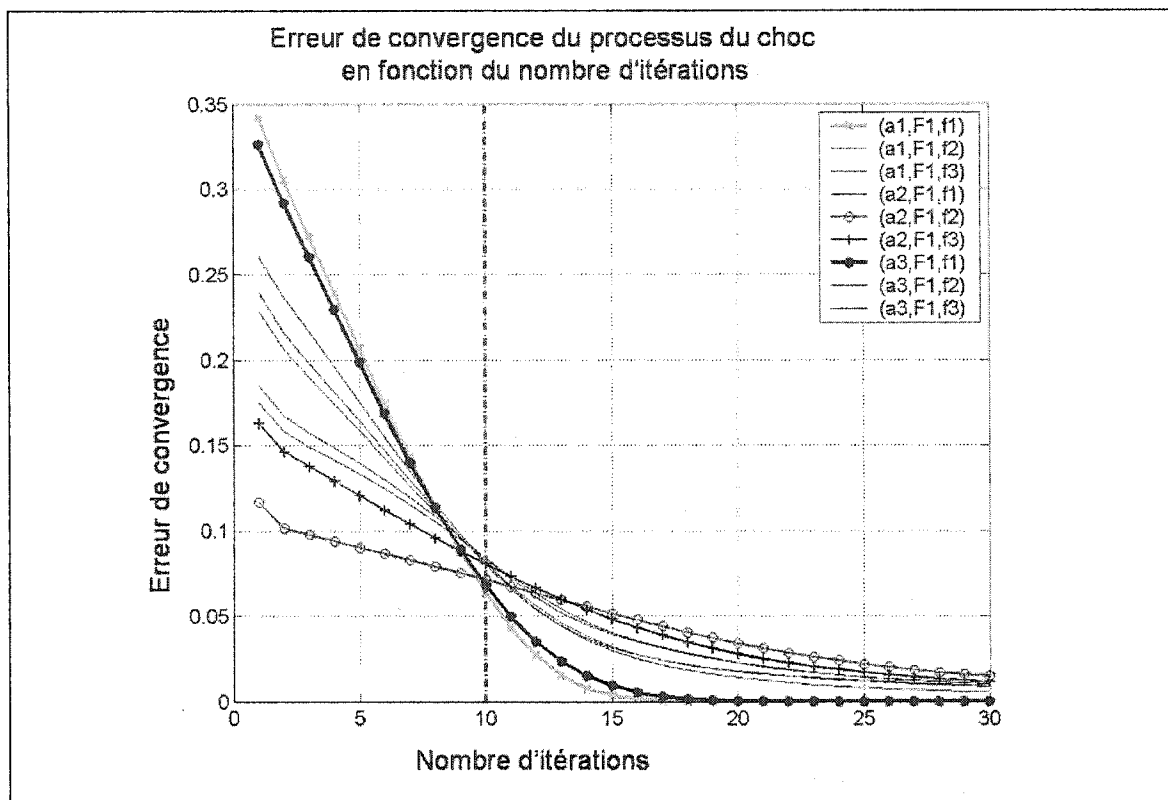


Figure 36 Rapidité du processus de choc en fonction des combinaisons des paramètres

#### 4.2.2 Précision de localisation des vrais lieux des chocs

Les tests se font sur une image binaire considérée comme une image test (figure 37). Nous bruitons cette image test par un bruit uniforme de 10% et par un bruit gaussien d'écart type  $\sigma = 0.5$  (figure 38), le but de cette dégradation est de pouvoir mesurer la précision de détection des contours par les fonctions de localisation des chocs. Le rehaussement de cette image par le filtre de choc Remaki-Cheriet est réalisé par les fonctions paramètres fixes  $a_l$  et  $f_l$ . Nous allons voir l'impact de l'utilisation des fonctions de localisation des chocs sur la précision de localisation des arêtes sur l'image dégradée.

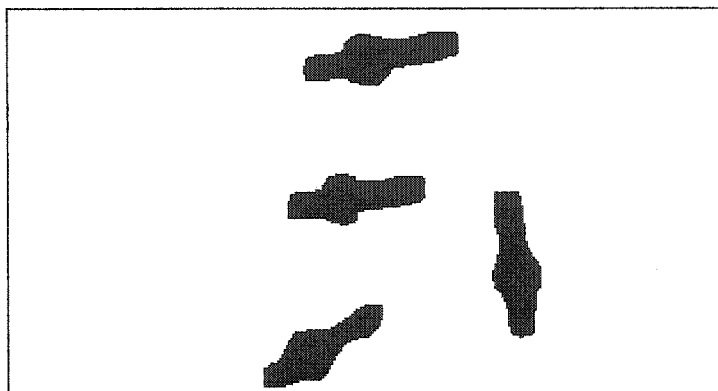


Figure 37 Image binaire test

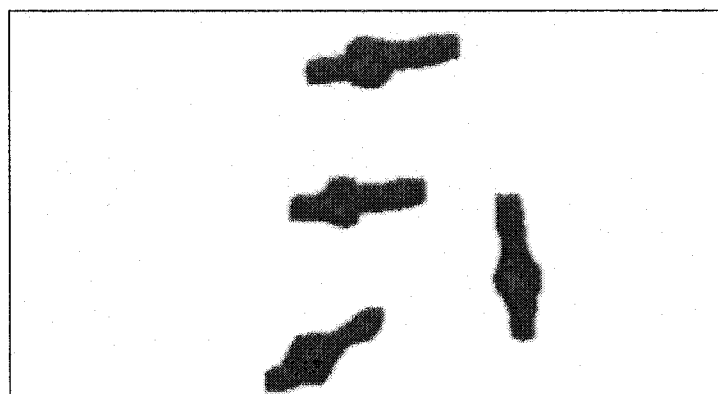


Figure 38 Image binaire test dégradée

Les résultats du rehaussement sont basés sur un critère d'arrêt avec un seuil de tolérance  $\epsilon = 10^{-4}$ , avec un maximum d'itérations de 200. Les résultats du rehaussement sont présentés sur les figures 39,40 et 41.

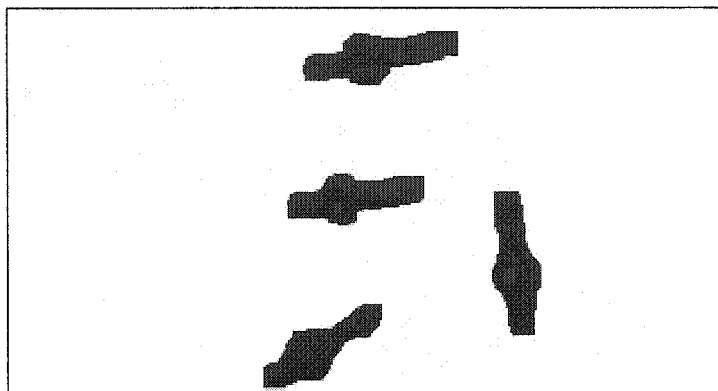


Figure 39 Rehaussement par la fonction de localisation des chocs  $F^1$

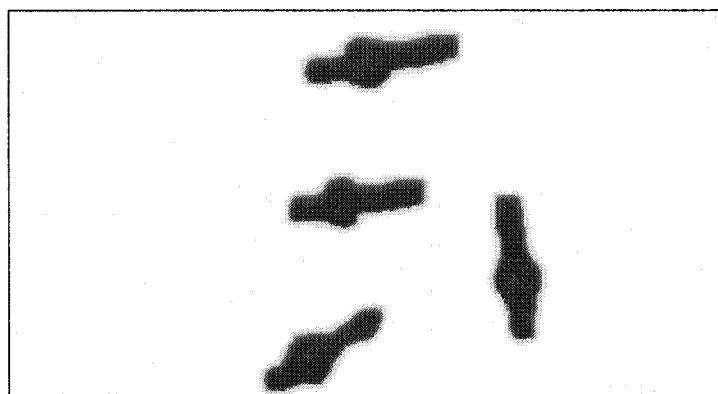


Figure 40 Rehaussement par la fonction de localisation des chocs  $F^2$

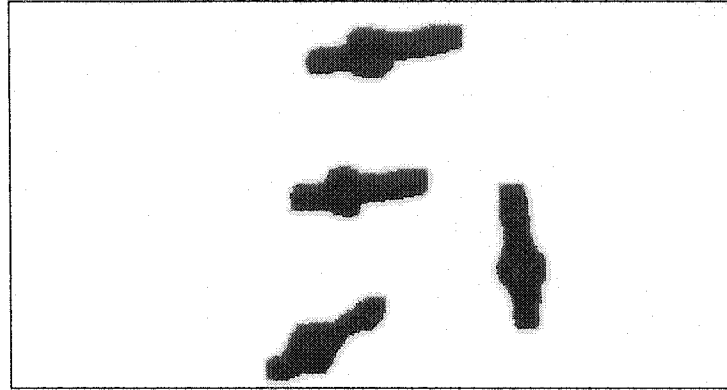


Figure 41 Rehaussement par la fonction de localisation des chocs  $F^3$

Pour mesurer la précision de localisation des vrais arêtes par les fonctions  $F^i$ ,  $i=1,2$  et  $3$ , nous procédons comme suit :

- binariser les images rehaussées par la méthode globale d'Otsu;
- extraire les contours de toutes les images binaires par la méthode de Canny;
- soustraire l'image contours test originale des images contours rehaussées;
- calculer le nombre de pixels allumés sur l'image résultant de la soustraction.

À partir des résultats donnés sur la figure 42, nous pouvons affirmer que les fonctions de localisation des chocs  $F^2$  et  $F^3$  sont plus précises dans la détection des contours par rapport à la fonction de localisations des chocs  $F^1$  (7 pixels allumés pour  $F^2$  et  $F^3$  contre 27 pixels allumés pour  $F^1$ ). Cette précision se traduit par le fait que les fonctions de localisation des chocs  $F^2$  et  $F^3$  rehaussent les contours d'une façon moins brusque que  $F^1$  tout en préservant les niveaux de gris de l'image.

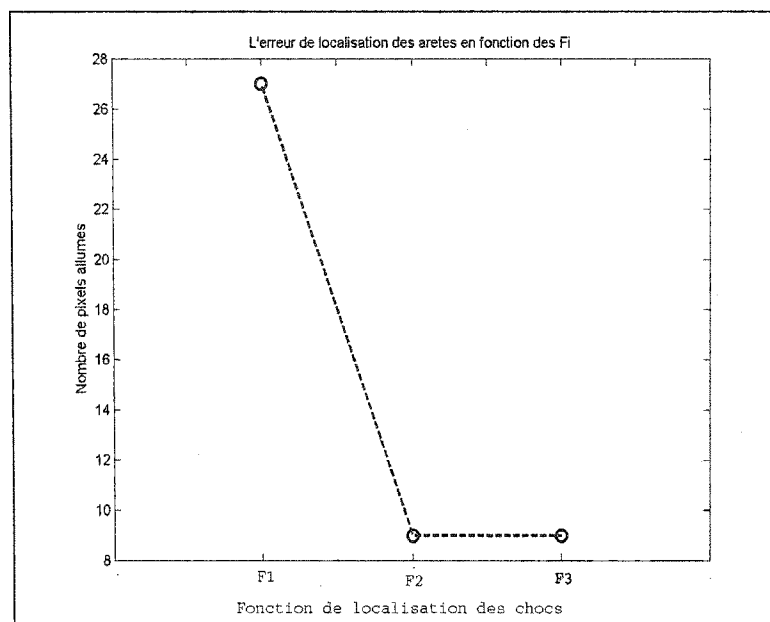


Figure 42 La précision de localisation des contours en fonction de  $F^i$ ,  $i=1,2$  et  $3$

### 4.3 Conclusion et discussion

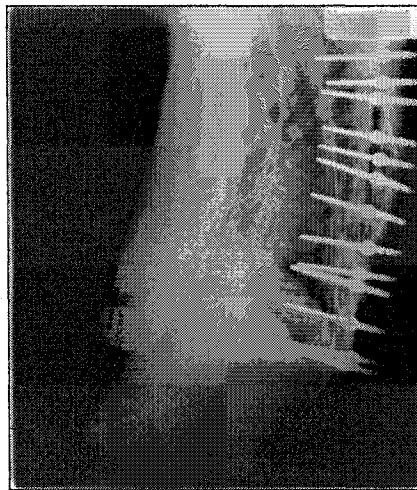
Ces optimisations approximatives des fonctions paramètres du filtre de choc Remaki-Cheriet nous ont permis de sélectionner les meilleures fonctions paramètres sur l'ensemble des fonctions paramètres proposés auparavant. Pour un processus de choc rapide basé sur un nombre d'itérations inférieur ou égal à 10, les combinaisons des fonctions paramètres  $(a_2, f_2)$  et  $(a_2, f_3)$  sont à garder. Pour un processus de choc précis selon un seuil d'arrêt  $e = 5 \cdot 10^{-2}$ , les combinaisons des fonctions paramètres  $(a_1, f_1)$  et  $(a_3, f_1)$  sont à garder. Pour une localisation précise des arêtes, les fonctions de localisation des chocs  $F^2$  et  $F^3$  sont meilleures que  $F^1$ . L'impact réel de l'utilisation des fonctions paramètres est amplement discuté lors de l'extraction des contours et des points de référence associés sur les paires de radiographies à rayons X, sur la base de données du chapitre 6 (expérimentation et validation). Les fonctions paramètres retenues pour la validation sur notre base de données sont :  $a_1$ ,  $a_3$ ,  $F^1$ ,  $F^2$ ,  $F^3$  et  $f_1$ .

## CHAPITRE 5

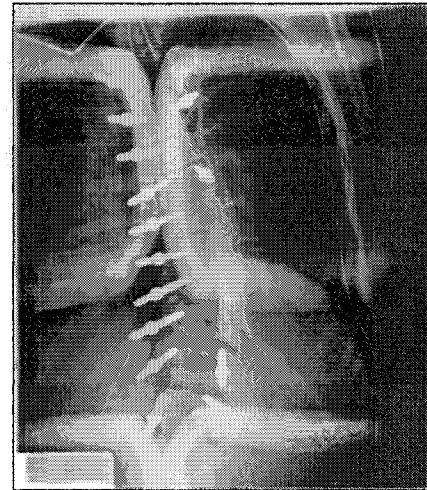
### EXTRACTION DE POINTS DE RÉFÉRENCE À PARTIR DES CONTOURS DE VIS

#### 5.1 Processus d'extraction automatique des contours des vis sur les radiographies

La première étape du processus d'extraction de points de référence est l'acquisition d'une paire de radiographies selon les deux positions considérées au chapitre 1 (figure 43).



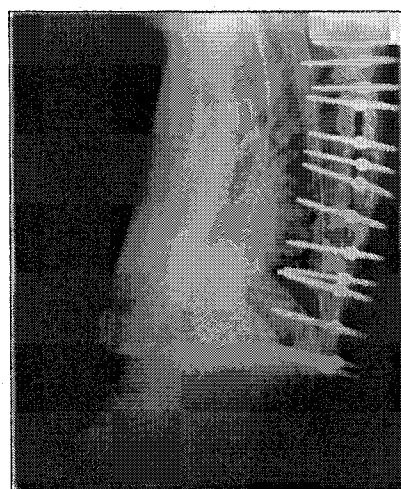
Position latérale



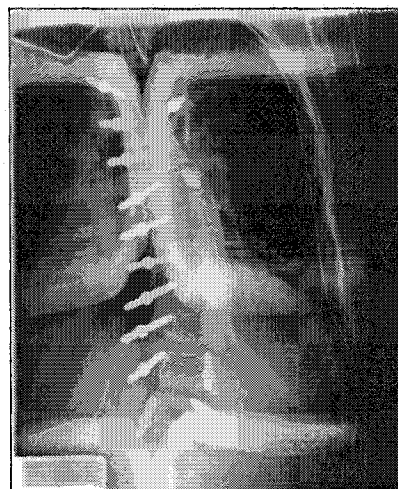
Position PA-0°

Figure 43 Paire originale de radiographies à rayons X

La deuxième étape est le rehaussement de cette paire par le filtre de choc Remaki-Cheriet (figure 44). Nous avons une résolution moyenne de plus de 5 millions de pixels par radiographie sur l'ensemble de notre base de données. L'impact du facteur résolution est énorme. Le coût en temps de calcul effectué par Matlab lors du rehaussement par le filtre de choc Remaki-Cheriet est de 20 minutes par itération.



Position latérale

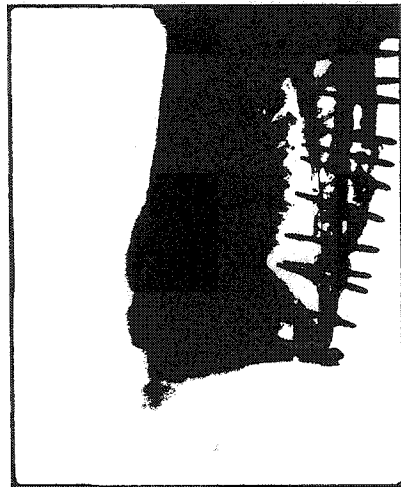


Position PA-0°

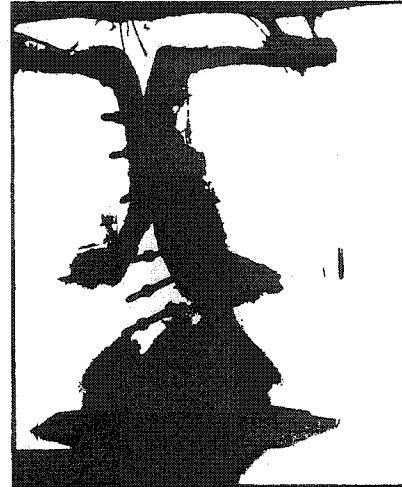
Figure 44 Paire de radiographies rehaussées par le filtre de choc Remaki-Cheriet

La troisième étape est l'extraction des contours de vis qui se fait par la binarisation des radiographies résultantes par la méthode globale d'Otsu [8] suivie d'une simple détection d'arêtes par la méthode de Canny [7]. Lors des tests sur l'ensemble des radiographies de notre base de données, nous avons constaté que cette méthode n'est pas fiable au niveau de la binarisation (figure 45). Dès lors, l'étape de la détection des arêtes n'est plus utile (figure 46).



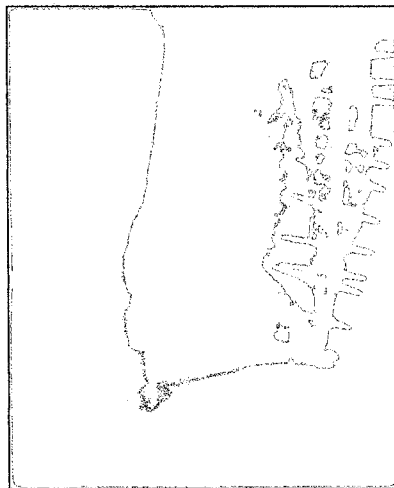


Position latérale

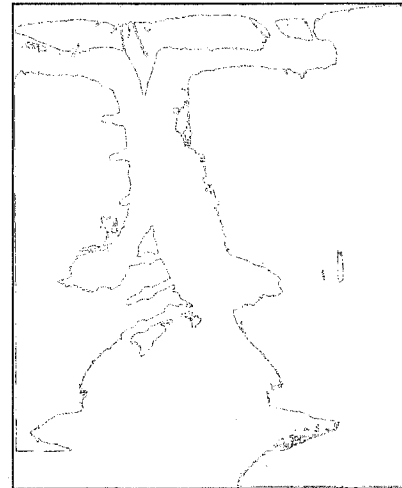


Position PA-0°

Figure 45 Binarisation de la paire de radiographies rehaussée par la méthode d'Otsu



Position latérale



Position PA-0°

Figure 46 Extraction de contours de vis sur la paire de radiographies binarisée

## 5.2 Analyse des problèmes rencontrés

Lors de l'étape d'extraction des contours, nous avons constaté, comme mentionné dans le paragraphe précédent, que la manœuvre est très difficile et non fiable, malgré que nos images soient rehaussées et segmentées, cela est dû à plusieurs facteurs :

- Nous disposons d'un ensemble de radiographies d'une résolution moyenne de 5 millions de pixels par radiographie. L'impact du facteur résolution est énorme, très coûteux en temps de calcul.
- Étant donné le faible contraste des images rehaussées, le filtre de choc Remaki-Cheriet agit localement sur les régions de l'image pour la segmentation. Il ne nous donne pas une segmentation globale qui sépare les vis et le fond de l'image.

## 5.3 Modification du processus initial : Approche semi-automatique

L'approche automatique qui prévoyait initialement de faire passer les images par le processus du traitement en une seule étape s'avère très difficile. Pour pallier à ces problèmes et pour pouvoir avancer notre projet, nous avons adopté une nouvelle approche qui rend le processus semi-automatique : il s'agit d'extraire des imagerie de vis correspondantes à partir des radiographies globales (figure 47 et 48). Cette opération nous amène à transformer le traitement sur des repères locaux (imagerie) au lieu des repères globaux (images complètes).

Les avantages de cette approche se résument comme suit :

- Résolution raisonnable des nouvelles radiographies pour le rehaussement, d'où un gain de temps important.

- Nouvelles radiographies avec contraste important par rapport aux images globales (moins complexe).
- Possibilité élevée de binarisation par la méthode globale d'Otsu sur l'ensemble des nouvelles radiographies.
- le retour aux coordonnées globales des radiographies est une simple opération de translation en utilisant les coordonnées des origines des repères locaux  $O_r(x_0, y_0)$ .

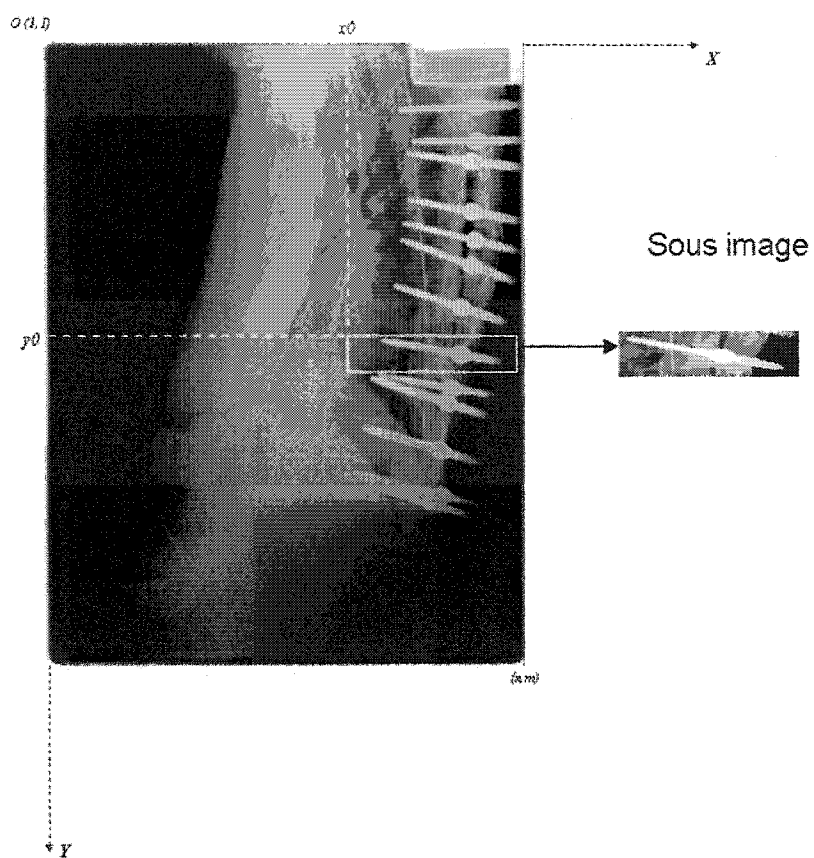


Figure 47 Repères global et local d'une image radiographique position latérale

Les figures 47 et 48 présentent une paire radiographique selon les positions PA-0° et latérale. À l'aide de l'expert du centre de recherche de l'hôpital Sainte-Justine, nous avons localisé les vis correspondantes sur les deux vues. L'extraction des sous images de vis a été réalisée en prenant en compte deux considérations, (i) une imagerie contient juste la partie d'intérêt qui est la vis (ii) les coordonnées des origines  $O_r(x_0, y_0)$  sont gardées comme vecteurs de translation des repères locaux vers les repères globaux.

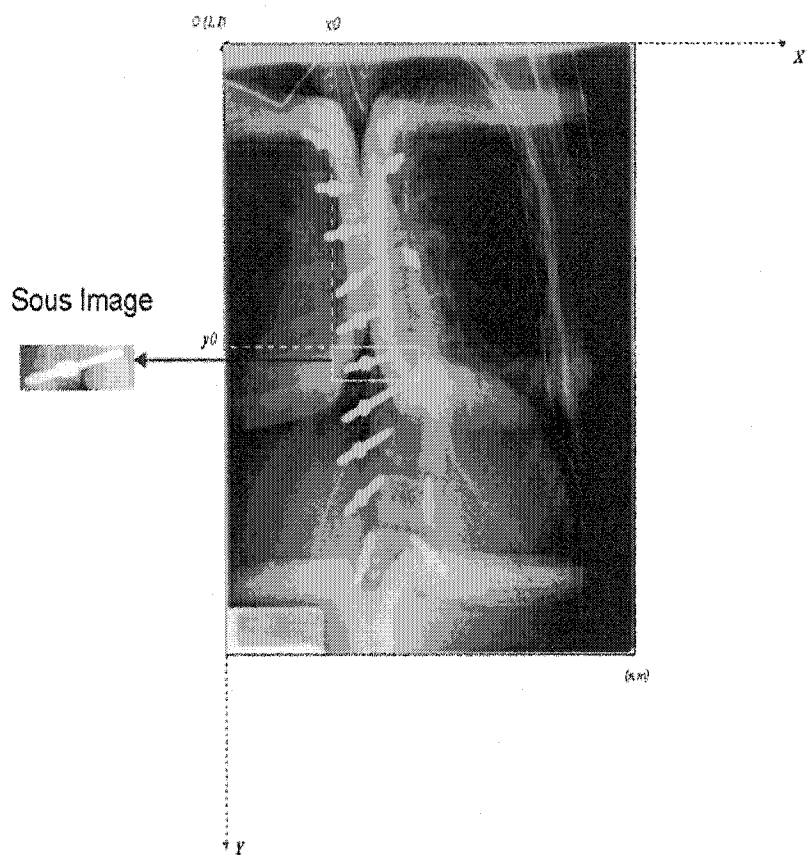
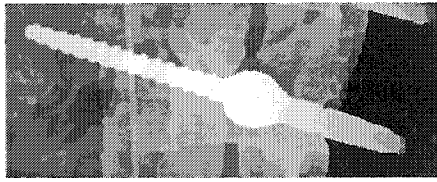
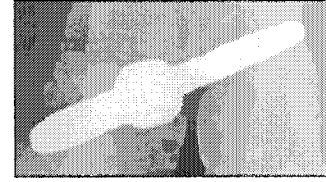


Figure 48 Repères global et local d'une image radiographique position PA-0°

La figure 49 présente la paire d'images radiographiques de vis extraites, tenant compte des hypothèses précédentes.



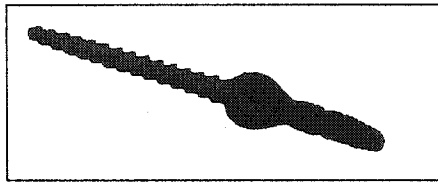
Position latérale



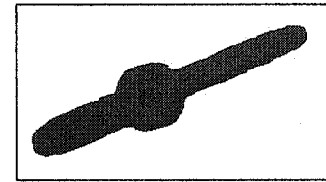
Position PA-0°

Figure 49 Paire de radiographies de vis rehaussées

L'étape finale est la binarisation des radiographies segmentées par la méthode globale d'Otsu (figure 50), suivie de détection de contours de vis par la méthode de Canny (figure 51). Ces contours sont faciles à exploiter pour l'extraction des points de référence sur cette paire.

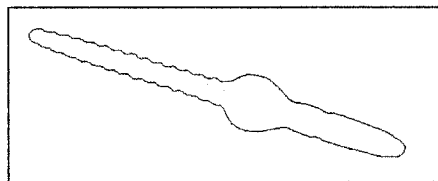


Position latérale

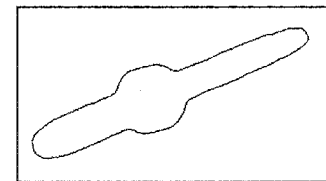


Position PA-0°

Figure 50 Paire de radiographies de vis binarisée par la méthode globale d'Otsu



Position latérale



Position PA-0°

Figure 51 Paire de radiographies des contours de vis

## 5.2 Méthodes d'extraction de contours de vis

Nous disposons d'une base de données de radiographies diverses. Des images avec un contraste élevé où les vis sont visibles et faciles à en extraire les contours, nous les qualifions de radiographies non complexes. D'autres souffrent d'un manque de contraste où les vis sont très difficiles à différencier du fond de l'image, nous les qualifions de radiographies complexes, voir figures 52 et 53. Nous disposons de deux approches algorithmiques pour l'extraction de contours, une basée sur la binarisation par l'algorithme global d'Otsu suivie d'une détection d'arêtes par la méthode Canny, cet algorithme est dédié au traitement des radiographies non complexes. Une deuxième approche est plus difficile car elle combine d'abord l'extraction d'arêtes par l'algorithme de Canny suivie des opérations morphologiques et statistiques. Cet algorithme est dédié au traitement des radiographies complexes. Cette approche ne garantit pas une extraction cohérente des contours de vis. Nous souhaitons idéalement appliquer la première approche, mais la réalité de nos données nous a imposé l'application de la deuxième approche pour les radiographies complexes dont nous disposons. Nous expliquerons les deux algorithmes proposés ainsi que la classification des radiographies pour automatiser l'extraction des contours.

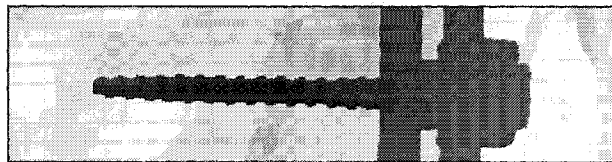


Figure 52 Radiographie de vis moins complexe



Figure 53 Radiographie de vis complexe

### 5.2.1 Binarisation par l'algorithme d'Otsu

Nous considérons une image binaire comme un passage obligé pour l'extraction des contours de vis. Une image binaire est une image pour laquelle chaque pixel ne peut avoir pour valeur que 0 ou 1.

Cette méthode est basée sur l'analyse discriminante détaillée dans [8] et [23]. La méthode utilisée consiste de répartir les pixels de l'image en deux classes  $C_0$  et  $C_1$  (entre les objets et le fond par exemple) en niveau de gris  $t$ , i.e.  $C_0 = \{0, 1, \dots, t\}$  et  $C_1 = \{t + 1, t + 2, \dots, l - 1\}$ , et à trouver un seuil optimal pour les séparer en deux groupes. Cette méthode de binarisation nécessite au préalable le calcul de l'histogramme.

Supposant qu'on a  $l$  régions pour  $i = 0, \dots, l-1$ . Chaque région a  $n_i$  pixels sur un total de  $n$ ,  $n = \sum_{i=0}^{l-1} n_i$ . La probabilité d'occurrence de chaque région  $P_i$  sur l'ensemble de l'image est définie comme suit :

$$P_i = \frac{n_i}{n} \quad (5.1)$$

Les paramètres qu'Otsu a pris en considération sont :

$$\mu_T = \sum_{i=0}^{l-1} i \cdot P_i \quad (5.2)$$

$$\mu_t = \sum_{i=0}^t i \cdot P_i \quad (5.3)$$

$$w_0 = \sum_{i=0}^t P_i \quad (5.4)$$

$$w_1 = 1 - w_0 \quad (5.5)$$

$$\mu_0 = \frac{\mu_t}{w_0} \quad (5.6)$$

$$\mu_1 = \frac{\mu_T - \mu_t}{1 - w_0} \quad (5.7)$$

$$\sigma_T^2 = \sum_{i=0}^{l-1} (i - \mu_T)^2 \cdot P_i \quad (5.8)$$

$$\sigma_B^2 = w_0 \cdot w_1 \cdot (\mu_1 - \mu_0)^2 \quad (5.9)$$

Otsu a introduit  $\sigma_w^2$ ,  $\sigma_T^2$  et  $\sigma_B^2$  qui sont la variance intra classe, la variance totale et la variance interclasse respectivement, et il a défini les paramètres suivants :

$$\lambda = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_w^2} \quad (5.10)$$

$$\eta = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_T^2} \quad (5.11)$$

$$k = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_w^2} \quad (5.12)$$

Otsu a proposé une approche pour trouver le seuil de séparation optimal entre les objets sur une image bimodale en posant le problème de minimisation suivant :



Trouver  $\eta^*$  qui vérifie :

$$\eta^* = \text{ArgMax}(\eta) \quad (5.13)$$

$\eta^*$  est une mesure de séparation qui opère sur l'histogramme. Elle varie entre 0 et 1. Une valeur petite de  $\eta^*$  indique que l'image a beaucoup de niveaux de gris et elle est considérée comme complexe. Une valeur qui avoisine 1 indique qu'il y a seulement deux niveaux de gris et elle est considérée comme non complexe.

Cependant, la méthode d'Otsu est plus intéressante d'un point de vue calculatoire car elle ne nécessite pas de calcul de variances. Pour un  $\eta^*$  seuil choisi d'une image donnée, les probabilités  $w_0$  et  $w_1$  indiquent les parties de la surface occupées par la classe  $C_0$  et  $C_1$ . Les moyennes  $\mu_0$  et  $\mu_1$  servent à l'évaluation des niveaux moyens des classes dans l'image originale en niveaux de gris.

Les figures 54, 55 et 56 présentent un exemple simple permettant de bien comprendre le principe de l'extraction des contours de vis par la méthode globale d'Otsu. La radiographie utilisée permet facilement l'extraction de la vis.

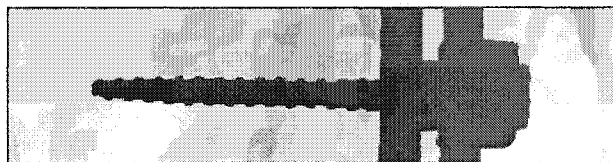


Figure 54 Radiographie d'une vis segmentée par le filtre de choc Remaki-Cheriet

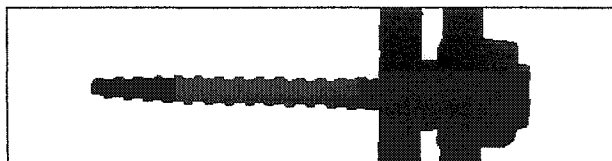


Figure 55 Binarisation de la radiographie de la vis par la méthode globale d'Otsu

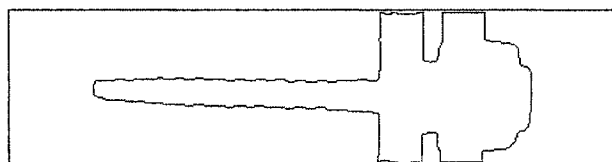


Figure 56 Les contours de la vis par la méthode de Canny

La méthode de binarisation globale d'Otsu ne permet pas l'extraction de contours de vis cohérent sur une radiographie qualifiée de complexe. Les figures 57, 58 et 59 illustrent un exemple qui nous pousse à choisir une alternative à la méthode globale d'Otsu.

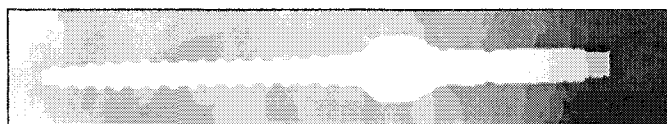


Figure 57 Radiographie d'une vis complexe segmentée par le filtre de choc Remaki-Cheriet



Figure 58 Binarisation de la radiographie de la vis complexe par la méthode d'Otsu



Figure 59 Contour non cohérent de la vis par la méthode de Canny

Pour pallier à ce problème, nous choisissons une alternative : l'algorithme de Canny combiné à des méthodes statistiques et des opérations morphologiques.

### 5.2.2 Algorithme combinatoire : méthode de détection de contours de Canny, opérations statistiques et morphologiques

Canny a proposé le filtre dérivée première de la gaussienne comme filtre de détection des arêtes [7]. La théorie que Canny a proposé est détaillée en annexe 1.

Le filtre gaussien s'écrit :

$$s(x) = C \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (5.14)$$

$C$  est choisi de manière à obtenir un filtre normalisé.

Le filtre de dérivation correspondant s'écrit :

$$d(x) = C \cdot \frac{-x}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (5.15)$$

À partir de là, Canny a proposé l'algorithme de détection des arêtes comme suit :

- Appliquer un filtre Gaussien 2D

Filtre passe bas pour enlever le bruit :  $I = G_{\sigma}^2 * I^{org}$

- Calculer le gradient à chaque pixel de l'image

Norme du gradient  $|\nabla I| = (I_x^2 + I_y^2)^{1/2}$

L'angle du gradient  $\theta = \arctan(I_y / I_x)$  si  $I_x \neq 0$

$\theta = \pi/2$  Sinon

- Approximation de l'angle du gradient à un multiple de  $45^0$  degrés près
- Si la norme du gradient en un pixel  $(x, y)$  est inférieure à la norme du gradient en un de ses deux voisins le long du gradient, mettre la norme du gradient en  $(x, y)$  à 0.

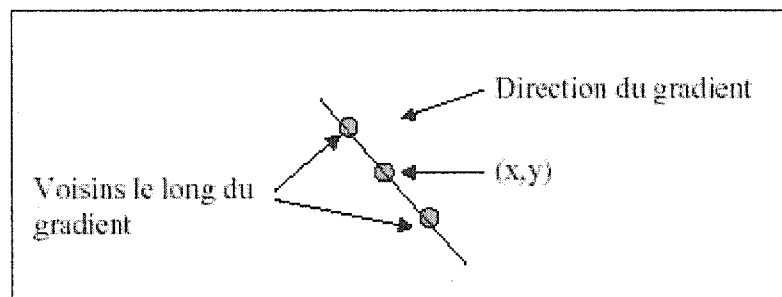


Figure 60 Direction du gradient de l'image

- Hystérésis : Soient  $\tau_h \geq \tau_l$  deux seuils. Si la norme du gradient en un pixel  $(x, y)$  est supérieure à  $\tau_h$  ajouter  $(x, y)$  au contour ainsi que tous les points reliés à  $(x, y)$  le long de la normale au gradient pour lesquels la norme du gradient est supérieure à  $\tau_l$

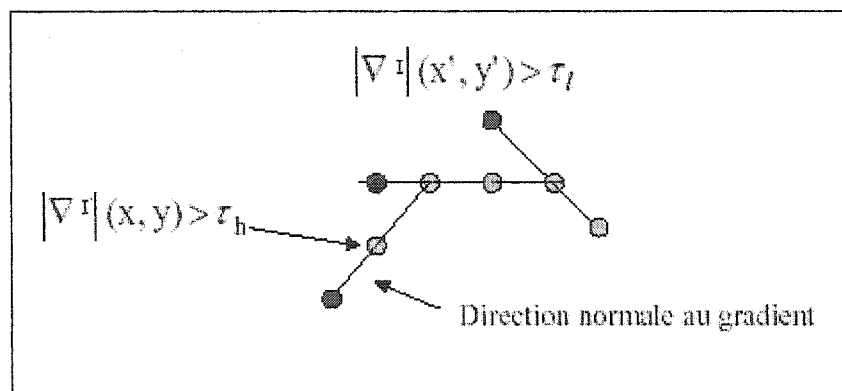


Figure 61 Direction normale au gradient de l'image

L'application de cet algorithme sur une radiographie complexe consiste à appliquer le filtre de Canny par hystérésis,  $\tau_h = 0.2$  et  $\tau_l = 0.08$  (figure 62). Le choix de ces deux seuils est basé sur des tests de qualité de contours sur l'ensemble des radiographies de notre base de données.

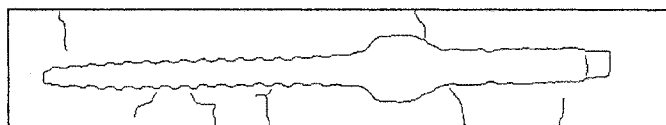


Figure 62 Contour de vis par la méthode de Canny par hystérésis sur une radiographie complexe (figure 57)

La seconde étape a pour but d'améliorer le contour de la vis. En utilisant des opérations statistiques, nous récupérons le contour principal qui est le contour de la vis, cette opération est suivie par les opérations morphologiques suivantes :

- exécuter la fermeture binaire (dilatation suivie d'érosion);
- amincir des lignes fermées pour avoir des lignes à un pixel;

- enlever les bouts de lignes qui touchent le contour principal de la vis.

La figure 63 est le résultat de l'extraction du contour de la vis précédente. Le contour est beaucoup plus cohérent cette fois ci. Cette alternative s'avère une bonne solution de substitution par rapport au premier algorithme.

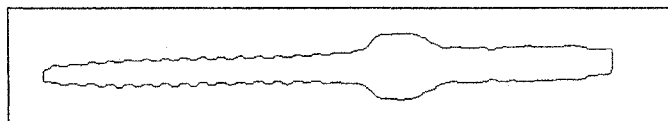


Figure 63 Contour de vis par l'algorithme combinatoire

Malgré que cette approche soit performante sur les images jugées complexes, elle s'avère néanmoins inefficace sur l'ensemble des images. Quelques radiographies vérifient les critères établis auparavant, mais le résultat donné n'est plus le contour des vis (voir les figures 64 et 65). Cela confirme que cette méthode n'est pas encore idéale.



Figure 64 Radiographie de vis très complexe

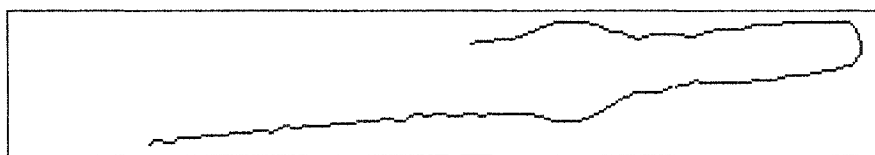


Figure 65 Contour de vis non complète et non fermé

### 5.3 Automatisation du processus d'extraction de contours sur les radiographies de vis

L'extraction de contours de vis sur les radiographies dépend de la complexité de l'image traitée. Nous avons proposé deux alternatives d'extraction de contours de vis. Une classification d'images s'impose pour automatiser l'utilisation des deux algorithmes. Une classe d'images qualifiée de moins complexe est dédiée à l'extraction par le premier algorithme. Une autre qualifiée de complexe est dédiée à l'extraction par le deuxième algorithme. Nous allons introduire des critères de séparabilité entre les deux classes.

#### 5.3.1 Critères de séparabilités

Nous proposons un algorithme de classification en deux étages; le premier étage est une classification de radiographies de la base de données en complexes et non complexes basée sur le facteur  $\eta$  d'Otsu, deux seuils fixés génèrent trois classes, classe de bonne classification, classe de mauvaise classification, et une classe de radiographies rejetées. Le deuxième étage une classification de la classe des radiographies rejetées par le facteur d'entropie. Les deux critères cités se présentent comme suit :

- **Le facteur  $\eta$  de la méthode d'Otsu** : Nous reprenons l'analyse de la méthode d'Otsu comme a été fait en [8] et [24]. Nous gardons le facteur  $\eta^*$  propre à chaque image.  $\eta^*$  est une mesure de séparation qui opère sur l'histogramme, elle varie entre 0 et 1. Une valeur petite de  $\eta^*$  indique que l'image a beaucoup de niveaux de gris. Une valeur qui avoisine 1 indique qu'il y a seulement deux niveaux de gris.
- **L'entropie de l'image** : L'entropie mesure la quantité d'information contenue dans une image. Elle est d'autant plus grande que la quantité d'information est

importante.  $p(i)$  est l'histogramme de l'image, l'entropie s'écrit comme suit pour les images 7 bit :

$$m = \sum_1^{128} -p(i) \cdot \log_2(p(i)) \quad (5.16)$$

### 5.3.2 Protocole de validation de l'algorithme de classification

Nous avons testé les critères choisis ci-dessus sur une base de données constituée de 144 radiographies complexes et moins complexes. La base de données a été étiquetée manuellement comme facile et difficile, selon les contours donnés. Le critère le plus susceptible de les classifier est d'abord le facteur  $\eta$  [24]. Nous définissons trois classes selon deux seuils  $\eta_0$  et  $\eta_1$  comme suit :

Classe  $C_1$  pour  $\eta > \eta_1$  : Classe de radiographies non complexes traitée par l'algorithme 1

Classe  $C_0$  pour  $\eta < \eta_0$  : Classe de radiographies complexes traitée par l'algorithme 2

Classe  $C_*$  pour  $\eta_0 < \eta < \eta_1$  : Classe d'images rejetées par la classification selon  $\eta$ . Elle sera classifiée par le deuxième critère qui est l'entropie.

L'algorithme de séparation entre radiographies complexes et non complexes est détaillé dans l'annexe 2. La figure 66 présente un diagramme de fonctionnement de l'algorithme en cause.



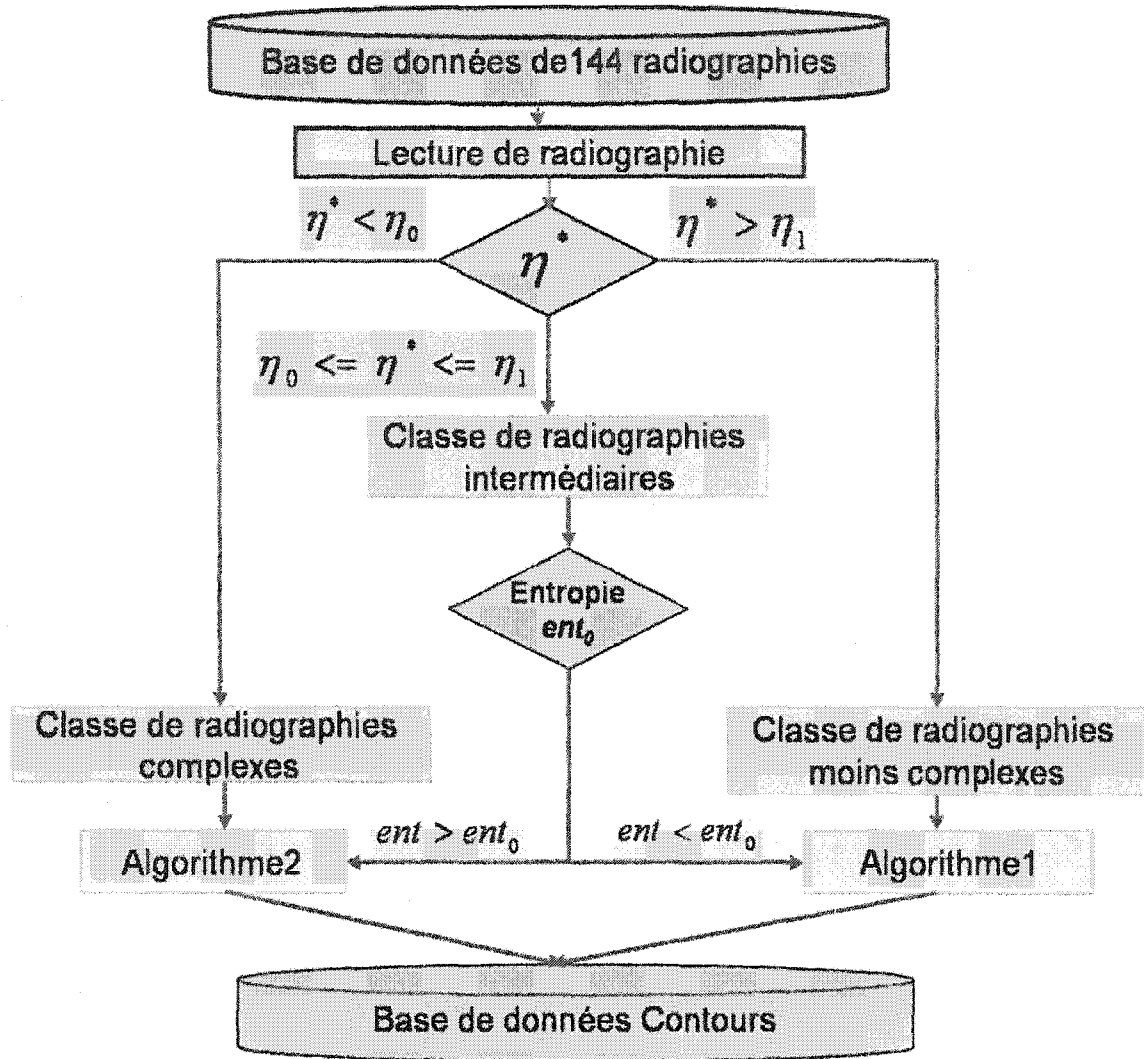


Figure 66 Diagramme de l'automatisation d'extraction de contours sur les radiographies de vis selon : critères  $\eta$  d'Otsu et l'entropie de l'image

### 5.3.3 Résultats de la classification des radiographies

Cette classification nous montre que les critères proposés sont robustes d'après les résultats du tableau IV. Les seuils proposés sont :  $n_1 = 0.78$ ,  $n_2 = 0.80$  et  $ent^* = 10.93$ . Ils permettent une automatisation par choix d'algorithmes selon la complexité de la radiographie traitée. Le taux de confiance passe de 87.5 % en premier étage à 91% pour le procédé final, d'où l'utilité d'utiliser deux facteurs de séparation pour la classification. Nous notons aussi que 91% de taux de reconnaissance sur une base de données complexe que la notre indique la robustesse de l'algorithme proposé.

Tableau IV

Taux de reconnaissance et d'erreur selon les critères de classification

144 radiographies	Taux de reconnaissance	Taux d'erreur	Taux de rejet
<b>Premier étage : classification par <math>\eta</math>d'Otsu</b>	87.5 % (126/144 images)	7.6 % (11/144 images)	4.9 % (7/144 images)
<b>Deuxième étage : classification de la classe rejetée par entropie</b>	71 % (5/7 images)	29 % (2/7 images)	-
<b>Procédé final</b>	91 % (131/144 images)	9 % (13/144 images)	-

#### 5.4 Algorithme d'appariement automatique des points de référence sur une paire de radiographies de contours

Après avoir désigné les vis correspondantes sur une paire de radiographies, le rehaussement et la détection des contours des vis sur cette paire sont suivis par l'extraction de points de référence. Cette tâche opère sur les contours des vis. Les points d'intérêts recherchés sont la tête et la pointe de chaque vis. Ces points sont identifiés tout d'abord par l'expert. Notre algorithme se présente comme suit :

- **Image contour de la vis dans un repère local ( $O_n, X, Y$ )** : Le contour de la vis est représenté par des pixels éteints (noirs).

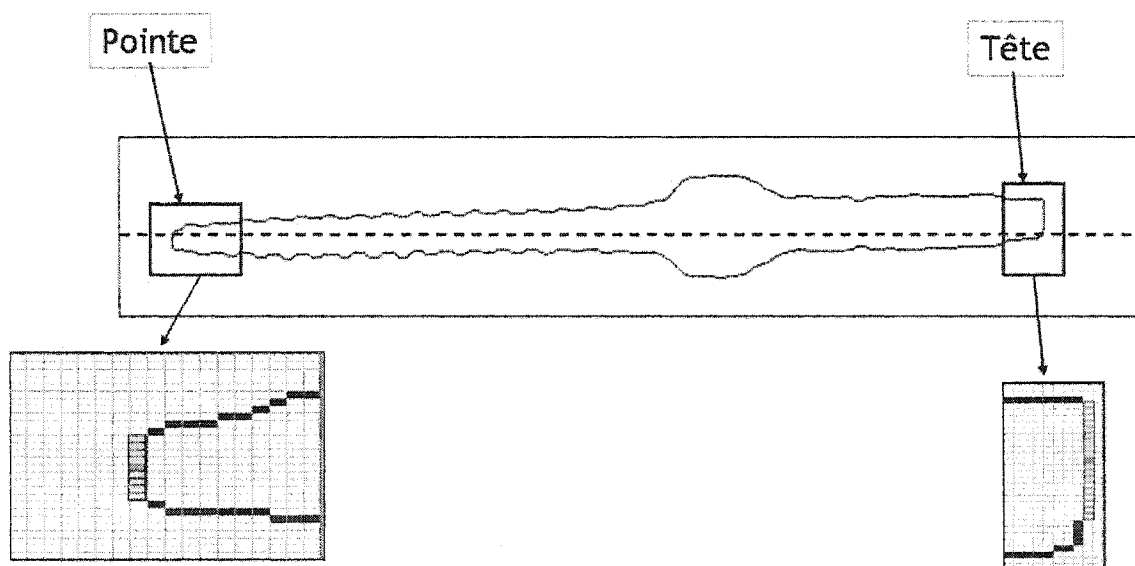


Figure 67 Les points de référence choisis sur le contour d'une vis

- **Hypothèses** : Nous supposons que l'axe principal de la vis est parallèle à l'axe horizontal du plan de projection qui est l'image, l'emplacement de la pointe et la tête de vis sont sur les extrémités du contour considéré;

- **La pointe de la vis en repère local  $(O_r, X, Y)$**  : C'est l'ensemble des pixels noirs qui ont une abscisse minimum sur l'axe  $O_r X$ . Cette abscisse sera gardée comme l'abscisse de la pointe. L'ordonnée de la pointe est la moyenne des ordonnées des pixels trouvés selon l'axe  $O_r Y$  ;

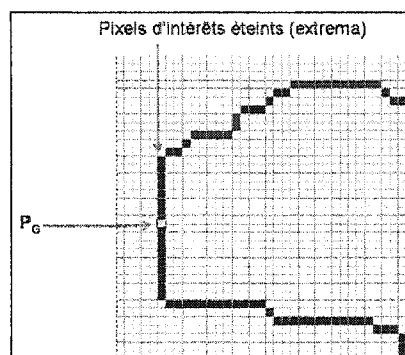


Figure 68 La pointe de la vis

- **La tête de la vis en repère local  $(O_r, X, Y)$**  : C'est l'ensemble des pixels noirs qui ont une abscisse maximum sur l'axe. Cette abscisse sera gradée comme l'abscisse de la tête. L'ordonnée de la tête est la moyenne des ordonnées des pixels trouvés selon l'axe  $O_r Y$  ;

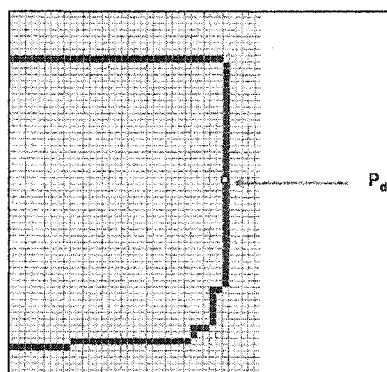


Figure 69 La tête de la vis

- **Retour au repère Global (O, X, Y) :** Le passage des coordonnées des points recherchés du repère local au repère global se fait par translation (figure 70).

$$P_g = P_d + O_r \quad (5.17)$$

$$P_d = P_d + O_r$$

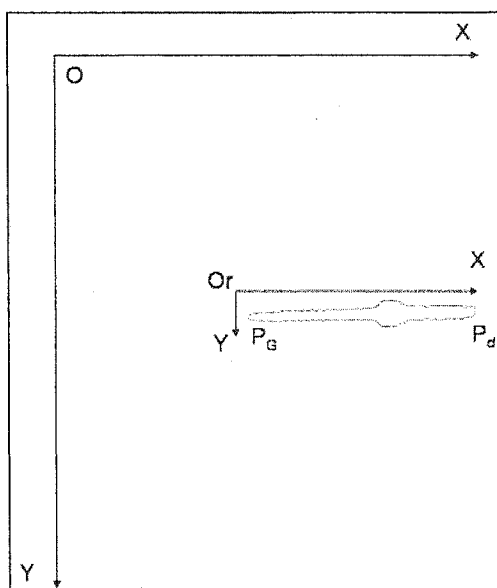


Figure 70 Passage par translation du repère local vers le repère global de l'image

Nous avons appliqué l'algorithme d'extraction automatique de points de référence sur la même paire d'images radiographiques traitées auparavant. Les points en question sont désignés graphiquement par leur nom sur les contours de vis (figure 71).

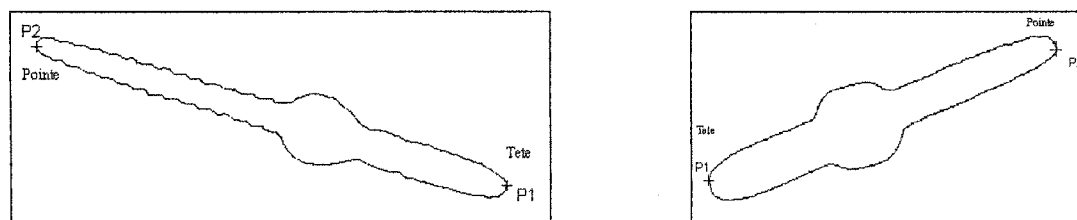


Figure 71 Désignation des points de référence sur la paire des contours de vis

Les coordonnées des points de référence sont en pixels. L'algorithme d'extraction automatique de points nous donne d'abord les coordonnées en repère local, un deuxième algorithme de translation nous donne les coordonnées en repère global à l'aide des coordonnées  $O_r$ , origines des imageries sur les radiographies globales (Tableau V).

Tableau V

Les coordonnées de points de correspondance en pixels dans les repères local et global

Vis latérale : $O_r = [1459, 941]$ Vis Position PA-0° : $O_r = [548, 1043]$		Coordonnées au repère (local)		Coordonnées au repère (global)	
		x (en pixels)	y (en pixels)	x (en pixels)	y (en pixels)
latérale	Tête	505	178	1964	1139
	Pointe	26	36	1484	977
Position PA-0°	Tête	284	31	832	1074
	Pointe	14	132	562	1175

## CHAPITRE 6

### EXPÉRIMENTATION ET VALIDATION

#### 6.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de montrer les résultats donnés par l'approche d'extraction automatique des points de référence sur des radiographies à rayons X, proposée et justifiée au cours des chapitres précédents. La base de données et les paramètres du rehaussement du filtre de choc sont exposés au paragraphe 6.2. Le paragraphe 6.3 est consacré aux méthodes utilisées pour la validation de nos résultats, un bref aperçu de la méthode directe de transformation linéaire DLT développée par Marzan [4], et l'algorithme de l'autocalibrage développée en [25] sont détaillés. Le paragraphe 6.4 est consacré à l'analyse des résultats donnés. Enfin, le paragraphe 6.5 est une discussion approfondie des résultats.

#### 6.2 Base de données et paramètres du filtre de choc Remaki-Cheriet

Nous disposons de 9 paires de radiographies de sujets scoliotiques qui proviennent de l'hôpital Sainte-Justine. Ces paires de radiographies ont déjà été utilisées pour les reconstructions 3D de la colonne vertébrale pour chaque paire. Les points de référence utilisés ont été extraits manuellement à l'aide de l'expert. Cela nous a permis de comparer les deux approches : manuelle et semi-automatique.

La première étape est l'identification des vis correspondantes sur chaque paire de radiographies à l'aide de l'expert. 72 paires d'imagettes radiographiques de vis ont été recueillies comme base de données.

La deuxième étape est le rehaussement de l'ensemble des radiographies de vis par le filtre de choc Remaki-Cheriet selon les paramètres suivant :

- Lissage : filtre gaussien  $G_\sigma^2$  avec  $\sigma = 6$ ;
- Processus de rehaussement :  $r_1 = r_2 = 0.86$ ,  $e = 10^{-4}$ , nombre d'itérations maximum = 200;
- Fonctions paramètres : fonctions de zone ( $a_1$  et  $a_3$ ), fonctions de localisation des chocs ( $F^1$ ,  $F^2$  et  $F^3$ ) et fonction vitesse du choc  $f_1$ .

La troisième étape du processus est l'extraction des contours des vis sur chaque radiographie selon l'algorithme d'extraction automatique de contours de vis (paragraphe 5.3). La dernière étape du processus est l'extraction de points de référence sur chaque paire de contours de vis (paragraphe 5.4).

D'après le choix des fonctions paramètres, nous disposons de 6 fichiers résultats par paire de radiographies globales, chaque fichier résultat contient les points de référence extraits selon les combinaisons des fonctions paramètres utilisées. Nous disposons de 7 fichiers résultats incluant les résultats de l'extraction manuelle pour chaque paire de radiographies.

### 6.3 Méthodes de validation des données

La validation de nos résultats se fait par deux méthodes, l'algorithme d'autocalibrage [25] et la méthode directe de transformation linéaire (DLT) [4]. Un associé de recherche du centre de recherche de l'hôpital Sainte-Justine, spécialiste dans le domaine s'est chargé de cette validation.



### 6.3.1 Algorithme d'autocalibrage

L'algorithme d'autocalibrage [6] est basé sur la minimisation des erreurs de rétro projection des points de référence en optimisant les paramètres géométriques qui décrivent le système de vision. Ces paramètres sont la translation 3D (position de la source de rayons X), la rotation 3D (orientation des plans de l'image), et des paramètres de projection de perspective (principales distances et points principaux). La différence principale entre l'autocalibrage et le calibrage explicite est que les vraies coordonnées 3D des points de référence utilisés pour le calibrage sont inconnues dans le contexte de l'autocalibrage selon [26], [27] et [25]. Pour surmonter ce problème, une première approximation des paramètres géométriques est employée pour produire une reconstruction 3D des structures anatomiques. Les points de référence reconstruits sont alors employés comme objet virtuel du calibrage. En utilisant cet objet virtuel de calibrage, le système peut être calibré en utilisant l'algorithme explicite de calibrage comme décrit dans [6]. Avec les paramètres géométriques résultant du calibrage explicite, l'objet virtuel de calibrage est généré. Ce procédé est répété jusqu'à ce que le système atteigne un état de convergence.

### 6.3.2 La transformation linéaire directe (DLT)

L'approche la plus courante pour calculer les coordonnées tridimensionnelles est fondée sur une transformation linéaire directe exprimée en [4] et [28]. Cet algorithme est réduit à 2 équations linéaires avec un minimum de 11 paramètres qui caractérisent le calibrage, la position, et l'orientation d'une caméra.

## 6.4 Résultats expérimentaux

Une première validation des résultats est donnée par l'application de l'algorithme d'autocalibrage sur l'ensemble de nos données 2D incluant les données de l'extraction

manuelle des points de référence par l'expert. Un exemple d'application du processus d'extraction de points de référence sur une paire de radiographies est détaillé en annexe 3. L'analyse est effectuée sur les erreurs quadratiques moyennes (RMS) de rétro projection de chaque reconstruction 3D par l'algorithme d'autocalibrage. Cette analyse montre que l'algorithme d'autocalibrage rapporte un niveau de précision acceptable sur l'ensemble de données (Voir IV). Les erreurs quadratiques moyennes (RMS) de l'algorithme d'autocalibrage données sur l'ensemble des cas sont inférieures au seuil de tolérance fixé pour l'acceptation d'une reconstruction 3D qui est de 3 mm. Les paires de radiographies 4 et 7 sont rejetées, car les erreurs quadratiques moyennes sont supérieures à 3 mm. Ces deux cas de rejet sont causées probablement lors de l'acquisition des radiographies sur des patients qui ont dû bouger lors de cette manoeuvre, ce qui implique une modification de l'allure morphologique du rachis.

Tableau VI

Les erreurs quadratiques moyennes (RMS) en millimètre pour chaque paire de radiographies avec différentes combinaisons de paramètres

Erreur RMS en mm	Paire 01	Paire 02	Paire 03	Paire 04 rejeté	Paire 05	Paire 06	Paire 07 rejeté	Paire 08
$a_1-F_1-f_1$	2.498	2.695	1.435	4.993	2.032	2.000	4.654	2.172
$a_1-F_2-f_1$	1.809	1.878	1.041	4.798	3.370	2.294	4.037	2.165
$a_1-F_3-f_1$	1.843	1.870	1.215	4.782	3.2391	2.210	4.094	2.026
$a_3-F_1-f_1$	2.025	2.024	1.583	12.160	2.166	2.366	4.406	2.122
$a_3-F_2-f_1$	2.006	1.878	1.346	4.529	2.113	2.373	4.002	2.295
$a_3-F_3-f_1$	1.554	1.887	1.186	5.042	2.167	2.264	4.111	1.997
Cas manuel	0.5318	0.423	0.402	3.056	1.030	2.019	2.546	2.867

La figure 72 présente un graphique des erreurs quadratiques moyennes RMS de chaque combinaison de paramètres ainsi que le cas manuel. Tous les cas étudiés donnent des erreurs RMS acceptables. Le cas manuel donne une erreur RMS inférieure par rapport aux autres cas semi-automatiques.

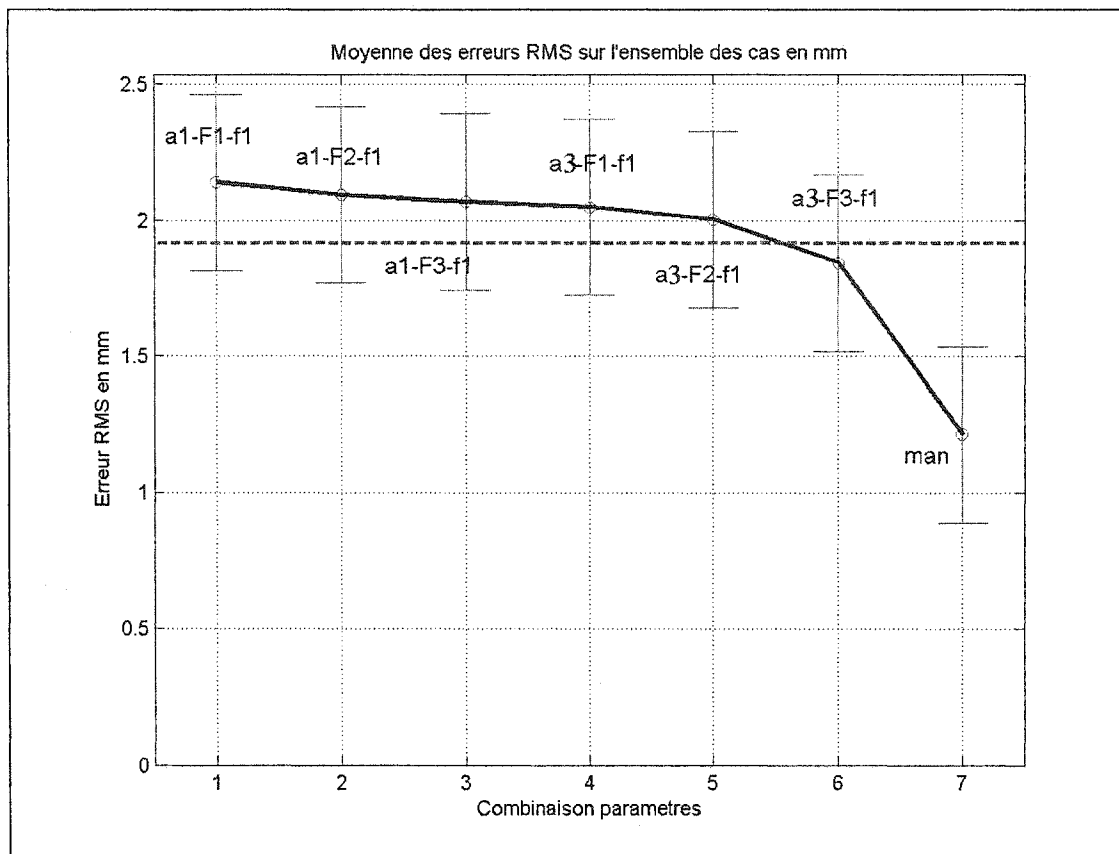


Figure 72 Erreurs quadratiques moyennes RMS en millimètres données par l'algorithme d'autocalibrage pour chaque combinaison de paramètres

À partir des ces résultats nous constatons immédiatement que l'approche d'acquisition manuelle est supérieure à l'approche d'extraction semi-automatique. La première raison qui peut justifier ces erreurs est liée aux appariements entre points de référence. Les points de référence extraits par la méthode semi-automatique peuvent s'avérer incorrects, à cause de la géométrie des contours de vis. En effet, quelques radiographies

ne vérifient pas l'hypothèse que l'axe principal de la vis soit parallèle à l'axe horizontal du plan de projection qui est l'image (voir figure 73).

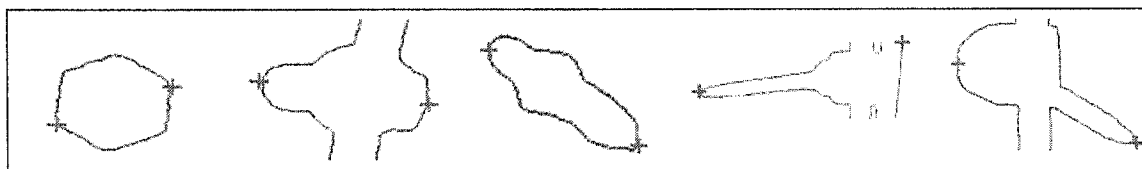


Figure 73 Géométrie de contours de vis difficiles à interpréter

Une deuxième raison qui peut justifier aussi ces écarts de précision est probablement liée à l'algorithme d'extraction des contours de vis appliqué sur l'ensemble de notre base de données. Un taux d'erreur de 9 % engendre les erreurs sur la détection de points de référence.

Une dernière raison qui peut justifier aussi ces erreurs de précision est liée à l'algorithme d'autocalibrage et au nombre de points de référence extraits sur chaque paire de radiographies. Le technicien extrait 12 vis en moyenne (24 points de référence) par paire de radiographies contrairement à 7 vis (14 points de référence) par paire de radiographies que nous extrayons (voir tableau VII).

Tableau VII

Nombre de vis extraites sur chaque paire de radiographies par l'approche manuelle v.s semi-automatique

Cas/Moyenne	Nombre de vis	Nombre points de référence
Manuel	12	24
Semi-automatique	7	14

D'après [29] la précision et la qualité de reconstruction 3D augmentent (des diminutions des erreurs RMS) à mesure que le nombre de points de référence du calibrage augmente.

Finalement, nous affirmons que l'extraction semi-automatique des points de référence répond aux exigences de la précision, car les erreurs de rétro projection RMS sont acceptables (moins de 3 mm en moyenne) et les reconstructions 3D des colonnes vertébrales associées aux paires radiographiques par l'algorithme d'autocalibrage sont acceptables (figure 74).

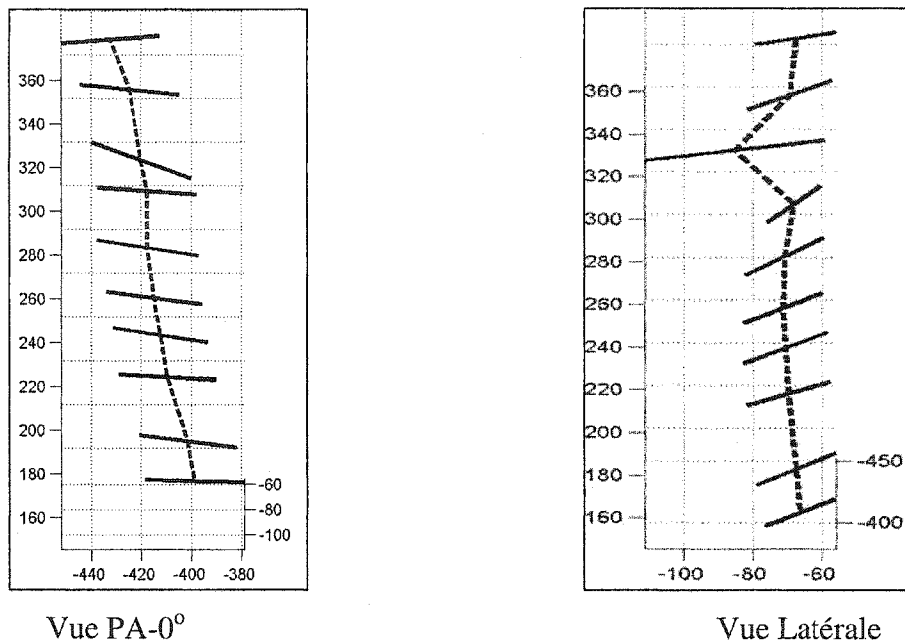


Figure 74 Reconstruction 3D de 10 vis à l'aide des points de référence extraits semi-automatiquement, paramètres  $(a_l, F^l, f_l)$

La figure 74 présente la reconstruction 3D des vis pour une paire de radiographies à l'aide des points de référence extraits semi-automatiquement, paramètres  $(a_l, F^l, f_l)$ .

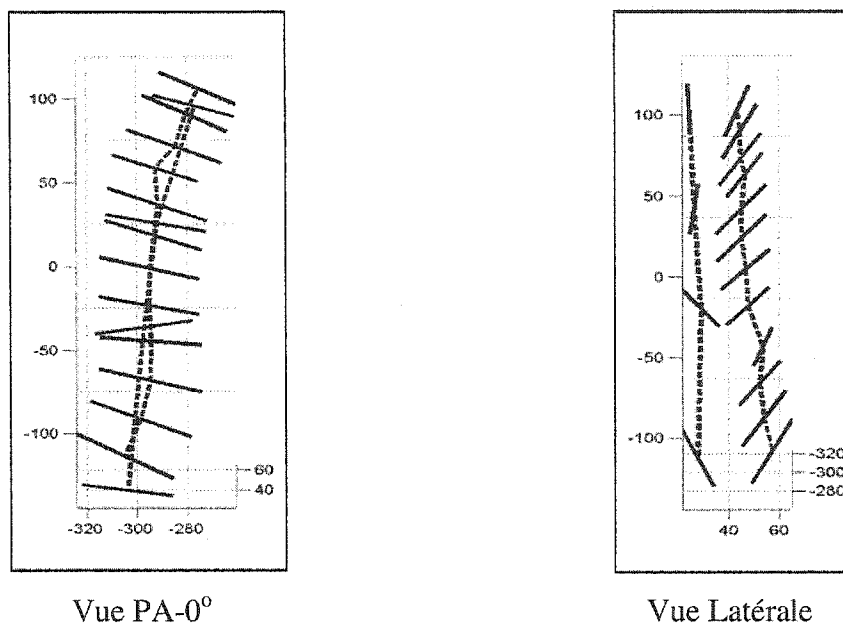


Figure 75 Reconstruction 3D de 16 vis à l'aide des points de référence extraits manuellement

La figure 75 présente la reconstruction 3D des vis pour une paire de radiographies à l'aide des points de référence extraits manuellement. Le nombre de vis pour le cas manuel est plus élevé que le nombre de vis pour le cas semi-automatique (16 vs.10).

Une comparaison entre les erreurs RMS données par les différentes combinaisons semi-automatiques nous renseigne sur les meilleures fonctions paramètres. Nous avons constaté lors des optimisations faites au paragraphe 4.2 que les meilleures fonctions de zone pour la rapidité du processus du choc sont ( $a_1$  et  $a_3$ ), et les meilleures fonctions de localisation des chocs pour la précision de la détection des arêtes sont  $F^3$  et  $F^2$ , qui ont une précision de détection de contours supérieure à  $F^1$ . L'analyse sur l'erreur RMS donnée par l'autocalibrage nous renseigne que la fonction de zone  $a_3$  est plus précise que  $a_1$ . L'écart entre l'erreur RMS moyenne donné par la fonction  $a_3$  et l'erreur RMS moyenne donné par  $a_1$  est de l'ordre 0.1 mm. Pour la précision de la détection des arêtes, la tendance de l'optimisation faites au paragraphe 4.2 se confirme. La fonction de localisation  $F^3$  est supérieure en précision que  $F^2$  et toutes deux sont supérieures en

précision que  $F^1$ . La meilleure combinaison pour la reconstruction 3D par l'algorithme d'autocalibrage est  $(a_3, F^3, f_1)$ .

Une deuxième validation est réalisée pour départager encore les combinaisons proposées. Une colonne vertébrale a été reconstruite par la méthode DLT à partir des points de référence de l'extraction manuelle par l'expert. Cette reconstruction 3D sert comme un modèle de référence pour une comparaison entre tous les cas semi-automatiques reconstruits par l'algorithme de l'autocalibrage. L'analyse sur les écarts entre les modèles reconstruits et le modèle de référence porte d'une part sur le défaut de positionnement (moyenne des distances entre la colonne vertébrale considérée et la colonne vertébrale de référence), le défaut d'orientation (écart angulaire entre l'axe de la colonne vertébrale considéré et l'axe de la colonne vertébrale de référence), l'erreur sur le facteur d'échelle et l'erreur sur les rayons. Ces écarts sont indépendants des erreurs quadratiques moyennes RMS données par l'algorithme d'autocalibrage (voir Tableau VIII).

Tableau VIII

Comparaison entre modèles semi-automatiques et modèle de référence

Combinaisons	$a_1-F_1-f_1$	$a_1-F_2-f_1$	$a_1-F_3-f_1$	$a_3-F_1-f_1$	$a_3-F_2-f_1$	$a_3-F_3-f_1$
RMS de position en mm	9.424	9.294	9.238	9.216	9.314	9.162
Défaut Angulaire en degré	13.014	12.462	12.552	12.659	12.537	12.610
Défaut de Translation (en mm)	412.294	413.112	413.437	410.914	413.597	413.048
Défaut sur le facteur d'échelle	1.170	1.163	1.163	1.157	1.167	1.157

Les figures 76, 77, 78 et 79 confirment l'exactitude des affirmations sur les résultats basés sur les erreurs quadratiques moyennes RMS données par l'algorithme d'autocalibrage. La combinaison  $(a_3, F^3, f_1)$  se classe deux fois sur quatre comme meilleure combinaison lors de cette validation (défaut de positionnement et le défaut sur le facteur d'échelle), en plus, elle est la plus précise lors de la première validation (les erreurs quadratiques moyennes données par l'algorithme d'autocalibrage), cette combinaison donne les meilleures reconstructions 3D par l'algorithme d'autocalibrage. La combinaison  $(a_1, F^1, f_1)$  est la moins précise entre combinaisons lors des deux validations.

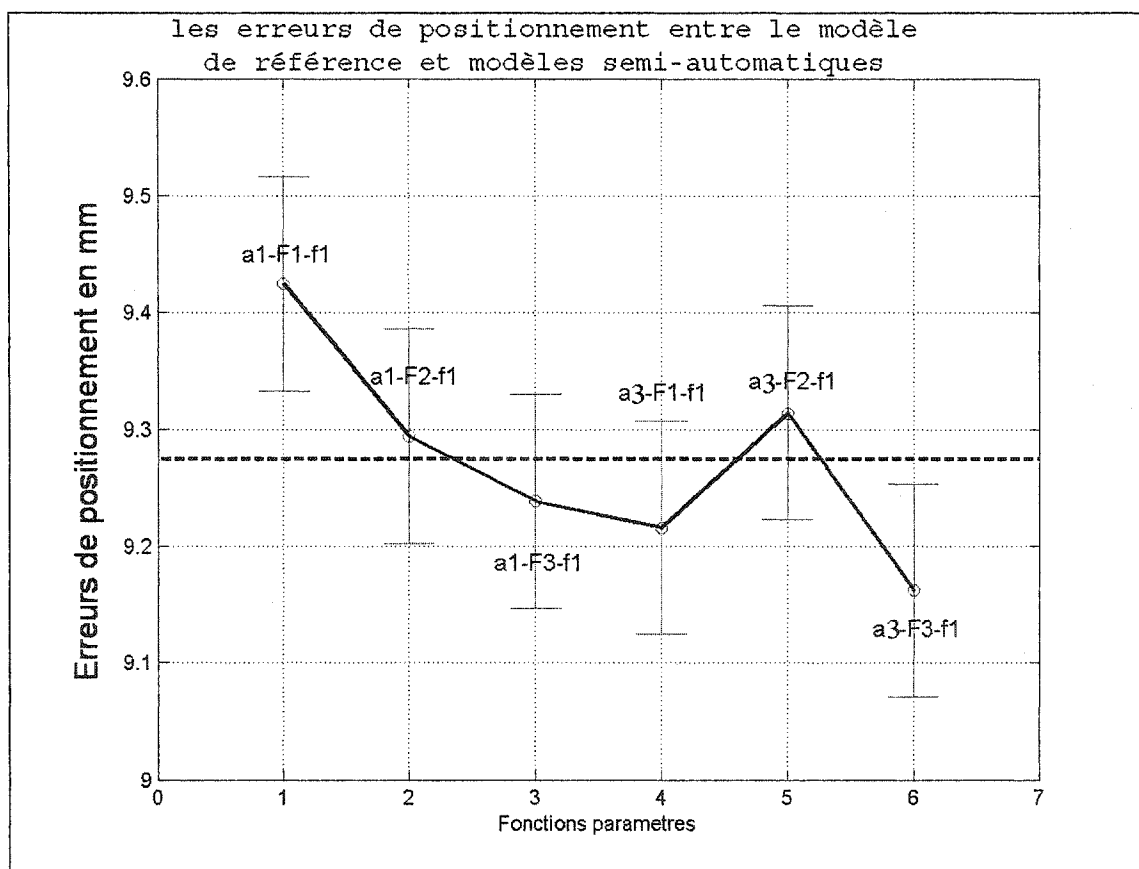


Figure 76 Les défauts de positionnement entre le modèle de référence et modèles semi-automatiques



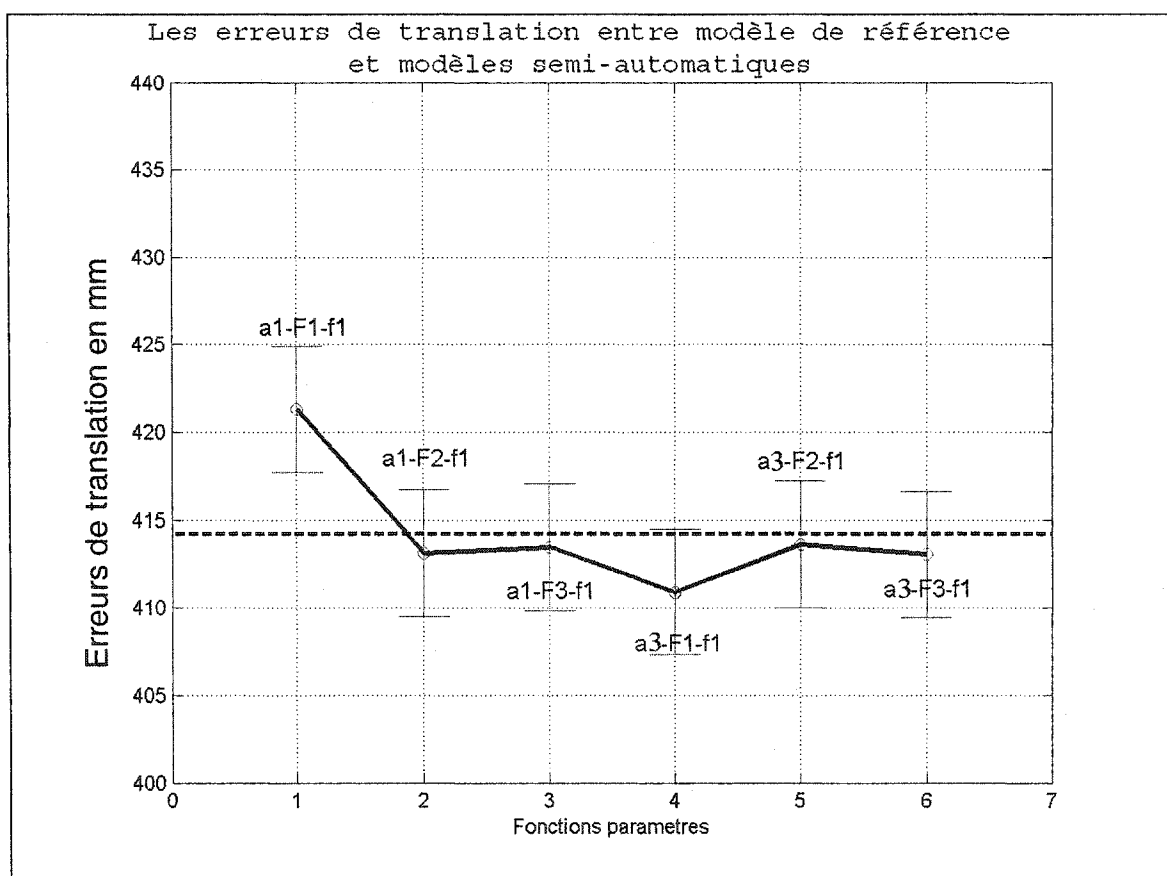


Figure 77 Les défauts de translation entre le modèle de référence  
et les modèles semi-automatiques

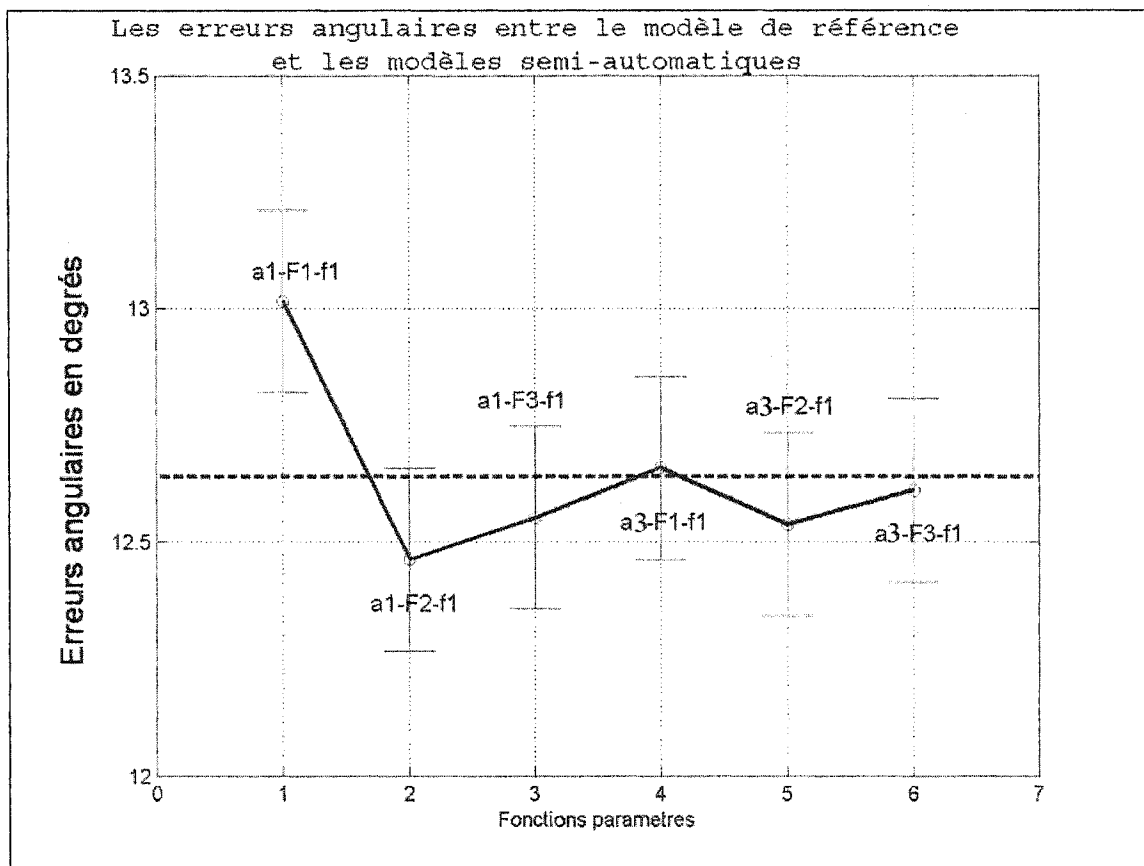


Figure 78 Les défauts angulaires entre le modèle de référence  
et les modèles semi-automatiques

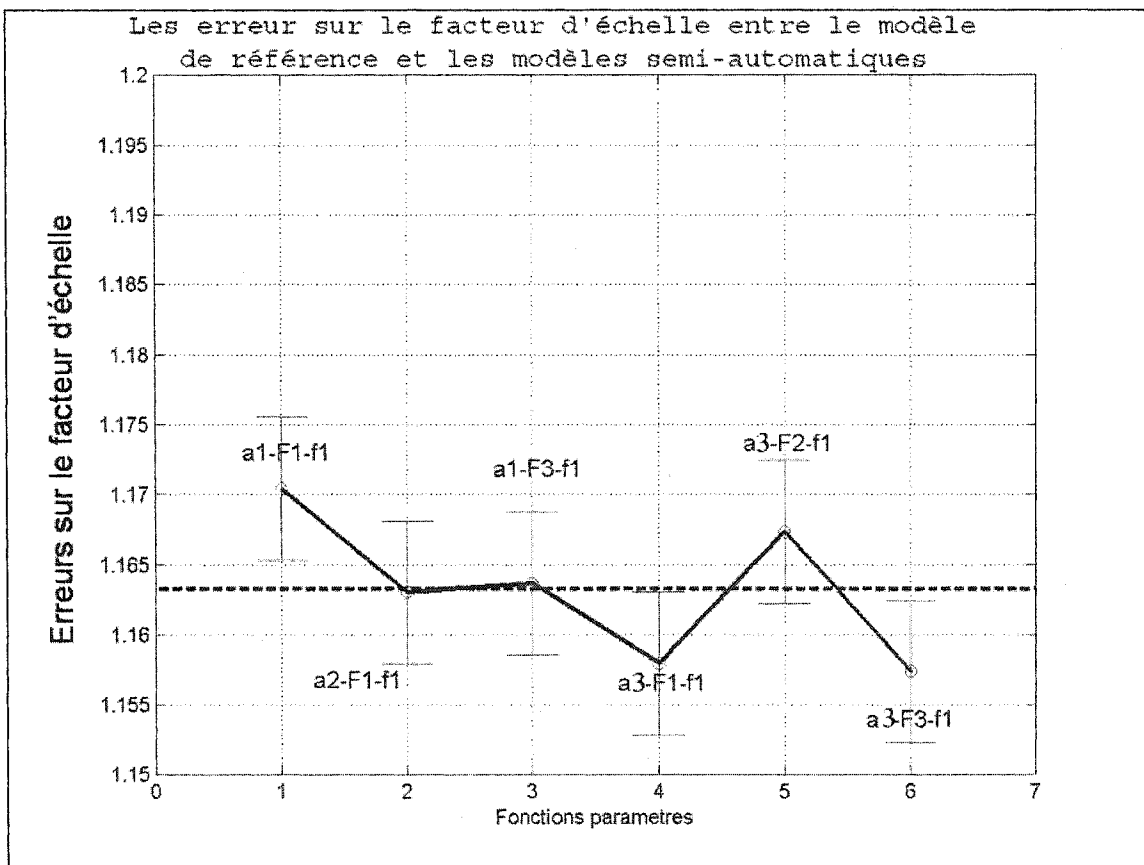


Figure 79 Les défauts de facteur d'échelle entre le modèle de référence et les modèles semi-automatiques

## 6.5 Conclusion et discussion

L'exploitation de la méthode d'extraction semi-automatique des points de référence est très prometteuse pour la reconstruction 3D. Les résultats confirment que cette approche est une alternative viable à l'extraction manuelle des points de référence malgré que cette dernière donne plus de précision que l'approche automatique avec l'algorithme de l'autocalibrage. La différence entre l'approche semi-automatique et manuelle est justifiée par : (i) l'appariement entre points de référence. La qualité des points de référence extraits dépend de géométries de contours de vis qui ne vérifient pas constamment l'hypothèse que l'axe principal de la vis soit parallèle à l'axe horizontal du plan de projection qui est l'image, (ii) les erreurs générées par l'algorithme proposé d'extraction automatique de contours de vis, (iii) le nombre de points de référence utilisés pour la reconstruction 3D par l'algorithme d'autocalibrage. La précision donnée par l'algorithme de l'autocalibrage [29] augmente avec le nombre de points de référence. Le nombre de points de référence extraits manuellement est de 24 points par paire de radiographies contrairement à un nombre moyen de 14 points de référence par l'approche semi-automatiquement. Nous pouvons affirmer finalement que l'approche d'extraction semi-automatique répond aux exigences de précision, car les erreurs de rétro projection RMS sont inférieures à 3 mm (le seuil d'acceptation d'une reconstruction 3D par l'algorithme d'autocalibrage), et les reconstructions 3D de la colonne vertébrale sont significatives et exploitables pour des fins de visualisation.

Nous avons réalisé des optimisations sur la rapidité du processus du choc et sur la précision de détection des arêtes au chapitre 4. Nous avons alors déduit que les meilleures combinaisons parmi celle que nous avons proposées sont classés par ordre de qualité suivante : les fonctions de zones ( $a_1$  et  $a_3$ ), les fonctions de localisation des chocs ( $F^3$ ,  $F^2$  et  $F^1$ ), et un seul choix pour la fonction vitesse du choc qui est  $f_1$ . Cette tendance s'est confirmée lors de la validation sur la base de données pour les fonctions de localisations des chocs. Nous pensons que la meilleure fonction de zone est celle donnée lors de la

validation par l'algorithme de l'autocalibrage qui est  $a_3$ , cela s'explique par l'accélération du processus du choc par la violation locale de la condition CFL autorisée dans les régions visées (paragraphe 4.1.1). Pour les fonctions de localisation des chocs, les fonctions  $F^3$  et  $F^2$  sont meilleures en précision que  $F^1$  pour la raison que  $F^3$  et  $F^2$  rehaussent les contours tout en préservant les vrais arêtes.  $F^1$  rehausse les contours d'une façon brusque, qui peut fausser la détection précise des vraies arêtes. Lors de deux validations, La combinaison  $(a_3, F^3, f_1)$  se classe trois fois sur cinq tests comme meilleure combinaison (défaut de positionnement, défaut sur le facteur d'échelle et erreurs générées par l'algorithme d'autocalibrage), La combinaison  $(a_1, F^1, f_1)$  est la moins précise entre combinaisons, elle donne les moins bons résultats cinq fois sur cinq tests.

## CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce mémoire une méthode semi-automatique d'extraction de points de référence sur une paire de radiographies à rayons X, basée sur le filtre de choc Remaki-Cheriet. Nous avons tout d'abord passé en revue les EDP et le traitement des images et nous avons conclu que les EDP hyperboliques dites filtres de choc sont très utiles pour la segmentation des radiographies à rayons X. En s'appuyant sur cette constatation, nous avons introduit le filtre de choc Remaki-Cheriet et ses modèles analytiques et numériques 1D et 2D.

Dans la partie principale de ce mémoire, nous nous sommes intéressés aux fonctions paramètres du filtre de choc de Remaki-Cheriet. Nous avons proposé plusieurs fonctions paramètres et expliqué les motivations analytiques qui nous ont poussé à les choisir. La rapidité du processus du choc et la précision de localisation des arêtes ont été les deux critères de base des optimisations que nous avons mené. Nous avons conclu les meilleures fonctions paramètres sur l'ensemble des fonctions paramètres proposées, à partir des tests sur des signaux 1D et 2D dans le chapitre 4. Nous avons conservé 6 combinaisons paramètres pour les expérimentations sur la base de données dont nous disposions.

Un avantage très intéressant qu'il faut souligner dans l'approche utilisée, est que l'utilisateur du filtre de choc Remaki-Cheriet peut ajuster les résultats de rehaussement des radiographies à rayons X en fonction des paramètres du filtre de choc. Cela dépend en grande partie des fonctions de localisation des chocs que nous avons proposées.

Un des points sensibles du travail réalisé ici était l'extraction des contours de vis. L'approche initiale prévoyait le traitement des radiographies en leur globalité par le processus d'extraction automatique des points de référence. Cette approche s'est avérée inefficace et nous avons alors adopté une approche semi-automatique : d'abord

l'extraction des paires d'images radiographiques de vis correspondantes, ensuite le rehaussement par le filtre de choc Remaki-Cheriet sur ces nouvelles images, et finalement l'extraction des contours et de points de référence associés sur chaque paire.

Pour les contours, nous avons proposé un algorithme très efficace pour l'automatisation de leur extraction basé sur la classification des radiographies en complexes et moins complexes. Un taux de reconnaissance de 91% donné est amplement satisfaisant pour affirmer sa robustesse sur une base de données très difficile.

Les résultats obtenus lors des tests démontrent l'applicabilité de notre approche. Notre méthode est une alternative très viable à l'extraction manuelle de points de référence. Les résultats de l'extraction automatique des points de référence répondent aux exigences de la reconstruction 3D, et les reconstructions 3D par l'algorithme d'autocalibrage sont exploitables dans le domaine médical pour visualiser les déformations scoliothiques.

## RECOMMANDATIONS

Les améliorations qui à notre avis devraient être apportées au système afin d'augmenter la fiabilité de notre approche se résument comme suit :

- Automatiser le processus d'extraction de points de référence, une tâche faisable par l'automatisation d'extraction des paires de radiographies de vis correspondantes.
- Comprendre la géométrie des vis extraites avant l'application du processus semi-automatique d'extraction de points de référence. Les contours de vis n'ont pas la même géométrie sur les radiographies. Cela nous aidera à identifier avec grande précision les points de référence.
- Améliorer la détection des contours de vis en choisissant des méthodes qui prennent en compte la complexité de telles images.
- Proposer des fonctions paramètres qui peuvent isoler les vis, pour faciliter leur extraction par des méthodes globales telles que la méthode de binarisation d'Otsu.
- Comprendre le rôle du lissage explicite sur les images avant le rehaussement (analogie le Laplacien de la Gaussienne).

Il est clair qu'il reste beaucoup de travail à faire pour que le système d'extraction automatique des points de référence sur une paire de radiographies à rayons X progresse. La nature de notre application est tellement complexe que toutes les étapes sont interdépendantes, le changement de l'une implique le changement des



autres. Il faut noter aussi que notre approche est aussi exploitable dans d'autres domaines de reconnaissance de formes.

En somme, nous sommes convaincus que notre processus d'extraction automatique de points de référence est une alternative rigoureuse et exploitable pour des fins de reconstruction 3D de la colonne vertébrale des sujets scoliotiques. Ces modèles 3D peuvent servir à justifier les chirurgies correctrices, mesurer les corrections, et ainsi contribuer au développement des techniques plus robuste pour mieux contrôler les déformations scoliotiques.

## **ANNEXE 1**

### **Méthode de Canny**

D'après [30] et [7], Les contours de type "marche" étant très fréquents dans les images et le bruit blanc facile à modéliser, la plupart des méthodes se focalisent sur la détection de contours marche avec un bruit blanc additif. Néanmoins, cette approche s'applique pour d'autres types de contours.

Soit  $A$  l'amplitude de la marche et  $\eta_0^2$  la variance du bruit blanc. Le signal d'entrée  $I(x)$  peut être représenté par :

$$I(x) = A \cdot u_{-1}(x) + \eta(x) \quad (1)$$

Avec

$$\begin{aligned} \eta_0^2 &= E[\eta^2(x)] \\ u_{-1}(x) &= \begin{cases} 0 & \text{pour } x \in ]-\infty, 0] \\ 1 & \text{pour } x \in ]0, +\infty[ \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Il est généralement difficile d'apprécier le résultat d'une détection de contours et ceci pour plusieurs raisons.

Les résultats sont assez souvent estimés à "l'œil", ce qui ne fournit pas un jugement objectif. Les images traitées sont en général en nombre et en type assez limités.

Aussi, il est nécessaire de définir au préalable des critères de performances d'un détecteur utilisant évidemment le modèle de contour et le modèle de bruit choisis. Les performances d'un détecteur se caractérisent essentiellement par :

- **Détection** : l'opérateur doit donner une réponse au voisinage d'un contour.
- **Localisation** : le contour doit être localisé avec précision.

- **Réponse unique** : un contour doit provoquer une seule réponse de l'opérateur d'extraction.

On suppose classiquement que la détection est effectuée en convoluant le contour bruité avec une fonction spatiale antisymétrique  $f(x)$  et que l'on marque les contours avec des maxima de la sortie  $\theta(x_0)$  de cette convolution :

$$\theta(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(x) \cdot f(x_0 - x) dx \quad (3)$$

A partir de cette modélisation **Canny** définit des critères évaluant :

**La détection des points de contours** : faible probabilité de ne pas détecter un vrai Point de contour, et faible probabilité de marquer de faux points de contours; ce critère correspond à maximiser le rapport signal sur le bruit **RSB** (sortie du filtre au point de discontinuité pour le contour marche / écart type de la réponse du filtre du bruit).

$$RSB = \frac{A \cdot \int_{-\infty}^0 f(x) \cdot dx}{\eta_0 \cdot \left( \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) \cdot dx \right)^{1/2}} \quad (4)$$

Si on note

$$\sigma = \frac{\int_{-\infty}^0 f(x) \cdot dx}{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) \cdot dx \right)^{1/2}} \quad (5)$$

On obtient

$$RSB = \frac{A}{\eta_0} \cdot \sigma \quad (6)$$

**La localisation des points de contours :** les points marqués comme contours par le détecteur doivent être aussi près que possible du centre du contour véritable. Ce critère correspond à maximiser l'écart type de la position des passages par zéro, et correspond à l'inverse de l'espérance de la distance entre le vrai point de contour, et le point de contour détecté (maximum de la sortie de l'opérateur).

$$L = \frac{A \cdot \int_{-\infty}^0 |f'(x)| dx}{\eta_0 \cdot \left( \int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx \right)^{1/2}} \quad (7)$$

Si on note

$$\lambda = \frac{\int_{-\infty}^0 |f'(x)| \cdot dx}{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) \cdot dx \right)^{1/2}} \quad (8)$$

On obtient :

$$L = \frac{A}{\eta_0} \cdot \lambda \quad (9)$$

**Une réponse à un contour :** le détecteur ne doit pas fournir de multiples réponses à un seul contour; la distance entre les pics dans la réponse au bruit de  $f$ , noté  $x_{max}$ , est posée comme une fraction  $k$  de la largeur de l'opérateur  $W$  (la largeur d'un opérateur est la taille du masque de convolution nécessaire pour l'implanter). Cette expression ( $x_{max}$ ) se calcule aisément car on connaît la distance moyenne entre les passages par zéro de la dérivée seconde de la réponse d'un filtre à un bruit blanc gaussien (Rice 1944).

$$x_{max} = kW = 2 \cdot \Pi \cdot \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |f''(x)| \cdot dx}{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} f''^2(x) \cdot dx \right)^{1/2}} \quad (10)$$

On notera que l'introduction de ce troisième critère est due au fait que le critère de détection ne prend en compte que la réponse du filtre au point de contour et non dans son voisinage. Ce critère est le seul utilisant l'hypothèse d'un bruit gaussien.

Les critères de détection et de localisation étant antinomiques, on les combine d'une manière significative en maximisant le produit  $\sigma \cdot \lambda$  sous la contrainte du 3<sup>ème</sup> critère. (D'autres solutions sont envisageables, par exemple maximiser le produit de trois termes...). On obtient ainsi une équation différentielle dont la solution est :

$$f(x) = a_1 \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\omega \cdot x) + a_2 \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos(\omega \cdot x) + a_3 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega \cdot x) + a_4 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \cos(\omega \cdot x) + c \quad (11)$$

Avec les conditions initiales :

$$f(0) = 0 \quad f(W) = 0 \quad f'(0) = S \quad f'(-W) = 0$$

$W$  étant la taille du filtre défini dans  $[0, W]$

Le filtre Gaussien s'écrit :

$$s(x) = C \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (12)$$

$C$  est choisi de manière à obtenir un filtre normalisé.

Le filtre de dérivation correspondant s'écrit :

$$d(x) = C \cdot \frac{-x}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (13)$$

Le filtre de dérivation  $d(x)$  est une solution approchée de l'équation de Canny.

## **ANNEXE 2**

### **Automatisation de l'extraction de contours de vis sur radiographies complexes et moins complexes**



L'algorithme de séparation entre radiographies complexes et non complexes s'écrit comme suit :

**1-Le vecteur observation** : Étiqueter les images de la base de données par observation selon le résultat d'extraction des contours par les deux algorithmes.

Pour  $i = 1$  : Nombre d'images

$V_{\text{obs}}(i) = 1$  si par algorithme 1

$V_{\text{obs}}(i) = 0$  si par algorithme 2

Fin

**2-Le calcul des critères** : Calcul des critères choisis ultérieurement sur l'ensemble de notre base de données.

Pour  $i = 1$  : Nombre d'images

Caractéristique (i, 1) =  $\eta$  le facteur nu

Caractéristique (i, 2) = ent l'entropie

Fin

**3-Classification des images selon le facteur d'Otsu  $\eta$**  : Construire le vecteur test selon  $\eta$ .

$\eta_0$  et  $\eta_1$  imposés

$V_{\text{test}} = []$ ;

Pour  $i = 1$  : Nombre d'images

Si Caractéristique (i, 1) >  $\eta_1$

$V_{\text{test}}(i) = 1$  Algorithme 1

Si Caractéristique (i, 1) <  $\eta_0$

```

          V_test (i) = 0      Algorithme 2
Si  $\eta_0 \leq$  Caractéristique (i, 1)  $\leq \eta_1$ 
          V_test (i) = -1    Rejet
Fin
Fin

```

**4-Les taux de confiance et du rejet :** Comparer le vecteur test et vecteur observation.

```

Cpt_conf = 0
Cpt_rejet = 0
Pour i = 1 : Nombre d'images
    Si V_test (i)  $\neq$  V_obs (i)
        Cpt_conf = Cpt_conf + 1;
    Fin
    Si V_test (i) == -1
        Cpt_rejet = Cpt_rejet + 1;
    Fin
Fin

```

**5-Classification des images rejetées :** Classifier la classe des images rejetées.

```

Vecteur indice contient les indices des images rejetées
Pour i = 1 : Nombre d'images rejettes
    Si Caractéristique (indice (i), 2) < ent*
        V_test (indice (i))=1
    Si Caractéristique (indice (i), 2) > ent*
        V_test (indice (i))=0
    Fin
Fin

```

**6-Le taux de confiance final :** Comparer de nouveau le vecteur test et vecteur observation

```
Cpt_conf = 0
Pour i = 1 : Nombre d'images
    Si V_obs (i) ≠ V_test (i)
        Cpt_conf = Cpt_conf + 1;
    Fin
Fin
```

## **ANNEXE 3**

### **Exemple d'extraction semi-automatique de points de référence sur une paire de radiographies à rayons X**

## 1 Identification des vis correspondantes sur la paire de radiographies originale

### 1.1 Radiographie position LAT

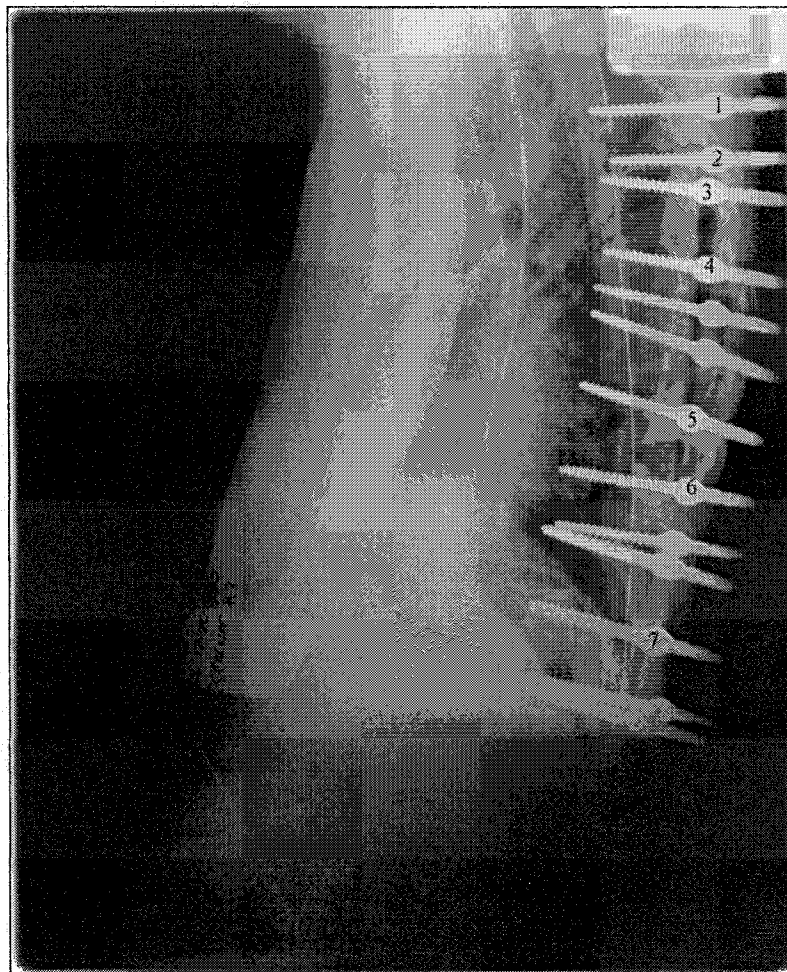


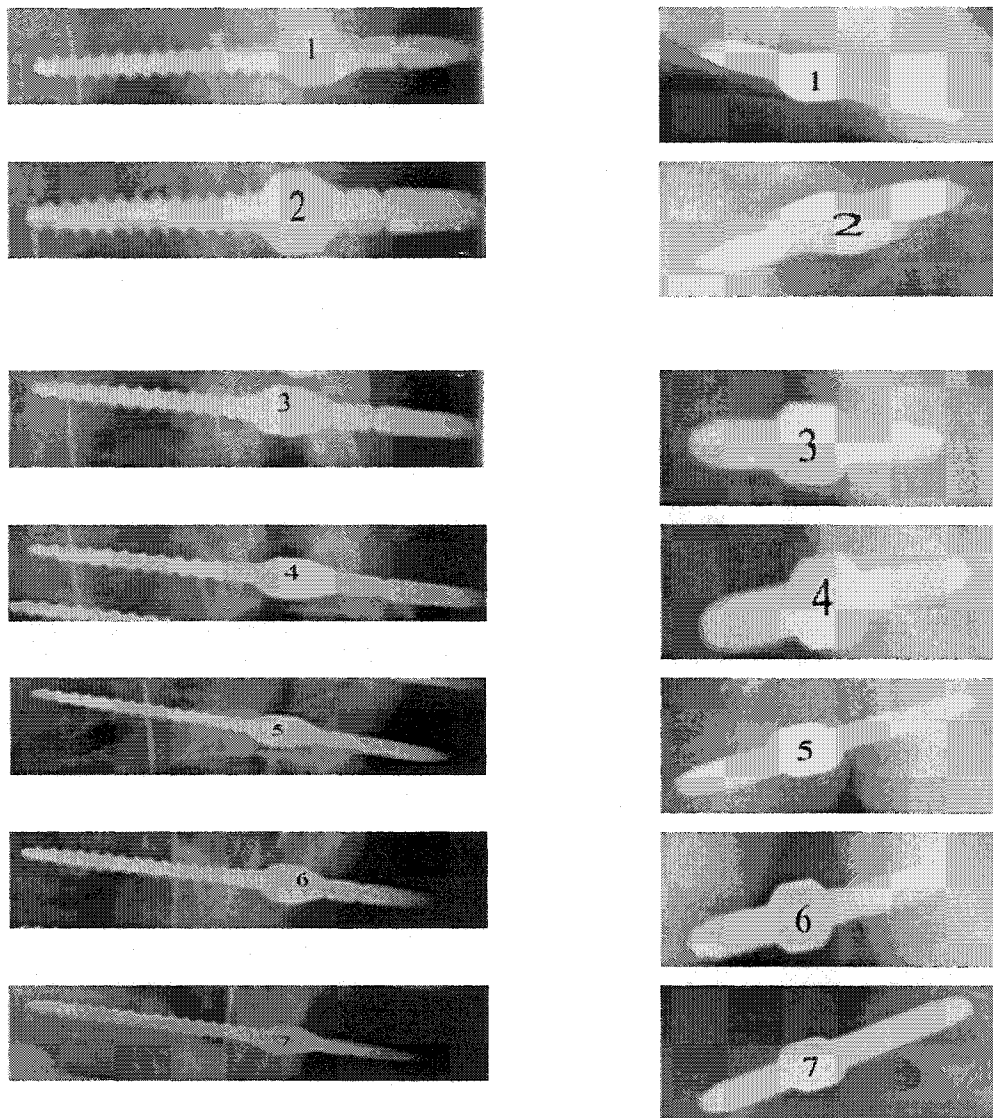
Figure A3-1 Radiographie originale position LAT

## 1.2 Radiographie position PA-0°



Figure A3-2 Radiographie originale position PA-0°

## 2. Les paires de vis correspondantes extraites



Position LAT

Position PA-0°

Figure A3-3 Les paires de vis correspondantes

## 2. Les paires de vis correspondantes rehaussées par le filtre Remaki-Cheriet

Paramètres ( $a_1$ ,  $F^l$  et  $f_l$ )

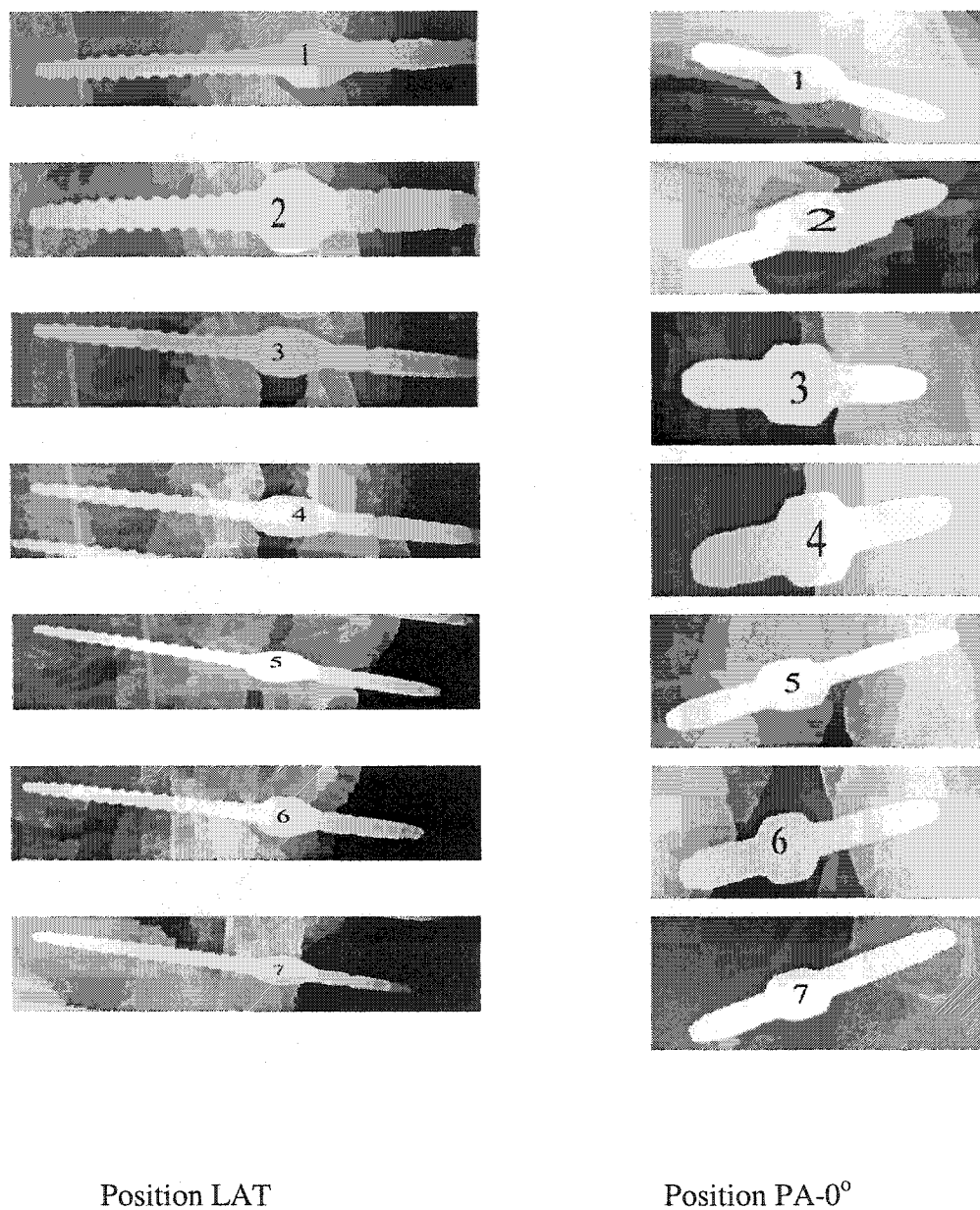
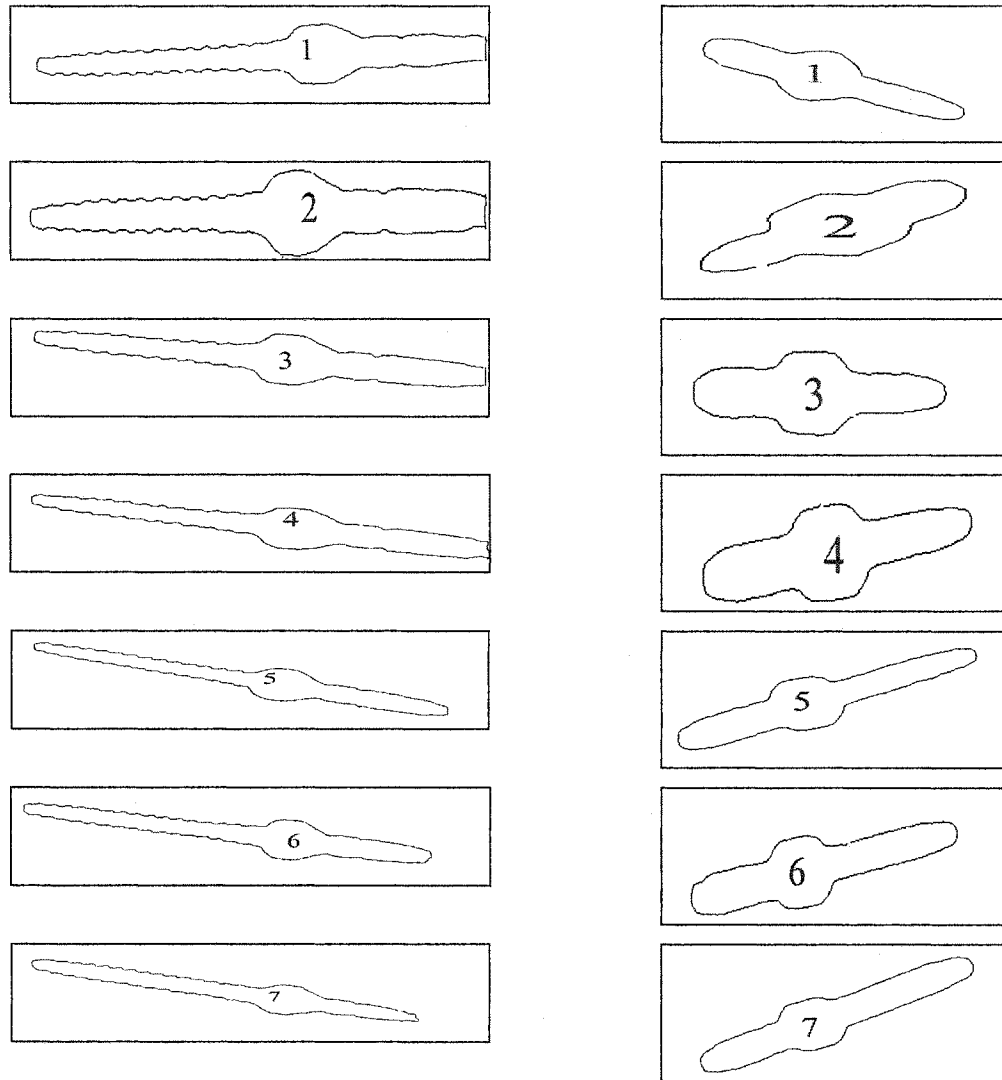


Figure A3-4 Les paires de vis correspondantes rehaussées par le filtre du choc Remaki-Cheriet, paramètres ( $a_1$ ,  $F^l$  et  $f_l$ )



### 3. Les paires de contours de vis correspondantes extraites



Position LAT

Position PA-0°

Figure A3-5 Les contours de vis correspondantes

#### 4. Les points de référence 2D. Paramètres ( $a_i$ , $F^I$ et $f_I$ )

##### 4.1 Photo : PA-0°

Objet : Vis\_01

Grid_2D: #	tag	x	y
Tête	396.2239	364.3544	
Pointe	600.2239	447.3544	

Objet : Vis\_02

Grid_2D: #	tag	x	y
Tête	775.8777	542.0742	
Pointe	901.8777	465.0742	

Objet : Vis\_03

Grid_2D: #	tag	x	y
Tête	461.331	591.9231	
Pointe	655.331	592.9231	

Objet : Vis\_04

Grid_2D: #	tag	x	y
Tête	503.0728	791.5027	
Pointe	713.0728	754.5027	

Objet : Vis\_05

Grid_2D: #	tag	x	y
Tête	563.8036	1175.0495	
Pointe	832.8036	1074.0495	

Objet : Vis\_06

Grid_2D: #	tag	x	y
Tête	595.6745	1331.2527	
Pointe	865.6745	1275.2527	

Objet : Vis\_07

Grid_2D: #	tag	x	y
Tête	565.3091	1705.4231	
Pointe	832.3091	1589.4231	

## 4.2 Photo : LAT

Objet : Vis\_01

Grid\_2D : #---- tag ----- x ----- y ----  
Tête 2035.7066 240.4008  
Pointe 1507.7066 270.4008

Objet : Vis\_02

Grid\_2D : #---- tag ----- x ----- y ----  
Tête 2029.1446 379.1364  
Pointe 1564.1446 397.1364

Objet : Vis\_03

Grid\_2D : #---- tag ----- x ----- y ----  
Tête 2036.4256 490.5744  
Pointe 1536.4256 444.5744

Objet : Vis\_04

Grid\_2D : #---- tag ----- x ----- y ----  
Tête 2021.6653 722.1694  
Pointe 1543.6653 630.1694

Objet : Vis\_05

Grid\_2D : #---- tag ----- x ----- y ----  
Tête 1963.8471 1121.219  
Pointe 1485.8471 977.219

Objet : Vis\_06

Grid\_2D: #---- tag ----- x ----- y ----  
Tête 1942.8884 1277.7727  
Pointe 1430.8884 1192.7727

Objet : Vis\_07

Grid\_2D: #---- tag ----- x ----- y ----  
Tête 1852.9711 1686.9628  
Pointe 1350.9711 1541.9628

### 4.3 Coordonnées 3D des vis par l'algorithme d'autocalibrage

Objet : Vis\_01

```
Grid_3D : # ---- tag ---- x ---- y ---- z ----
          Pointe -707.5396 -99.5320  53.8508
          Tête   -811.0709 -41.4334  26.5006
```

Objet : Vis\_02

```
Grid_3D : # ---- tag ---- x ---- y ---- z ----
          Pointe -744.6511 -175.3309  83.7845
          Tête   -845.2080 -131.0066  67.7939
```

Objet : Vis\_03

```
Grid_3D : # ---- tag ---- x ---- y ---- z ----
          Pointe -722.6205 -109.7553  95.4534
          Tête   -822.8223 -51.9917  84.7868
```

Objet : Vis\_04

```
Grid_3D : # ---- tag ---- x ---- y ---- z ----
          Pointe -733.1856 -120.3070  141.2326
          Tête   -828.4367 -56.8274  138.6322
```

Objet : Vis\_05

```
Grid_3D : # ---- tag ---- x ---- y ---- z ----
          Pointe -736.8383 -143.8872  232.2939
          Tête   -830.1152 -62.7379  235.1246
```

Objet : Vis\_06

```
Grid_3D : # ---- tag ---- x ---- y ---- z ----
          Pointe -731.6643 -148.2207  289.1498
          Tête   -831.9070 -67.0447  273.9082
```

Objet : Vis\_07

```
Grid_3D : # ---- tag ---- x ---- y ---- z ----
          Pointe -719.9069 -133.0107  376.0849
          Tête   -819.1965 -51.6925  369.7257
```

## 5. Les points de référence 2D extraits manuellement

### 5.1 Photo : PA-0°

Objet : Vis\_GAUCHE

Grid\_2D : # ---- tag ----- x ----- y ----

T1-Vis_Ant	-486.4797	155.8889
T1-Vis_Post	-678.0036	242.5308
T2-Vis_Ant	-430.6185	11.1060
T2-Vis_Post	-615.3024	11.1060
T3-Vis_Ant	-371.3373	-150.7773
T3-Vis_Post	-571.9814	-190.6781
T4-Vis_Ant	-309.1798	-296.3806
T4-Vis_Post	-515.7352	-424.1938
T5-Vis_Ant	-250.9791	-467.5591
T5-Vis_Post	-511.1705	-575.9722
T6-Vis_Ant	-220.1670	-669.5498
T6-Vis_Post	-481.4995	-728.8916
T7-Vis_Ant	-221.3082	-807.6338
T7-Vis_Post	-487.2054	-936.5883
T8-Vis_Ant	-252.6080	-979.7679
T8-Vis_Post	-507.3536	-1104.2849
T9-Vis_Ant	-285.7364	-1163.6874
T9-Vis_Post	-475.3677	-1312.1938

## 5.2 Photo : LAT

Objet : Vis\_GAUCHE

Grid\_2D : # ---- tag ----- x ----- y ----

T1-Vis_Ant	87.1073	437.9371
T1-Vis_Post	568.4362	458.2750
T2-Vis_Ant	116.5892	263.1893
T2-Vis_Post	569.3730	208.9236
T3-Vis_Ant	125.1361	78.5743
T3-Vis_Post	569.3730	-1.9097
T4-Vis_Ant	92.2379	-81.8951
T4-Vis_Post	562.3730	-249.9187
T5-Vis_Ant	63.7153	-269.0223
T5-Vis_Post	535.5532	-416.2295
T6-Vis_Ant	10.2559	-485.9592
T6-Vis_Post	520.0577	-575.0583
T7-Vis_Ant	3.3812	-625.4443
T7-Vis_Post	482.1677	-708.7115
T8-Vis_Ant	-66.6776	-835.0403
T8-Vis_Post	419.6884	-974.8816
T9-Vis_Ant	-110.9175	-1017.0370
T9-Vis_Post	413.5386	-1141.1620

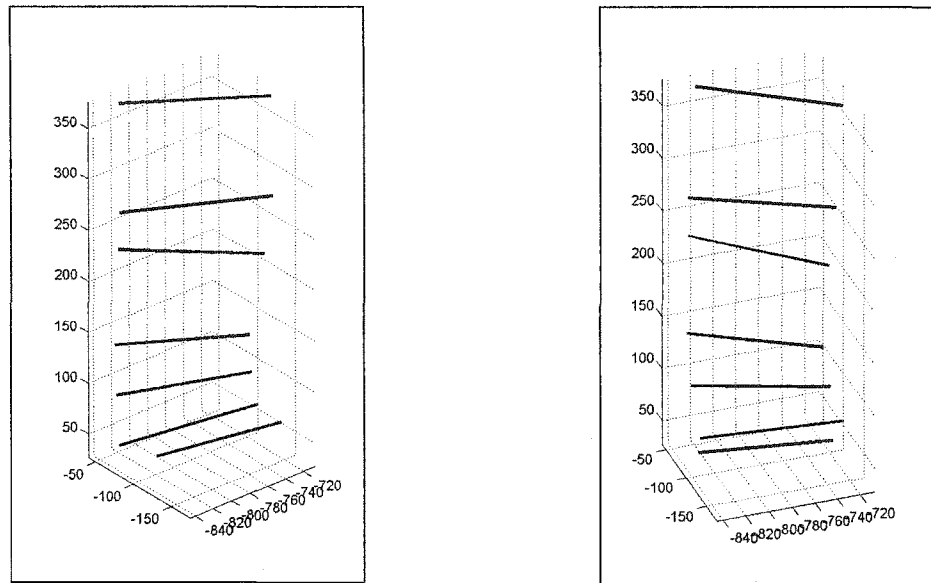
### 5.3 Coordonnées 3D des vis par l'algorithme d'autocalibrage

Objet : Vis\_GAUCHE

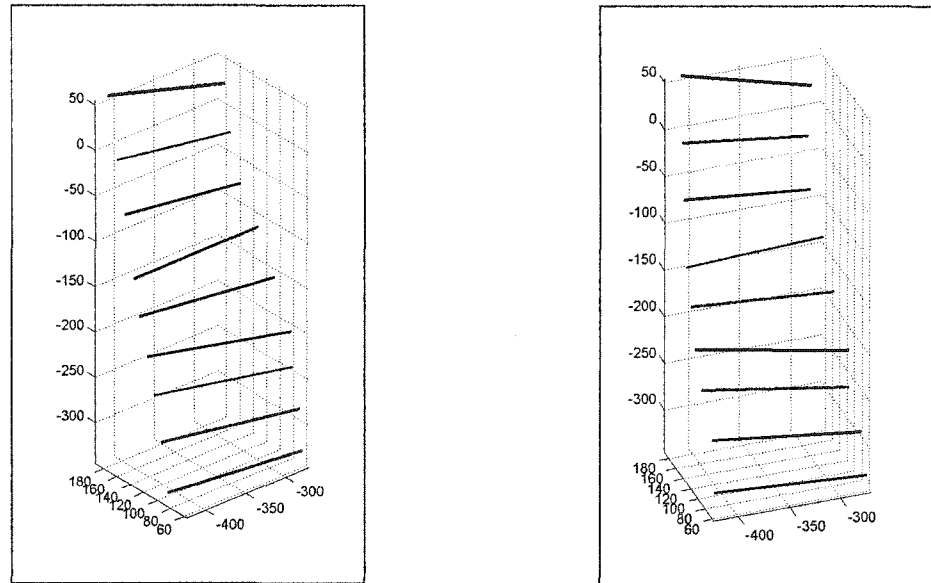
```

Grid_3D : # ---- tag ----- x ----- y ----- z -----
T1-Vis_Ant -294.3212  153.4056  42.5684
T1-Vis_Post -407.7421  191.7396  54.4327
T2-Vis_Ant -304.7066  132.9517   1.9591
T2-Vis_Post -414.1785  169.4831  -4.0148
T3-Vis_Ant -310.3192  111.9288  -42.8319
T3-Vis_Post -419.3641  153.1984  -54.9398
T4-Vis_Ant -305.0526   91.5487  -83.4799
T4-Vis_Post -423.8699  133.1553 -115.3408
T5-Vis_Ant -301.1959   71.5655 -131.9340
T5-Vis_Post -420.4706  129.3260 -156.2632
T6-Vis_Ant -291.2892   58.9099 -189.9213
T6-Vis_Post -420.3184  118.6226 -196.3097
T7-Vis_Ant -292.2153   55.9098 -227.6770
T7-Vis_Post -415.0844  114.5220 -238.8103
T8-Vis_Ant -277.7119   61.9969 -281.7529
T8-Vis_Post -402.3152  119.5959 -297.8770
T9-Vis_Ant -270.3504   66.8507 -332.1374
T9-Vis_Post -405.7058  105.3472 -345.7421

```



Reconstruction 3-D, cas semi-automatique



Reconstruction 3-D, cas manuel

Figure A3-6 La reconstruction 3D des vis dans le cas semi-automatique v.s. manuel



**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] J. Dansereau, A. Beauchamp, J. A. D. Guise, and H. Labelle, "Three-Dimensional Reconstruction of the Spine and Rib Cage from Stereoradiographic and Imaging Techniques," presented at 16th Conference of the Canadian Society of Mechanical Engineering, Toronto, Canada, 1990.
- [2] J. Dansereau, H. Labelle, J. A. D. Guise, and C. Bellefleur, "Application des techniques d'imagerie, de reconstruction, de modélisation et d'analyse 3D des déformations scoliotiques à l'étude de l'effet immédiat des corsets de Boston," *Minerva Orthopedica Traumatologica*, vol. 44, pp. 549-553, 1993.
- [3] H. Labelle, J. Dansereau, C. Bellefleur, and coll, "Comparaison between Preoperative and Postoperative Three-Dimensional Reconstructions of Idiopathic Scoliosis with the Cotrel-Dubousset Procedure," *Spine*, vol. 20, pp. 2487-2492, 1995.
- [4] G. T. Marzan, "Rational Design for Close-Range Photogrammetry," *Thèse de doctorat, Département de Génie Civil, University of Illinois à Urbana-Champaign*, 1976.
- [5] F. Cheriet, S. Delorme, J. Dansereau, C. É. Aubin, J. A. D. Guise, and H. Labelle, "Reconstruction radiographique préopératoire de la colonne vertébrale scoliotique," *Ann. Chir*, vol. 53, pp. 808-815, 1999.
- [6] F. Cheriet, J. Dansereau, Y. Petit, C.-E. Aubin, H. Labelle, and J. A. Deguise, "Towards the self-calibration of multiview radiographic imaging system for the 3D reconstruction of the human spine and rib cage," *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 13, pp. 761-779, 1999.
- [7] J. F. Canny, "A computational approach to edge detection," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 8, pp. 679-698, 1986.
- [8] N. Otsu, "A threshold selection method from grey scale histogram," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 1, pp. 62-66, 1979.
- [9] A. Gravel, "Optimisation d'un Contour Actif par un Réseau de Hopfield pour la Détection des Contours de Côtes sur des Radiographies," *Mémoire de maîtrise, Département du GPA, ETS, MONTREAL, 2000*, pp. 6-14.

- [10] M. Pope, I. Stokes, and I. Moreland, "CRC critical reviews in biomedical engineering," *The biomechanics of scoliosis*, vol. 2, pp. 157-187, 1984.
- [11] P. Barthez, "Technique Radiographique. Formation de l'Image et Évaluation de la Qualité Technique," *École nationale vétérinaire*, vol. 1, 2001.
- [12] M. Nagao and T. Matsuyama, "Edge Preserving Smoothing," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 9, pp. 374-407, 1979.
- [13] R. Deriche and O. Faugeras, "Les EDP en traitement des images et vision par ordinateur," *INRIA, Sophia Antipolis, Nice*, vol. 2697, pp. 8-15, 1995.
- [14] P. Perona and J. Malik, "Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, pp. 629-639, 1990.
- [15] F. Catte, T. Coll, P. L. Lions, and J. M. Morel, "Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion," *SIAM J*, vol. 29, pp. 182-193, 1992.
- [16] L. Alvarez, P. L. Lions, and J. M. Morel, "Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion," *SIAM J*, vol. 29, pp. 845-866, 1992.
- [17] S. Depeyre, "Étude de schémas d'ordre élevé en volumes finis pour des problèmes hyperboliques. Application aux équations de Maxwell, d'Euler et aux écoulements diphasiques dispersés," *Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris*, 1997, pp. 16-21.
- [18] L. Rudin, "Images, numerical analysis of singularities and shock filters," *Computer Science, Pasadena, CA*, vol. 1, pp. 31-35, 1987.
- [19] L. Remaki and M. Cheriet, "Numerical Schemes of Shock Filter Models for Image Enhancement and Restoration," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*. *accepted for publication*, 2003.
- [20] L. Alvarez and L. Mazorra, "Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion," *SIAM J*, vol. 31, pp. 590-605, 1994.
- [21] J. F. Colombeau and A. Heibig, "Generalized Solution to Cauchy Problems," *Mh. Math. Spring-Verlag*, vol. 117, pp. 33-49, 1994.
- [22] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-14, pp. 302-307, May 1966.

- [23] M. Cheriet, J. N. Said, and C. Y. Suen, "A Recursive thresholding technique for image segmentation," *IEEE Transaction On Image Processing*, vol. 7, pp. 918-921, 1998.
- [24] X. Ye, M. Cheriet, and Y. Suen, "Stroke-model-based character extraction from gray-level document images," *IEEE transactions On Image Processing*, vol. 10, pp. 1057-7149, 2001.
- [25] J. Novosad, F. Cheriet, Y. Petit, and H. Labelle, "Three Dimensional Reconstruction of the Spine from a Single X-ray Image and Prior Vertebrae Models," pour *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Article en préparation.
- [26] J. Novosad, F. Cheriet, and H. Labelle, "3D Reconstruction of the Spine from Uncalibrated Biplanar Intra-Operative X-Ray Images," *Canadian Medical and Biological Engineering Conference*, Ottawa, Nov 2002.
- [27] J. Novosad, F. Cheriet, Y. Petit, and H. Labelle, "Une Nouvelle technique pour la reconstruction 3D de la colonne vertébrale à partir d'une seule radiographie postéro-antérieure," *Congrès des étudiants gradués du Centre de recherche de l'Hôpital Sainte-Justine*, juin 2002.
- [28] Y. I. Abdel-Aziz and H. M. Karara, "Direct linear transformation from computer coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry," *American Society of Photogrammetry*, Urbana, IL, pp. 1-18, 1971.
- [29] J. Novosad, "3D Reconstruction of the spine from uncalibrated biplanar intra-operative x-ray images," *Canadian Medical and biological engineering conference*. Ottawa, 2002.
- [30] R. Horaud and O. Monga, "Vision par ordinateur," *Documents de cours, Inria, Sophia Antipolis*, vol. 2, pp. 41-59, 1999.