

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE  
M. Ing.

PAR  
CHARLES FALLAHA

ÉTUDE DE LA COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT SUR LES  
SYSTÈMES MONO ET MULTI VARIABLES

MONTRÉAL, LE 8 JANVIER 2007

© droits réservés de Charles Fallaha

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ  
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Maarouf Saad, directeur de mémoire  
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Jean-Pierre Kenné, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Guy Gauthier, membre du jury  
Département de génie de la production automatisée, à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC  
LE 20 DÉCEMBRE 2006  
À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

# **ÉTUDE DE LA COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT SUR LES SYSTÈMES MONO ET MULTI VARIABLES**

Charles Fallaha

## **SOMMAIRE**

Dans ce mémoire, nous avons approfondi notre étude sur la commande non linéaire par mode de glissement appliquée à des systèmes mono entrée / mono sortie (SISO) et à des systèmes multi / entrées multi sorties (MIMO). Nous avons tenté d'élaborer théoriquement une approche qui réduit les commutations haute fréquence qui se manifestent en régime établi, sans toutefois détériorer les performances de poursuite du contrôleur non linéaire en régime permanent. Cette approche consiste à concevoir des composantes discontinues contenant des termes exponentiels qui s'adaptent dynamiquement aux fluctuations du système étudié. Nous avons concentré notre étude expérimentale sur un système mono variable, à savoir un système à lévitation magnétique, et sur un système multi variable, à savoir un robot manipulateur modulaire hyper redondant. Afin de valider notre approche sur ces deux systèmes, nous avons comparé expérimentalement cette dernière à d'autres approches existantes dans la littérature basées sur la commande par mode de glissement. Les résultats expérimentaux enregistrés sur les deux systèmes non linéaires ont montré une supériorité notable de notre approche, surtout en ce qui concerne la réduction des commutations haute fréquence de la commande en régime établi.

# **SLIDING MODE CONTROL STUDY ON SINGLE INPUT AND MULTI INPUT SYSTEMS**

Charles Fallaha

## **ABSTRACT**

In this project, we thoroughly investigate the use of sliding mode control on Single Input / Single Output (SISO) and Multi Input / Multi Output (MIMO) systems. We propose a theoretical approach which allows chattering reduction on control input, without altering the tracking performance of the controller in steady state regime. Within this approach, we design nonlinear reaching laws using an exponential term that dynamically adapt to the variations of the controlled system. We focus our experimental study on a SISO system which is a magnetic levitation system, and on a MIMO modular hyper redundant manipulator. In order to validate the proposed approach, we experimentally compared it to other existing approaches found in literature. Experimental results for both nonlinear systems show the superiority of the proposed approach, regarding especially the chattering reduction on control input in steady state regime.

## REMERCIEMENTS

Je voudrais exprimer mes sincères remerciements à M. Maarouf Saad, mon directeur de recherche, pour son aide et ses conseils précieux tout le long de ce travail. Je voudrais également remercier tous les membres du Jury pour leur évaluation du projet. Je voudrais remercier M. Charles Khairallah qui a mis à notre disposition le robot ANAT et qui nous a aidé par ses conseils judicieux. Je voudrais remercier M. Hadi Kanaan qui m'a également été d'une grande aide. Je voudrais remercier MM. André Zalzal, Dominique Grenier et Sylvain Brisebois pour leur aide fructueuse et leurs conseils techniques. Je voudrais également remercier Rita pour sa patience et ses encouragements.

Finalement, je dédie mon travail à mes parents qui m'ont soutenu tout au long du projet.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE .....	i
ABSTRACT .....	ii
REMERCIEMENTS .....	iii
LISTE DES TABLEAUX.....	vi
LISTE DES FIGURES.....	vii
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES .....	ix
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE .....	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Motivations de la méthode par mode de glissement.....	5
1.3 Diminution des commutations haute fréquence dans la commande par mode de glissement.....	5
1.4 Commande par mode de glissement intégral .....	7
1.5 Intégration de fonctions non linéaires en commande par mode de glissement.....	8
CHAPITRE 2 COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT POUR LES SYSTÈMES MONO VARIABLES .....	10
2.1 Introduction.....	10
2.2 Fondements théoriques de la commande par mode de glissement ....	10
2.3 Application temps réel de la commande par mode de glissement sur un système à lévitation magnétique .....	17
2.3.1 Description de la maquette expérimentale du système à lévitation magnétique .....	19
2.3.2 Résultats expérimentaux .....	22
CHAPITRE 3 COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT AVEC LOI DE CONVERGENCE EXPONENTIELLE : CAS MONO VARIABLE .....	25
3.1 Introduction.....	25
3.2 Lois de convergence existantes dans la littérature .....	25
3.3 Loi de convergence exponentielle.....	27
3.3.1 Augmentation de la vitesse de convergence .....	30
3.3.2 Réduction des commutations sur la commande .....	31
3.4 Application sur le système à lévitation magnétique.....	32
CHAPITRE 4 COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT POUR LES SYSTÈMES MULTI VARIABLES.....	35

4.1	Introduction .....	35
4.2	Commande par mode de glissement pour les systèmes multi variables .....	35
4.3	Application temps réel sur un manipulateur hyper redondant .....	38
4.3.1	Présentation du robot.....	39
4.3.2	Modélisation d'ANAT et conception de la loi de commande.....	41
4.4	Application de la commande sur trois degrés de liberté d'ANAT .....	47
4.4.1	Paramètres cinématiques et dynamiques.....	49
4.4.2	Génération de la consigne de trajectoire .....	50
CHAPITRE 5 ARCHITECTURE DE CONTRÔLE D'ANAT .....		52
5.1	Introduction .....	52
5.2	Description générale de l'architecture de commande d'ANAT .....	52
5.3	Multiplexage de la commande dans Simulink .....	53
5.4	Étage des microcontrôleurs .....	55
5.4.1	Fonctionnalités des microcontrôleurs .....	56
5.4.2	Signaux PWM des microcontrôleurs .....	58
5.4.3	Convertisseur analogique numérique.....	59
5.5	Moteurs et encodeurs du robot.....	61
5.6	Étage de puissance .....	63
CHAPITRE 6 IMPLÉMENTATION EXPÉRIMENTALE SUR ANAT .....		65
6.1	Introduction .....	65
6.2	Mise en forme des signaux d'entrée et de sortie dans Simulink .....	65
6.2.1	Boucle d'angles .....	66
6.2.2	Boucle de courant.....	67
6.2.3	Signal de commande en tension multiplexée .....	68
6.3	Zone morte des moteurs .....	69
6.4	Résultats expérimentaux .....	71
CHAPITRE 7 COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT AVEC LOI DE CONVERGENCE EXPONENTIELLE : CAS MULTI VARIABLE .....		79
7.1	Introduction.....	79
7.2	Loi de convergence exponentielle sur ANAT.....	79
7.3	Loi de convergence exponentielle versus exposant fractionnaire.....	85
DISCUSSION DES RÉSULTATS .....		89
CONCLUSION .....		91
RECOMMANDATIONS.....		93
BIBLIOGRAPHIE .....		95

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Variation de K en fonction de x.....22
Tableau II	Espace de travail du robot .....42
Tableau III	Paramètres de Denavit-Hartenberg d'ANAT .....43
Tableau IV	Comparaison qualitative des différentes approches en présence.....90



## LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1	Schématisation du mode de glissement dans le plan de phase .....	11
Figure 2	Représentation schématique du système à lévitation magnétique.....	17
Figure 3	Maquette expérimentale .....	19
Figure 4	Représentation schématique du système à lévitation magnétique.....	20
Figure 5	Schéma bloc du contrôleur du système à lévitation .....	21
Figure 6	Résultats expérimentaux pour une consigne de trajectoire sinusoïdale ...	23
Figure 7	Résultats expérimentaux pour une consigne de trajectoire rectangulaire.	24
Figure 8	Fonction de glissement $S$ pour différentes valeurs du couplet $(\delta_0, k)$ .....	31
Figure 9	Résultats expérimentaux pour $\dot{S} = -k_1 \cdot \text{sat}(S / \phi)$ .....	33
Figure 10	Résultats expérimentaux pour $\dot{S} = -k_2 / \left[ \delta_0 + (1 - \delta_0) \cdot \exp(-\alpha  S ^2) \right] \cdot \text{sign}(S)$ .....	33
Figure 11	Résultats expérimentaux pour $\dot{S} = -k_3 \sqrt{ S } \cdot \text{sign}(S)$ .....	39
Figure 12	Le robot ANAT (D'après <a href="http://www.roboticsdesign.qc.ca">www.roboticsdesign.qc.ca</a> ).....	39
Figure 13	Un des modules du robot (D'après <a href="http://www.roboticsdesign.qc.ca">www.roboticsdesign.qc.ca</a> ) .....	40
Figure 14	Représentation des sept axes d'ANAT (LeBoudec, Brice, 2004) .....	42
Figure 15	Schématisation des paramètres de Craig [23] du membre i-1 au membre i .....	44
Figure 16	Les trois axes commandés en temps réel d'ANAT .....	48
Figure 17	Consigne de trajectoire dans l'espace des joints .....	50
Figure 19	Multiplexage de la commande pour N signaux dans Simulink .....	54
Figure 20	Représentation des signaux de démultiplexage sur une même base de temps.....	55
Figure 21	Diagramme de l'algorithme codé dans le microcontrôleur # n .....	57
Figure 22	Diagramme de génération du PWM pour la commande .....	61
Figure 23	Une carte de puissance utilisée sur l'un des trois axes d'ANAT.....	63
Figure 24	Estimateur de la vitesse angulaire implanté dans Simulink .....	67
Figure 25	Boucle de courant dans Simulink .....	68

Figure 26	Adaptation de la commande en tension dans Simulink pour le CAN de l'étage de microcontrôleurs .....	69
Figure 27	Compensation de la zone morte dans Simulink.....	70
Figure 28	Modèle de zone morte .....	71
Figure 29	Résultats expérimentaux pour l'axe 2 .....	72
Figure 30	Résultats expérimentaux pour l'axe 3 .....	73
Figure 31	Résultats expérimentaux pour l'axe 4 .....	74
Figure 32	Résultats expérimentaux pour l'axe 2 .....	76
Figure 33	Résultats expérimentaux pour l'axe 3 .....	77
Figure 34	Résultats expérimentaux pour l'axe 4 .....	78
Figure 35	Résultats expérimentaux pour l'axe 2 .....	81
Figure 36	Résultats expérimentaux pour l'axe 3 .....	82
Figure 37	Résultats expérimentaux pour l'axe 4 .....	83
Figure 38	les trois couples (a) avec la loi d'atteinte de (6.11) et (b) avec la commande par mode de glissement conventionnelle .....	84
Figure 39	$1/N(S_i)$ pour (a) l'axe 2, (b) l'axe 3 et (c) l'axe 4.....	85
Figure 40	Résultats expérimentaux pour l'axe 2 .....	86
Figure 41	Résultats expérimentaux pour l'axe 3 .....	87
Figure 42	Résultats expérimentaux pour l'axe 4 .....	88

## LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

SISO	« Single Input Single Output system », système mono entrée mono sortie
MIMO	« Multi Input Multi Output system », système multi entrée multi sortie
S	Fonction de glissement
$sign(S)$	Fonction <i>signum</i> de la fonction de glissement $S$
$sat(S/\phi)$	Fonction saturation
$u_{eq}$	Commande équivalente d'un système
$u_{disc}$	Commande discontinue d'un système
g	Accélération gravitationnelle, $m/s^2$
SLM	Système à Lévitiation Magnétique
$x$	Position en mètres de la bille dans le SLM
$x_d$	Position désirée en mètres de la bille dans le SLM
$x_0$	Décalage de position en mètres dans le capteur de position du SLM
$I$	Courant en ampères dans l'électroaimant du SLM
$I_0$	Décalage de courant en ampères dans le contrôleur de courant du SLM
ANAT	« Articulated Nimble Adaptable Trunk »
$a_i$	Longueur du joint $i$ , en mètres
$\alpha_i$	Angle de torsion du joint $i$ , en radians
$d_i$	Distance entre les deux repères $i$ et $i+1$ , en mètres
$m_i$	Masse du joint $i$ , en kilogrammes
$q_i$	Valeur du joint $i$ , en radians ou mètres
$q$	Vecteur colonne des $q_i$ du robot
$q_{di}$	Valeur désirée du joint $i$ , en radians
$q_{di0}$	$q_{di}$ initial
$q_{dif}$	$q_{di}$ final
$q_d$	Vecteur colonne des $q_{di}$ du robot
$K_i$	Énergie cinétique du joint $i$ , en joules

$K$	Somme totale des $K_i$ du robot
$U_i$	Énergie potentielle du joint $i$ , en joules
$U$	Somme totale des $U_i$ du robot
$M(q)$	Matrice de masse du robot
$F(q, \dot{q})$	Vecteur des forces centrifuges, de Coriolis, de frottement et de gravité
$\tau$	Vecteur couple appliqué à tous les joints actés du robot
MUX	Multiplexeur
PWM	« Pulse Width Modulation », modulation à largeur d'impulsions
SMP	Signal de Mise en Phase
CTR $n$	Compteur de démultiplexage du microcontrôleur $n$
CTR $n$ _angle	Compteur d'angle du microcontrôleur $n$
ADC	« Analog to Digital Converter », convertisseur analogique numérique
ADCL	Registre de lecture du ADC pour les bits les moins significatifs
ADCH	Registre de lecture du ADC pour les bits les plus significatifs
MSB	Most Significant Bit, bit de poids le plus fort
LSB	Least Significant Bit, bit de poids le plus faible
$V_C$	Tension de commande
$V_{ref}$	Tension de référence du ADC
$V_s$	Tension d'alimentation de puissance
$f_{PWM}$	Fréquence des signaux PWM
$f_{clk}$	Fréquence de l'horloge interne des microcontrôleurs
TOP	Valeur maximale atteinte par le compteur qui génère les PWM
OCR1A	Registre pour la sortie des PWM utilisés pour la lecture d'angles
OCR1B	Registre pour la sortie des PWM utilisés pour la lecture de la commande
$I_p$	Courant au primaire du capteur de courant
$V_{out}$	Tension en sortie du capteur de courant
PI	Correcteur à action proportionnelle et intégrale
$k_p$ et $k_i$	Gains proportionnel et intégral respectivement

## INTRODUCTION

La commande par mode de glissement fait partie de la famille des contrôleurs à structure variable. C'est une commande qui est reconnue pour sa grande robustesse vis à vis les incertitudes paramétriques et les perturbations externes au système, d'autant plus qu'elle est simple à implémenter. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi d'étudier plus profondément la commande par mode de glissement, et de l'intégrer par la suite dans des réalisations expérimentales. Toutefois, la commande par mode de glissement induit en pratique des commutations haute fréquence sur la commande. Ces commutations peuvent exciter des dynamiques non désirées qui risquent de déstabiliser, détériorer voire même de détruire le système étudié. Comme nous le verrons dans la revue de littérature, plusieurs approches ont été proposées à cet effet afin de réduire ces commutations haute fréquence, mais l'erreur de poursuite peut en être négativement affectée.

Notre projet de mémoire consiste à appliquer expérimentalement la commande par mode de glissement dans une étude synoptique qui englobe les systèmes non linéaires mono et multi variables. Notre étude consiste surtout à explorer des méthodes de réduction des commutations haute fréquence sur la loi de commande. Le système mono variable que nous avons envisagé pour notre étude est un système à lévitation magnétique, qui représente par excellence l'exemple type d'un système non linéaire instable en boucle ouverte. Nous avons également appliqué la commande par mode de glissement sur un manipulateur robotique hyper redondant à plusieurs degrés de libertés, qui s'avère être un bon exemple de système multi variable.

Le mémoire est divisé en sept chapitres distincts. Dans le premier chapitre, nous faisons un survol des travaux effectués sur la commande par mode de glissement dans la littérature. Dans le deuxième chapitre, nous introduisons les fondements théoriques de la commande par mode de glissement classique appliquée sur les systèmes mono variables, et nous exposons des résultats expérimentaux se rapportant au système à lévitation

magnétique. Dans le troisième chapitre, nous concentrons toujours notre étude sur les systèmes mono variables, et nous proposerons une loi de convergence exponentielle qui réduise les commutations haute fréquence sur la commande, tout en maintenant la même vitesse de convergence. Cette approche constitue par ailleurs la principale contribution dans notre travail de maîtrise. Cette approche sera par la suite validée sur le système à lévitation magnétique. Le quatrième chapitre traite sur la commande par mode de glissement sur des systèmes multi variables, et le manipulateur robotique est alors pris comme exemple d'application. Le cinquième chapitre quant à lui présente l'architecture de commande du manipulateur robotique et fait un survol sur l'aspect « software » et « hardware » de la commande. Le chapitre six expose les résultats expérimentaux de la commande par mode de glissement classique appliquée au manipulateur robotique. Finalement, dans le chapitre sept, nous généralisons l'approche introduite au chapitre trois sur les systèmes multi variables et nous l'appliquerons sur le manipulateur robotique. Afin de valider ses performances, celle-ci sera confrontée avec d'autres méthodes de réduction des commutations existantes en littérature, que nous implémenterons également en temps réel sur le robot. Finalement, une discussion synthétique des résultats obtenus conclura notre travail

## CHAPITRE 1

### REVUE DE LITTÉRATURE

#### 1.1 Introduction

La commande non linéaire a connu une expansion ainsi qu'une diversification importantes depuis les années 50, dû entre autres à la multiplication des procédés industriels et des applications robotiques. L'étude du contrôle non linéaire est d'un grand intérêt, puisque la majorité des systèmes réels sont essentiellement non linéaires. Les méthodes linéaires conventionnelles sont satisfaisantes mais pour des plages de fonctionnement restreintes. Dès que le système sort de ce domaine de fonctionnement, le contrôleur linéaire n'est plus valable et ne garantit plus la stabilité du système. D'où l'intérêt d'étudier plus profondément les méthodes non linéaires de commande.

L'une des méthodes de commande non linéaires les plus connues est la commande par linéarisation exacte (connue également sous le nom de « feedback linearization ») au sens entrée-état ou bien au sens entrée-sortie [1]. Cette commande consiste à linéariser le système par compensation et à appliquer au nouveau système linéarisé une commande linéaire classique, par exemple une commande par retour d'état. Cependant, pour pouvoir appliquer cette méthode, le système doit vérifier des critères mathématiques précis. Un cas particulier de la linéarisation exacte appliqué sur les bras robotique est la loi partitionnée, plus connue sous le nom de « Computed Torque » [2]. Cependant, aussi intéressante qu'elle puisse paraître, la commande par linéarisation exacte, n'est pas une commande robuste, et elle est, de ce fait, sensible aux variations paramétriques. Il est toutefois possible de la stabiliser de manière robuste, en ajoutant un processus adaptatif au contrôleur non linéaire [3].

Une autre méthode non linéaire utilisée récemment sur les systèmes non linéaires est la commande par « Backstepping ». Pour assurer la convergence du système vers le point d'équilibre, cette méthode se base sur la construction progressive de fonctions de Lyapunov formées à partir des erreurs de poursuite [4]. Cette méthode n'est toutefois applicable que pour les systèmes à structure triangulaire et les calculs du contrôleur deviennent très vite complexes lorsque l'ordre des systèmes étudiés augmente.

Une méthode de commande non linéaire qui est également très répandue dans la littérature est la commande par mode de glissement. Cette méthode se base sur la conception de contrôleurs à structure variable (ou « Variable Structure Controllers », VSC) pour amener le système à suivre une dynamique bien définie. Dans ce projet, nous allons étudier cette dernière technique de commande pour les raisons qui seront exposées dans la section suivante.

Dans une autre perspective de la commande non linéaire, figurent les contrôleurs intelligents. Parmi les contrôleurs intelligents les plus connus en littérature, nous pouvons citer ceux qui se basent essentiellement sur les réseaux de neurones artificiels et sur la logique floue. Le fonctionnement des neurones artificiels se base principalement sur la physiologie même des neurones biologiques du cerveau. Un type particulier de réseaux de neurones, les perceptrons multi-couches (*Multi Layer Perceptrons, MLP*) est spécialement utilisé pour l'identification et le contrôle de systèmes physiques non modélisables [5]. Analogiquement aux réseaux de neurones artificiels, la logique floue est également utilisée pour contrôler des procédés qui sont difficilement modélisables. Le principe de la logique floue est toutefois différent [6], dans la mesure où cette technique tente d'émuler le raisonnement humain, lequel est intuitif et considérablement nuancé.



## 1.2 Motivations de la méthode par mode de glissement

La commande non linéaire par mode de glissement est rendue très populaire auprès des automaticiens, grâce à sa simplicité d'implémentation et à sa grande robustesse vis-à-vis les incertitudes paramétriques, les erreurs de modélisation et les perturbations. Depuis sa formalisation dans les années 50, plusieurs travaux effectués sur cette commande non linéaire figurent dans la littérature. Néanmoins, l'existence d'une partie discontinue dans la loi de commande engendre des signaux à haute fréquence qui peuvent exciter des dynamiques indésirables sur le système. Ces signaux proviennent du fait que les commutations de la partie discontinue de la commande ne sont pas instantanées, et la surface de glissement n'est pas rigoureusement connue en réalité. Or, plusieurs solutions ont été proposées à cet effet dans la littérature scientifique, dans le but de diminuer l'effet des commutations. Dans ce chapitre, nous allons exposer les travaux les plus connus qui ont été menés en littérature sur la commande par mode de glissement. Ces travaux concernent surtout la réduction des commutations et l'amélioration de la robustesse et des performances de la commande par mode de glissement en régime transitoire.

## 1.3 Diminution des commutations haute fréquence dans la commande par mode de glissement

L'une des solutions les plus connues pour réduire les commutations haute fréquence de la commande par mode de glissement est d'envisager un adoucissement de la discontinuité dans la loi de commande. Évoquée entre autres par Slotine et Li [1], elle consiste à substituer le terme discontinu de la commande  $k \cdot \text{sign}(S)$ , par le terme  $k \cdot \text{sat}(S/\Phi)$ , où  $S$  est la fonction de glissement,  $k$  est le gain discontinu, et  $\text{sat}$  est la fonction définie comme suit :

$$\text{sign}(S) = \begin{cases} 1 & \text{pour } S > 0 \\ 0 & \text{pour } S = 0 \\ -1 & \text{autrement} \end{cases} \quad (1.1)$$

et  $\text{sat}$  est la fonction saturation définie par (1.2):

$$\text{sat}(S/\Phi) = \begin{cases} 1 & \text{pour } S/\Phi > 1 \\ S/\Phi & \text{pour } -1 \leq S/\Phi \leq 1 \\ -1 & \text{autrement} \end{cases} \quad (1.2)$$

Cependant, la convergence du vecteur d'état reste dans un voisinage de la surface de glissement, dont l'amplitude dépend directement de  $\Phi$  [1]. Par conséquent, les performances de poursuite du contrôleur s'en trouvent affectées.

Bartolini et al. [7] puis par la suite Parra-Vega et Hirzinger [8] ont utilisé une méthode connue sous le nom « Second-Order Sliding Mode Control », qui consiste à augmenter l'ordre du système et utiliser comme contrôle virtuel, la dérivée de la commande actuelle. Ainsi en intégrant la commande virtuelle discontinue, une commande continue est obtenue. Le désavantage de cette méthode est que le système augmenté nécessiterait un observateur pour estimer l'état ajouté, ce qui augmente la complexité de la commande. C'est pour cela qu'un algorithme pour estimer l'état sans observateur a été mis au point dans [7] afin de remédier au problème.

Par ailleurs, une approche intéressante introduite par Gao et Hung [9] consiste à concevoir des lois de convergence non linéaires qui permettent une adaptation dynamique d'une composante de la commande en fonction de la variation de la fonction de glissement. Ainsi, plus le vecteur d'état est loin de la surface de glissement, plus cette composante est grande et tend à ramener le vecteur vers la surface, et inversement. Par conséquent, il est théoriquement possible de réduire les commutations haute fréquence

en régime établi, sans toutefois affecter le temps de convergence ni même l'erreur de poursuite du système. Gao et Hung ont proposé notamment deux lois d'atteinte possibles pour réduire les commutations.

La première loi d'atteinte contient un terme proportionnel à la fonction de glissement qui permet au système d'atteindre plus rapidement la surface de glissement lorsque celui-ci en est éloigné. De plus, le terme proportionnel allège le travail de la partie discontinue  $sign(S)$  et permet par conséquent une réduction des commutations sur la commande. Cette loi d'atteinte est donnée par :

$$\dot{S} = -k \cdot sign(S) - Q \cdot S \quad (1.3)$$

Dans la deuxième loi de convergence figure une puissance fractionnaire de la fonction de glissement qui multiplie le signe de celle-ci, comme suit :

$$\dot{S} = -k \cdot |S|^\alpha sign(S) \quad (1.4)$$

où  $\alpha$  est un réel strictement compris entre 0 et 1. Il est par ailleurs démontré par Gao et Hung que la loi de convergence (1.4) engendre un temps d'atteinte fini de la surface de glissement. L'expression littérale de ce temps d'atteinte est donnée dans le chapitre 3.

#### 1.4 Commande par mode de glissement intégral

Méthode introduite par Utkin et Shi [10], la commande par mode de glissement intégral consiste à concevoir une fonction de glissement de telle manière qu'elle soit nulle dès l'instant initial. De cette manière, le mode glissant existe dès l'instant initial, ce qui élimine la phase d'atteinte de la surface. Ceci est important à réaliser, car durant la phase d'atteinte de la surface, le système est davantage sensible et vulnérable aux incertitudes

paramétriques et aux perturbations externes. Ainsi, la commande par mode de glissement intégral garantit théoriquement une robustesse plus importante dès l'instant initial. La fonction de glissement est conçue de la manière suivante [10] :

$$S = S_0 + Z \quad (1.5)$$

où  $S_0$  serait conçue par la méthode par mode de glissement conventionnelle, et  $Z$  est un terme intégral qui vérifie  $Z(0) = -S_0(0)$ . Ainsi,  $S(0) = 0$  dès même l'instant initial.

### 1.5 Intégration de fonctions non linéaires en commande par mode de glissement

Généralement, la fonction de commutation  $S$  choisie dans la littérature est linéaire. Quelques auteurs cependant (Su et Stepanenko [11]) ont exploré l'utilisation de fonctions de commutations non linéaires. Une théorie développée par Venkataraman et Gulati [12], nommée « Terminal Sliding Mode Control », ou TSMC, se base sur la technique classique du contrôle par mode de glissement, mais envisage toutefois l'utilisation d'une fonction de glissement non linéaire, pour le cas particulier d'un système du second ordre, de la forme :

$$S = \lambda x^p + \dot{x} \quad (1.6)$$

Le choix de l'exposant  $p$  vérifie cependant des conditions particulières. L'avantage majeur d'utiliser une fonction de glissement non linéaire de la forme précédente, tel que présenté dans la littérature, assure théoriquement une erreur de convergence statique nulle, contrairement par exemple à une fonction linéaire de la forme  $S = \lambda x + \dot{x}$ , qui n'assure qu'une convergence exponentielle asymptotique vers le point d'équilibre. D'autre part, la fonction non linéaire peut diminuer également les contraintes transitoires de la commande (Tang [13]).

Cependant, certaines lacunes se font ressentir quand à l'utilisation de cette méthode. Tout d'abord, il existe des contraintes quand au choix de l'exposant  $p$ . D'autre part, quand cette méthode est appliquée à des systèmes d'ordre supérieur à 2, certaines singularités peuvent apparaître (Yuqiang et al. [14]). De plus, les performances de cette méthode dépendent des conditions initiales. D'autre part, lorsqu'en pratique Zhihong et al. [15-18] tentent de réduire les commutations à haute fréquence en utilisant la fonction saturation, la surface de glissement n'est pas rigoureusement atteinte, ce qui compromet l'avantage principal de cette méthode, qui consiste théoriquement à annuler l'erreur de convergence statique en régime établi.

Néanmoins, l'utilisation de fonctions de commutations non linéaires en commande par la méthode du TSMC est intéressante. En effet, cette technique permet d'améliorer la commande par mode de glissement conventionnelle. Ceci fournit donc une motivation pour explorer davantage, et dans une perspective plus générale, l'utilisation des fonctions de commutations non linéaires en commande par mode de glissement, conjointement aux techniques de réduction des commutations haute fréquence sur la loi de commande. Cependant, dans notre projet, nous n'explorerons que l'aspect de réduction des commutations haute fréquence sur la commande, qui reste finalement la principale problématique introduite par la commande par mode de glissement.

## CHAPITRE 2

### COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT POUR LES SYSTÈMES MONO VARIABLES

#### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons introduire la théorie de la commande par mode de glissement appliquée sur des systèmes mono variables. Nous allons dans un premier volet exposer les fondements et les principes de la commande par mode de glissement. Nous allons par la suite appliquer expérimentalement la commande par mode de glissement sur un système à lévitation magnétique mono variable du deuxième ordre, dans le but de valider les performances et la robustesse de cette commande non linéaire.

#### 2.2 Fondements théoriques de la commande par mode de glissement

La commande par mode de glissement consiste à concevoir une loi de commande qui puisse guider le vecteur d'état d'un système donné vers un hyperplan  $S=0$ , communément appelé surface de glissement. Une fois ce sous-espace d'état atteint, le vecteur d'état possèdera alors une dynamique stable qui dépendra directement du choix de la surface de glissement, et qui fera en sorte que le vecteur d'état convergera vers le point d'équilibre. Nous dirons alors que le vecteur d'état « glisse » sur l'hyperplan jusqu'à atteindre le point d'équilibre. La figure 1 schématise ce processus dans le plan de phase, c'est-à-dire dans le cas particulier d'un système mono variable d'ordre deux. Ainsi nous pouvons constater que la commande par mode de glissement est divisée en deux étapes, ou deux modes : Dans une première phase, le vecteur d'état doit atteindre la surface de glissement, nous parlons alors du mode d'atteinte, ou « reaching mode » en anglais. Dans une deuxième phase, et après avoir atteint la surface de glissement  $S=0$ , le vecteur d'état doit glisser sur cette surface jusqu'à atteindre le point d'équilibre, nous

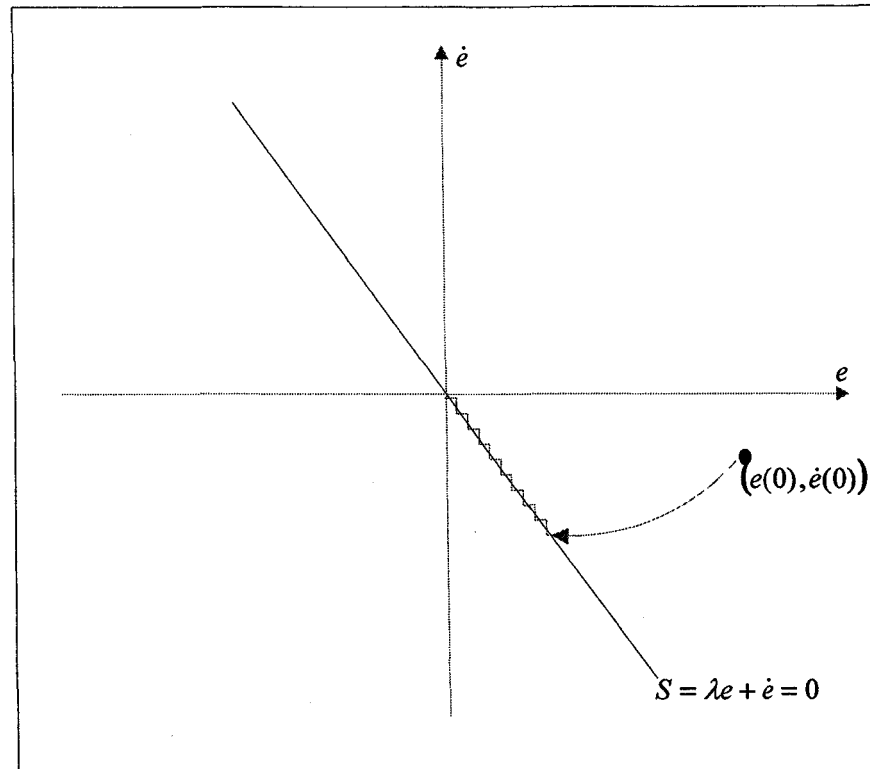


Figure 1 Schématisation du mode de glissement dans le plan de phase

parlons alors de mode de glissement, ou de « sliding mode ». Donc la conception de la commande par mode de glissement est divisée en deux parties distinctes :

- Premièrement, il faut choisir adéquatement la surface de glissement pour y assurer la convergence du vecteur d'état vers le point d'équilibre.
- Deuxièmement, il faut concevoir la loi de commande de telle manière que le vecteur d'état puisse atteindre la surface de glissement et y glisser.

Afin de bien comprendre les étapes dans la conception de la commande par mode de glissement, considérons le cas particulier d'un système non linéaire mono variable du deuxième ordre, dont la dynamique est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) + b(x, \dot{x}) \cdot u \quad (2.1)$$

où  $f$  et  $b$  sont des fonctions non linéaires, et  $b$  est supposée inversible.  $u$  est l'entrée du système. Soit  $x_d$  la consigne désirée et soit  $e$  l'erreur de poursuite définie par  $e = x - x_d$ . Tout d'abord, il faut commencer par choisir la fonction de glissement  $S$ . Le choix typique de  $S$  est fait tout simplement comme suit :

$$S = \lambda e + \dot{e} \quad (2.2)$$

où  $\lambda$  est un coefficient positif. Ainsi, lorsque la surface de glissement  $S=0$  est atteinte, le système vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\lambda e + \dot{e} = 0 \quad (2.3)$$

D'après (2.3), l'erreur de poursuite vérifie alors une équation différentielle linéaire du premier ordre et tendra exponentiellement vers 0. Le choix de la fonction de glissement  $S$  étant fait, la deuxième étape consiste à concevoir une loi de commande qui puisse amener le vecteur d'état à glisser sur la surface  $S=0$ . Pour cela, il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que la condition suivante (appelée également condition d'atteinte, ou « reaching condition ») soit vérifiée :

$$S \cdot \dot{S} < 0 \quad \forall t \quad (2.4)$$

Si la condition (2.4) est vérifiée, alors la fonction de glissement et sa dérivée sont de signe contraire quel que soit le temps. Ceci implique donc que 0 est un centre attracteur pour  $S$ , ce qui veut dire que la vérification de la condition (2.4) implique que  $S$  convergera vers 0. Le temps de convergence, ou le temps d'atteinte (« reaching time »)  $t_r$ , dépend directement du choix de  $\dot{S}$ . D'une autre perspective, la condition (2.4) assure que la fonction de



Lyapunov  $\frac{1}{2}S^2$  admet une dérivée temporelle strictement négative, ce qui implique que  $S$  convergera vers 0. Généralement, pour que la condition (2.4) soit vérifiée en tout temps,  $\dot{S}$  est usuellement choisie comme suit :

$$\dot{S} = -k \cdot \text{sign}(S) \quad \forall t \quad (2.5)$$

avec la fonction  $\text{sign}$  définie par (1.1) et le coefficient  $k$  appelé aussi gain discontinu et strictement positif. (2.5) est appelée loi d'atteinte ou loi de convergence ou encore « reaching law ». En intégrant temporellement (2.5) entre 0 et  $t_r$ , nous trouvons que le temps d'atteinte de la surface de glissement est fini et est donné par la relation suivante :

$$t_r = \frac{|S(0)|}{k} \quad (2.6)$$

Il suffit maintenant de choisir la loi de commande pour que la loi de convergence (2.5) soit vérifiée. Pour cela, il faudra exprimer  $\dot{S}$  en fonction de la commande  $u$ . Or :

$$\dot{S} = \lambda \dot{e} + \ddot{e} = \lambda \dot{e} - \ddot{x}_d + \ddot{x} = \lambda \dot{e} - \ddot{x}_d + f(x, \dot{x}) + b(x, \dot{x}) \cdot u \quad (2.7)$$

Ainsi, pour que (2.5) soit vérifiée, il suffirait que

$$\lambda \dot{e} - \ddot{x}_d + f(x, \dot{x}) + b(x, \dot{x}) \cdot u = -k \cdot \text{sign}(S) \quad (2.8)$$

En isolant alors la commande dans (2.8), nous déduisons la loi de commande suivante qui permettra au vecteur d'état d'atteindre la surface de glissement et de converger vers la trajectoire désirée :

$$u = b^{-1}(\ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - f) - b^{-1}k \cdot \text{sign}(S) \quad (2.9)$$

Nous voyons directement l'intérêt que la fonction  $b$  soit inversible. De (2.9), nous constatons que la loi de commande est divisée en deux termes de natures différentes [19]. L'un, de nature continue, est appelé contrôle équivalent et correspond à :

$$u_{eq} = b^{-1}(\ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - f) \quad (2.10)$$

L'autre, de nature discontinue, est appelé contrôle discontinu et correspond à :

$$u_{disc} = -b^{-1}k \cdot \text{sign}(S) \quad (2.11)$$

L'interprétation du rôle de chacun de ces termes est différente :

Lorsque la surface de glissement  $S=0$  est atteinte, le contrôle discontinu s'annule théoriquement (puisque  $\text{sign}(0)=0$ ) et seul le terme équivalent de la loi de commande subsiste. Nous déduisons alors que le rôle de  $u_{eq}$  est de garder le vecteur d'état sur la surface de glissement lorsque celle-ci est atteinte. Le rôle de  $u_{eq}$  peut être également perçu comme un compensateur des non linéarités introduites par la fonction  $f$ . Par ailleurs, le rôle du terme discontinu  $u_{disc}$  est principalement de vérifier la condition d'atteinte (2.4), et donc de guider le vecteur d'état vers la surface de glissement. Ainsi, comme nous l'avons mentionné précédemment, le rôle de la loi de commande est double, puisqu'en effet, il consiste à guider le vecteur d'état sur la surface de glissement et à le garder sur cette dernière pour qu'il converge vers l'équilibre.

En pratique, la fonction  $\text{sign}(S)$  ne s'annule jamais exactement, et la nature discontinue de ce terme engendre en régime permanent le phénomène des commutations haute fréquence, ou « Chattering », caractéristiques de la commande par mode de glissement. Comme nous l'avons alors mentionné dans la revue de littérature, plusieurs solutions existent pour

réduire ce phénomène, qui peut avoir des effets néfastes sur le système en question. Quoi qu'il en soit, la robustesse de cette commande reste un atout majeur et c'est également  $u_{disc}$  qui assure cette propriété. En effet, imaginons à titre d'exemple, que la fonction non linéaire  $f$  du système (2.1) ne soit pas rigoureusement connue. Soit alors  $\hat{f}$  l'estimée de  $f$ . Nous supposons que  $f$  ainsi que son estimée sont bornées dans le temps. La loi de commande (2.9) devient alors :

$$u = b^{-1}(\ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - \hat{f}) - b^{-1}k \cdot \text{sign}(S) \quad (2.12)$$

En substituant la loi de commande (2.12) dans l'expression de  $\dot{S}$  dans (2.7), nous obtenons, en contraste avec (2.5), la loi d'atteinte suivante :

$$\dot{S} = (f - \hat{f}) - k \cdot \text{sign}(S) \quad \forall t \quad (2.13)$$

Ainsi, pour que la condition d'atteinte (2.4) soit encore vérifiée, il suffirait, d'après (2.13), que la condition suivante soit respectée :

$$k > |f - \hat{f}| \quad \forall t \quad (2.14)$$

D'après (2.14), nous constatons qu'en choisissant le gain discontinu  $k$  suffisamment grand, l'incertitude sur  $f$  sera absorbée par le terme discontinu de la loi de commande. Ainsi, nous constatons qu'une augmentation du gain discontinu assure une plus grande robustesse du contrôleur, mais aux dépens de l'augmentation du phénomène de commutations sur la commande.

Afin de généraliser la démarche de synthèse d'un contrôleur par mode de glissement, considérons maintenant le système mono variable d'ordre  $n$  suivant :

$$\dot{X} = F(t, X) + B(t, X) \cdot u \quad (2.15)$$

avec

$$X = [x \quad x^{(1)} \quad \dots \quad x^{(n-1)}]^T, \quad B(t, X) = [0 \quad 0 \quad \dots \quad b_n(t, X)]^T$$

$$\text{et } F(t, X) = [x^{(1)} \quad x^{(2)} \quad \dots \quad x^{(n-1)} \quad f_n(t, X)]^T$$

où  $f_n$  et  $b_n$  sont deux fonctions non linéaires, et  $b_n$  est inversible. En fait, tout système commandable peut être ramené à la forme canonique de (2.15). Notons  $X_d = [x_d \quad x_d^{(1)} \quad \dots \quad x_d^{(n-1)}]^T$  le vecteur de la trajectoire de référence et de ses dérivées successives, et posons  $E = X - X_d$  le vecteur erreur d'état. Avec ces notations, nous pouvons choisir la fonction de glissement suivante :

$$S = C^T \cdot E \quad (2.16)$$

avec  $C^T = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n]$  et  $c_n \neq 0$ . Les coefficients  $c_i$  doivent être choisis de sorte que le système ait un comportement stable dans le sous-espace d'état  $S = 0$  et qu'il puisse converger vers le point d'équilibre. En suivant alors un développement très similaire à ce qui a précédé, nous déduisons la loi de commande suivante :

$$u = (c_n \cdot b_n)^{-1} \cdot C^T \cdot (\dot{X}_d - F) - (c_n \cdot b_n)^{-1} \cdot k \cdot \text{sign}(S) \quad (2.17)$$

Nous remarquons que la forme de la loi de commande ci-dessus est similaire à celle de l'équation (2.9), à savoir qu'elle est divisée en deux termes dont l'interprétation est identique à ce qui a précédé.

### 2.3 Application temps réel de la commande par mode de glissement sur un système à lévitation magnétique

Afin de démontrer les performances de la commande par mode de glissement, nous avons considéré un système à lévitation magnétique. Ce système mono variable est commandable en courant, et constitue par excellence un exemple d'un système non linéaire instable en boucle ouverte. C'est pour cette raison que nous pouvons trouver plusieurs travaux sur la commande non linéaire des systèmes à lévitation magnétique dans la littérature [4], [20], et [21]. Ce système représente donc un bon exemple sur lequel nous testerons expérimentalement les performances, ainsi que la robustesse du contrôleur par mode de glissement.

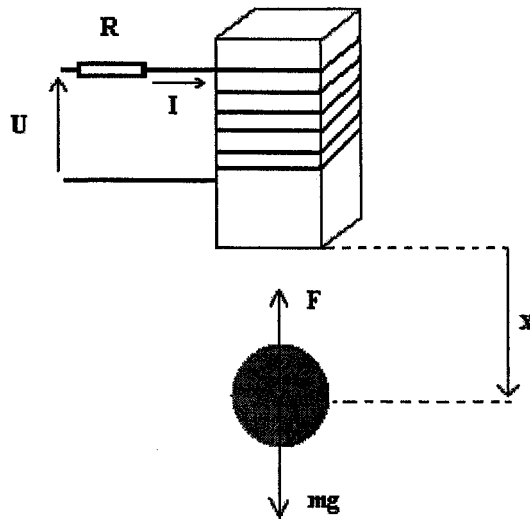


Figure 2 Représentation schématique du système à lévitation magnétique

Comme le montre la figure 2, le système à lévitation magnétique étudié est composé principalement de deux parties : Un électroaimant et une bille métallique qui interagit magnétiquement avec l'électroaimant. Le modèle dynamique du système à lévitation

magnétique commandable en courant est décrit par l'équation différentielle non linéaire suivante :

$$\ddot{x} = g - \frac{K}{x^2} \cdot I^2 \quad (2.18)$$

$x$  est la position de la bille par rapport à l'électroaimant, conformément à la convention de signe respectée dans la figure 2,  $I$  n'est autre que le courant absorbé par l'électroaimant,  $g$  représente la constante de gravité, et  $K$  est une constante positive caractéristique du système. Le but est d'asservir en position la bille par un contrôleur par mode de glissement. En suivant les mêmes notations et les mêmes étapes de la partie précédente, nous choisissons la même fonction de glissement donnée par (2.2). En posant alors  $I^2 = u$ ,  $g = f(x, \dot{x})$  et  $-\frac{K}{x^2} = b(x, \dot{x})$ , (2.18) devient équivalent à (2.1). et nous pouvons par conséquent utiliser la même loi de commande donnée par (2.9), en remplaçant toutefois  $f$  et  $b$  par leurs expressions respectives. Nous aurons alors la loi de commande suivante :

$$u = -\frac{x^2}{K}(\ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - g) + \frac{x^2}{K} \cdot k \cdot \text{sign}(S) \quad (2.19)$$

avec  $e = x - x_d$  étant l'erreur de poursuite.

Or  $I^2 = u$ , donc nous aurons :

$$I = \pm \sqrt{-\frac{x^2}{K}(\ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - g) + \frac{x^2}{K} \cdot k \cdot \text{sign}(S)} \quad (2.20)$$

D'après (2.20), il faut nous assurer que le terme sous la racine soit tout le temps positif, ce qui est en général vérifié, puisque le terme gravitationnel  $g$  est prédominant aux autres termes, qui sont de l'ordre du centimètre. Il ne faut cependant pas choisir des valeurs de  $k$  excessives, au risque de ne plus assurer la positivité du terme sous la racine. Nous

constatons également de (2.20) que le signe du courant absorbé par l'électroaimant n'importe pas en théorie, puisqu'il exercera une attraction sur la bille métallique dans les deux cas. Cependant, le dispositif expérimental sur lequel nous travaillons n'accepte que les commandes de courant positives, par conséquent, nous ne considérons que la commande de signe positif, soit :

$$I = +\sqrt{-\frac{x^2}{K}(\ddot{x}_d - \lambda\dot{e} - g) + \frac{x^2}{K} \cdot k \cdot \text{sign}(S)} \quad (2.21)$$

### 2.3.1 Description de la maquette expérimentale du système à lévitation magnétique

Afin de valider la commande par mode de glissement sur le système à lévitation magnétique, nous avons synthétisé le contrôleur sur Simulink. Nous avons par la suite utilisé le « Real Time Workshop » (RTW) de Matlab pour commander en temps réel la maquette expérimentale du système, représentée dans la figure 3 ci-dessous. La cible que nous avons désignée pour le RTW est la carte PCI 6024E 12 bits entrée/sortie de National Instruments, implantée dans un ordinateur Intel Pentium IV

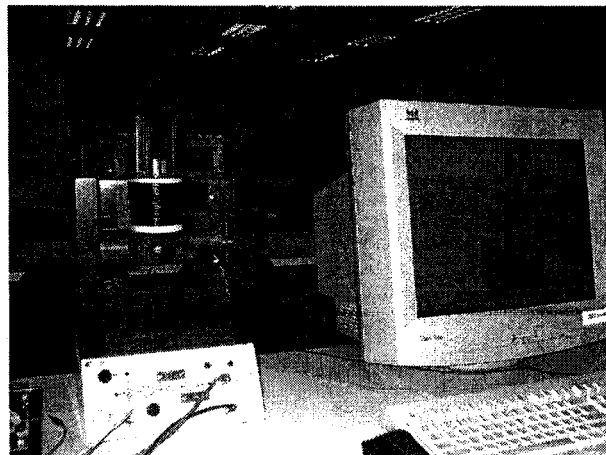


Figure 3 Maquette expérimentale

La maquette expérimentale est le prototype de l'unité de lévitation magnétique 33-210 fourni par la compagnie Feedback. Comme le montre la représentation schématique de la figure 4, la maquette est constituée principalement d'un électroaimant, d'une bille métallique, et d'un système de transmetteur/capteur infrarouge, afin de mesurer la position de la bille.

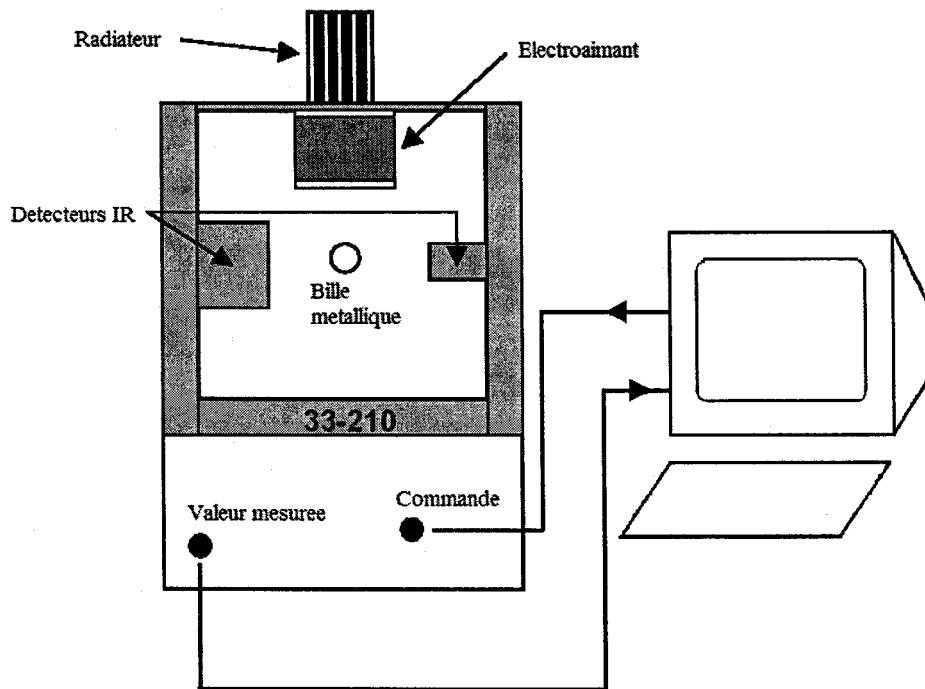


Figure 4 Représentation schématique du système à lévitation magnétique

Le système photo capteur infrarouge traduit la position de la bille en une tension électrique, conformément à la relation suivante :

$$V_{\text{capteur}} = \gamma(x - x_0) \quad (2.22)$$

où coefficient  $\gamma$  est égal à  $120 \text{ V/m}$  et  $x_0$  est un décalage qui vaut  $0.032 \text{ m}$ .



Cette tension qui représente la position de la bille est acquise par le contrôleur pour l'asservissement non linéaire en position. Une fois acquise dans Simulink, cette lecture devra néanmoins être filtrée par un passe-bas et devra être réinterprétée en position, en considérant la réciproque de la relation (2.22). Notons que la fenêtre d'opération du système photo capteur est comprise entre  $0.0125\text{ m}$  et  $0.04\text{ m}$ .

Par ailleurs, le courant qui traverse l'électroaimant provient en fait d'un contrôleur interne compris dans la maquette, qui transforme une commande en tension  $U$  en une commande en courant  $I$ . La relation statique qui lie donc le courant  $I$  à la commande en tension  $U$  est la suivante :

$$I = 0.15 \cdot U + I_0 \quad (2.23)$$

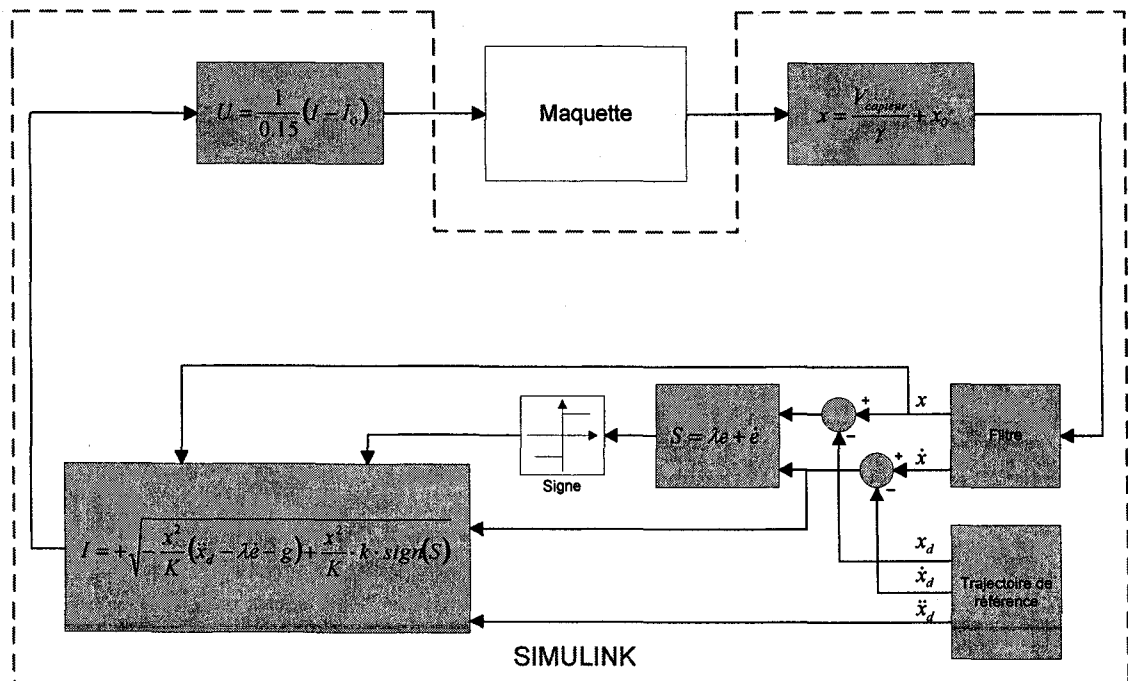


Figure 5 Schéma bloc du contrôleur du système à lévitation

La grandeur de courant  $I_0$  est un décalage qui vaut 0.375 A. Donc la commande qui est envoyée à la maquette doit être une tension. Par conséquent, Il faudra utiliser aussi la réciproque de la relation (2.23) pour transformer dans Simulink la commande en courant du contrôleur numérique en commande en tension. Ainsi le schéma bloc de la commande par mode de glissement du système à lévitation magnétique est donné par la figure 5.

### 2.3.2 Résultats expérimentaux

Les résultats temps réel ont été obtenus en choisissant  $\lambda = 20$  et  $k = 1$ . Par ailleurs, la fonction  $sign(S)$  a été remplacée par la fonction  $sat(S/\phi)$  afin de réduire les commutations haute fréquence de la commande (se référer au chapitre 1).  $\phi$  a été pris égal à 0.01. D'autres part, nous avons remarqué expérimentalement que le coefficient  $K$  dans l'équation (2.18) n'est pas rigoureusement constant, et varie en fait avec le déplacement  $x$ . Nous avons relevé expérimentalement cette variation dans le tableau I et nous en avons pris

Tableau I

Variation de K en fonction de x

Position $x$ (m)	K (S.I.)
0.01	0.0194
0.015	0.0177
0.02	0.0222
0.025	0.0245
0.03	0.0272
0.035	0.0289
0.04	0.0287

compte dans la commande. Finalement, le temps d'échantillonnage choisi pour la commande a été fixé à 1 milliseconde, ce qui est suffisamment rapide pour contrôler le système.

Les résultats expérimentaux ont été obtenus en considérant des consignes de trajectoire respectivement sinusoïdale et rectangulaire. La consigne sinusoïdale a une amplitude de 0,5 centimètre et une pulsation de 5 radians par seconde. La consigne rectangulaire quant à elle possède également une amplitude de 0,5 centimètre, et sa période s'étend sur quatre secondes. Les résultats sont enregistrés dans les figures ci-dessous :

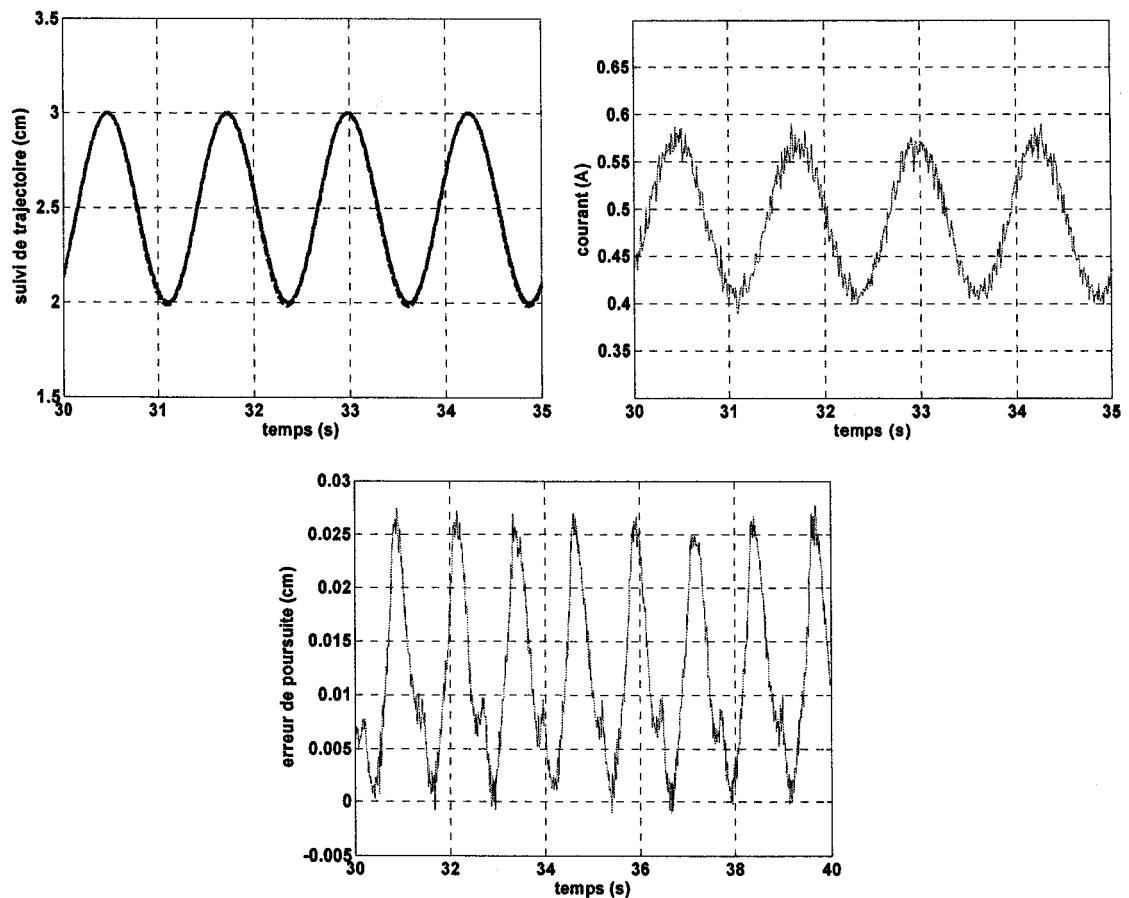


Figure 6 Résultats expérimentaux pour une consigne de trajectoire sinusoïdale

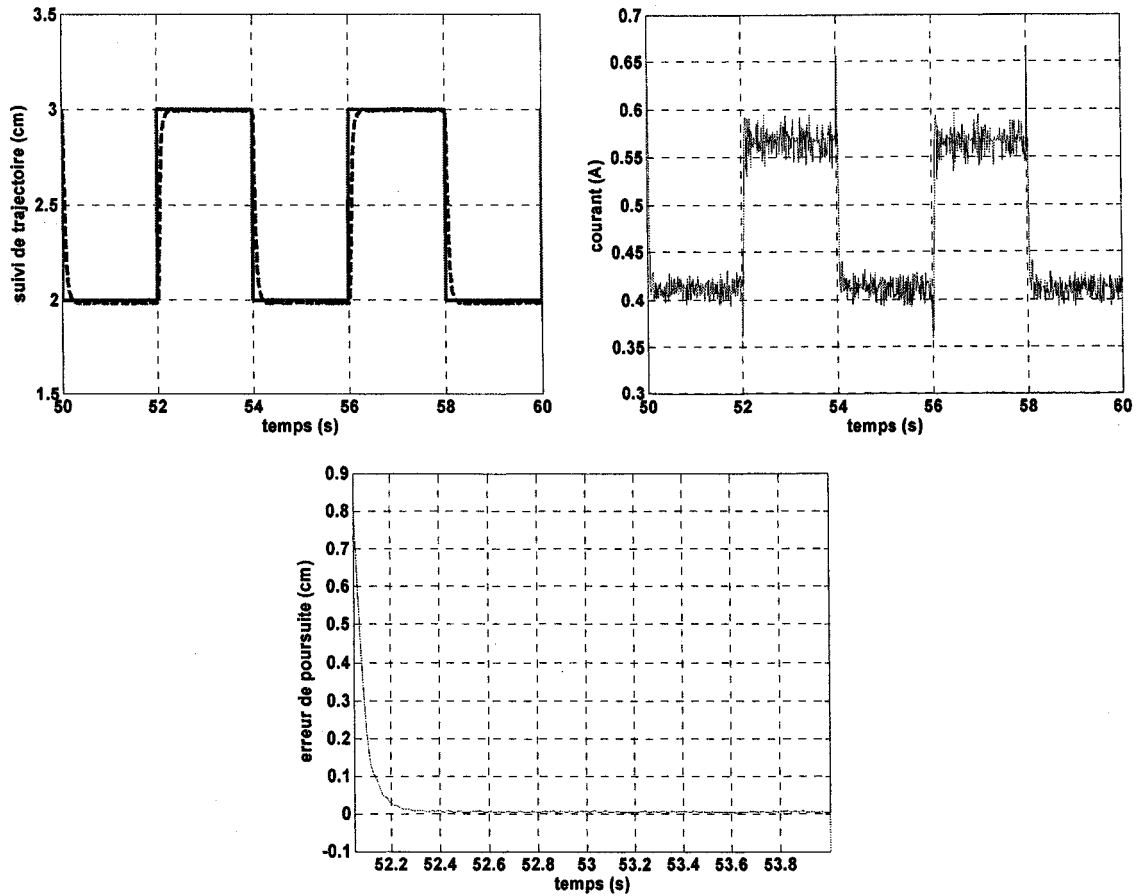


Figure 7 Résultats expérimentaux pour une consigne de trajectoire rectangulaire

D'après les figures 6 et 7, les performances de poursuite du contrôleur sont très satisfaisantes. Les trajectoires désirées (en continu) et réelles (en discontinu) coïncident très bien. Dans le cas de la consigne sinusoïdale, l'erreur en régime permanent atteint des maximums d'approximativement 0.025 centimètre, ce qui correspond à une erreur relative de 5 % de l'amplitude du signal. Dans le cas de la consigne rectangulaire qui représente en général la consigne la plus contraignante, l'erreur transitoire s'annule à peu près en 0,4 seconde pour un échelon de consigne donné. Par ailleurs, nous pouvons remarquer les commutations au niveau de la commande de courant dans les deux figures, qui restent néanmoins modérément réduites dû l'utilisation de la fonction *sat*.

## CHAPITRE 3

### COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT AVEC LOI DE CONVERGENCE EXPONENTIELLE : CAS MONO VARIABLE

#### 3.1 Introduction

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 2, la nature discontinue du terme  $Sign(S)$  dans la loi de commande engendre pratiquement des commutations haute fréquence sur l'entrée du système, qui peut être néfaste pour celui-ci, et qui peut même le déstabiliser. Utiliser la fonction  $Sat$  à la place de la fonction  $Sign$  permet en effet de réduire les commutations, mais aux dépens d'une erreur de poursuite plus importante en régime établi. Dans ce chapitre, nous proposerons une approche basée sur la conception d'une nouvelle loi de convergence qui sera appliquée au cas mono variable. Cette loi contient un terme exponentiel qui s'adapte dynamiquement aux fluctuations de la fonction de glissement. Ainsi, cette approche sera en mesure de réduire les commutations de la commande, sans toutefois affecter les performances de poursuite du contrôleur. Cette approche sera par la suite appliquée au même système à lévitation magnétique décrit dans le chapitre précédent. Les résultats expérimentaux seront confrontés à d'autres lois de convergences proposées dans la littérature. Dans le chapitre 7, cette approche sera généralisée pour le cas multi variable et sera appliquée expérimentalement sur un robot manipulateur à 3 degrés de liberté.

#### 3.2 Lois de convergence existantes dans la littérature

Une des lois de convergence proposée par Gao et Hung [9] et qui est donnée par l'expression (1.4) dans le chapitre 1, contient un terme élevé à une puissance fractionnaire, comme suit :  $\dot{S} = -k \cdot |S|^\alpha \text{sign}(S)$ , avec  $\alpha$  compris strictement entre 0 et 1.

Lorsque  $S$  est importante, le terme  $|S|^\alpha$  l'est aussi, et le gain augmente donc pour ramener le système vers la surface de glissement  $S=0$ . Inversement, lorsque  $S$  diminue, le gain diminue jusqu'à s'annuler, ce qui élimine complètement les commutations en régime permanent. Avec la loi de convergence de (1.4), démontrons que le temps d'atteinte  $t_r$  de la surface de glissement est fini, et égal à [9] :

$$t_r = \frac{|S(0)|^{1-\alpha}}{k \cdot (1-\alpha)} \quad (3.1)$$

Remarquons d'abord que (1.4) peut aussi s'écrire comme suit :

$$\dot{S}|S|^{-\alpha} = -k \cdot \text{sign}(S) \quad (3.2)$$

Intégrons alors (3.2) entre 0 et  $t_r$ , en notant par ailleurs que  $S(t_r) = 0$  :

$$\int_0^{t_r} \dot{S}|S|^{-\alpha} dt = - \int_0^{t_r} k \cdot \text{sign}(S) \cdot dt \quad (3.3)$$

Ce qui donne :

$$\text{sign}(S) \cdot \left[ \frac{|S|^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right]_0^{t_r} = -k \cdot \text{sign}(S) \cdot t_r \quad (3.4)$$

En résolvant (3.4) pour  $t_r$ , nous déduisons alors l'expression (3.1).

Bien que cette loi de convergence soit théoriquement intéressante, elle peut en pratique être vulnérable aux incertitudes paramétriques et aux fluctuations de la fonction de

glissement. En effet, le gain tend rapidement vers 0 lorsque  $S$  s'approche de 0, étant donné que nous sommes en présence d'une puissance fractionnaire. Ceci rend par conséquent moins robuste la loi de commande au voisinage de 0.

### 3.3 Loi de convergence exponentielle

D'après la partie précédente, nous constatons l'intérêt de concevoir des lois de convergence qui puissent s'adapter dynamiquement aux fluctuations de la fonction de glissement. Néanmoins, il est important que la loi de convergence conçue maintienne la stabilité du système au sens de Lyapunov, en assurant aussi des transitions douces au niveau de la commande. D'autre part, il est également important de pouvoir contrôler cette loi de convergence au voisinage de la surface de glissement (c'est-à-dire lorsque  $S$  tend vers 0) afin de réguler le niveau des commutations sur la commande. Dans le but de répondre à toutes ces exigences, nous proposons dans cette partie une loi de convergence à variation exponentielle, donnée par l'expression suivante :

$$\dot{S} = -\frac{k}{N(S)} \text{sign}(S) \quad (3.5)$$

où

$$N(S) = \delta_0 + (1 - \delta_0) \exp(-\alpha |S|^p) \quad (3.6)$$

avec  $\alpha \geq 0$ ,  $\delta_0$  est un décalage strictement positif et inférieur à 1 et  $p$  un entier naturel strictement positif.

Le choix des paramètres  $k$ ,  $\delta_0$  et  $\alpha$  dépend de plusieurs variantes, à savoir la dynamique du système, l'ampleur des incertitudes et les bornes des perturbations éventuelles qui s'exercent sur le système. Par conséquent, il devient difficile d'élaborer des critères

mathématiques pour trouver les valeurs optimales de ces paramètres. À défaut de temps, nous avons donc opté comme solution de procéder à un réglage expérimental de ces paramètres pour obtenir les performances souhaitées.

Nous voyons dans ce cas que si la fonction  $S$  tend vers 0, alors  $N(S)$  tend vers 1. Donc le gain  $\frac{k}{N(S)}$  tend vers  $k$  et ne s'annule pas, contrairement à la loi de convergence (1.4).

Nous pouvons donc prévoir un comportement plus robuste du système avec la loi de convergence (3.5). Si par contre  $S$  augmente, alors  $N(S)$  tend vers  $\delta_0$  et  $\frac{k}{N(S)}$  tend vers  $\frac{k}{\delta_0}$ , qui est une valeur bornée. Ainsi,  $k \leq \frac{k}{N(S)} \leq \frac{k}{\delta_0}$  et  $-\frac{k}{\delta_0}|S| \leq S\dot{S} \leq -k|S| \leq 0$ , et donc le système reste stable au sens de Lyapunov.

Notons que si  $\alpha = 0$  ou si  $\delta_0 = 1$ , alors nous retrouvons le cas usuel où  $\dot{S} = -k \cdot \text{sign}(S)$ . Le cas usuel devient donc un cas particulier de cette méthode.

Nous proposons à cette étape de trouver l'expression du temps d'atteinte de la loi (3.5), pour  $p$  quelconque. À partir de (3.5), et compte tenu de (3.6), nous pouvons écrire :

$$\text{sign}(S) \cdot \dot{S} \cdot \left[ \delta_0 + (1 - \delta_0) \exp(-\alpha |S|^p) \right] = -k \quad (3.7)$$

En posant  $t_r'$  le temps d'atteinte pour la loi (3.5), Intégrons (3.7) entre 0 et  $t_r'$  :

$$\int_0^{t_r'} \text{sign}(S) \cdot \dot{S} \left[ \delta_0 + (1 - \delta_0) \exp(-\alpha |S|^p) \right] dt = - \int_0^{t_r'} k \cdot dt \quad (3.8)$$

En remarquant que  $S(t_r') = 0$ , nous obtenons :



$$t_r' = \frac{1}{k} \left( \delta_0 |S(0)| + (1 - \delta_0) \cdot \int_0^{S(0)} \text{sign}(S) \cdot \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS \right) \quad (3.9)$$

Or, si  $S \leq 0$  pour  $t \leq t_r'$ , alors

$$\int_0^{S(0)} \text{sign}(S) \cdot \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS = \int_0^{S(0)} -\exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS = -\int_0^{-S(0)} \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS \quad (3.10)$$

Si par contre  $S \geq 0$  pour  $t \leq t_r'$ , alors

$$\int_0^{S(0)} \text{sign}(S) \cdot \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS = \int_0^{S(0)} \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS \quad (3.11)$$

Nous pouvons donc combiner les deux expressions précédentes par ce qui suit, pour tout  $S$  :

$$\int_0^{S(0)} \text{sign}(S) \cdot \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS = \int_0^{|S(0)|} \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS \quad (3.12)$$

Ainsi l'expression de  $t_r'$  est donc finalement donnée par :

$$t_r' = \frac{1}{k} \left( \delta_0 |S(0)| + (1 - \delta_0) \cdot \int_0^{|S(0)|} \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS \right) \quad (3.13)$$

Dans le cas particulier où  $p=1$ , nous pouvons trouver l'expression analytique de

$t_r'$  d'après (3.13). En effet, en remarquant que  $\int_0^{|S(0)|} \exp(-\alpha |S|) \cdot dS = \frac{1}{\alpha} [1 - \exp(-\alpha |S(0)|)]$ ,

nous déduisons alors que :

$$t_r'(p=1) = \frac{1}{k} \left( \delta_0 |S(0)| + \frac{(1-\delta_0)}{\alpha} \cdot [1 - \exp(-\alpha |S(0)|)] \right) \quad (3.14)$$

Pour  $p = 2$ , le terme exponentiel dans l'expression de  $N(S)$  devient une gaussienne centrée en 0 et d'écart type  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{\alpha}}$ .

### 3.3.1 Augmentation de la vitesse de convergence

Ayant trouvé l'expression de  $t_r'$  par (3.13), démontrons alors que pour un même gain  $k$ , ce temps est inférieur au temps d'atteinte  $t_r$  donné par l'expression (2.6), et qui correspond à la loi de convergence classique (2.5). En formant alors la soustraction  $t_r' - t_r$ , nous obtenons ce qui suit :

$$t_r' - t_r = \frac{1}{k} \left( -(1-\delta_0) \cdot |S(0)| + (1-\delta_0) \cdot \int_0^{|S(0)|} \exp(-\alpha |S|^p) \cdot dS \right) \quad (3.15)$$

Qui peut être réécrite comme suit :

$$t_r' - t_r = \frac{(1-\delta_0)}{k} \left( \int_0^{|S(0)|} [\exp(-\alpha |S|^p) - 1] \cdot dS \right) \quad (3.16)$$

Étant donné que le terme  $\exp(-\alpha |S|^p) - 1$  est négatif quelle que soit la valeur de  $S$ , nous déduisons donc que  $t_r' \leq t_r$ . Nous concluons alors que pour le même gain  $k$ , la vitesse de convergence de la loi (3.5) est plus rapide que celle de la loi conventionnelle (2.5).

### 3.3.2 Réduction des commutations sur la commande

Dans la section 3.3.1 ci haut, nous avons démontré que pour un même gain statique  $k$ , la vitesse de convergence de la loi (3.5) est plus rapide que celle de la loi (2.5). Nous pouvons donc déduire que pour assurer un même temps d'atteinte, il faut un gain  $k$  pour la loi (3.5) inférieur à celui de (2.5). En d'autres termes, l'approche proposée permet, pour une même vitesse de convergence, de réduire les commutations haute fréquence sur la commande en régime établi.

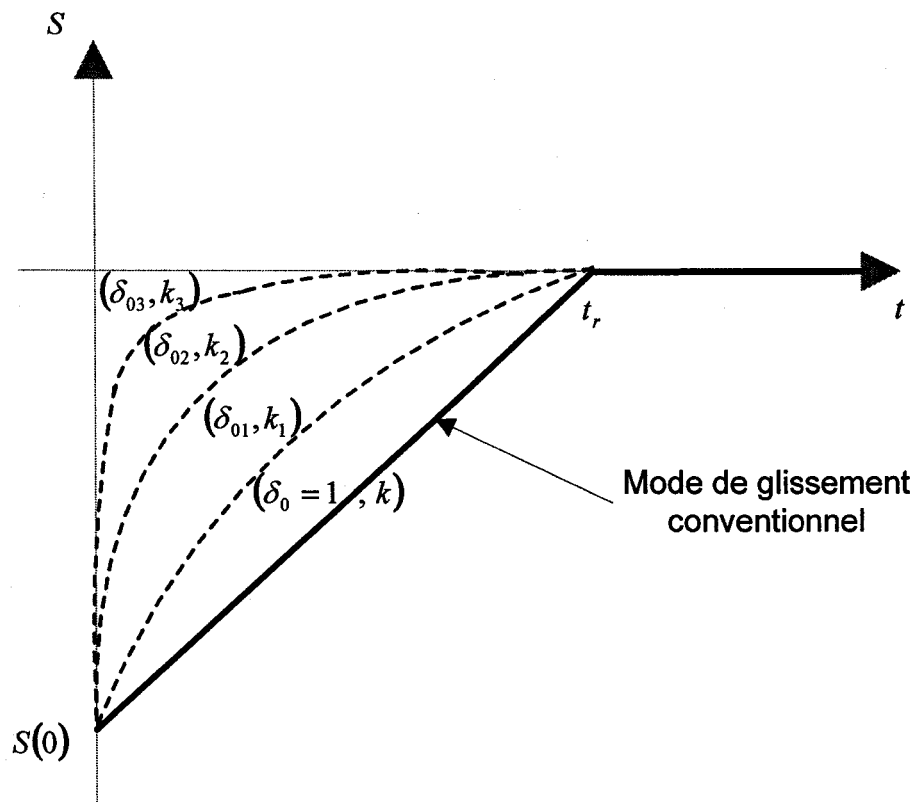


Figure 8 Fonction de glissement  $S$  pour différentes valeurs du couplet  $(\delta_0, k)$

La figure 8 montre que pour un même temps d'atteinte  $t_r$ , la loi de convergence exponentielle permet de régler la concavité de la fonction de glissement de sorte à

obtenir une pente plus faible au voisinage de 0, ce qui implique une réduction des commutations en régime permanent. À noter que, d'après la figure 8,  $\delta_{03} < \delta_{02} < \delta_{01} < \delta_0 = 1$  et  $k_3 < k_2 < k_1 < k$ .

### 3.4 Application sur le système à lévitation magnétique

Afin de valider la loi de convergence exponentielle, nous l'avons appliquée expérimentalement sur le système à lévitation magnétique et nous avons comparé ses performances avec les lois (1.4) et (2.5). Donc les lois de convergences qui ont été considérées sont les suivantes :

$$\dot{S} = -k_1 \cdot \text{sat}(S/\phi), \quad \dot{S} = -\frac{k_2}{\delta_0 + (1-\delta_0) \cdot \exp(-\alpha|S|^2)} \cdot \text{sign}(S) \quad \text{et} \quad \dot{S} = -k_3 \sqrt{|S|} \cdot \text{sign}(S)$$

avec  $k_1 = k_3 = 1$ ,  $k_2 = 0.1$ ,  $\alpha = 10000$  et  $\delta_0 = 0.04$ . À noter que l'exposant fractionnaire pour la loi (1.4) a été pris égal à 0.5, ce qui fait apparaître le terme racine dans la loi. Remarquons aussi que nous avons pris  $p = 2$  pour la loi exponentielle.

Compte tenu de ces valeurs numériques, les résultats expérimentaux ci-dessous ont été obtenus. Ces résultats comparent donc les performances de la commande par mode de glissement de chacune des lois d'atteintes énoncées ci haut. La référence de position adoptée pour les trois approches est la même onde carrée considérée précédemment. Nous voyons donc que par rapport à l'utilisation de la fonction saturation dans la figure 9, notre approche (figure 10) réduit considérablement les commutations sur la commande en courant tout en maintenant une erreur de poursuite comparable, sinon meilleure qu'avec la fonction saturation (inférieure à 0.5 %). Pour la loi d'atteinte avec le terme racine, (figure 11), les commutations sur la commande deviennent en effet quasi inexistantes. Par contre, la commande devient moins robuste puisque l'erreur de poursuite dans ce cas est environ quatre fois supérieure que dans les deux autres cas.

Nous pouvons également constater des dépassements au niveau de la commande en courant, dont le temps de réponse devient par ailleurs plus lent.

Ainsi, l'approche proposée donne des résultats très satisfaisants pour le cas mono variable. Afin de pousser davantage notre étude, nous validerons, dans le chapitre 7, la loi de convergence exponentielle sur un système multi variable, en l'occurrence un bras robotique à trois degrés de liberté.

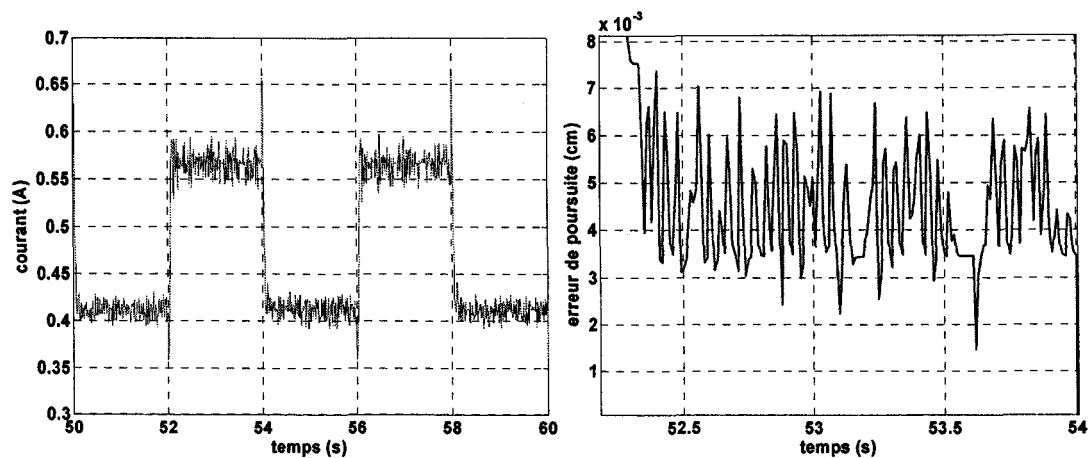


Figure 9 Résultats expérimentaux pour  $\dot{S} = -k_1 \cdot \text{sat}(S/\phi)$

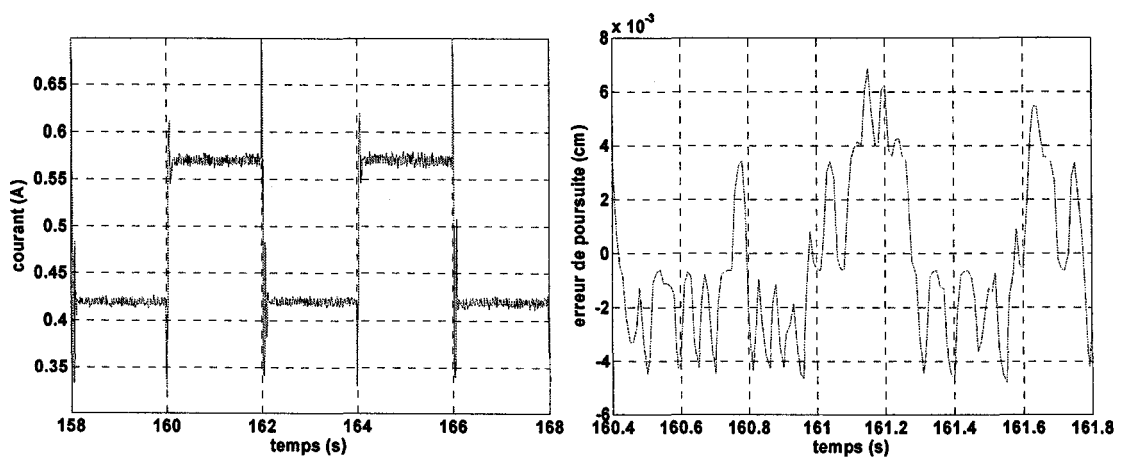


Figure 10 Résultats expérimentaux pour  $\dot{S} = -k_2 / [\delta_0 + (1 - \delta_0) \cdot \exp(-\alpha|S|^2)] \cdot \text{sign}(S)$

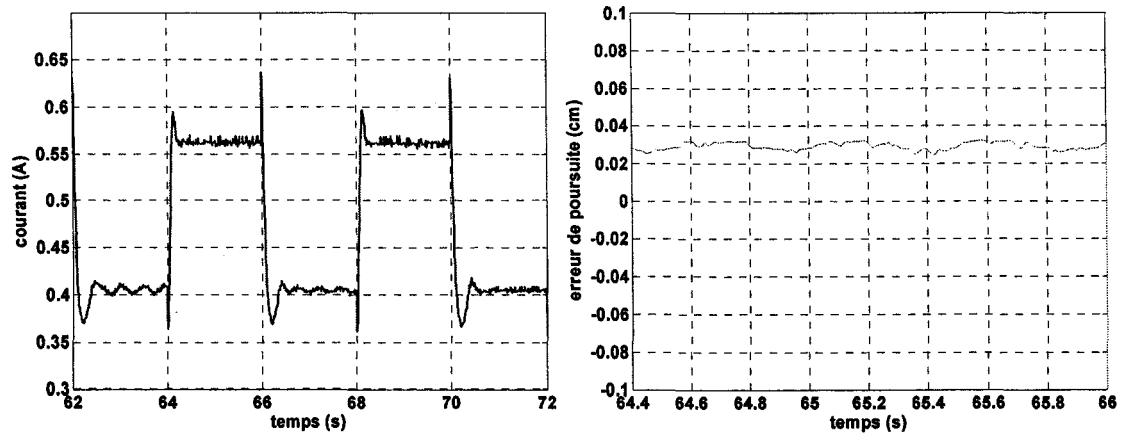


Figure 11 Résultats expérimentaux pour  $\dot{S} = -k_3 \sqrt{|S|} \cdot \text{sign}(S)$

## CHAPITRE 4

### COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT POUR LES SYSTÈMES MULTI VARIABLES

#### 4.1 Introduction

Dans le chapitre 2, nous avons introduit la commande par mode de glissement sur des systèmes mono variables, c'est à dire des systèmes à une seule entrée et une seule sortie. Ce chapitre présente donc une continuité dans le développement, puisqu'il s'agit de l'étude de la commande par mode de glissement sur les systèmes multi variables, c'est à dire des systèmes à plusieurs entrées et à plusieurs sorties. Nous allons dans un premier temps généraliser l'application de la commande par mode de glissement sur des systèmes multi variables, dits carrés. Nous allons par la suite considérer un manipulateur robotique hyper redondant sur lequel nous expérimenterons en temps réel la commande par mode de glissement dans les chapitres suivants.

#### 4.2 Commande par mode de glissement pour les systèmes multi variables

Dans cette section, nous nous attardons sur les systèmes multi variables de la forme suivante [1] :

$$x_i^{(m)} = f_{ni}(X) + \sum_{j=1}^m b_{ij}(X)u_j, \quad i = 1, \dots, m \quad (4.1)$$

Les systèmes décrits par (4.1) sont dits carrés, car ils possèdent autant d'entrées  $u_j$  que de sorties  $x_i$  indépendantes. En général, la majorité des manipulateurs robotiques sont des systèmes carrés qui obéissent à (4.1). Nous pouvons rassembler les  $m$  équations de (4.1) en une écriture matricielle suivante :

$$X_n = \Phi(X) + B(X) \cdot U \quad (4.2)$$

avec

$$X_n = [x_1^{(n1)} \quad x_2^{(n2)} \quad \dots \quad x_i^{(ni)} \quad \dots \quad x_m^{(nm)}]^T, \Phi = [f_{n1} \quad f_{n2} \quad \dots \quad f_{ni} \quad \dots \quad f_{nm}]^T, B = [b_{ij}]$$

$$U = [u_1 \quad u_2 \quad u_i \quad \dots \quad u_m]^T, \text{ et}$$

$$X = \left[ \underbrace{x_1 \quad x_1^{(1)} \quad x_1^{(n1-1)}}_{n1} \quad \underbrace{x_2 \quad x_2^{(1)} \quad x_2^{(n2-1)} \quad \dots}_{n2} \quad \underbrace{x_i \quad x_i^{(1)} \quad x_i^{(ni-1)} \quad \dots}_{ni} \quad \dots \quad \underbrace{x_m \quad x_m^{(1)} \quad x_m^{(nm-1)}}_{nm} \right]^T$$

À noter que  $\dim(X_n) = \dim(\Phi) = \dim(U) = (m \times 1)$  et  $\dim(X) = \left( \left( \sum_{k=1}^m n_k \right) \times 1 \right)$

Étant donné que nous avons dans le cas multi variable  $m$  sorties indépendantes à contrôler, il faut donc construire  $m$  fonctions de glissement indépendantes pour chacune de ces sorties. Pour cela, notons par  $X_d$  le vecteur d'état désiré, donné par :

$$X_d = \left[ \underbrace{x_{d1} \quad x_{d1}^{(1)} \quad x_{d1}^{(n1-1)}}_{n1} \quad \underbrace{x_{d2} \quad x_{d2}^{(1)} \quad x_{d2}^{(n2-1)} \quad \dots}_{n2} \quad \underbrace{x_{di} \quad x_{di}^{(1)} \quad x_{di}^{(ni-1)} \quad \dots}_{ni} \quad \dots \quad \underbrace{x_{dm} \quad x_{dm}^{(1)} \quad x_{dm}^{(nm-1)}}_{nm} \right]^T$$

Notons également  $E_i = \left[ \underbrace{x_i - x_{di} \quad x_i^{(1)} - x_{di}^{(1)} \quad x_i^{(ni-1)} - x_{di}^{(ni-1)}}_{ni} \right]^T$  le  $i$ ème vecteur

erreur d'état. Nous déduisons alors que les  $m$  fonctions de glissement seront de la forme suivante :

$$S_i = C_i^T \cdot E_i, \quad i = 1 \dots m \quad (4.3)$$



avec  $C_i = [c_{1,i} \ c_{2,i} \dots \ c_{n_i,i}]^T$ . Les  $C_i$  doivent être choisis de telle sorte que les surfaces de glissement  $S_i = 0$  représentent des équations différentielles stables, afin que l'erreur de poursuite converge vers zéro. Dérivons (4.3) :

$$\begin{aligned} \dot{S}_i &= C_i^T \cdot \dot{E}_i \\ &= \sum_{k=1}^{n_i-1} c_{k,i} (x_i^{(k)} - x_{di}^{(k)}) + c_{n_i,i} \cdot (x_i^{(n_i)} - x_d^{(n_i)}) \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (4.4)$$

Notons  $v_i = \sum_{k=1}^{n_i-1} c_{k,i} (x_i^{(k)} - x_{di}^{(k)}) - c_{n_i,i} \cdot x_d^{(n_i)}$  et considérons les notations matricielles suivantes pour le reste du développement:

$$\begin{aligned} \Sigma &= [S_1 \ S_2 \dots \ S_m]^T, \dot{\Sigma} = [\dot{S}_1 \ \dot{S}_2 \dots \ \dot{S}_m]^T \\ \text{sign}(\Sigma) &= [\text{sign}(S_1) \ \text{sign}(S_2) \dots \ \text{sign}(S_m)]^T, V = [v_1 \ v_2 \dots \ v_m]^T, \\ \Gamma &= \text{diag}(c_{n_i,i}, i = 1, \dots, m) \end{aligned}$$

Nous pouvons alors rassembler les  $m$  relations de (4.4) sous l'écriture matricielle suivante :

$$\dot{\Sigma} = V + \Gamma \cdot X_n \quad (4.5)$$

En considérant alors l'expression de  $X_n$  donnée par (4.2), nous obtenons :

$$\dot{\Sigma} = V + \Gamma \cdot (\Phi + B \cdot U) \quad (4.6)$$

Rendu à ce niveau, le développement reste similaire au chapitre précédent, à savoir qu'il faut maintenant concevoir une loi de commande qui puisse assurer la condition suivante :

$$\dot{\Sigma} = -K \cdot \text{sign}(\Sigma) \quad (4.7)$$

où  $K = \text{diag}(k_i, i = 1, \dots, m)$  est la matrice des gains discontinus.

En utilisant (4.6) et (4.7), nous aurons donc la relation suivante :

$$V + \Gamma \cdot (\Phi + B \cdot U) = -K \cdot \text{sign}(\Sigma) \quad (4.8)$$

Soit encore :

$$U = -(\Gamma \cdot B)^{-1} (V + \Gamma \cdot \Phi) - (\Gamma \cdot B)^{-1} K \cdot \text{sign}(\Sigma) \quad (4.9)$$

Nous remarquons ici aussi qu'une condition nécessaire à la validité de (4.9) est que la matrice  $(\Gamma \cdot B)$  soit inversible en tout temps, ce qui est en général vérifié pour les systèmes robotiques rigides. Ainsi, (4.9) représente la forme la plus générale de la loi de commande qu'il faut appliquer au système (4.1) pour réaliser une commande par mode de glissement.

### 4.3 Application temps réel sur un manipulateur hyper redondant

En application à ce qui a précédé, nous allons dans cette partie implémenter la commande par mode de glissement sur un système multi variable particulier, en l'occurrence un manipulateur robotique. En guise de présentation du robot, nous allons exposer dans un premier temps sa structure ainsi que ses propriétés caractéristiques. Nous allons par la suite procéder à sa modélisation, en prenant soin de décrire chacun de ses degrés de libertés ainsi que son espace de travail. Nous appliquerons par la suite la

commande par mode de glissement sur trois des axes du robot et nous exposerons et commenterons finalement les résultats expérimentaux obtenus

#### 4.3.1 Présentation du robot

Le robot que nous désirons contrôler est représenté dans la figure 12, et porte le nom d'ANAT, l'acronyme de « Articulated Nimble Adaptable Trunk » en anglais. ANAT a été exclusivement conçu et breveté par la compagnie *Robotics Design Inc.* (US patent 6 323 615)

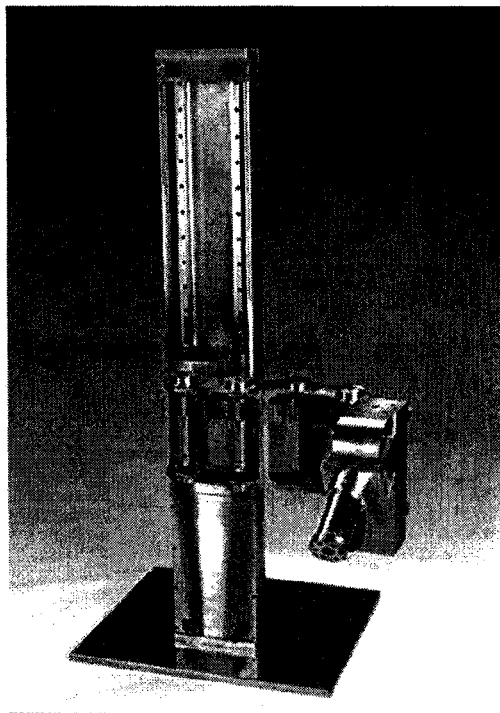


Figure 12 Le robot ANAT (D'après [www.roboticsdesign.qc.ca](http://www.roboticsdesign.qc.ca))

ANAT possède de multiples propriétés qui lui donnent une flexibilité et une dextérité dans les mouvements plus importante que la plupart des manipulateurs déjà existants. Cet atout provient surtout du tronc modulaire redondant du robot qui lui permet d'effectuer des tâches auxiliaires d'évitement d'obstacles, et par conséquent lui donne la

possibilité de travailler dans des espaces de travail plus complexes et difficiles d'accès. De plus, la redondance du robot assure la poursuite de la tâche principale même en régime défaillant, c'est-à-dire dans le cas où un ou plusieurs moteurs du tronc sont défectueux. Ainsi, il est possible d'implanter sur ANAT des tâches d'évitement d'obstacle dans l'espace cartésien, à condition d'avoir les ressources nécessaires pour la réalisation. Des travaux dans cette direction ont été entrepris sur ANAT par LeBoudec [22], en utilisant le logiciel temps réel de QNX.

Quoique la propriété de redondance d'ANAT soit intéressante à explorer, elle ne représente pas toutefois l'objet de notre étude dans ce mémoire. Nous nous proposons uniquement d'appliquer la commande par mode de glissement sur le manipulateur, lequel est simplement considéré comme un exemple particulier de systèmes multi variables. De plus, nous travaillerons uniquement dans l'espace des joints afin d'éviter les calculs de cinématique inverse.

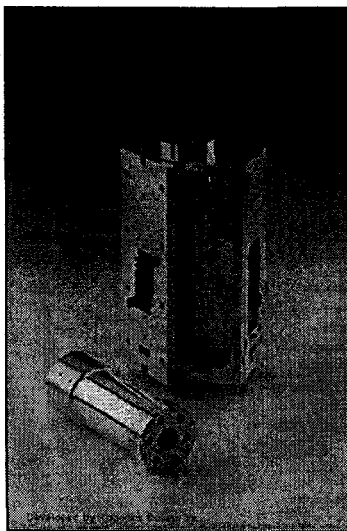


Figure 13 Un des modules du robot (D'après [www.roboticsdesign.qc.ca](http://www.roboticsdesign.qc.ca))

Une autre propriété intéressante d'ANAT réside dans sa modularité qui facilite sa maintenance et permet d'effectuer des tâches de « Plug and Play ». La figure 13 montre l'un des modules d'ANAT.

Par ailleurs, la structure mécanique du robot présente également des atouts intéressants par rapport aux manipulateurs conventionnels. D'abord la structure en aluminium d'ANAT le rend relativement léger. D'autre part, la répartition des charges sur les moteurs du robot est optimisée, contrairement au cas des manipulateurs usuels sur lesquels les contraintes sont inégalement réparties. Par conséquent, pour les manipulateurs usuels, les moteurs risquent d'être surdimensionnés pour accomplir la même tâche.

Les applications industrielles d'un tel robot sont multiples. En effet, ANAT peut être notamment utilisé dans les industries de peinture et de finissage, les industries automobiles, ainsi que les industries aéronautiques et navales.

#### **4.3.2 Modélisation d'ANAT et conception de la loi de commande**

Afin de modéliser mathématiquement ANAT nous avons besoin de caractériser la nature de chaque degré de liberté du robot. ANAT possède en réalité 7 degrés de libertés actués, représentés dans la figure 14. Étant donné que le nombre de degrés de liberté du robot est supérieur au nombre de degrés de liberté de la tâche à effectuer, on parle alors du phénomène de redondance. Le tableau II montre que le premier axe du robot est prismatique, alors que les six autres sont tous rotatifs. L'espace de travail du robot y est également explicité. Nous déduisons alors dans le tableau III les paramètres de Denavit-Hartenberg, qui servent à déduire la cinématique directe et inverse du robot. Ces paramètres sont obtenus en adoptant la convention de Craig [23], connue également sous le nom de la méthode de Denavit-Hartenberg modifiée, qui fournit une méthode pratique

d'attribution des repères à chacun des membres du robot. Les paramètres du robot permettent de former de manière systématique les matrices de transformation homogène

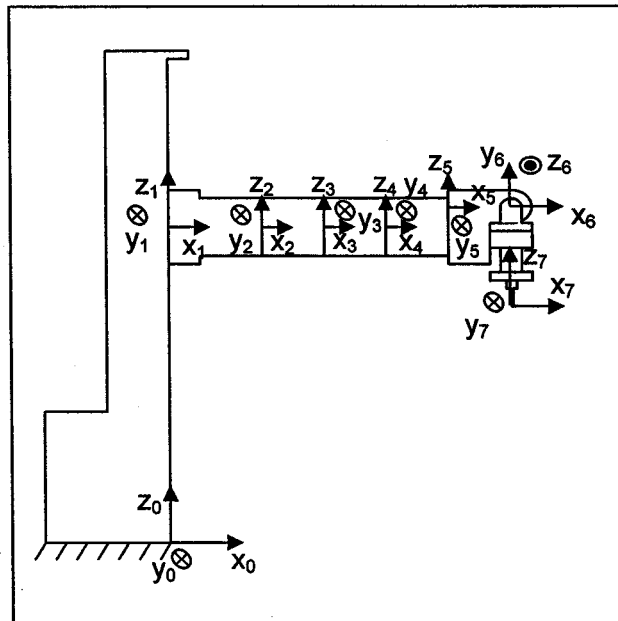


Figure 14 Représentation des sept axes d'ANAT (LeBoudec, Brice, 2004)

Tableau II

Espace de travail du robot

Articulation	Type	Espace
1	Prismatique	De $L_0 = 0.57\text{m}$ à $1.27\text{m}$
2	Rotative	De $-90^\circ$ à $+90^\circ$
3	Rotative	De $-90^\circ$ à $+90^\circ$
4	Rotative	De $-90^\circ$ à $+90^\circ$
5	Rotative	De $-90^\circ$ à $+90^\circ$
6	Rotative	De $0^\circ$ à $180^\circ$
7	Rotative	$-\pi$ à $\pi$

Tableau III  
Paramètres de Denavit-Hartenberg d'ANAT

articulation	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$q_i$
1	0	0	$q_1$	0
2	0	$L_1$	0	$q_2$
3	0	L	0	$q_3$
4	0	L	0	$q_4$
5	0	L	$L_2$	$q_5$
6	$\pi/2$	$L_3$	0	$q_6$
7	$-\pi/2$	0	$-L_4$	$q_7$

qui permettent un changement de repère de deux membres consécutifs du robot. Ces matrices interviennent dans la constitution de la cinématique directe et inverse du robot, ainsi que dans le calcul de la dynamique de celui-là. Comme le montre le tableau III, les paramètres de Denavit-Hartenberg sont au nombre de quatre, et sont définis de la manière suivante :

- Le paramètre  $a_{i-1}$  est une translation entre le repère  $i-1$  et le repère  $i$  le long de l'axe  $X_{i-1}$ .
- Le paramètre  $\alpha_{i-1}$  est une rotation autour de l'axe  $X_{i-1}$  qui permet de rendre l'axe  $Z_{i-1}$  parallèle à l'axe  $Z_i$ .
- Le paramètre  $d_i$  est une translation entre l'intersection des prolongations des axes  $X_{i-1}$  et  $Z_i$  et le repère  $i$ .
- Le paramètre  $q_i$  est une rotation autour de l'axe  $Z_i$  qui permet de rendre l'axe  $X_{i-1}$  parallèle à l'axe  $X_i$ .

La figure 15 explicite schématiquement ces quatre paramètres qui interviennent entre les membres  $i-1$  et  $i$  du robot.

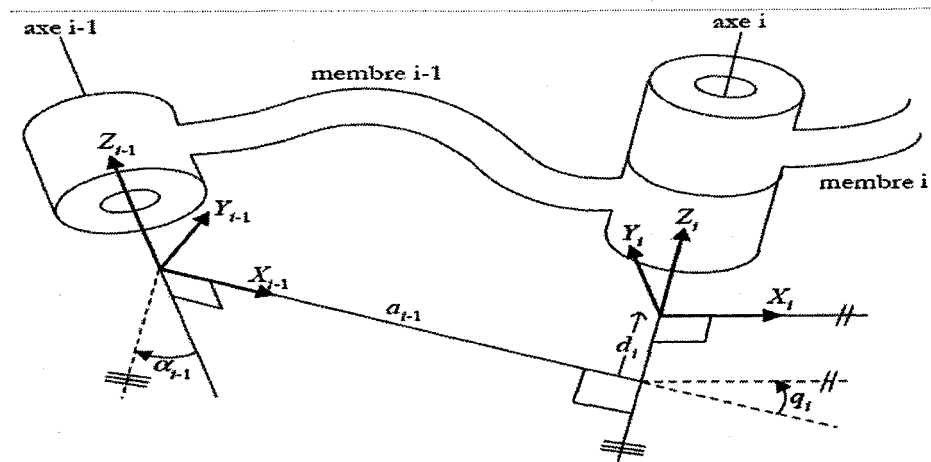


Figure 15 Schématisation des paramètres de Craig [23] du membre i-1 au membre i

Rendus à cette étape, nous utilisons la méthode de Lagrange pour former le modèle dynamique du robot. La méthode de Lagrange se base en fait sur la dérivation temporelle de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle pour aboutir au modèle. L'énergie cinétique du membre i du robot est donnée par l'expression suivante :

$$K_i = \frac{1}{2} \int^{ci} v_x^T v_x dm_i \quad (4.10)$$

où  ${}^{ci}v_x$  est la vitesse d'un élément de masse  $dm_i$  situé à une distance  $x$  du centre d'inertie  $c_i$  du membre i où est situé le repère de l'objet. En calculant l'intégrale de (4.10), nous obtenons :

$$K_i = \frac{1}{2} (m_i v_{ci}^T v_{ci} + {}^{ci}w_{ci}^T I_i {}^{ci}w_{ci}) \quad (4.11)$$

où

- $m_i$  représente la masse du membre i.



- $v_{ci}$  représente la vitesse linéaire du membre  $i$  exprimée dans le repère 0.
- ${}^{ci}w_{ci}$  représente la vitesse angulaire du membre  $i$  exprimée dans le repère  $i$ .
- ${}^{ci}I_i$  représente le tenseur des inerties par rapport au centre d'inertie  $ci$  du membre  $i$ .

L'énergie potentielle du membre  $i$  quant à elle est donnée par l'expression suivante :

$$U_i = - \int {}^0g^T {}^0x dm_i \quad (4.12)$$

où

- ${}^0g^T$  représente le vecteur gravité exprimé dans le repère de base.
- ${}^0x$  représente la position d'une unité de masse  $dm_i$ .

En intégrant (4.12), nous obtenons que :

$$U_i = - {}^0g^T {}^0c_i m_i \quad (4.13)$$

De (4.11) nous pouvons déduire l'énergie cinétique totale du robot :

$$K = \sum_{i=1}^7 \frac{1}{2} (m_i v_{ci}^T v_{ci} + {}^{ci}w_{ci}^T I_i {}^{ci}w_{ci}) \quad (4.14)$$

De même, de (4.13) nous déduisons également l'énergie potentielle totale du robot :

$$U = - \sum_{i=1}^7 {}^0g^T {}^0c_i m_i \quad (4.15)$$

Pour obtenir maintenant le modèle dynamique du robot, nous appliquons le principe d'Hamilton, qui traduit en quelque sorte la conservation de la quantité d'énergie du système. Nous obtenons l'équation vectorielle de Lagrange donnée ci-dessous :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K^T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial K^T}{\partial q} + \frac{dU}{dq} = \tau \quad (4.16)$$

où  $q$  est le vecteur des variables des joints du robot de dimensions  $(7 \times 1)$ , et  $\tau$  est le vecteur des couples appliqués à chacun des membres actuels du robot. En réarrangeant les termes de (4.16), nous aboutissons finalement à l'écriture matricielle suivante qui caractérise la dynamique d'ANAT :

$$M(q)\ddot{q} + F(q, \dot{q}) = \tau \quad (4.17)$$

$M(q)$ , la matrice carrée des inerties de dimensions  $(7 \times 7)$ , est généralement symétrique définie positive pour tous les systèmes mécaniques rigides. Par conséquent, elle est inversible. Quant à  $F$ , c'est une matrice colonne de dimensions  $(7 \times 1)$  qui englobe les forces de gravités et les forces de Coriolis. Nous pouvons donc écrire (4.17) de la façon suivante :

$$\ddot{q} = -M(q)^{-1} F(q, \dot{q}) + M(q)^{-1} \tau \quad (4.18)$$

Ainsi, l'écriture (4.18) est équivalente à celle de (4.2), en faisant toutefois les identifications suivantes :

$$\ddot{q} \leftrightarrow X_n, \quad -M(q)^{-1} F(q, \dot{q}) \leftrightarrow \Phi(X), \quad M(q)^{-1} \leftrightarrow B(X) \text{ et } \tau \leftrightarrow U$$

Avec ces équivalences, la loi de commande générale en couple est directement déduite de (4.9) :

$$\tau = -(\Gamma \cdot M^{-1})^{-1} (V - \Gamma \cdot M^{-1} F) - (\Gamma \cdot M^{-1})^{-1} K \cdot \text{sign}(\Sigma) \quad (4.19)$$

Nous pouvons simplifier (4.19) en évitant d'inverser la matrice des inerties. En effet, nous pouvons écrire (4.19) comme suit :

$$\tau = -(M \cdot \Gamma^{-1}) \cdot (V - \Gamma \cdot M^{-1} F) - (M \cdot \Gamma^{-1}) \cdot K \cdot \text{sign}(\Sigma) \quad (4.20)$$

ou encore:

$$\tau = (-M \cdot \Gamma^{-1} V + F) - (M \cdot \Gamma^{-1}) \cdot K \cdot \text{sign}(\Sigma) \quad (4.21)$$

Ainsi (4.21) représente de manière vectorielle compacte la loi de commande par mode de glissement appliquée sur ANAT. Les matrices  $M$  et  $F$  sont explicitées par LeBoudec [22].

#### 4.4 Application de la commande sur trois degrés de liberté d'ANAT

Dans cette partie, nous appliquons la commande par mode de glissement sur les trois axes redondants du tronc d'ANAT, c'est-à-dire les axes 2, 3 et 4, puisque expérimentalement, nous ne pourrions pas aller au-delà de trois degrés de liberté, par manque de ressources disponibles. L'implémentation expérimentale de la commande par mode de glissement sur les trois axes d'ANAT sera traitée dans le chapitre 6.

Pour appliquer la commande par mode de glissement sur ANAT, nous commençons par choisir les trois fonctions de glissement correspondant aux trois axes. Ces fonctions ont été choisies comme suit :

$$S_i = \lambda_i e_i + \dot{e}_i, \quad i = 2, 3, 4 \quad (4.22)$$

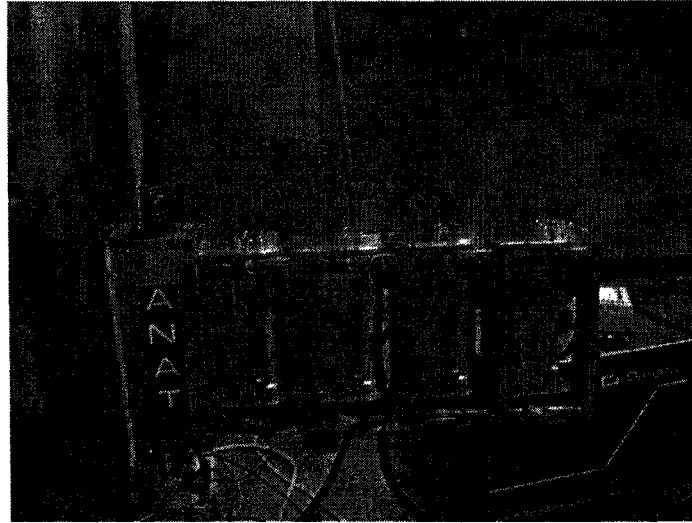


Figure 16 Les trois axes commandés en temps réel d'ANAT

où  $e_i = q_i - q_{di}$ ,  $q_i$  étant la variable du joint  $i$ , et  $q_{di}$  étant la référence désirée.

Avec ce choix de fonctions de glissement, la matrice  $\Gamma$  qui intervient dans l'expression de la loi de commande, et qui est de dimensions (3x3) dans ce cas, devient la matrice identité. Ainsi, la loi de commande de (4.21) devient :

$$\tau = (-M \cdot V + F) - M \cdot K \cdot \text{sign}(\Sigma) \quad (4.23)$$

Par abus de notation, nous avons utilisé les mêmes nomenclatures matricielles pour  $M$ ,  $V$  et  $F$  que précédemment. Notons que dans ce cas,  $\Sigma = [S_2 \quad S_3 \quad S_4]^T$ , et  $V$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$V = \Lambda \dot{E} + X_d^{(2)} \quad (4.24)$$

avec

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4), \dot{E} = [\dot{e}_2 \quad \dot{e}_3 \quad \dot{e}_4]^T \text{ et } X_d^{(2)} = [x_{d1}^{(2)} \quad x_{d2}^{(2)} \quad x_{d3}^{(2)}]^T$$

Ainsi la loi de commande en couple s'écrit :

$$\tau = \left( -M \cdot (\Lambda \dot{E} + X_d^{(2)}) + F \right) - M \cdot K \cdot \text{sign}(\Sigma) \quad (4.25)$$

Par ailleurs, nous avons utilisé une librairie développée par Bigras [24] sous Maple qui génère automatiquement les matrices dynamiques  $M$  et  $F$ . Cette librairie est également compatible sur Simulink, et peut être utilisable aussi avec le temps réel de Matlab, ce qui facilite la construction de la loi de commande de (4.25).

#### 4.4.1 Paramètres cinématiques et dynamiques

Le seul paramètre cinématique du robot qui intervient dans notre cas, est la longueur  $L$  qui figure dans le tableau III. Cette longueur a été mesurée et vaut 0,12278 m. Par ailleurs, les paramètres dynamiques qui figurent dans la modélisation des trois axes étudiés d'ANAT sont les masses  $m_2$ ,  $m_3$  et  $m_4$ , ainsi que les moments d'inertie par rapport à l'axe  $Z$ ,  $I_{z2}$ ,  $I_{z3}$  et  $I_{z4}$ . Les masses des membres ont été supposées identiques, et nous avons estimé que chaque membre pesait environ 3kg. Les moments d'inertie ont été obtenus en considérant que la masse de chaque membre était concentrée dans un cylindre homogène de rayon 5 cm pouvant tourner autour de son axe  $Z$ . Le moment d'inertie de chaque membre est alors donné par la formule  $\frac{1}{2} m \cdot r^2$ . Numériquement, nous trouvons un moment d'inertie de 0.00375 Kg\*m<sup>2</sup> pour chacun des trois axes. Même si les paramètres dynamiques n'ont pas été rigoureusement déterminés, nous devons nous attendre à ce que la commande par mode de glissement soit assez robuste pour absorber ces incertitudes.

#### 4.4.2 Génération de la consigne de trajectoire

La consigne de trajectoire que nous avons choisie pour chacun des trois axes est une trajectoire polynomiale du cinquième ordre en fonction du temps, de la forme suivante [23] :

$$q_{di}(t) = a_{qi5}(t-t_{0i})^5 + a_{qi4}(t-t_{0i})^4 + a_{qi3}(t-t_{0i})^3 + a_{qi2}(t-t_{0i})^2 + a_{qi1}(t-t_{0i}) + a_{qi0} \quad (4.26)$$

$i = 1, 2, 3$

avec :

$$a_{qi5} = \frac{6(q_{dif} - q_{di0})}{t_1^5}, \quad a_{qi4} = \frac{15(q_{dif} - q_{di0})}{t_1^4}, \quad a_{qi3} = \frac{10(q_{dif} - q_{di0})}{t_1^3}, \quad a_{qi2} = a_{qi1} = 0,$$

$$a_{qi0} = q_{di0}$$

$q_{di0}$  et  $q_{dif}$  sont respectivement les angles initial et final du joint numéro  $i$

$t_{0i}$  est le temps à partir duquel la consigne de trajectoire est appliquée au joint  $i$

$t_1$  est le temps nécessaire pour que l'angle du joint  $i$  passe de  $q_{di0}$  à  $q_{dif}$ .

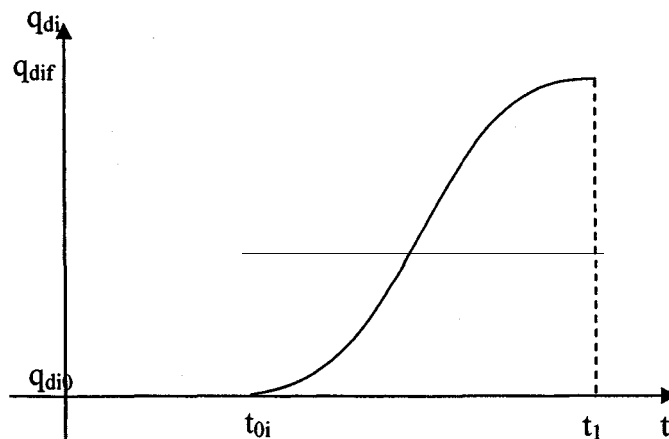


Figure 17 Consigne de trajectoire dans l'espace des joints

Nous avons choisi d'appliquer les consignes de trajectoires consécutivement, et en commençant par l'axe 2, puis 3 et 4. La durée de chaque consigne dure 2 secondes, soit  $t_1 = 2s$ . Donc,  $t_{01} = 0s$ ,  $t_{02} = 2s$  et  $t_{03} = 4s$ . Nous considérons également que les angles initiaux sont nuls, soit donc  $q_{d10} = q_{d20} = q_{d30} = 0rd$ . Finalement, nous voulons que le premier axe tourne de  $+80^\circ$ , que l'axe 2 tourne  $-80^\circ$  et que l'axe 3 tourne à son tour de  $+80^\circ$ . Ceci implique donc que  $q_{d1f} = \frac{80}{180}\pi rd$ ,  $q_{d2f} = -\frac{80}{180}\pi rd$  et  $q_{d3f} = \frac{80}{180}\pi rd$ .

## CHAPITRE 5

### ARCHITECTURE DE CONTRÔLE D'ANAT

#### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons décrire exhaustivement l'architecture de commande que nous avons conçue pour contrôler ANAT à partir de Simulink. Nous allons, dans un premier temps, présenter globalement l'architecture, et par la suite nous détaillerons chacune des parties qui la constituent.

#### 5.2 Description générale de l'architecture de commande d'ANAT

Il s'agit de contrôler les trois axes redondants d'ANAT à partir de Simulink et du RTW de Matlab. Nous utilisons toujours pour cela la carte PCI 6024E de National Instruments comme cible. La commande envoyée par Simulink est un signal analogique multiplexé, qui englobe les trois commandes respectives des trois moteurs du robot. Cette commande est par la suite acheminée vers un étage de microcontrôleurs de type ATMEGA 16. Chacun des trois microcontrôleurs de cet étage correspond à l'un des trois axes d'ANAT. Cette commande est donc prise au niveau du convertisseur analogique numérique des microcontrôleurs, et le rôle de chaque microcontrôleur est d'extraire de la commande multiplexée la commande de l'axe correspondant du robot. Ayant ainsi identifié sa commande correspondante, le microcontrôleur en question transforme cette dernière en un signal modulé à haute fréquence, ou PWM (« Pulse Width Modulation ») qui sera à son tour envoyé à un étage de puissance qui l'amplifiera avant de l'envoyer au moteur correspondant du robot. Le microcontrôleur prend également les signaux provenant de l'encodeur du moteur correspondant, les transforme en angles, et les retourne à Simulink pour l'asservissement.



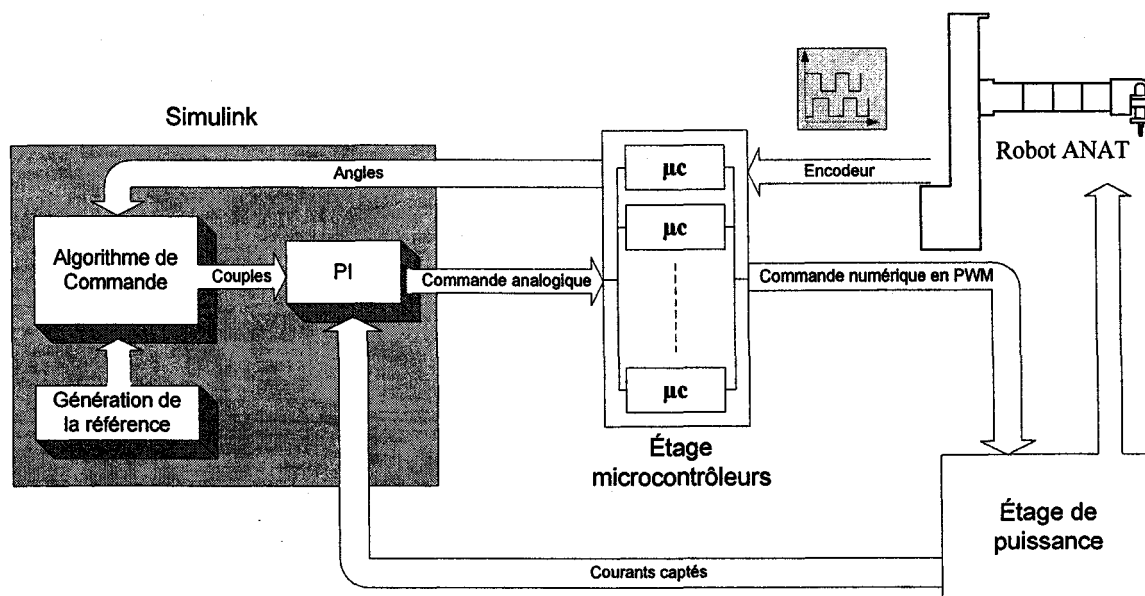


Figure 18 Schéma global de l'architecture de commande d'ANAT

Dans Simulink, ces angles sont comparés aux angles des trajectoires de référence, et l'erreur de poursuite passe par l'algorithme de commande qui fournira les consignes de couples pour les trois moteurs. Toutefois, la grandeur de commande des moteurs étant en tension, les consignes de couples sont converties en consignes de tension, par l'intermédiaire d'une boucle PI interne. Cette boucle nécessite un feedback en courant moyennant des capteurs de courant situés au niveau de l'étage de puissance. La figure 18 schématise l'architecture de commande complète qui a été réalisée expérimentalement sur les trois axes redondants d'ANAT.

### 5.3 Multiplexage de la commande dans Simulink

Pour contrôler ANAT, nous devons multiplexer la commande sortant de Simulink, puisque la carte de National Instruments est limitée en sorties analogique. Le multiplexage dans Simulink consiste à prendre un bloc multiplexeur et à le synchroniser à une horloge, moyennant un compteur qui est en phase avec l'horloge. Ainsi, la

longueur de multiplexage dépend de la période de l'horloge et de la quantité de données à multiplexer, et le transfert des données devient synchrone à l'horloge.

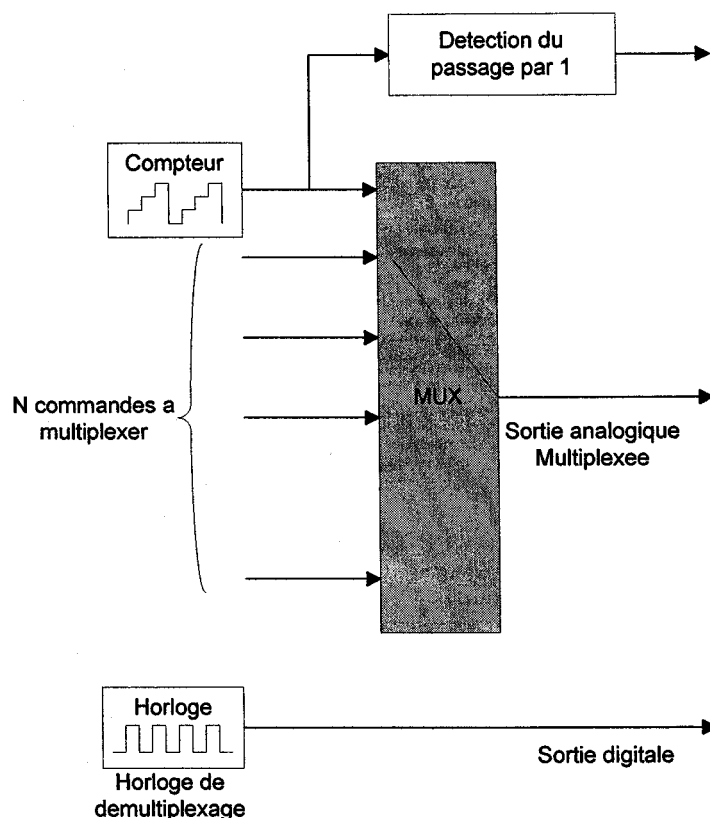


Figure 19 Multiplexage de la commande pour N signaux dans Simulink

Pour permettre aux microcontrôleurs de récupérer leur commande respective, nous avons besoin en plus du signal d'horloge, d'un signal de mise en phase, qui détecte par exemple le passage du compteur par 1. Ainsi, avec le signal d'horloge pour synchroniser les microcontrôleurs et le signal de mise en phase, la commande peut être démultiplexée dans chacun des microcontrôleurs. L'utilisation de ces signaux dans le démultiplexage de la commande sera détaillée dans la partie 5.4 qui suit. La figure 19 schématise le processus de multiplexage dans Simulink, pour N signaux, et montre également les signaux de l'horloge et de mise en phase qui sont utilisés par les microcontrôleurs.

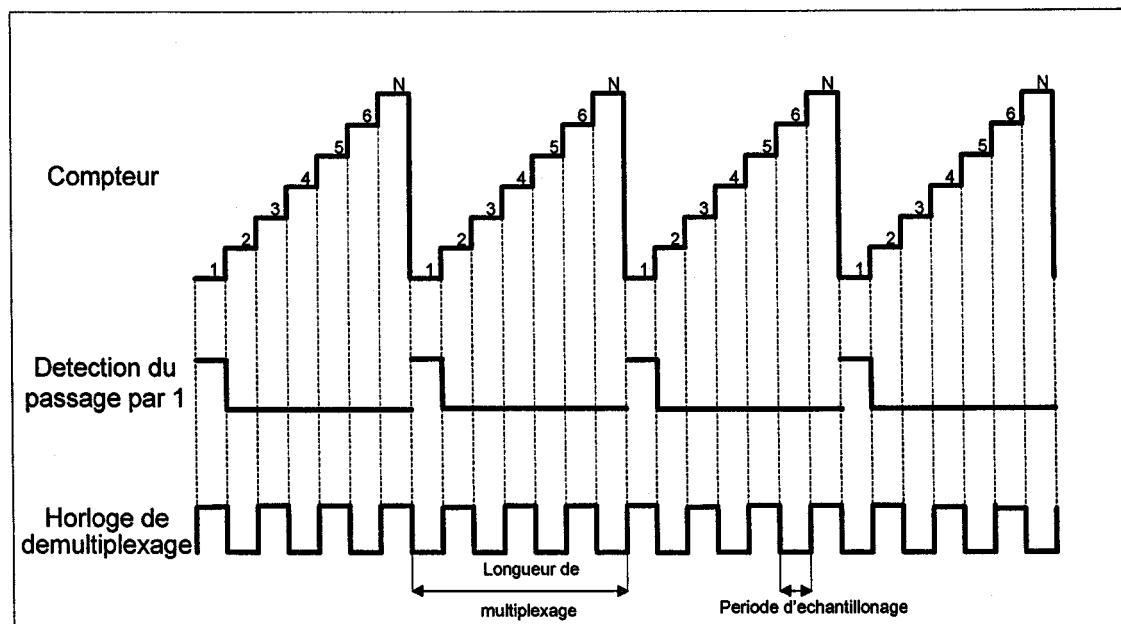


Figure 20 Représentation des signaux de démultiplexage sur une même base de temps

La figure 20 représente les signaux de démultiplexage, à savoir, l'horloge, le compteur et le signal de mise en phase, sur une même base de temps. Pour assurer la plus grande rapidité possible, la période de l'horloge a été prise égale à deux fois la période d'échantillonnage fixée dans Simulink.

#### 5.4 Étage des microcontrôleurs

La tâche principale de l'étage des microcontrôleurs est d'extraire de la commande analogique la commande correspondante à chaque axe du robot, et de la transmettre sous forme de PWM haute fréquence au moteur correspondant. Les raisons pour lesquelles cette tâche a été reléguée à un étage de microcontrôleurs et non pas à Simulink, sont les suivantes :

- Tout d'abord, le nombre de sorties analogiques de la carte d'acquisition de National Instruments est insuffisant pour notre application, surtout si nous voulons éventuellement augmenter le nombre de degrés de liberté du robot.
- Deuxièmement, nous sommes limités en fréquence pour les signaux PWM dans Simulink, car ceci alourdirait considérablement les calculs, et de plus, la période d'échantillonnage est limitée à 0.1 milliseconde.

Ainsi, l'étage des microcontrôleurs permet d'avoir une seule sortie analogique multiplexée et peut générer des signaux PWM pouvant aller à une trentaine de kilo Hertz.

#### **5.4.1 Fonctionnalités des microcontrôleurs**

À ce niveau, nous décrivons le fonctionnement détaillé à l'intérieur des microcontrôleurs qui leur permet d'accomplir leurs tâches respectives. Considérons pour cela le microcontrôleur qui correspond à l'axe  $n$  du robot. Bien que dans notre cas,  $n$  soit compris entre 1 et 3, par souci de généralité nous supposons que  $n$  est compris entre 1 et  $N$ , où  $N$  est le nombre de degrés de liberté actuels du robot. Notons que les signaux issus de Simulink, à savoir le signal d'horloge, de mise en phase et la commande multiplexée sont acquis par chaque microcontrôleur. La commande, de nature analogique, constitue l'entrée du convertisseur analogique numérique du microcontrôleur.

Chaque cycle commence par l'activation d'une routine d'interruption (interruption #1) dans le microcontrôleur, par un front montant ou descendant de l'horloge. (Voir figure 21) Cette routine agit sur un compteur interne au microcontrôleur  $n$ ,  $CTR_n$ . Si le signal de mise en phase (SMP) est activé,  $CTR_n$  est remis à 1. Sinon,  $CTR_n$  est incrémenté. Si sa valeur correspond à  $n$ , alors le microcontrôleur saura que la valeur de la conversion analogique numérique de la commande durant cette interruption correspond

effectivement à la commande de l'axe n du robot. Le microcontrôleur procédera alors à la lecture de cette commande à travers le convertisseur analogique numérique, et l'enverra sous forme de PWM au moteur correspondant. Le cycle de la routine d'interruption #1 recommence alors, et ainsi de suite. En fait, cette routine reconstitue en quelque sorte le compteur qui se trouve dans Simulink (voir figures 19 et 20), afin que les microcontrôleurs soient synchrones à la commande envoyée de Simulink.

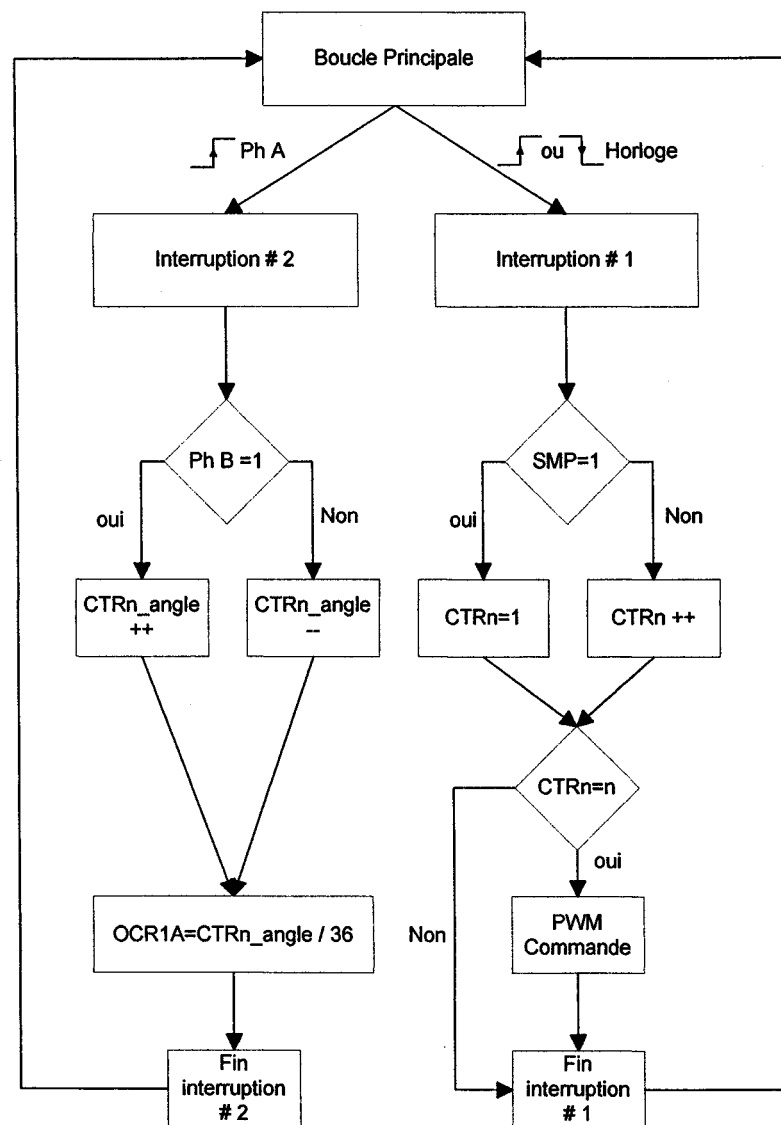


Figure 21 Diagramme de l'algorithme codé dans le microcontrôleur # n

Une autre fonctionnalité des microcontrôleurs consiste à prendre les signaux numériques A et B des encodeurs, de les transformer en signaux proportionnels aux angles, et de les envoyer par la suite à Simulink, en formant ainsi la boucle de retour de la commande. La résolution des encodeurs que nous avons utilisés est approximativement 18300 impulsions par tour. Ainsi par une deuxième routine d'interruption (interruption #2) déclenchée par un front montant du signal A, le microcontrôleur correspondant vérifie la valeur du signal B. Si la valeur de B est 1, un compteur CTRn\_angle est incrémenté, sinon, CTRn\_angle est décrémenté. CTRn\_angle est donc proportionnel à l'angle du moteur n correspondant. Le microcontrôleur transforme alors la valeur du compteur en PWM qui sera filtrée ensuite par un filtre RC pour être changée en grandeur analogique et être envoyée à Simulink. La figure 21 montre sous forme d'un diagramme le code dans le microcontrôleur # n, en détaillant les deux boucles d'interruptions décrites ci haut.

#### 5.4.2 Signaux PWM des microcontrôleurs

Suite à la conversion A/D, il s'agit pour le microcontrôleur de générer le PWM correspondant et de l'envoyer au moteur moyennant l'étage de puissance. Le microcontrôleur ATMEGA 16 que nous utilisons possède en fait deux sorties PWM correspondant à deux registres du microcontrôleur, OCR1A et OCR1B, dont nous avons réglé la résolution à 8 bits. Il suffit d'écrire dans l'un de ces deux registres pour générer automatiquement le signal PWM correspondant. Dans notre application, nous utilisons ces deux sorties. La première sortie PWM correspondant au registre OCR1A est utilisée pour générer l'angle du moteur à partir de l'encodeur. La deuxième sortie correspondant au registre OCR1B est utilisée pour envoyer la commande au moteur, en passant par l'étage de puissance pour être amplifiée. Pour que la génération du PWM soit la plus rapide possible, nous avons choisi une résolution de PWM de 8 bits. La formule qui donne alors la fréquence de PWM obtenue pour cette résolution, et telle que présentée dans [25], est la suivante :

$$f_{PWM} = \frac{f_{CLK}}{2 \cdot N \cdot TOP} \quad (5.1)$$

avec  $f_{CLK}$  est la fréquence de l'oscillateur qui est de 16 MHz dans notre cas,  $N$  est un facteur diviseur que nous avons pris unitaire pour avoir la plus grande rapidité, et  $TOP$  est la valeur maximale du compteur correspondant à la génération du PWM, et qui correspond à 256 ( $=2^8$ ), étant donné la résolution de 8 bits choisie. Ainsi, avec ces valeurs, nous obtenons alors une fréquence  $f_{PWM} \approx 31kHz$ .

#### 5.4.3 Convertisseur analogique numérique

Étant donné que nous devons intégrer la conversion analogique numérique dans notre chaîne de commande, nous devons effectuer les transformations nécessaires pour adapter la tension de commande au convertisseur. L'équation de conversion du convertisseur analogique numérique (ou A/D) du microcontrôleur est donc donnée par :

$$ADC = \frac{V \cdot 2^{10}}{V_{ref}} \quad (5.2)$$

où

- $V$  est un signal analogique compris entre 0 et  $V_{ref}$  à convertir en un signal numérique;
- $V_{ref}$  est la tension de référence du convertisseur, qui a été choisie égale à 2.56 volts dans notre cas.

Notons que le résultat de conversion ADC provient en fait la concaténation de deux registres dans le microcontrôleur, ADCL et ADCH [25] qui représentent respectivement le résultat de la conversion A/D pour les bits de poids faible et les bits de poids fort.

D'après la relation de conversion (5.2), nous remarquons que le convertisseur A/D a une précision de 10 bits. Mais vu que la commande analogique peut être négative ou positive, alors nous avons besoin d'un bit de signe, ce qui réduit la précision du convertisseur à 9 bits. Le bit de poids le plus fort (ou MSB, « Most Significant Bit ») sera choisi comme étant le bit de signe. Nous conviendrons aussi qu'un signal analogique négatif correspond à un bit de signe 0, alors qu'un signal analogique positif correspond à un bit de signe 1. Ainsi, si le signal analogique  $V$  est inférieur à  $\frac{V_{ref}}{2}$ , il correspondra à un signal négatif. Sinon,  $V$  correspondra à un signal positif.

Posons alors  $V_C$  comme étant la commande analogique à convertir.  $V_C$  représente en fait la commande en tension qui devra être appliquée aux bornes du moteur correspondant. Cette commande est comprise entre  $-V_s$  et  $+V_s$ , où  $V_s$  est la tension d'alimentation du moteur. Il faut en réalité transformer  $V_C$  en  $V$ , tel que si  $V_C$  est négatif,  $V$  soit inférieur à  $\frac{V_{ref}}{2}$  et si  $V_C$  est positif,  $V$  soit supérieur à  $\frac{V_{ref}}{2}$ . Nous déduisons alors la transformation suivante de  $V_C$  à  $V$ :

$$V = \frac{V_C}{V_s} \cdot \frac{V_{ref}}{2} + \frac{V_{ref}}{2} \quad (5.3)$$

D'après l'équation (5.3), nous remarquons donc que pour une tension  $V_C$  égale à un minimum de  $-V_s$  correspond une tension  $V$  de 0. De même, pour  $V_C$  égale à un maximum de  $V_s$ , correspond une tension  $V$  de  $V_{ref}$ .

De (5.2) et (5.3), nous déduisons donc que les valeurs négatives de  $V_C$  sont codées entre 0 et 512, et les valeurs positives sont codées entre 512 et 1024 par le convertisseur. Ainsi, pour un résultat de conversion ADC compris entre 0 et 512, le microcontrôleur



devra envoyer un bit de direction nul au moteur correspondant, et inversement pour un résultat de conversion compris entre 512 et 1024.

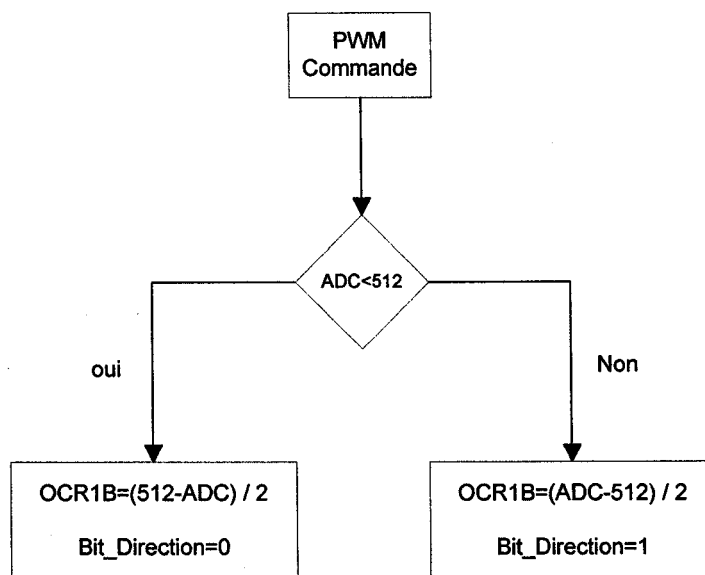


Figure 22 Diagramme de génération du PWM pour la commande

D'autre part, étant donné que nous travaillons avec une résolution de 8 bits pour les signaux PWM (voir la sous-section 5.4.3 précédente), la valeur maximale qui peut être écrite dans le registre OCR1B correspond à 256. Comme  $0 \leq |512 - ADC| \leq 512$ , alors il faut diviser par un facteur de mise à l'échelle de 2 pour que cette grandeur puisse être écrite dans OCR1B.

## 5.5 Moteurs et encodeurs du robot

Les moteurs de chacun des trois joints d'ANAT sont des moteurs à courant continu de faible puissance, soit 90 watts. Cependant le réducteur de vitesse induit un ratio de 18, ce qui augmente considérablement le couple mécanique utile.

Les encodeurs quant à eux génèrent deux signaux numériques, A et B, décalés d'un quart de période en avant ou en arrière, dépendamment du sens de rotation du moteur. D'autre part, la résolution des encodeurs est approximativement 18300 impulsions par tour, comme mentionné précédemment. Ces signaux sont donc fournis au microcontrôleur correspondant. Cette information sera par la suite transformée en PWM et sera envoyée dans Simulink pour être par la suite filtrée et remise à l'échelle pour obtenir les valeurs numériques des angles en radians. Par ailleurs, d'après les caractéristiques physiques du robot ANAT, les trois axes d'ANAT sont contraints à tourner entre -90 et +90 degrés. Analogiquement aux PWM générés pour la commande, les PWM des angles ont été réglés à une résolution de 8 bits et sont générés à partir du registre OCR1A. D'autre part, comme nous avons aussi des valeurs négatives et positives des angles à coder, on procède de la même manière que pour la commande analogique, c'est-à-dire que les angles entre -90 et 0 degrés sont codés de 0 à 128, et les angles entre 0 et 90 degrés sont codés de 128 à 256. Donc le 0 correspond à 128. Ainsi, comme nous supposons débuter initialement avec la position particulière du robot où tous les angles des joints rotatifs sont nuls, alors OCR1A doit être initialisé à 128. D'autre part, il faut faire une mise à l'échelle du compteur CTRn\_angle pour que ses valeurs soient comprises entre 0 et 256. Ainsi la valeur calibrée du compteur sera directement mise dans OCR1A pour générer le PWM correspondant. La mise à l'échelle du compteur CTRn\_angle se fait comme suit :

Nous savons que la résolution de l'encodeur que nous utilisons est approximativement de 18300 impulsions par tour, ce qui veut dire que pour un quart de tour, les impulsions générées par l'encodeur sont au nombre de 4575. Donc si un joint tourne de 0 à 90 degrés par exemple, le compteur CTRn\_angle atteindra une valeur maximale de 4575. Le même raisonnement s'applique pour les déplacements négatifs des joints entre 0 et -90 degrés. Donc la valeur maximale de 4575 atteinte par CTRn\_angle devra correspondre à 128. Donc il faudra diviser CTRn\_angle par  $4575/128$ , soit approximativement 36, pour assurer la validité de la mise à l'échelle.

## 5.6 Étage de puissance

Le rôle de l'étage de puissance est simple. Il consiste principalement à amplifier la commande PWM provenant de l'étage de microcontrôleurs. L'élément principal de cet étage est le pont H LMD18200 [26]. Cet élément supporte une tension allant jusqu'à 55 volts et peut transiter un courant continu de 3 ampères. Il supporte des pics de courants transitoires de 6 ampères et peut atteindre des fréquences de commutation de 500 kHz, dépendamment des applications. Le LMD18200 comprend également une entrée pour le bit de direction provenant du microcontrôleur, et d'un signal de freinage. C'est donc un composant qui convient bien à notre application, vu les données techniques des moteurs d'ANAT.

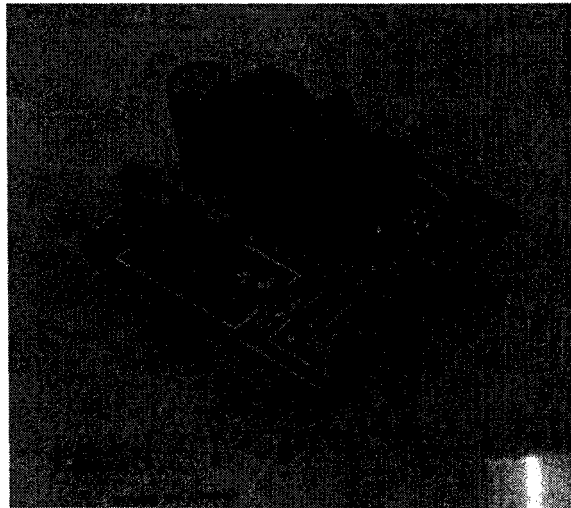


Figure 23 Une carte de puissance utilisée sur l'un des trois axes d'ANAT

L'étage de puissance comporte également un capteur de courant de type LEM LTS 6-NP [27]. Ce transducteur de courant prend le courant du moteur  $I_p$  au primaire, et fournit une tension correspondante  $V_{out}$  au secondaire du composant, lié à  $I_p$  par la relation suivante :

$$V_{out} = 2.5 \pm 0.625 \cdot \frac{I_p}{6} \cdot nt \quad (5.4)$$

où  $nt$  est le nombre de tours au primaire qui est égal à 3 dans notre cas. Le signe  $\pm$  dépend du sens de l'enroulement effectué au primaire du LEM.

## CHAPITRE 6

### IMPLÉMENTATION EXPÉRIMENTALE SUR ANAT

#### 6.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons implémenter expérimentalement la commande par mode de glissement sur les trois axes redondants d'ANAT. Nous débuterons en présentant les signaux d'entrée et de sortie de Simulink en présence, qui seront conditionnés pour devenir compatibles avec l'étage de microcontrôleurs et avec la partie puissance. Nous allons par la suite présenter le problème de la zone morte des moteurs du robot, que nous allons d'ailleurs estimer et compenser. Nous allons ensuite exposer et analyser les résultats pratiques obtenus et les confronter aux résultats de simulation du chapitre 3. Nous allons finalement proposer des solutions pour réduire les commutations haute fréquence, sans toutefois compromettre les performances de poursuite du contrôleur.

#### 6.2 Mise en forme des signaux d'entrée et de sortie dans Simulink

Dans cette partie, nous allons nous attarder sur l'adaptation des signaux d'entrée / sortie de Simulink dans la commande que nous avons appliquée sur ANAT. Comme le montre la figure 18 du chapitre précédent, nous avons comme entrées analogiques les signaux provenant des capteurs de courant et les signaux d'angles provenant de l'étage de microcontrôleurs. Nous avons cependant un seul signal de sortie analogique qui représente la commande en tension multiplexée des trois axes du robot. Les entrées de courant interviennent dans la boucle de PI interne afin de contrôler la consigne de couple, alors que les entrées d'angles constituent le retour de la boucle principale.

### 6.2.1 Boucle d'angles

Tel que décrit dans le chapitre 5, la boucle de retour des angles provient du signal numérique PWM généré par l'étage de microcontrôleurs et transformé par un filtrage RC du premier ordre en un signal analogique, avant d'être envoyé à Simulink. Le signal d'angles qui rentre donc dans Simulink, est un signal compris entre 0 et 5 volts, 0 volt correspond à  $-\frac{\pi}{2}$  radians, 2,5 volt correspond à 0 radian, et 5 volts à  $\frac{\pi}{2}$  radians. Ainsi nous obtenons l'angle en radians  $q_{rad}$  dans Simulink à partir du signal analogique  $q_{analog}$  comme suit :

$$q_{rad} = (q_{analog} - 2.5) \cdot \frac{\pi}{2 * 2.5} \quad (6.1)$$

Or, pour la commande par mode de glissement, nous avons besoin, en plus du signal d'angles, du signal de vitesse angulaire. Cependant, il est généralement déconseillé de dériver numériquement un signal capté. Nous construisons donc un estimateur de la vitesse angulaire, sans utiliser de blocs dérivateurs, comme le montre la figure 24. L'estimateur de vitesse angulaire est en fait équivalent mathématiquement à un filtre du deuxième ordre, de pulsation de coupure  $\omega_0$  et de facteur d'amortissement  $\xi$ , mais qui est présenté sous forme de représentation d'état, ayant comme entrée  $q_{rad}$  et comme vecteur d'état  $[q_{rad\ f} \quad \dot{q}_{rad\ f}]$ , où  $q_{rad\ f}$  est l'angle filtré.  $\xi$  a été choisie égale à la valeur typique de 0.7, alors que la valeur numérique de  $\omega_0$  a été choisie par essai / erreur et vaut 20 rd/s pour les trois axes. Pour déterminer  $\omega_0$  de manière plus rigoureuse, il faudrait connaître le modèle exact du robot ainsi que les paramètres dynamiques des moteurs utilisés, puis procéder à une étude dans le domaine fréquentiel pour déterminer la bande passante du système et en déduire par conséquent la largeur  $\omega_0$  du filtre.

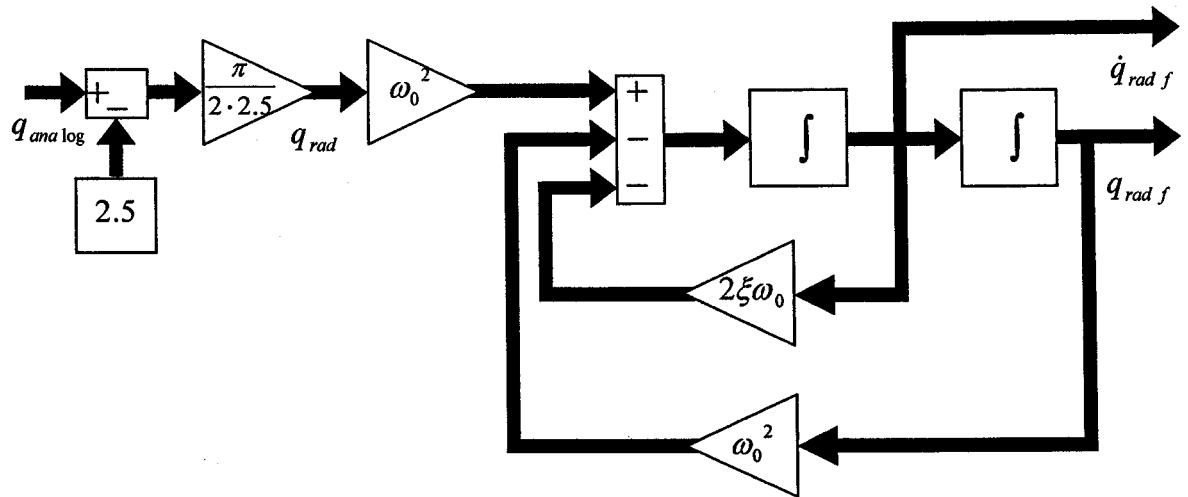


Figure 24 Estimateur de la vitesse angulaire implanté dans Simulink

### 6.2.2 Boucle de courant

La boucle de courant constitue une boucle interne qui assure la régulation de la consigne de couple grâce à un correcteur PI. Elle permet aussi de passer d'une commande en couple en une commande en tension, qui constitue la commande réelle des moteurs du robot. En reprenant du chapitre précédent la relation introduite par le capteur de courant au niveau de l'étage de puissance, nous avons que  $V_{out} = 2.5 \pm 0.625 \cdot \frac{I_p}{6} \cdot 3$ . Pour réobtenir dans Simulink le courant réel du moteur, nous déduisons la relation suivante :

$$I_p = \mp 3.2 \cdot (V_{out} - 2.5) \quad (6.2)$$

Nous avons par la suite procédé également à un filtrage du courant  $I$  par un filtre du deuxième ordre de pulsation de coupure  $\omega_1$  et de facteur d'amortissement  $\xi$  qui est le même que pour celui du filtre de la boucle d'angles. La valeur numérique de  $\omega_1$  a été choisie par essai / erreur et vaut 100 rd/s. Ainsi nous obtenons le courant filtré  $I_f$ .

Toutefois, le courant filtré doit être comparé à la consigne de couple, afin de générer l'erreur qui doit attaquer le correcteur PI. Il est donc nécessaire de connaître le facteur de transformation qui lie le courant au couple. Or, d'après les données techniques des moteurs d'ANAT, la constante qui lie le couple électrique au courant vaut 0.119 Nm/A. En tenant également compte du réducteur de vitesse qui introduit un rapport de 1/18, nous aurons finalement que le facteur qui lie le couple mécanique au niveau du joint de l'axe est de 2.142 Nm/A. Donc, pour transformer la consigne de couple dans Simulink en une consigne en courant, nous aurons à diviser la consigne de couple par la valeur 2.142. Le correcteur PI quant à lui a été calibré par des essais avec uniquement la boucle de courant. Les valeurs optimales que nous avons enregistrées pour les paramètres du PI ont été identiques pour les trois axes et sont les suivants :  $k_p = 30$  et  $k_i = 200$

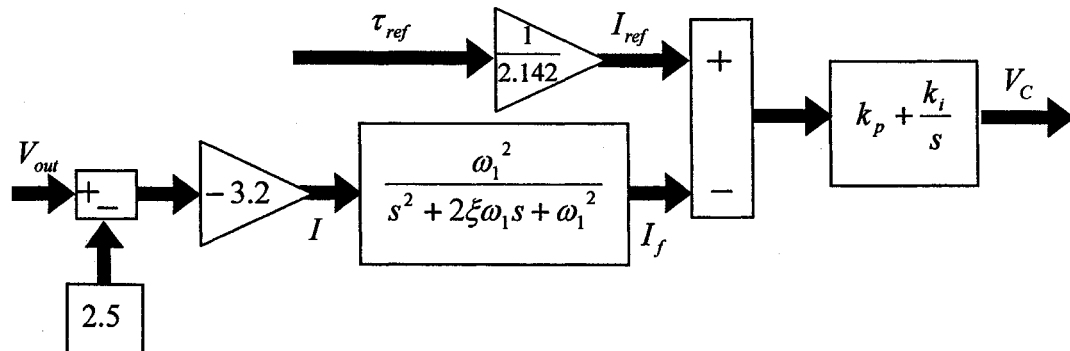


Figure 25 Boucle de courant dans Simulink

### 6.2.3 Signal de commande en tension multiplexée

À la sortie du régulateur PI, la commande en tension  $V_C$  est multiplexée de la manière qui a été expliquée dans le chapitre précédent. Comme nous l'avons aussi mentionné, cette commande doit être également adaptée à l'entrée du convertisseur analogique



numérique, moyennant l'utilisation de la relation (5.3). En tenant alors compte des valeurs numériques en question, (5.3) devient :

$$V = \frac{V_c}{36} \cdot \frac{2.56}{2} + \frac{2.56}{2} \quad (6.3)$$

La figure 26 montre le processus d'adaptation de la commande en tension dans Simulink, avant que le signal ne soit acheminé au niveau des CAN de l'étage de microcontrôleurs :

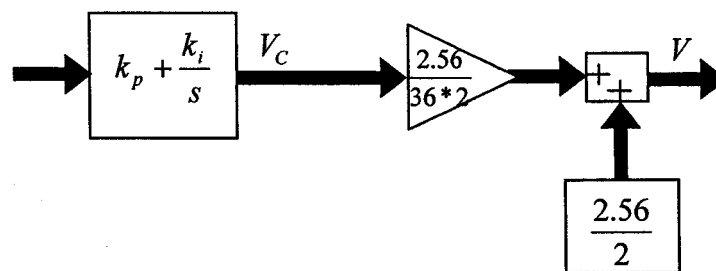


Figure 26 Adaptation de la commande en tension dans Simulink pour le CAN de l'étage de microcontrôleurs

### 6.3 Zone morte des moteurs

Le problème de zone morte est courant dans les problèmes d'électromécanique et affecte considérablement les performances de la commande. Même si théoriquement la commande par mode de glissement est assez robuste pour surmonter ce problème, en pratique il s'avère nécessaire d'en tenir compte et de compenser la zone morte, afin d'alléger le travail du contrôleur et de réduire par conséquent les commutations haute fréquence. Pratiquement, le phénomène de zone morte est engendré par des frottements au niveau de l'axe de rotation qui obéissent à la loi de Coulomb, connus également sous le nom de frottements de Coulomb. Ces frottements font en sorte que pour des faibles commandes, l'axe en question ne bouge pas, et ce n'est qu'en dépassant un certain seuil

de commande qu'il commence à bouger. Afin de mesurer la zone morte au niveau de chacun des trois axes du robot, nous avons effectué des essais en gardant uniquement la boucle de courant. De cette façon, nous pouvons déterminer les limites, tant positives que négatives, à partir desquelles la consigne de couple sera en mesure de faire bouger l'axe correspondant. Les limites de zone morte que nous avons mesurées pour les trois axes redondants d'ANAT ont été les suivantes :

- Pour l'axe 2, la largeur de la zone morte a été mesurée entre -0.3 et 0.7 N m.
- Pour l'axe 3, la largeur de la zone morte a été mesurée entre -0.4 et 0.7 N m.
- Pour l'axe 4, la largeur de la zone morte a été mesurée entre -0.2 et 0.5 N m.

Chacune des zones mortes des trois axes peut donc être modélisée dans Simulink par un relais, mais pas nécessairement symétrique, comme en font preuve les mesures précédentes. Après avoir mesuré les limites de la zone morte pour chaque moteur, l'étape suivante consiste à la compenser. Sachant alors que l'erreur de poursuite est définie comme étant la position du robot - la trajectoire désirée, si l'erreur de poursuite de l'axe  $i$  est négative, alors le robot devrait tourner dans le sens positif, et donc il faudrait ajouter à la consigne de couple le seuil positif de la zone morte. Inversement, si l'erreur est positive, alors le robot doit tourner dans le sens négatif, et il faut ajouter le seuil négatif de la zone morte. Ainsi, l'erreur de poursuite doit constituer l'entrée du relais pour la compensation de chaque zone morte. Le schéma bloc suivant montre la compensation de la zone morte pour l'axe  $i$ , au niveau de la consigne de couple :

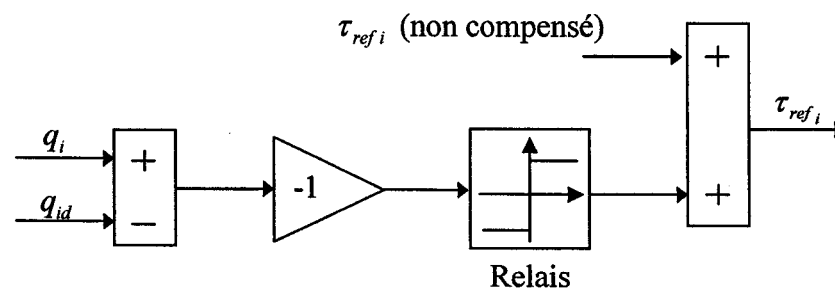


Figure 27 Compensation de la zone morte dans Simulink

En pratique, vu que l'erreur de poursuite  $e_i = q_i - q_{id}$  ne se stabilise jamais à zéro, le relais peut alors causer des commutations indésirables en surplus sur la commande de couple. Pour éviter cela, un petit intervalle  $[-\varepsilon, \varepsilon]$  de largeur contrôlable  $2\varepsilon$  est ajouté au relais au voisinage de 0 comme suit :

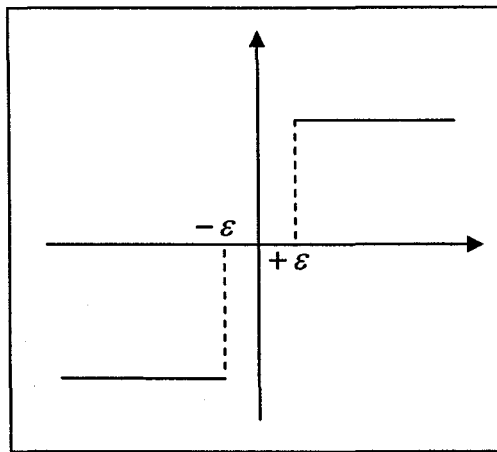


Figure 28 Modèle de zone morte

#### 6.4 Résultats expérimentaux

Dans cette partie nous exposons les résultats expérimentaux de la commande par mode de glissement conventionnelle sur les trois axes d'ANAT. Nous avons tout d'abord commencé par utiliser la fonction  $sign(S)$  dans la loi d'atteinte, avec un terme proportionnel à  $S$ , comme dans la relation (1.3) :

$$\dot{S}_i = -k_i \cdot sign(S_i) - Q_i \cdot S_i, \quad i = 2, \dots, 4 \quad (6.4)$$

avec  $k_i = 1$  et  $Q_i = 0.2$  pour les trois axes. Le terme proportionnel permet de réduire encore davantage l'erreur de poursuite en régime permanent et allège la tâche pour le terme discontinu.

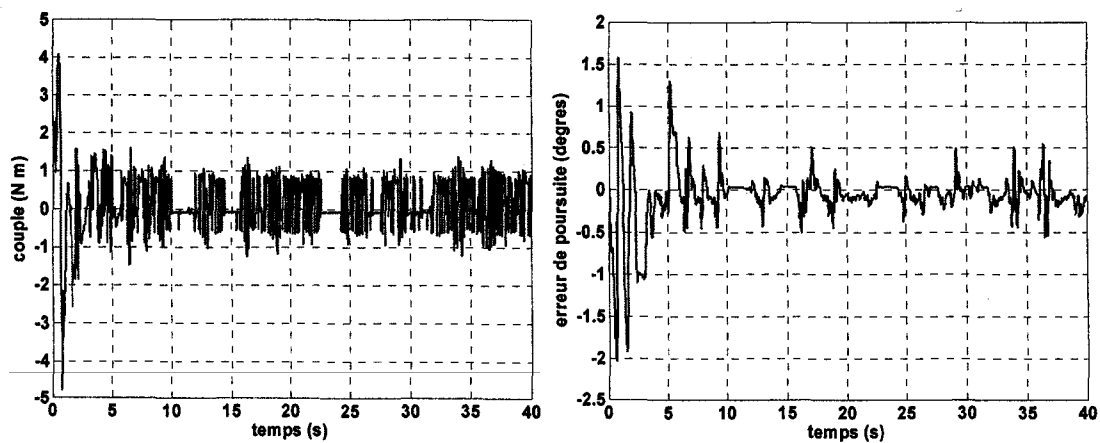
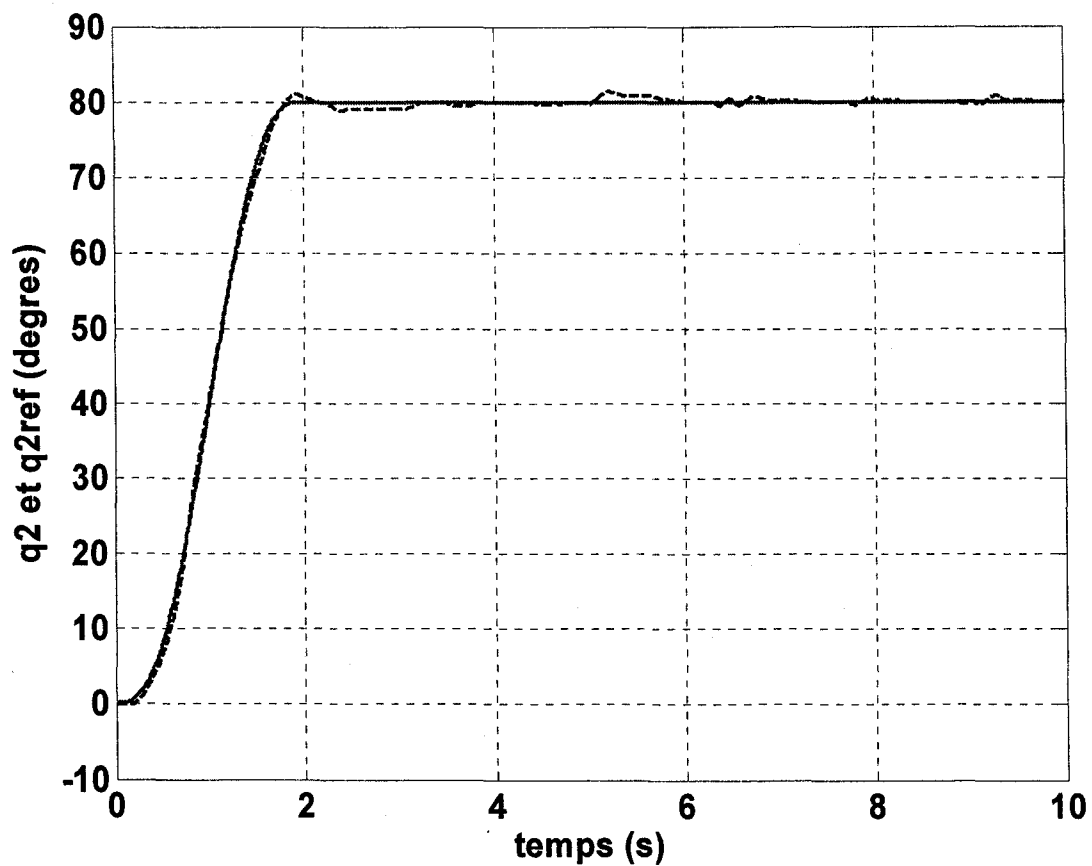


Figure 29 Résultats expérimentaux pour l'axe 2

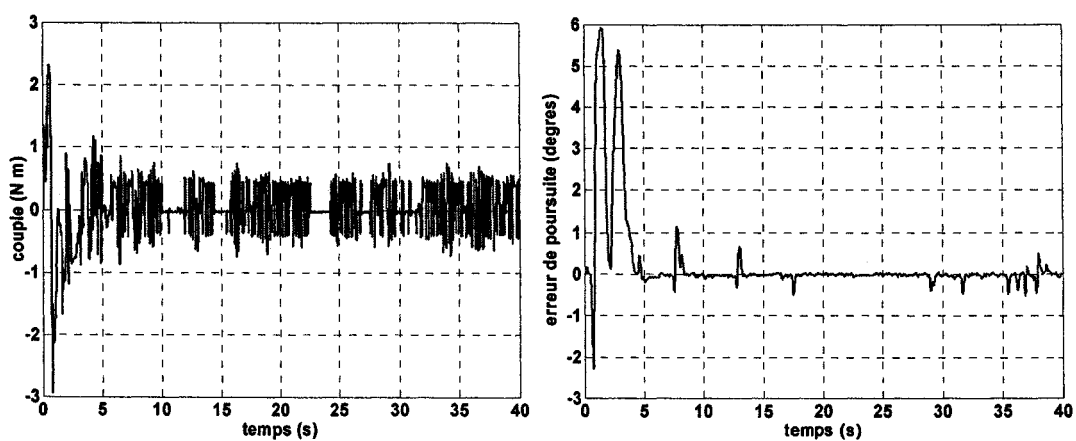
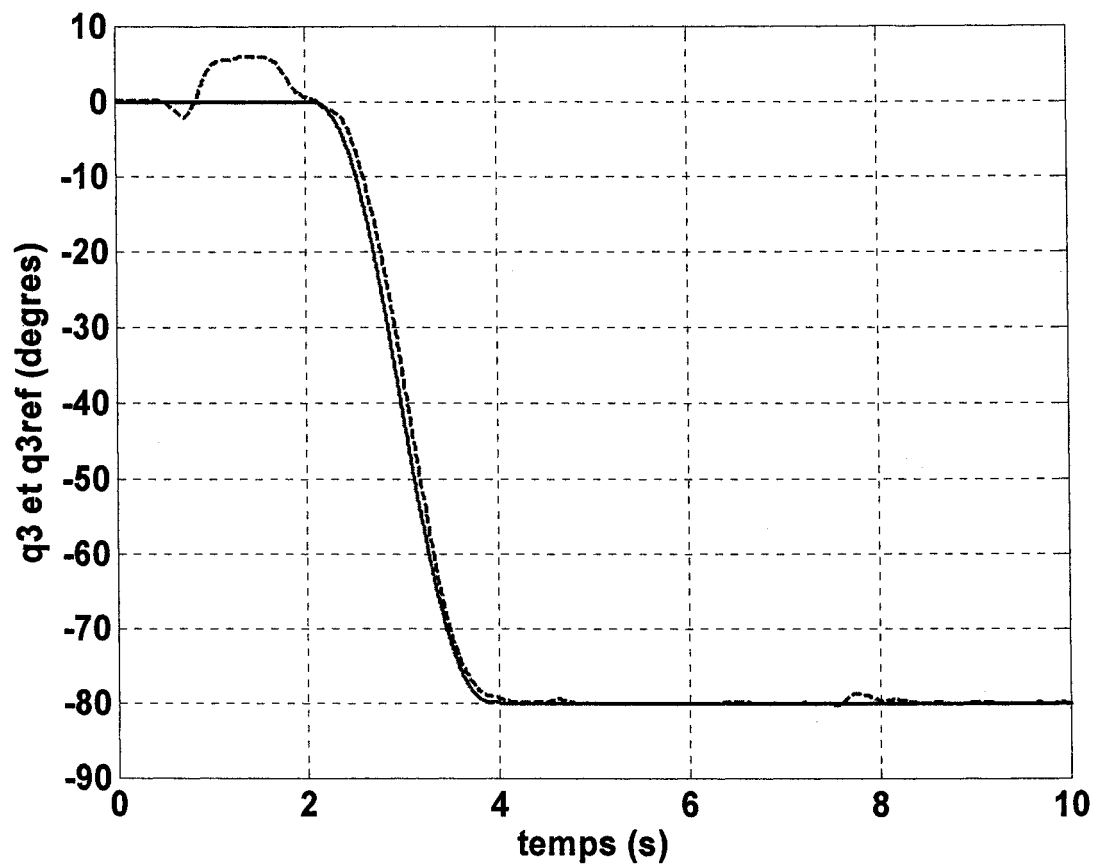


Figure 30 Résultats expérimentaux pour l'axe 3

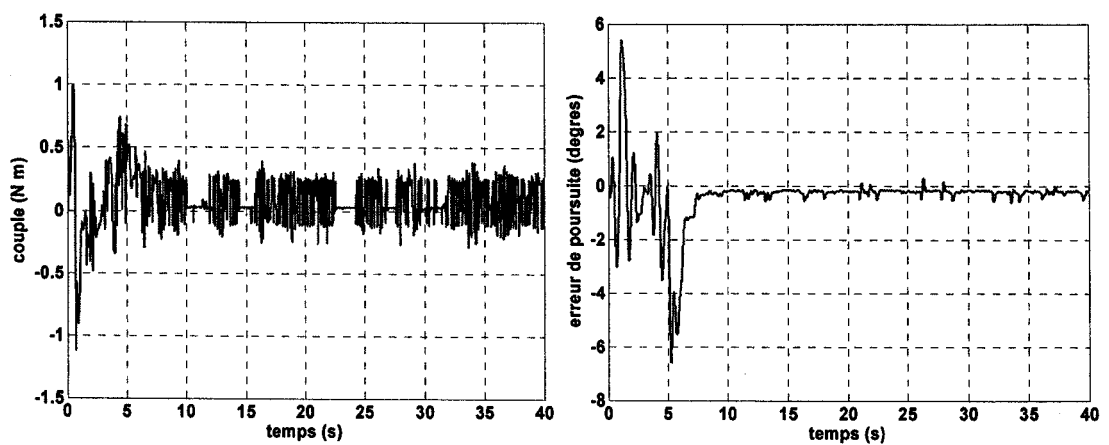
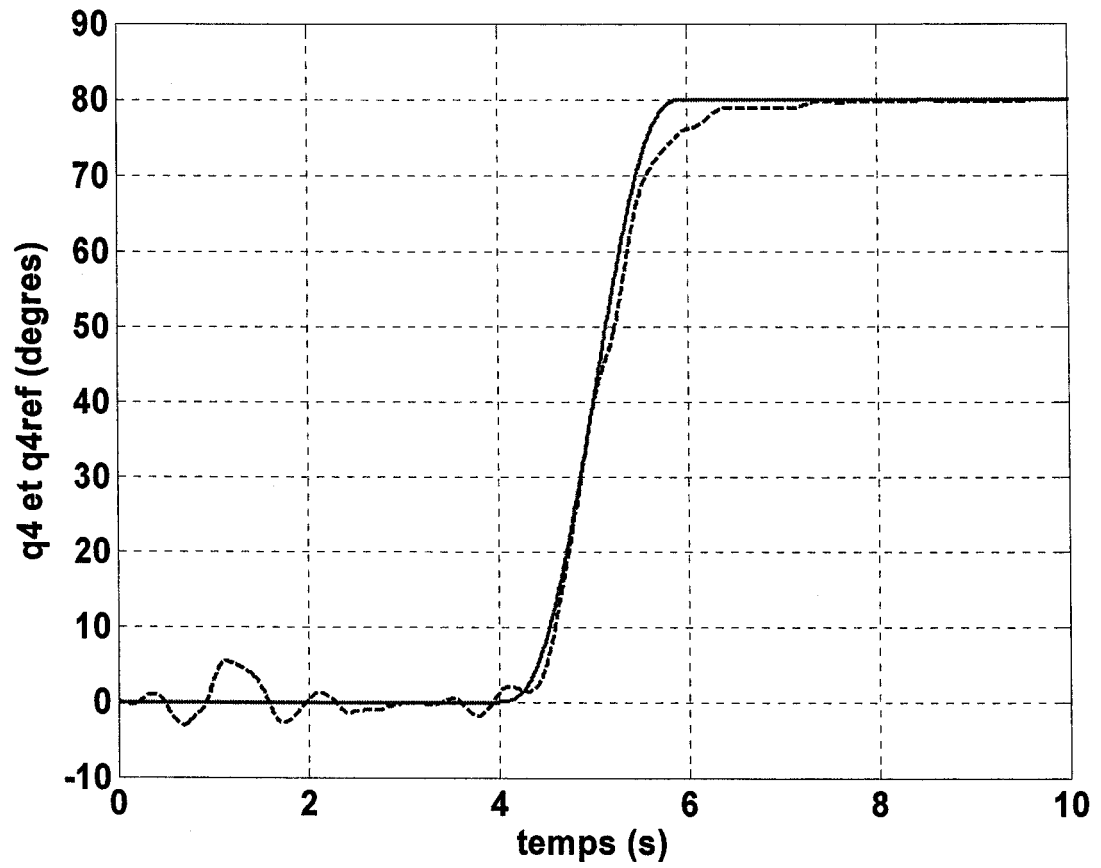


Figure 31 Résultats expérimentaux pour l'axe 4

La période d'échantillonnage  $T$  a été choisie égale à 0.0003 seconde, donc le délai pour l'ensemble des trois axes de 0.0009 seconde, qui reste acceptable pour la commande en temps réel. Pour chacun des trois axes, nous présentons trois graphes. Le premier graphe représente la poursuite de trajectoire dans l'espace des angles du joint en question par rapport à la trajectoire de référence. Le deuxième et le troisième représentent respectivement la commande en couple et l'erreur de poursuite. La trajectoire de référence de chacun des trois axes est un polynôme du cinquième ordre explicité dans le chapitre 4 par la relation (3.26). La poursuite de trajectoire a été visualisée sur dix secondes, afin de mieux observer les performances de poursuite en régime transitoire. Par contre, la commande en couple ainsi que l'erreur de poursuite ont été visualisés sur une fenêtre temporelle de quarante secondes, pour visualiser leur allure en régime établi.

Les résultats expérimentaux montrent en général une bonne poursuite de trajectoire qui admet une erreur inférieure à 0.5 degrés en régime permanent, et ce pour les trois axes, soit une erreur relative inférieure à 6.25 % pour une consigne de 80 degrés. Par contre, nous constatons les commutations haute fréquence sur la commande en couple, qui sont entretenues tout au long du régime établi. Ces commutations proviennent évidemment du terme discontinu  $sign(S)$  qui se retrouve dans l'expression de la loi de commande. Afin de réduire ces commutations, nous avons fait d'autres essais expérimentaux en utilisant la fonction  $sat(S/\phi)$  à la place de  $sign(S)$ , analogiquement pour le système à lévitation magnétique, avec  $\phi = 0.1$ . Comme le montrent les résultats ci-dessous, nous avons remarqué une réduction des commutations sur la commande en couple qui se manifestent localement par endroits. Par contre, nous avons constaté une réduction notable de la robustesse de la commande qui rend donc le contrôleur plus vulnérable aux perturbations externes. Dans certaines mesures expérimentales que nous avons effectuées avec la fonction  $sat$ , nous avons remarqué des erreurs pouvant atteindre 2 degrés en régime permanent, surtout au niveau de l'axe 4. Les résultats ci-dessous ne montrent cependant pas des erreurs aussi excessives, mais montrent néanmoins des erreurs en régime transitoire plus importantes que dans le cas précédent.

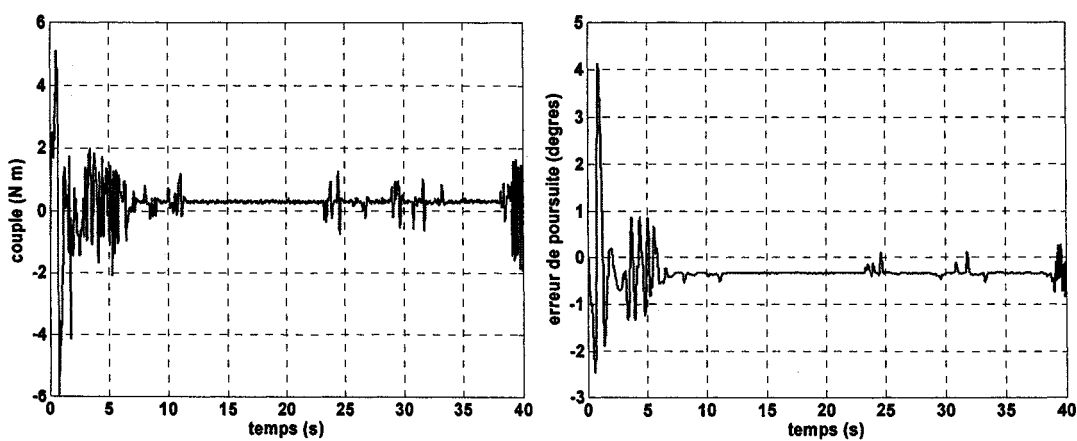
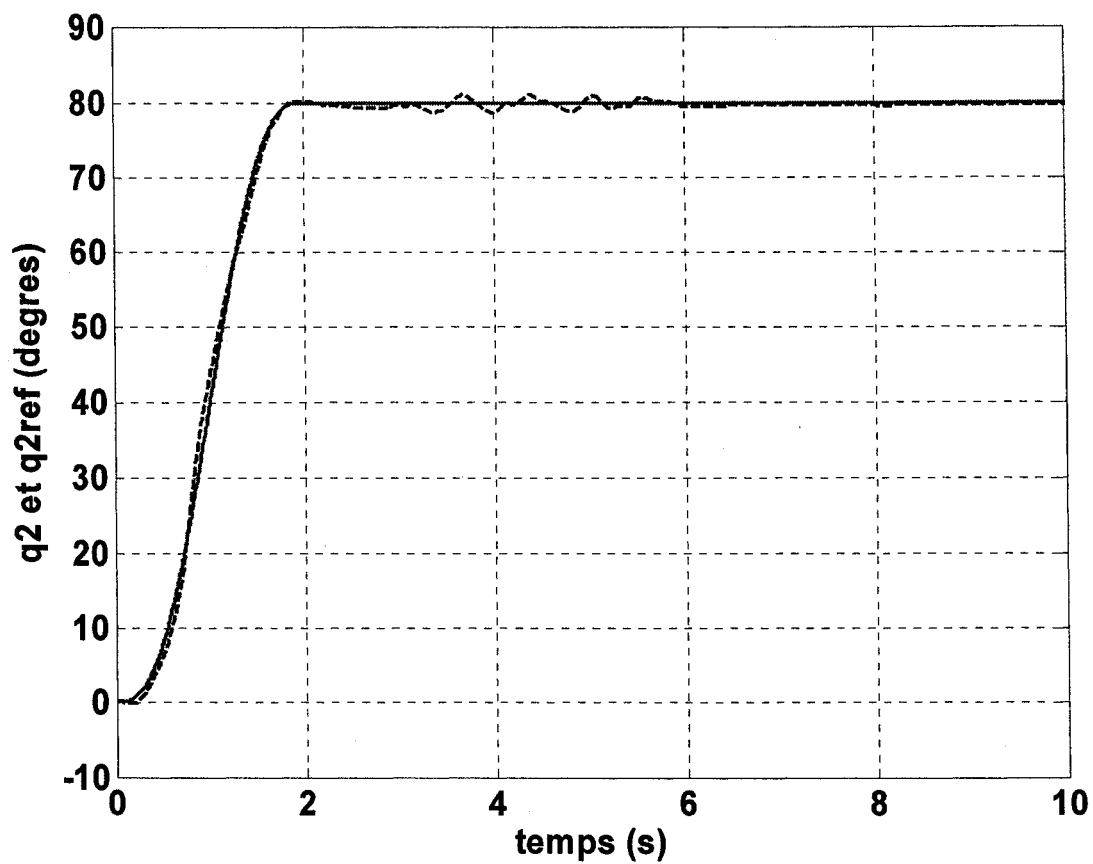


Figure 32 Résultats expérimentaux pour l'axe 2



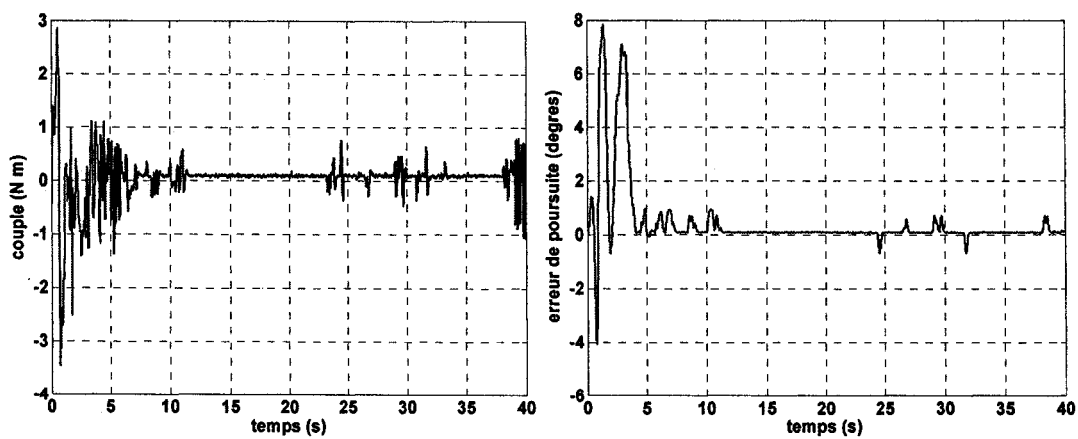
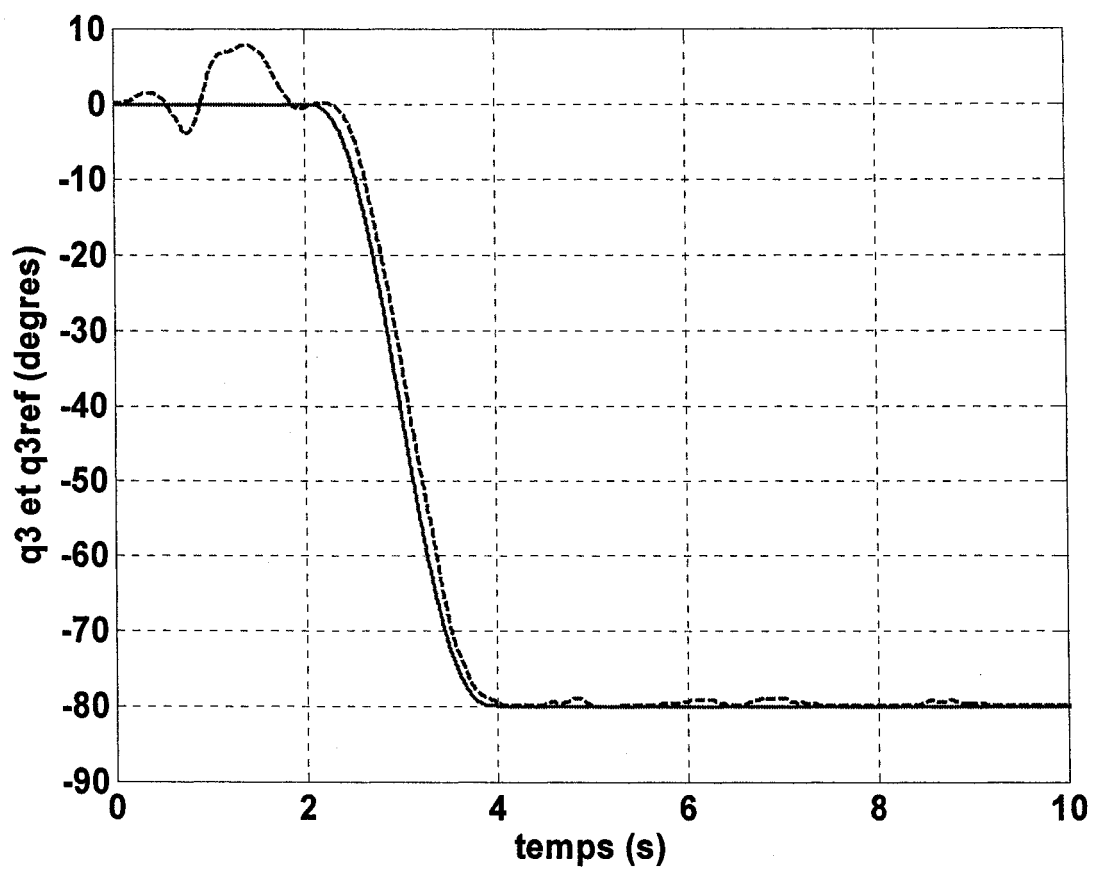


Figure 33 Résultats expérimentaux pour l'axe 3

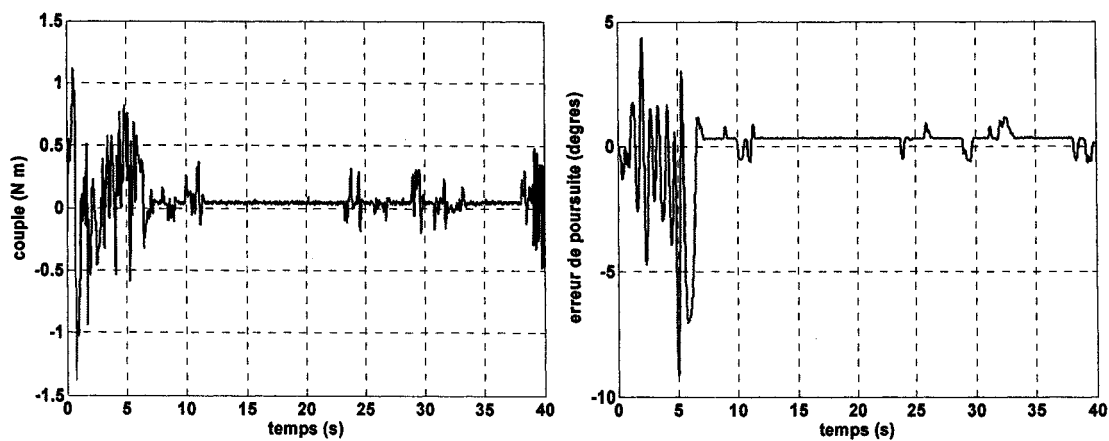
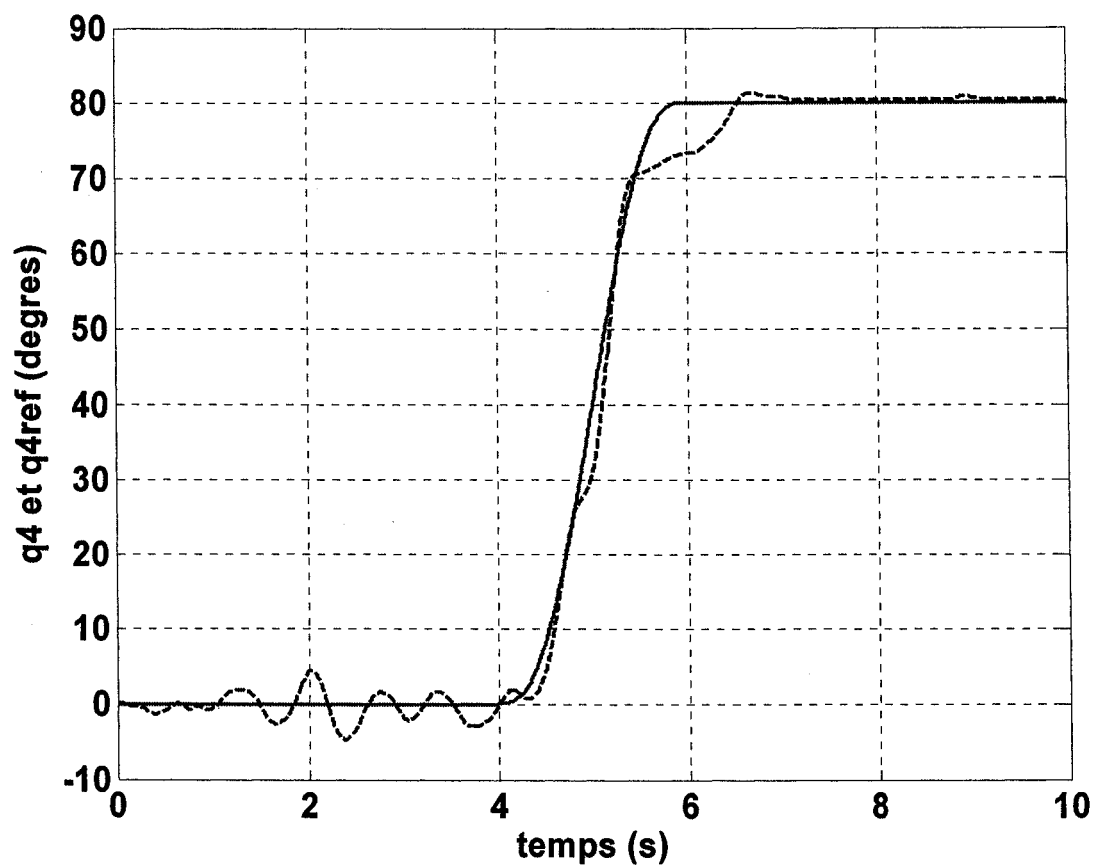


Figure 34 Résultats expérimentaux pour l'axe 4

## CHAPITRE 7

### COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT AVEC LOI DE CONVERGENCE EXPONENTIELLE : CAS MULTI VARIABLE

#### 7.1 Introduction

Dans le chapitre 3, nous avons appliqué la loi de convergence exponentielle sur le système à lévitation magnétique, qui représente un exemple d'un système non linéaire mono variable. Afin de généraliser les conclusions concernant cette méthode, nous allons dans ce chapitre l'appliquer sur ANAT, qui constitue donc un exemple de système multi variable. Nous allons là encore comparer les résultats obtenus aux autres lois de convergence étudiées dans ce projet. Le développement théorique de l'approche dans le cas multi variable est identique au cas mono variable entrepris dans le chapitre 3. La seule différence est que dans ce cas il faudra considérer trois lois de convergence distinctes pour chacun des trois degrés de liberté du robot.

#### 7.2 Loi de convergence exponentielle sur ANAT

Dans cette partie, nous appliquons expérimentalement la loi de convergence exponentielle sur ANAT, afin de constater les performances de réduction des commutations haute fréquence sur la commande en couple. Nous avons considéré  $p=1$  dans ce cas pour les trois axes. Comme pour le chapitre 6, nous avons également ajouté dans la loi de commande discontinue le terme proportionnel à la fonction de glissement, afin d'améliorer les performances de poursuite face à la zone morte. Ainsi, dans ce cas, la loi d'atteinte discontinue pour chaque axe prend la forme suivante :

$$\dot{S}_i = -\frac{k_i}{\delta_{i0} + (1 - \delta_{i0})\exp(-\alpha_i |S_i|)} \text{sign}(S_i) - Q_i \cdot S_i, i = 2, \dots, 4 \quad (7.1)$$

où  $\delta_{i0} = 0.1$  ,  $k_i = 1$  ,  $\alpha_i = 20$  et  $Q_i = 0.2$  pour les trois axes d'ANAT. Le temps d'échantillonnage a été pris le même que précédemment, soit  $T = 0.0003$  secondes. Les consignes de trajectoire pour les trois axes restent les mêmes que précédemment. Les résultats expérimentaux ci-dessous obtenus avec cette méthode présentent des performances décisives par rapport au cas usuel, surtout en ce qui concerne la réduction des commutations haute fréquence observée au niveau de la commande en couple. L'erreur de poursuite en régime permanent est typiquement comprise entre 0.5 et -0.5 degré pour chaque axe, mais dans certaines mesures expérimentales, l'erreur de poursuite pour chaque axe est inférieure à 0.1 degré en valeur absolue, comme en témoignent les résultats ci-dessous :

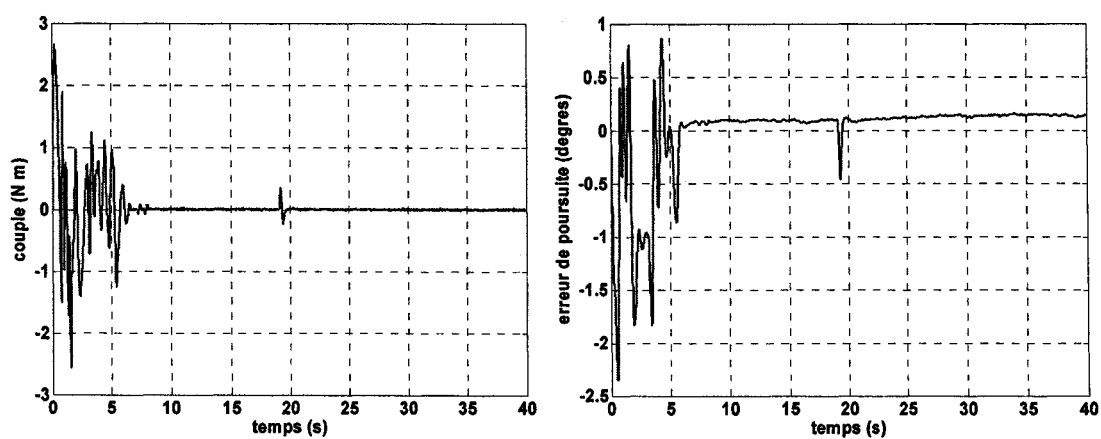
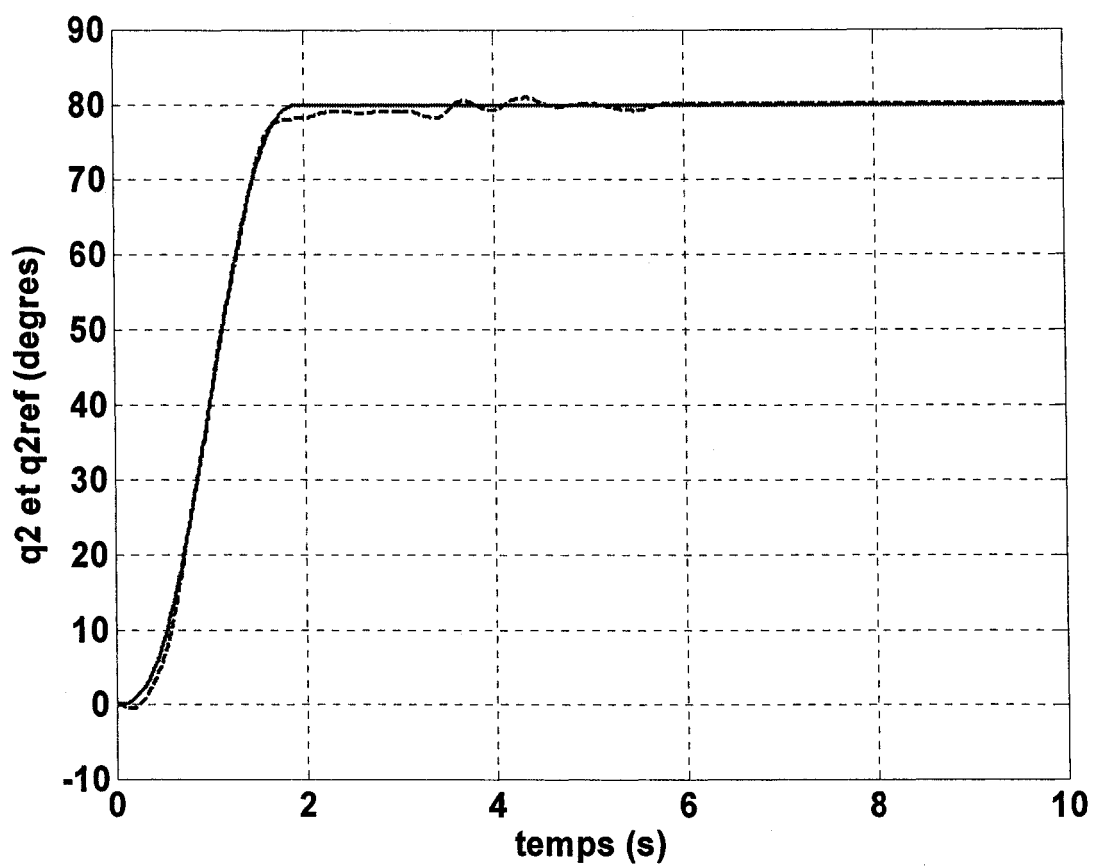


Figure 35 Résultats expérimentaux pour l'axe 2

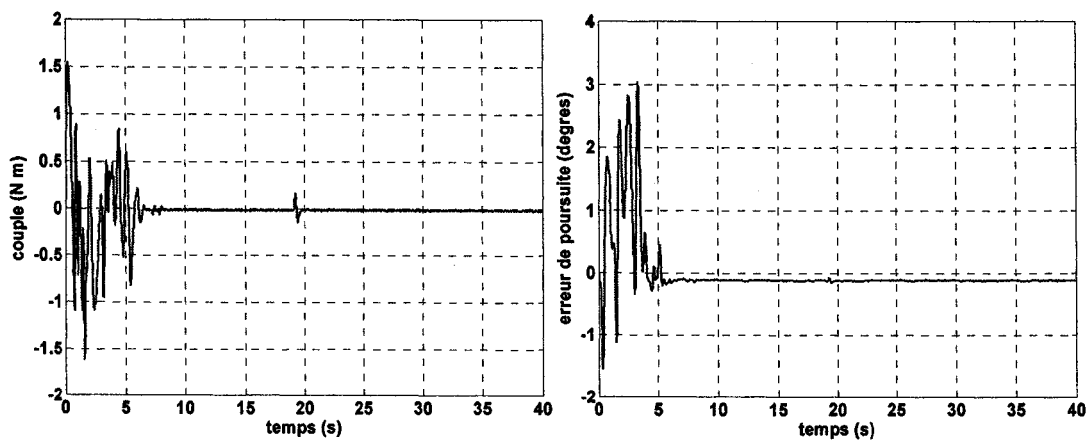
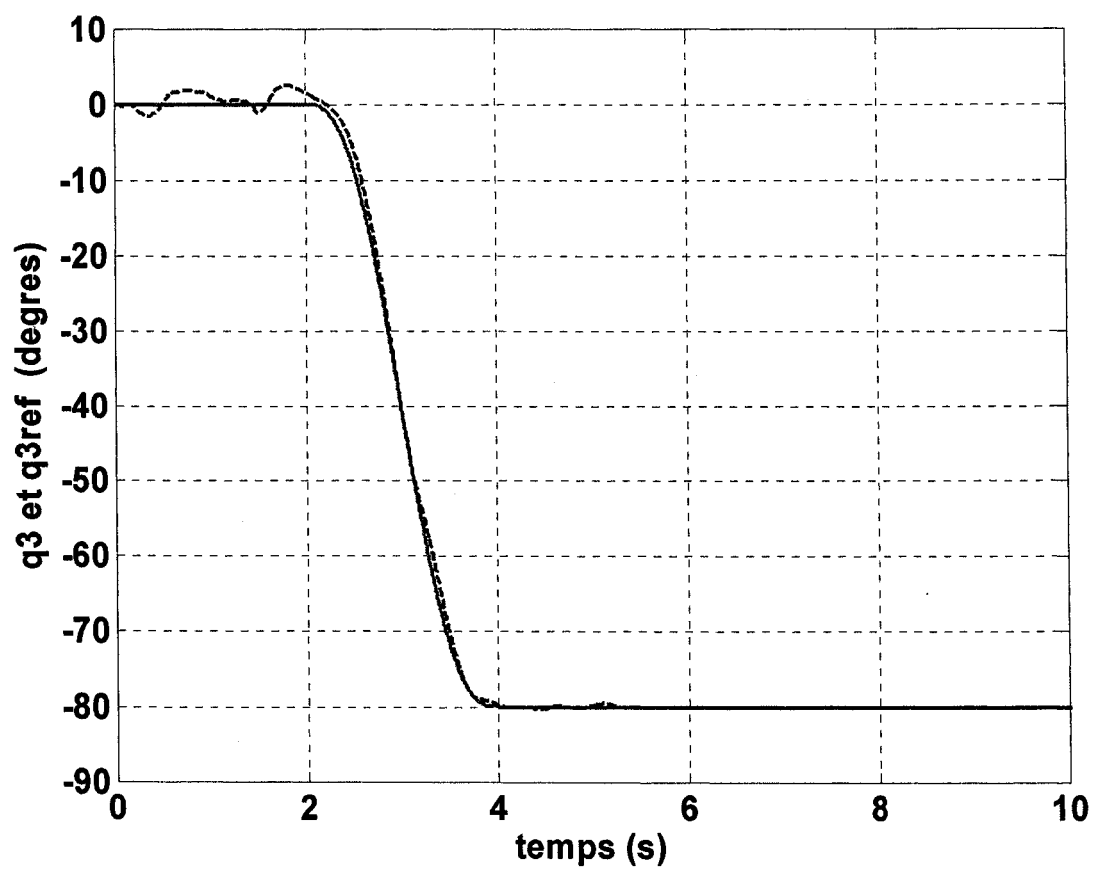


Figure 36 Résultats expérimentaux pour l'axe 3

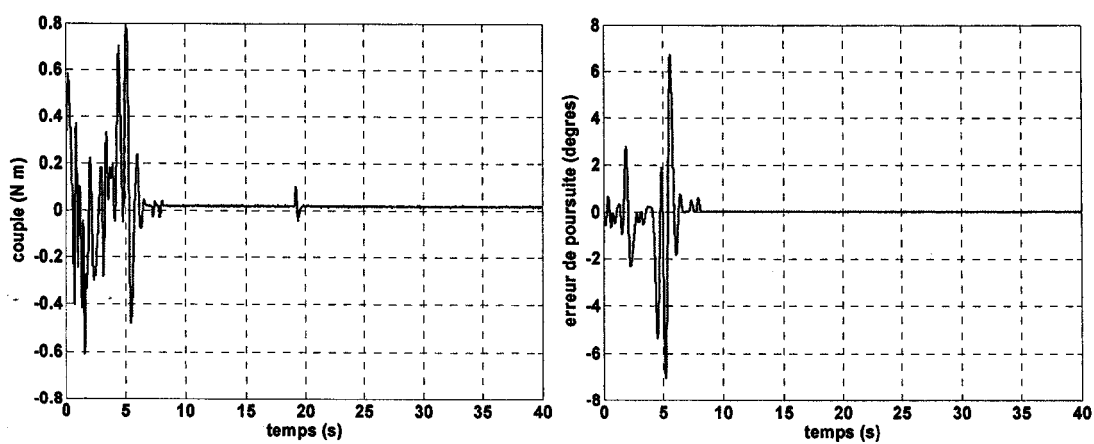
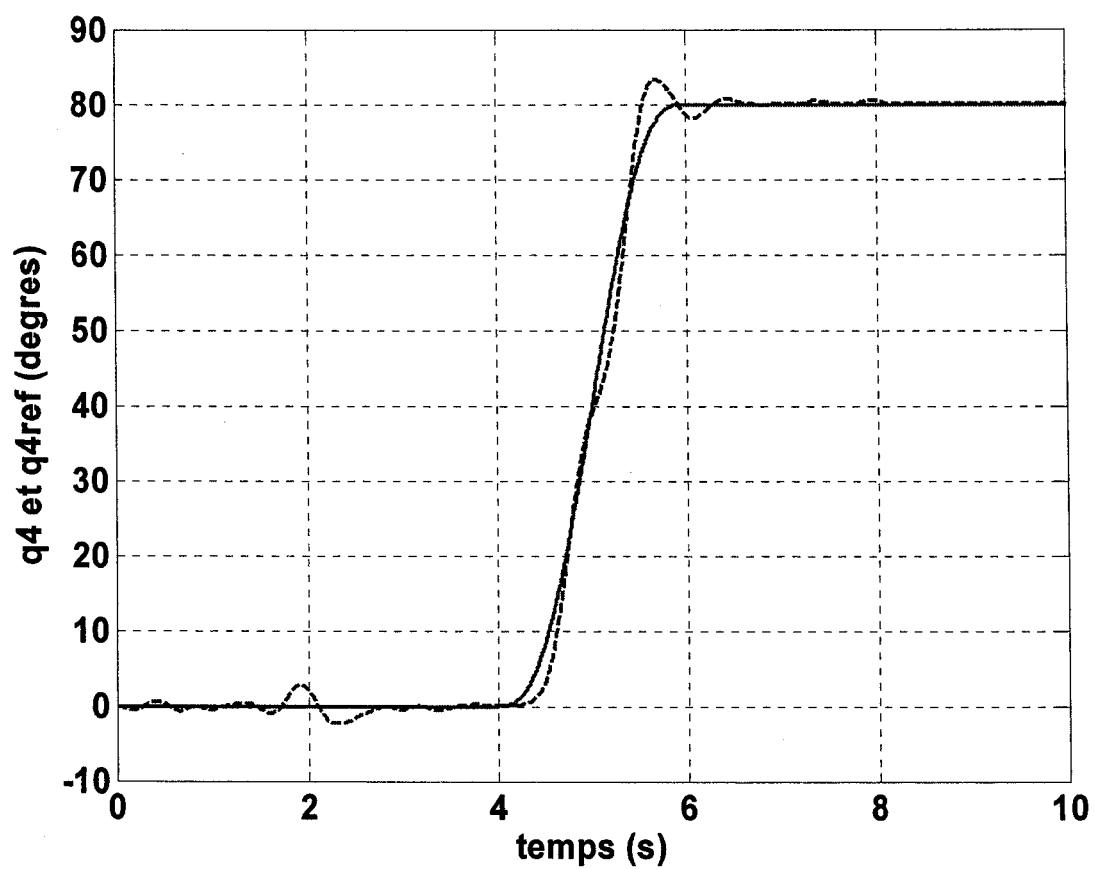


Figure 37 Résultats expérimentaux pour l'axe 4

À partir des résultats expérimentaux précédents, nous remarquons une excellente poursuite de trajectoire pour les trois axes, et nous constatons que l'erreur de poursuite en régime permanent est inférieure à 0.1 degré. Quand aux consignes de couples, nous constatons pour cette expérience en particulier que les commutations n'existent pas. Nous avons toutefois enregistré des consignes de couples pour les trois axes, où les commutations sont entretenues, mais comme le montre la figure 38 elles restent très réduites par rapport au cas usuel et ne se font pas sentir au niveau du robot. Ces résultats expérimentaux corroborent donc à fortiori la pertinence de l'approche proposée, et sa supériorité face à la méthode classique de mode de glissement réside dans la réduction des commutations haute fréquence, sans toutefois altérer les performances de poursuite de trajectoire du contrôleur.

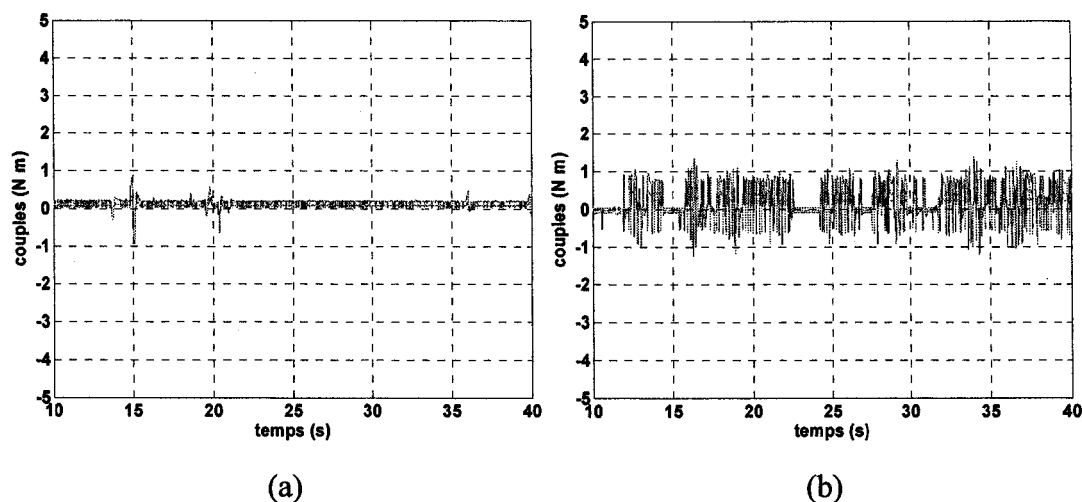


Figure 38 les trois couples (a) avec la loi d'atteinte de (6.11) et (b) avec la commande par mode de glissement conventionnelle

La figure 39 ci-dessous quant à elle représente la fonction  $1/N(S_i)$  pour les trois axes d'ANAT, avec :  $N(S_i) = \delta_0 + (1 - \delta_0) \cdot \exp(-\alpha |S_i|)$



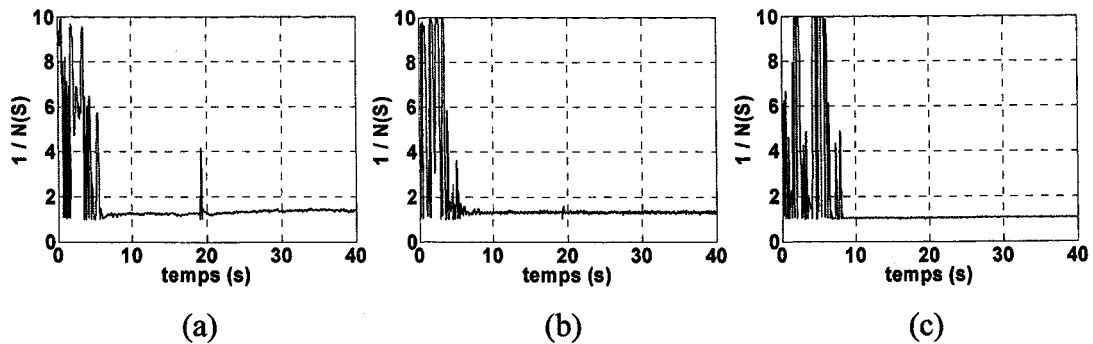


Figure 39  $1/N(S_i)$  pour (a) l'axe 2, (b) l'axe 3 et (c) l'axe 4

### 7.3 Loi de convergence exponentielle versus exposant fractionnaire

Nous avons voulu dans un deuxième temps comparer les performances de l'approche proposée à la loi de convergence (1.4), qui fait intervenir une puissance fractionnaire dans la loi de commande. Nous avons donc appliqué sur ANAT la loi d'atteinte (1.4), en choisissant  $\alpha$  égal à 0.5, et à laquelle nous avons ajouté également un terme proportionnel à la fonction de glissement. Nous obtenons donc une loi de convergence qui contient une racine carrée :

$$\dot{S}_i = -k_i \cdot \sqrt{|S_i|} \cdot \text{sign}(S_i) - Q_i \cdot S_i, \quad i = 2, \dots, 4 \quad (7.2)$$

Avec  $k_i = 1$  et  $Q_i = 0.2$  pour les trois axes, les résultats expérimentaux enregistrés avec cette loi d'atteinte sont représentés ci-dessous. Dans ces résultats nous voyons effectivement que les commutations sont totalement éliminées de la commande. Par contre, comme nous l'avons prédit, cette technique s'avère être moins robuste et plus lente que l'approche précédente, puisque le gain discontinu tend à s'annuler lorsque le système s'approche de la surface de glissement. Cette lenteur dans la commande se caractérise dans l'apparition de paliers par lesquels passent les erreurs de poursuite, et sont surtout apparents pour les axes 3 et 4 en particulier pour les résultats expérimentaux ci-dessous.

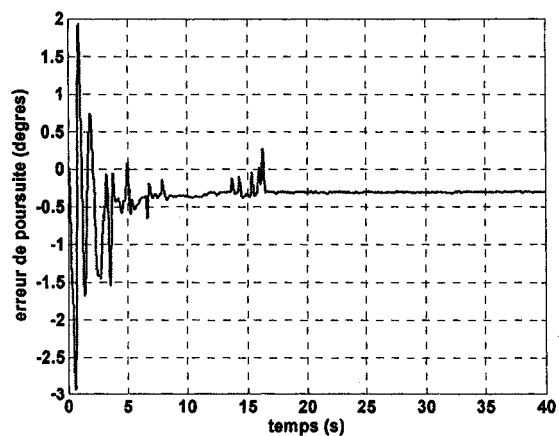
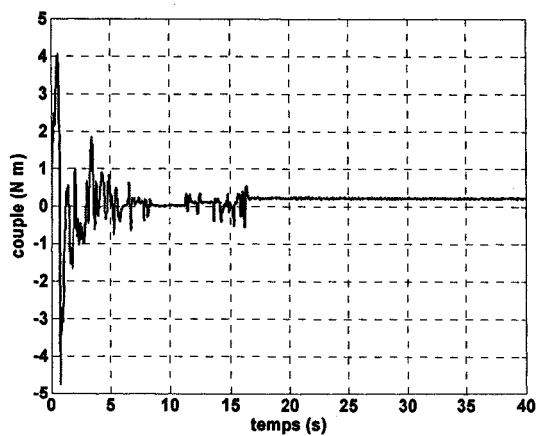
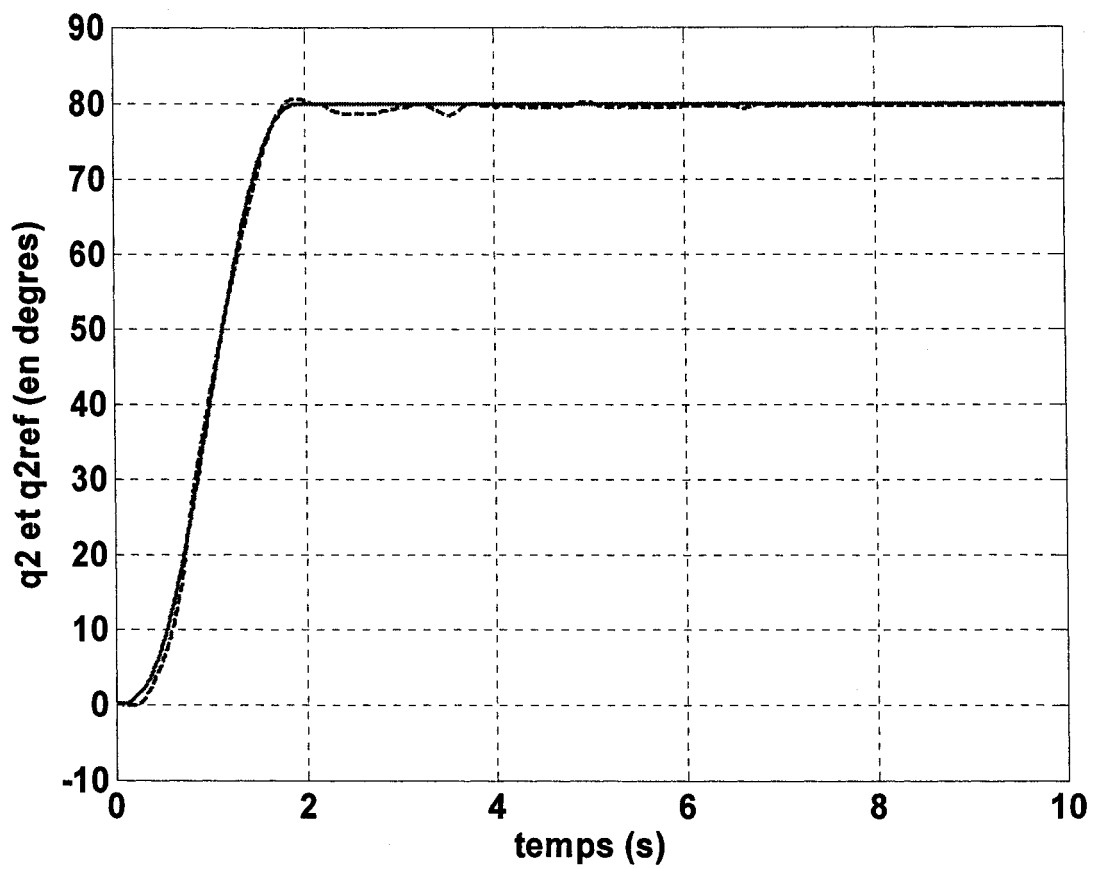


Figure 40 Résultats expérimentaux pour l'axe 2

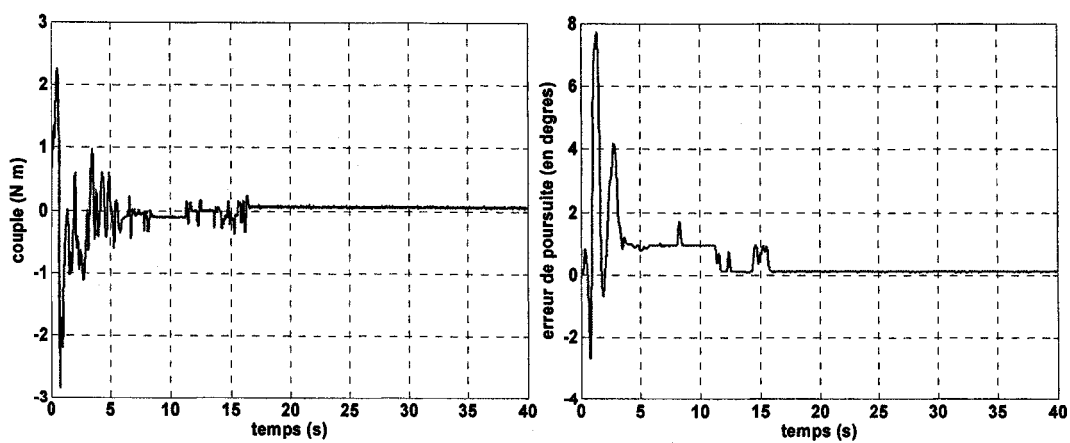
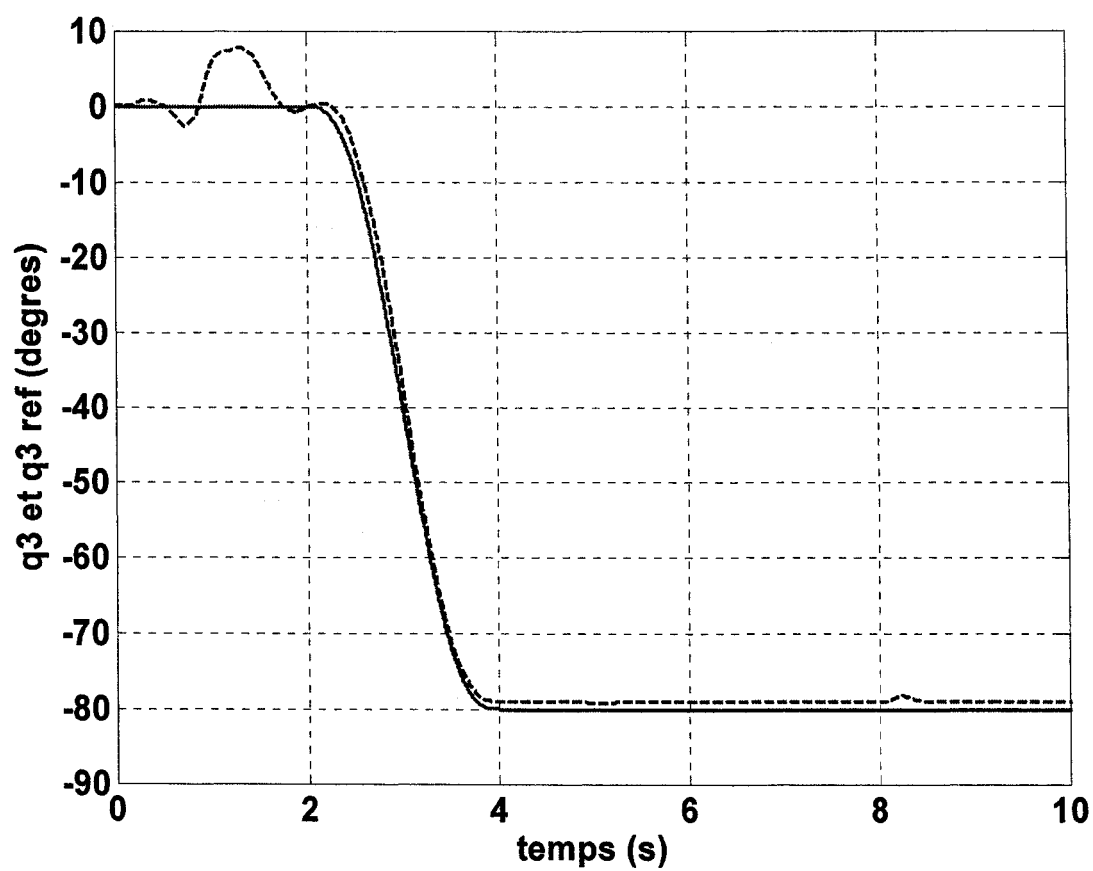


Figure 41 Résultats expérimentaux pour l'axe 3

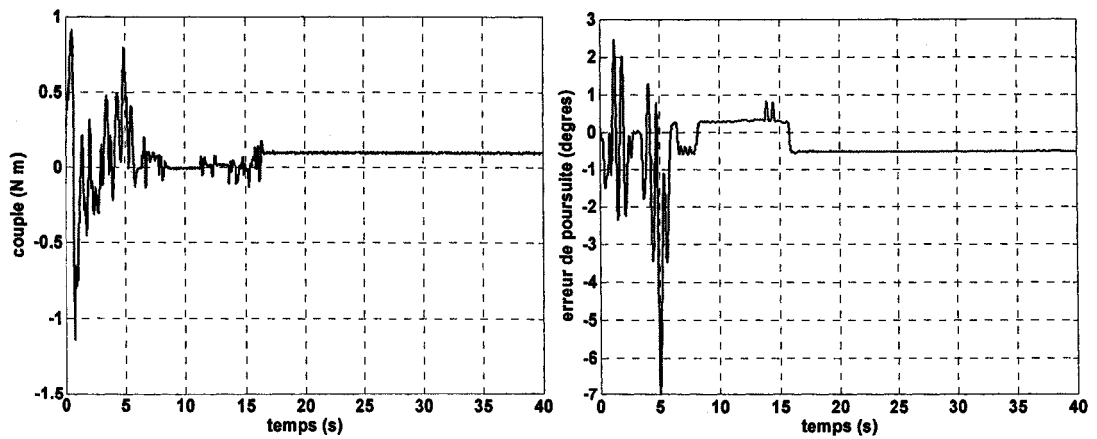
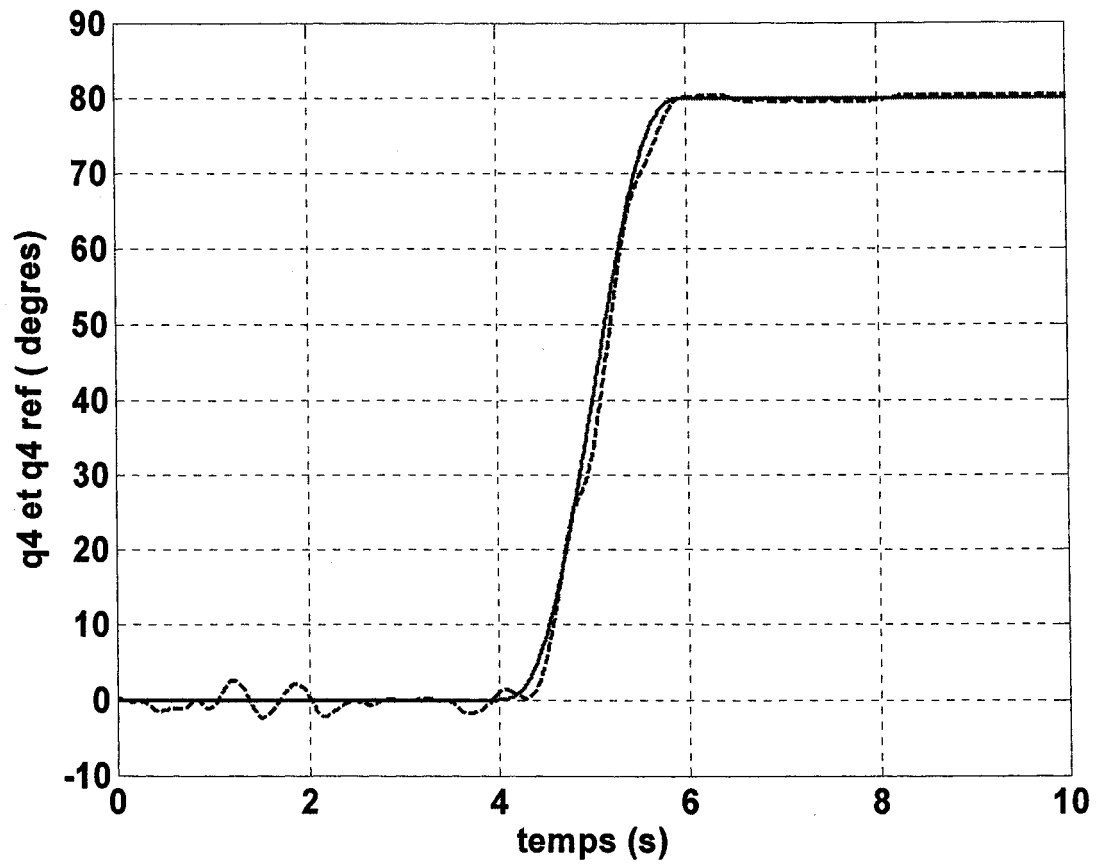


Figure 42 Résultats expérimentaux pour l'axe 4

## DISCUSSION DES RÉSULTATS

Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus dans les chapitres 2, 3, 6 et 7 concernant le robot ANAT et le système à lévitation magnétique font un survol des performances de la commande par mode de glissement sur des systèmes mono et multi variables. Nous avons pu constater les commutations haute fréquence sur la commande, qui sont caractéristiques de la commande par mode de glissement, à cause du terme discontinu qui figure dans la loi de commande.

Nous avons cependant proposé une approche qui réduit les commutations sur la commande sans affecter les performances de poursuite ni la vitesse de convergence du contrôleur. Cette approche consiste à introduire un terme exponentiel dans la loi d'atteinte, qui fait en sorte que le terme discontinu s'adapte dynamiquement aux variations de la fonction de glissement; si la fonction de glissement augmente en valeur absolue, le terme discontinu augmente afin de ramener le système sur la surface de glissement. Si par contre la fonction de glissement diminue en valeur absolue, le terme discontinu diminue de sorte que lorsque le système atteint la surface de glissement, les commutations de la commande soient le plus possible atténuées.

Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus avec notre approche et qui sont présentés ci haut, montrent d'excellentes performances de poursuite que ce soit pour ANAT ou pour le système à lévitation magnétique, tout en réduisant les commutations sur la commande. En effet, l'erreur en valeur absolue pour chacun des trois axes d'ANAT est inférieure à 0.125 % et dans le cas de la consigne rectangulaire pour le système à lévitation magnétique, elle est inférieure à 0.8 %. Comparée à la loi d'atteinte proposée par Gao et Hung, notre approche présente donc des caractéristiques de robustesse plus importantes comme le montrent les résultats expérimentaux obtenus ci haut.

En fait, l'atout majeur de l'approche que nous avons présentée dans ce mémoire est que nous avons à notre disposition plus de paramètres pour contrôler l'amplitude des commutations sur la commande, et ce en assurant une vitesse de convergence déterminée. Nous n'avons donc plus à nous soucier du compromis entre la vitesse de convergence et le niveau des amplitudes de commutations sur la commande.

Finalement, le tableau suivant évalue qualitativement et de manière synthétique les résultats expérimentaux obtenus par les différentes approches traitées dans le projet.

Tableau IV

Comparaison qualitative des différentes approches en présence

Loi d'atteinte	Robustesse	Commutations sur la commande	Rapidité du contrôleur
$\dot{S} = k \cdot \text{sign}(S)$	Très bonne	Très importantes	Très rapide
$\dot{S} = k \cdot \text{sat}(S)$	Moyenne	Moyennes	Moyenne
$\dot{S} = -k\sqrt{ S } \cdot \text{sign}(S)$	Faible	Inexistantes	Lent
$\dot{S} = -k / [\delta_0 + (1 - \delta_0) \cdot \exp(-\alpha  S ^2)] \cdot \text{sign}(S)$	Très bonne	Très faibles	Très rapide

## CONCLUSION

Dans ce projet de recherche, nous avons exploré expérimentalement la commande par mode de glissement sur un exemple mono variable et multi variable. Notre principale contribution a été d'introduire une nouvelle loi d'atteinte qui contient une fonction exponentielle, laquelle s'adapte dynamiquement aux fluctuations éventuelles de la fonction de glissement. Comme l'ont montré les résultats expérimentaux, cette loi d'atteinte a permis de maintenir la robustesse ainsi que la vitesse de convergence du contrôleur, tout en diminuant les commutations haute fréquence sur la commande.

Dans un premier temps, nous avons introduit les fondements de base de la commande par mode de glissement sur les systèmes mono variable, et nous avons démontré expérimentalement les performances du contrôleur sur un système à lévitation magnétique. Cependant, même en remplaçant la fonction signe par la fonction saturation, nous n'avons pas pu éliminer les commutations sur la commande en courant.

Dans un deuxième temps, nous avons élargi notre étude, en considérant le cas de systèmes multi variables dits carrés, c'est à dire qui possèdent autant d'entrées que de variables indépendantes à contrôler. Comme exemple d'application, nous avons considéré un manipulateur robotique hyper redondant, et dont nous avons convenu de contrôler uniquement trois degrés de libertés.

Nous avons par la suite expliqué l'architecture de contrôle du manipulateur que nous avons envisagée, en décrivant étape par étape toute la chaîne de contrôle, qui inclut Simulink, l'étage microcontrôleurs, l'étage de puissance et finalement le manipulateur. Nous avons également relevé le problème de la zone morte au niveau de chacun des axes du robot, et nous avons proposé une solution pour compenser cette zone morte au niveau de la commande en couples.

Nous avons finalement présenté les résultats expérimentaux correspondant au manipulateur, et nous avons confronté plusieurs techniques de contrôle par mode de glissement, parmi lesquelles figure la nôtre. Nous avons finalement conclu que notre approche présentait des avantages palpables, dans la mesure où elle permet une réduction des commutations sur la loi de commande, tout en maintenant une bonne robustesse et la même vitesse de convergence que la commande par mode de glissement usuelle. Nous avons également validé les performances des différentes techniques sur le système à lévitation magnétique afin de confirmer davantage les résultats expérimentaux obtenus.



## RECOMMANDATIONS

Les ressources mises en notre disposition pour réaliser notre projet n'étaient malheureusement pas suffisantes pour appliquer entièrement la commande par mode de glissement sur les sept axes du manipulateur robotique. En effet, bien que la carte d'acquisition de National Instruments ait été une solution rapide pour faire du temps réel, elle n'est certainement pas la solution optimale. Elle possède des limitations restrictives qui ne nous ont pas permis d'aller plus loin dans la commande d'ANAT. D'autre part, notre commande se base principalement sur des signaux analogiques qui sont vulnérables aux bruits électriques et aux perturbations extérieures.

Par ailleurs l'architecture de commande que nous avons envisagée ne respecte pas l'aspect modulaire du robot. En effet, respecter la modularité d'ANAT n'a pas été un objectif pour notre projet. C'est l'aspect multi variable du manipulateur qui nous a intéressé pour notre étude. Quoi qu'il en soit, il reste intéressant d'élaborer une architecture de commande qui puisse à la fois respecter l'aspect modulaire d'ANAT, et qui puisse être assez rapide pour pouvoir commander tous les degrés de libertés du manipulateur. Nous voulons également que cette architecture puisse être interfacée facilement avec MATLAB qui est un outil didactique très puissant pour le prototypage rapide.

La solution que nous recommandons consiste à utiliser le XPC target de MATLAB, qui requiert toutefois l'utilisation de deux ordinateurs hôte / cible. Les ordinateurs hôte et cible peuvent communiquer entre eux par le protocole TCP/IP. L'ordinateur cible quant à lui pourra communiquer par un protocole série avec les différents modules du robot, afin de respecter la modularité de la commande. Le protocole série qui peut être utilisé pour communiquer avec les modules d'ANAT est le protocole RS 485. Largement répandu dans les applications industrielles, ce protocole est bien immunisé contre les bruits, et peut être utilisé sur de longues distances sans perdre de précision. Toutefois,

l'ordinateur cible n'utilise que le protocole série RS 232. Il faudra donc assurer une interface entre ces deux protocoles afin de les rendre compatibles. Au niveau de chaque module, le microcontrôleur correspondant devra faire localement l'acquisition du capteur de courant par le convertisseur ADC, et il contiendra le correcteur PI qui devra assurer la régulation de la boucle de courant correspondante. Chaque microcontrôleur devra également utiliser le protocole RS 485 pour communiquer bilatéralement avec l'ordinateur cible, afin de prendre la commande et d'envoyer la lecture des angles et du courant.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.J. Slotine et W. Li (1991). *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [2] P. K. Khosla et T. Kanade (1989). *Real Time Implementation and Evaluation of Computed Torque Scheme*. IEEE transactions on Robotics and Automation, vol 5, no2, pp. 245-253.
- [3] O. Akhrif et G. L. Blackenship (1988). *Robust Stabilization of Feedback Linearizable Systems*. Proceedings of the 27<sup>th</sup> conference on decision and control, Austin, Texas, pp. 1714-1719.
- [4] Z.-J. Yang, K. Myazaki, S. Kanae et K. Wada (2004). *Robust Position Control of a Magnetic Levitation System via Dynamic Surface Control Technique*. IEEE transactions on Industrial Electronics, vol 51, no1, pp-26-34.
- [5] K. S. Narendra (1996). *Neural Networks for Control: Theory and Practice*. Proceedings of the IEEE, vol 84, no10, pp. 1358-1406.
- [6] D. E. Thomas et B. Armstrong-Hélouvry (1995). *Fuzzy Logic Control\_A Taxonomy of Demonstrated Benefits*. Proceedings of the IEEE, vol. 83, no3, pp. 407-421.
- [7] G. Bartolini, A. Ferrara, et E. Usai (1998). *Chattering Avoidance by Second-Order Sliding Mode control*. IEEE transactions on Automatic Control, Vol. 43, no2.
- [8] V. Parra-Vega et G. Hirzinger (2001), *Chattering free sliding mode for a class of nonlinear mechanical systems*. Int. J. Robust Nonlinear Control, vol. 11, pp. 1161-1178.
- [9] W. Gao et J.C. Hung (1993). *Variable Structure Control of Nonlinear Systems: A New Approach*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, no 1.
- [10] V. Utkin et J. Shi (1996). *Integral Sliding Mode In Systems Operating under Uncertainty Conditions*. Proceedings of the 35<sup>th</sup> conference on decision and control, Kobe, Japan.
- [11] C-Y. Su et Y. Stepanenko (1993). *Adaptive sliding mode control of robot manipulators with general sliding manifold*. Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Yokohama, Japan, pp. 1255-1259.

- [12] S. T. Venkataraman et S. Gulati (1991). *Terminal Sliding Modes : A New Approach to Nonlinear Control Synthesis*. 5<sup>th</sup> International Conference on Advanced Robotics, pp. 443-448.
- [13] Y. Tang (1998), *Terminal sliding mode control for rigid robots*. Automatica, vol. 34, no 1, pp 51-56.
- [14] W. Yuqiang, Y. Xinghuo, et M. Zhihong (1998). *Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems*. Systems and Control Letters 34, pp. 281-287.
- [15] M. Zhihong, M. O'Day et X. Yu (1999) *A robust adaptive terminal sliding mode control for rigid robotic manipulator*, Journal of Intelligent and Robotic Systems 24: pp. 23-41.
- [16] M. Zhihong et X. H. Yu (1997). *Terminal Sliding Mode Control of MIMO Linear systems*. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental theory and Applications, vol. 44, no. 11, pp. 1065-1070.
- [17] M. Zhihong, A. P. Paplinski et H. R. Wu (1994). *A Robust MIMO Terminal Sliding Mode control scheme for rigid robotic manipulators*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 39, no. 12, pp. 2464-2469.
- [18] F. Yong, Y. Xinghuo et M. Zhihong (2001). *Nonsingular Terminal Sliding Mode Control and its Application for Robot Manipulators*. IEEE.
- [19] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, et G. P. Matthews (1988). *Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial*. Proceedings of the IEEE, vol 76, no 3, pp 212-232.
- [20] D. Cho, Y. Kato et D. Spilmann (1993). *Sliding Mode and Classical Control of Magnetic Levitation Systems*. IEEE Control Systems, pp. 42-48.
- [21] I. M. M. Hassan et A. M. Mohamed (2001). *Variable Structure Control of a Magnetic Levitation System*. Proceedings of the American Control Conference, Arlington. VA.
- [22] B. Le Boudec (2004). *Commande en temps réel d'un robot hyper-redondant sous environnement QNX*. Mémoire de maîtrise, École de Technologie Supérieure.
- [23] J. Craig (2005). *Introduction to robotics*. Prentice Hall, third edition.

- [24] P. Bigras (2003). *SYS-866 Modélisation et commande des robots en contact*, notes de cours, École de Technologie Supérieure, Département de génie de la production automatisée, hiver 2003.
- [25] ATMEL® (2003). *8 bit AVR microcontroller with 16 K bytes In-System Programmable Flash*. Guide d'utilisation.

**Sites web:**

- [26] <http://www.national.com/ds/LM/LMD18200.pdf>, 22/09/2006, 11:43 AM.
- [27] [http://www.ntb.ch/Pubs/sensordemo/pdf\\_data/LTS\\_6\\_NP\\_Lemstromwandler.pdf#search=%22lts%206%20np%22](http://www.ntb.ch/Pubs/sensordemo/pdf_data/LTS_6_NP_Lemstromwandler.pdf#search=%22lts%206%20np%22), 22/09/2006, 11:46 AM.
- [28] <http://www.roboticsdesign.qc.ca/Main.htm>, 23/09/2006, 1:13 PM