

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DU
DOCTORAT EN GÉNIE
Ph. D.

PAR
SLAOUI HASNAOUI FOUAD

ESTIMATION DES PARAMÈTRES PAR LA MÉTHODE DE REGRESSION RIGIDE
COMBINÉE AVEC L'ANALYSE DES PARAMÈTRES STATISTIQUES POUR
L'INTERPRÉTATION DES MESURES DE RÉSISTIVITÉS APPARENTES DES
MODÈLES DE SOL À N-COUCHES

MONTRÉAL, LE 14 OCTOBRE 2003

© droits réservés de Slaoui Hasnaoui Fouad

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE
PAR UN JURY COMPOSÉE DE :

M. Pierre-jean Lagacé, directeur de thèse
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Ambrish Chandra, professeur
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Kamal Al Haddad, professeur
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Emmanuel Crainic, représentant industriel
IREQ

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET UN PUBLIC

LE 14 OCTOBRE 2003

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

ESTIMATION DES PARAMÈTRES PAR LA MÉTHODE DE REGRESSION RIGIDE COMBINÉE AVEC L'ANALYSE DES PARAMÈTRES STATISTIQUES POUR L'INTERPRÉTATION DES MESURES DE RÉSISTIVITÉS APPARENTES DES MODÈLES DE SOL À N-COUCHES

Slaoui Hasnaoui Fouad

SOMMAIRE

Lorsque le sol présente plus que deux couches les calculs analytiques de la résistivité deviennent rapidement exorbitants et l'interprétation des mesures de cette résistivité devient plus difficile. Par conséquent, le développement d'une nouvelle méthode de calcul, pour que l'étude en question soit économique et faisable, s'avère nécessaire.

L'objectif essentiel de cette thèse est de faire l'interprétation de mesures de résistivité apparente qui consiste à déterminer un modèle du sol multicouche correspondant au profil de résistivité obtenu par les mesures au chantier. Deux méthodes sont proposées:

La première méthode commence par l'identification de l'expression analytique de la transformée de la résistivité théorique " T_a " du potentiel " V " de Stefanescu pour un modèle du sol multicouche. La résistivité apparente " ρ_{am} " est mesurée au chantier à un incrément de mesure (Δx) constant. Par le théorème de Shannon nous obtenons la série des coefficients du filtre par la convolution numérique de la fonction de Bessel de l'argument exponentiel avec la fonction SA de l'argument approprié. La transformée mesurée " T_m " de la résistivité peut être facilement dérivée des données expérimentales par l'application de la théorie des filtres linéaires. La procédure pour trouver le minimum des écarts entre les valeurs théoriques de T_a et les valeurs expérimentales T_m est décrite. Elle est basée sur la méthode de Levenberg-Marquardt et les méthodes statistiques. Enfin, nous avons procédé à la simulation de certains modèles théoriques et expérimentaux afin de valider la méthode.

La deuxième méthode consiste à dériver les équations théoriques pour produire les courbes standard de la résistivité apparente des modèles du sol à plusieurs couches horizontales. Pour des paramètres connus de la terre, la distribution apparente de la résistivité peut être calculée efficacement par cette méthode. Nous présentons le profil de la résistivité apparente calculée pour un nombre arbitraire de couches. La validation de la méthode présentée est réalisée par une comparaison aux méthodes existantes sur un sol de trois à cinq couches. De plus, la détermination des paramètres électriques de mise à la terre pour un sol à N-couches (les résistivités et les épaisseurs) est faite par la même méthode d'inversion, à savoir celle de Levenberg-Marquardt.

**ESTIMATE OF THE PARAMETERS BY A METHOD OF RIDGID
REGRESSION COMBINED WITH ANALYSIS OF THE STATISTICAL
PARAMETERS FOR INTERPRETATION OF SOIL RESISTIVITY
MEASUREMENTS IN MULTI-LAYER STRUCTURE**

Slaoui Hasnaoui Fouad

ABSTRACT

When the number of soil layers exceeds two, the determination of the resistivity and depth (ρ_i, h_i) for layer #i from a resistivity sounding becomes more difficult.

Essential object of this thesis is to make interpretation of measurements of apparent resistivity which consists in determining a model of the multi-layer ground corresponding to the profile of resistivity obtained by measurements with the building site.

Two methods are proposed here; the first method is based on the identification of the theoretical resistivity transform "T" for n-layer from the expression for the potential. Vertical soundings in the field measure a series of apparent resistivity values at a constant increment Δx of the logarithm of electrode spacing. We obtain the filter coefficient series. And thus, the resistivity transform can be easily derived from the experimental data by the application of linear electric filter theory.

The problem of direct interpretation of apparent resistivity curves from horizontally layered earth models is solved by using the ridge regression estimator. The inversion of electrical sounding data does not yield a unique solution, but inevitably a single model to interpret the observations is sought. This paper presents a methodology for the statistical estimation of soil parameters from Schlumberger measurements. The procedure has been applied using field test data and has been shown to provide a satisfactory soil model.

The second method is a new method, the work describes a new method and derives the theoretical equations for calculation of the apparent resistivity standard curves of horizontally multilayered models. For known earth parameters, the apparent resistivity distribution can be computed efficiently by this method. The profile of the apparent resistivity calculated with Schlumberger electrode arrangement for an arbitrary number of layers is presented. The validation of the developed method is carried out by a comparison between this method and the other applied methods in an earth of three to five layers. The determination of the electrical grounding parameters of a N-layered earth (resistivities and thicknesses), is carried out by Levenberg-Marquardt's method.

REMERCIEMENTS

Je désire remercier en général, toutes les personnes qui directement ou indirectement, par leurs encouragements, conseils et aides désintéressés, m'ont soutenu pendant la durée de mes études. J'exprime ma reconnaissance la plus profonde à ma femme qui, par sa patience, et surtout par son soutien moral indéfectible, m'a permis de mener à bien cette tâche.

Je tiens à remercier les professeurs M. Ambrish Chandra, M. Kamal Al Haddad, M. Emmanuel Crainic et Xuan Dai Do pour les nombreux conseils et encouragements qu'ils ont su prodiguer tout au long de mes études et, pour l'honneur qu'ils m'accordent en acceptant de faire partie du jury de cette thèse.

Je voudrais également remercier en particulier, mon directeur de recherches, M. Pierre-Jean Lagacé pour tous les précieux efforts, encouragements et conseils indispensables au succès de mes études. Notre collaboration étroite, que nous avons su maintenir depuis 1997, a permis la mise en oeuvre et l'avènement de cette thèse.

J'aimerais aussi témoigner ma reconnaissance à toutes les institutions qui, directement ou indirectement, m'ont soutenu financièrement et plus particulièrement, l'École de

Technologie Supérieure et le Conseil National de la Recherche en Sciences Naturelles et Génie du Canada.

À l'ensemble du personnel du département de Génie Électrique : professeurs, techniciens, secrétaires et étudiants, je veux témoigner ma reconnaissance

Enfin, je tiens à remercier tous mes collègues et mes amis qui m'ont apporté leur soutien moral et leur encouragement au cours de ce travail. Des remerciements particuliers à mon meilleur ami, M. Georges Semaan.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	i
ABSTRACT	ii
REMERCIEMENTS	iii
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES TABLEAUX	x
LISTE DES FIGURES	xi
LISTE DES SYMBOLES	xiii
INTRODUCTION	1
REVUE DE LA LITTÉRATURE	5
PROBLÉMATIQUE	9
MÉTHODOLOGIE	11
CHAPITRE 1 INTERACTION ENTRE RÉSISTIVITÉ ET MISE À LA TERRE . . .	14
1.1 Définition des sols	14
1.2 Structure du sol	14
1.3 Résistivité des sol.	15
1.4 Facteurs influant sur la résistivité des sols.	18
1.5 Les effets du traitement chimique des sols	20
1.6 Nécessité de la mise à la terre	21
1.7 Rôle de la résistivité.	22
CHAPITRE 2 ÉVALUATION DE LA RÉSISTIVITÉ APPARENTE PAR LA MÉ THODE GÉNÉRALE, SCHLUMBERGER, WENNER ET DES IMAGES	23
2.1 Résistance de terre	23
2.2 Méthode générale	23
2.3 Méthode de Schlumberger	24
2.4 Méthode de Wenner	25
2.5 La théorie des images	26
2.6 Sol à deux couches.	27
2.7 Sol à n couches	29

CHAPITRE 3	RELATION FONDAMENTALE ENTRE LE POTENTIEL, LA RÉSISTIVITÉ APPARENTE ET LA TRANSFORMÉE DE LA RÉSISTIVITÉ	31
3.1	Méthode de calcul	31
3.2	Calcul de T_a et ses dérivées partielles pour un sol multicouches	35
3.2.1	Algorithme pour le calcul de T_a	35
3.2.2	Les dérivées partielles de T_a	37
CHAPITRE 4	MÉTHODE DE DÉTERMINATION DE FILTRE	39
4.1	Résistivité apparente	39
4.2	L'analogie des filtres linéaires	40
4.3	Calcul des coefficients du filtre	44
4.4	Évaluation de la fonction transformée mesurée de la résistivité apparente	48
4.5	Application de la méthode	50
CHAPITRE 5	MÉTHODE DE MINIMISATION DES ÉCARTS ENTRE LES VALEURS CALCULÉES ET MESURÉES	52
5.1	Introduction	52
5.2	Rappel de la méthode de Newton	53
5.3	Rappel de la méthode de Marquardt	54
CHAPITRE 6	INVERSION PAR LA MÉTHODE DE RÉGRESSION RIGIDE ET L'ANALYSE DES PARAMÈTRES STATISTIQUES	59
6.1	L'algorithme pour l'inversion avec la méthode de régression rigide	59
6.2	Exemples de simulation	62
6.3	Pondération des mesures erronées	71
6.4	Paramètres statistiques	72
6.5	Analyse des vecteurs et valeurs propres	74
6.6	Analyse d'un modèle avec sa couche centrale conductrice	75
6.7	Analyse d'un modèle théorique avec sa couche centrale résistive	93
CHAPITRE 7	UNE NOUVELLE MÉTHODE POUR LE CALCUL RAPIDE DE LA RÉSISTIVITÉ APPARENTE POUR UN SOL À N-COUCHES	101
7.1	Introduction	101

7.2 Considérations Analytiques	102
7.3 La Méthode Proposée	106
7.4 Préparation de la courbe ρ_a pour un sol de n-couches.	109
7.4.1 Comparaison avec la méthode d'intégration numérique	112
7.5 Méthode d'inversion	113
7.6 Les composantes de la matrice Jacobienne (J)	115
7.7 Exemple d'interprétation des mesures.	117
CONCLUSION	124
RECOMMANDATIONS	126
ANNEXE 1 : Étude analytique pour le modèle de sol à deux couches	127
BIBLIOGRAPHIE	133

LISTE DES TABLEAUX

		Page
Tableau I	Classification générale des résistivités	16
Tableau II	Résistivité de divers type de sol	17
Tableau III	Les coefficients du filtre pour la configuration de Schlumberger pour trois pas différents d'échantillonnage.	47
Tableau IV	Site de mesures à Bryson	62
Tableau V	Valeurs de T et T_m obtenues par simulations.	63
Tableau VI	Valeurs de T et T_m obtenues par simulations sur toute la longueur de mesures	66
Tableau VII	Valeurs de T et T_m obtenues par simulations pour le deuxième modèle avec $\Delta x = 0.7675$	69
Tableau VIII	Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) sans pondération (modèle #1).	76
Tableau IX	Calcul de la matrice B sans pondération (modèle #1)	78
Tableau X	Matrice de corrélation et paramètres du modèle #1 réel et estimé sans pondération	80
Tableau XI	Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) avec pondération (modèle #1)	81
Tableau XII	Calcul de la matrice B avec pondération (modèle #1)	83
Tableau XIII	Matrice de corrélation et paramètres du modèle #1 réel et estimé avec pondération des mesures par l'erreur type de 5%	85
Tableau XIV	Matrice de corrélation et paramètres du modèle # 2 réel et estimé	94

Tableau XV	Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) sans pondération (modèle #2).....	96
Tableau XVI	Calcul de la matrice B sans pondération (modèle #2)	98
Tableau XVII	Paramètres du sol dans le cas où $k=+0.9$	110
Tableau XVIII	Paramètres du sol dans le cas où $k=-0.9$	111
Tableau XIX	Résultats de simulation.....	117
Tableau XX	Site de mesures au Nord-est de Brésil	121

LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 2.1	Méthode de mesure de la résistivité apparente	25
Figure 2.2	Potentiel dû à une électrode dans un sol à deux couches	27
Figure 2.3	Modèle du sol à n couches avec la méthode de mesure de la résistivité apparente	30
Figure 3.1	Modèle du sol à "n" couches horizontales	36
Figure 4.1	Représentation graphique de $J_{1F}(u)$ pour $k=5$ et $\Delta x=0.6579$	45
Figure 4.2	Coefficients du filtre avec $\Delta x=0.6579$	46
Figure 6.1	Interprétation des mesures de Schlumberger.	64
Figure 6.2	Interprétation des T_m mesurées sur toute la longueur de l'intervalle de mesure	67
Figure 6.3	Comparaison avec les mesures et la réponse du modèle estimé	68
Figure 6.4	Interprétation des valeurs théorique d'un modèle réel de trois couches	70
Figure 6.5	Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) sans pondération	76
Figure 6.6	Calcul des vecteurs propres des paramètres (colonne de B) sans pondération	77
Figure 6.7	Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) avec pondération des mesures par l'erreur type de 5%	79
Figure 6.8	Calcul des vecteurs et valeurs propres des paramètres (colonne de B) avec pondération des mesures par l'erreur type de 5%	80

Figure 6.9	Les courbes de résistivité apparente en variant h_2 par son erreur type .	82
Figure 6.10	Les courbes de résistivité apparente en variant ρ_2 par son erreur type .	83
Figure 6.11	Les courbes de résistivité apparente en variant h_2/ρ_2 de 5%	84
Figure 6.12	Les courbes de résistivité apparente en variant ρ_1 de 50%	85
Figure 6.13	Les courbes de résistivité apparente en variant h_1 de 50%	86
Figure 6.14	Interprétation des données par Schlumberger du modèle #1	88
Figure 6.15	Interprétation des données par Schlumberger du modèle #2.	89
Figure 6.16	Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C)	92
Figure 6.17	Calcul des vecteurs et valeurs propres des paramètres (colonne de B) .	93
Figure 7.1	Modèle du sol à n-couches avec la configuration de Schlumberger . . .	97
Figure 7.2	Les courbes de résistivité apparente dans le cas où $k=+0.9$	104
Figure 7.3	Les courbes de résistivité apparente dans le cas où $k=-0.9$	105
Figure 7.4	La résistivité apparente pour un modèle du sol à trois, quatre et cinq couches avec l'arrangement de Wenner	106
Figure 7.5	Interprétation des mesures de la résistivité, Alamo [12]	112
Figure 7.6	Interprétation des mesures de la résistivité prise au site du Bryson . .	113
Figure 7.7	Interprétation des données théoriques de la configuration de Schlumberger pour un modèle du sol à quatre couches	114
Figure 7.8	Interprétation des mesures de Schlumberger prises au nord-est de Brésil.	116

LISTE DES SYMBOLES

a	Espacement entre deux électrodes par Wenner, (m)
a_k	Coefficients du filtre linéaire
AB	Distance entre les électrodes de mesure de potentiel, (m)
$Cor(X)$	Matrice de corrélation
$Cov(X)$	Matrice de covariance
F	Distance quadratique, $(\Omega\text{-m})^2$
H	Matrice Hessienne
h_1	Profondeur de la première couche du sol, (m)
h_2	Profondeur de la deuxième couche du sol, (m)
h_{n-1}	Profondeur de l'avant dernière couche du sol, (m)
$h(k\Delta X)$	Fonction qui calcule les coefficients du filtre
I	Courant injecté, (A)
J	Matrice Jacobienne
$J_0(r\lambda)$	Fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro
$J_1(\lambda s)$	Fonction de Bessel d'ordre 1 et de première espèce
k	Coefficient de propagation
k_i	Coefficient de propagation due à la couche # i et la couche # $i+1$
M	Nombre de mesures
MN	Distance entre les électrodes d'injection de courant, (m)
N	Nombre des paramètres inconnus
r	Distance à partir de l'électrode d'injection de courant, (m)
R	Résistance, (Ω)

s	Moitié de la distance entre les électrodes de courant, (m)
T_a	Transformé de la résistivité apparente, (Ω -m)
T_a^0	Réponse initial du modèle, (Ω -m)
T_i	Transformé de la résistivité à la surface de la couche # i, (Ω -m)
T_m	Transformé mesurée de la résistivité apparente, (Ω -m)
V	Potentiel électrique, (V)
V_1	Distribution du potentiel électrique à la surface du sol, (V)
V_i	Distribution du potentiel électrique dans le sol au niveau de la couche # i, (V)
W	Matrice de poids représentant la pondération de chaque mesure
X	Vecteur des paramètres inconnus du modèle
X^0	Vecteur estimé initial des paramètres du modèle
α	Multiplicateur de Lagrange
Γ	Coefficient de propagation
ΔX_{rr}	Estimé nécessaire pour la correction des paramètres inconnus du modèle par la méthode de régression rigide
ΔX_{rrw}	Estimateur de la régression rigide pondéré
δ	Variation des paramètres inconnus du modèle
ε	Vecteur représentant l'écart entre la réponse du modèle courant et les mesures
ε_0	Vecteur représentant l'écart entre la réponse du modèle initial et les mesures
ζ	Vecteur d'erreur dans les mesures

$\theta_1(\lambda)$	Fonction déterminée par les conditions au frontière à la surface de séparation entre différentes couches et dépend de la profondeur et de la résistivité de chaque couche
λ	L'inverse de la distance, (1/m)
π	Pi , (3.1415)
ρ_a	Résistivité apparente à la surface du sol, (Ω -m)
ρ_{aS}	Résistivité apparente utilisant la configuration de Schlumberger, (Ω -m)
ρ_{aW}	Résistivité apparente utilisant la configuration de Wenner, (Ω -m)
ρ_m	Résistivité apparente mesurée à la surface du sol, (Ω -m)
ρ_1	Résistivité de la première couche du sol, (Ω -m)
ρ_2	Résistivité de la deuxième couche du sol, (Ω -m)
ρ_{n-1}	Résistivité de l'avant dernière couche du sol, (Ω -m)
ρ_n	Résistivité de la dernière couche du sol, (Ω -m)
σ^2	Variance résiduelle

INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, nous assistons à une forte croissance de nouvelles constructions de lignes dans plusieurs pays. Cette croissance entraîne forcément des interconnexions qui impliquent, l'augmentation des contraintes auxquelles doivent répondre la fiabilité et la sécurité d'exploitation. Trouver des méthodes souples et précises, n'est pas une chose facile vue la complexité des problèmes à résoudre surtout quand il s'agit de la mise à la terre.

Les mises à la terre (MALT) ont été introduites dans le domaine de l'électrotechnique par Benjamin Franklin, célèbre inventeur des parafoudres. Elles étaient jugées indispensables dans les systèmes électriques, qui commençaient à être développés vers la fin du XIX siècle, pour assurer la protection des individus et pour permettre le fonctionnement adéquat des installations.

Lors d'un défaut à la terre sur une ligne de transport ou à l'intérieur d'un poste, le courant de défaut cherche à s'écouler dans le sol et fait monter le potentiel local du sol par rapport à celui d'une terre lointaine. L'apparition éventuelle de ce potentiel pose un problème pour la protection des personnes et les systèmes de communication situés à proximité du point de défaut.

À présent, plusieurs éléments des centrales, des postes et des lignes électriques doivent être mis à la terre. Cela assure un chemin de retour au courant en cas de défaut, une protection contre la foudre et les surtensions ainsi qu'une protection des individus contre les chocs électriques.

Dans les systèmes électriques, composés notamment de centrales de production d'électricité, de postes ainsi que de lignes électriques, des mises à la terre (MALT) de tous genres, des plus simples aux plus complexes, sont utilisées. Cette diversité des MALT résulte des différentes fonctions qu'elles doivent assumer. L'envergure d'une installation de MALT peut être très grande dans certains cas. Les facteurs décisifs lors de la conception d'un réseau de mise à la terre dans les systèmes électriques sont reliés au courant pouvant être dissipé à la terre.

Le travail effectué dans cette thèse pour l'interprétation de la résistivité apparente d'un modèle du sol à n couches s'inscrit dans la continuité des efforts pour obtenir une conception réaliste de la mise à la terre en tenant compte des différents paramètres du sol qui peuvent influencer les résultats, afin d'assurer la sécurité du personnel, limiter les surtensions et améliorer la qualité de service et de l'onde.

Lors des études de conception des mises à la terre, il est nécessaire de connaître les caractéristiques résistives du sol. Les méthodes classiques de Wenner, de Schlumberger et, jusqu'à tout récemment, une méthode générale de mesure semblent être très appropriées et permettent d'évaluer localement la résistivité apparente du sol. C'est pourquoi, dans le chapitre 1, nous avons présenté la définition de la résistivité du sol, l'influence des propriétés thermiques et électriques du sol ainsi son importance dans les réseaux de mise à la terre. Aussi, le chapitre 2 est consacré aux rappels des méthodes de mesures de résistivité.

L'interprétation des mesures de résistivité apparente consiste à déterminer un modèle de sol multicouche correspondant au profil de résistivité obtenu par les mesures au chantier. Les caractéristiques résistives du sol sont la plupart du temps non homogènes. La composition en profondeur d'un sol est très complexe et diffère considérablement d'un endroit à l'autre. Le modèle du sol qu'on utilise est formé de stratifications horizontales,

et consiste en plusieurs couches superposées, ayant chacune une résistivité et une profondeur données. Alors, à la troisième partie de ce rapport nous avons présenté un rappel de calcul de l'expression du potentiel "V" en surface de la terre, par laquelle, nous avons identifié l'expression théorique de la transformée de la résistivité " T_a ". Ensuite, nous avons développé les algorithmes pour le calcul récursif de T_a , ses dérivées partielles ainsi que le calcul théorique de la résistivité apparente en fonction de T_a pour la configuration de Schlumberger.

L'évaluation numérique de la résistivité apparente est très difficile à cause du calcul de l'intégral. Pour éviter cette complexité ainsi que la perte de l'information pendant le calcul, nous avons pensé à une autre technique appelée "théorie des filtres linéaires". Au chapitre 4, par l'analogie des filtres linéaires, nous avons calculé les coefficients du filtre, et leur produit de convolution avec les valeurs mesurées au chantier de la résistivité apparente nous permettant d'obtenir les valeurs de " T_m " appelée fonction transformée des valeurs de résistivité expérimentales.

Par la suite, au chapitre 5, nous présentons un bref aperçu des méthodes de minimisation des écarts. Cependant, nous avons choisi la méthode numérique de Levenberg Marquardt avec le facteur d'amortissement variable.

Au chapitre 6, nous avons attribué un facteur poids aux mesures et nous avons appliqué les principes statistiques à notre méthode des moindres carrés pondérés pour devenir une méthode de régression plus rigide; ainsi pour expliquer l'influence du bruit à nos mesures afin de bien identifier nos paramètres.

Toutes ces étapes nous ont aidé à développer un programme en langage MATLAB pour le traitement du modèle du sol de façon à réduire les écarts entre la courbe de la

transformée de la résistivité T_m obtenue à l'aide des mesures de la résistivité apparente et la courbe T_a caractérisant le modèle.

Enfin, nous avons procédé à la simulation de certains modèles théoriques et expérimentaux afin de valider la méthode et de quantifier ces limites d'application.

Au dernier chapitre 7, nous avons développé une nouvelle méthode basée sur le principe de décomposition d'un système en plusieurs sous systèmes: chaque modèle de n couches est décomposé en plusieurs sous modèles de deux couches. Toutes les considérations analytiques sont présentées afin de construire une relation récursive pour calculer sous une forme très simple la résistivité apparente du modèle en question. Puis, nous avons comparé les résultats obtenus par cette méthode avec ceux obtenus par la méthode des images, par la méthode numérique du calcul direct de l'intégrale et aussi avec les mesures expérimentales effectuées au chantier. Enfin, nous avons appliqué la méthode de régression rigide de minimisation des écarts et nous avons validé nos résultats d'interprétation par des modèles théoriques connus ainsi que par des modèles expérimentaux.

REVUE DE LA LITTÉRATURE

La plupart des méthodes existantes pour solutionner le problème d'interprétation de mesures de résistivité apparente produisaient des résultats faibles au niveau de la précision et de la confirmation du modèle réel de sol.

Alors, pour passer en revue les différentes étapes de l'évolution des diverses méthodes existantes, une étude bibliographique s'impose.

La théorie générale pour le calcul du potentiel V à la surface d'un terrain à couches horizontales homogènes et isotropes a été faite par C. Schlumberger et S. Stepanesco [2] en 1930. Avant eux, Hummel [1] a calculé V par la méthode des images électriques.

Plus tard, plusieurs études ont présenté l'analyse des systèmes de mise à la terre dans un sol à deux couches. Parmi eux, on trouve plusieurs publications qui présentent des techniques d'interprétation des mesures de résistivités.

Tous d'abord, nous considérons que les mesures de la résistivité apparente sont faites par la méthode de Wenner ou Schlumberger ainsi que leur modèle mathématique correspondant. Sur cela, plusieurs investigateurs ont contribué à résoudre le problème de l'estimation des paramètres du sol à deux couches afin d'obtenir le meilleur rapprochement entre les valeurs mesurées et calculées de la résistivité apparente. Les contributions de ANSI/IEEE [5], F. Dawalibi et C. J. Blatner [6], A. F. Meliopoulos [7], C. J. Blatner [8], A. P. Meliopoulos et A. D. Papalexopoulos [9] et récemment, J. L. Del Alamo [11,12] devront être sélectionnées.

Plus particulièrement dans [7], l'auteur utilise une technique d'interprétation statistique pour avoir une meilleure estimation des paramètres de sol à partir des mesures effectuées sur un modèle de sol à deux couches.

Et dans [9], on présente les résultats réalisables par le programme d'interprétation de mesures de sol (SOMIP) pour l'estimation statistique des paramètres de sol basés dans cette idée précédente, mais appliqués sur le terrain d'essai avec la méthode de quatre électrodes et la méthode de trois électrodes. Le programme est prévu pour le rejet de mauvaises mesures résultant des inexactitudes des instruments et les changements locaux de la résistivité de sol.

Comme c'est indiqué dans [7,8,9,11], la majorité de ces techniques ne sont pas très efficaces parce que même si le sol est modélisé à un sol à deux couches, la convergence de ces algorithmes est très lente et parfois ne converge pas vers la solution optimale. Cependant, il a été montré que la méthode Newton-Raphson, qui est basée sur la technique du gradient du second ordre [11] 1991, est capable d'atteindre le minimum absolu de la fonction objective.

Ensuite J. L. Del Alamo [12] 1993 a effectué une comparaison entre huit différentes techniques d'optimisation pour déterminer l'estimation optimale des paramètres d'un sol à deux couches horizontales (résistivités, profondeurs). Ces techniques sont basées sur cinq méthodes;

- Gradient premier ordre "Steepest descent methods"
- Levenberg-Marquardt
- Méthode de Newton "gradient second ordre"
- Méthode d'inverse généralisé "Gauss-Newton"
- Quasi-Newton

L'implantation et la comparaison entre les huit techniques consistent à définir le meilleur outil pour l'estimation optimale des paramètres d'un sol à n couches à partir des valeurs mesurées de la résistivité par la méthode de Wenner.

Par la suite, les études sur les modèles du sol plus que deux couches sont devenues plus fréquentes et différentes méthodes sont développées pour améliorer l'analyse des systèmes de mise à la terre [13,14,15,16,23].

F. Dawalibi [23], a effectué une analyse paramétrique sur le comportement des systèmes de MALT dans un sol à plusieurs couches. Plusieurs cas illustrants des situations pratiques comme un sol totalement ou partiellement gelé ont été examinés par l'auteur. La performance d'un système de MALT peut être mesurée en termes de la résistance de mise à la terre, la tension de touche et de pas est dépendante de la structure du sol. Parfois, les caractéristiques de la première couche du sol varient beaucoup même après que le système de malt soit installé parce que la résistivité du sol peut augmenter au double quand le sol gèle pendant l'hiver ou bien quand le sol est couvert par des pierres concassées ou du béton. La structure du sol joue un rôle très important sur la performance des systèmes de malt. Par la suite, J. Ma dans [24] a présenté un modèle théorique pour analyser les systèmes de mise à la terre qui se trouvent dans le voisinage ou à l'intérieur d'un sol hémisphérique et hétérogène. Les résultats numériques obtenus montrent l'influence de la forme et de l'hétérogénéité du sol sur le comportement des systèmes de MALT.

Concernant l'interprétation, en 1990 Takahashi [14] a présenté des formules compactes pour le calcul de la résistivité apparente pour un sol multicouches (méthode d'intégration numérique) ainsi qu'une procédure d'estimation des paramètres basée sur une technique de comparaison a été effectuée. Cependant, on ne trouve pas de solution analytique pour l'estimation des paramètres dans ce type de modèle du sol.

Dans [22], l'auteur a employé la méthode des images pour calculer la résistivité apparente pour les modèles de sol multicouches horizontales et leurs épaisseurs égales à un multiple d'une valeur de base. Il a également utilisé une méthode basée sur la convolution et les théories multiples du filtre afin d'examiner les mesures de résistivité de sol pour les modèles de sol à plusieurs couches.

Récemment, P. J. Lagacé [16], a développé un modèle d'un sol à plusieurs couches horizontales avec des résistivités et des profondeurs différentes. Quand les paramètres du sol sont connus, la distribution de la résistivité apparente peut être calculée facilement et précisément en utilisant la théorie des images électrostatiques. Il montre comment les images électrostatiques peuvent être combinées pour augmenter la précision de la résistivité apparente et les facteurs sensibles comme le premier et le deuxième gradient du potentiel en tenant compte des paramètres du modèle utilisé. Ces facteurs seront par la suite utilisés dans l'interprétation des mesures de la résistivité prises en appliquant la méthode de Wenner ou Schlumberger.

PROBLÉMATIQUE

Lorsqu'une ligne de transmission électrique est parcourue par des courants alternatifs, ces derniers créent un champ électromagnétique qui pénètre dans le sol ce qui induit des courants dans ce dernier. Lorsque ces courants sont parfaitement équilibrés, le flux total embrassé par le volume du sol est nul. Or il n'est jamais ainsi dans la pratique. D'autre part, dans certaines conditions, des courants homopolaires font leur apparition dans le réseau et induisent dans le sol des courants non nuls par rapport à ceux d'une terre lointaine.

L'apparition éventuelle d'un gradient de potentiel pose un problème pour les êtres vivants et les autres circuits situés à proximité de l'électrode car les effets suivants sont en mesure de se produire :

- 1 - L'élévation de la température du sol environnant,
- 2 - Les tensions induites dans les circuits voisins,
- 3 - L'élévation du potentiel du sol autour de l'électrode,
- 4 - Claquages diélectriques, des détériorations de matériel et éventuellement,
- 5 - Explosions en présence de gaz combustible.

Alors, l'interaction sol-réseau n'est plus négligeable et les caractéristiques électriques des lignes en question sont non seulement fonction des paramètres déterminants de la ligne mais aussi des caractéristiques du sol environnant.

Le problème des interactions résistives est cependant quelque peu différent de l'interaction sol-réseau précitée. En effet, d'une part l'interaction s'établit par un contact

physique, neutre du réseau-sol et que d'autre part aux fréquences considérées (inductance faible et pas de phénomènes de claquage du sol); la perméabilité du sol joue un rôle négligeable dans le comportement des mises à la terre.

Il s'ensuit que la caractéristique déterminante du sol, pour ce genre d'interaction, est sa résistivité. Elle représente la résistance des couches successives du sol à travers lesquelles le courant circule entre la surface de la prise de terre et une terre lointaine.

Nous en concluons que lors des études de conception des mise à la terre, il sera nécessaire de connaître les caractéristiques résistives du sol et d'adopter un modèle multicouches, formé de stratifications horizontales de couches superposées, ayant chacune une résistivité et une profondeur données.

MÉTHODOLOGIE

Nous allons présenter une méthode d'interprétation de mesures de résistivité apparente qui consiste à déterminer d'une façon formelle un modèle de sol multicouches correspondant au profil des résistivités obtenues par des mesures au chantier.

Dans cette perspective, nous nous basons sur les deux hypothèses suivantes:

- a- Nous admettons que le modèle du sol qu'on utilise est formé de plusieurs couches superposées horizontalement, ayant chacune une résistivité et une profondeur données.
- b- Nous admettons aussi que nous avons une série de "N" mesures expérimentales de la résistivité apparente du sol et qui ont été réalisées suivant la méthode de Wenner ou de Schlumberger pour "N" différents espacements entre les sondes.

Nous avons développé deux méthodes pour calculer la résistivité apparente théorique pour des modèles de sol à plusieurs couches.

La première méthode consiste à procéder conformément aux étapes suivantes:

- 1- Nous commençons notre développement théorique par la formule du potentiel "V" à la surface de la première couche, par laquelle on déduit l'expression théorique " T_a " appelée "la transformée de la résistivité" et qui est considérée comme la réponse du modèle.
- 2- Nous appliquons la théorie des filtres linéaires sur la formule analytique de la transformée de la résistivité T_a afin d'obtenir une expression de convolution

simple et plus précise pour le calcul des valeurs expérimentales des transformées de la résistivité " T_m ".

- 3- Nous développons l'algorithme pour le calcul récursif de T_a et ses dérivées partielles à travers les "n" couches du modèle du sol.
- 4- Nous évaluons le modèle du sol par une méthode de minimisation des écarts entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées. Cette approche est basée sur la méthode de Levenberg Marquardt, qui sera présentée analytiquement aussi bien que numériquement.
- 5- Nous regroupons à notre méthode d'interprétation une pondération adéquate des erreurs et les principes des méthodes statistiques pour rendre l'estimation rigide et optimale.
- 6- Dans la dernière partie on examinera les paramètres statistiques et contraintes qui peuvent intervenir afin de proposer un choix adéquat sur les paramètres du sol.

Pour la deuxième méthode, nous procédons par les étapes suivantes :

- 1- Nous allons présenter pour cette nouvelle méthode toutes les considérations analytiques nécessaires pour le calcul de la résistivité apparente des modèles de sol à n couches.
- 2- Nous développons l'algorithme pour le calcul récursif de ρ_a et ses dérivées partielles à travers les "n" couches du modèle du sol.
- 3- Nous validons les résultats obtenus par cette méthode avec ceux obtenus par la méthode des images et aussi par la méthode numérique du calcul directe de l'intégrale.
- 4- Nous validons aussi nos résultats avec les mesures expérimentales effectuées au chantier.

5- Nous appliquons notre méthode de régression rigide de minimisation des écarts et à la fin nous procédons à la validation par des modèles théoriques connus et aussi par des modèles expérimentaux.

CHAPITRE 1

INTERACTION ENTRE RÉSISTIVITÉ ET MISE À LA TERRE

1.1 Définition des sols

Les sols forment la partie superficielle de la croûte terrestre, altérée au contact de l'atmosphère et pénétrée par la vie animale et végétale. Du fait de leur porosité, on trouve, indépendamment des matières solides, des liquides et des gaz.

Les solides sont constitués de particules de matières organiques et inorganiques de différentes dimensions. Les liquides sont des solutions électrolytiques (eau) tandis que les gaz proviennent du contact et de l'échange avec l'atmosphère et de la décomposition des matières organiques.

1.2 Structure du sol

L'écorce terrestre est la pellicule rocheuse qui recouvre la surface du globe. Son épaisseur varie de 30 à 40 km sur les continents et de 5 à 10 km sous les océans. L'écorce est constituée de diverses roches dont la résistivité varie sur un large éventail, soit de 0.1 jusqu'à 10^8 (Ω -m). Cela signifie que, dans la mince couche superficielle du globe, il y a des roches de la plus petite jusqu'à la plus grande conductivité.

Comme nous l'avons dit plus haut, le sol n'est pas un milieu homogène et isotrope. Les études faites à ce sujet, considèrent qu'il est composé de plusieurs couches de matériaux homogènes et isotropes juxtaposées aléatoirement dont les surfaces de séparation entre ces différents milieux ne sont pas toujours horizontales et ne s'étendent pas à l'infini. Chaque couche i se caractérise par une permittivité ϵ_i , une perméabilité μ_i , et une résistivité ρ_i .

Si dans la majorité des cas il est justifié de poser:

$\epsilon_i = \epsilon_0$ (permittivité du vide)

$\mu_i = \mu_0$ (perméabilité du vide)

La résistivité ρ_i quand à elle varie souvent d'une couche à l'autre.

Ne pouvant résoudre analytiquement les problèmes liés à un sol réel de cette nature, on idéalise le problème en considérant d'une manière générale, un modèle de sol à couches horizontales homogène et isotrope. Suivant le problème qu'on désire résoudre, la modélisation du sol est réalisée en conséquence.

1.3 Résistivité des sols

La résistivité du sol est un paramètre fort important lorsqu'on veut déterminer la résistance à la terre d'une prise de terre.

La résistivité du sol ou de tout matériau peut être définie comme la résistance en ohms entre les cotés opposés d'un cube unitaire de ce matériau. Lorsqu'un échantillon cubique de sol est placé entre deux plaques métalliques, en contact étroit avec le sol, et qu'un courant, I , circule dans l'échantillon, un gradient de tension est établi, dont l'intensité peut être mesurée en plaçant les sondes d'un voltmètre sur une perpendiculaire aux plaques métalliques. La résistivité du matériau s'obtient alors par la formule:

$$\rho = \frac{AV}{IL}$$

où

ρ = la résistivité (ohms-mètres)

A = la superficie d'une plaque (mètres carrés)

L = l'espacement des sondes du voltmètre (mètres)

V = la tension entre les sondes (volts)

I = le courant passant entre les plaques (ampères)

Les valeurs de résistivité varient beaucoup, d'après la substance pour les rocs et les minéraux, elle peut aller de 10^{-3} à 10^{17} ohms/m. On trouvera une classification générale au tableau I ci-dessous, tandis que le tableau II contient la gamme des résistivités de certains types communs de sols.

Tableau I

Classification générale des résistivités

Description	Résistivité en ohms-mètres
bon conducteur	$10^{-3} - 10$
conducteur de qualité moyenne	$10^2 - 10^9$
conducteur de qualité médiocre	$10^{10} - 10^{17}$

Tableau II

Résistivité de divers types de sol

Type de sol	Résistivité ρ (Ω -m)	
	Plage	Valeur moyenne
Marne, argile, sol tourbeux, sol organique, sol végétal, humus, sol marécageux	2 à 200	40
Argile sablonneuse, argile poussièreuse, marne sablonneuse, sol blanc composé d'argile	30 à 260	100
Sable argileux et poussiéreux, sol blanc composé d'argile sablonneuse	50 à 600	200
Sable, gravier, sol blanc composé de sable et de gravier	50 à 3000	400
Sable et gravier sec au dessous de 3m de profondeur	50 à 50000	1000
Sol pierreux	100 à 8000	2000
Sol rocheux	1000 à 20000	10000

Lorsqu'elles sont humides, les roches cristallines dures sont d'habitude de meilleurs conducteurs; mais lorsqu'elles sont écrasées ou fortement cassées, leur résistivité peut diminuer à cause d'une porosité accrue. Lorsqu'ils sont complètement secs, la plupart des roches et des minéraux ne sont pas conducteurs, bien que certains contiennent des métaux qui seront porteurs de courant. Les éléments principaux des sols ont d'habitude des résistivités très élevées et en fait les oxydes de silicium et d'aluminium sont de bons isolants.

1.4 Facteurs influant sur la résistivité des sols

La résistance spécifique du sol, ci-après appelée résistivité du sol, dépend de plusieurs facteurs qui influencent la formation d'électrolytes. Les facteurs principaux sont:

- le type de sol,
- la dimension des grains,
- le pourcentage d'eau contenu dans le sol,
- le pourcentage de sels solubles,
- le pourcentage d'acides et de bases,
- la température,
- la porosité.

Le sol qui ne contient pas d'humidité a normalement une résistivité très élevée. L'ajout d'eau cause donc d'habitude une réduction marquée de la résistivité. La conductivité de l'eau est une variable qui cause des effets décelables. De l'eau très pure, telle celle des torrents possède une piètre conductivité; il s'ensuit donc que le sol de montagne, trouvé dans de nombreuses parties du Canada, peut être très humide tout en gardant une résistivité élevée. Dans une grande mesure se sont les sels dissouts, présents dans l'eau,

qui rendent la solution conductrice. La conduction est de nature électrolytique; c'est-à-dire que le passage du courant est attribuable au déplacement des ions positifs et négatifs dans la solution.

L'augmentation de l'humidité relative du sol de quelques pour cents à quelques dizaines de pour cents amène une réduction de la résistivité par un facteur de dix. Une augmentation de la température du sol permet à un électrolyte de mieux se dissocier et ainsi réduire la résistivité du sol. Par contre, une augmentation de la température à 100°C permet une évaporation de l'eau du sol et ainsi un accroissement de la résistivité.

En plus de former une solution conductrice avec les sols dissouts, l'eau possède un fort coefficient négatif de température quant à la résistivité. Autrement dit, une diminution de la température entraîne une augmentation de la résistivité. En outre, la transition du liquide au solide lors du gel est marquée par une forte hausse de la résistivité. Cette propriété joue un rôle primordial dans les régions de pergélisol du Grand Nord.

Les différences dans la résistance de terre sont donc caractérisées par les divers niveaux de résistivité résultant dans une grande mesure de combinaisons des divers facteurs discutés ci-dessus. La terre glaise et l'argile possèdent d'habitude une faible résistivité, tandis que le schiste, le grès et les roches cristallines se situent au plus haut de l'échelle.

C'est pourquoi il est très difficile d'estimer ou de mesurer la résistivité à partir d'échantillons de sols et une mesure électrique directe à l'emplacement de l'installation est donc recommandée.

1.5 Les effets du traitement chimique des sols

La résistivité naturelle de certains sols est parfois si élevée qu'il est presque impossible

d'obtenir une résistance satisfaisante avec les prises de terre artificielles habituelles. En injectant dans le sol une substance dont la résistivité est très faible, on peut réduire efficacement la résistivité du sol locale et réduire ainsi la résistance d'une prise de terre artificielle. Ce traitement chimique permet d'accroître les dimensions apparentes de la prise de terre métallique elle-même et il entraîne une forte réduction de la résistance à la terre, souvent d'au moins 15-90%.

Les additifs chimiques qui ont été utilisés de cette façon comprennent le chlorure de sodium, le chlorure de calcium, le sulfate de cuivre et le sulfate de magnésium. Divers autres additifs, y compris un mélange d'eau et de graphite, ont également été essayés. La plupart des traitements sont presque tous aussi efficaces les uns que les autres pour réduire la résistance de terre et le choix ultime dépend du coût, de la disponibilité et de la résistance à la corrosion.

Le principal désavantage de la plupart des traitements chimiques est qu'ils attaquent et corrodent la plupart des métaux. Le sulfate de magnésium et le graphite n'ont presque pas d'effets corrosifs, mais d'autres additifs accélèrent généralement l'usure des prises de terre. Un autre désavantage consiste en ce que la plupart des traitements chimiques sont dissipés et transportés au loin par le drainage naturel dans le sol, le taux de cette dissipation dépendant du type et de la porosité du sol, ainsi que des précipitations. Une gelée de crylamide, qui n'est pas soluble dans l'eau, fait exception. La durée utile de ce traitement chimique peut varier entre 1/2 et 5 années ou plus.

1.6 Nécessité de la mise à la terre

Lorsque l'importance des systèmes d'alimentation d'énergie, les tensions nominales et la capacité de court circuit augmentent, le besoin d'une mise à la terre se fait sentir d'une façon plus intense. Les systèmes non reliés à la terre produisent des surtensions plus

importantes en cas de défaut. Pour limiter de telles surtensions, la méthode la plus logique consiste à mettre en série une résistance adéquate dans le circuit de terre. Une autre méthode conduit à d'autres types de mise à la terre, soit par réactance, soit directe.

Un système électrique mis à la terre est nettement avantageux par rapport à un système non relié à la terre. Ainsi, un contact des conducteurs de phase avec la terre ne causera sûrement pas une interruption de service mais si, un deuxième contact à la terre se produit, ce dernier provoquera une défaillance.

Dans le cas d'un système relié à la terre, tous les défauts apparaissent et sont localisés immédiatement. D'une façon générale, le système mis à la terre permet d'obtenir un meilleur fonctionnement et est moins dangereux pour les employés que les systèmes non reliés à la terre.

En résumé, en utilisant la mise à la terre d'un réseau électrique, nous parviendrons peut être à protéger le matériel, à améliorer la qualité du service et la sécurité des personnes.

Lors d'un défaut à la terre dans un poste ou sur une ligne de transport d'énergie, le courant de défaut cherche à s'écouler dans le sol, à travers les électrodes de mise à la terre, et fait monter le potentiel local du sol par rapport à celui d'une terre lointaine.

Ce potentiel entraîne des gradients de tension pouvant être dangereux pour les personnes ainsi que les systèmes de communication situés non loin de ce point.

De plus, ces gradients se transmettent aussi loin par l'intermédiaire des conducteurs qui peuvent entraîner des accidents graves pour les êtres vivants.

L'élévation du potentiel de terre est alors obtenue par le produit de l'impédance de mise à la terre et le courant de terre. Ce calcul de l'élévation du potentiel peut paraître assez simple, mais en réalité, il est assez complexe. La principale difficulté réside dans la

détermination des valeurs de l'impédance de mise à la terre à utiliser et la répartition du courant de défaut de terre à travers toutes les parties constituant le réseau de mise à la terre.

De façon générale, nous pouvons déterminer l'élévation du potentiel de terre autour d'un point de défaut par l'impédance de terre totale, vue au point de défaut et le courant réel écoulé dans le sol qui est constitué d'une partie qui pénètre réellement dans le sol et le reste qui retourne à travers les neutres du réseau associé.

Pour le calcul de l'impédance de mise à la terre au point d'un défaut, on utilise les méthodes basées sur les images et les intégrations. La précision dépend du degré de connaissance que nous avons de la résistivité du sol.

1.7 Rôle de la résistivité

La résistivité est de loin la plus importante pour servir à la détermination de plusieurs paramètres. En effet, qu'il s'agisse des impédances de séquence directe, inverse et homopolaire ou de résistances de prise de terre surtout, les valeurs calculées ou mesurées sont proportionnelles à la résistivité du sol environnant. Il est alors nécessaire de bien modéliser le sol et de déterminer les valeurs exactes à attribuer à cette résistivité pour les calculs. C'est pourquoi, nous proposons donc des techniques de calculs et d'interprétations de résistivités apparentes pour surmonter de telles difficultés afin d'obtenir une plus grande précision.

CHAPITRE 2

ÉVALUATION DE LA RÉSISTIVITÉ APPARENTE PAR LA MÉTHODE GÉNÉRALE, SCHLUMBERGER, WENNER ET DES IMAGES

2.1 Résistance de terre

La résistance de terre est une notion de base qui caractérise une mise à la terre (MALT). Le passage du courant engendre une élévation du potentiel sur les différentes couches du sol. Il en résulte une élévation du potentiel de la prise de terre par rapport à la terre lointaine. Une terre lointaine se définit comme un endroit où le potentiel du sol est nul ou négligeable ou encore non affecté par le passage du courant.

La résistance de terre d'une MALT est définie par :

$$R = V/I$$

où

V : élévation du potentiel de la prise de terre provoquée par la circulation d'un courant I;

I : courant dissipé au sol à travers la prise de terre.

2.2 Méthode générale

La méthode générale utilise quatre prises de terre verticales espacées selon des dispositions différentes sur une ligne droite à la surface du sol. La technique de cette méthode consiste à injecter un courant I dans le sol par l'intermédiaire des électrodes M et N et à mesurer l'élévation de potentiel aux électrode "A" et "B" comme indiqué à la figure 2.1.

On considère le cas où la source du courant et le point potentiel sont les deux localisés dans la première couche.

$$V_A = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{24}} \right) \quad (1)$$

$$V_B = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{13}} - \frac{1}{r_{34}} \right) \quad (2)$$

La résistivité apparente pour la méthode Générale est obtenue par :

$$\rho_a = \frac{2\pi\Delta V}{I} \left(\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{34}} - \frac{1}{r_{24}} - \frac{1}{r_{13}} \right)^{-1} \quad (3)$$

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

2.3 Méthode de Schlumberger

Les distances entre les électrodes par la méthode de Schlumberger telle qu'illustrée à la figure 2.1 sont données par :

$$r_{12} = r_{34} = \frac{MN - AB}{2} \quad (4)$$

$$r_{13} = r_{24} = \frac{AB + MN}{2} \quad (5)$$

La résistivité apparente par la méthode de Schlumberger est obtenue en substituant (4) et (5) dans (3)

$$\rho_a = \frac{\pi\Delta V}{4I} \left(\frac{MN^2}{AB} - AB \right) \quad (\Omega - m) \quad (6)$$

2.4 Méthode de Wenner

Les distances entre les électrodes par la méthode de Wenner telle qu'illustrée à la figure 2.1, sont données par :

$$r_{12} = r_{34} = a \quad (7)$$

$$r_{13} = r_{24} = 2a \quad (8)$$

La résistivité apparente par la méthode de Wenner est obtenue en substituant (7) et (8) dans (3) :

$$\rho_a = \frac{2a\pi\Delta V}{I} \quad (\Omega - m) \quad (9)$$

(10)

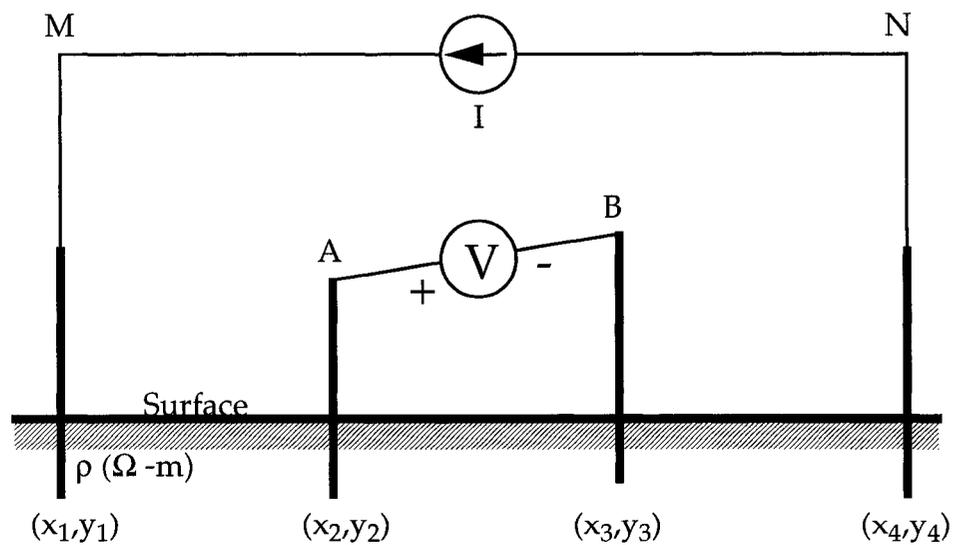


Figure 2.1 Méthode de mesure de la résistivité apparente

Pour évaluer la résistivité ρ d'un sol homogène, un seul couple (V,I) est nécessaire; nous pouvons ensuite appliquer l'une des méthodes précédentes. Cependant, le sol présente des irrégularités qui se reflètent sur la valeur de la résistivité; ces aléas sont dûs, dans le sens horizontal, soit à des changements de l'épaisseur des différentes couches, soit à des glissements de terrain, ou enfin, à plusieurs niveaux de nappe phréatique. ρ_a est alors appelée résistivité apparente et est fonction du degré de stratification du sol. Le terrain en question doit donc être modélisé.

2.5 La théorie des images

La théorie des images est basée sur la réflexion des ondes électromagnétiques [20]. Elle est appliquée pour la fiabilité du système de puissance pour certains cas d'urgence quand le courant de charge maximal d'un réseau de transport d'énergie, en courant continu à haute tension (HVDC), est injecté dans un sol à plusieurs couches [13]. Les valeurs typiques de ce courant injecté sont de 1000 jusqu'à 2000 Ampères pour des périodes qui peuvent dépasser 1 heure [21]. Pour ces cas, la distribution du potentiel dans le sol est d'une grande importance. Son évaluation requière des algorithmes rapides et fiables.

La théorie des ondes électromagnétiques précise qu'une onde voyage le long d'un chemin droit dans un sol homogène. Cependant, plusieurs images sont formées lorsqu'une onde électromagnétique, voyageant dans un milieu à plusieurs couches, est transmise et réfléchi d'une manière partielle sur les frontières des couches. Le chemin parcouru par l'onde incidente du point M au point N (fig. 2.1) peut être subdivisé en segment successif représentant chaque fois le voyage de l'onde dans une couche ou partie d'une couche.

2.6 Sol à deux couches

L'utilisation de la théorie des images pour évaluer la résistivité apparente d'un sol à 2 couches est une méthode classique. La figure 2.2 illustre les images de l'électrode Q équivalentes à un sol à deux couches de résistivité ρ_1 et ρ_2 .

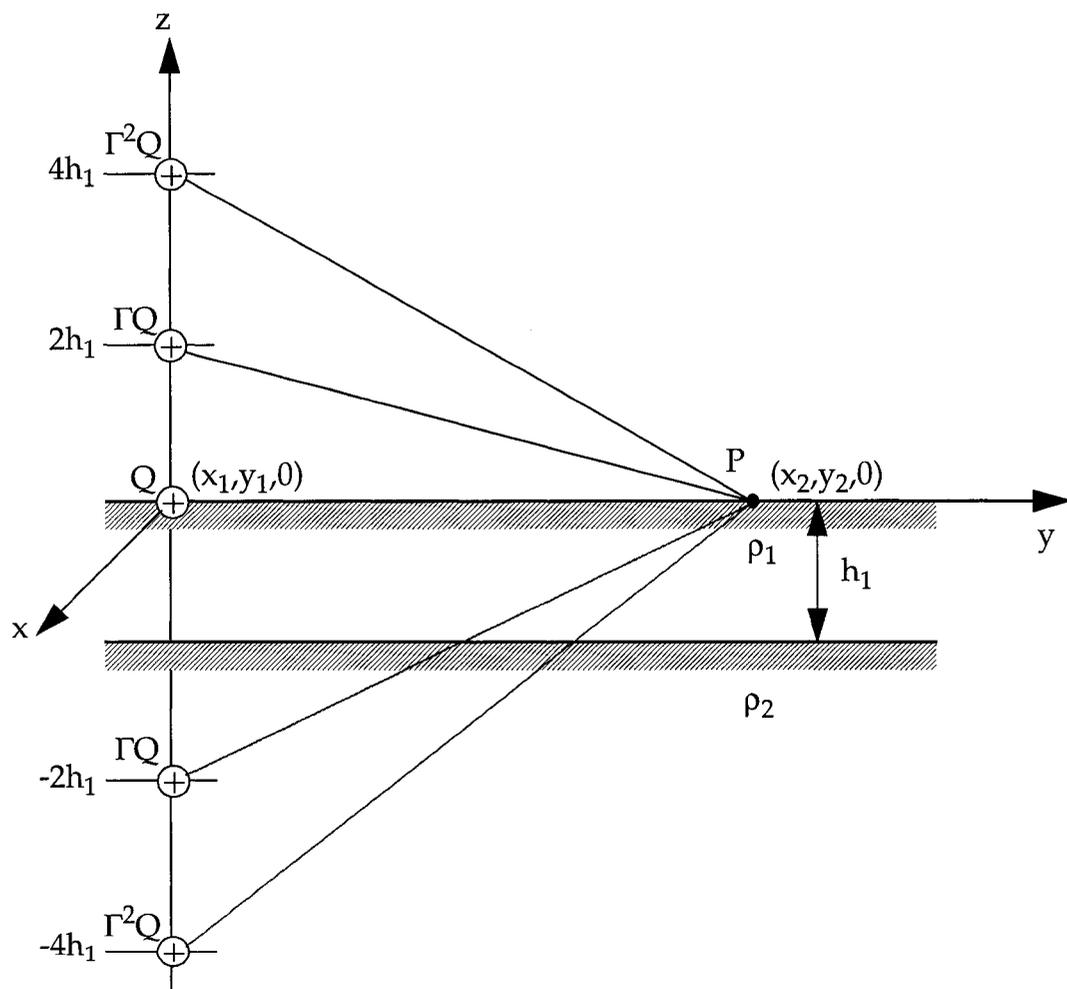


Figure 2.2 Potentiel dû à une électrode dans un sol à deux couches

Nous considérons donc des charges réfléchies ΓQ pour représenter la distribution des charges à la surface de séparation des couches. L'élévation du potentiel au point P, due à l'électrode Q portant un courant de retour à la terre I, est donnée par :

$$V_2 = V(0) + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \Gamma^i V(2ih_1) \quad (11)$$

où

$$V(h) = \frac{\rho_1 I}{2\pi \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + h^2}}$$

et

$$\Gamma = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

La résistivité apparente par la méthode des images

La résistivité apparente pour un sol à deux couches est obtenue en évaluant la différence de potentiel entre les électrodes de potentiel en (x_2, y_2) et (x_3, y_3) due aux électrodes de courant en (x_1, y_1) et (x_4, y_4) tel qu'illustré à la figure 2.2 En substituant la différence de potentiel dans l'expression (3), on obtient :

$$\rho_a = \rho_1 \left(1 + 2rr \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Gamma^i}{RR(2ih_1)} \right) \quad (12)$$

où

$$RR(h) = \left(\frac{1}{R_{12}(h)} + \frac{1}{R_{34}(h)} - \frac{1}{R_{24}(h)} - \frac{1}{R_{13}(h)} \right)^{-1} \quad (13)$$

$$rr = \left(\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{34}} - \frac{1}{r_{24}} - \frac{1}{r_{13}} \right)^{-1}$$

$$R_{ij}(h) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + h^2} \quad (14)$$

2.7 Sol à n couches

La méthode des images pour un sol à n couches horizontales (figure 2.3) est possible en utilisant une généralisation de la technique de génération des images [16]. La technique de génération des images consiste à dénombrer un nombre suffisant d'images résultant de réflexions multiples dans les couches du sol. La contribution de chaque image est ensuite superposée en considérant le facteur d'atténuation Γ et la position de l'image "h" conformément à l'équation (10).

La procédure de génération des images consiste à segmenter tous les parcours possibles partant du point Q et aboutissant au point P. Les contributions à la tension au point P des images de l'électrode Q sont additionnées pour 1, 2, ..., N segments, jusqu'à ce que la tension totale en P ne change plus significativement.

Tous les développements de la méthode sont présentés dans la référence [16] de J.P Lagacé.

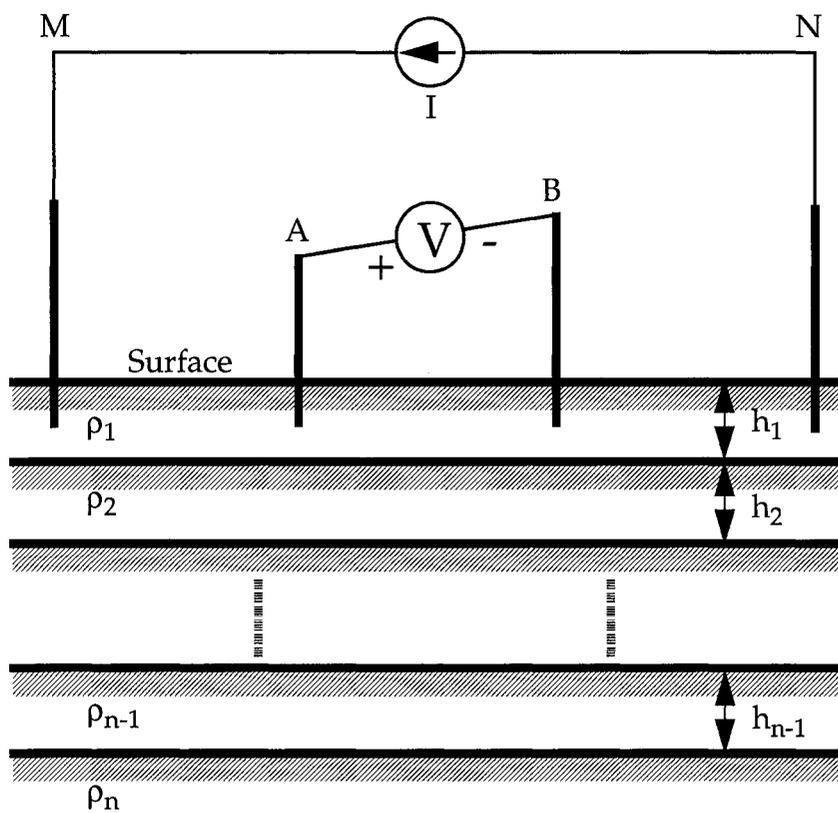


Figure 2.3 Modèle du sol à "n" couches avec la méthode de mesure de la résistivité apparente

CHAPITRE 3

RELATION FONDAMENTALE ENTRE LE POTENTIEL, LA RÉSISTIVITÉ APPARENTE ET LA TRANSFORMÉE DE LA RÉSISTIVITÉ

3.1 Méthode de calcul

- a) La loi générale de distribution des potentiels dans le sol en un point M de coordonnées (x,y,z) est la suivante :

$$\Delta V_i = \frac{\partial^2 V_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

- b) La continuité du courant et du potentiel aux frontières s'écrivent :

$$\frac{\partial V_1}{\partial z} = 0 \text{ en } z = 0,$$

$$V_i = V_{i+1} \text{ et } \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial V_i}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{i+1}} \frac{\partial V_{i+1}}{\partial z} \text{ en } z = h_i$$

- c) On suppose: $V = 0$ à l'infini.

- d) Le potentiel au voisinage d'une électrode est de la forme :

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r} \text{ avec } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

On passe en coordonnées cylindriques

$$\Delta V_i = \frac{\partial^2 V_i}{\partial p^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2} = 0$$

On suppose que la solution peut être trouver sous la forme suivante :

$$V_i = \Phi_i(r) e^{\pm \lambda z}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} + \lambda^2 \Phi_i = 0 \quad (16)$$

C'est une équation de Bessel d'ordre 0, la solution de cette équation s'écrit en fonction des intégrales de Hankel [3,4] :

$$V_i = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^\infty A_i(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^\infty B_i(\lambda) J_0(\lambda r) e^{\lambda z} d\lambda \right] \quad (17)$$

λ étant un paramètre d'intégration,

$J_0(\lambda r)$ étant la fonction de Bessel d'ordre 0 et de première espèce.

V_i est la distribution de potentiel dans la couche #i du modèle de sol à n couches.

Cependant la quantité qui présente actuellement un intérêt pratique est le potentiel à la surface de la première couche au point $(x,y,z=0)$. Nous expliciterons par la suite le potentiel pour $i=1$. En appliquant les conditions aux limites, on arrive à :

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \int_0^\infty \Theta(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (18)$$

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) d\lambda + 2 \int_0^\infty \Theta(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \right]$$

$$V_1 = \frac{I}{2\pi} \left[\int_0^\infty T_a(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (19)$$

avec $T_a(\lambda) = \rho_1 [1 + 2\Theta(\lambda)]$ est appelée la fonction transformée de la résistivité.

$\Theta(\lambda)$ est une fonction dans laquelle interviennent toutes les valeurs des résistivités ρ_i et les valeurs des épaisseurs h_i des couches du modèle.

Dans l'annexe, on présente le développement théorique pour déterminer les distributions du potentiel et la résistivité apparente pour le modèle de deux couches.

L'expression analytique de $\Theta(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n; h_1, h_2, \dots, h_{n-1}, \lambda)$ pour n couches horizontales peut être calculée récursivement [14].

$$\Theta(\lambda) = \frac{K_{n1} e^{-2\lambda h_1}}{1 - K_{n1} e^{-2\lambda h_1}}$$

avec

$$K_{n1} = \frac{k_1 + K_{n2} e^{-2\lambda h_2}}{1 + k_1 K_{n2} e^{-2\lambda h_2}},$$

$$K_{n2} = \frac{k_2 + K_{n3} e^{-2\lambda h_3}}{1 + k_2 K_{n3} e^{-2\lambda h_3}},$$

$$\dots K_{ni} = \frac{k_i + K_{n(i+1)}e^{-2\lambda h_{i+1}}}{1 + k_i K_{n(i+1)}e^{-2\lambda h_{i+1}}} \dots$$

$$K_{n(n-2)} = \frac{k_{n-2} + K_{n(n-1)}e^{-2\lambda h_{n-1}}}{1 + k_{n-2} K_{n(n-1)}e^{-2\lambda h_{n-1}}},$$

$$K_{n(n-1)} = k_{n-1}$$

et

$$k_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \dots k_i = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_{i+1} + \rho_i} \dots k_{n-1} = \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\rho_n + \rho_{n-1}}$$

Par exemple pour trois couches on a :

$$\Theta(\lambda) = \frac{k_1 e^{-2\lambda h_1} + k_2 e^{-2\lambda(h_1 + h_2)}}{1 + k_1 k_2 e^{-2\lambda h_2} - k_1 e^{-2\lambda h_1} - k_2 e^{-2\lambda(h_1 + h_2)}} \quad (20)$$

Enfin tout cela nous permet d'écrire l'expression mathématique de $T_a(\lambda)$ en fonction des paramètres des couches,

Pour deux couches :

$$T_a(\lambda) = \rho_1 \frac{1 + k_1 e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}} \quad (21)$$

Pour trois couches:

$$T_a(\lambda) = \rho_1 \frac{1 + k_1 k_2 e^{-2\lambda h_2} + k_1 e^{-2\lambda h_1} + k_2 e^{-2\lambda(h_1 + h_2)}}{1 + k_1 k_2 e^{-2\lambda h_2} - k_1 e^{-2\lambda h_1} - k_2 e^{-2\lambda(h_1 + h_2)}} \quad (22)$$

On peut tout de suite constater que plus le nombre des couches augmente plus la taille de l'expression devient importante ainsi que le nombre des paramètres.

3.2 Calcul de T_a et ses dérivées partielles pour un sol multicouches

3.2.1 Algorithme pour le calcul de T_a

La transformée de la résistivité $T_a(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n, h_1, h_2, \dots, h_{n-1}, \lambda)$ pour n couches horizontales illustrée à la figure 3.1 peut être calculée récursivement.

Pour la couche (ρ_{n-1}, h_{n-1}) au dessus du substratum (ρ_n) , la transformée est :

$$T_{n-1}(\lambda) = \rho_{n-1} \frac{1 + k_{n-1} e^{-2\lambda h_{n-1}}}{1 - k_{n-1} e^{-2\lambda h_{n-1}}} \quad (23)$$

$$k_{n-1} = \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\rho_n + \rho_{n-1}}$$

La transformée T_j pour la couche (ρ_j, h_j) au dessus de la séquence $(\rho_{j+1}, \rho_{j+2}, \dots, \rho_n, h_{j+1}, h_{j+2}, \dots, h_{n-1})$ avec la transformée T_{j+1} est donnée par :

$$T_j(\lambda) = \frac{U_j(\lambda) + T_{j+1}(\lambda)}{1 + (U_j(\lambda)T_{j+1}(\lambda))/\rho_j^2} \quad (24)$$

$$U_j(\lambda) = \rho_j \frac{1 - e^{-2\lambda h_j}}{1 + e^{-2\lambda h_j}} \quad (25)$$

l'application récursive de (23) et (24) pour $j=n-2, n-3, \dots, 2, 1$ tend à

$$T_a(\lambda) = T_1(\lambda). \quad (26)$$

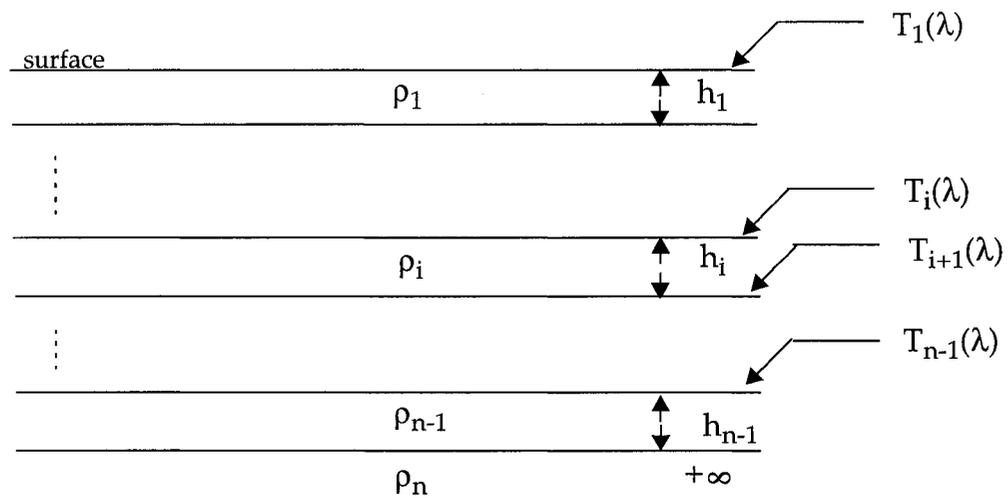


Figure 3.1 Modèle du sol à "n" couches horizontales

3.2.2 Les dérivées partielles de T_a

Notre but est d'avoir une relation récursive pour les dérivées partielles de l'équation (23). Pour la simplicité, nous avons choisi le paramètre θ_k pour représenter à la fois ρ_k ou h_k , dans les cas où ce n'est pas un problème de spécifier la nature du paramètre qu'on utilise.

Considérons la première équation (22)

nous posons :

$$a_{n-1} = \exp(-2\lambda h_{n-1})$$

$$b_{n-1} = k_{n-1} a_{n-1}$$

et

$$V = 4\rho_{n-1} \cdot a_{n-1} / (1 + b_{n-1})^2$$

alors on obtient :

$$\frac{\partial T_{n-1}}{\partial \rho_n} = \frac{V \rho_{n-1}}{(\rho_{n-1} + \rho_n)^2} \quad (27)$$

$$\frac{\partial T_{n-1}}{\partial \rho_{n-1}} = \frac{T_{n-1}}{\rho_{n-1}} - \frac{V \rho_n}{(\rho_{n-1} + \rho_n)^2} \quad (28)$$

$$\frac{\partial T_{n-1}}{\partial h_{n-1}} = V k_{n-1} \lambda. \quad (29)$$

$$\frac{\partial T_j}{\partial \theta_k} = \frac{\partial T_j}{\partial T_{j+1}} \frac{\partial T_{j+1}}{\partial \theta_k} \quad \text{pour } k = n, n-1, \dots, j+1. \quad (30)$$

$$\frac{\partial T_j}{\partial h_j} = \frac{\partial T_j}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{\partial h_j} \quad (31)$$

$$\frac{\partial T_j}{\partial h_j} = \frac{\partial T_j}{\partial U_j} \frac{4\rho_j a_j}{(1+a_j)^2} \lambda \quad (32)$$

Posons :

$$c = 1 + (U_j T_{j+1}) / \rho_j^2$$

Nous avons :

$$\frac{\partial U_j}{\partial \rho_j} = \frac{U_j}{\rho_j} \quad (33)$$

$$\frac{\partial T_j}{\partial \rho_j} = \frac{\partial T_j}{\partial U_j} \frac{U_j}{\rho_j} + \left(2(U_j + T_{j+1}) U_j T_{j+1} \rho_j^{-3} \right) / c^2 \quad (34)$$

$$\frac{\partial T_j}{\partial T_{j+1}} = \left(1 - U_j^2 / \rho_j^2 \right) / c^2 \quad (35)$$

$$\frac{\partial T_j}{\partial U_j} = \left(1 - T_{j+1}^2 / \rho_j^2 \right) / c^2 \quad (36)$$

Prenons ces expressions pour $j = n-2, n-3, \dots, 2, 1$; alors l'application récursive donnent les dérivées partielles de $T_a = T_1$.

CHAPITRE 4

MÉTHODE DE DÉTERMINATION DE FILTRE

4.1 Résistivité apparente

Le dispositif quadripôle Schlumberger (figure 2.1) est symétrique par rapport au milieu O du segment [M,N] et la distance AB est très petite devant MN. Ainsi, l'équation (6) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\rho_a = \pi \left(\frac{(MN/2)^2 - (AB/2)^2}{AB} \right) \{ V(r_A, r_M) - V(r_B, r_M) - V(r_A, r_N) + V(r_B, r_N) \} / I$$

Par un raisonnement analogue sur seulement la moitié du quadripôle de Schlumberger, l'expression de ρ_a devient comme suit :

$$\rho_a = 2\pi \frac{(MO/2)^2 - (AB/2)^2}{AB} \{ V(r_A, r_M) - V(r_B, r_M) \} / I$$

Sachant que $\overline{AB} = |r_A - r_B|$ et $\overline{AB} \ll \overline{MN}$, la résistivité apparente par la méthode de Schlumberger se réduit à la forme indiquée dans [2] :

$$\rho_{aS}(s) = \left(-\frac{2\pi}{I} \right) r^2 \left(\frac{dV}{dr} \right)_{r=s} \quad (37)$$

où s est la moitié de la distance entre les électrodes de courant.

$$\rho_{aS}(s) = s^2 \left[\int_0^{\infty} T_a(\lambda) J_1(\lambda s) \lambda d\lambda \right] \quad (38)$$

$J_1(\lambda s)$ est la fonction de Bessel d'ordre 1 et de première espèce.

4.2 L'analogie des filtres linéaires

L'expression explicite de la transformée de la résistivité peut être obtenue en appliquant l'inversion de Hankel de l'intégrale de Fourier-Bessel à l'expression de la résistivité apparente dans la configuration de Schlumberger :

$$T_a(\lambda) = \int_0^{\infty} \left[\rho_{aS}(s) J_1(\lambda s) \frac{1}{s} \right] ds \quad (39)$$

On fait le changement des variables :

$$s = e^x \text{ et } \lambda = e^{-y},$$

$$T_a(e^{-y}) = \int_{-\infty}^{\infty} [\rho_{aS}(e^x) J_1(e^{(x-y)})] dx \quad (40)$$

Si on définit,

$$T_S(y) = T_a(e^{-y}), \quad \bar{\rho}_{aS}(x) = \rho_{aS}(e^x),$$

$$J_{1e}(z) = J_1(e^{-z}) \quad \text{et } z = y - x$$

nous avons :

$$T_S(y) = \int_{-\infty}^{\infty} [\bar{\rho}_{aS}(x) J_{1e}(y - x)] dx \quad (41)$$

$T_S(y)$ est obtenue par le produit de convolution de $\bar{\rho}_{aS}$ et J_{1e} :

$$T_S(y) = \bar{\rho}_{aS}(y) * J_{1e}(y) \quad (42)$$

L'application de la transformée de Fourier sur cette équation nous donne :

$$\mathfrak{F}(T_S) = \mathfrak{F}(\bar{\rho}_{aS}) \times \mathfrak{F}(J_{1e}) \quad (43)$$

Si le spectre de Fourier de $\bar{\rho}_{aS}$ est un signal à bande limitée; c'est-à-dire :

$$|\mathfrak{F}(\bar{\rho}_{aS}(x))| \approx 0 \text{ si } x \notin]-f_c, f_c[$$

alors on déduit à partir de l'équation (43) que $\mathfrak{F}(T_S)$ est aussi un signal à bande limitée.

Rappelons que d'après le théorème d'échantillonnage ou théorème de Shannon, si la transformée de Fourier d'un signal $F(t)$ est nulle au-dessus d'une fréquence $\omega_c = 2\pi f_c$, alors toute l'information dans $f(t)$ est contenue dans ses échantillons s'ils sont espacés de moins que $1/2f_c$.

Le théorème de Shannon nous permet donc d'écrire :

$$\bar{\rho}_{aS}(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{\rho}_{aS}(m\Delta x) \text{Sa}\left(\frac{\pi(x - m\Delta x)}{\Delta x}\right) \quad (44)$$

$$T_S(y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_S(m\Delta y) \text{Sa}\left(\frac{\pi(y - m\Delta y)}{\Delta y}\right) \quad (45)$$

avec

$$\text{Sa}\left(\frac{\pi(x - m\Delta x)}{\Delta x}\right) = \sin\left(\frac{\pi(x - m\Delta x)}{\Delta x}\right) / \left(\frac{\pi(x - m\Delta x)}{\Delta x}\right) \quad (46)$$

et

$$\Delta x = \Delta y$$

Comme nous le connaissons déjà, pour éviter le recouvrement (aliasing) des spectres, il faudrait que la fréquence d'échantillonnage $\omega_s = 2\pi f_s$ soit au moins le taux de Nyquist, c'est à dire deux fois la fréquence maximum ω_c

$$\omega_s = 2\pi f_s \geq 2\omega_c = 4\pi f_c$$

C'est-à-dire,

$$\frac{1}{f_s} \leq \frac{1}{2f_c}$$

On appelle la fréquence minimum d'échantillonnage ($2f_c$) la fréquence de Nyquist. La période maximale $1/2f_c$ l'intervalle de Nyquist.

En appliquant ce principe dans notre modèle, la période d'échantillonnage maximale sans recouvrement est :

$$\Delta x = \Delta y = \frac{1}{2f_c}$$

En d'autre terme, connaissant $\bar{\rho}_{aS}$ et T_S à chaque point x ou y , est équivalent de connaître $\bar{\rho}_{aS}$ et T_S à un ensemble de points d'échantillonnage.

On déduit les équations précédentes :

$$T_S(y_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \bar{\rho}_{aS}(m\Delta x) \text{Sa}\left(\frac{\pi(x - m\Delta x)}{\Delta x}\right) J_{1e}(y_0 - x) dx \quad (47)$$

$$T_S(y_0) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \bar{\rho}_{aS}(m\Delta x) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Sa}\left(\frac{\pi u}{\Delta x}\right) J_{1e}((m_0 - m)\Delta x - u) du \quad (48)$$

avec

$$u = x - m\Delta x$$

$$y_0 = m_0\Delta x$$

et

$$\Delta x = 1/(2f_c)$$

Si on pose :

$$h((m_0 - m)\Delta x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Sa}\left(\frac{\pi u}{\Delta x}\right) J_1 e^{((m_0 - m)\Delta x - u) du} \quad (49)$$

alors nous avons :

$$T_S(m_0\Delta x) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \rho_{aS}(m\Delta x) h((m_0 - m)\Delta x) \quad (50)$$

ou bien

$$T_S(m_0\Delta x) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \rho_{aS}((m_0 - m)\Delta x) h(m\Delta x) \quad (51)$$

Rigoureusement, l'opération de reconstruction n'est pas faisable puisque la réponse impulsionnelle du filtre idéal et non causale et s'étend jusqu'à moins l'infini dans la distance. Pour reproduire exactement le signal, il faudrait commencer à la distance $x = -\infty$ ce qui introduit une translation à l'infini. En pratique on devra se contenter d'une reconstruction approximative du signal.

4.3 Calcul des coefficients du filtre

La quantité $h(k\Delta x)$ représente par la suite les coefficients du filtre a_k ou $k = m_0 - m$.

$h(k\Delta x)$ est obtenu par le produit de convolution de $g(u) = \sin(\pi u / \Delta x) / (\pi u / \Delta x)$ et J_{1e} ;

l'application de la transformée de Fourier à l'équation (49) donne :

$$\mathfrak{S}(h) = \mathfrak{S}(g) \cdot \mathfrak{S}(J_{1e})$$

Puisque $\mathfrak{S}(g)$ est bien connue comme un filtre à bande constante limitée, $\mathfrak{S}(h)$ est égale à la restriction de $\mathfrak{S}(J_{1e})$ sur l'intervalle $]-f_c, +f_c[$. Ainsi, pour calculer les coefficients du filtre, on doit premièrement calculer $\mathfrak{S}(J_{1e})$ dans l'intervalle $]-f_c, +f_c[$ et puis par le calcul de l'inverse de la transformée de Fourier, on calcule les valeurs de $h(k\Delta x)$ qui représentent les coefficients du filtre.

Notons que cette théorie est entièrement basée sur le fait que ρ_{as} a un spectre à bande limitée entre $-f_c$ et $+f_c$.

La deuxième méthode, basée sur le calcul direct de l'intégrale en (49), est principalement un calcul numérique. Cependant, il reste à déterminer dans quelles limites d'intervalle nous devons effectuer les calculs de l'intégral sans perdre la précision pour le calcul des coefficients des filtres.

Sachant que $J_{1e}(k\Delta x - u)$ et $|\sin(\pi u / \Delta x) / (\pi u / \Delta x)|$ convergent exponentiellement tous les deux vers 0 quand $u \rightarrow \pm\infty$, posons:

$$J_{1F}(u) = J_{1e}(k\Delta x - u) \text{Sa}\left(\frac{\pi u}{\Delta x}\right) \quad (52)$$

En première approximation, les deux valeurs de l'intégrale (49) de $-\infty$ à $-20+k\Delta x$ et de $20+k\Delta x$ à $+\infty$ a dû être moins que 10^{-3} . La figure 4.1 représentant la fonction $J_{1F}(u)$ confirme cette constatation. On conclut donc que les coefficients définis par l'équation (49) peuvent être estimés avec une bonne approximation en considérant le calcul d'intégrale dans l'intervalle $[-20+k\Delta x, 20+k\Delta x]$.

Il est possible d'appliquer deux types de test aux coefficients du filtre. Avec le premier test la somme des coefficients doit être sensiblement égale à 1. Dans le deuxième test nous comparons la fonction T calculée avec la fonction T établie par la convolution entre les coefficients du filtre et les valeurs mesurées de la résistivité apparente.

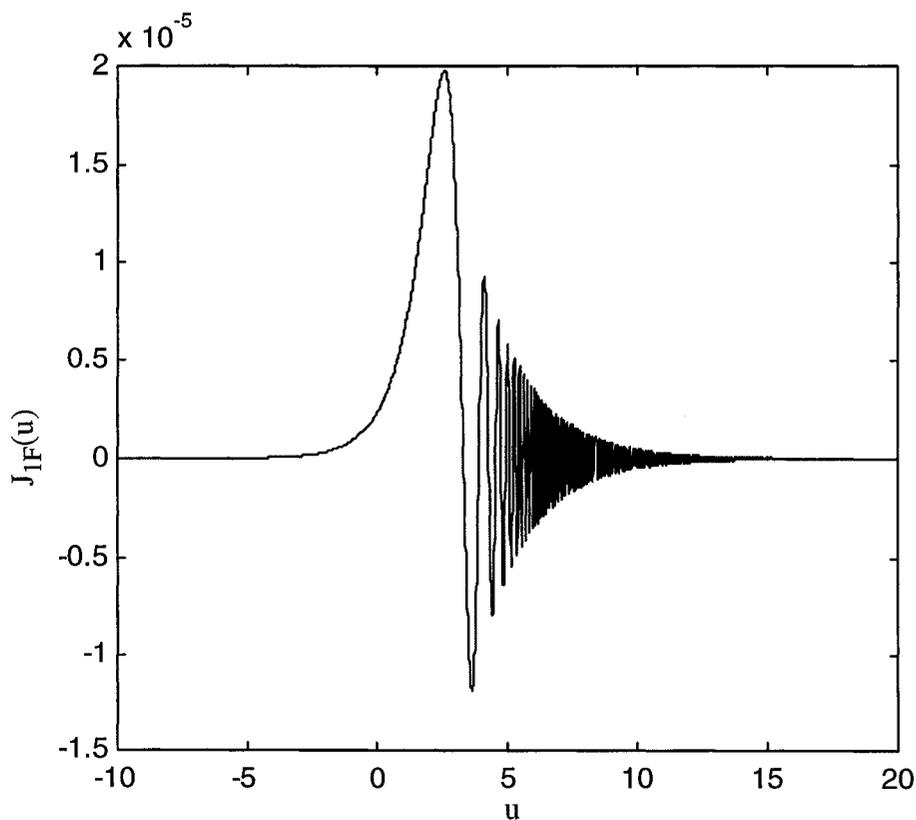


Figure 4.1 Représentation graphique de $J_{1F}(u)$ pour $k=5$ et $\Delta x=0.6579$

Cette réduction des limites de l'intégrale pour le calcul des coefficients du filtre linéaire nous permet clairement de réduire les limites de la série de l'équation (51) et qui peut ainsi s'écrire :

$$T_S(y_0) = \sum_{m=-K}^{m=+L} \rho_a S(y_0 - m\Delta x) h(m\Delta x) \quad (53)$$

Afin de bien fixer les limites de la série variant entre $-K$ et $+L$, nous avons procédé à vérifier le comportement des coefficients $h(k\Delta x)$ tel qu'illustré à la figure 4.2 pour des indices variant entre -20 et $+20$.

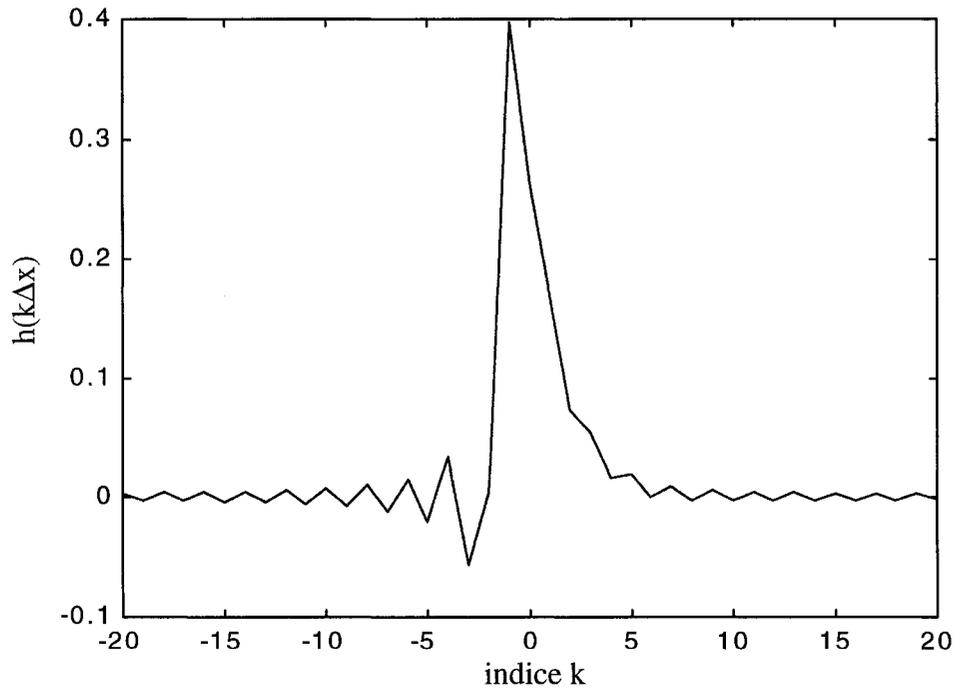


Figure 4.2 Coefficients du filtre avec $\Delta x=0.6579$

De la figure 4.2, la remarque la plus évidente c'est que les coefficients du filtre tendent rapidement vers zéro lorsque les indices augmentent en valeur absolue par rapport à zéro. Cela, nous permet de réduire d'avantage le nombre des coefficients de notre filtre.

On a procédé à une série de simulations, suite auxquelles on a pu fixer le nombre des coefficients à 12 en choisissant seulement ceux à valeurs les plus significatives par rapport à leur indice k . Le tableau III présente les valeurs des coefficients du filtre relatives à trois pas différents d'échantillonnage.

Tableau III

Les coefficients du filtre pour la configuration de Schlumberger pour trois pas différents d'échantillonnage

Coefficients du filtre	$\Delta x_1 = \text{Ln}10/2.5$	$\Delta x_2 = \text{Ln}10/3$	$\Delta x_3 = \text{Ln}10/3.5$
$h(-3\Delta x)$	0.0448	0.0063	-0.0516
$h(-2\Delta x)$	-0.1087	-0.0770	0.0045
$h(-1\Delta x)$	0.3353	0.3933	0.3978
$h(0)$	0.4535	0.3429	0.2662
$h(1\Delta x)$	0.1440	0.1645	0.1746
$h(2\Delta x)$	0.0948	0.0840	0.0748
$h(3\Delta x)$	0.0108	0.0353	0.0538
$h(4\Delta x)$	0.0258	0.0193	0.0154
$h(5\Delta x)$	-0.0076	0.0067	0.0188
$h(6\Delta x)$	0.0122	0.0049	0.0002
$h(7\Delta x)$	-0.0085	0.0007	0.0086
$h(8\Delta x)$	0.0085	0.0017	-0.0032
$\sum h(k\Delta x)$	1.0050	0.9827	0.9555

Notons qu'on a intérêt à choisir Δx le plus petit possible tout en ayant la somme des coefficients $\sum h(k\Delta x)$ proche de 1.

Plusieurs essais sur la valeur de Δx ont été effectués dont trois exemples sont répertoriés au tableau III Dans notre cas, notre choix a porté sur $\Delta x = \ln 10/3 = 0.7675$ ce qui donne $f_c = 0.65$.

4.4 Évaluation de la fonction transformée mesurée de la résistivité apparente

Posons :

$$T(m_0\Delta x) = T_{m_0}$$

$$h(m\Delta x) = a_m$$

$$\overline{\rho_{aS}}(m_0\Delta x - m\Delta x) = \rho_{m_0 - m}$$

Le calcul numérique par la convolution des valeurs d'échantillonnage de la résistivité apparente mesurée $\rho_{m_0 - m}$ avec les coefficients du filtre a_m , donnent les valeurs d'échantillonnage de la fonction de transformée de la résistivité T_{m_0} pour la configuration de Schlumberger.

L'expression (53) peut ainsi s'écrire;

$$T_{m_0} = \sum_{m=-3}^8 a_m \rho_{m_0 - m} \quad m_0 = 0, 1, 2, \dots, n \quad (54)$$

Le problème consiste à choisir la fréquence d'échantillonnage f_s des courbes de résistivité mesurée et la fréquence de coupure f_c du filtre afin de calculer la fonction T convoluée. Pour éviter l'effet d'enchevêtrement de la fonction filtrée $h(k\Delta x)$, f_s doit être toujours supérieure ou égale à $2f_c$.

Pour simplifier l'étude on utilise un modèle de sol formé de stratifications horizontales sans erreurs de mesure, il est commode de choisir la valeur du f_s aussi basse que possible (2-3 Hz) sans perdre le contenu perceptible de fréquence dans la courbe de résistivité apparente.

Généralement, les courbes de mesure contiennent le bruit dû aux erreurs de mesure et les hétérogénéités superficielles.

Des erreurs de mesure et quelques hétérogénéités peuvent être considérées comme processus aléatoire stationnaire (bruit blanc) et ne peuvent pas être éliminées par notre filtre digital. Des hétérogénéités qui provoquent le bruit avec une bande de fréquence limitée peuvent être réduites et dans un certain cas éliminées si nous choisissons une grande fréquence d'échantillonnage f_s et une basse fréquence de coupure f_c .

Il est évident que les fréquences de bruit plus grandes que $f_s/2$ traversent partiellement le filtre comme effet d'enchevêtrement; les fréquences de bruit se trouvant entre $f_s/2$ et f_c sont éliminées tant que les fréquences inférieures au f_c sont présentes dans le signal filtré. Plus l'intervalle entre f_c et f_s est large, plus est large la bande dans laquelle le bruit est éliminé par le filtre. En présence du bruit de plus basse fréquence, il est commode de choisir f_s aussi haute que possible, être compatible avec les mesures du chantier et f_c aussi basse que possible. Dans certains cas il vaudrait également mieux utiliser une valeur très basse du f_c (0.5-1Hz) qui produit une certaine déformation dans les courbes théoriques mais qui peut atténuer le bruit de plus basse fréquence.

Par conséquent, le choix de la fréquence d'échantillonnage f_s et de la fréquence de coupure f_c dépend du bruit trouvé dans le chantier et peut différer d'un endroit à l'autre. D'une façon générale, si nous ne savons pas les caractéristiques du bruit du terrain à étudier, il est commode de ne pas utiliser une basse fréquence d'échantillonnage f_s .

4.5 Application de la méthode

Cette méthode est en générale applicable à toute distribution de résistivité dans les limites théoriques sur lesquelles s'est basée la solution de Stefanescu. Vu qu'il n'y a pas de perte d'information durant le processus de transformation, la question si l'apparence d'une petite différence entre les couches sur la courbe de T_S dépend pour un étendu de terrain dans lequel cette différence a été mesurée et il est présente dans la courbe de la résistivité.

En effet, lorsque la partie asymptotique de la courbe est atténuée, l'application de la méthode ne présente aucune difficulté, car les deux points à extrapoler vers la droite peuvent être facilement obtenus. Cependant, lorsque la courbe prend une orientation décroissante et rapide, alors l'interprétation doit être abandonnée.

Parfois, certains exemples des modèles lorsqu'ils contiennent une résistivité très élevée et leurs courbes prennent une direction croissante et rapide. Cela peut induire quelques ambiguïtés pour la façon avec laquelle la courbe va être extrapolée, les suggestions suivantes sont proposées :

- étendre les mesures sur un long terrain
- ou alternativement, utiliser la courbe asymptotique standard à deux couches pour la dernière partie de la courbe observée comme guide pour l'extrapolation.

En résumé, cette méthode de filtrage permet de calculer les coefficients du filtre qui peuvent être convolués avec les données du terrain réelles (la résistivité apparente mesurée) pour obtenir une reconstruction approximative du signal.

Enfin, pour identifier les paramètres inconnus du sol, on applique une méthode de minimisation des écarts entre les valeurs expérimentales de T_{m_0} et les valeurs de la fonction théorique de la transformée de la résistivité $T_S(\lambda)$.

CHAPITRE 5

MÉTHODE DE MINIMISATION DES ÉCARTS ENTRE LES VALEURS CALCULÉES ET MESURÉES

5.1 Introduction

Pour déterminer l'optimum d'une fonction F de n variables, nous appliquerons un certain nombre de méthode itératives nécessitant, à chaque itération, la résolution d'un problème d'optimisation non linéaire.

En effet, le problème consiste à déterminer les valeurs des paramètres de sol (résistivités, profondeurs) de façon à réduire les écarts entre la courbe théorique et les mesures de résistivité. Cette option effectue le processus de minimisation.

Dans le cas ou l'écart est une distance quadratique, on a :

$$F = \sum_{i=1}^N (T_{ai} - T_{mi})^2 \quad (55)$$

Dans le cas de la distance logarithmique, on a :

$$F_L = \sum_{i=1}^N \ln^2\left(\frac{T_{ai}}{T_{mi}}\right) \quad (56)$$

Dans le cas de la distance relative, on a :

$$F_R = \sum_{i=1}^N \left(\frac{T_{ai} - T_{mi}}{T_{mi}}\right)^2 \quad (57)$$

N : nombre de mesures.

5.2 Rappel de la Méthode de Newton

La méthode de Newton est utilisée pour minimiser une fonction de plusieurs variables. Dans le cas d'un sol à n couches, il s'agit de trouver les valeurs de $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$, et h_1, h_2, \dots, h_{n-1} minimisant la fonction distance F . Le gradient de F au point minimum prend une valeur nulle.

La méthode de Newton consiste à calculer itérativement le gradient de F en ajustant les valeurs $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$, et h_1, h_2, \dots, h_{n-1} à partir du Hessien de façon à réduire la valeur du gradient.

Soit :

$$X = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n, h_1, h_2, \dots, h_{n-1})^T \quad (58)$$

alors le développement du gradient autour du point X^0 est donné par la formule de Taylor :

$$\nabla F(X^0 + dX) = \nabla F(X^0) + H dX \quad (59)$$

La valeur de dX annulant le gradient est donnée par :

$$dX = -H^{-1} \nabla F(X^0) \quad (60)$$

$$\nabla F = \left(\frac{dF}{d\rho_1}, \frac{dF}{d\rho_2}, \dots, \frac{dF}{d\rho_n}, \frac{dF}{dh_1}, \frac{dF}{dh_2}, \dots, \frac{dF}{dh_{n-1}} \right)^T \quad (61)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 F}{d\rho_1^2} & \frac{d^2 F}{d\rho_1 d\rho_2} & \cdots & \frac{d^2 F}{d\rho_1 d\rho_n} & \frac{d^2 F}{d\rho_1 dh_1} & \cdots & \frac{d^2 F}{d\rho_1 dh_{n-1}} \\ \frac{d^2 F}{d\rho_2 d\rho_1} & \frac{d^2 F}{d\rho_2^2} & \cdots & \frac{d^2 F}{d\rho_2 d\rho_n} & \frac{d^2 F}{d\rho_2 dh_1} & \cdots & \frac{d^2 F}{d\rho_2 dh_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{d^2 F}{d\rho_n d\rho_1} & \frac{d^2 F}{d\rho_n d\rho_2} & \cdots & \frac{d^2 F}{d\rho_n^2} & \frac{d^2 F}{d\rho_n dh_1} & \cdots & \frac{d^2 F}{d\rho_n dh_{n-1}} \\ \frac{d^2 F}{dh_1 d\rho_1} & \frac{d^2 F}{dh_1 d\rho_2} & \cdots & \frac{d^2 F}{dh_1 d\rho_n} & \frac{d^2 F}{dh_1^2} & \cdots & \frac{d^2 F}{dh_1 dh_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{d^2 F}{dh_{n-1} d\rho_1} & \frac{d^2 F}{dh_{n-1} d\rho_2} & \cdots & \frac{d^2 F}{dh_{n-1} d\rho_n} & \frac{d^2 F}{dh_{n-1} dh_1} & \cdots & \frac{d^2 F}{dh_{n-1}^2} \end{bmatrix} \quad (62)$$

5.3 Rappel de la Méthode de Marquardt

La méthode de Marquardt a pour but de minimiser la somme des carrés des écarts entre la réponse du modèle et les mesures. Soit "N" mesures représentées par une matrice colonne " T_m " tel que :

$$T_m = (T_{m1}, T_{m2}, \dots, T_{mN})^T \quad (63)$$

Soit la réponse du modèle représentée par la matrice " T_a " :

$$T_a = (T_{a1}, T_{a2}, \dots, T_{aN})^T \quad (64)$$

et le modèle composé de "M" paramètres, représenté par la matrice X :

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_M)^T = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n, h_1, \dots, h_{n-1})^T$$

Soit X^0 un estimé initial des paramètres du modèle et T_a^0 la réponse du modèle initial. Le développement de T_a au voisinage de X^0 est obtenue par la formule de Taylor :

$$T_a = T_a^0 + J\delta \quad (65)$$

où

$$J = \begin{bmatrix} \frac{dT_{a1}}{dX_1} & \frac{dT_{a1}}{dX_2} & \dots & \frac{dT_{a1}}{dX_M} \\ \frac{dT_{a2}}{dX_1} & \frac{dT_{a2}}{dX_2} & \dots & \frac{dT_{a2}}{dX_M} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{dT_{aN}}{dX_1} & \frac{dT_{aN}}{dX_2} & \dots & \frac{dT_{aN}}{dX_M} \end{bmatrix} \quad (66)$$

et $\delta = X - X^0$ représente le changement des paramètres du modèle. Le choix des paramètres du modèle X est fait de façon à minimiser la somme des carrés des écarts entre la réponse du modèle et les mesures. Soit ϵ une matrice colonne représentant l'écart entre la réponse du modèle " T_a " et les mesures " T_m " et ϵ_0 représentant l'écart avec la réponse initial du modèle T_a^0 :

$$T_m - T_a = \epsilon \quad (67)$$

$$T_m - T_a^0 = \epsilon_0 \quad (68)$$

En substituant (64) dans (66) :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - J\delta \quad (69)$$

La distance entre les mesures et la réponse du modèle peut être exprimée en fonction de ε :

$$F = \varepsilon^T \varepsilon = (\varepsilon_0 - J\delta)^T (\varepsilon_0 - J\delta) \quad (70)$$

La minimisation de F par rapport à δ est obtenue par :

$$\frac{dF}{d\delta} = \frac{d}{d\delta} (\delta^T J^T J \delta - \varepsilon_0^T J \delta - \delta^T J^T \varepsilon_0 + \varepsilon_0^T \varepsilon) = 0 \quad (71)$$

La solution de (70) est donnée par :

$$\delta = (J^T J)^{-1} J^T \varepsilon_0 \quad (72)$$

L'équation (71) est également connue comme étant la solution de Gauss-Newton. Il est à noter que la matrice Jacobienne J de dimension (NxM) n'est généralement pas une matrice carrée. Ceci provient du fait que le problème d'interprétation des mesures de résistivité apparente est généralement surdéterminé dans le sens que le nombre de mesures "N" est supérieur au nombre de paramètres "M" à déterminer. Une difficulté de cette méthode persiste dans le cas où l'inverse de $J^T J$ n'existe pas. De même si la matrice $J^T J$ devient singulière, la solution de Gauss-Newton a tendance à diverger. Ce phénomène peut se produire si l'estimé initial du modèle est loin de la solution.

Le problème de singularité de la matrice $J^T J$ est contourné en imposant une contrainte additionnelle sur la somme des carrés des changements des paramètres qui doit être maintenue à une valeur finie, de telle façon que $\delta^T \delta = \delta_0^2$. En utilisant la méthode de Lagrange, la nouvelle fonction à minimiser devient :

$$F = \varepsilon^T \varepsilon + \alpha(\delta^T \delta - \delta_0^2) \quad (73)$$

où le multiplicateur de Lagrange α est utilisé comme facteur d'amortissement. La minimisation de F est obtenue par la différentielle par rapport à δ .

La solution de $\frac{dF}{d\delta} = 0$ est donnée par :

$$\delta = (J^T J + \alpha I)^{-1} J^T \varepsilon_0 \quad (74)$$

Il est à noter que le terme $J^T \varepsilon_0$ est un vecteur proportionnel au gradient de F . La méthode de Marquardt permet d'obtenir une réponse amortie comprise entre la solution Gauss-Newton et la méthode du gradient.

La méthode du gradient donne une direction perpendiculaire à la courbe ce qui permet de diminuer la distance basée sur la pente de F au point X^0 . Cette méthode produit de bon résultat mais peut nécessiter plusieurs itérations en particulier dans les cas où le minimum est éloigné du point initial et pour les cas où la fonction à minimiser produit de longues vallées sinueuses dans un espace à plusieurs dimensions. La méthode de Gauss-Newton offre un traitement efficace lorsque que le point initial se trouve au voisinage du minimum. La méthode de Marquardt exploite les propriétés des deux méthodes. Pour un facteur d'amortissement α nul, la méthode de Marquardt produit la même solution que la méthode de Gauss-Newton. Pour de plus grande valeur de α , δ devient :

$$\delta = \alpha^{-1} J^T \varepsilon_0$$

et la solution se rapproche de la direction du gradient avec des ajustements aux paramètres du modèle de plus en plus petit.

En général le facteur d'amortissement α peut varier de 0.0001 à 0.1. Une valeur de 0.1 permet d'approcher la solution en réduisant les dangers de divergence, tandis qu'une valeur plus faible permet d'obtenir une convergence rapide dans le voisinage de la solution.

CHAPITRE 6

INVERSION PAR LA MÉTHODE DE RÉGRESSION RIGIDE ET L'ANALYSE DES PARAMÈTRES STATISTIQUES

6.1 L'algorithme pour l'inversion avec la méthode de régression rigide

Le problème de mesure de la résistivité apparente par Schlumberger, pour un modèle de sol formé de stratifications horizontales, est non linéaire. Les paramètres inconnus dans ce modèle sont la résistivité et l'épaisseur de chaque couche. La fonction transformée T_m de la résistivité mesurée est obtenue à partir des données de la résistivité apparente par l'intermédiaire de l'équation (54). La fonction transformée théorique T_a dans l'équation (26) est utilisée dans les itérations de la méthode de moindre carré. Cette équation (26) présente l'avantage d'être une approche de calcul plus rapide que celle représentée par l'équation (39).

Même si l'interprétation des mesures est établie avec la fonction transformée des mesures de résistivité (T_m) ou directement avec les mesures de chantier (ρ_{am}), le rapprochement des valeurs calculées aux valeurs mesurées est effectué par la méthode de moindre carré. Sa performance est exécutée alternativement sur une version linéarisée des équations régissant.

La méthode en vigueur pour générer ce système d'équations est d'utiliser le développement limité de Taylor au premier ordre au voisinage d'un estimé X^0 pour chacun des paramètres du modèle, tel qu'indiqué par l'expressin (75).

$$\Delta T = J\Delta X + \xi \quad (75)$$

où

$$[\Delta T]_i = T_m(X, \lambda_i) - T_a(X^0, \lambda_i); \quad i = 1, \dots, N \quad (76)$$

et

$$J_{i,j} = \left. \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right|_{\substack{\lambda = \lambda_i \\ X = X^0}} \quad (77)$$

Sachant que :

$[\Delta X]_j$ est l'estimé linéaire de la correction nécessaire pour le j^{ème} paramètre inconnu qui s'écrit :

$$[\Delta X]_j = X_j - X_j^0; \quad j = 1, \dots, M,$$

X est le vecteur des paramètres inconnus qui s'écrit :

$$X = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n, h_1, h_2, \dots, h_{n-1})^T$$

X^0 est un vecteur courant ou initial des estimés des paramètres inconnus,

λ_i sont des variables connus représentant la distance entre électrodes AB/2,

ξ est le vecteur d'erreurs dans les mesures,

$T_a(X^0, \lambda_i)$ est la fonction transformée de la résistivité apparente au i^{ème} mesure pour le modèle du sol indiqué par X^0 , et

$T_m(X, \lambda_i)$ est la fonction transformée des résistivités apparentes mesurées.

L'équation (75) représente un système de N équations linéaires dont M paramètres inconnus. La solution de l'inversion de ce système s'effectue par la méthode du moindre

carré [12,16,25] :

$$\overline{\Delta X} = (J^T J)^{-1} J^T \Delta T \quad (78)$$

La solution doit être itérée en commençant chaque fois par l'estimée courante X^0 de l'ensemble des paramètres.

La méthode commence par le calcul des valeurs propres de la matrice $J^T J$. Les petites valeurs propres indiquent la présence d'un système qui n'est pas stable en présence des données qui contiennent du bruit. La moyenne des différences entre les valeurs estimées et réelles de ΔX devient très grande. La méthode de la régression rigide [16,25] contribue à réduire cette différence pendant le procédé d'itération en atténuant les limites diagonales de $(J^T J)$. L'estimation pour ΔX par la méthode de régression rigide devient :

$$\Delta X_{rr} = (J^T J + \alpha I)^{-1} J^T \Delta T \quad (79)$$

Où I est la matrice d'identité et $\alpha \geq 0$.

Les valeurs propres de $(J^T J + \alpha I)$ sont $(\mu_i^2 + \alpha)$, où μ_i^2 sont les valeurs propres de $J^T J$.

Dorénavant l'inversion de la matrice $(J^T J + \alpha I)$ devrait être beaucoup plus stable. L'augmentation de la taille de toutes les valeurs propres a comme conséquence la diminution significative de:

- (a) la moyenne d'écart quadratique entre ΔX et ΔX_{rr} ,
- (b) la variance de la solution estimée.

ΔX_{rr} constitue une solution plus proche de ΔX que la solution standard des moindres carrés. La somme résiduelle des écarts quadratiques pour la solution obtenue par la méthode de régression rigide est donnée par :

$$F_{rr} = \sum_{i=1}^N (T_m(X, \lambda_i) - T_a(X, \lambda_i))^2 = (\Delta T)^T \Delta T \quad (80)$$

où ΔT est la différence entre T_m et T_a en utilisant les valeurs $X = X^0 + \Delta X_{rr}$.

6.2 Exemples de simulation

a) Premier modèle

L'interprétation des mesures de la résistivité apparente présentées au tableau IV est donnée pour un modèle de sol à trois couches [16]. Ces mesures étaient effectuées par la configuration de Schlumberger.

Tableau IV

Site de mesures à Bryson

AB/2 (m)	MN/2 (m)	$\rho_m(\Omega\text{-m})$
2.0	0.5	29.5
2.6	0.5	30.8
3.6	0.5	25.8
5.0	0.5	24.5
7.0	0.5	19.6
10.0	0.5	15.2
14.0	0.5	12.9
20.0	0.5	11.5
26.0	0.5	11.5
36.0	0.5	13.0
50.0	0.5	16.8
70.0	0.5	23.7
100.0	0.5	35.3

Le tableau V présente les valeurs de T_m calculées par l'équation (54) utilisant $\Delta x = 0.7675$, les valeurs de T obtenues par l'interprétation des valeurs mesurées de T_m et les écarts entre elles.

Tableau V

Valeurs de T et T_m obtenues par simulations

$1/\lambda = e^{m\Delta x}$	T calculée	T_m mesurée	$T_m - T$
1.0	29.8822	30.3828	0.5006
1.4678	29.6233	29.0237	-0.5995
2.1544	28.6474	28.8755	0.2281
3.1623	26.5538	26.2559	-0.2979
4.6416	23.5734	23.5484	-0.0250
6.8129	20.3826	20.4715	0.0889
10	17.5806	17.6505	0.0699
14.678	15.6010	15.6250	0.0240
21.5443	14.8756	14.7720	-0.1036
31.6228	15.8401	15.8887	0.0487

D'après les résultats présentés à la figure 6.1, on voit clairement que la valeur de ρ_3 est très grande et ne présente, par conséquent, aucun effet sur les valeurs de T_m considérées.

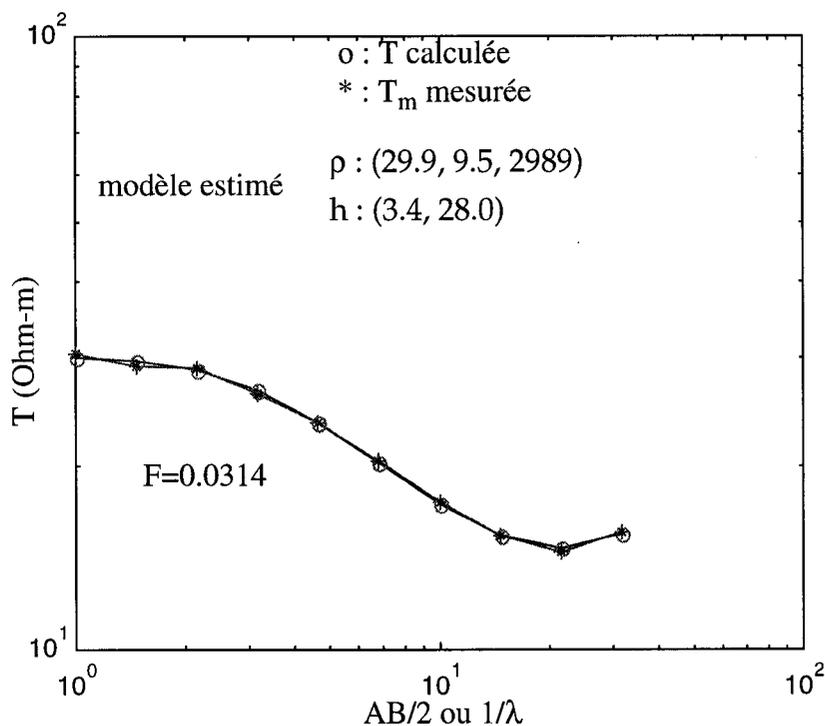


Figure 6.1 Interprétation des mesures par Schlumberger

Par ailleurs, notons que nous n'avons pas effectué l'interprétation sur l'ensemble des valeurs ρ_{am} des résistivités mesurées. Ceci est dû à la convolution entre les mesures et les coefficients du filtre à indice négatif. En effet, pour avoir une sortie correspondante à la dernière valeur d'échantillonnage, sur la courbe en question, on a toujours besoin de trois valeurs futures d'échantillonnage, sur lesquelles les coefficients a_{-1} , a_{-2} et a_{-3} peuvent agir. Le calcul des valeurs de T_m s'arrête donc à partir du moment où on ne dispose plus que deux valeurs futures d'échantillonnage. Par conséquent, la dernière section du champ de la courbe étant affectée, l'extrapolation à droite de la courbe constitue un problème.

Toutefois, l'extrapolation vers la gauche ne présente aucun problème. En effet, les valeurs de la résistivité apparente sont très proches de ρ_1 au fur et à mesure que l'espace-ment entre les électrodes diminue.

Afin de remédier au problème soulevé avec l'extrapolation à droite, on a utilisé une méthode approximative pour interpréter les mesures sur toute la longueur considérée.

Cette méthode consiste à suivre les étapes suivantes :

- Déterminer le nombre de pas maximale d'échantillonnage
- Échantillonner le spectre des mesures par rapport à tous les pas possibles existants dans l'intervalle de mesure
- Vérifier si la pente des deux derniers points de mesure de résistivité tend vers une petite valeur suivant une tolérance prédéfinie
- Si cette pente est petite devant la tolérance, on peut considérer que la tendance est asymptotique à une droite horizontale et l'extrapolation est facile à déterminer
- Dans le cas contraire, on extrapole les trois points correspondants aux indices négatifs des coefficients du filtre en considérant la tendance linéaire de la résistivité apparente par rapport à la pente des deux derniers points.

Le tableau VI présente les valeurs de T , T_m et leurs écarts obtenus par simulations sur toute la longueur de l'intervalle de mesures au chantier.

Tableau VI

Valeurs de T et T_m obtenues par simulations sur toute la longueur de mesures

$1/\lambda = e^{m\Delta x}$	T calculée	T_m mesurée	$T_m - T$
1.0	30.1779	30.2591	0.0813
2.1544	29.0189	28.9308	-0.0881
4.6416	23.7342	23.6225	-0.1117
10	17.3226	17.7169	0.3942
21.5443	15.0495	14.8583	-0.1911
46.4159	20.3666	19.8391	-0.5275
100	37.3251	37.5865	0.2614

Sur la base de ces résultats, on a tracé la courbe de la figure 6.2 relative à l'interprétation des T_m mesurées sur toute la longueur de l'intervalle de mesure

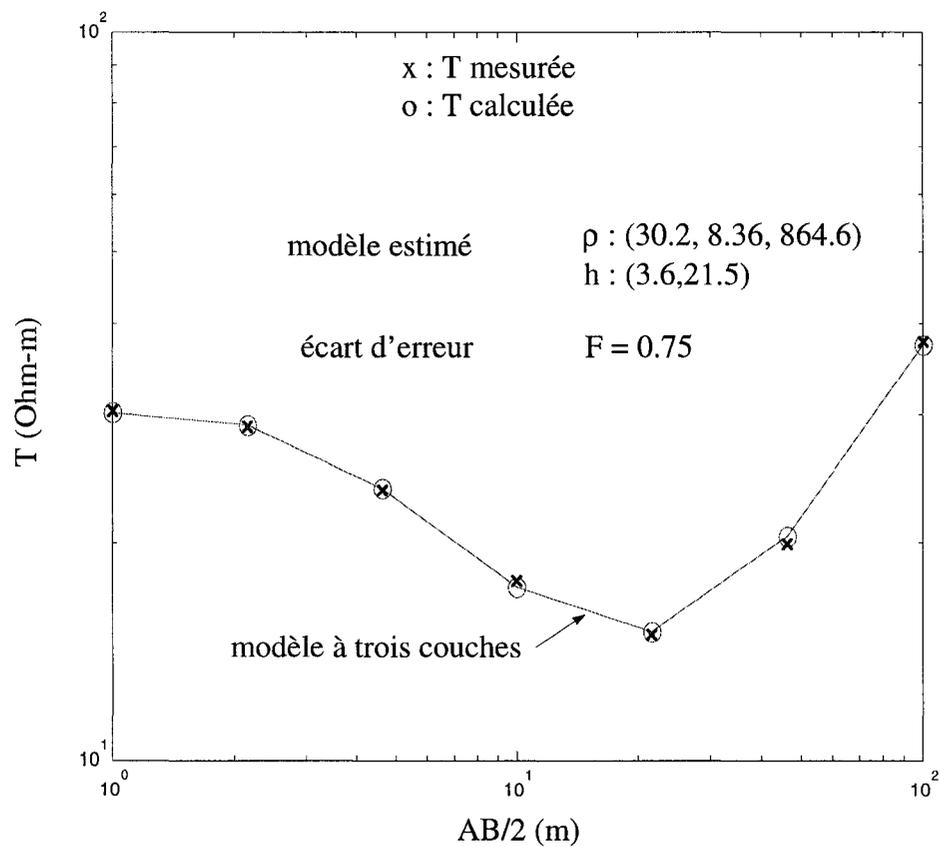


Figure 6.2 Interprétation des T_m mesurées sur toute la longueur de l'intervalle de mesure

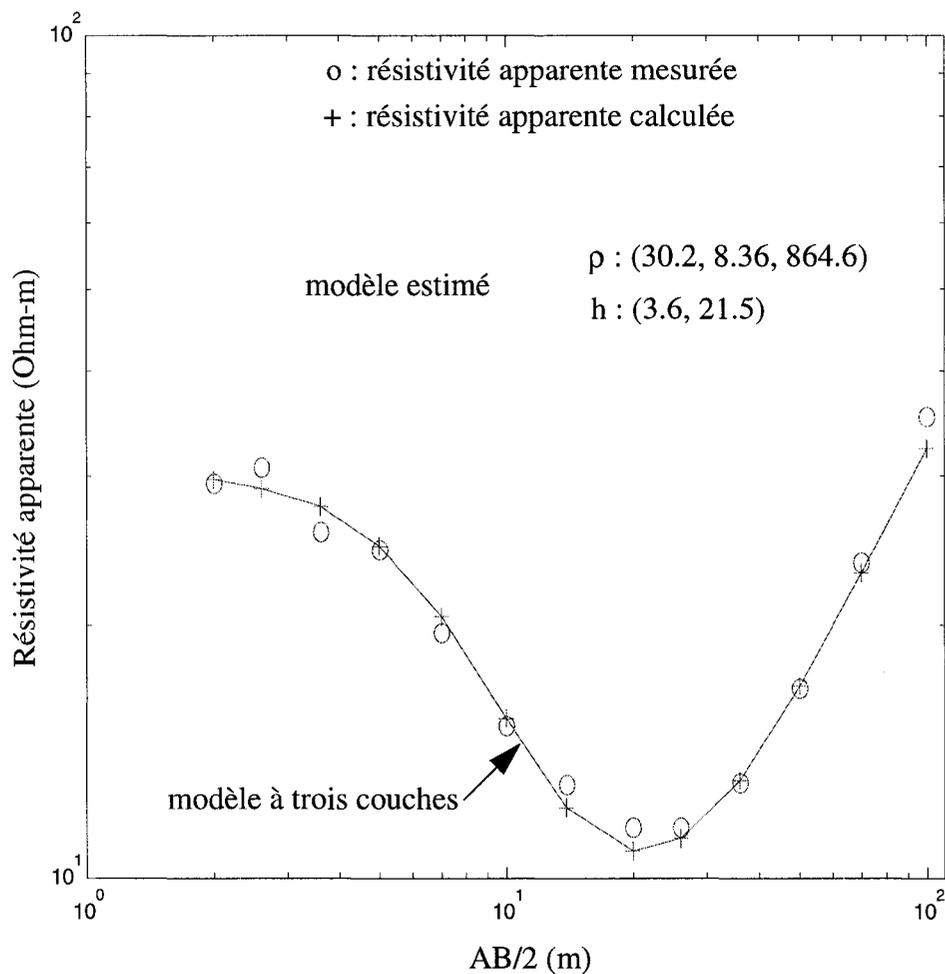


Figure 6.3 Comparaison avec les mesures et la réponse du modèle estimé

D'après les figures 6.2 et 6.3, on voit clairement que les valeurs calculées par le modèle estimé correspondent bien aux valeurs mesurées sur site et cette extrapolation approximative à l'extrême droite de la courbe permet souvent d'approcher le modèle estimé le plus possible au modèle réel.

b) deuxième modèle

Nous avons choisit un modèle de trois couches (100, 50, 200; 2, 7) et nous avons calculé les valeurs théoriques de la résistivité apparente jusqu'a ce qu'on obtienne une variation presque constante à la partie droite de la courbe. Cela, nous permet d'appliquer la méthode des filtres linéaire sans perdre la précision pendant l'extrapolation des valeurs de l'extrême droite de la courbe.

Le tableau VII présente les valeurs de T , T_m et leurs écarts obtenus par simulations pour l'interprétation des valeurs théoriques de la résistivité apparente.

Tableau VII

Valeurs de T et T_m obtenues par simulations pour le deuxième modèle
avec $\Delta x = 0.7675$

$1/\lambda = e^{m\Delta x}$	T calculée	T_m mesurée	$T_m - T$
1.0	99.6276	99.6135	-0.0141
2.2	91.1041	91.1505	0.0464
4.6	78.8871	78.8126	-0.0746
10	80.3781	80.4006	0.0225
21.5	101.1454	101.1201	-0.0253
46.4	131.7027	132.1153	0.4126
100	159.5043	159.1902	-0.3141
215.4	178.4163	177.9297	-0.4866
464.2	189.1578	189.2530	0.0952
1000	194.6712	195.0224	0.3512

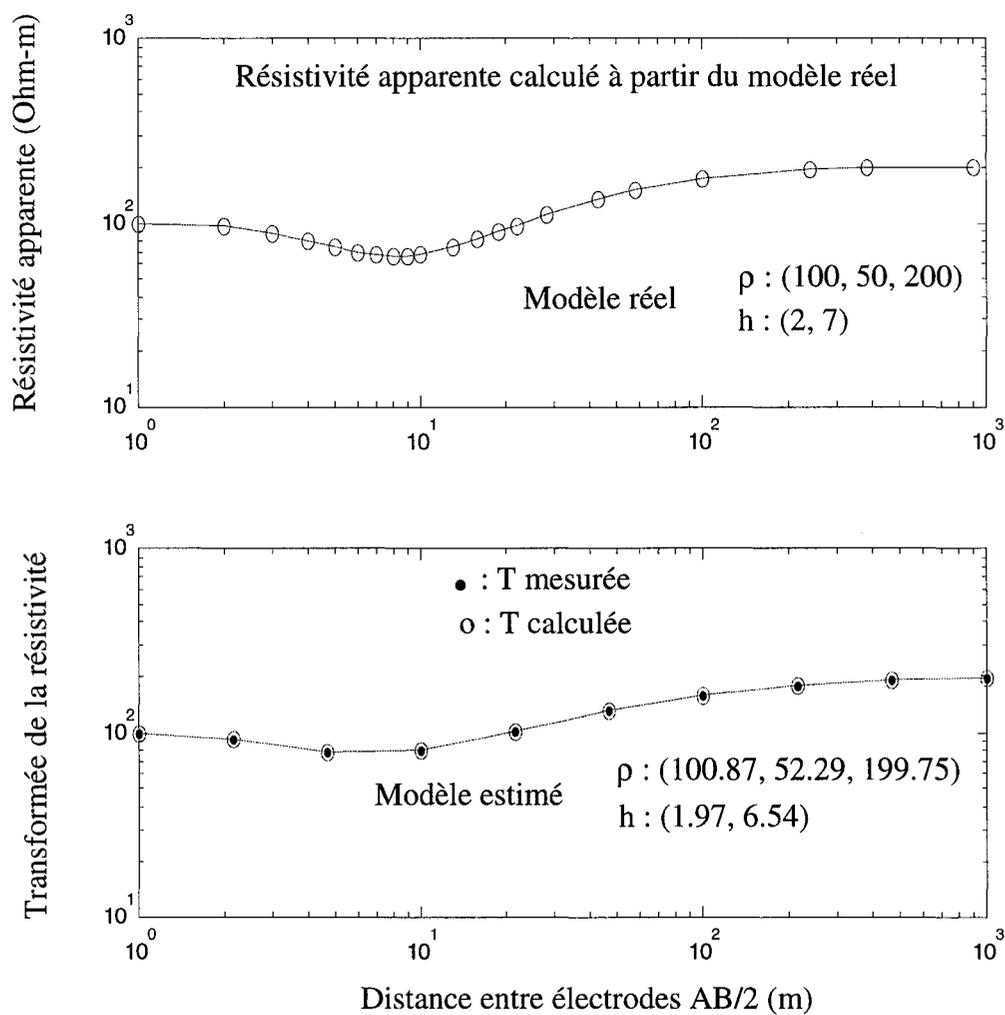


Figure 6.4 Interprétation des valeurs théoriques d'un modèle réel de trois couches

D'après les résultats obtenus de ce modèle présentés à la figure. 6.4, on constate que le programme converge bien vers les données obtenues théoriquement et nous permet ainsi de retrouver le modèle recherché.

6.3 Pondération des mesures erronées

Généralement, les courbes qui représentent les mesures effectuées au chantier contiennent du bruit dû aux erreurs de mesures, aux hétérogénéités superficielles, au bruit de tellurie et la précision limitée des instruments de mesure.

En général, c'est préférable de pondérer chaque donnée selon le bruit qu'elle contient, aussi ne pas lui donner un faux degré d'importance en raison de sa grandeur en comparaison avec les autres points de mesure.

Supposons que chaque point de mesure a le même pourcentage d'écart type à moins que soit connue ou suspecté que certains points contiennent de bruit. De plus, supposons que initialement chaque point a un écart type égale à 1% de sa valeur mesurée.

Négligeant le vecteur d'erreur ξ , l'erreur résiduelle est maintenant définie par [25] comme :

$$F_{rrw} = (\Delta T - J\Delta X)^T W^{-1} (\Delta T - J\Delta X) \quad (81)$$

où W est la matrice de poids qui représente la pondération de chaque mesure.

Si l'erreur dans chaque mesure est indépendante de l'erreur des autres mesures, comme supposé généralement, alors W est réduite à une matrice diagonale des variances σ_i^2 des données. Ainsi, les éléments W_{ij} de la matrice ont pour expression :

$$w_{ij} = \begin{cases} \sigma_i^2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (82)$$

Le choix d'un arrangement pondéré n'affecte presque pas la vitesse de minimisation. Cependant, il peut rigoureusement affecter la position du minimum des paramètres et les paramètres statistiques.

L'estimateur de la régression rigide pondérée est donné par :

$$\Delta X_{\text{rrw}} = (J^T W^{-1} J + \alpha I)^{-1} J^T W^{-1} \Delta T \quad (83)$$

6.4 Paramètres statistiques

Il y a une autre condition très importante qui doit contenir une certaine idée de l'incertitude dans les paramètres. C'est les paramètres statistiques suivants caractérisant nos modèles:

- (a) les erreurs types des paramètres,
- (b) les coefficient de corrélation des paramètres.

En plus de ces paramètres statistiques, les vecteurs propres des paramètres et des données associées avec les valeurs propres peuvent rapporter une grande visibilité dans les relations entre les paramètres individuels du modèle et les données spécifiques.

Le paramètre d'erreurs types et les coefficients de corrélations sont dérivés de la matrice de covariance "cov(X)" évaluée au minimum comme indiquée par [25,26] :

$$\text{cov}(X) = \sigma^2 (J^T W^{-1} J)^{-1} \quad (84)$$

où

$$\sigma^2 = \frac{\Delta T^T W^{-1} \Delta T}{N - M} \quad (85)$$

Si σ^2 s'avère plus petite que celle pondérée, c'est parce que la variance d'observation a été surestimée ou la courbe calculée, à partir du modèle présumé ajuste le bruit dans les données.

Ainsi, nous voyons que la variance résiduelle peut être utilisée comme indication meilleure entre les mesures et la réponse du modèle. La variance résiduelle est indépendante de la linéarité ou la non linéarité du problème en ce qui concerne les paramètres du modèle.

Les paramètres qui représentent les erreurs types sont définis par la racine carrée des termes diagonales de la matrice $\text{cov}(X)$.

La matrice de corrélation est une indication de la dépendance linéaire entre les paramètres. Les éléments de la matrice de corrélation sont données par [26] :

$$[\text{cor}(X)]_{ij} = \frac{[\text{cov}(X)]_{ij}}{[\text{cov}(X)]_{ii}^{1/2} [\text{cov}(X)]_{jj}^{1/2}} \quad (86)$$

Si la valeur de $[\text{cor}(X)]_{ij}$ est proche de l'unité, alors les paramètres X_i et X_j sont fortement en corrélation et presque linéairement dépendants. Par exemple, si i représente l'épaisseur h et j la résistivité ρ d'une couche (i.e $[\text{cor}(X)]_{ij}$ représente la corrélation entre l'épaisseur et la résistivité d'une couche), alors seulement le rapport h/ρ est bien déterminé par les données si $[\text{cor}(X)]_{ij} = 1$. Ce cas est vrai pour les couches qui sont très conductrices relativement à leurs voisinages.

Si $[\text{cor}(X)]_{ij} = -1$, alors le seul produit $h \times \rho$ est bien déterminé, comme le cas des couches qui sont relativement résistives. C'est effectivement le problème d'équivalence qui est discuté par Sunde [3].

Les éléments de la diagonale de la matrice de covariance sont les termes de variance de chaque paramètre. Si les corrélations sont petites, alors l'écart-type est une bonne mesure de l'incertitude de chaque paramètre. Si deux paramètres sont fortement corrélés, alors l'écart-type donné par les racines carrées des termes de la diagonale de (84) va être plus

grand que les incertitudes actuelles.

Notons qu'il existe une contrainte relative à la réponse du modèle. Cette contrainte est due au fait qu'un simple paramètre du modèle peut être varié par son erreur type estimée sans le changement significatif de la réponse du modèle. Un exemple, traité au paragraphe 6.6, met en évidence ce problème.

Par conséquent, les erreurs types et les coefficients de corrélation doivent être vus en tant que représentation d'un système interactif complexe qui décrit les combinaisons de changement des paramètres qui peuvent être faits sans changement significatif dans l'estimé du résiduel des moindres carrées.

6.5 Analyse des vecteurs et valeurs propres

Les vecteurs propres et leurs valeurs propres associées sont aussi très utiles pour définir la relation entre les paramètres et leur effet global sur les données d'un modèle particulier.

L'inverse généralisé de J est défini en termes de ces vecteurs propres et valeurs propres par [25]

$$J^{-1} = BA^{-1}C^T \quad (87)$$

La matrice C consiste en r (r est le rang de J) vecteurs propres c_i de longueur N associés avec les colonnes (données) de J . La matrice B est formée de r vecteurs propres b_i de longueur M associés avec les lignes (paramètres) de J . La matrice A^{-1} est l'inverse de la matrice diagonale constituée des valeurs propres de J .

Une analogie utile sera de considérer les vecteurs propres en tant que composants spectraux de l'entrée et de la sortie du système linéarisé. Alors la décomposition de la matrice J est semblable à la décomposition de la réponse d'impulsion d'un filtre linéaire ordinaire en termes de sinusoides (vecteurs propres) de diverses amplitudes (valeurs propres). Pour un filtre linéaire, la réponse en amplitude à une fréquence particulière détermine comment le filtre amplifiera la composante spectrale correspondante de la sortie.

De même, si nous considérons la matrice J comme filtre reliant l'entrée (paramètres) à la sortie (données calculées), alors les valeurs propres sont les coefficients d'amplification qui déterminent l'importance de l'effet de la combinaison linéaire des paramètres b_i sur la combinaison linéaire des données c_i . Les petites valeurs propres et leurs vecteurs propres associés représentent les composants spectraux qui sont mal transférés à travers le modèle de sol. En considérant ces décompositions de vecteurs-valeurs propres, on peut optimiser l'ensemble des données pour contenir le maximum d'information reliée aux paramètres d'un modèle d'intérêt particulier.

6.6 Analyse d'un modèle avec sa couche centrale conductrice

Par exemple, considérons le modèle #1 (100, 3, 1000, 50, 100) avec sa couche centrale conductrice. Le calcul des vecteurs propres, valeurs propres, coefficients de corrélation, et erreurs types utilisant les erreurs de données comme poids semblable de l'équation (82) sont montrés dans les figures (6.5,6.6,6.7,6.8). Les tableaux des valeurs relativement à ces figures sont successivement (VIII,IX,XI,XII), où on a noté les vecteurs propres par e_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$).

Les tableaux (X,XIII) présentent la matrice de corrélation, les modèles réel et estimé ainsi que les erreurs types.

Tableau VIII

Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) sans pondération (modèle #1)

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
0.0000	-0.2485	0.3439	-0.0039	0.2072
0.0000	-0.2487	0.3433	-0.0039	0.2055
0.0000	-0.2503	0.3396	-0.0038	0.1944
0.0002	-0.2658	0.3020	-0.0023	0.0891
0.0003	-0.2813	0.2635	-0.0008	-0.0108
0.0011	-0.3379	0.1150	0.0045	-0.3326
0.0022	-0.3999	-0.0687	0.0100	-0.5772
0.0056	-0.4490	-0.4056	0.0120	-0.1361
0.0086	-0.3142	-0.3806	-0.0013	0.4665
0.0098	-0.2226	-0.2911	-0.0083	0.3265
0.0105	-0.1710	-0.2318	-0.0121	0.1668
0.0117	-0.0954	-0.1362	-0.0181	-0.0807
0.0136	-0.0367	-0.0555	-0.0249	-0.1726
0.0162	-0.0110	-0.0176	-0.0322	-0.1073
0.0206	-0.0036	-0.0061	-0.0416	-0.0439
0.0356	-0.0011	-0.0021	-0.0716	-0.0214
0.0577	-0.0001	-0.0006	-0.1136	-0.0199
0.0755	0.0004	0.0001	-0.1459	-0.0208
0.2486	0.0032	0.0036	-0.3806	-0.0269
0.2931	0.0039	0.0043	-0.4110	-0.0236
0.4498	0.0060	0.0067	-0.3447	0.0115
0.5345	0.0070	0.0078	-0.0669	0.0427
0.5939	0.0070	0.0073	0.7207	-0.0196

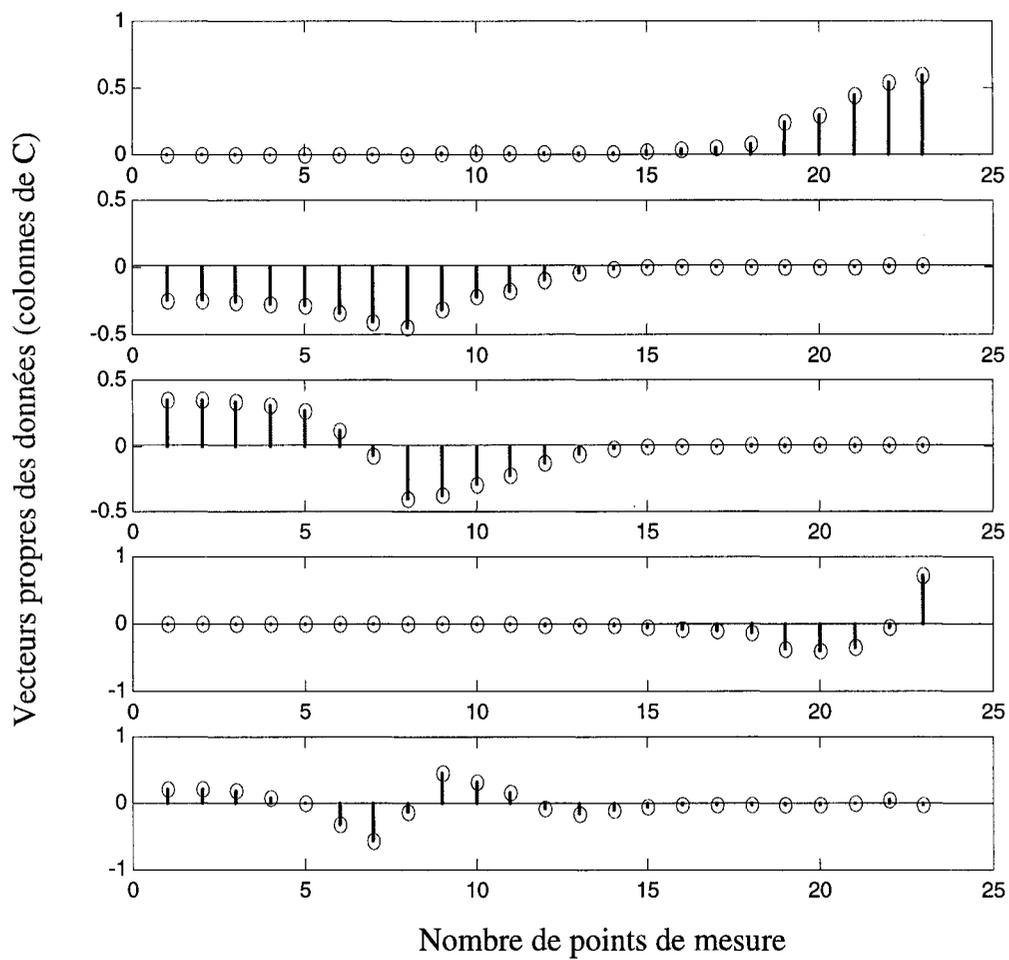


Figure 6.5 Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) sans pondération

Tableau IX

Calcul de la matrice B sans pondération (modèle #1)

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
0.0001	-0.7396	0.6731	-0.0005	0.0034
0.9996	-0.0129	-0.0141	-0.0010	-0.0206
0.0016	0.0009	0.0016	0.9996	0.0290
-0.0197	-0.6727	-0.7391	0.0027	-0.0286
-0.0200	0.0170	0.0238	0.0289	-0.9990

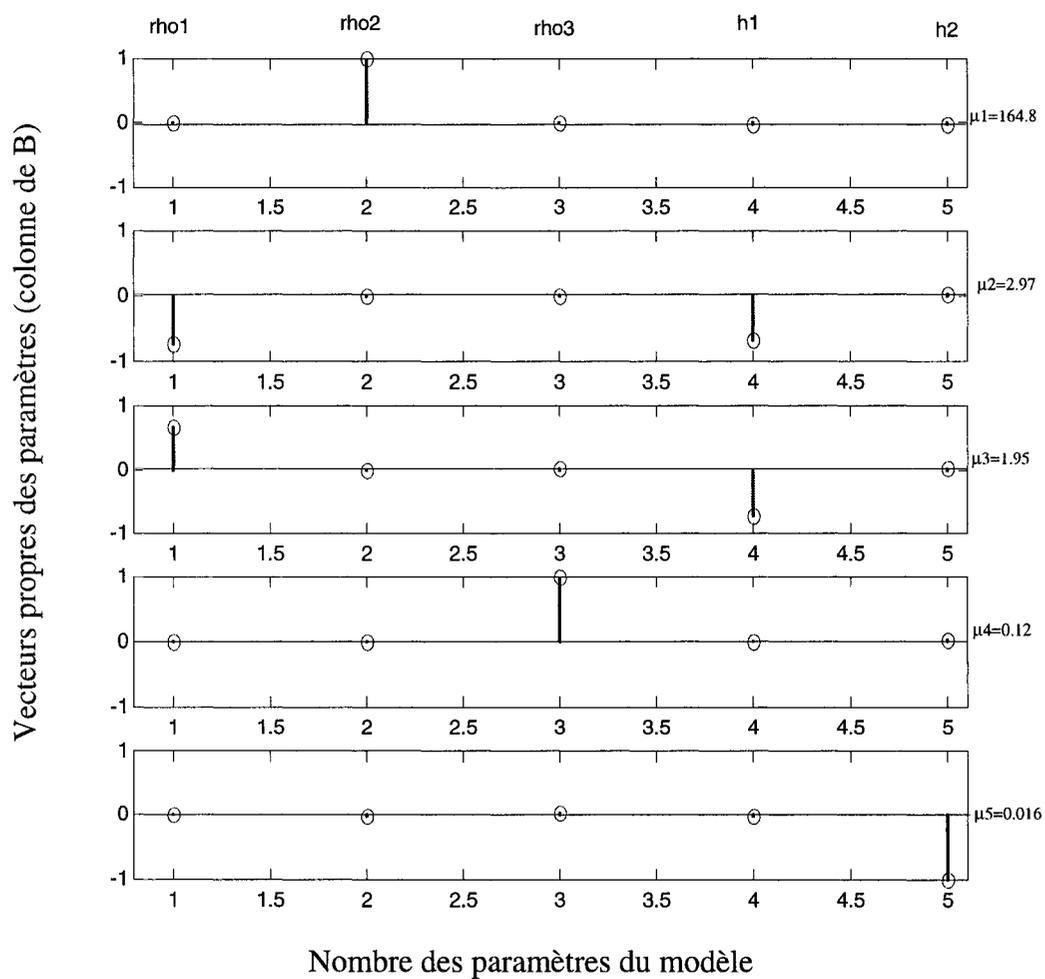


Figure 6.6 Calcul des vecteurs propres des paramètres (colonne de B) sans pondération

Tableau X

Matrice de corrélation et paramètres du modèle #1 réel et estimé sans pondération

Matrice de corrélation						Modèle réel	Modèle estimé	Erreur type
	ρ_1	ρ_2	ρ_3	h_1	h_2	Modèle #1	Modèle #1	Modèle #1
ρ_1	1	-0.44	0.087	-0.512	-0.438	$\rho_1=100$	$\rho_1=99.99$.0158
ρ_2		1	-0.22	0.97	0.99	$\rho_2=3$	$\rho_2=2.99$.0418
ρ_3			1	-0.198	-0.213	$\rho_3=1000$	$\rho_3=995.93$.2714
h_1				1	0.969	$h_1=50$	$h_1=49.98$.0598
h_2					1	$h_2=100$	$h_2=99.46$	2.0285

Tableau XI

Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) avec pondération (modèle #1)

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
0.0000	-0.2489	0.3436	-0.0067	0.1925
0.0000	-0.2491	0.3430	-0.0066	0.1910
0.0000	-0.2507	0.3393	-0.0063	0.1806
0.0002	-0.2661	0.3017	-0.0031	0.0825
0.0003	-0.2815	0.2632	0.0000	-0.0105
0.0011	-0.3380	0.1147	0.0103	-0.3101
0.0021	-0.3998	-0.0691	0.0191	-0.5372
0.0056	-0.4487	-0.4062	0.0102	-0.1223
0.0086	-0.3138	-0.3810	-0.0140	0.4393
0.0098	-0.2222	-0.2912	-0.0173	0.3043
0.0105	-0.1707	-0.2319	-0.0174	0.1517
0.0117	-0.0951	-0.1362	-0.0177	-0.0857
0.0135	-0.0366	-0.0555	-0.0220	-0.1767
0.0161	-0.0109	-0.0175	-0.0301	-0.1183
0.0205	-0.0035	-0.0059	-0.0407	-0.0622
0.0354	-0.0009	-0.0018	-0.0709	-0.0550
0.0574	0.0001	-0.0002	-0.1129	-0.0726
0.0751	0.0007	0.0006	-0.1451	-0.0872
0.2474	0.0043	0.0053	-0.3798	-0.1471
0.2917	0.0051	0.0063	-0.4106	-0.1306
0.4485	0.0075	0.0092	-0.3470	0.0610
0.5339	0.0079	0.0093	-0.0713	0.2299
0.5967	0.0038	0.0021	0.7197	-0.1049

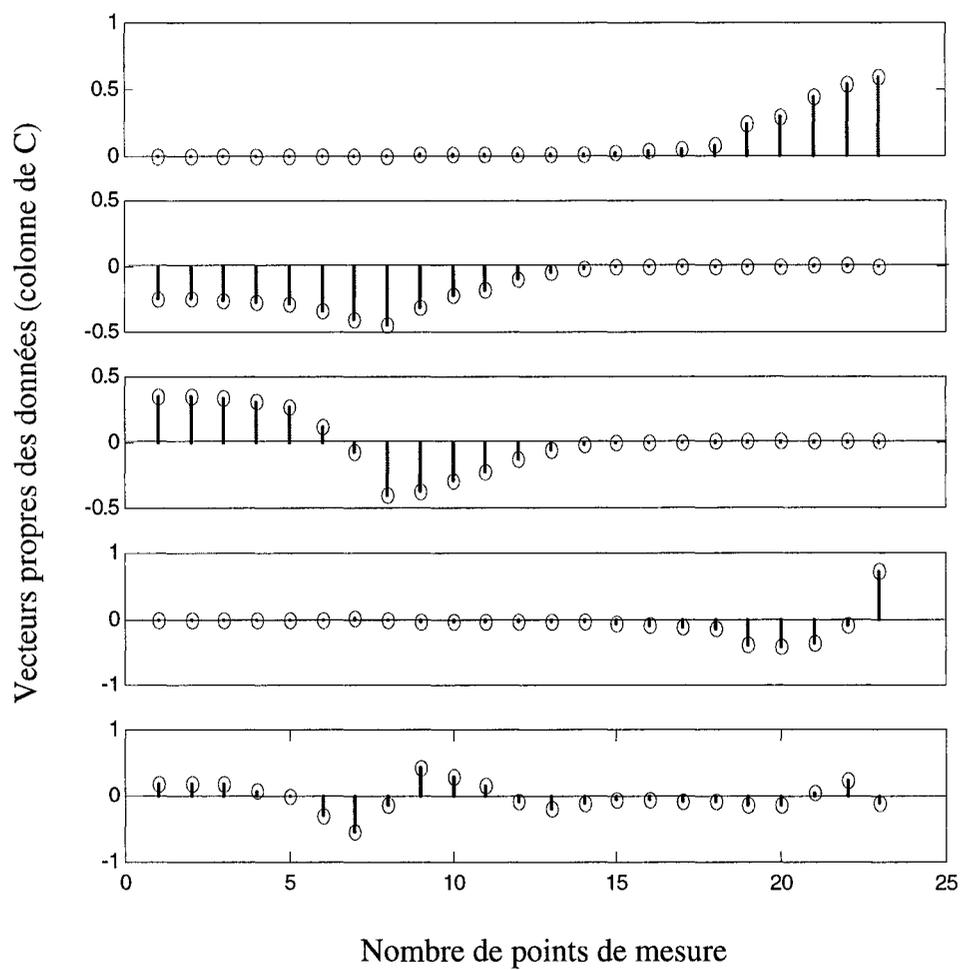


Figure 6.7 Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) avec pondération des mesures par l'erreur type de 5%

Tableau XII

Calcul de la matrice B avec pondération (modèle #1)

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
0.0001	-0.7404	0.6722	-0.0008	0.0033
0.9996	-0.0128	-0.0141	0.0021	-0.0204
0.0016	0.0008	0.0012	0.9843	0.1764
-0.0196	-0.6719	-0.7399	0.0064	-0.0276
-0.0199	0.0168	0.0235	0.1763	-0.9837

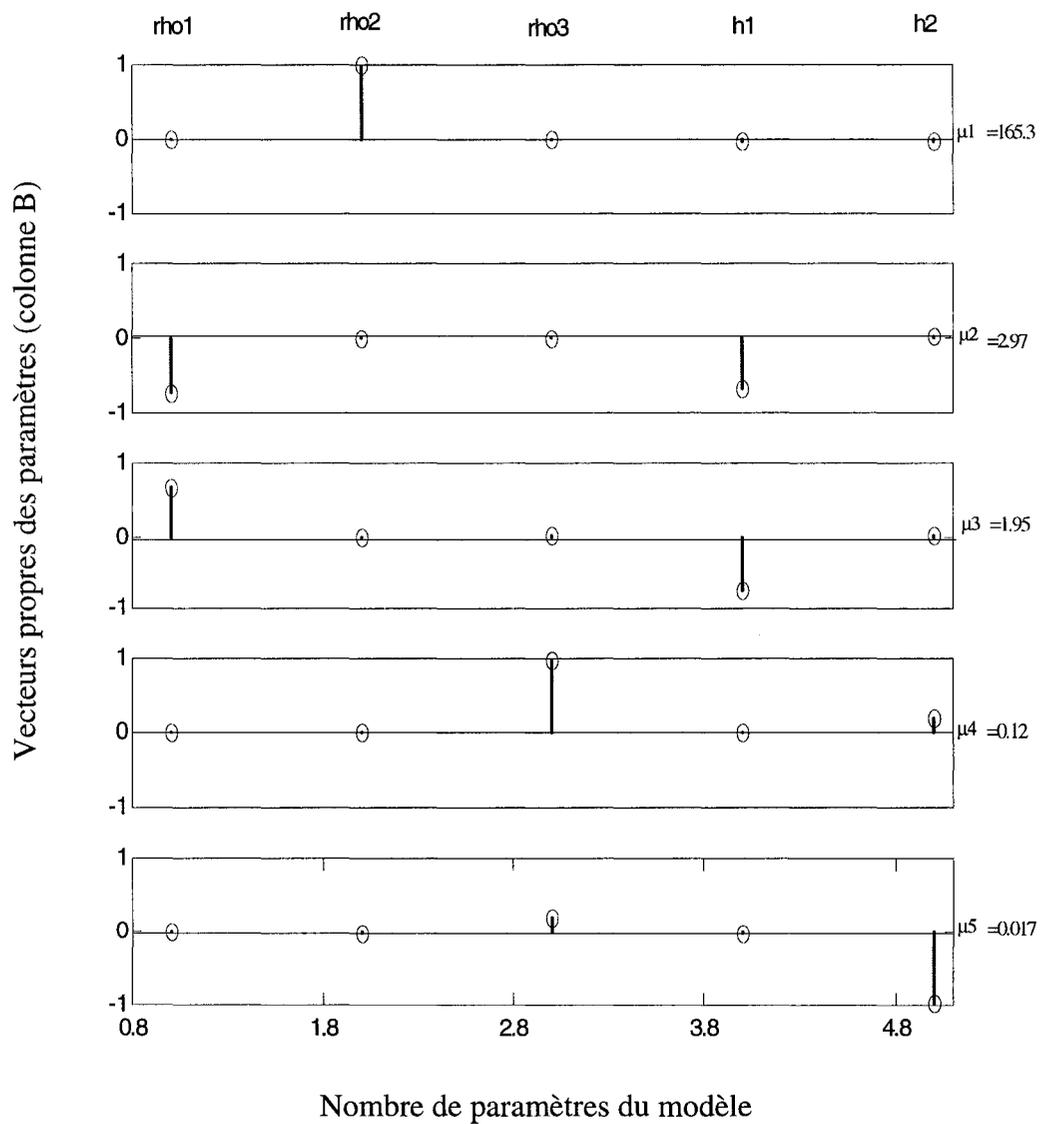


Figure 6.8 Calcul des vecteurs et valeurs propres des paramètres (colonne de B) avec pondération des mesures par l'erreur type de 5%

Tableau XIII

Matrice de corrélation et paramètres du modèle #1 réel et estimé avec pondération des mesures par l'erreur type de 5%

Matrice de corrélation						Modèle réel	Modèle estimé	Erreur type
	ρ_1	ρ_2	ρ_3	h_1	h_2	Modèle #1	Modèle #1	Modèle #1
ρ_1	1	-0.415	0.319	-0.493	-0.413	$\rho_1=100$	$\rho_1=100$.0003
ρ_2		1	-0.786	0.966	0.999	$\rho_2=3$	$\rho_2=3$.0007
ρ_3			1	-0.748	-0.779	$\rho_3=1000$	$\rho_3=1000$.0081
h_1				1	0.965	$h_1=50$	$h_1=50$.001
h_2					1	$h_2=100$	$h_2=100$.0359

À noter que la corrélation positive élevée entre ρ_2 et h_2 indique une relation linéaire entre les deux paramètres, à savoir $s_2=h_2/\rho_2$.

La figure 6.9 montre la courbe de la résistivité apparente pour notre modèle avec des enveloppes d'erreur produites en variant h_2 par son erreur type.

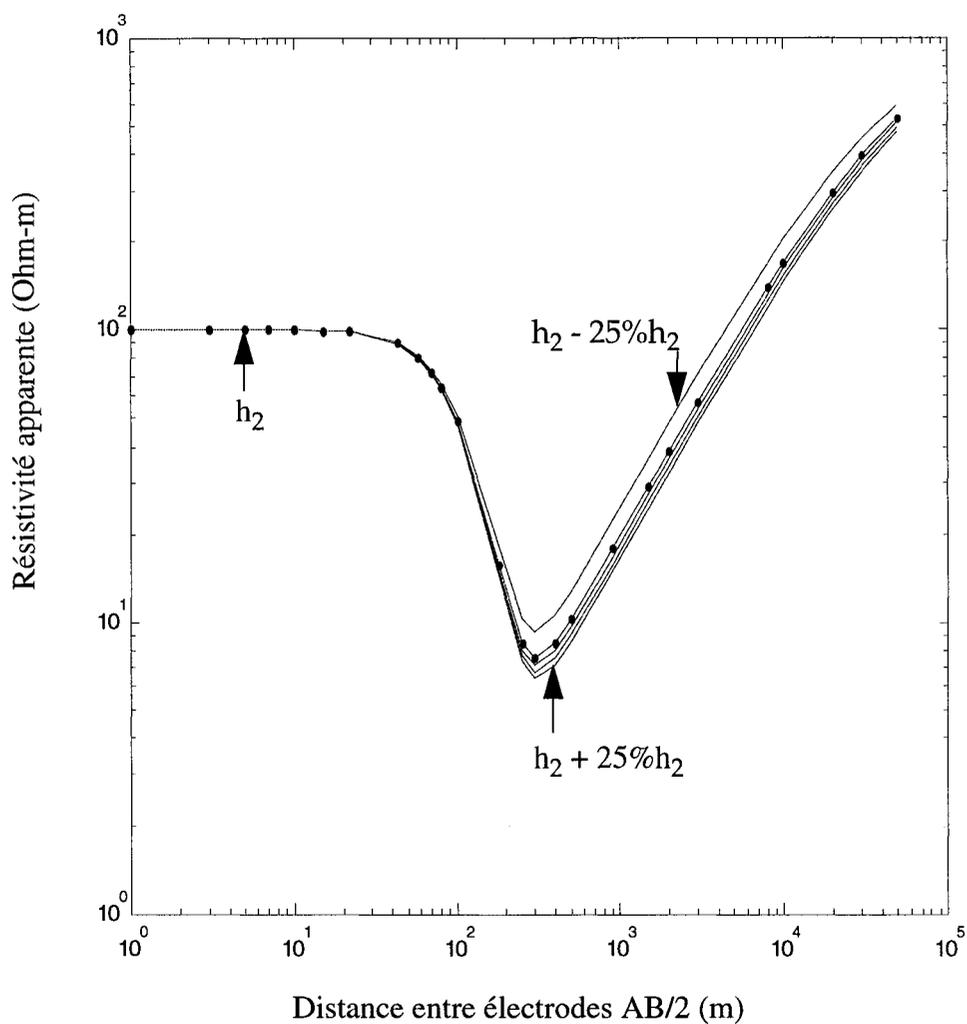


Figure 6.9 Les courbes de résistivité apparente en variant h_2 par son erreur type

De même, la figure 6.10 montre la marge d'erreur générée par la variation ρ_2 suivant une incertitude donnée.

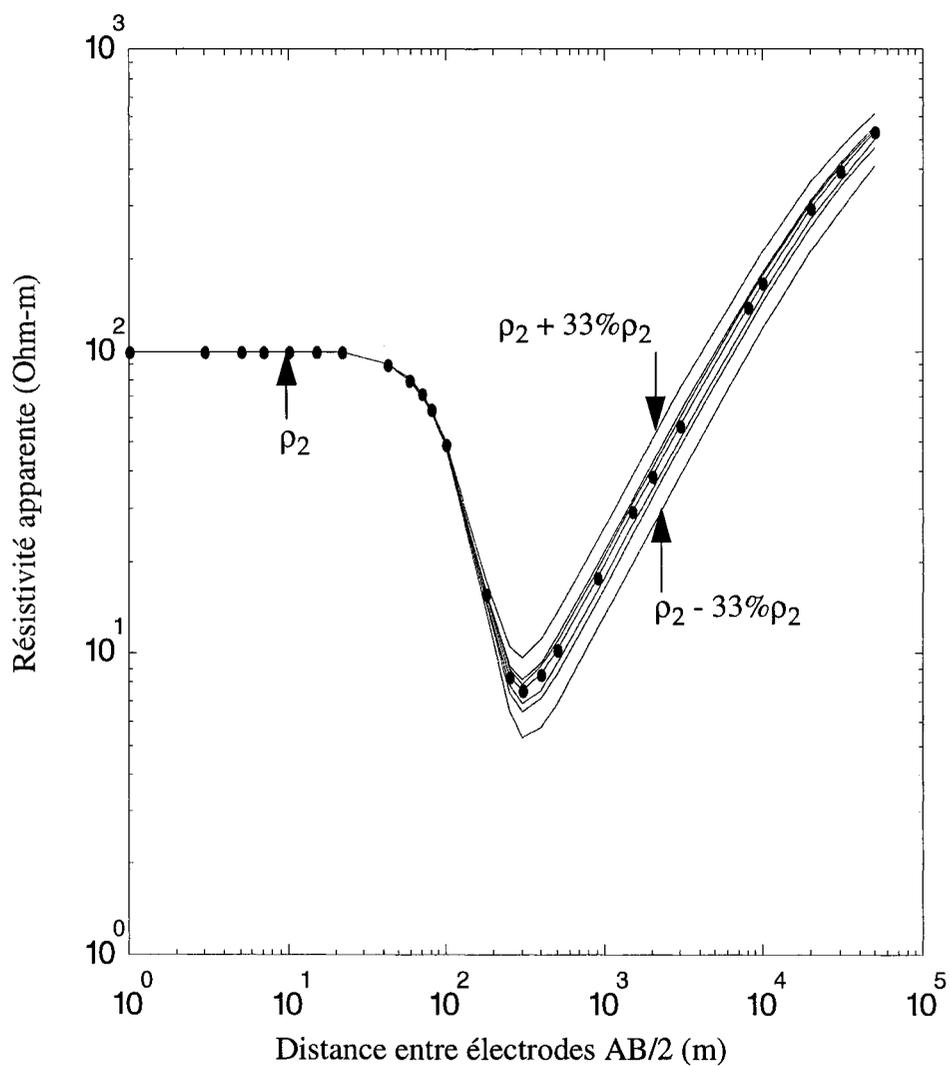


Figure 6.10 Les courbes de résistivité apparente en variant ρ_2 par son erreur type

Cependant, si le rapport h_2/ρ_2 est changé (voir la figure 6.11), comme indiqué par leur corrélation, simultanément par leurs erreurs types, le changement observé dans ρ_a est de l'ordre de 1%, de cette façon, le degré d'erreur assumé ne présente pas un changement statistiquement significative.

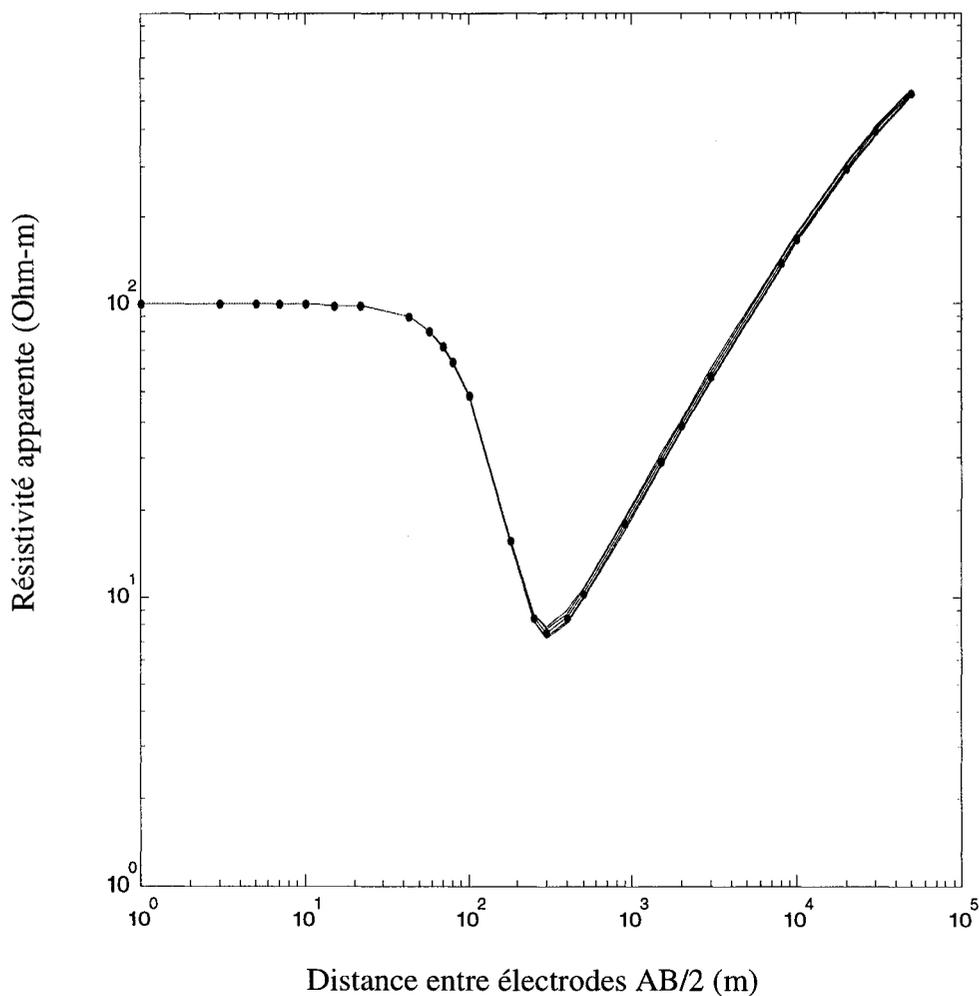


Figure 6.11 Les courbes de résistivité apparente en variant h_2/ρ_2 de 5%

La figure 6.12 montre la variation dans ρ_a causée par le changement de ρ_1 de 50%.

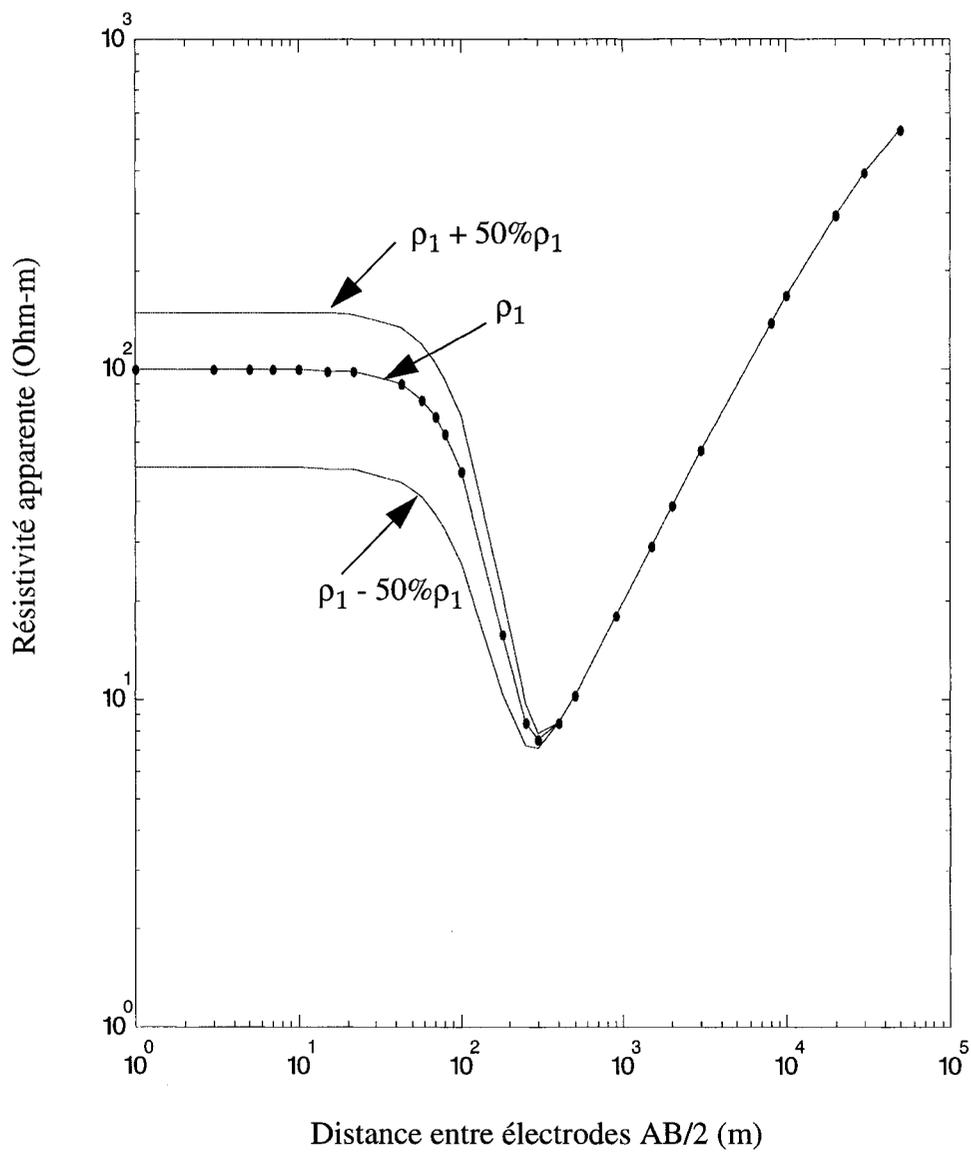


Figure 6.12 Les courbes de résistivité apparente en variant ρ_1 de 50%

De même, la figure 6.13 montre la variation dans ρ_a causée par un changement de 50% de h_1 .

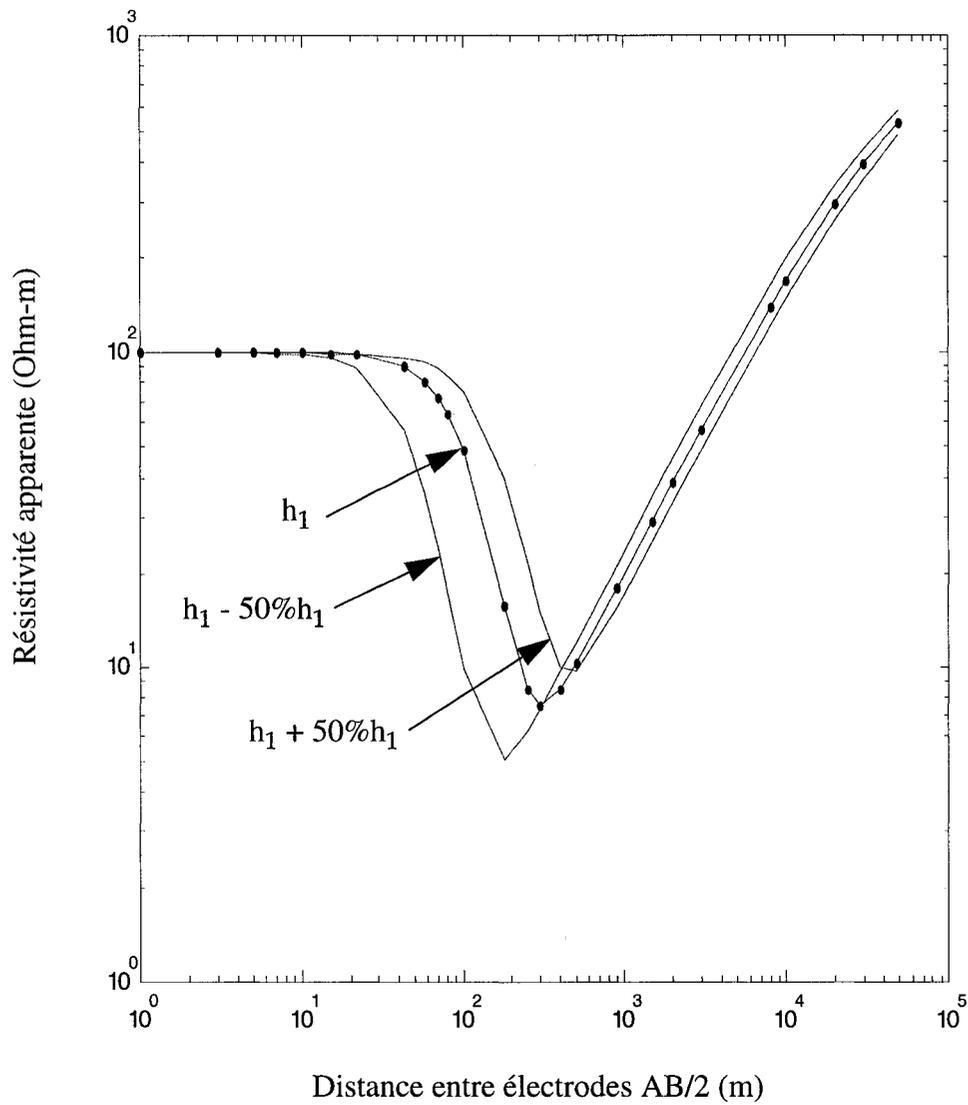


Figure 6.13 Les courbes de résistivité apparente en variant h_1 de 50%

À noter que la variation du ρ_a se produit du premier point de mesure au treizième ou quatorzième point de mesure qui sont indiquées à la figure 6.14. Comparer ceci à la deuxième et à la troisième paire de vecteurs propres des figures (6.7, 6.8), deux des paramètres des vecteurs propres sont composés des éléments ρ_1 et h_1 . Les données correspondantes de leurs vecteurs propres contiennent des composants de la position 1 à 13. La même relation se tient pour les autres paires de vecteurs propres. Et surtout, si on compare la figure 6.10 produite en changeant ρ_2 , à la première paire de vecteur propre des figures (6.7, 6.8).

La correspondance entre la paire de vecteurs propres et les changements induits dans ρ_a par la variation d'un paramètre particulier ne sont pas tellement claires pour le quatrième et cinquième paire des vecteurs de la figure 6.7 et 6.8. Cependant, si les deux sont mis ensemble, les valeurs propres sont du même ordre de grandeur. L'effet de varier h_2 ou ρ_2 se manifeste dans les données des positions 11 à 23 comme prévu.

Les paires de vecteurs propres, la matrice de corrélation, et les erreurs types des paramètres calculés sans pondérations des données sont montrés aux figures 6.5 et 6.6.

Les vecteurs propres sont essentiellement identiques à ceux des figures 6.7 et 6.8, à l'exception, des vecteurs propres des données associés aux paramètres ρ_2 , h_2 et ρ_3 qui ont leurs composants largement décalés. En effet, chaque point de données est pesé par sa propre grandeur.

En outre, un degré beaucoup plus élevé de corrélation de paramètre est trouvé quand la pesé des données est utilisée, et les erreurs types estimées des paramètres sont beaucoup plus grandes que ceux calculées par des arrangements pesés. A titre d'exemple on peut comparer les coefficients de corrélation pour le produit $\rho_2 \cdot h_2$ et $\rho_3 \cdot \rho_2$ dans les figures (6.5, 6.6) et (6.7, 6.8).

Peser les données par leurs erreurs types semble être bien recommandé parce qu'il est plus flexible à la variation des erreurs des données et rapporte les plus petites erreurs types, consistantes avec la vraie erreur.

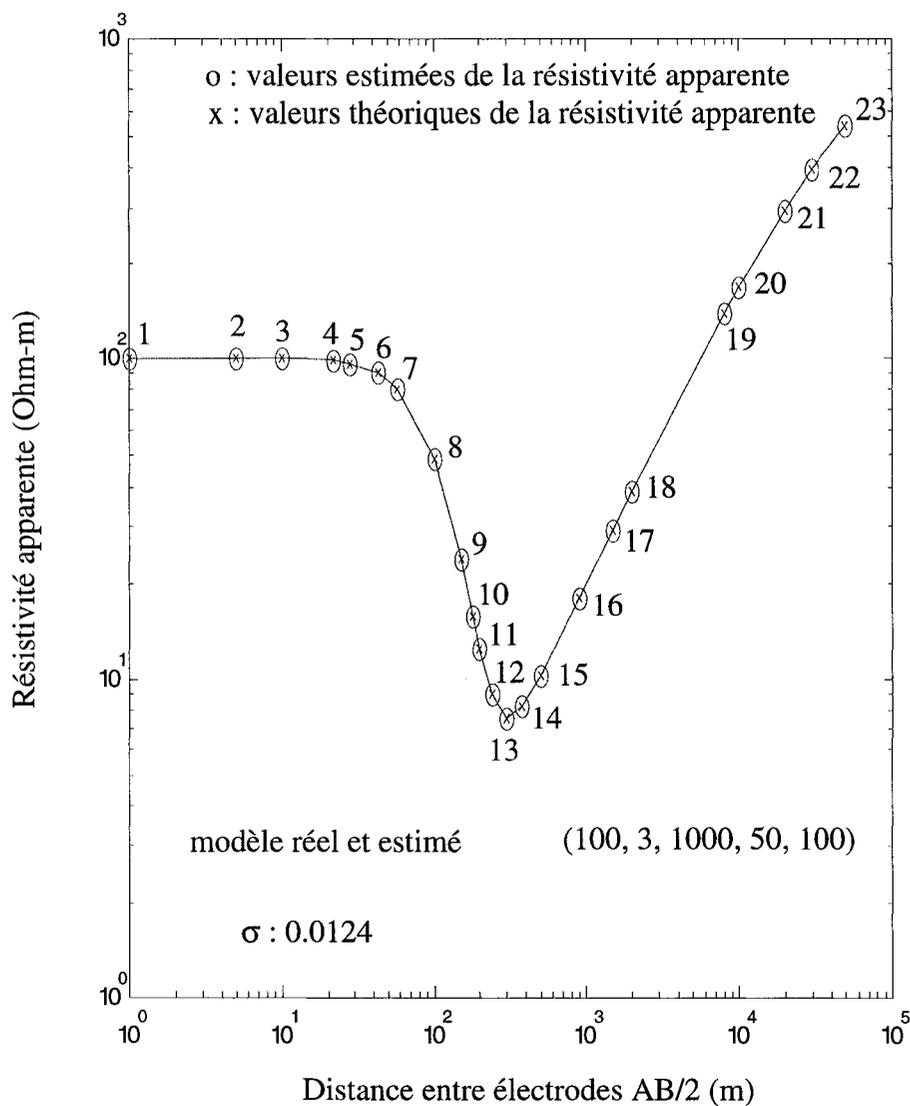


Figure 6.14 Interprétation des données par Schlumberger du modèle #1

6.7 Analyse d'un modèle théorique avec sa couche centrale résistive

La figure 6.15 montre les données théoriques pour le modèle #2 suivant: (10, 390, 10, 10, 250). Les points des données ont été calculés, et un bruit aléatoire de 1% a été ajouté. La courbe pleine de la figure 6.15 est l'ajustement final des points des données. Certainement, elle est bonne parce qu'il y a peu de bruit dans les données. Le modèle estimé final est proche du modèle initial. La variance estimée par l'équation (84) indique une erreur environ de 0,015% dans l'ajustement final. Puisque cette valeur est très petite devant le niveau de bruit aléatoire de 1%, je suppose que les données s'adaptent aussi bien que possible sans ajuster le bruit.

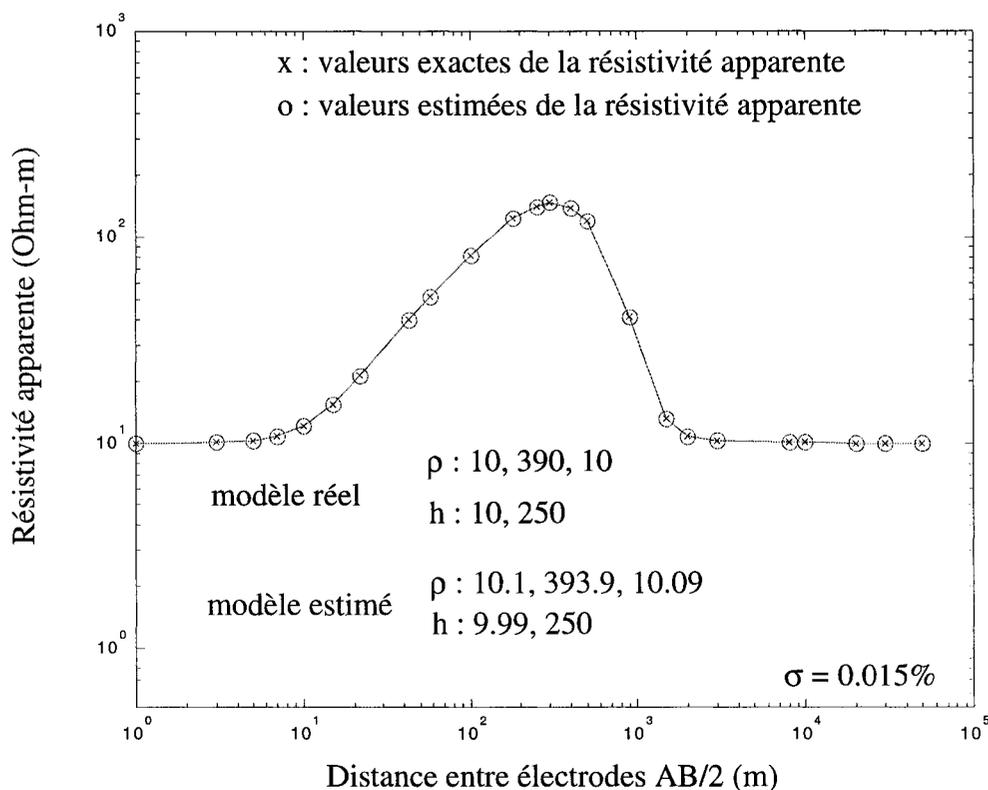


Figure 6.15 Interprétation des données par Schlumberger du modèle #2

Les écarts type calculés par les racines carrées des termes diagonales de la matrice de covariance (équation 84) sont montrés avec leurs paramètres respectifs du modèle dans le tableau XIV. Dans la matrice de corrélation du tableau XIV, les paramètres du modèle estimé indique des corrélations fortes entre la résistivité et l'épaisseur de la première couche et également de la deuxième couche.

Tableau XIV

Matrice de corrélation et paramètres du modèle # 2 réel et estimé

Matrice de corrélation						Modèle réel	Modèle estimé	Erreur type
	ρ_1	ρ_2	ρ_3	h_1	h_2	Modèle #2	Modèle #2	Modèle #2
ρ_1	1	0.089	0.0117	0.95	-0.21	$\rho_1=10$	$\rho_1=10.1$.0004
ρ_2		1	0.178	0.36	-0.9	$\rho_2=390$	$\rho_2=393.9$.0147
ρ_3			1	0.049	-0.338	$\rho_3=10$	$\rho_3=10.09$.0003
h_1				1	-0.419	$h_1=10$	$h_1=9.99$.0004
h_2					1	$h_2=250$	$h_2=250$.0029

Les vecteurs propres et les valeurs propres de la matrice du système sont montrés aux figures (6.16, 6.17). Les tableaux des valeurs relativement à ces figures sont successivement (XV, XVI), où on a noté les vecteurs propres par e_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$).

Les vecteurs propres représentent une combinaison linéaire orthogonale des paramètres du modèle. Ces vecteurs propres associés aux plus grandes valeurs propres sont les combinaisons des paramètres qui ont le plus grand effet sur la courbe ρ_a ; par conséquent, ces combinaisons sont bien déterminées par les données. Les vecteurs propres associés aux plus petites valeurs propres sont les combinaisons des paramètres qui affectent très peu la courbe de ρ_a et qui sont faiblement déterminés par les données.

Sur la figure 6.17, il y a trois valeurs propres relativement grandes et les autres valeurs propres restantes sont plus petites. Les vecteurs propres des trois grandes valeurs propres ont des éléments dans les positions ρ_1 , h_1 et ρ_3 . Cela indique, par exemple, que si la résistivité et l'épaisseur de la première couche sont augmentées, ou diminuées, la courbe de ρ_a de la figure 6.15 changera rigoureusement et rapportera, en conséquence, un ajustement faible aux données. De plus, le coefficient de corrélation positif entre ρ_1 et h_1 est +0.95; en d'autres termes, le rapport h_1 / ρ_1 est la combinaison de ces paramètres qui affecte la courbe ρ_a au maximum.

Aussi, sachant que le coefficient de corrélation négatif entre ρ_2 et h_2 est -0.9; cela indique que seulement le produit $h_2 \times \rho_2$ affecte la réponse du modèle.

Tableau XV

Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C) sans pondération (modèle #2)

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
0.0258	-0.0121	0.4527	-0.1838	0.0462
0.0265	-0.0117	0.4460	-0.1819	0.0428
0.0289	-0.0101	0.4233	-0.1757	0.0310
0.0334	-0.0072	0.3819	-0.1644	0.0090
0.0440	-0.0008	0.2944	-0.1415	-0.0393
0.0671	0.0115	0.1433	-0.1057	-0.1319
0.1000	0.0252	0.0172	-0.0868	-0.2328
0.1815	0.0493	-0.0612	-0.1230	-0.3706
0.2304	0.0622	-0.0805	-0.1534	-0.4065
0.3371	0.0867	-0.1186	-0.2121	-0.3532
0.4429	0.0879	-0.1305	-0.2053	0.0123
0.4564	0.0454	-0.0788	-0.0769	0.2725
0.4348	-0.0025	-0.0180	0.0604	0.3382
0.3500	-0.1164	0.1156	0.3492	0.2048
0.2515	-0.2224	0.2119	0.5465	-0.0842
0.0364	-0.3830	0.1445	0.3448	-0.4774
0.0014	-0.3416	-0.0438	-0.0876	-0.0577
0.0009	-0.3200	-0.0684	-0.1434	0.0382
0.0010	-0.3077	-0.0712	-0.1499	0.0596
0.0010	-0.3012	-0.0708	-0.1491	0.0639
0.0010	-0.3008	-0.0708	-0.1490	0.0641
0.0010	-0.3004	-0.0707	-0.1490	0.0643
0.0010	-0.3003	-0.0707	-0.1489	0.0644
0.0010	-0.3002	-0.0707	-0.1489	0.0644

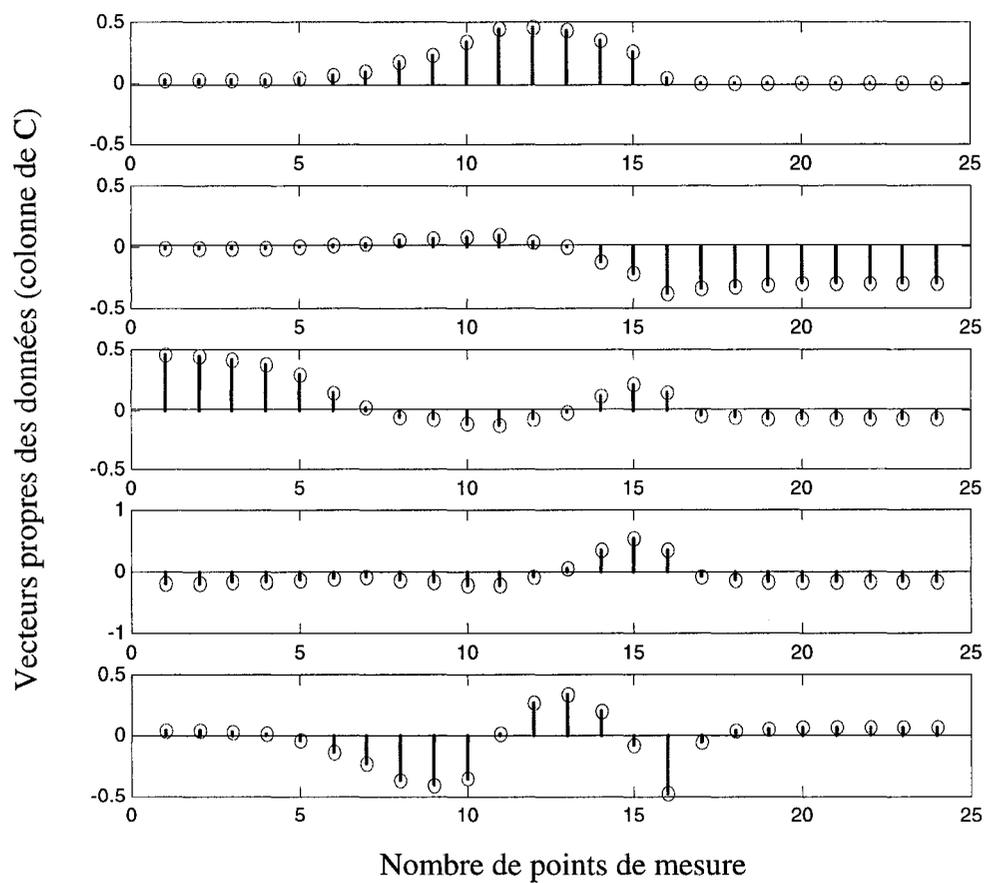


Figure 6.16 Calcul des vecteurs propres des données (colonne de C)

Tableau XVI

Calcul de la matrice B sans pondération (modèle #2)

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
0.7177	-0.0399	0.6835	-0.1270	0.0026
0.0095	-0.0164	0.0179	0.1756	0.9841
0.0284	-0.9885	-0.1067	-0.1029	0.0036
-0.6953	-0.0855	0.7062	-0.1023	0.0107
0.0221	-0.1167	0.1501	0.9654	-0.1771

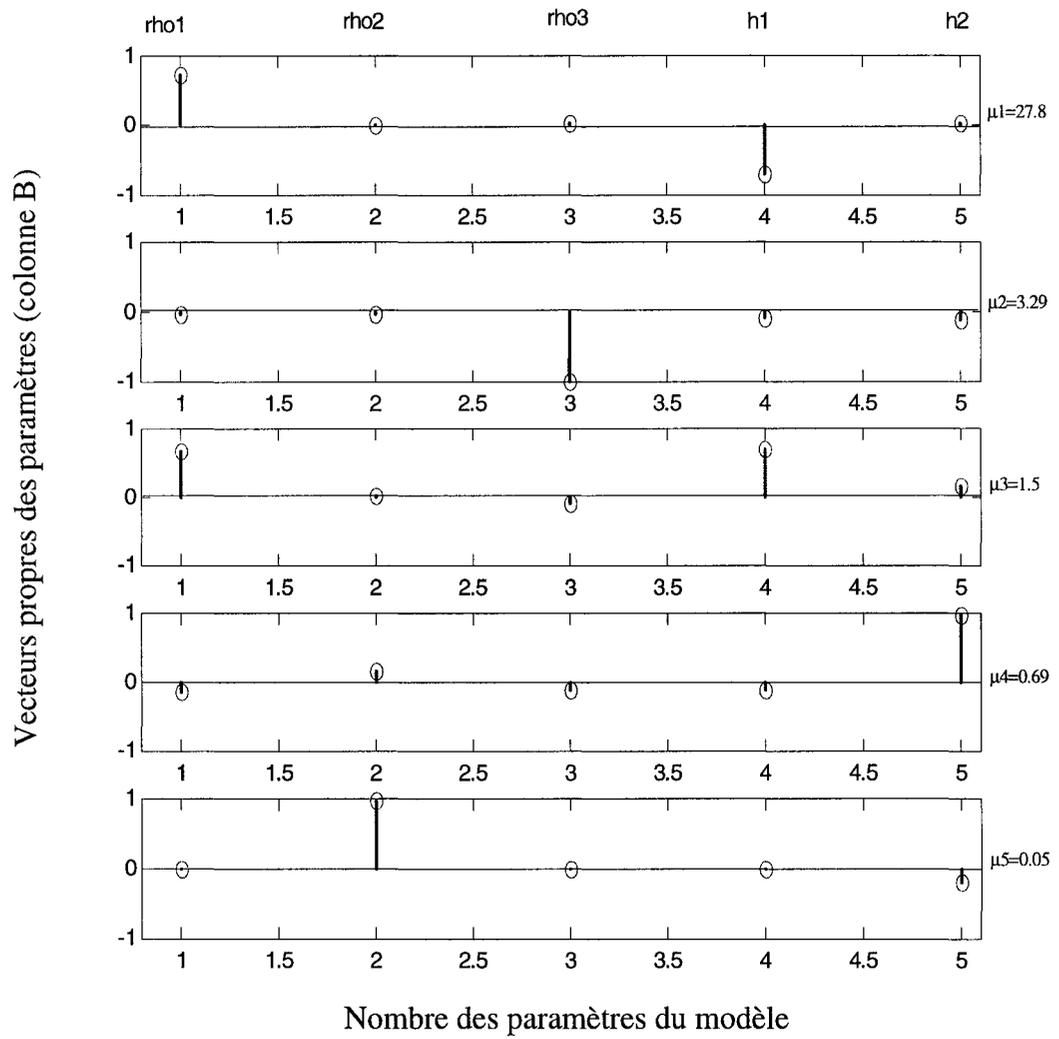


Figure 6.17 Calcul des vecteurs et valeurs propres des paramètres (colonne de B)

De cette analyse des vecteurs propres, nous remarquons qu'il y a un éventail de résistivités et d'épaisseurs d'une couche très résistive qui rapportera les courbes de ρ_a presque identiques aussi longtemps que le rapport épaisseur-résistivité ne change pas beaucoup. Pour une couche très conductrice, il y a un intervalle étendu des résistivités et des épaisseurs qui rapportent presque la même courbe ρ_a tant que le produit résistivité-épaisseur est relativement constant.

Ainsi, il est difficile de résoudre les paramètres d'une couche fortement résistive ou fortement conductrice. La matrice de corrélation doit être considérée dans n'importe quelle interprétation des écarts type donnés par l'équation (83).

CHAPITRE 7

UNE NOUVELLE MÉTHODE POUR LE CALCUL RAPIDE DE LA RÉSISTIVITÉ APPARENTE POUR UN SOL À N-COUCHES

7.1 Introduction

La conception des lignes de transmission et les sous-stations de puissance exige la prédiction de la résistance d'électrode de terre. Dans la plupart des situations, cette prédiction est une tâche difficile, parce que la terre est un milieu qui contient beaucoup de couches de différentes résistivités.

La conductivité du sol peut changer d'une saison à l'autre et la profondeur de chaque couche est habituellement inconnue. Ce qui occasionne des difficultés sérieuses pour déterminer la résistance de mise à la terre d'une électrode.

Même si les paramètres du sol sont connus. L'utilisation des méthodes classiques afin de déterminer la résistance de terre prend toujours des efforts étendus d'analyse et de calcul. Ce chapitre présente une nouvelle méthode qui aide à éviter les difficultés mentionnées ci haut.

Des courbes de résistivité apparente pour la configuration de Schlumberger ou de Wenner, peuvent facilement être calculées à partir de la distribution de potentiel électrique due à un pôle à la surface d'un milieu à stratification horizontale. Ainsi, la distribution de potentiel est le problème fondamental. Des solutions pour ce problème peuvent être subdivisées en deux groupes :

- 1 - Celles obtenues à partir de l'expression mathématique pour la distribution de potentiel comme présenté en [2].

2 - Celles se servant d'un nombre infini d'images [16] à diverses profondeurs au-dessous de la surface d'un sol homogène. Ils produisent la même distribution de potentiel à la surface du sol.

La nouvelle méthode est inspirée de l'expression de Stefanescu pour la distribution de potentiel à la surface du sol.

7.2 Considérations analytiques

L'expression de la distribution de potentiel [2] due à un point source de courant I au point $(r,0)$ à la surface d'un modèle de sol formé de plusieurs couches horizontales (chaque couche est considérée homogène et isotrope) est:

$$V(r,0) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2F(r) \right] \quad (88)$$

$$F(r) = \int_0^{\infty} \Theta_1(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (89)$$

où

$V(r,0)$: Distribution de potentiel à la surface

ρ_1 : Résistivité de la première couche du sol

I : Courant injecté.

r : Distance à partir de l'électrode d'injection de courant.

$J_0(\lambda r)$: Fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro.

$\Theta_1(\lambda)$: Fonction déterminée par les conditions au frontière à la surface de séparation entre différentes couches et dépend de la profondeur et de la résistivité de chaque couche.

λ : Cette variable a pour dimension l'inverse de la distance.

La figure 7.1 illustre un modèle du sol à n-couches avec la configuration de Schlumberger.

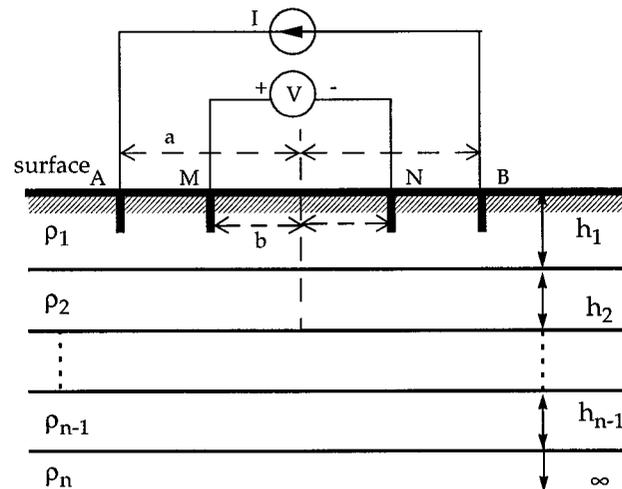


Figure 7.1 Modèle du sol à n-couches avec la configuration de Schlumberger

La distribution de potentiel due au courant injecté à la surface d'un modèle de sol multicouches est la différence de potentiel entre deux points qui sont équidistants par rapport à l'origine de la ligne entre les électrodes de courant :

$$V_M = V_{MA} - V_{MB}$$

$$V_N = V_{NA} - V_{NB}$$

$$\Delta V = V_M - V_N$$

où V_{MA} et V_{MB} sont les potentiels mesurés au point M dus au courant dans les électrodes A et B respectivement.

$$V_M = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r_{MA}} - \frac{1}{r_{MB}} + 2(F(r_{MA}) - F(r_{MB})) \right] \quad (90)$$

Étant donné que le système est symétrique, le potentiel au point N aura la même valeur de potentiel avec un signe opposé qu'au point M, et la différence de potentiel entre M et N serait :

$$\Delta V = 2V_M$$

ou encore:

$$\Delta V = \frac{2I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r_{MA}} - \frac{1}{r_{MB}} + 2(F(r_{MA}) - F(r_{MB})) \right] \quad (91)$$

où

$$F(r_{MA}) - F(r_{MB}) = \int_0^{\infty} \Theta_1(\lambda) \Delta J_0(\lambda, r_{MA}, r_{MB}) d\lambda \quad (92)$$

et

$$\Delta J_0(\lambda, r_{MA}, r_{MB}) = J_0(\lambda r_{MA}) - J_0(\lambda r_{MB}) \quad (93)$$

Résistivité apparente par l'arrangement de Schlumberger

Le calcul de la résistivité apparente par la méthode de Schlumberger telle qu'illustrée à la figure 7.1 est donnée par les équations suivantes :

$$r_{MA} = a - b$$

$$r_{MB} = a + b$$

$$\rho_{aS}(a, b) = \frac{\pi \Delta V (a^2 - b^2)}{2I b} \quad (94)$$

ou encore :

$$\rho_{aS}(a, b) = \rho_1 [1 + U(F(a - b) - F(a + b))] \quad (95)$$

où

$$U = \frac{a^2 - b^2}{b}$$

a : représente la moitié de la distance entre deux électrodes de courant.

b : représente la moitié de la distance entre deux électrodes de tension.

L'indice S ainsi que W dans le symbole de résistivité apparente signifie le type de l'arrangement auquel la quantité est référée.

Résistivité apparente par l'arrangement de Wenner

On a :

$$r_{MA} = c$$

$$r_{MB} = 2c$$

$$\rho_{aW}(c) = \frac{2\pi c}{I} \Delta V \quad (96)$$

$$\rho_{aW}(c) = \rho_1 [1 + 4c(F(c) - F(2c))] \quad (97)$$

où c est la distance entre deux électrodes.

L'évaluation numérique de la résistivité apparente est difficile à cause du calcul de l'intégrale suivante :

$$\int_0^{\infty} \Theta_1(\lambda)(\Delta J_0(\lambda, a, b)) d\lambda \quad (98)$$

Quelques méthodes d'approximation de $\Theta_1(\lambda)$ ont été développées par [3] et [19] afin de permettre l'intégration analytique de l'équation (98). D'autres méthodes sont basées soit sur l'intégration numérique directe [14] soit sur le calcul de la résistivité apparente utilisant la méthode des images électrostatiques [16].

7.3 La Méthode proposée

L'expression mathématique de la fonction $\Theta_1(\lambda)$ pour un modèle de sol à deux couches est donnée par l'équation suivante :

$$\Theta_1(\lambda) = \frac{k_1 e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}} \quad (99)$$

$$k_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (100)$$

La fonction $\Theta_1(\lambda)$ peut être remplacée sous certaines conditions, par une série convergente à termes infinies.

$$\Theta_1(\lambda) = k_1 e^{-2\lambda h_1} + k_1^2 e^{-4\lambda h_1} + \dots + k_1^p e^{-2p\lambda h_1} + \dots$$

ou bien

$$\Theta_1(\lambda) = \sum_{i=1}^{\infty} [k_1 e^{-2\lambda h_1}]^i \quad (101)$$

Cette série converge seulement si $|k_1 e^{-2\lambda h_1}| < 1$, et la convergence est plus rapide lorsque $k_1 e^{-2\lambda h_1}$ tend vers 0.

Substituant (101) dans (92) et ensuite dans (91), l'expression de l'équation (95) pour la résistivité apparente utilisant la configuration de Schlumberger peut être établie comme suit :

$$\rho_{2aS}(a,b) = \rho_1 \left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} k_1^i G(a,b,h_1,i) \right] \quad (102)$$

où

$$G(a,b,h_1,i) = U \left[\frac{1}{\sqrt{(2h_1 i)^2 + (a-b)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(2h_1 i)^2 + (a+b)^2}} \right] \quad (103)$$

Dans la théorie des circuits électriques, si les résistances dans un circuit sont connectées en série, elles peuvent être groupées ainsi la résistance équivalente du circuit peut être calculée. La même procédure peut être utilisée dans un modèle de sol multicouches. Il peut être subdivisé en plusieurs modèles à deux couches. Ainsi la résistivité apparente peut être calculée par la procédure suivante :

Procédure pour la première méthode

- 1- Calculer la résistivité apparente des deux dernières couches du modèle (n et n-1).
- 2- Pour calculer la résistivité apparente des couches ρ_{n-2} , ρ_{n-1} et ρ_n du modèle original, la résistivité apparente des deux dernières couches est calculée dans

l'étape précédente et la profondeur est considérée égale à l'infini. Ensuite, la nouvelle valeur de la résistivité apparente des deux dernières couches est considérée comme la résistivité de la deuxième couche d'un modèle de sol à deux couches dont la résistivité de la première couche est représentée par ρ_{n-2} et sa profondeur par h_{n-2} . La résistivité équivalente est identique à celle calculée pour un sol à trois couches par les expressions (100) et (102).

- 3- Pour calculer la résistivité apparente du modèle au complet, la procédure de l'étape précédente se répète en montant de bas vers le haut jusqu'à ce que la couche en contact avec l'air sera incluse dans le calcul.

Ainsi, cette méthode peut être représentée par l'expression récursive suivante pour les valeurs de ($j = n-1, n-2, n-3, \dots, 2, 1$) :

$$\rho_{jaS}(a,b) = \rho_j \left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} k_j^i G(a,b,h_j,i) \right] \quad (104)$$

$$k_j = \frac{\rho_{(j+1)aS} - \rho_j}{\rho_{(j+1)aS} + \rho_j} \quad (105)$$

$$\rho_{naS} = \rho_n \quad (106)$$

Procédure pour la deuxième méthode

La même procédure que la première est utilisée. Mais au lieu de commencer de la nth couche vers la première couche, celle ci commence de la première couche en contact avec l'air vers la dernière.

Cette méthode peut être représentée par l'expression récursive suivante pour les valeurs de (j=2, 3, 4, ..., n) :

$$\rho_{jaS}(a,b) = \rho_{(j-1)aS} \left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} k_{j-1}^i G(a,b,d_j,i) \right] \quad (107)$$

où:

$$k_{j-1} = \frac{\rho_j - \rho_{(j-1)aS}}{\rho_j + \rho_{(j-1)aS}}$$

$$d_j = \sum_{n=1}^{j-1} h_n \quad (108)$$

$$\rho_{1aS} = \rho_1 \quad (109)$$

7.4 Préparation de la courbe ρ_a pour un sol de n-couches

Les courbes de la résistivité apparente indiquées sur la figure 7.2 et 7.3 sont obtenues en utilisant les tableaux XVII et XVIII [14].

Tableau XVII

Paramètres du sol dans le cas où $k = +0.9$

Épaisseur (m): h (5.0, 10.0, 20.0, 40.0, 80.0) Résistivité (Ω -m):						Type de courbes dans la Fig. 7.2
ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6	
10	190					2H
10	190	10				3H
10	190	10	190			4H
10	190	10	190	10		5H
10	190	10	190	10	190	6H

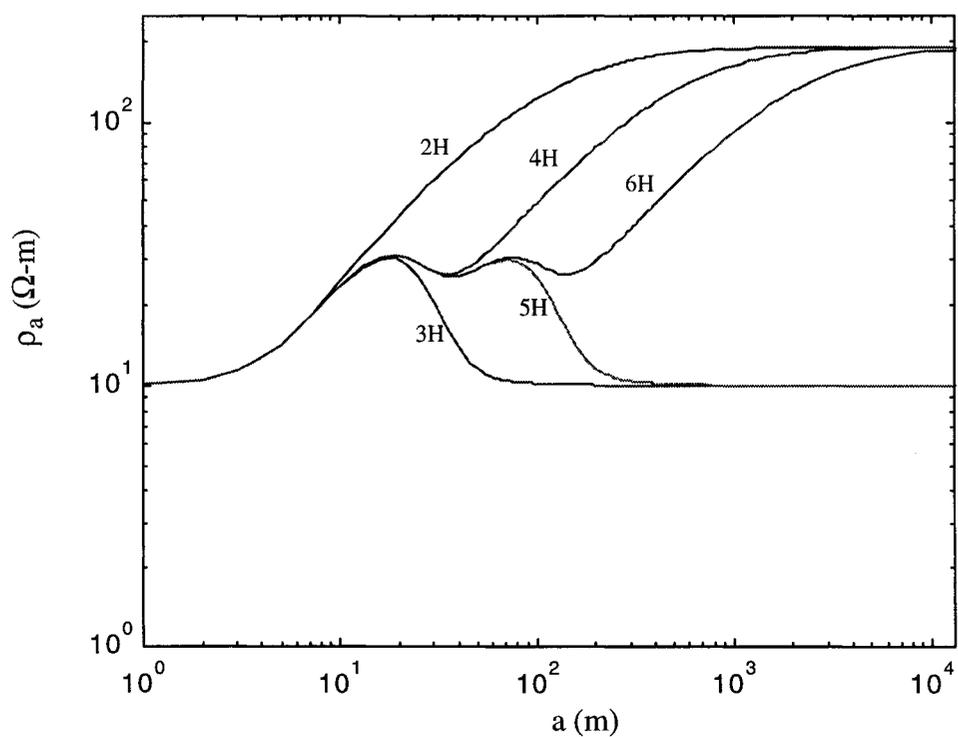
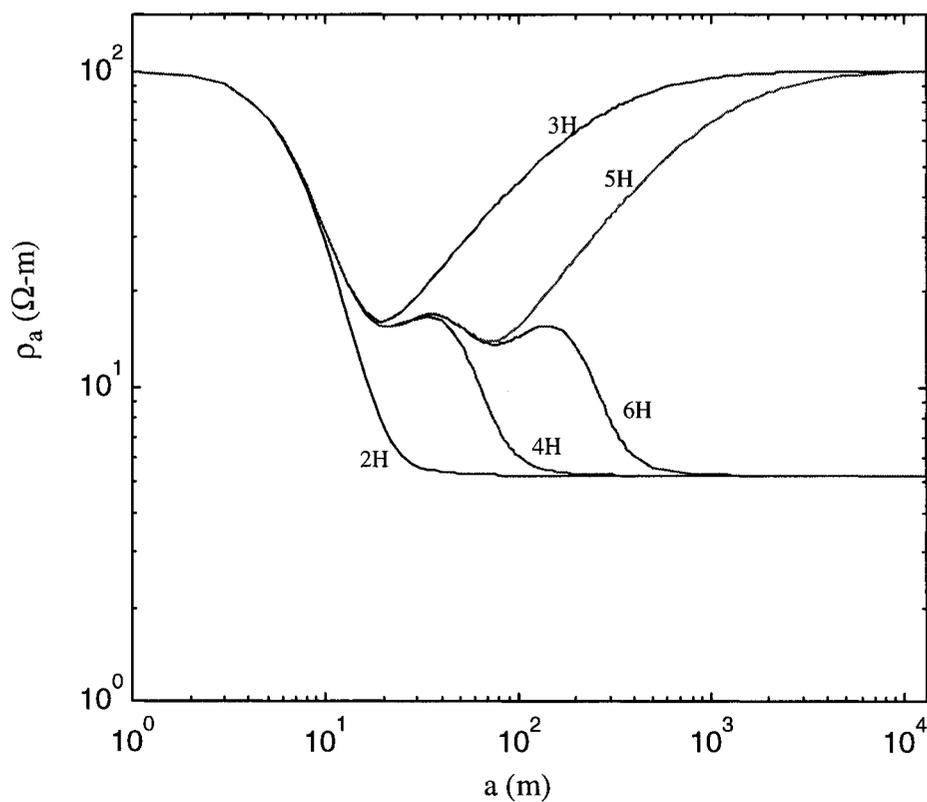
Figure 7.2 Les courbes de résistivité apparente dans le cas où $k = +0.9$

Tableau XVIII

Paramètres du sol dans le cas où $k = -0.9$

Épaisseurs (m): h (5.0 10.0 20.0 40.0 80.0) Résistivité (Ω -m):						Type de courbes dans la Fig. 7.3
ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6	
100	5.26					2H
100	5.26	100				3H
100	5.26	100	5.26			4H
100	5.26	100	5.26	100		5H
100	5.26	100	5.26	100	5.26	6H

Figure 7.3 Les courbes de résistivité apparente dans le cas où $k = -0.9$

7.4.1 Comparaison avec la méthode d'intégration numérique

Pour tester la robustesse de la nouvelle méthode, plusieurs modèles de sol ont été sélectionnés dont la résistivité apparente a été calculée en utilisant la présente méthode et la méthode d'intégration numérique.

Les résultats de cette comparaison pour un modèle à trois, quatre et cinq couches sont présentés à la figure 7.4.

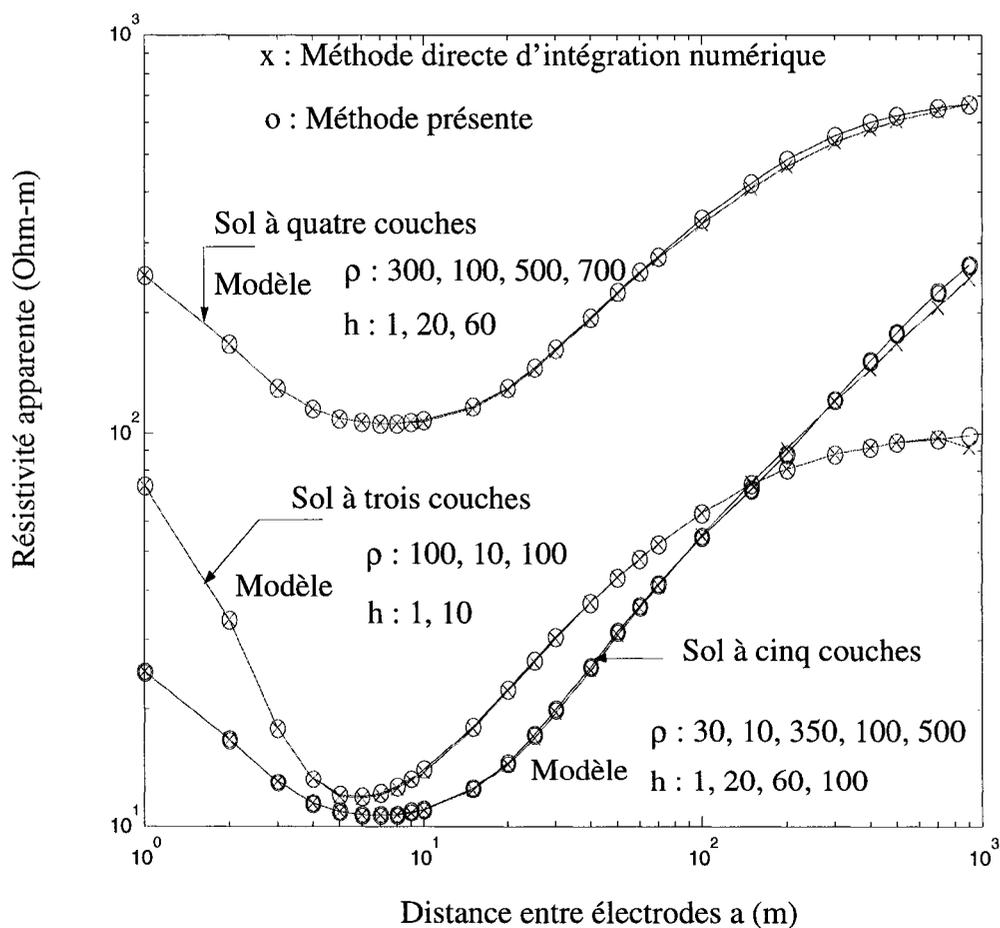


Figure 7.4 La résistivité apparente pour un modèle de sol à trois, quatre et cinq couches avec l'arrangement de Wenner

Il est à noter que le profil de la résistivité apparente calculée par la présente méthode est conforme à celui calculé par les autres méthodes.

7.5 Méthode d'inversion

Au point de départ nous avons une liste i ($i = 1, 2, \dots, nm$) de mesures de résistivité ρ_{mSi} et nm est le nombre de mesures.

Pour estimer les paramètres d'un modèle de sol multicouches à partir des mesures de résistivité, il faut minimiser la somme des carrés des écarts entre la réponse du modèle et les mesures avec le même espacement.

La fonction objective à minimiser est :

$$F = \sum_{i=1}^{nm} (\rho_{aSi} - \rho_{mSi})^2 \quad (110)$$

Méthode de Levenberg-Marquardt

La méthode de Levenberg est utilisée pour minimiser une fonction de plusieurs variables. Dans le cas d'un sol à n couches, il s'agit de trouver les valeurs de $X = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n, h_1, h_2, \dots, h_{n-1})^T$ minimisant la fonction F qui est à déterminer. Le gradient de F est égal à zéro en un point de minimum absolu. Finalement, la méthode de Levenberg consiste à calculer itérativement le gradient de F en ajustant X à partir de la matrice Jacobienne de façon à réduire les valeurs du gradient :

Le gradient de F peut être évalué au point $X + \Delta X$ [17].

$$\nabla F(X + \Delta X) = 2J^T(\rho_{aS}(X + \Delta X) - \rho_{mS}) \quad (111)$$

où :

$$\rho_{aS} = (\rho_{aS1}, \rho_{aS2}, \dots, \rho_{aSnm})^T \quad (112)$$

$$\rho_{mS} = (\rho_{mS1}, \rho_{mS2}, \dots, \rho_{mSnm})^T \quad (113)$$

$$J_{i,j} = \frac{\partial \rho_{aS_i}}{\partial X_j} \quad i=1, \dots, nm \text{ et } j=1, \dots, (2n-1) \quad (114)$$

J est la matrice jacobienne avec les dérivées partielles de différents poids pour chaque paramètre. La résistivité apparente peut être exprimée au voisinage de X comme suit :

$$\rho_{aS}(X + \Delta X) = \rho_{aS}(X) + J\Delta X \quad (115)$$

En substituant l'expression (115) dans (111), on peut écrire :

$$J^T J \Delta X + J^T (\rho_{aS}(X) - \rho_{mS}) = 0 \quad (116)$$

Lorsque $(J^T J)$ est presque singulière, la différence moyenne entre les valeurs estimées et réelles de ΔX devient très grande. Ce qui peut causer un problème d'itération. La méthode de la régression rigide tend à réduire cette différence pendant le processus d'itération en amortissant les termes diagonaux de $(J^T J)$. L'expression de ΔX_{RR} estimée par la méthode de régression rigide est la suivante :

$$\Delta X_{RR} = (J^T J + \alpha I)^{-1} J^T (\rho_{aS}(X) - \rho_{mS}) \quad (117)$$

où I est la matrice identité; $\alpha \geq 0$

7.6 Les composantes de la matrice Jacobienne (J)

Dans le but d'obtenir une relation réursive pour les dérivées partielles l'équation (107) est dérivée :

$$\frac{\partial \rho_{1aS}}{\partial \rho_1} = 1$$

et

$$\frac{\partial k_1}{\partial \rho_1} = \frac{-2\rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} \quad (118)$$

On prend ces expressions pour $j = 2, 3, \dots, n$; alors l'application réursive donnent les dérivées partielles de $\rho_{aS} = \rho_{naS}$.

$$\frac{\partial k_{j-1}}{\partial \rho_j} = \frac{2\rho_{(j-1)aS}}{(\rho_j + \rho_{(j-1)aS})^2} \quad (119)$$

$$\frac{\partial k_{j-1}}{\partial \rho_{(j-1)aS}} = \frac{-2\rho_j}{(\rho_j + \rho_{(j-1)aS})^2} \quad (120)$$

On pose $G(a,b,d_j,i) = G_i$ ainsi on a :

$$\frac{\partial \rho_{jaS}}{\partial \rho_j} = \rho_{(j-1)aS} \sum_{i=1}^{+\infty} i k_{j-1}^{i-1} G_i \frac{\partial k_{j-1}}{\partial \rho_j} \quad (121)$$

$$\frac{\partial G_i}{\partial h_{j-1}} = 4U d_j i^2 \left(\frac{1}{B^3} - \frac{1}{A^3} \right) \quad (122)$$

$$A = \sqrt{(2d_j i)^2 + (a-b)^2}$$

$$B = \sqrt{(2d_j i)^2 + (a+b)^2}$$

$$\frac{\partial \rho_{jaS}}{\partial h_{j-1}} = \rho_{(j-1)aS} \sum_{i=1}^{+\infty} k_{j-1}^i \frac{\partial G_i}{\partial h_{j-1}} \quad (123)$$

pour $k=1, 2, \dots, j-1$, on obtient :

$$\frac{\partial k_{j-1}}{\partial \rho_k} = \frac{-2\rho_j \cdot \frac{\partial \rho_{(j-1)aS}}{\partial \rho_k}}{(\rho_j + \rho_{(j-1)aS})^2} \quad (124)$$

$$W = \sum_{i=1}^{+\infty} k_{j-1}^i G_i(a,b,d_j,i) \quad (125)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \rho_k} = \sum_{i=1}^{+\infty} i k_{j-1}^{i-1} G_i \frac{\partial k_{j-1}}{\partial \rho_k} \quad (126)$$

$$\frac{\partial \rho_{jaS}}{\partial \rho_k} = \frac{\partial \rho_{(j-1)aS}}{\partial \rho_k} W + \rho_{(j-1)aS} \cdot \frac{\partial W}{\partial \rho_k} \quad (127)$$

$$\frac{\partial k_{j-1}}{\partial h_k} = \frac{-2\rho_j \cdot \frac{\partial \rho_{(j-1)aS}}{\partial h_k}}{(\rho_j + \rho_{(j-1)aS})^2} \quad (128)$$

$$Q = \sum_{i=1}^{+\infty} \left(i k_{j-1}^{i-1} G_i \left(\frac{\partial k_{j-1}}{\partial h_k} \right) + k_{j-1}^i \frac{\partial G_i}{\partial h_k} \right) \quad (129)$$

$$\frac{\partial \rho_{jaS}}{\partial h_k} = \frac{\partial \rho_{(j-1)aS}}{\partial h_k} \cdot W + \rho_{(j-1)aS} \cdot Q \quad (130)$$

7.7 Exemple d'interprétation des mesures

Un modèle à deux couches

L'interprétation des mesures de résistivité est analysée pour un modèle d'un sol à deux couches [12]. Le tableau XIX indique les valeurs mesurées et calculées de la résistivité apparente, ainsi que leurs erreurs relatives et absolues.

La figure 7.5 illustre les valeurs calculées et mesurées de la résistivité apparente. Elle montre qu'il y a une bonne concordance entre les deux.

Table XIX
Résultats de simulation

résistivité mesurée ρ_m	résistivité calculée ρ_c	$\rho_m - \rho_c$	$(\rho_m - \rho_c)/\rho_m$ en %
32.2	29.5738	0.6262	2.1175
29.7	29.5282	0.1718	0.5818
30.0	29.4539	0.5461	1.8539
29.0	29.3456	-0.3456	-1.1777
28.9	29.1988	-0.2988	-1.0234
28.8	29.0104	-0.2104	-0.7253
28.8	28.7783	0.0217	0.0754
27.6	28.5016	-0.9016	-3.1634
27.4	28.1805	-0.7805	-2.7697
28.2	27.8162	0.3838	1.3798
27	25.9770	1.0230	3.9381
24	23.7048	0.2952	1.2453
18.9	20.0479	-1.479	-5.7259
17.5	16.6701	0.8299	4.9784
13.0	13.0998	-0.0998	-0.7619
10.0	10.1488	-0.1669	-1.4661
7.8	7.9669	-0.1669	-2.0955
7.10	6.8907	0.2093	3.0369

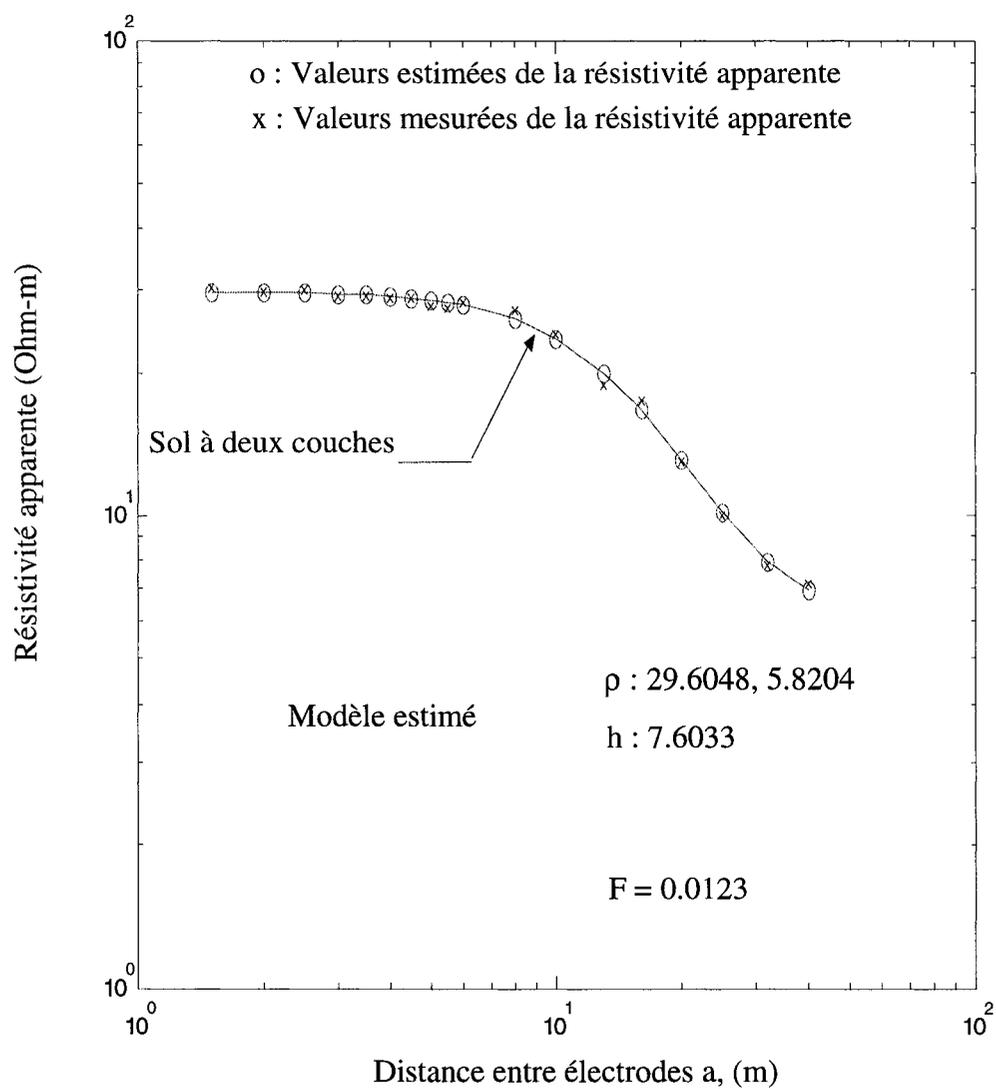


Figure 7.5 Interprétation des mesures de la résistivité, Alamo [12]

Un modèle à trois couches

L'interprétation des mesures de résistivité est analysée pour un modèle d'un sol à trois couches par la configuration de Schlumberger [16]. Ces mesures sont présentées au tableau IV. La figure 7.6 illustre les valeurs calculées et mesurées de la résistivité apparente, elle montre une bonne similitude entre elles.

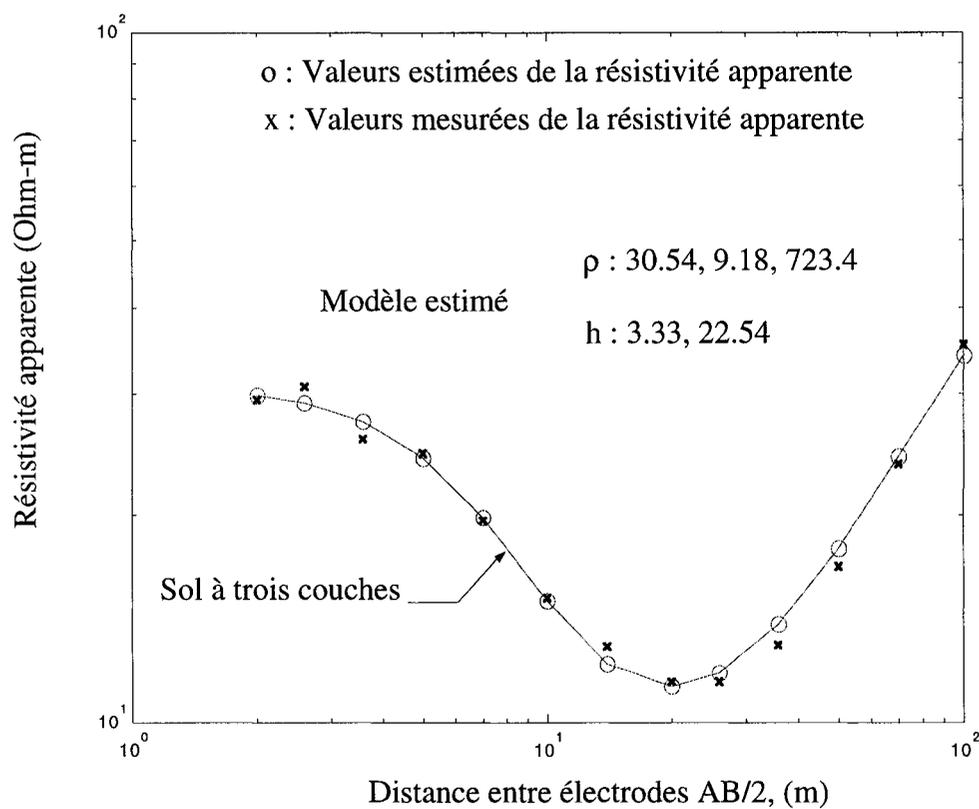


Figure 7.6 Interprétation des mesures de la résistivité prise au site du Bryson

Deux modèles à quatre couches

La figure 7.7 montre la courbe théorique correspondante au modèle suivant: X(100, 500, 10, 200, 2, 15, 30). L'analyse de ce modèle à quatre couches par le traitement numérique a abouti à un meilleur résultat pour l'identification des courbes théoriques.

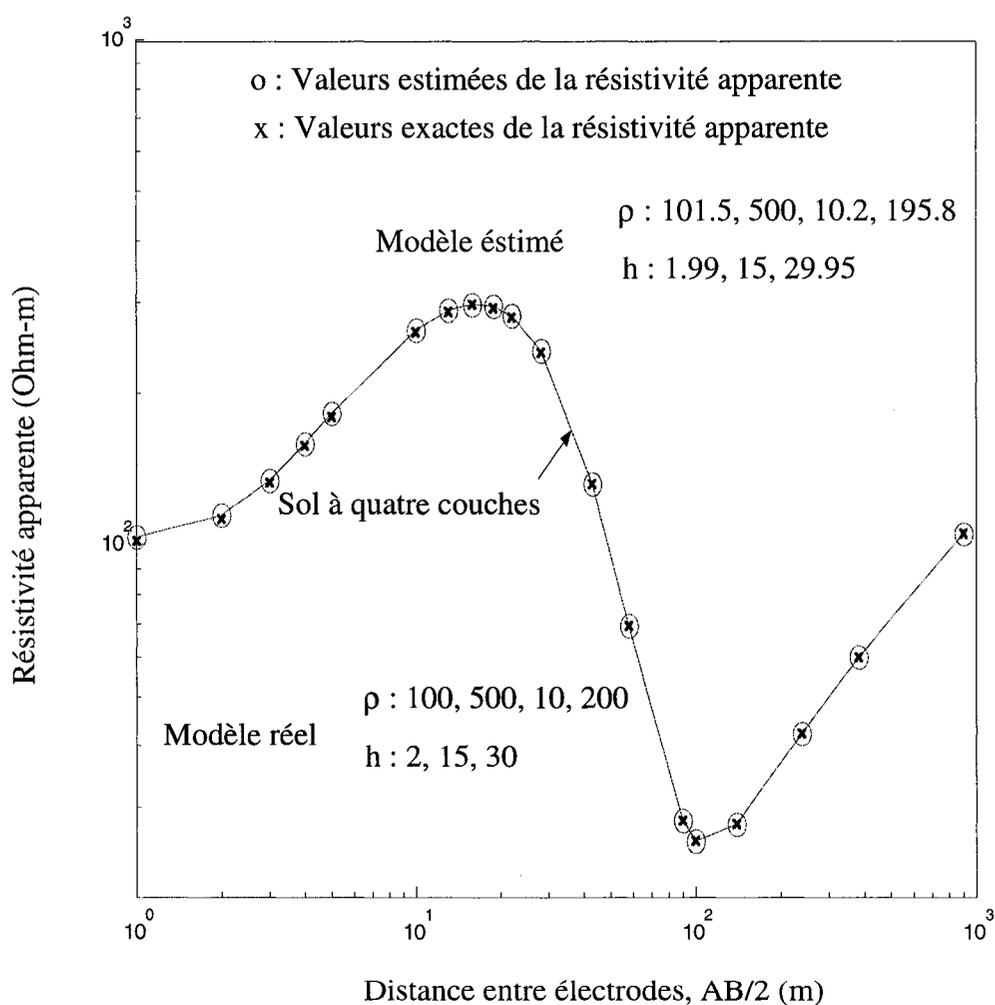


Figure 7.7 Interprétation des données théoriques de la configuration de Schlumberger pour un modèle de sol à quatre couches

Le dernier exemple est un ensemble de mesures de Schlumberger prises au Nord-Est de Brésil représentées dans la référence [18] et indiquées dans le tableau XX. La figure 7.8 montre une meilleure interprétation des mesures effectuées sur le champ. Ainsi une solution optimale est obtenue par l'utilisation de la régression rigide.

Tableau XX

Site de mesures au Nord-est de Brésil

AB/2 (m)	MN/2 (m)	ρ_m (Ω -m)
1	0.5	67.7
1.5	0.5	68.7
2	0.5	69.3
3	0.5	70.8
5	0.5	72.8
7	0.5	73.9
10	0.5	76.1
20	0.5	66.8
30	0.5	61.2
40	0.5	55.3
50	0.5	48.6
70	0.5	44.5
100	0.5	43.9
150	0.5	51.5
200	0.5	68.7
300	0.5	109.2

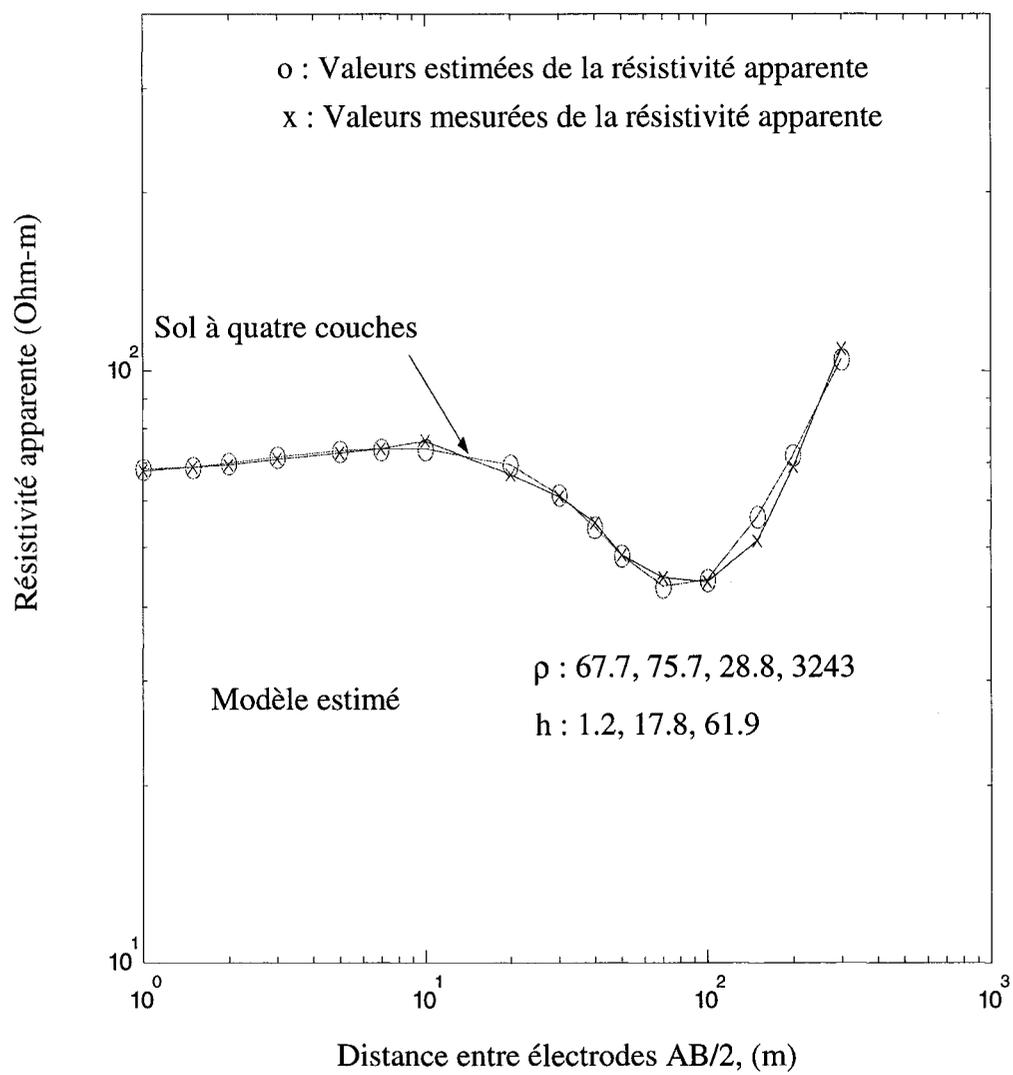


Figure 7.8 Interprétation des mesures de Schlumberger prises au nord-est de Brésil

En résumé, dans l'ensemble des modèles utilisés, une très bonne convergence du programme est obtenue. Ce qui permet l'ajustement entre les mesures et la réponse du modèle.

Une meilleure interprétation des mesures de résistivité, une grande réduction des écarts entre les valeurs mesurées et calculées et une augmentation importante de la précision permet de confirmer avec exactitude la validité des modèles par cette méthode.

CONCLUSION

Ce projet est destiné aux concepteurs de mise à la terre qui doivent déterminer la distribution des résistivités du sol et du sous-sol pour sélectionner les meilleurs sites de mise à la terre des lignes de transport ou des postes de transformation. Il traite des aspects théoriques de la méthode de résistivité électrique, de sa mise en oeuvre, des techniques d'interprétation et des limitations.

En premier lieu, nous avons identifié l'expression théorique du transformé de la résistivité " T_a ". Par la théorie des filtres linéaires, nous avons calculé les coefficients du filtre permettant l'obtention des valeurs expérimentales du transformé " T_m ". De plus, nous avons développé l'algorithme pour le calcul récursif de T_a et ses dérivés partielles.

Nous avons aussi décrit le principe de la méthode de Marquardt permettant de minimiser la somme des carrés des écarts entre la réponse du modèle et les mesures. Les principes présentés précédemment sont appliqués pour le développement d'un algorithme principal afin d'obtenir une meilleure estimation des paramètres du sol à n couches.

L'analyse de ces mesures par notre méthode qui est basée sur la théorie des filtres linéaires montre une meilleure similitude entre les calculs théoriques du modèle et les mesures prises au chantier.

Nous avons aussi inclu la pondération des mesures et une analyse approfondie des paramètres statistiques ainsi que les valeurs et les vecteurs propres associés. Ceci nous permet de confirmer l'utilité de cette analyse afin de bien déterminer les paramètres du modèle estimés et leur corrélation.

Par la suite, nous avons développé une nouvelle méthode récursive de la résistivité apparente des sols à n-couches pour la configuration de Wenner et Schlumberger.

Le calcul de la résistivité apparente est devenu plus facile en utilisant la nouvelle méthode. La comparaison entre la nouvelle méthode et la méthode directe d'intégration numérique a montré qu'elles donnent des résultats similaires. On a constaté également que la nouvelle méthode est beaucoup plus précise en terme de calcul.

L'interprétation des mesures de résistivité a été effectuée, avec un processus d'itération qui n'exige aucune condition sur le point de départ et avec lequel le minimum optimal est obtenu.

La méthode proposée peut être considérée comme un outil efficace pour:

- Déterminer la distribution du potentiel à la surface du sol à plusieurs couches,
- L'évaluation de la résistivité apparente en surface.

Cette méthode a aussi l'avantage d'être rapide, économique et facile. Ce qui justifie éventuellement son utilisation dans la modélisation des sols à n couches.

RECOMMANDATIONS

Nous avons abordé dans cette thèse une partie du domaine de mise à la terre qui est l'interprétation de certains paramètres du sol. Ce domaine est complexe et vaste, cela nécessite qu'on lui consacre le plus de recherches possibles.

Nous sommes convaincus qu'une étude systématique de l'influence de nombreux paramètres qui interviennent durant les interactions entre un réseau d'énergie et le sol permettrait à l'ingénieur spécialisé d'avoir les documents nécessaires pour juger rapidement la tendance du comportement de son réseau dans des cas bien spécifiés.

En effet, nous suggérons les travaux suivants :

- Déterminer la réponse de mise à la terre des postes typiques et des lignes de transmission pour un sol à plusieurs couches.
- Calculer l'impédance d'un système de mise à la terre d'une ligne de transmission d'énergie à haute tension dans un sol à plusieurs couches en tenant compte de la présence de la mer.
- Déterminer la distribution du potentiel électrique en surface du sol pour des modèles de sol combinés en couches parallèles et en couches verticales.
- Calculer la résistivité apparente du sol à n couches par la méthode des éléments finis ou avec d'autres méthodes qui peuvent être plus précises.
- Finalement pousser la théorie pour étudier les modèles de sol réels à plusieurs couches.

Cependant, la méthode présentée à la fin de cette thèse peut s'adapter à d'autres domaines en y intégrant des modifications adéquates. Le calcul des champs électromagnétiques se propageant dans plusieurs milieux à caractéristiques différentes en est un exemple.

ANNEXE 1

Étude analytique pour le modèle de sol à deux couches

À partir de l'équation (17) on obtient :

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} A_1(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} B_1(\lambda) J_0(\lambda r) e^{\lambda z} d\lambda \right] \quad (1.1)$$

$$V_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} A_2(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} B_2(\lambda) J_0(\lambda r) e^{\lambda z} d\lambda \right] \quad (1.2)$$

V_1 représente la distribution de potentiel dans la première couche

V_2 représente la distribution de potentiel dans la deuxième couche

De plus on sait que :

$$\frac{1}{r} = \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda \quad (1.3)$$

On utilise les conditions aux limites pour déterminer $A_1(\lambda)$, $A_2(\lambda)$, $B_1(\lambda)$ et $B_2(\lambda)$.

La continuité du courant et du potentiel aux frontières s'écrivent :

La condition $\frac{\partial V_1}{\partial z} = 0$ à la surface $z = 0$ entraîne l'expression (1.4).

$$\frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} (-A_1(\lambda) + B_1(\lambda)) \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \right] = 0 \quad (1.4)$$

Ceci implique l'égalité suivante :

$$A_1(\lambda) = B_1(\lambda)$$

La condition $V_2 = 0$ lorsque z devient infini, nous impose $B_2(\lambda) = 0$. Ainsi des expressions (1.1) et (1.2) on déduit les expressions (1.5) et (1.6) ci-après.

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} A_1(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} A_1(\lambda) J_0(\lambda r) e^{\lambda z} d\lambda \right] \quad (1.5)$$

$$V_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} A_2(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda \right] \quad (1.6)$$

La condition $V_1 = V_2$ à $z = h$ entraîne l'expression (1.7) et par suite (1.8).

$$A_1(\lambda) e^{-\lambda h} + A_1(\lambda) e^{\lambda h} = A_2(\lambda) e^{-\lambda h} \quad (1.7)$$

$$A_1(\lambda) (e^{-\lambda h} + e^{\lambda h}) = A_2(\lambda) e^{-\lambda h} \quad (1.8)$$

La deuxième condition $\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_2}{\partial z}$ à $z = h$ donne les équations (1.9) à (1.12).

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial z} = \frac{I}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} \{-e^{-\lambda h} - A_1(\lambda) (e^{-\lambda h} - e^{\lambda h})\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (1.9)$$

$$\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_2}{\partial z} = \frac{I \rho_1}{2\pi \rho_2} \left[\int_0^{\infty} \{-1 - A_2(\lambda)\} \lambda e^{-\lambda h} J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (1.10)$$

$$-e^{-\lambda h} - A_1(\lambda) \{e^{-\lambda h} - e^{\lambda h}\} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \{-e^{-\lambda h} - e^{-\lambda h} A_2(\lambda)\} \quad (1.11)$$

$$-e^{-2\lambda h} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right\} - A_1(\lambda) \{e^{-2\lambda h} - 1\} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-2\lambda h} A_2(\lambda) \quad (1.12)$$

Or de l'équation (1.8) on peut déduire $A_1(\lambda)$ comme indiqué par l'expression (1.13).

$$A_1(\lambda) = \frac{A_2(\lambda) e^{-2\lambda h}}{e^{-2\lambda h} + 1} \quad (1.13)$$

En substituant $A_1(\lambda)$ dans (1.12), on obtient l'équation (1.14).

$$A_2(\lambda) \left[\frac{-e^{-4\lambda h} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) + e^{-2\lambda h} \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2}\right)}{e^{-2\lambda h} + 1} \right] = e^{-2\lambda h} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right\} \quad (1.14)$$

En posant $k = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)$, un développement mathématique permet d'obtenir l'expression (1.15).

$$A_2(\lambda) = \frac{k(e^{-2\lambda h} + 1)}{1 - ke^{-2\lambda h}} \quad (1.15)$$

En remplaçant $A_2(\lambda)$ par sa valeur dans (1.13), on obtient $A_1(\lambda)$ par (1.16) et par suite (1.17).

$$A_1(\lambda) = \frac{k(e^{-2\lambda h} + 1) e^{-2\lambda h}}{1 - ke^{-2\lambda h} e^{-2\lambda h} + 1} \quad (1.16)$$

$$A_1(\lambda) = \frac{ke^{-2\lambda h}}{1 - ke^{-2\lambda h}} \quad (1.17)$$

Ainsi la distribution de potentiel V_1 devient :

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^\infty \frac{ke^{-2\lambda h} (e^{-\lambda z} + e^{\lambda z})}{1 - ke^{-2\lambda h}} J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (1.18)$$

Ce qui donne le potentiel V_1 à $z = 0$ comme indiqué par (1.19).

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) d\lambda + \int_0^\infty \frac{2ke^{-2\lambda h}}{1 - ke^{-2\lambda h}} J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (1.19)$$

La valeur de la première intégrale de (1.19) étant $1/r$, V_1 s'écrit en fonction de $A_1(\lambda)$ comme donné par l'expression (1.20).

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \int_0^\infty A_1(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (1.20)$$

La fonction $A_1(\lambda)$ peut, sous certaines conditions, être remplacée par une série infinie convergente :

$$A_1(\lambda) = ke^{-2\lambda h} + k^2 e^{-4\lambda h} + \dots + k^p e^{-2p\lambda h} + \dots$$

ou

$$A_1(\lambda) = \sum_{n=1}^{n=\infty} [ke^{-2\lambda h}]^n \quad (1.21)$$

On déduit que la seconde intégrale de (1.20) est donnée par (1.22).

$$2 \int_0^{\infty} \left(\sum_{n=1}^{n=\infty} [ke^{-2\lambda h}]^n \right) J_0(\lambda r) d\lambda = 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{k^n}{[r^2 + (2nh)^2]^{1/2}} \quad (1.22)$$

Enfin, le potentiel à la surface du sol à une distance r de la source de courant est se calcule par (1.23).

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{k^n}{[r^2 + (2nh)^2]^{1/2}} \right] \quad (1.23)$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. N. Hummel, A Theoretical Study of Apparent Resistivity on surface potential Methods. Technical Publication No 418, American Institute of Mining and Metallurgical Engineers.
- [2] S. Stefanescu et Schlumberger; Sur la distribution électrique du potentiel autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain à couches horizontales homogènes et isotropes. J. Phys. et Radium (France), 1930, Vol.1, série VII, No.4, P.1.
- [3] E. D. Sunde, Earth Conduction Effects in Transmission Systems, Dover Publications, NewYork, 1968.
- [4] Tagg G. F., Earth Resistances, George Newnes Limited, London, 1964
- [5] IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance and Earth Surface Potentials of a Ground Systems, IEEE Std. 81, 1983.
- [6] Dawalibi F., Blattner C.J., Earth Resistivity Measurement Interpretation Techniques. IEEE PAS. Feb (1984), pp 374-382.
- [7] Meliopoulos A. F., et al., Estimation of Soil Parameters from Driven Rod Measurements, IEEE PAS, No 9, (1984), pp 2579-2585.
- [8] Blatner C. J., Analysis of Soil Resistivity Test Methods in Two-Layer Earth. IEEE Transactions on PAS- 104, No. 12, (1985), pp. 3603-3608.
- [9] A. P. Meliopoulos and A. D. Papalexopoulos, Interpretation of Soil Resistivity Measurements: Expeironce with the Model SOIMP, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-1, No. 4, October 1986, pp. 142-151.
- [10] P. J Lagacé, J. L. Houle, Y. Gervais and D. Mukhedkar, Evaluations of the Voltage Distribution around Toroidal Ground Electrodes in a Two-Layer Soils, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-2, No. 3, July 1987, pp. 744-749.
- [11] Del Alamo J.L., A Second Order Gradient Technique for improved Estimation of Soil Parameters in Two-Layer Earth, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 6, No. 3, July 1991, pp 1166-1170.

- [12] Del Alamo J.L., A Comparison Among Eight Different Techniques to Achieve an Optimum Estimation of Electrical Grounding Parameters in Two-Layered Earth, *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 8, No. 4, October 1993, pp 1890-1899.
- [13] P. J Lagacé, J. L. Houle, Y. Gervais and D. Mukhedkar, Evaluations of the Voltage Distribution around Toroidal HVDC Ground Electrodes in N-Layer Soils, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 3, No. 4, October 1988, pp. 1573-1579.
- [14] Takahashi T., Kawase T., Analysis of Apparent resistivity in a Multi-Layer Earth Structure. *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 5, No. 2, April 1991, pp 604-610.
- [15] Y.L Chow, J.J. Yang, and K.D. Srivastava, Grouding Resistance of Buried Electodes in Multi-Layer Earth Predicted by Simple Voltage Measurements along Earth Surface - A Theoretical Discussion, *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 10, No. 2, April 1995, pp 707-713.
- [16] P. J Lagacé, J. Fortin, E.D. Crainic, Interpretation of Resistivity Sounding Measurements in N-Layer Soil using Electrostatic Images, *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 11, No. 3, July 1996, pp 1349-1170
- [17] D.W. Marquardt, "An Algorithm for Least Squares Estimation of Non-Linear Parameters", *Journal of the society of Industrial and Applied Mathematics*, No.11, 1963, pp.431-441.
- [18] J.R. Inman, "Resistivity Inversion with Ridge Regression", *Geophysics*, Vol. 40, 1975, pp. 798-817.
- [19] F. Dawalibi, "Sur les conditions de simulation des mises à la terre". *R.G.E.*, Tome 83, no. 3, Mars 1974, pp 170-175.
- [20] J.D. Krauss and K.R. Carver, "Electromagnetics", McGraw-Hill, New York 1973, pp. 292-425.
- [21] P. J Lagacé, J. L. Houle, Y. Gervais and D. Mukhedkar, "Computer Aided design of a Toroidal Ground Electrode in a two-Layer Soil", *IEEE/PES 1986 Transmission and Distribution conference*, Anaheim, CA, September 14-19, *IEEE PES Transaction Paper No. 86 T&D 598-7*.
- [22] F. Dawalibi and N. Barbeito, Measurements and Computations of the performance of Grounding Systems Buried in Multilayer Soils, *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 6, No. 4, October 1991, pp 1483-1490.

- [23] Dawalibi F. P., Ma J. & Southey R. D., (1993) "Behavior of Grounding Systems in Multilayer Soils: a Parametric Analysis", IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 9, No. 3, pp. 334 - 342.
- [24] Ma J., Dawalibi F. P. & Daily W. K., (1993) "Analysis of Grounding Systems in Soils with Hemispherical Layering", IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 8, No. 4, pp. 1773 - 1781.
- [25] G.A.F. Seber & C.J. Wild, Nonlinear Regression, John Wiley & Sons, USA, 1989.
- [26] Richard A. Johnson & Dean W. Wichern, Applied Multivariate Statistical Analysis, Prentice Hall 2002, USA.
- [27] Georges. S., Slaoui F., Lagacé P. J., DO, X. D. & Fortin J., "Behavior of Neutral Impedance of a Power Transmission Line in Tow Layer Soil Using Superconductive Return Plane in the Earth", The proceeding of the Fourth IEEE International Conference on Electronics, Circuits & Systems, December 1997, Cairo, Egypt, pp. 410 - 415.
- [28] Slaoui F., Georges. S., Lagacé P. J., DO X. D. & Fortin J., "Interprétation des Mesures de Résistivité dans un Sol Multicouche", Troisième Conférence Internationale sur l'Automatisation Industrielle, June 1999, Montréal, Canada.
- [29] Georges. S., Slaoui H. F., Lagacé P. J., DO X. D. & Fortin J., "Evaluation of the Effect of Salt Water and a Counterpoise on the Voltage Profile of a HV power Transmission Line Grounding System in a Tow Layer with High Resistivity Soil" The Proceedings of the IEEE Power Engineering Society 1999 Summer Meeting. July 1999, Edmonton, Alberta, Canada. pp. 1016 - 1021.
- [30] F. H. Slaoui, S. Georges, P.J. Lagacé et X.D. Do. (2001). "Fast Processing of Resistivity Sounding Measurements in N-Layer Soil", The Proceedings of the IEEE Power Engineering Society 2001 Summer Meeting Vancouver, Canada.
- [31] Georges. S., F. H. Slaoui., Lagacé P. J., DO, X. D., Fortin, J. (2003), "Evaluation of Grounding System Impedance of a Near Sea Water HV Electric Power Installation", The Proceedings of the IEEE Power Engineering Society 2003 Summer Meeting Toronto, Canada.
- [32] F. H. Slaoui, S. Georges, P.J. Lagacé, DO, X. D. "The Inverse Problem of Schlumberger Resistivity Sounding Measurements by Ridge Regression", Electric Power System Research Journal 67, Elsevier April 2003, pp. 109-114.

- [33] F. H. Slaoui, S. Georges, P.J. Lagacé, "Resistivity Inversion in the Multiple-Layer Problem", IEEE Trans. Power engineering Society (soumis pour publication le 10-10-2003), Manuscript number est : TPWRD-00519-2003.