

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE
M.Ing.

PAR
MIHAI ROTARU

ÉTUDE DES QUALITÉS DE VOL SUR L'AVION F/A – 18

MONTRÉAL, LE 13 DECEMBRE 2006

© droits réservés de Mihai Rotaru

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

Mme Ruxandra Botez, directrice de mémoire

Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Guy Gauthier, président du jury

Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Moussa Abdoune, membre externe du jury

Bombardier Aéronautique, Département de Sciences de vol

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 11 DECEMBRE 2006

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

ÉTUDE DES QUALITÉS DE VOL SUR L'AVION F/A – 18

MIHAI ROTARU

SOMMAIRE

Dans ce mémoire, les qualités de vol de l'avion F/A-18 ont été obtenues pour le mouvement longitudinal ainsi que pour le mouvement latéral de cet avion en boucle ouverte et sans tenir compte des systèmes de commande de vol de l'avion. Ces qualités de vol de l'avion F/A-18 ont été calculées pour un total de 52 cas de vol, caractérisées par des combinaisons des différents nombres de Mach, des altitudes et des angles d'attaque.

Les dérivées de stabilité et de commande de l'avion F/A-18 ont été fournies par les laboratoires de la NASA DFRC pour un total de 52 cas de vol et les qualités de vol de l'avion F/A-18 ont été déterminées à partir de ces dérivées. Deux méthodes ont été utilisées pour l'obtention des qualités de vol : la méthode approximative et la méthode exacte. Par la méthode exacte, toutes les 4 valeurs propres du système caractéristique ont été déterminées, pendant que par la méthode approximative, les valeurs propres ont été déterminées pour chaque mode.

Les fréquences naturelles et les amortissements ont été déterminés à partir des valeurs propres du système caractéristique et ensuite, les qualités de vol ont été déterminées à partir des fréquences naturelles et des amortissements pour le mouvement longitudinal (période longue et période courte) et pour le mouvement latéral de l'avion F/A-18 (roulis, roulis hollandais et spirale). Les erreurs relatives ont été calculées pour le mouvement longitudinal ainsi que pour le mouvement latéral de l'avion F/A-18.

HANDLING QUALITIES STUDY FOR F/A – 18

MIHAI ROTARU

ABSTRACT

In this thesis, the flying qualities of an F/A-18 aircraft were obtained for the longitudinal and for the lateral motions of this aircraft in open loop and without considering the flight aircraft control systems. These F/A-18 aircraft flying qualities were calculated for a total of 52 flight cases, characterized by different Mach numbers, altitudes and angles of attack.

The F/A-18 aircraft stability and control derivatives were delivered by the NASA DFRC laboratories for a total of 52 flight cases and the flying qualities of the F/A-18 aircraft were determined from these derivatives. Two methods were used for the flying qualities determination: the approximate method and the exact method. All four eigenvalues of the characteristic system were calculated by the exact method, while the eigenvalues for each mode were calculated by the approximate method.

The natural frequencies and the damping were determined from the characteristic system eigenvalues and the flying qualities were determined from the natural frequencies and from the damping for the longitudinal motion (long period and short period) and for the lateral motion (roll, dutch roll and spiral). The relative errors were calculated for the longitudinal and for the lateral F/A-18 aircraft motion.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin pour faire de ce projet un succès.

J'adresse aussi bien mes remerciements et ma gratitude à ma directrice de recherche Mme Ruxandra Botez qui a su me guider, me motiver et me supporter tout au long de mon projet ainsi qu'à M Marty Brenner des laboratoires de la NASA Dryden Flight Research Center.

Je dédie ce travail à ma famille qui m'a soutenu tout au long de mon projet.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	III
ABSTRACT	IV
REMERCIEMENTS.....	V
TABLE DES MATIÈRES	VI
LISTE DES TABLEAUX.....	IX
LISTE DES FIGURES.....	XI
LISTE DES GRAPHIQUES.....	XII
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES	XV
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 LES ÉQUATIONS DE MOUVEMENT DE L'AVION.....	13
1.1 Dérivation des équations de mouvement de l'avion rigide.....	13
1.2 L'orientation et la position de l'avion.....	20
1.3 Les forces gravitationnelles et les forces propulsives.....	24
1.4 Sommaire des forces et des moments	25
1.5 Théorie des petites perturbations	28
1.5.1 L'équation des forces	32
1.5.2 L'équation des moments	32
CHAPITRE 2 LE CALCUL DE L'AMORTISSEMENT ET DE LA FRÉQUENCE À PARTIR DES ÉQUATIONS DE L'AVION.....	33
2.1 La méthode exacte pour le mouvement longitudinal de l'avion.....	33
2.2 Méthode approximative pour le mouvement longitudinal de l'avion	37
2.2.1 L'approximation du mode longitudinal de période longue.....	37
2.2.2 L'approximation du mouvement longitudinal de période courte.....	38
2.3 La détermination des équations de mouvement latéral de l'avion par la méthode exacte.....	41
2.4 Méthode approximative pour le mouvement latéral de l'avion	45
2.4.1 L'approximation du mouvement latéral du mode de spirale	45
2.4.2 L'approximation du mouvement latéral pour le mode de roulis.....	47

2.4.3	L'approximation du mouvement latéral pour le mode de roulis hollandais	48
CHAPITRE 3	LA CLASSIFICATION DES QUALITÉS DE VOL DE L'AVION	50
3.1	Qualités de vol et performances	50
3.2	Classification des avions	51
3.3	Phases de vol	52
3.3.1	Phases non terminales du vol <i>A</i> et <i>B</i>	52
3.3.2	Phases terminales du vol <i>C</i>	53
3.4	Qualités de vol	53
3.5	L'opinion du pilote	54
3.5.1	Question # 1	55
3.5.2	Question # 2	55
3.5.3	Question # 3	56
3.6	La relation entre les niveaux d'acceptation et l'échelle Cooper-Harper	59
3.7	Les niveaux de vol pour le mouvement longitudinal de période longue <i>p</i> (<i>phugoid</i>)	60
3.8	Les niveaux de vol pour le mouvement longitudinal de période courte <i>sp</i> (<i>short period</i>)	61
3.9	La qualité de vol pour le mode latéral de spirale (<i>spiral</i>)	66
3.10	Les niveaux de qualité de vol pour le mode latéral de roulis (<i>roll</i>)	66
3.11	Les niveaux de qualité de vol pour le mode de roulis hollandais (<i>Dutch Roll DR</i>)	67
CHAPITRE 4	COMPARAISON DES RÉSULTATS OBTENUS AVEC LA MÉTHODE EXACTE ET APPROXIMATIVE POUR LE MOUVEMENT LONGITUDINAL	69
4.1	Les données fournies par les laboratoires de la NASA DFRC	69
4.2	Résultats exprimés sous forme des amortissements et fréquences pour le mouvement longitudinal de l'avion	71
4.3	Les erreurs relatives des fréquences et amortissements pour le mouvement longitudinal	78
4.4	Mode de période longue (<i>phugoïde</i>)	82
4.5	Mode de période courte	88
4.6	Conclusions sur l'utilisation de la méthode approximative pour le mouvement longitudinal de l'avion	93

CHAPITRE 5	COMPARAISON DES RÉSULTATS OBTENUS AVEC LA MÉTHODE EXACTE ET AVEC LA MÉTHODE APPROXIMATIVE POUR LE MOUVEMENT LATÉRAL	94
5.1	Résultats exprimés sous forme des amortissements, fréquences et temps et constantes de temps	94
5.2	Les erreurs relatives des fréquences, amortissements, constantes de temps et du temps pour le mouvement latéral	101
5.3	Mode de spirale	105
5.4	Mode de roulis	108
5.5	Mode de roulis hollandais	111
5.6	Conclusion sur l'utilisation de la méthode approximative pour le mouvement latéral	120
CHAPITRE 6	QUALITÉS DE VOL POUR LE MOUVEMENT LONGITUDINAL	122
6.1	Valeurs des paramètres nécessaires aux calculs des qualités de vol	122
6.2	Qualités de vol pour le mouvement longitudinal	129
6.3	Visualisation des qualités de vol pour le mode longitudinal de période longue	132
6.4	Mode longitudinal de période courte	137
CHAPITRE 7	QUALITÉS DE VOL POUR LE MOUVEMENT LATÉRAL	143
7.1	Valeurs des paramètres nécessaires aux calculs des qualités de vol	143
7.2	Qualités de vol pour le mouvement latéral	151
7.3	Mode de spirale	153
7.4	Mode de roulis	156
7.5	Mode de roulis hollandais	159
CONCLUSION	168
ANNEXE 1	CALCUL DES FRÉQUENCES NATURELLE ω_N ET DES AMORTISSEMENTS ζ	172
BIBLIOGRAPHIE	177

LISTE DES TABLEAUX

		Page
Tableau I	L'échelle d'évaluation de Cooper-Harper	58
Tableau II	L'échelle d'évaluation de Cooper et Harper et les niveaux de qualité de vol.....	59
Tableau III	Classification des niveaux de qualité de vol pour le mouvement de période longue p en fonction de l'amortissement ζ_p et du temps pour doubler l'amplitude T_{2p}	60
Tableau IV	Classification des niveaux de vol en fonction du taux de l'amortissement ζ_{sp} et des phases de vol pour le mode de période courte	62
Tableau V	La variation du temps minimum de spirale $T_{2\text{mins}}$ en fonction des niveaux de qualité vol de l'avion, des phases de vol et des classes de l'avion	66
Tableau VI	Classification des niveaux de qualité de vol de l'avion en fonction de la classe de l'avion, de la phase de vol et de la constante de temps de roulis maximale $\tau_{\text{roll_max}}$	67
Tableau VII	Classification des niveaux de qualité de vol pour le mode roulis hollandais en fonction de la classe de l'avion, de la phase de vol, du taux de l'amortissement minimum $\zeta_{DR\text{min}}$, de la fréquence naturelle minimale $\omega_{nDR\text{min}}$ et de leurs produits minimums $\zeta_{DR}\omega_{nDR\text{min}}$	68
Tableau VIII	Les conditions de vol pour lesquelles les qualités de vol ont été évaluées.....	69
Tableau IX	Fréquences et taux d'amortissement calculés pour le mode de période longue par la méthode approximative et par la méthode exacte	71
Tableau X	Fréquences et taux d'amortissement calculés pour le mode de période courte par la méthode approximative et par la méthode exacte	75
Tableau XI	Les erreurs relatives pour le mouvement longitudinal	79
Tableau XII	Fréquences et taux d'amortissement calculés pour le mode de roulis hollandais par les méthodes approximative et exactes	94
Tableau XIII	Constantes de temps de roulis et du temps pour doubler l'amplitude de spirale calculés pour les mode de roulis et spirale par la méthode approximative et la méthode exacte.....	98

Tableau XIV	Les erreurs relatives pour le mouvement latéral.....	102
Tableau XV	Paramètres pour la détermination des niveaux de vol pour le mode de période longue.....	123
Tableau XVI	Paramètres pour la détermination des niveaux de vol pour le mode de période courte.....	126
Tableau XVII	Les qualités de vol pour le mouvement longitudinal.....	129
Tableau XVIII	Paramètres pour la détermination des qualités de vol pour le mouvement latéral	144
Tableau XIX	Paramètres pour la détermination des qualités de vol pour le mouvement latéral	148
Tableau XX	Les qualités de vol pour le mouvement latéral	151
Tableau XXI	Cas de vol dans lesquels l'avion a les qualités de vol 2 et 3 pour le mode de roulis.....	157

LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1	Le design en trois vues de l'avion F/A - 18.....	11
Figure 2	Le système inertiel et le système d'axes lié à l'avion.....	14
Figure 3	Un élément de masse de l'avion.....	16
Figure 4	Rotation du système des axes $X_T Y_T Z_T$ autour de l'axe Z_T avec l'angle de lacet ψ	21
Figure 5	Rotation du système des axes $X_1 Y_1 Z_1$ autour de l'axe Y_1 avec l'angle de tangage θ	22
Figure 6	Rotation du système des axes $X_2 Y_2 Z_2$ autour de l'axe X_2 avec l'angle de roulis ϕ	22
Figure 7	Composantes de la force gravitationnelle agissant selon la système d'axe lié à l'avion.....	27
Figure 8	Relation entre les niveaux de vol, la fréquence naturelle et le taux d'amortissement du mouvement de période courte.....	61
Figure 9	Classification de la qualité de vol de l'avion en fonction de la fréquence naturelle ω_{nsp} et du rapport n/α pour le mouvement de période courte.....	64
Figure 10	Classification de la qualité de vol de l'avion en fonction du paramètre d'anticipation de contrôle CAP et du taux d'amortissement ζ_{sp} pour le mouvement de période courte.....	65
Figure 11	Le lieu des racines de l'équation caractéristique (A.2).....	174

LISTE DES GRAPHIQUES

		Page
Graphique 1	La variation du taux d'amortissement ζ_p avec l'altitude H pour le mode de période longue calculée par les méthodes exactes et approximatives.....	83
Graphique 2	L'erreur relative pour l'amortissement de période longue ζ_p pour les nombres de Mach $M = 0.9 - 1.3$ et des angles d'attaque petits.....	84
Graphique 3	L'erreur relative pour l'amortissement de période longue ζ_p pour les nombres de Mach $M = 0.2 - 0.85$ et l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$	85
Graphique 4	Fréquence naturelle ω_{np} du mode de période longue calculée par les méthodes exactes et approximatives	86
Graphique 5	L'erreur relative pour la fréquence naturelle du mode de période longue ω_{np} pour les nombres de Mach $M = 0.9 - 1.3$ et pour des petits angles d'attaque α	87
Graphique 6	L'erreur relative pour la fréquence naturelle du mode de période longue ω_{np} pour les nombres de Mach $M = 0.3 - 0.85$ et pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$	88
Graphique 7	Taux d'amortissement ζ_{sp} pour le mode de période courte calculé par la méthode exacte et par la méthode approximative	89
Graphique 8	L'erreur relative pour ζ_{sp} pour les nombres de Mach $M = 0.9 - 1.3$ et pour des petits angles d'attaque α	90
Graphique 9	L'erreur relative pour ζ_{sp} pour les nombres de Mach $M = 0.3 - 0.85$ et pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$	90
Graphique 10	Fréquence naturelle ω_{nsp} pour le mode de période courte calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative	91
Graphique 11	L'erreur relative pour ω_{nsp} pour les nombres de Mach $M = 0.9 - 1.3$	92
Graphique 12	L'erreur relative pour ω_{nsp} pour les nombres de Mach $M = 0.2 - 0.85$ et pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$	93
Graphique 13	Variation du temps pour doubler l'amplitude $T_{2\text{spirale}}$ avec l'altitude H pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons de nombres de Mach M et angles d'attaque α par la méthode exacte et approximative	106
Graphique 14	L'erreur relative pour $T_{2\text{spirale}}$ versus l'altitude H pour grands nombres de Mach M et petits angles d'attaque α	107

Graphique 15	L'erreur relative pour $T_{2\text{spirale}}$ versus l'altitude H pour des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$108
Graphique 16	La variation de la constante de temps pour le mode de roulis τ_{roll} avec l'altitude H calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative pour plusieurs cas de vol caractérisés par des nombres de Mach M et angles d'attaque α109
Graphique 17	L'erreur relative pour τ_{roll} versus l'altitude H pour des grands nombres de Mach M110
Graphique 18	L'erreur relative pour τ_{roll} versus l'altitude H pour des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$111
Graphique 19	Variation du taux de l'amortissement pour le mode roulis hollandais ζ_{DR} avec l'altitude H calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative112
Graphique 20	L'erreur relative pour ζ_{DR} versus l'altitude H pour les cas de vol avec des petits angles d'attaque α et grands nombres de Mach M113
Graphique 21	L'erreur relative pour ζ_{DR} versus l'altitude H pour les cas de vol avec des petits nombres de Mach M et angles d'attaque $\alpha = 10^\circ$114
Graphique 22	Variation de la fréquence naturelle pour le mode de roulis hollandais ω_{hDR} avec l'altitude H calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative pour plusieurs combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α115
Graphique 23	L'erreur relative pour la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{hDR} versus l'altitude H pour des cas de vol avec des grands nombres de Mach M116
Graphique 24	L'erreur relative pour la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{hDR} versus l'altitude H pour des cas de vol avec des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$117
Graphique 25	Variation du produit de la fréquence naturelle avec le taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{hDR}}$ avec l'altitude H calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative pour plusieurs combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α118
Graphique 26	L'erreur relative du produit de la fréquence naturelle avec le taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{hDR}}$ versus l'altitude H pour des cas de vol avec des grands nombres de Mach....119
Graphique 27	L'erreur relative du produit de la fréquence naturelle avec le taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{hDR}}$ versus

	l'altitude H pour des cas de vol avec des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$	120
Graphique 28	La variation du taux de l'amortissement ζ_p avec l'altitude H	133
Graphique 29	La variation du temps pour doubler l'amplitude T_{2p} du mode de période longue avec l'altitude H	134
Graphique 30	La variation du taux de l'amortissement ζ_p avec le nombre de Mach M	135
Graphique 31	La variation du taux de l'amortissement ζ_p avec le nombre de Mach M pour $H = 1000$ pi.....	136
Graphique 32	La variation du taux de l'amortissement de courte période ζ_{sp} avec l'altitude pour plusieurs conditions de vol caractérisées par des nombres de Mach et l'angle d'attaque.....	138
Graphique 33	La variation du taux d'amortissement ζ_{sp} avec le nombre de Mach pour des nombres de Mach grandes et plusieurs altitudes.....	139
Graphique 34	La variation de la fréquence naturelle du mode de période courte ω_{nsp} versus le facteur de charge n/α - Critère pour la fréquence.....	140
Graphique 35	La variation du CAP avec le taux d'amortissement ζ_{sp} - Critère CAP - Taux d'amortissement	142
Graphique 40	La variation du temps du roulis τ_{roll} avec le nombre de Mach M	159
Graphique 41	La variation de taux d'amortissement ζ_{DR} pour le mode de roulis hollandais avec l'altitude H	160
Graphique 42	La variation du taux d'amortissement ζ_{DR} avec le nombre de Mach M	162
Graphique 43	La variation de la fréquence naturelle ω_{nDR} avec l'altitude H pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α	163
Graphique 44	La variation de la fréquence naturelle ω_{nDR} du mode de roulis hollandais avec le nombre de Mach M pour plusieurs altitudes H	164
Graphique 45	La variation du produit $\zeta_{DR}\omega_{nDR}$ avec l'altitude H pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α pour le mode de roulis hollandais.....	166
Graphique 46	La variation du produit $\zeta_{DR}\omega_{nDR}$ avec le nombre de Mach M pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des altitudes H et des angles d'attaque α pour le mode de roulis hollandais.....	167

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

0	Indice qui signifie la condition de référence
b	Envergure de l'avion
CAP	Paramètre d'anticipation du contrôle (<i>Control Anticipation Parameter</i>)
C_D	Coefficient de traînée
C_{D_u}	Dérivée du Coefficient de traînée C_D par rapport à la vitesse horizontale u
C_{D_0}	Coefficient de traînée dans la condition de référence
C_L	Coefficient de portance
C_m	Coefficient de moment de tangage
C_y	Coefficient de forces aérodynamique selon l'axe y
C_l	Coefficient de moment de roulis
C_n	Coefficient de moment de lacet
\bar{c}	Corde moyenne aérodynamique
DFRC	Dryden Flight Research Center
DoD	Département de Défense (<i>Department of Defense</i>)
Err_rel	Erreur relative
FAA	L'Administration de l'Aviation Fédérale (<i>Federal Aviation Administration</i>)
g	Constante gravitationnelle au niveau de la mer (32.17 ft/s ²)
H	Altitude
I	Matrice unitaire
I_x	Moment d'inertie selon l'axe des x
I_y	Moment d'inertie selon l'axe des y
I_z	Moment d'inertie selon l'axe des z
I_{xz}	Produit d'inertie autour des axes x et z
L	Moment de roulis
M	Moment de tangage, Nombre de Mach

ME	Méthode exacte
MA	Méthode approximative
m	Masse de l'avion
N	Moment de lacet
NASA	National Aeronautics and Space Administration
n	Facteur de charge
p	Vitesse angulaire selon l'axe des x , vitesse de roulis
r	Vitesse angulaire selon l'axe des z , vitesse de lacet
q	Vitesse angulaire selon l'axe des y , vitesse de tangage
Q	Pression dynamique
S	La surface de référence de l'avion
T	Période
$T_{1/2}$	Temps pour réduire de moitié l'amplitude du mode
T_2	Temps pour doubler l'amplitude
u	Composante de la vitesse selon l'axe des x
v	Composante de la vitesse selon l'axe des y
w	Composante de la vitesse selon l'axe des z
X	Somme des forces aérodynamiques et propulsives selon l'axe des x
$X_a Y_a Z_a$	Système d'axes de l'avion
$X_T Y_T Z_T$	Système inertiel d'axes fixé lié à la Terre
Y	Somme des forces aérodynamiques et propulsives selon l'axe des y
Z	Somme des forces aérodynamiques et propulsives selon l'axe des z
α	Angle d'attaque
β	Angle de dérapage
δ	Déflexion de l'angle d'une surface de commande
ϕ	Angle de rotation autour de l'axe des x
ψ	Angle de rotation autour de l'axe des z
λ_p	Valeurs propres du mode de période longue
λ_{sp}	Valeurs propres du mode de période courte

λ_{spirale}	Valeur propre du mode de spirale
λ_{roll}	Valeur propre du mode de roulis
λ_{DR}	Valeurs propres du mode de roulis hollandais
ρ	La densité de l'air
θ	Angle de rotation autour de l'axe des y
τ_{roll}	Constante du temps de roulis
$\omega_{n_{\text{DR}}}$	Fréquence naturelle du mode de roulis hollandais
ω_{n_p}	Fréquence naturelle du mode de période longue
$\omega_{n_{\text{sp}}}$	Fréquence naturelle du mode de période courte
ζ_{DR}	Taux d'amortissement du mode de roulis hollandais
ζ_p	Taux d'amortissement du mode de période longue
ζ_{sp}	Taux d'amortissement du mode de période courte

INTRODUCTION

Nous allons détailler dans cette introduction, la recherche bibliographique liée à la stabilité et à la commande de vol des aéronefs et aux études des qualités de vol. Nous allons présenter ensuite les travaux récents sur les qualités de vol, de stabilité et de commande existants sur des avions et hélicoptères au Canada, et aux États-unis, en particulier sur l'avion F/A-18 SRA (System Research Aircraft) utilisé dans ce mémoire.

Notions sur la stabilité et commande de vol des aéronefs

Pour les véhicules aériens, une préoccupation essentielle est que le véhicule soit aisément contrôlable, c'est-à-dire que le pilote puisse sans effort excessif d'une part, maintenir le véhicule dans une configuration de vol (de mouvement) donnée et d'autre part, être capable de déplacer le véhicule d'une configuration à l'autre (manœuvrabilité).

Ces aspects de contrôlabilité et de stabilité ont joué un rôle prépondérant dans la conception des avions dès le début de l'histoire de l'aviation. Au début du vingtième siècle, la communauté aéronautique a résolu de nombreux problèmes techniques liés aux vols des aéronefs plus lourds que l'air et pilotés par l'homme. Il restait néanmoins un problème récurrent à résoudre par ces pionniers de l'aviation: l'influence du pilote sur la stabilité et le contrôle de son aéronef.

Les premières idées sur la stabilité des aéronefs ont été issues à partir des expériences sur des planeurs lancés manuellement, alors il fût rapidement conclu que le planeur devait être intrinsèquement stable afin de pouvoir voler dans les meilleures conditions.

L'américain Albert Zahm (1889-1953), professeur en mathématiques et en mécanique, fut le premier à entre percevoir les qualités requises pour la construction d'un avion statiquement stable. Il a publié en 1893 un article dans lequel il a conclu que le centre de gravité de l'avion devait se trouver en avant du foyer aérodynamique et que l'aéronef devait disposer de ce que l'on appellerait aujourd'hui une gouverne de profondeur.

Au cours des deux décennies précédant le succès des frères Wright, de nombreuses investigations ont été menées afin d'améliorer la stabilité des planeurs avec pour objectif le vol d'un avion plus lourd que l'air, motorisé, mais surtout piloté par l'homme. Trois hommes ont particulièrement influencé les frères Wright dans leurs travaux : O. Lilienthal, O. Chanute et S. P. Langley. Les détails sur leurs travaux sont mentionnés dans les paragraphes suivants.

L'ingénieur allemand en génie civil Otto Lilienthal (1848-1896) a effectué près de 2000 vols planés depuis une colline à proximité de Berlin et il a conçu une première base de données technique et aérodynamique qui sera très appréciée par ses héritiers. Les planeurs de Lilienthal étaient statiquement stables mais par contre très peu manœuvrables, car le contrôle du planeur s'effectuait par le déplacement du corps de la même manière qu'en delta-plane; c'est d'ailleurs ce manque de contrôle qui entraîna sa mort en 1896.

L'ingénieur civil américain Octave Chanute (1832-1910) a élaboré, à partir des planeurs de Lilienthal, des planeurs dotés de nombreuses innovations telles que des ailes biplans, ajustables pour maintenir l'équilibre, mais aussi d'une gouverne de direction. Un bon nombre de ces innovations ont été ensuite utilisées par les frères Wright.

Le scientifique américain de renom international en physique et astronomie Samuel Pierpont Langley (1834-1906), secrétaire de la très réputée Institution Smithsonian de Washington, a concentré son travail dans la conception d'un avion plus lourd que l'air, motorisé mais non piloté par l'homme. Le 6 mai 1896 son avion sans pilote

effectua un vol d'une minute et demie et parcourra une distance d'environ 1 km. Il a été par la suite engagé par le département de l'armée américaine pour concevoir un avion contrôlable par l'homme, mais il a échoué à deux reprises le 7 septembre et le 8 décembre 1903.

Vint enfin avec le travail des frères Wright le premier vol d'un avion motorisé et piloté par l'homme le 17 décembre 1903 à bord du Wright Flyer dans la ville de Kitty Hawk. Forts de leur analyse du travail réalisé par leurs contemporains, et de leurs propres expériences sur les planeurs entre 1900 et 1903, les frères Wright étaient convaincus que le principal obstacle au vol motorisé était le manque de contrôle sur l'appareil à savoir que ce dernier ne devait pas être trop stable.

Ils ont ensuite constaté que si la stabilité de l'avion est mauvaise, alors la capacité de contrôler l'appareil devait être forte. Par la suite, et grâce au travail passionné des pionniers de l'aviation, les performances et la stabilité des avions augmentèrent sensiblement sans qu'aucune théorie ne puisse expliquer ces phénomènes d'instabilités. Ce n'est que dans les années 30 que les premières explications apparaissent sans évolutions jusqu'aux années 60 où les théories les plus récentes ont été développées, et ces théories se trouvent aujourd'hui implantées dans la discipline *Dynamique du Vol*.

L'analyse et l'optimisation du comportement de l'avion constituent l'objectif de la *Dynamique du Vol*. Il s'agit des performances et des qualités de vol. Cette analyse se réalise avec les moyens de calculs numériques ou grâce aux expérimentations en vol ou au sol. Les expérimentations en vol ne sont accessibles qu'aux services officiels et qu'aux industriels. Pour leur part, les laboratoires et universités ont accès à la simulation numérique, ce qui est une sorte d'expérimentation. Si cette dernière est limitée par le domaine de validité des modèles utilisés, elle présente en revanche grâce à son coût réduit, l'avantage de permettre un large balayage de solutions possibles. Par ailleurs, dans cette discipline, une tradition de « sens physique » coexiste avec cette approche

numérique moderne pour justifier les résultats. Cette tradition apporte une grande richesse dans l'analyse. Son aspect le plus pertinent se retrouve dans le développement de modèles analytiques [1]. Ces modèles permettent de mettre en évidence les phénomènes physiques en jeu et les principaux paramètres qui gouvernent ces phénomènes. Cette tradition n'est qu'une forme exacerbée de l'approche analytique présente dans toutes les disciplines. Cette approche analytique plus simple que l'approche numérique, donc moins coûteuse, soutient et complète l'approche numérique.

L'historique des qualités de vol des aéronefs

L'échelle d'évaluation de Cooper-Harper est un ensemble de critères employés par des pilotes d'essai et des ingénieurs de contrôle de vol pour l'évaluation des qualités de vol de l'avion pendant les essais en vol. L'échelle s'étend de 1 à 10, avec 1 indiquant les meilleures qualités de vol et 10 indiquant les pires qualités de vol. L'échelle est considérée subjective [2].

Suite à la deuxième guerre mondiale, les diverses branches militaires des États-Unis ont envoyé différents modèles de leurs avions opérationnels au laboratoire aéronautique d'Ames situé sur le terrain d'aviation fédéral de Moffett dans le Mountain View, en Californie pour l'évaluation des qualités de vol de l'avion. Le laboratoire a été conduit par la NACA, le prédécesseur de la NASA. La plupart des vols ont été conduits par George Cooper, Bob Innis, et Fred Drinkwater et ont eu lieu sur les champs d'essais à distance dans le secteur central de vallée à l'est du champ de Moffett.

Le système normalisé du George Cooper pour l'évaluation des qualités du vol d'un avion a été la contribution la plus importante des programmes et des expériences d'évaluation des qualités de vol entrepris sur l'avion dans les laboratoires de la NASA Ames. Cooper a développé son système d'estimation pendant plusieurs années.

L'échelle d'évaluation d'opinion de pilote de Cooper a été éditée en 1957. Suite aux essais en vol et aux essais sur des simulateurs en vol pendant plusieurs années, et suite à son utilisation par les services militaires et par les compagnies aéronautiques, l'échelle a été plus tard modifiée en collaboration avec Robert (Bob) Harper de laboratoire aéronautique de Cornell et a été ainsi finalisée en 1969 [3].

Exemples des travaux récents sur les qualités de vol, de stabilité et de commande des aéronefs au Canada

Dans cette section, des détails sur des études récentes des qualités de vol des plusieurs aéronefs sont mentionnés. L'appareil *Challenger 605*, biréacteur d'affaires de dernière génération à large fuselage de Bombardier, a effectué son vol inaugural le 22 janvier 2006 à Montréal [4].

Le biréacteur *Challenger 605* portant le numéro de série 5701 a quitté les installations de Bombardier de l'aéroport international Trudeau de Montréal par temps clair à 12 h 40 et est revenu à 16h 03 (HNE). Il a atteint l'altitude maximale de vol de 41 000 pieds (12 496 m), et une vitesse vraie maximale de 420 nœuds (483 mi/h; 778 km/h). Avec une charge de 12 500 livres (5 670 kg) de carburant, la masse au décollage pour ce vol inaugural totalisait 38 734 livres (17 569 kg). Le vol a été mené en montée jusqu'à 41 000 pieds (12 496 m).

Ce vol déterminant était consacré aux essais des fonctionnalités des systèmes de base et à l'évaluation de la maniabilité et des qualités de vol de l'appareil. La première série d'essais s'était déroulée à un bloc d'altitude initial de 5 000 à 15 000 pieds (de 1 524 à 4 572 m) et portait notamment sur la maniabilité, les commandes de vol et les systèmes avioniques. L'avion est ensuite monté à 30 000 pieds (9 144 m) pour une série de vérifications des commandes des moteurs, de la pressurisation et du conditionnement d'air. À son altitude maximale de vol inaugural de 41 000 pieds (12 496 m), la

maniabilité et les caractéristiques de base des réacteurs ont encore une fois été testés et ont répondu à toutes les exigences d'ingénierie.

Dans [5], les points forts et les points faibles des simulateurs de vol au sol ont été très bien documentés et compris, mais les effets des caractéristiques de chaque simulateur sur les qualités de vol ne l'étaient pas. Dans le cadre de cette étude, les effets de trois états de mouvement d'un simulateur sur les qualités de vol ont été comparés pendant une tâche de poursuite latérale. La perception qu'ont eu les pilotes des qualités de vol des aéronefs simulés a été enregistrée au moyen de l'échelle Cooper-Harper et de leurs commentaires subjectifs.

Cette expérience a été effectuée sur le simulateur équipé d'un système de mouvement de l'université de Toronto. Trois pilotes d'essais expérimentaux hautement qualifiés possédant des antécédents dans des écoles de pilotes d'essais ont participé aux essais d'évaluation. Les variables indépendantes de cette expérience étaient les suivantes : les forces transversales de l'avion (constante de temps en mode roulis) et les états de mouvement du simulateur.

La tâche d'évaluation consistait à maintenir le cap dans des conditions de rafales latérales. Trois constantes de temps en mode roulis ont été testées dans les trois différents états de mouvement du simulateur qui suivaient : (a) base fixe, (b) niveaux « très faibles » de brouillage des mouvements et (c) niveaux « très élevés » de brouillage. Ces états représentaient les extrêmes en matière de coefficient de filtrage du brouillage du simulateur de recherche sur le vol.

D'après les résultats obtenus, les pilotes ont préféré les niveaux très faibles de brouillage des mouvements à la base fixe, alors qu'ils ont préféré la base fixe aux niveaux très élevés de brouillage des mouvements.

Un aperçu des stratégies de commande des pilotes découlant des modifications de l'état de mouvement a été obtenu. Il a été conclu que pour le même ensemble de forces de

l'avion, la stratégie de commande des pilotes a été dictée par les modifications apportées à l'état de mouvement.

En mai 2003, le Laboratoire de recherche en vol de l'Institut de recherche aérospatiale du CNRC (IRA-CNRC) a reçu le très prestigieux prix Grover E. Bell Award de l'American Helicopter Society pour ses 42 années de contribution à la recherche sur les qualités de vol des ADAV/ADAC/V (avions à décollage et atterrissage verticaux/avions à décollage et atterrissage verticaux et courts) à l'aide de ses hélicoptères à commandes de vol électriques à stabilité variable [6].

L'IRA-CNRC a mis au point son premier hélicoptère à stabilité variable en 1960 suite à l'acquisition de l'hélicoptère Bell 47 de la US Army qu'il a transformé en aéronef à commandes de vol électriques (CVE) avec commandes pleine autorité en trois axes. La technologie des commandes de vol électriques a permis la modification des caractéristiques de la dynamique de l'aéronef pour l'inclure dans un simulateur en vol. Les premières études à l'aide de l'hélicoptère Bell 47 modifié, le tout premier hélicoptère CVE au monde, a permis d'étudier une multitude d'aspects liés aux ADAC/V, particulièrement les qualités de vol.

Ayant besoin de puissance et de commandes additionnelles pour effectuer de la recherche sur les hélicoptères à stabilité variable, l'IRA a acheté un deuxième hélicoptère Bell 47 de la US Army en 1963. Cet hélicoptère a ensuite été converti en hélicoptère CVE et a été utilisé pendant les années 60 pour la recherche sur les qualités de vol qui a servi de base à plusieurs contributions importantes à la spécification militaire MIL-F-8785C sur les qualités de vol des aéronefs pilotés. Les deux hélicoptères Bell 47 ont servi à simuler une variété d'aéronefs ADAC/V, notamment le CL-84 à voilure basculante de Canadair, le Dash-7 et l'Otter de DeHavilland, et le prototype P1127 Harrier de Hawker Siddely.

Au milieu des années 60, il a fallu augmenter la charge utile et l'inertie pour réduire les doutes au sujet de l'applicabilité de la simulation en vol aux poids et aux inerties les plus élevés attendus des conceptions opérationnelles. L'IRA-CNRC a donc acheté un hélicoptère Bell 205 qu'il a rapidement transformé en hélicoptère à CVE pleine autorité. L'hélicoptère Bell 205 a été utilisé pour déterminer les exigences des giravions/ADAC/V en matière de pilotabilité, contribuant encore davantage à la norme MIL-F-83300.

Dans les années 80, la recherche sur les qualités de manœuvrabilité à l'IRA-CNRC appliquée sur des aéronefs ADAC a été ensuite appliquée aux hélicoptères. En collaboration avec la US Army et des sous-traitants, l'IRA-CNRC a procédé à des études sur la pilotabilité des hélicoptères pour soutenir l'élaboration d'une spécification de conception pour le programme LHX (programme d'expérimentation sur les hélicoptères légers), devenu par la suite l'ADS-33 (Norme de conception aéronautique sur la pilotabilité des hélicoptères militaires).

L'ADS-33 est, depuis ce temps, un étalon international pour la prédiction et les mesures de la pilotabilité des giravions. L'IRA-CNRC a aussi procédé à des expériences au cours des années 80 dans le but d'étudier et d'améliorer les capacités des hélicoptères de se conformer aux règlements de vol aux instruments (IFR). Ces travaux ont servi des bases techniques pour de nombreuses modifications aux règlements de la FAA (Federal Administration Aviation), dont les approches à l'aide d'un GPS pour les hélicoptères.

L'IRA-CNRC a eu rapidement besoin d'un simulateur de vol possédant une puissance de commande et une largeur de bande plus grandes que celles fournies par l'hélicoptère Bell 205. Il a donc acheté un hélicoptère Bell 412 HP en 1993 et il l'a converti en plateforme de recherche pour le développement des commandes de vol électriques. L'hélicoptère Bell 412 est un hélicoptère de recherche sur les systèmes évolués (ASRA). L'hélicoptère à CVE de quatrième génération de l'IRA-CNRC est entré en opération en février 2001. Les contributions à la norme ADS-33 se sont poursuivies

pendant les années 90, avec un accent particulier sur les exigences en matière de pilotabilité pour les hélicoptères maritimes.

À l'aide de son hélicoptère Bell 205, l'IRA-CNRC a fourni des données complémentaires à celles du simulateur de la DERA (Defence Evaluation and Research Agency) du Royaume Uni et de l'Armée Américaine au sujet du rapport de la poussée et le poids requis. L'IRA-CNRC continue d'effectuer de la recherche sur la pilotabilité avec ses hélicoptères Bell 412 et Bell 205, notamment sur les exigences de pilotabilité des hélicoptères maritimes, les indices tactiles actifs utilisant des systèmes de manches de commande latéraux et conventionnels, les systèmes de vision synthétique améliorée, et les lunettes de vision nocturne panoramique.

Exemples des travaux sur les qualités de vol effectués à la NASA

Suite à la détermination des qualités de vol de l'avion dans le phase de design, ces qualités doivent être soigneusement investiguées pendant les essais en vol, sur toute l'enveloppe de vol et pour toutes les configurations de vol. L'apparition des systèmes de contrôle de vol électrique ont rendu nécessaire la compréhension des phénomènes de vol les plus importantes et ont mené à l'apparition des études d'autres effets comme celui du retard additionnel dans le réponse de l'avion aux commandes du pilote [7].

Plusieurs programmes de développement des avions ont subi des retards dus à des problèmes trouvés dans les qualités de vol, par exemple dans des oscillations induites par les pilotes où d'autres problèmes dus à une insuffisante compréhension de la manœuvrabilité de l'avion. C'est la raison pour laquelle la recherche dans le domaine de stabilité et contrôle nécessaire à la détermination des qualités de vol a été très accrue pendant les dernières années.

La stabilité dynamique et les qualités de vol d'un avion instable statiquement (X-29A) ont fait l'objet d'un programme de recherche mené par les laboratoires de NASA-DFRC [8]. À l'aide d'un simulateur de vol, les laboratoires de NASA-DFRC et les chercheurs

de l'Université Technique de Munich ont étudié l'impact de la dynamique instable du mode de longue période d'un avion hypersonique sur ses qualités de vol [9].

Les laboratoires de la NASA DFRC (Dryden Flight Research Center) ont porté des recherches et publié plusieurs articles sur ces sujets. Les qualités de vol de l'avion F/A-18 HARV (avion modifié pour des études de vols avec des grands angles d'attaque) ont été investiguées par des essais en vol dans le but de créer une base de données pour l'évaluation et pour l'analyse des qualités de vol avec des grands angles d'attaque [10]. Les dérivées de stabilité et de commande longitudinales en fonction de l'angle d'attaque du même avion F/A-18 HARV ont été déterminées à partir des données fournies par la dynamique de vol de cet avion [11].

Dans ce mémoire, l'étude des qualités de vol a été porte sur l'avion F/A-18 SRA (ou HARV) montré dans la Figure 1 ([11]) dont les dimensions sont :

La masse	1065.4 slugs
Surface de référence	400 pi ²
Corde moyenne aérodynamique	11.52 pi
Envergure	37.4 pi
Moment d'inertie de roulis	21955 slug-pi ²
Moment d'inertie de tangage	122446 slug-pi ²
Moment d'inertie de lacet	137278 slug-pi ²
Produit d'inertie	1910.3 slug-pi ²
Longueur totale	56 pi

Les valeurs des coefficients de dérivées de stabilité et de commande pour les 52 cas de vol ont été fournies par les laboratoires de la NASA DFRC.

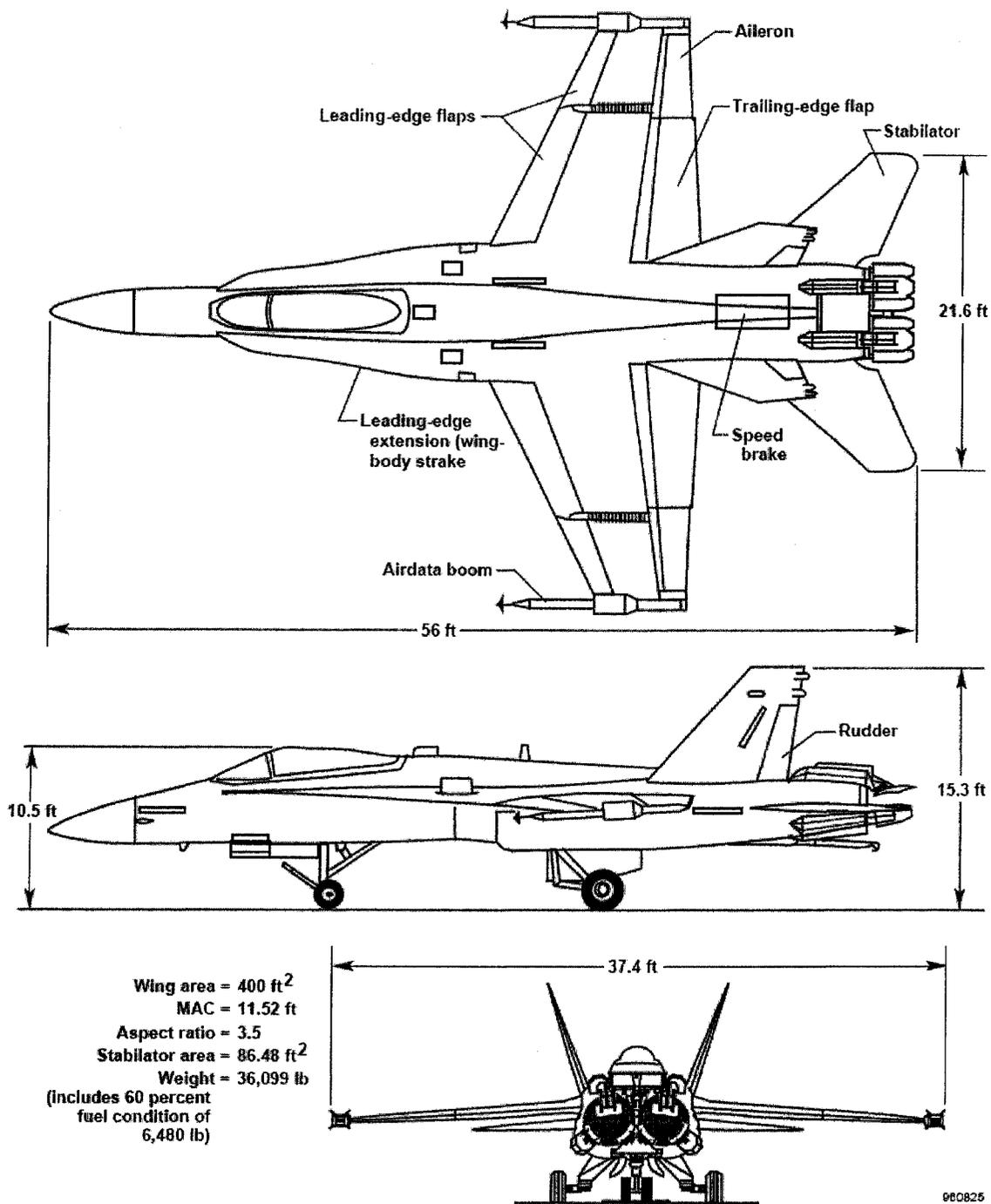


Figure 1 Le design en trois vues de l'avion F/A - 18

Dans le chapitre 1 du présent mémoire, l'obtention des équations de mouvement longitudinal et latéral de l'avion par les lois de Newton est présentée, suivie par la présentation des calculs des fréquences et des amortissements à partir de ces équations de mouvement dans le chapitre 2. Dans le chapitre 3, la théorie sur la classification des niveaux de vol est présentée en fonction des valeurs des fréquences et des amortissements calculés au chapitre précédent.

Les résultats obtenus principalement sous forme des fréquences et des amortissements sont présentés pour le mouvement longitudinal de l'avion dans le chapitre 4, et pour le mouvement latéral de l'avion ces résultats dans le chapitre 5.

Les résultats obtenus aux chapitres 4 et 5 aident à la détermination des qualités de vol pour le mouvement longitudinal de l'avion au chapitre 6, et à la détermination des qualités de vol pour le mouvement latéral de l'avion au chapitre 7. Les conclusions et recommandations de ce travail sont décrites dans le dernier chapitre 8. Finalement, nous avons constaté, une grande utilité de ce travail dans l'industrie aéronautique.

CHAPITRE 1

LES ÉQUATIONS DE MOUVEMENT DE L'AVION

Avant de développer les équations de mouvement, il est important de réviser le système d'axes. La Figure 2 montre le système d'axes de l'avion $X_a Y_a Z_a$ et le système inertiel d'axes fixé lié à la Terre $X_T Y_T Z_T$.

1.1 Dérivation des équations de mouvement de l'avion rigide

Les équations de mouvement de l'avion (corps) rigide sont obtenues à partir de la deuxième loi de Newton, par laquelle la somme des toutes les forces externes agissant sur le corps est égale au taux de variation dans le temps de l'impulsion (ang : momentum) du corps, et la somme des moments externes agissant sur le corps est égale au taux de variation dans le temps du moment d'impulsion (ang : angular momentum).

Les taux de variation dans le temps de l'impulsion linéaire et angulaire s'écrivent par rapport au système d'axes absolu ou inertiel. Dans la plupart des problèmes concernant la dynamique de l'avion, le système de référence inertiel est le système de coordonnées dans lequel son origine est fixée au centre de la terre. L'ensemble des axes de référence lié à la terre $X_T Y_T Z_T$ est choisi tel que X_T est orienté vers le nord, Y_T vers l'est, et Z_T vers le bas. Un autre système d'axes est celui qui a comme origine le centre de gravité de l'avion, ainsi, ce système est fixé à l'avion. Pour un tel système, l'axe X_a est dirigé vers le nez de l'avion, l'axe Y_a vers l'aile droite, et l'axe Z_a vers le bas, voir la Figure 2.

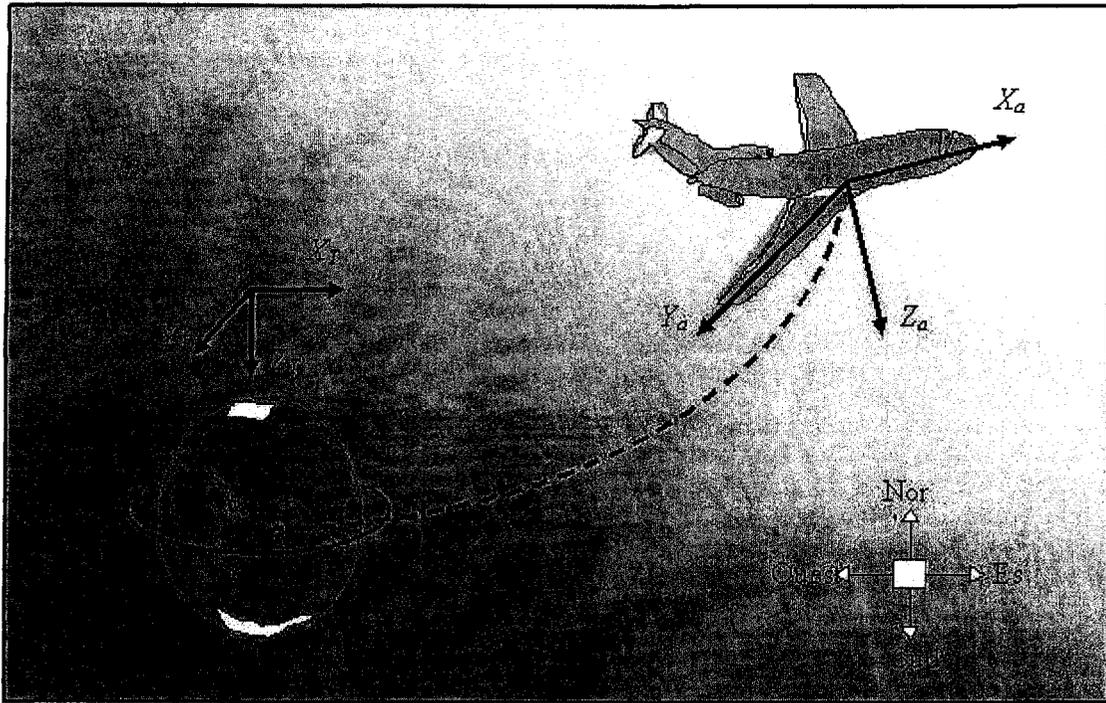


Figure 2 Le système inertiel et le système d'axes lié à l'avion

Nous supposons que l'avion est rigide, c'est-à-dire qu'une distance prise entre n'importe quels deux points de l'avion ne change pas pendant le vol, ainsi, le mouvement de l'avion dans l'espace est considéré avoir six degrés de liberté. La loi de Newton est appliquée à l'avion rigide, et les équations de mouvement peuvent être calculées en fonction des accélérations qui apparaissent suite aux forces et moments appliqués sur l'avion.

Pour le calcul vectoriel des forces F nous utilisons la deuxième Loi de Newton :

$$\sum F = \frac{d}{dt}(m v) \quad (1.1)$$

Les équations vectorielles peuvent être réécrites sous la forme scalaire, en décomposant la force résultante F et la vitesse v selon les axes x_a, y_a, z_a :

$$F_{x_a} = \frac{d}{dt}(m u) \quad F_{y_a} = \frac{d}{dt}(m v) \quad F_{z_a} = \frac{d}{dt}(m w) \quad (1.2)$$

où $F_{x_a}, F_{y_a}, F_{z_a}$ et u, v, w sont les composantes de la force et de la vitesse selon les axes x_a, y_a et z_a , respectivement.

Pour le calcul des moments M , nous utilisons la deuxième Loi de Newton et nous obtenons :

$$\sum M_a = \frac{d}{dt}(H_a) \quad (1.3)$$

Nous décomposons le moment M selon les axes x_a, y_a et z_a :

$$L_a = \frac{dH_{x_a}}{dt} \quad M_a = \frac{dH_{y_a}}{dt} \quad N_a = \frac{dH_{z_a}}{dt} \quad (1.4)$$

où L_a, M_a, N_a et $H_{x_a}, H_{y_a}, H_{z_a}$ sont les composantes du moment et du moment de l'impulsion selon les axes x_a, y_a et z_a , respectivement.

Si nous considérons un avion représenté dans la Figure suivante :

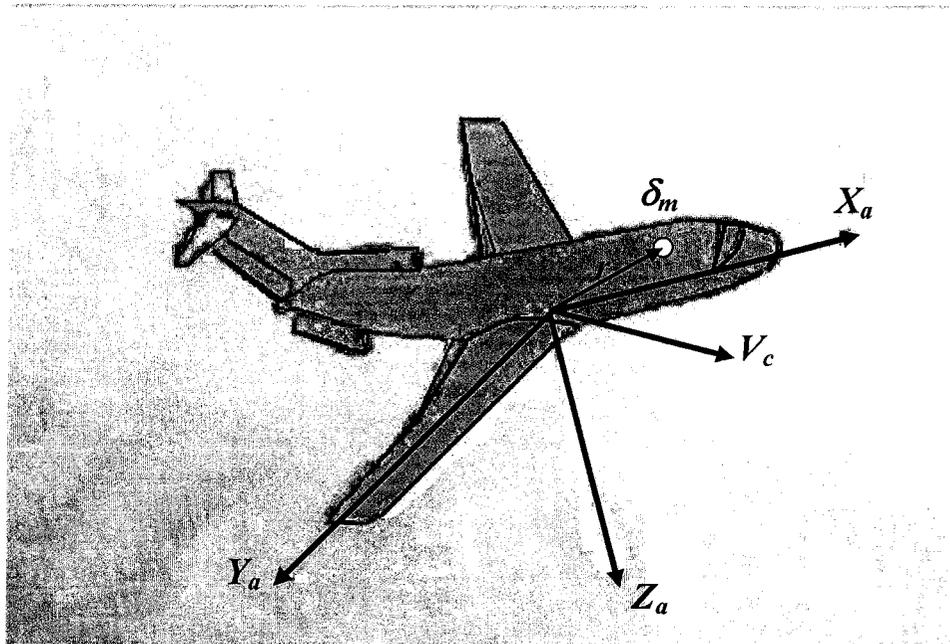


Figure 3 Un élément de masse de l'avion

où δm est la masse d'un élément de l'avion, r est la position d'un élément de masse par rapport au système d'axes absolu ou inertiel, δF est la force résultante agissant sur δm , alors la deuxième loi de Newton donne :

$$\sum \delta F = \sum \delta m \frac{dv}{dt} = F \quad (1.5)$$

où la force totale externe F agissant sur l'avion est la somme de toutes les composantes δF de cette force sur l'avion. La vitesse de l'élément de masse δm est

$$v = v_c + \frac{dr}{dt} \quad (1.6)$$

où v_c est la vitesse du centre de masse de l'avion et dr/dt est la vitesse d'un élément par rapport au centre de masse. Nous remplaçons cette expression de la vitesse dans la deuxième loi de Newton, et nous obtenons, en considérant que la masse de l'avion m est constante :

$$F = \frac{d}{dt} \sum \left(v_c + \frac{dr}{dt} \right) \delta m = m \frac{dv_c}{dt} + \frac{d}{dt} \sum \frac{dr}{dt} \delta m = m \frac{dv_c}{dt} + \frac{d^2}{dt^2} \sum r \delta m \quad (1.7)$$

où r est mesuré à partir de centre de masse, d'où $\sum r \delta m = 0$, et l'équation des forces devient :

$$F = m \frac{dv_c}{dt} \quad (1.8)$$

qui lie la force externe sur l'avion au mouvement du centre de masse de l'avion.

La dérivée d'un vecteur arbitraire A par rapport à un système fixé à l'avion $X_a Y_a Z_a$ qui tourne avec une vitesse angulaire ω est représentée par :

$$\left. \frac{dA}{dt} \right|_T = \left. \frac{dA}{dt} \right|_a + \omega \times A \quad (1.9)$$

où T s'applique au système d'axes fixés à la terre et a s'applique au système des axes fixé à l'avion.

Nous appliquons l'équation (1.9) aux équations (1.8) des forces F dans le système d'axes $X_T Y_T Z_T$ lié à la terre:

$$F \Big|_T = m \left. \frac{dv_c}{dt} \right|_a + m (\omega \times v_c) \quad (1.10)$$

Nous décomposons la vitesse v_c , la vitesse angulaire ω , le vecteur de position r et la force F selon les axes x_a, y_a et z_a :

$$v_c = ui + vj + wk, \quad \omega = pi + qj + rk, \quad r = x_a i + y_a j + z_a k, \quad F_a = F_{x_a} i + F_{y_a} j + F_{z_a} k \quad (1.11)$$

où i, j et k sont les vecteurs unitaires sur x_a, y_a et z_a . Nous dérivons la première équation de l'ensemble des équations (1.11), et nous obtenons :

$$\left. \frac{dv_c}{dt} \right|_a = \frac{du}{dt} i + \frac{dv}{dt} j + \frac{dw}{dt} k \quad (1.12)$$

Nous remplaçons les équations (1.11) et (1.12) dans l'équation. (1.10) :

$$F_{x_a} = m \left(\frac{du}{dt} + qw - vr \right)$$

$$F_{y_a} = m \left(\frac{dv}{dt} + ru - pw \right), \quad F_{z_a} = m \left(\frac{dw}{dt} + pv - qu \right) \quad (1.13)$$

D'une manière similaire, nous développons l'équation du moment d'impulsion δH agissant sur un élément de masse δm qui se déplace. La somme des moments δH devient :

$$H = \sum \delta H = \sum (r \times v_c) \delta m + \sum [r \times (\omega \times r)] \delta m \quad (1.14)$$

Le terme $\sum (r \times v_c) \delta m = 0$, car nous pouvons l'écrire comme $\sum r \delta m \times v_c$ et nous savons que $\sum r \delta m = 0$ car r est mesuré à partir de centre de masse, alors l' éq. (1.14) devient :

$$H_a = (pi + qj + rk) \sum (x_a^2 + y_a^2 + z_a^2) \delta m - \sum (x_a i + y_a j + z_a k) (px_a + qy_a + rz_a) \delta m \quad (1.15)$$

d'où

$$\begin{aligned}
 H_{x_a} &= p \sum (y_a^2 + z_a^2) \delta m - q \sum x_a y_a \delta m - r \sum x_a z_a \delta m \\
 H_{y_a} &= q \sum (x_a^2 + z_a^2) \delta m - p \sum x_a y_a \delta m - r \sum y_a z_a \delta m \\
 H_{z_a} &= r \sum (x_a^2 + y_a^2) \delta m - p \sum x_a z_a \delta m - q \sum y_a z_a \delta m
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

Les sommes des éléments dans les éqs. (1.16) sont définies en tant que des moments d'inertie de la masse (éqs. (1.17.a) et des produits d'inertie de l'avion (éqs. (1.17.b) :

$$\begin{aligned}
 I_{x_a} &= \iiint_{\mathcal{V}} (y_a^2 + z_a^2) \delta m \\
 I_{y_a} &= \iiint_{\mathcal{V}} (x_a^2 + z_a^2) \delta m \\
 I_{z_a} &= \iiint_{\mathcal{V}} (x_a^2 + y_a^2) \delta m
 \end{aligned} \tag{1.17.a}$$

$$\begin{aligned}
 I_{x_a y_a} &= \iiint_{\mathcal{V}} x_a y_a \delta m \\
 I_{y_a z_a} &= \iiint_{\mathcal{V}} y_a z_a \delta m \\
 I_{x_a z_a} &= \iiint_{\mathcal{V}} x_a z_a \delta m
 \end{aligned} \tag{1.17.b}$$

Les moments de masse d'inertie et les produits d'inertie dépendent de la forme du corps et de la manière dans laquelle la masse est distribuée. Les moments d'inertie sont proportionnels à la résistance du corps à la rotation. Nous remplaçons les éqs. (1.17) dans les éqs. (1.16), et nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 H_{x_a} &= p I_{x_a} - q I_{x_a y_a} - r I_{x_a z_a} \\
 H_{y_a} &= p I_{x_a y_a} + q I_{y_a} - r I_{y_a z_a} \\
 H_{z_a} &= -p I_{x_a z_a} - q I_{y_a z_a} + r I_{z_a}
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

De la même manière que dans l'équation. (1.10), le moment M est calculé comme suit :

$$M = \left. \frac{dH}{dt} \right|_T = \left. \frac{dH}{dt} \right|_a + \omega \times H \quad (1.19)$$

où $H = I \times \omega$. Nous obtenons ensuite :

$$\begin{aligned} L_a &= \dot{H}_{x_a} + qH_{z_a} - rH_{y_a} \\ M_a &= \dot{H}_{y_a} + rH_{x_a} - pH_{z_a} \\ N_a &= \dot{H}_{z_a} + pH_{y_a} - qH_{x_a} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Le plan $x_a z_a$ est considéré en étant le plan de symétrie de l'avion, alors les produits d'inertie $I_{yz} = I_{xy} = 0$, et les équations des moments s'écrivent comme suit

$$\begin{aligned} L_a &= I_{x_a} \dot{p} - I_{x_a z_a} \dot{r} + (I_{z_a} - I_{y_a})qr - I_{x_a z_a} pq \\ M_a &= I_{y_a} \dot{q} + (I_{x_a} - I_{z_a})rp + I_{x_a z_a} (p^2 - r^2) \\ N_a &= -I_{x_a z_a} \dot{p} + I_{z_a} \dot{r} + pq(I_{y_a} - I_{x_a}) + I_{x_a z_a} qr \end{aligned} \quad (1.21)$$

Nous avons obtenu dans cette section les équations (1.13) pour les forces et les équations (1.21) pour les moments.

1.2 L'orientation et la position de l'avion

Les équations de mouvement ont été définies pour un système d'axes fixé à l'avion a . Malheureusement, l'orientation et la position de l'avion ne peuvent pas être décrits par rapport au système lié à l'avion a .

L'orientation et la position de l'avion doivent être définies par rapport à un système fixe, lié à la Terre T . Au temps $t=0$, les deux systèmes d'axes, a et T , coïncident. L'orientation de l'avion est décrite alors par trois rotations consécutives, et leur ordre est

très important. Les 3 rotations angulaires sont appelées les angles d'Euler et sont représentées par les 3 angles : l'angle de roulis ϕ , l'angle de tangage θ et l'angle de lacet ψ .

Nous pouvons s'imaginer l'avion positionné tel que le système des axes lié à l'avion est parallèle au système fixe à la terre et nous appliquons les trois rotations suivantes :

- 1) Tourner l'axe $X_T Y_T Z_T$ autour de l'axe OZ_T avec l'angle de lacet ψ et on obtient l'axe $X_1 Y_1 Z_1$.

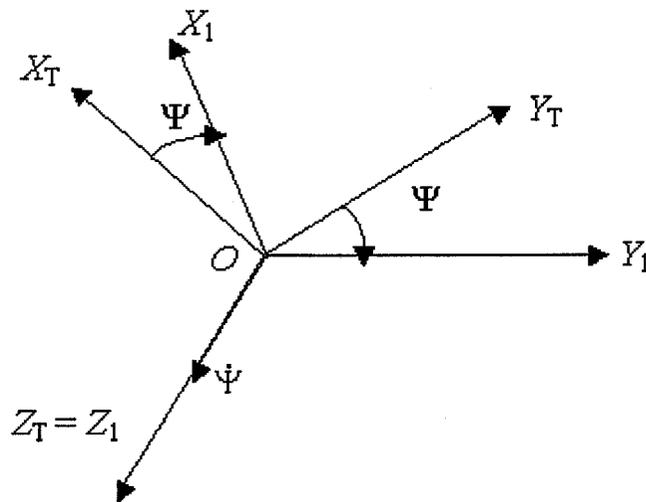


Figure 4 Rotation du système des axes $X_T Y_T Z_T$ autour de l'axe Z_T avec l'angle de lacet ψ

- 2) Tourner $X_1 Y_1 Z_1$ autour de l'axe OY_1 avec l'angle de tangage θ et obtenir l'axe $X_2 Y_2 Z_2$

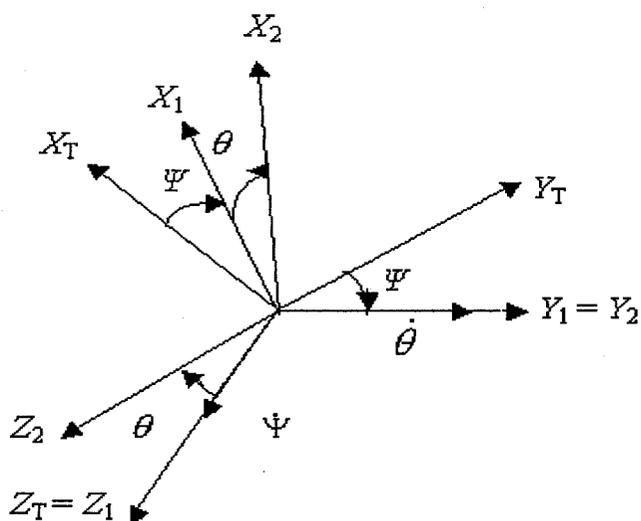


Figure 5 Rotation du système des axes $X_1Y_1Z_1$ autour de l'axe Y_1 avec l'angle de tangage θ

- 3) Tourner le système des axes $X_2Y_2Z_2$ autour de l'axe OX_2 avec l'angle de roulis ϕ et obtenir $X_3Y_3Z_3 = X_aY_aZ_a$

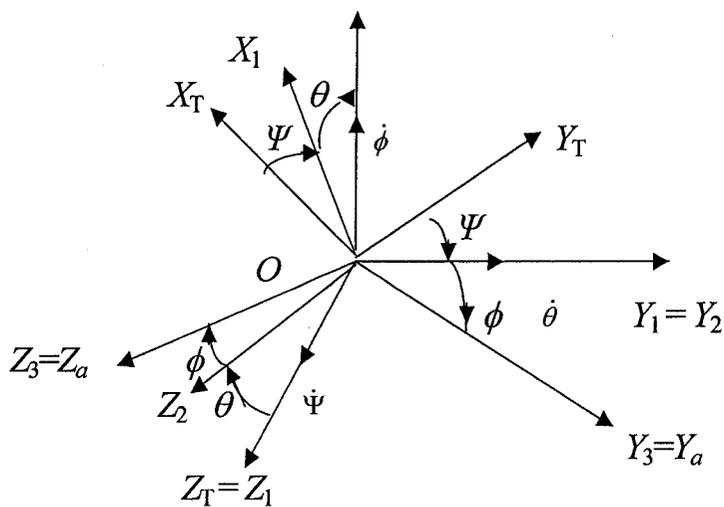


Figure 6 Rotation du système des axes $X_2Y_2Z_2$ autour de l'axe X_2 avec l'angle de roulis ϕ

Les composantes des vitesses dans le système $X_T Y_T Z_T$ sont dX/dt , dY/dt , dZ/dt . L'indice 1 est associé aux composantes sur l'axe $X_1 Y_1 Z_1$ et l'indice 2 aux composantes sur $X_2 Y_2 Z_2$. Nous calculons, à l'aide des 3 rotations successives ci haut décrites, les composantes des vitesses par rapport au système d'axes fixe à la Terre $X_T Y_T Z_T$, en fonction des composantes des vitesses par rapport au système d'axe fixé à l'avion (voir les équations (1.22)).

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= u_1 \cos \psi - v_1 \sin \psi & \frac{dY}{dt} &= u_1 \sin \psi + v_1 \cos \psi & \frac{dZ}{dt} &= w_1 \\ u_1 &= u_2 \cos \theta + w_2 \sin \theta & v_1 &= v_2 & w_1 &= -u_2 \sin \theta + w_2 \cos \theta \quad (1.22) \\ u_2 &= u & v_2 &= v \cos \phi - w \sin \phi & w_2 &= v \sin \phi + w \cos \phi \end{aligned}$$

Les composantes de la vitesse absolue dX/dt , dY/dt et dZ/dt sont obtenus en fonction des angles d'Euler ϕ , θ et ψ et des composantes des vitesses u , v et w dans le système d'axes lié à l'avion a :

$$\begin{bmatrix} \frac{dX}{dt} \\ \frac{dY}{dt} \\ \frac{dZ}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

où C représente la fonction cosinus et S représente la fonction sinus. L'intégration de ces équations va donner la position de l'avion dans le système d'axes fixé à l'avion a .

À partir des mêmes Figures 4, 5 et 6, nous calculons la relation entre les vitesses angulaires dans le système lié à l'avion a (p , q et r) et les vitesses d'Euler $d\phi/dt$, $d\theta/dt$ et $d\psi/dt$:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S_\theta \\ 0 & C_\phi & C_\theta S_\phi \\ 0 & -S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

L'équation (1.24) est résolue pour les vitesses d'Euler $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ en fonction des vitesses angulaires de l'avion p, q, r , et elle est donnée par l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S_\phi \tan \theta & C_\phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & S_\phi \sec \theta & C_\phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

où la fonction secante = $1/\cos$. Nous calculons les angles d'Euler ϕ, θ et ψ par l'intégration des équations (1.25).

La force résultante F et le moment résultant M ont trois types de composantes agissant sur l'avion : aérodynamiques, gravitationnelles et propulsives.

1.3 Les forces gravitationnelles et les forces propulsives

Les forces gravitationnelles agissent au centre de gravité CG d'un avion. Puisque le système d'axes lié à l'avion a est fixé dans son centre de gravité, la force gravitationnelle ne produit aucun moment. Elle va s'ajouter à la force extérieure

agissant sur l'avion et elle aura des composantes divisées selon les axes fixés à l'avion a . Nous calculons les composantes de la force gravitationnelle selon les axes $X_a Y_a Z_a$ à partir de la figure 7.

$$\begin{aligned}
 F_{X_g} &= -mg \sin \theta \\
 F_{Y_g} &= mg \cos \theta \sin \phi \\
 F_{Z_g} &= mg \cos \theta \cos \phi
 \end{aligned}
 \tag{1.26}$$

Les forces propulsives ont des composantes qui agissent selon les axes liées à l'avion $X_a Y_a Z_a$. Ces forces peuvent créer des moments dans les cas où elles n'agissent pas dans le centre de gravité CG de l'avion. Nous choisissons l'indice T (Thrust) et l'indice p (Propulsive) pour indiquer ces forces.

Les forces et les moments de propulsion sont notés comme suit :

$$\begin{aligned}
 F_{X_p} &= X_T & F_{Y_p} &= Y_T & F_{Z_p} &= Z_T \\
 L_p &= L_T & M_p &= M_T & N_p &= N_T
 \end{aligned}
 \tag{1.27}$$

1.4 Sommaire des forces et des moments

Les équations des forces X , Y , Z sont développées à partir des équations. (1.13) et (1.26) et sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 X - mg \sin \theta &= m (\dot{u} + qw - vr) \\
 Y + mg \cos \theta \sin \phi &= m (\dot{v} + ru - pw) \\
 Z + mg \cos \theta \cos \phi &= m (\dot{w} + pv - qu)
 \end{aligned}
 \tag{1.28.1}$$

où X , Y et Z représentent les sommes des forces aérodynamiques et propulsives.

Les équations des moments L , M , N sont développées à partir de l'éq (1.21) :

$$\begin{aligned}
 L &= I_{x_a} \dot{p} - I_{x_a z_a} \dot{r} + (I_{z_a} - I_{y_a}) q r - I_{x_a z_a} p q \\
 M &= I_{y_a} \dot{q} + (I_{x_a} - I_{z_a}) r p + I_{x_a z_a} (p^2 - r^2) \\
 N &= -I_{x_a z_a} \dot{p} + I_{z_a} \dot{r} + (I_{y_a} - I_{x_a}) p q + I_{x_a z_a} q r
 \end{aligned} \tag{1.28.2}$$

où L , M et N représentent les sommes des moments aérodynamiques et propulsives.

Les vitesses angulaires p , q , r de l'avion sont développées en fonction des angles ϕ , θ , ψ et des vitesses d'Euler $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$ à partir de l'éq. (1.24) :

$$\begin{aligned}
 p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\
 q &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\
 r &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi
 \end{aligned} \tag{1.28.3}$$

Les vitesses d'Euler sont développées à partir de l'éq. (1.25) en fonction des angles d'Euler ϕ , θ , ψ et des vitesses angulaires $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$ de l'avion :

$$\begin{aligned}
 \dot{\phi} &= p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\
 \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \\
 \dot{\psi} &= (q \sin \phi + r \cos \phi) \sec \theta
 \end{aligned} \tag{1.28.4}$$

Les vitesses de l'avion dans le système d'axes lié à l'avion a sont développées en fonction des angles d'Euler ϕ , θ , ψ et des composantes des vitesses de l'avion u , v , w à partir des équations (1.23) :

$$\begin{bmatrix} \frac{dX}{dt} \\ \frac{dY}{dt} \\ \frac{dZ}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1.28.5)$$

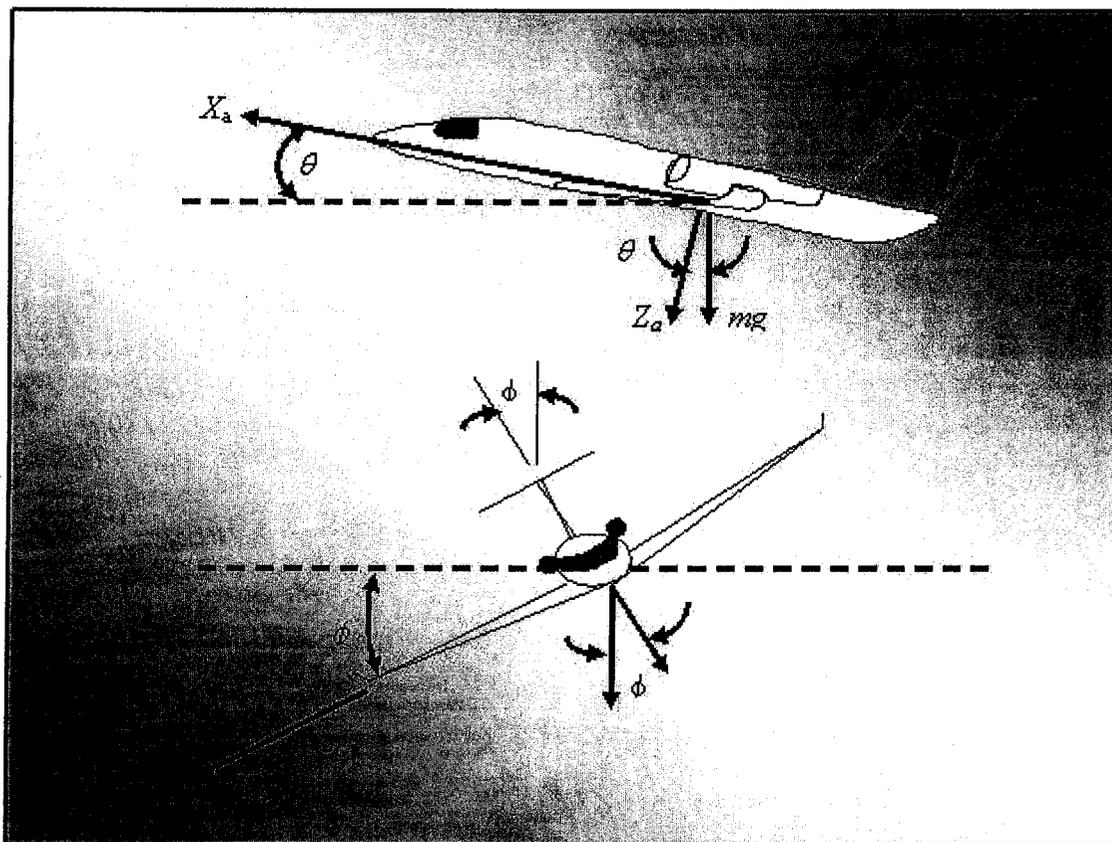


Figure 7

Composantes de la force gravitationnelle agissant selon la système d'axe lié à l'avion

1.5 Théorie des petites perturbations

Les équations développées dans le chapitre précédent deviennent linéaires en utilisant la théorie des petites perturbations. Dans cette théorie, nous supposons que le mouvement de l'avion est sujet aux petites déviations autour d'une condition de vol permanente. Il faut faire attention car cette théorie ne peut pas s'appliquer dans les cas où les mouvements à larges amplitudes (vol en décrochage, etc.) sont considérés. Par contre dans la majorité des cas, la théorie des perturbations petites donne des très bons résultats pour les ingénieurs.

Nous introduisons la notation $x = x_0 + \Delta x$ dans laquelle x_0 est une valeur à l'équilibre et Δx est la perturbation pour les quantités entrant dans les équations de mouvement de l'avion. Ces quantités sont les vitesses linéaires et angulaires (u, v, w, p, q, r), les forces et les moments (X, Y, Z, L, M, N) et les déflexions des surfaces de commande δ :

$$u = u_0 + \Delta u, \quad v = v_0 + \Delta v, \quad w = w_0 + \Delta w$$

$$p = p_0 + \Delta p, \quad q = q_0 + \Delta q, \quad r = r_0 + \Delta r$$

$$X = X_0 + \Delta X, \quad Y = Y_0 + \Delta Y, \quad Z = Z_0 + \Delta Z \tag{1.29}$$

$$M = M_0 + \Delta M, \quad N = N_0 + \Delta N, \quad L = L_0 + \Delta L$$

$$\delta = \delta_0 + \Delta \delta$$

La condition de vol de référence est symétrique et les forces de propulsion restent constantes, ce qui implique :

$$v_0 = p_0 = q_0 = r_0 = \phi_0 = \psi_0 = 0 \tag{1.30}$$

Nous alignons l'axe des x dans la direction de la vitesse de l'avion, alors $w_0 = 0$. Dans le cas où nous introduisons petites perturbations dans les équations de mouvement, nous simplifions ces équations de mouvement. Par exemple, nous considérons l'équation des forces selon l'axe des x_a , c'est-à-dire que la première équation du système (1.28.1) s'écrit :

$$X - mg \sin \theta = m(\dot{u} + qw - vr) \quad (1.31)$$

Nous appliquons la théorie des petites perturbations aux variables dans l'équation (1.31) et nous obtenons l'équation suivante :

$$\begin{aligned} X_0 + \Delta X - mg \sin(\theta_0 + \Delta\theta) = \\ = m \left[\frac{d}{dt}(u_0 + \Delta u) + (q_0 + \Delta q)(w_0 + \Delta w) - (r_0 + \Delta r)(v_0 + \Delta v) \right] \end{aligned} \quad (1.32)$$

Nous négligeons les produits des perturbations : $\Delta q \Delta w = 0$ et $\Delta r \Delta v = 0$, Nous prenons en considération que $w_0 = 0$ et que u_0 est une constante, alors l'équation (1.32) devient :

$$X_0 + \Delta X - mg \sin(\theta_0 + \Delta\theta) = m \Delta \dot{u} \quad (1.33)$$

L'identité trigonométrique suivante :

$$\sin(\theta_0 + \Delta\theta) = \sin \theta_0 \cos \Delta\theta + \cos \theta_0 \sin \Delta\theta \quad (1.34)$$

pour une variation de l'angle de tangage $\Delta\theta$ petite ($\cos \Delta\theta = 1$ et $\sin \Delta\theta = \Delta\theta$), devient :

$$\sin(\theta_0 + \Delta\theta) = \sin \theta_0 + \Delta\theta \cos \theta_0 \quad (1.35)$$

Nous remplaçons l'éq. (1.35) dans l'éq. (1.33) et nous obtenons :

$$X_0 + \Delta X - mg(\sin \theta_0 + \Delta \theta \cos \theta_0) = m \Delta \dot{u} \quad (1.36)$$

L'équation (1.36) se décompose en 2 équations.

La première équation correspond aux forces sur l'axe des x_a à l'équilibre :

$$X_0 - mg \sin \theta_0 = 0 \quad (1.37)$$

La deuxième équation correspond aux forces perturbées sur l'axe des x_a à partir de l'équilibre :

$$\Delta X - mg(\Delta \theta \cos \theta_0) = m \Delta \dot{u} \quad (1.38)$$

Les forces ΔX sont les variations des forces aérodynamiques et propulsives dans la direction x_a et sont exprimées par des séries Taylor en fonction des variables de perturbation. Si nous supposons que ΔX est en fonction de u , w , δ_e et δ_T alors ΔX devient :

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \quad (1.39)$$

où $\partial X / \partial u$, $\partial X / \partial w$, etc. s'appellent les dérivées de stabilité et sont évaluées à la condition du vol de référence. Les variables δ_e et δ_T sont les variations dans l'angle de la gouverne de profondeur et dans la position du moteur, respectivement. D'autres surfaces de commande, par exemple le canard, peuvent être aussi utilisées.

Nous remplaçons ΔX donnée par l'éq. (1.39) dans l'éq. (1.38), et nous obtenons :

$$\frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T - mg(\Delta \theta \cos \theta_0) = m \Delta \dot{u} \quad (1.40)$$

qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\left(m \frac{d}{dt} - \frac{\partial X}{\partial u}\right) \Delta u - \left(\frac{\partial X}{\partial w}\right) \Delta w + (mg \cos \theta_0) \Delta \theta = \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \quad (1.41)$$

Nous divisons l'équation (1.41) par la masse m et nous obtenons :

$$\left(\frac{d}{dt} - X_u\right) \Delta u - X_w \Delta w + (g \cos \theta_0) \Delta \theta = X_{\delta_e} \Delta \delta_e + X_{\delta_T} \Delta \delta_T \quad (1.42)$$

où $X_u = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial u}$, $X_w = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial w}$, etc. sont les dérivées aérodynamiques divisées par la masse de l'avion m .

Les variations dans les forces X , Y , Z et dans les moments L , M , N sont en fonction des variations des vitesses linéaires, Δu , Δv , Δw , angulaires p , q , r et angles δ_T , δ_r , etc., voir les équations suivantes (1.43) :

$$\begin{aligned} \Delta X &= \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\ \Delta Y &= \frac{\partial Y}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Y}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial Y}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \\ \Delta Z &= \frac{\partial Z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial Z}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\ \Delta L &= \frac{\partial L}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial L}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial L}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta M &= \frac{\partial M}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial M}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial M}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\ \Delta N &= \frac{\partial N}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial N}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial N}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a \end{aligned} \quad (1.43)$$

Les variations des forces et des moments aérodynamiques sont exprimées en fonction de variations des variables de mouvement (vitesses linéaires et angulaires u, v, w, p, q, r , déflexions des surfaces de commande $\delta_a, \delta_e, \delta_r, \delta_T$), sauf que dans les équations ci haut mentionnées seulement les termes signifiants seront retenus. L'ensemble des équations linéaires de mouvement est obtenu; pour les forces (équation 1.44) et pour les moments (équation 1.45).

1.5.1 L'équation des forces

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} - X_u\right)\Delta u - X_w\Delta w + (g \cos \theta_0)\Delta \theta &= X_{\delta_e}\Delta \delta_e + X_{\delta_T}\Delta \delta_T \\ \left(\frac{d}{dt} - Y_v\right)\Delta v - Y_p\Delta p + (u_0 - Y_r)\Delta r - (g \cos \theta_0)\Delta \phi &= Y_{\delta_r}\Delta \delta_r \\ -Z_u\Delta u + \left((1 - Z_w)\frac{d}{dt} - Z_w\right)\Delta w - \left((u_0 + Z_q)\frac{d}{dt} - g \sin \theta_0\right)\Delta \theta &= Z_{\delta_e}\Delta \delta_e + Z_{\delta_T}\Delta \delta_T \end{aligned} \quad (1.44)$$

1.5.2 L'équation des moments

$$\begin{aligned} -L_v\Delta v + \left(\frac{d}{dt} - L_p\right)\Delta p - \left(\frac{I_{xz}}{I_x}\frac{d}{dt} + L_r\right)\Delta r &= L_{\delta_a}\Delta \delta_a + L_{\delta_r}\Delta \delta_r \\ -M_u\Delta u - \left(M_w\frac{d}{dt} + M_w\right)\Delta w + \left(\frac{d^2}{dt^2} - M_q\frac{d}{dt}\right)\Delta \theta &= M_{\delta_e}\Delta \delta_e + M_{\delta_T}\Delta \delta_T \\ -N_v\Delta v + \left(\frac{I_{xz}}{I_z}\frac{d}{dt} + N_p\right)\Delta p + \left(\frac{d}{dt} - N_r\right)\Delta r &= N_{\delta_a}\Delta \delta_a + N_{\delta_r}\Delta \delta_r \end{aligned} \quad (1.45)$$

Le mouvement de l'avion s'analyse dans le plan longitudinal et latéral, donc les équations de mouvement vont se séparer en deux ensembles, correspondants à ces deux mouvements.

CHAPITRE 2

LE CALCUL DE L'AMORTISSEMENT ET DE LA FRÉQUENCE À PARTIR DES ÉQUATIONS DE L'AVION

L'amortissement et la fréquence des mouvements longitudinal et latéral de l'avion sont calculés par la méthode exacte et la méthode approximative à partir des données fournies par les laboratoires de la NASA DFRC exprimées sous forme des dérivées de stabilité et de commande

2.1 La méthode exacte pour le mouvement longitudinal de l'avion

Les équations qui décrivent le mouvement longitudinal de l'avion sont :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} - X_u \right) \Delta u - X_w \Delta w + (g \cdot \cos \theta_0) \Delta \theta &= X_{\delta_e} \Delta \delta_e + X_{\delta_T} \Delta \delta_T \\ -Z_u \Delta u + \left[(1 - Z_w) \frac{d}{dt} - Z_w \right] \Delta w - \left[(u_0 + Z_q) \frac{d}{dt} - g \cdot \sin \theta_0 \right] \Delta \theta &= Z_{\delta_e} \Delta \delta_e + Z_{\delta_T} \Delta \delta_T \quad (2.1) \\ -M_u \Delta u + \left[M_w \frac{d}{dt} + M_w \right] \Delta w + \left(\frac{d^2}{dt^2} - M_q \frac{d}{dt} \right) \Delta \theta &= M_{\delta_e} \Delta \delta_e + M_{\delta_T} \Delta \delta_T \end{aligned}$$

Les dérivées de stabilité Z_q et Z_w contribuent très peu à la réponse de l'avion, par conséquent elles peuvent être négligées dans l'équation (2.1). L'angle de tangage à l'équilibre de l'avion $\theta_0 = 0$.

Les taux de variation des vitesses linéaires u , v , w et de l'angle de tangage θ peuvent s'écrire comme suit :

$$\frac{d}{dt} \Delta u = \Delta \dot{u}, \quad \frac{d}{dt} \Delta v = \Delta \dot{v}, \quad \frac{d}{dt} \Delta w = \Delta \dot{w}, \quad \frac{d}{dt} \Delta \theta = \Delta \dot{\theta} \quad (2.2)$$

Les équations (2.1) s'écrivent sous la forme de la première équation d'un système d'espace d'état :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.3)$$

où :

$$x = \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_w Z_u & M_w + M_w Z_w & M_q + M_u u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta e} & X_{\delta T} \\ Z_{\delta e} & Z_{\delta T} \\ M_{\delta e} + M_w Z_{\delta e} & M_{\delta T} + M_w Z_{\delta T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$u = \begin{bmatrix} \Delta_{\delta e} \\ \Delta_{\delta T} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Les valeurs des dérivées de stabilité non-dimensionnelles contenues dans les matrices A , B , x et u sont exprimées en fonction des dérivées de stabilité dimensionnelles comme suit :

$$X_u = \frac{-(C_{D_u} + 2C_{D_0})QS}{mu_0} \quad (2.8)$$

$$Z_u = \frac{-(C_{L_u} + 2C_{L_0})QS}{mu_0} \quad (2.9)$$

$$Z_w = \frac{-(C_{L_a} + C_{D_0})QS}{mu_0} \quad (2.10)$$

$$M_u = C_{m_u} \frac{QS\bar{c}}{u_0 I_y} \quad (2.11)$$

$$M_w = C_{m_a} \frac{QS\bar{c}}{u_0 I_y} \quad (2.12)$$

$$M_{\dot{w}} = C_{m_{\dot{a}}} \frac{QS\bar{c}^2}{2(u_0)^2 I_y} \quad (2.13)$$

$$M_q = C_{m_q} \frac{QS\bar{c}^2}{2(u_0)^2 I_y} \quad (2.14)$$

où Q est la pression dynamique, S est la surface de référence de l'avion, \bar{c} est la corde moyenne aérodynamique, C_L est le coefficient de portance, C_D est le coefficient de traînée, C_m est le coefficient de moment de tangage et l'indice 0 signifie la condition à l'équilibre référence.

La solution homogène de l'équation (2.3) est écrite sous la forme suivante :

$$x = x_r e^{\lambda_r t} \quad (2.15)$$

Nous remplaçons x calculée par l'équation (2.15) dans l'équation (2.3), alors nous obtenons :

$$[\lambda_r I - A]x_r = 0 \quad (2.16)$$

où I est la matrice unitaire exprimée par l'équation suivante :

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Pour qu'une solution non-zéro soit obtenue, il faut que le déterminant soit égal à zéro :

$$|\lambda_r I - A| = 0 \quad (2.18)$$

Les solutions de l'équation (2.18) sont les valeurs propres λ_r de la matrice A qui donnent des informations sur la stabilité de l'avion. Lorsque les parties réelles de ces valeurs propres sont négatives, le mouvement longitudinal de l'avion est stable.

Dans le cas d'un mouvement longitudinal de l'avion, nous obtenons deux paires des valeurs propres complexes et conjuguées que nous écrivons sous la forme suivante :

$$\lambda_{1,2} = \eta \pm i\omega \quad (2.19)$$

où les parties réelle η dénotent l'amortissement, et les parties imaginaires ω dénotent les fréquences.

Dans l'annexe A, nous calculons en fonction des parties réelles η et imaginaires ω des valeurs propres λ les fréquences naturelles ω_n et les amortissements ζ :

$$\omega_n = \sqrt{\omega^2 + \eta^2} \quad (2.20)$$

$$\zeta = -\frac{\eta}{\sqrt{\omega^2 + \eta^2}} \quad (2.21)$$

2.2 Méthode approximative pour le mouvement longitudinal de l'avion

2.2.1 L'approximation du mode longitudinal de période longue

Le mode de période longue (*phugoid p*) est caractérisé par des variations dans l'angle de tangage θ , dans l'altitude H et dans la vitesse u , lorsque l'angle d'attaque α est considéré constant. L'équation du moment est négligée, alors la variation de l'angle d'attaque α est calculée :

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta w}{u_0} \quad \Delta\alpha = 0 \rightarrow \Delta w = 0 \quad (2.22)$$

Dans le cas où $\Delta\alpha = 0$, nous obtenons $\Delta w = 0$. alors l'équation de mouvement longitudinal de l'avion (2.1) devient :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{u} \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & -g \\ -\frac{Z_u}{u_0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Les valeurs propres λ de l'approximation du mode de période longue sont obtenues par la résolution de l'équation suivante :

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (2.24)$$

Nous remplaçons la matrice A donnée par l'équation (2.23) dans l'équation (2.24) et nous obtenons l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \lambda - X_u & g \\ \frac{Z_u}{u_0} & \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (2.25)$$

qui se développe ensuite sous la forme d'une équation d'ordre 2 en λ :

$$\lambda^2 - X_u \lambda - \frac{Z_u g}{u_0} = 0 \quad (2.26)$$

d'où les valeurs propres du mode de période longue λ_p sont calculées :

$$\lambda_p = \frac{1}{2} \left(X_u \pm \sqrt{X_u^2 + 4 \frac{Z_u g}{u_0}} \right) \quad (2.27)$$

Par l'identification des termes de l'équation (2.27) avec ceux identifiés dans les équations (2.19) – (2.21), nous obtenons les fréquences naturelles ω_{np} et les amortissements ζ_p du mouvement longitudinal de période longue :

$$\omega_{n_p} = \sqrt{\frac{-Z_u g}{u_0}} \quad (2.28)$$

$$\zeta_p = \frac{-X_u}{2\omega_{n_p}} \quad (2.29)$$

2.2.2 L'approximation du mouvement longitudinal de période courte

Le mode longitudinal de période courte consiste dans une réponse courte (de 1 à 4 secondes) d'un avion soumis à une perturbation longitudinale. Nous obtenons l'approximation des équations de mouvement de période courte en posant la variation

des vitesses longitudinales à zero $\Delta u = 0$ De cette manière, l'équation des sommes des forces longitudinales selon l'axe des X est nulle. Le système sous forme d'espace d'état est alors réduit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_w & u_0 \\ M_w + M_{\dot{w}} Z_w & M_q + M_{\dot{w}} u_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta q \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

La variation de l'angle d'attaque $\Delta \alpha$ est écrite comme suit :

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta w}{u_0} \quad (2.31)$$

Nous remplaçons les dérivées de stabilité par rapport aux w et \dot{w} avec les dérivées par rapport aux α et $\dot{\alpha}$ en utilisant l'équation (2.31), et nous obtenons la dérivée du moment de tangage M par rapport à α :

$$M_\alpha = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial \alpha} = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial \left(\frac{\Delta w}{u_0} \right)} = \frac{u_0}{I_y} \frac{\partial M}{\partial w} = u_0 M_w \quad (2.32)$$

et de la même manière nous obtenons pour les dérivées de la force Z_a sur l'axe z et du moment de tangage M les expressions suivantes :

$$Z_\alpha = u_0 Z_w \quad \text{et} \quad M_{\dot{\alpha}} = u_0 M_{\dot{w}} \quad (2.33)$$

Nous remplaçons les équations (2.31) – (2.33) dans le système sous forme d'espace d'état (2.30) qui devient :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_\alpha}{u_0} & 1 \\ M_\alpha + M_{\dot{\alpha}} \frac{Z_\alpha}{u_0} & M_q + M_{\dot{\alpha}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta q \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

L'équation (2.24) est appliquée au système d'équations (2.34) et nous obtenons :

$$\begin{vmatrix} \lambda - \frac{Z_\alpha}{u_0} & 1 \\ M_\alpha + M_{\dot{\alpha}} \frac{Z_\alpha}{u_0} & \lambda - (M_q + M_{\dot{\alpha}}) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.35)$$

Les valeurs propres λ_{sp} de l'approximation de la période courte sont obtenues par la résolution de l'équation caractéristique :

$$\lambda^2 - \left(M_q + M_{\dot{\alpha}} + \frac{Z_\alpha}{u_0} \right) \lambda + M_q \frac{Z_\alpha}{u_0} - M_{\dot{\alpha}} = 0 \quad (2.36)$$

ce qui donne:

$$\lambda_{sp} = \frac{1}{2} \left[\left(M_q + M_{\dot{\alpha}} + \frac{Z_\alpha}{u_0} \right) \pm \sqrt{\left(M_q + M_{\dot{\alpha}} + \frac{Z_\alpha}{u_0} \right)^2 - 4 \left(M_q \frac{Z_\alpha}{u_0} - M_{\dot{\alpha}} \right)} \right] \quad (2.37)$$

Nous obtenons, à partir de l'équation (2.37), en utilisant les équations (2.19)-(2.21), la fréquence naturelle ω_{nsp} et le rapport d'amortissement ζ_{sp} du mode de période courte :

$$\omega_{nsp} = \sqrt{M_q \frac{Z_\alpha}{u_0} - M_{\dot{\alpha}}} \quad (2.38)$$

$$\zeta_{sp} = -\frac{1}{2\omega_{n_{sp}}} \left(M_q + M_{\dot{\alpha}} + \frac{Z_{\alpha}}{u_0} \right) \quad (2.39)$$

2.3 La détermination des équations de mouvement latéral de l'avion par la méthode exacte

Les équations qui décrivent le mouvement latéral de l'avion sont :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} - Y_v \right) \Delta v - Y_p \Delta p + (u_0 - Y_r) \Delta r - (g \cos \theta_0) \Delta \phi &= Y_{\delta_r} \Delta \delta_r \\ -L_v \Delta v + \left(\frac{d}{dt} - L_p \right) \Delta p - \left(\frac{I_{xz}}{I_x} \frac{d}{dt} + L_r \right) \Delta r &= L_{\delta_a} \Delta \delta_a + L_{\delta_r} \Delta \delta_r \\ -N_v \Delta v + \left(\frac{I_{xz}}{I_z} \frac{d}{dt} + N_p \right) \Delta p - \left(\frac{d}{dt} - N_r \right) \Delta r &= N_{\delta_a} \Delta \delta_a + N_{\delta_r} \Delta \delta_r \end{aligned} \quad (2.40)$$

Les équations (2.40) s'écrivent sous la forme de la première équation d'un système d'espace d'état :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.41)$$

où :

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & -(u_0 - Y_r) & g \cos \theta_0 \\ L_v + \frac{I_{xz}}{I_x} N_v^* & L_p + \frac{I_{xz}}{I_x} N_p^* & L_r + \frac{I_{xz}}{I_x} N_r^* & 0 \\ N_v^* + \frac{I_{xz}}{I_z} L_v^* & N_p^* + \frac{I_{xz}}{I_z} L_p^* & N_r^* + \frac{I_{xz}}{I_z} L_r^* & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a}^* + \frac{I_{xz}}{I_z} N_{\delta_a}^* & L_{\delta_r}^* + \frac{I_{xz}}{I_z} N_{\delta_r}^* \\ N_{\delta_a}^* + \frac{I_{xz}}{I_z} L_{\delta_a}^* & N_{\delta_r}^* + \frac{I_{xz}}{I_z} L_{\delta_r}^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$x = \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

et

$$u = \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Les dérivées du moment de roulis L et du moment de lacet N par rapport à la vitesse v selon l'axe des y , par rapport à la vitesse de roulis p et par rapport à la vitesse de lacet r sont définies comme suit :

$$L_v^* = \frac{L_v}{\left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x I_z}\right)} \quad N_v^* = \frac{N_v}{\left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x I_z}\right)} \quad (2.46)$$

$$L_p^* = \frac{L_p}{\left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x I_z}\right)} \quad N_p^* = \frac{N_p}{\left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x I_z}\right)} \quad (2.47)$$

$$L_r^* = \frac{L_r}{\left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x I_z}\right)} \quad N_r^* = \frac{N_r}{\left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x I_z}\right)} \quad (2.48)$$

Dans le cas où le produit d'inertie I_{xz} est négligeable dû à la symétrie de l'avion, les équations du mouvement latéral de l'avion deviennent :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{v} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & -(u_0 - Y_r) & g \cos \theta_0 \\ L_v & L_p & L_r & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a} & N_{\delta_a} \\ L_{\delta_r} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

L'équation matricielle (2.49) peut se réécrire en utilisant la variation de l'angle de dérapage $\Delta\beta$ calculée en fonction de la variation de la vitesse latérale Δv et de la vitesse horizontale u_0 à équilibre :

$$\Delta\beta = \arctan \frac{\Delta v}{u_0} \approx \frac{\Delta v}{u_0} \quad (2.50)$$

Nous remplaçons la variation de la vitesse latérale Δv donnée par l'équation (2.50) dans l'équation (2.49) et nous obtenons l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\beta} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_0} & \frac{Y_p}{u_0} & -\left(1 - \frac{Y_r}{u_0}\right) & \frac{g \cos \theta_0}{u_0} \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{Y_{\delta_r}}{u_0} \\ L_{\delta_a} & N_{\delta_a} \\ L_{\delta_r} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Les valeurs des dérivées de stabilité non-dimensionnelles représentées dans les matrices A , B , x et u sont exprimées en fonction des dérivées de stabilité dimensionnelles :

$$Y_{\beta} = \frac{QSC_{y_{\beta}}}{m} \quad (2.52)$$

$$Y_p = \frac{QsbC_{y_p}}{2mu_0} \quad (2.53)$$

$$Y_r = \frac{QsbC_{y_r}}{2mu_0} \quad (2.54)$$

$$L_{\beta} = \frac{QsbC_{l_{\beta}}}{I_x} \quad (2.55)$$

$$L_p = \frac{Qsb^2C_{l_p}}{2I_xu_0} \quad (2.56)$$

$$L_r = \frac{Qsb^2C_{l_r}}{2I_xu_0} \quad (2.57)$$

$$N_{\beta} = \frac{QsbC_{n_{\beta}}}{I_z} \quad (2.58)$$

$$N_p = \frac{Qsb^2C_{n_p}}{2I_zu_0} \quad (2.59)$$

$$N_r = \frac{Qsb^2C_{n_r}}{2I_zu_0} \quad (2.60)$$

L'équation caractéristique du système (2.41) est obtenue par le développement du déterminant suivant :

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (2.61)$$

Les racines de l'équation caractéristique correspondantes au mouvement latéral de l'avion sont décomposées en 2 racines réelles et 1 paire de racines complexes conjuguées. Ces racines caractérisent les mouvements suivants :

- a. Le mode de *spirale* correspond au mouvement lentement convergent ou divergent de l'avion. Le mode de spirale instable est caractérisé par une trajectoire de vol tournante et par une augmentation de l'angle de roulis ϕ de l'avion.
- b. Le mode de *roulis* correspond au mouvement très rapidement convergent de l'avion. Le mode de roulis est un mode beaucoup amorti, alors l'avion peut atteindre l'état stationnaire dans un temps très court.
- c. Le mode de *roulis hollandais* correspond au mouvement très peu amorti oscillatoire de l'avion à une basse fréquence et à une combinaison entre les mouvements de lacet et de roulis. Ce mouvement de roulis hollandais ressemble au mouvement d'une personne qui fait du patin.

2.4 Méthode approximative pour le mouvement latéral de l'avion

2.4.1 L'approximation du mouvement latéral du mode de spirale

Le mode de *spirale* est caractérisé par des variations dans l'angle de roulis ϕ et dans l'angle de lacet ψ . L'angle de dérapage β est généralement petit, mais cet angle ne peut pas être négligé car les moments aérodynamiques ne dépendent pas de l'angle de roulis

ϕ ou de l'angle de lacet ψ , mais dépendent de l'angle de dérapage β , de la vitesse de roulis p et de la vitesse de lacet r .

Les contributions aérodynamiques dues à l'angle de dérapage β et à la vitesse de lacet r ont généralement le même ordre de grandeur, alors pour obtenir l'approximation du mode de spirale, nous négligeons l'équation des forces latérales Y et la variation de l'angle de roulis $\Delta\phi$, d'où la variation de la vitesse de roulis Δp est nulle.

Avec ces approximations, l'équation matricielle (2.51) devient :

$$0 = L_\beta \Delta\beta + L_r \Delta r \quad (2.62.1)$$

$$\Delta \dot{r} = N_\beta \Delta\beta + N_r \Delta r \quad (2.62.2)$$

d'où

$$\Delta \dot{r} + \frac{L_r N_\beta - L_\beta N_r}{L_\beta} \Delta r = 0 \quad (2.63)$$

La racine de l'équation caractéristique du mode de spirale est donnée par l'équation suivante :

$$\lambda_{spirale} = \frac{L_\beta N_r - L_r N_\beta}{L_\beta} \quad (2.64)$$

Les dérivées de stabilité du moment de roulis par rapport à l'angle de dérapage L_β et du moment de lacet par rapport à la vitesse de lacet N_r sont généralement négatives. Le mode de spirale est stable lorsque la valeur propre du mode de spirale $\lambda_{spirale}$ est négative, donc quand l'inégalité suivante est obtenue :

$$L_{\beta}N_r - N_{\beta}L_r > 0 \quad (2.65)$$

d'où $L_{\beta}N_r > N_{\beta}L_r$.

2.4.2 L'approximation du mouvement latéral pour le mode de roulis

Le mode de roulis de l'avion a lieu autour de l'axe des x_a . L'équation du moment de roulis M_r autour de l'axe des x_a est :

$$\sum M_r = I_x \ddot{\phi} \quad (2.66)$$

et s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial L}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial L}{\partial p} p = I_x \ddot{\phi} \quad (2.67)$$

dans laquelle le premier terme de la partie gauche de l'équation est le moment de roulis L dû aux déflexions des ailerons δ_a et le deuxième terme est le moment de roulis dû à la vitesse de roulis p . L'équation (2.67) s'écrit sous la forme suivante :

$$\tau_{roll} \frac{dp}{dt} + p = -\frac{L_{\delta_a} \Delta \delta_a}{L_p} \quad (2.68)$$

où

$$\tau_{roll} = -\frac{1}{L_p} \quad (2.69.1)$$

$$L_p = \frac{\partial L / \partial p}{I_x} \quad (2.69.2)$$

$$L_{\delta a} = \frac{\partial L / \partial \delta_a}{I_x} \quad (2.69.3)$$

Le paramètre τ_{roll} est la constante du temps de roulis qui signifie la vitesse avec laquelle le système approche un nouvel état stationnaire suite à sa perturbation à partir de sa position d'équilibre. Dans le cas où τ est petit, la réponse du système est très rapide et dans le cas où τ est grand, la réponse du système est lente.

Pour le mouvement de roulis d'un système avec un degré de liberté, nous obtenons :

$$\tau_{roll} \Delta \dot{p} + \Delta p = 0 \quad (2.70)$$

d'où nous obtenons la valeur propre λ_{roll} de l'équation caractéristique correspondante au mode de roulis :

$$\lambda_{roll} = -\frac{1}{\tau_{roll}} = L_p \quad (2.71)$$

Il faudrait préciser que la dérivée du moment de roulis par rapport à la vitesse de roulis L_p est en fonction des surfaces des ailes et des empennages de l'avion.

2.4.3 L'approximation du mouvement latéral pour le mode de roulis hollandais

L'équation du moment de roulis L sur l'axe des x_a est négligée dans les équations du mode de roulis hollandais; alors l'équation matricielle (2.51) se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_0} & -\left(1 - \frac{Y_r}{u_0}\right) \\ N_\beta & N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta r \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

L'équation caractéristique correspondante au système d'équations (2.72) est la suivante :

$$\lambda^2 - \left(\frac{Y_\beta + u_0 N_r}{u_0}\right) \lambda + \frac{Y_\beta N_r - N_\beta Y_r + u_0 N_\beta}{u_0} = 0 \quad (2.73)$$

Nous calculons la fréquence naturelle ω_{nDR} et le rapport d'amortissement ζ_{DR} à l'aide des équations décrites dans l'Annexe A et nous obtenons :

$$\omega_{nDR} = \sqrt{\frac{Y_\beta N_r - N_\beta Y_r + u_0 N_\beta}{u_0}} \quad (2.74)$$

$$\zeta_{DR} = -\frac{1}{2\omega_{nDR}} \left(\frac{Y_\beta + u_0 N_r}{u_0}\right) \quad (2.75)$$

CHAPITRE 3

LA CLASSIFICATION DES QUALITÉS DE VOL DE L'AVION

3.1 Qualités de vol et performances

Jusqu'ici, les caractéristiques des mouvements longitudinal et latéral de l'avion à manche fixe ont été étudiées. Les amortissements et les fréquences naturelles des modes de période courte (*short period*), période longue (*long period*) et roulis hollandais (*dutch roll*), ainsi que les constantes de temps du mode de roulis (*roll*) et le temps pour doubler l'amplitude du mode de spirale (*spiral*) ont été déterminés en fonction des dérivées de stabilité et de commande de l'avion. Ces dérivées sont calculées en fonction des caractéristiques géométriques et aérodynamiques de l'avion, ce qui vaut dire que les designers ont le contrôle sur la dynamique de l'avion par la sélection de ses caractéristiques géométriques et aérodynamiques.

Dans le cas où les dimensions de l'empennage sont augmentées, la stabilité statique de l'avion augmente ce qui entraîne l'augmentation du poids de l'avion et par conséquent l'augmentation de la traînée, ce qui est équivalent à la diminution de la performance de l'avion. Pour atteindre une performance optimale de l'avion (l'avion facile à voler), le designer aurait besoin de connaître le degré de stabilité et le contrôle désiré par le pilote pour rendre l'avion facile à piloter.

Les qualités de vol ou de maniabilité d'un avion sont calculées en fonction des dérivées de stabilité et de contrôle de l'avion et peuvent être définies en tant que des caractéristiques de stabilité et de contrôle avec un rôle déterminant dans la formation des pilotes sur l'avion. Les pilotes auront des opinions différentes sur la facilité ou sur la difficulté de la commande d'un avion dans des différentes phases de vol (avec ou sans

manœuvres). En plus de la dynamique longitudinale et latérale de l'avion, l'opinion du pilote sur la facilité de contrôler l'avion est influencée par la sensation (*feel*) de l'avion qui est transmise au pilote par la force de manche ou par les gradients de la force de manche du pilote.

Les autorités aéronautiques, telles que le Département de Défense (Department of Defense - DoD) et l'Administration de l'Aviation Fédérale (Federal Aviation Administration - FAA) ont publiés une liste des spécifications des qualités de vol de l'avion. Ces spécifications sont utilisées par ces autorités DoD ou FAA pour la certification de l'avion. Un des buts de ces spécifications est de s'assurer que l'avion a des qualités de vol qui n'imposent pas des limitations sur la sécurité de vol de l'avion et ne sont pas restrictives en ce qui concerne l'habilité de l'avion de réaliser sa mission. Ces spécifications peuvent être trouvées [14] et [15]. Les qualités de vol sont définies par les pilotes suite aux essais en vol sur leurs prototypes d'avions et dépendent de la classe de l'avion et des phases de vol. Dans les sections suivantes, nous allons définir les classes des avions et les phases de vol.

3.2 Classification des avions

Les avions sont classifiés en plusieurs classes selon de leurs grandeurs, poids et de leurs types de manœuvrabilités, comme suite :

Classe 1 Avions petits et avec le poids maximal de 5000 kg : avions légers utilitaires, avions d'entraînement primaire et avions légères d'observation.

Classe 2 Avions de poids moyen (5000 kg - 30000 kg) et avec une manœuvrabilité modérée: avions lourds utilitaires de recherche et sauvetage, avions de transport léger, avions cargo, avions utilisés dans des cas d'alerte rapide, avions avec des systèmes électroniques de défense et de brouillage, avions anti-sous-marins, avions

d'assaut, avions de reconnaissance, bombardiers tactiques, avions lourds d'attaque et avions d'entraînement pour la classe 2.

Classe 3 Avions grands de poids minimum de 30,000 kg et avec une manœuvrabilité modérée : avions de transport lourd, avions cargo, bombardiers, avions de patrouille, avions d'alerte rapide, avions avec des systèmes électroniques de défense et de brouillage, avions de commandement ou avec relais de communication aéroporté et avions d'entraînement pour la classe 3.

Classe 4 Avions avec une grande manœuvrabilité : chasseurs, avions d'attaque, avions de reconnaissance tactique, avions d'observation et avions d'entraînement pour la classe 4.

L'avion dont les qualités de vol sont ici étudiées est le F/A-18 qui est classifié dans la classe 4 car c'est un chasseur de grande manœuvrabilité.

3.3 Phases de vol

Les phases de vol sont divisées en deux groupes principaux : non-terminales (*A*, *B*) et terminales (*C*). Nous détaillons les phases non-terminales du vol dans la Section 3.3.1 et les phases terminales du vol dans la Section 3.3.2.

3.3.1 Phases non terminales du vol *A* et *B*

La phase *A* est une phase non-terminale du vol dans laquelle sont considérés : les manœuvres rapides, le guidage de précision (*precision tracking*) ou le contrôle précis de la trajectoire du vol. Par exemple, nous considérons le combat dans l'air entre des avions (*air-to-air combat - CO*), l'attaque au sol (*ground attack - GO*), la livraison des armes (*weapon delivery - WD*), la reconnaissance (*recognition - RC*) et la recherche anti sous marine (*antisubmarine search - AS*).

La phase B est une phase non-terminale du vol, accomplie par des manœuvres graduelles de l'avion avec le contrôle précis de la trajectoire du vol. Dans cette phase, sont incluses : la montée (*climb - CL*), le vol uniforme (*level flight - LF*) et la descente (*descent - D*).

3.3.2 Phases terminales du vol C

La phase C est la phase terminale du vol et elle peut être accomplie par des manœuvres graduelles avec le contrôle précis de la trajectoire du vol. Les conditions de vol suivantes sont considérées dans la phase C: le décollage (*take-off - TO*), l'atterrissage (*landing - L*) et l'approche (*path approach - PA*).

Il faut spécifier que les avions militaires peuvent se trouver dans toutes les phases de vol *A*, *B* et *C* pendant que les avions commerciaux se trouvent uniquement dans les phases de vol *B* et *C*.

3.4 Qualités de vol

Deux facteurs principaux sont considérés dans l'évaluation des qualités de vol :

1) la performance et 2) la charge de travail

La *performance* est la précision de la commande de l'avion atteinte par le pilote. La *charge de travail* est la quantité d'effort et d'attention, physique et mentale, que le pilote doit utiliser pour atteindre le niveau désiré de performance de la commande de l'avion. La *compensation du pilote* est la mesure de la charge augmentée de travail, qu'un pilote doit fournir pour obtenir le meilleur niveau de vol de l'avion. La charge de travail est définie en tant que la somme des charges de travail dues à la compensation du pilote.

Trois niveaux de qualités de vol sont définis ci-dessous :

Dans le **niveau 1**, les qualités de vol de l'avion sont adéquates.

Dans le **niveau 2**, les qualités du vol sont adéquates pour accomplir la mission de la phase de vol, mais il existe une augmentation dans la charge de travail du pilote, une dégradation dans l'efficacité de la mission, ou toutes les deux.

Dans le **niveau 3**, les qualités du vol sont telles que l'avion peut être commandé, mais la charge du pilote est excessive ou l'efficacité de la mission est inadéquate.

Ces niveaux 1, 2, 3 sont déterminés en se basant sur l'opinion du pilote sur les qualités de vol de l'avion.

Des programmes de recherche sont développés par les agences gouvernementales aéronautiques pour le calcul des dérivées de stabilité et de contrôle de l'avion en tenant compte de l'opinion du pilote sur les qualités du vol de l'avion (de préférence le niveau 1 de vol).

3.5 L'opinion du pilote

Les qualités de vol et de manœuvrabilité d'un avion sont en fonction de dérivées de stabilité et de contrôle de l'avion. Ces dérivées sont calculées en fonction de l'amortissement ζ et la fréquence naturelle ω_n , alors ces deux quantités ζ et ω_n ont une influence sur l'opinion du pilote en ce qui concerne l'aisance ou la difficulté de piloter l'avion. Des essais en vol et dans des simulateurs de vol sont réalisés par les pilotes pour calculer ζ et ω_n et par conséquent, trouver le niveau de vol de l'avion.

L'échelle d'évaluation proposée par Cooper et Harper est la plus utilisée pour établir les relations entre les dérivées de stabilité et commande et l'opinion du pilote. Cette échelle considère des valeurs numérotées de 1 à 10 avec les chiffres les plus bas correspondants aux meilleures qualités de vol.

L'échelle d'évaluation exige de la part du pilote des réponses aux questions bidirectionnelles situées à la gauche de l'échelle à partir du bas vers le haut. Ces réponses aideront à la classification des qualités de maniabilité. Le pilote doit alors prendre des décisions sur l'évaluation des qualités de vol en fonction de l'échelle de Cooper-Harper. La description de ces questions est donnée ci-dessous en débutant avec la description de la première question.

3.5.1 Question # 1

Est-ce que l'avion est contrôlable ?

Le mot *contrôlable* signifie la capacité du pilote d'éviter d'aller au-delà des limites de l'avion dans l'accomplissement d'une tâche. La signification de ce mot est parfois confondue avec l'exactitude de la commande ou la performance de l'avion.

Certains pilotes ont l'opinion que si un avion est ramené au sol et atterrit, alors l'avion ne peut pas avoir une estimation de 10 points, c'est-à-dire le pire niveau de vol. Ce fait n'est pas vrai pour deux raisons: 1. Un avion peut dépasser ces limites et peut encore être capable de voler. 2. Le pilote peut prédire la perte de la commande avant qu'il atteigne le niveau de l'agressivité exigé pour l'accomplissement de la tâche.

3.5.2 Question # 2

Es-ce qu'il est possible d'atteindre la performance adéquate de l'avion avec une charge de travail tolérable de la part du pilote ?

Nous pouvons répondre à cette question en 2 parties : sur la performance adéquate et sur la charge de travail.

Quelques experts peuvent s'arrêter à la première partie de la question qui concerne la possibilité d'atteindre la performance adéquate de l'avion. Puisque la performance de l'avion peut être souvent mesurée, ces experts pensent que si la réponse à la première partie de cette question est *oui* (c'est-à-dire que la performance adéquate de l'avion est mesurée), alors les experts devront répondre à la question suivante.

La deuxième partie de la question #2 concernant la charge de travail tolérable de la part du pilote est autant importante que la première partie et devrait être toujours considérée. Cette partie concerne l'évaluation subjective de la part du pilote d'essai sur la quantité de compensation exigée et souvent ne peut pas être quantitativement mesurée.

Dans le cas dans lequel la décision est *non*, le pilote décide que l'avion ne doit pas être acheté tel qu'il est construit - car ses déficiences demandent des améliorations à apporter. L'élimination de ces déficiences coûte habituellement beaucoup d'argent et cause des retards dans la livraison des nouveaux avions.

Dans le cas où la contrôlabilité de l'avion par le pilote est mise en question, alors la différence entre la compensation du pilote *considérable* et *intense* peut déterminer si l'évaluation est de 8 ou de 9 points. Dans le cas où la contrôlabilité de l'avion par le pilote n'est pas mise en question, alors l'évaluation est de 7 points.

3.5.3 Question # 3

Est-il satisfaisant sans amélioration ?

La question n'est pas *Est-ce que l'avion est parfait sans améliorations*. Cette question peut par contre être reformulée comme suite: Es-ce qu'il est nécessaire de dépenser beaucoup du temps, de l'argent et d'effort pour améliorer les qualités de vol pour la tâche indiquée? L'avion est utilisable tel qu'il l'est, mais avec des insuffisances

s'étendant de gênantes aux répréhensibles. La plupart des avions entrent dans cette catégorie pour au moins certaines des tâches qu'ils doivent accomplir.

Une fois qu'il est décidé que l'amélioration de l'avion est justifiée, le pilote doit ensuite choisir des évaluations de 4, 5 ou 6 points. L'évaluation de 4 points est proposée pour dénoter la meilleure performance désirée de l'avion.

Un problème surgit si la performance désirée de l'avion exige davantage une compensation modérée de la part du pilote ou si la performance adéquate de l'avion est obtenue avec moins de compensation considérable de la part du pilote. Dans un tel cas, des évaluations des demi-points sont nécessaires. Dans le cas où l'estimation est de 4 ½ points, le pilote doit expliquer la raison pour laquelle il a choisi cette estimation dans ses commentaires enregistrés.

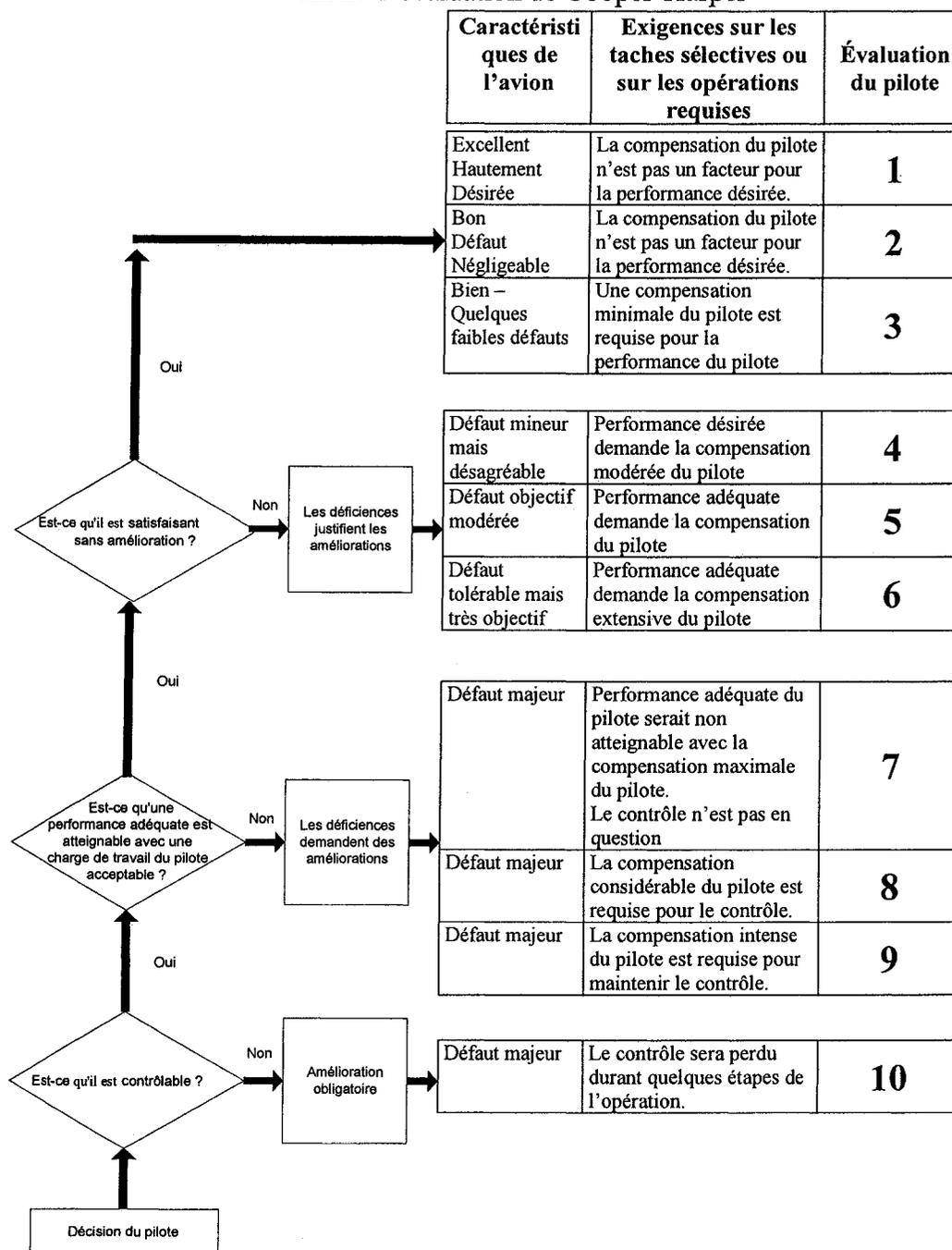
Dans le cas où le pilote répond *oui* à la question # 3, il doit choisir entre une estimation de 1, de 2 ou de 3 points – ce qui n'est pas toujours un choix facile. Si la compensation de la part du pilote est un facteur, même minimal, alors une estimation de 3 points est donnée. Si la compensation de la part du pilote n'est pas un facteur, alors les caractéristiques de l'avion peuvent se différencier entre 1 (excellentes) et 2 (bonnes).

Certains pilotes hésitent à donner à n'importe quel avion une excellente estimation d'un point. Les pilotes devraient éviter à donner des demi-estimations, par exemple des 3 et ½ et de 6 et ½ points.

L'échelle d'évaluation de Cooper-Harper est présentée dans le Tableau I.

Tableau I

L'échelle d'évaluation de Cooper-Harper



3.6 La relation entre les niveaux d'acceptation et l'échelle Cooper-Harper

Il existe une relation directe entre les niveaux de vol et l'échelle d'évaluation du pilote développée par Cooper et Harper (1986). L'échelle d'évaluation et les niveaux de vol correspondants à cette échelle sont donnés dans le Tableau II.

Tableau II

L'échelle d'évaluation de Cooper et Harper et les niveaux de qualité de vol

Échelle Cooper-Harper	Qualité de vol
1 - 3 et 1/2	Niveau 1 (excellent)
4 - 6 et 1/2	Niveau 2 (neutre)
7 - 9	Niveau 3 (mauvais)

Les ingénieurs du projet ont besoin d'évaluer les qualités de vol de l'avion dans les phases préliminaires du projet. Dans le cas où les qualités de vol sont trouvées inacceptables par le pilote pendant le vol de l'avion, les ingénieurs du projet doivent augmenter les niveaux de vol en apportant des changements dans la conception de l'avion étudié. Ces changements dans la conception de l'avion tiennent compte du fait que les niveaux de vol sont dépendants des amortissements et des fréquences naturelles, qui sont à leur tour dépendants des dérivées de stabilité et de commande de l'avion. Ces dérivées sont dépendantes de la géométrie de l'avion. L'ingénieur de projet s'assure d'obtenir des meilleures qualités de vol, en apportant des changements dans la conception de l'avion dans sa phase préliminaire de conception.

Des programmes de recherche extensifs ont été réalisés par des agences gouvernementales telles que la NASA et par les ingénieurs travaillant dans les

compagnies aériennes pour trouver les relations entre les niveaux de vol et les amortissements et les fréquences naturelles de l'avion.

Dans les sections suivantes, nous montrons les tableaux et les figures correspondantes aux quantités (amortissement, fréquence naturelle, période, etc) et aux niveaux de qualités de vol correspondantes aux mouvements longitudinaux (période courte et période longue) et aux mouvements latéraux (roulis, spirale et roulis hollandais).

3.7 Les niveaux de vol pour le mouvement longitudinal de période longue p (*phugoid*)

La classification des qualités de vol (Niveaux 1, 2 ou 3) d'un avion est montrée dans le Tableau III en fonction de l'amortissement ζ_p pour toutes les classes d'avion 1, 2, 3 et 4 et pour toutes les phases de vol A , B et C .

Tableau III

Classification des niveaux de qualité de vol pour le mouvement de période longue p en fonction de l'amortissement ζ_p et du temps pour doubler l'amplitude T_{2p}

Qualité de vol	Taux d'amortissement ζ_p
1	$\zeta_p > 0.04$
2	$\zeta_p > 0$
3	$T_{2p} > 55$ secs

Dans le Tableau III, nous pouvons voir que l'avion atteint le meilleur niveau 1 de qualité de vol quand l'amortissement du mouvement de période longue ζ_p est plus grand que 0.04, et il atteint le niveau 2 de vol lorsque l'amortissement ζ_p est positif et plus

petit que 0.04. L'avion atteint le pire niveau 3 de vol quand le mouvement est divergent mais le temps pour doubler l'amplitude T_{2p} est plus grand que 55 secondes.

3.8 Les niveaux de vol pour le mouvement longitudinal de période courte (*short period*)

Dans la figure 8, (tiré de [16]), nous montrons la relation entre les niveaux de vol, le taux d'amortissement ζ_{sp} et la fréquence naturelle f_{n_sp} non amortie du mouvement de période courte. Le meilleur niveau de vol 1 correspond à la bonne région, le niveau 2 de vol correspond à la zone acceptable et le niveau 3 de vol correspond à la zone mauvaise ou inacceptable.

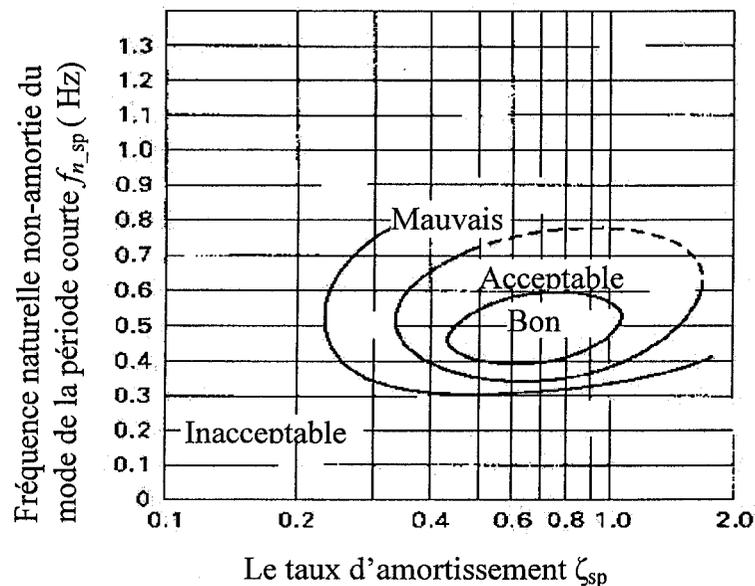


Figure 8 Relation entre les niveaux de vol, la fréquence naturelle et le taux d'amortissement du mouvement de période courte

Dans le Tableau IV, nous pouvons voir la classification des niveaux de vol d'un avion 1, 2 et 3 en fonction de la valeur du taux de l'amortissement ζ_{sp} pour toutes les classes d'avion. La variation du ζ_{sp} est la même pour tous les niveaux de vol dans les phases de vol A et C.

Tableau IV

Classification des niveaux de vol en fonction du taux de l'amortissement ζ_{sp} et des phases de vol pour le mode de période courte

Qualité de vol	Phases de vol A et C		Phase de vol B	
	$\zeta_{sp min}$	$\zeta_{sp max}$	$\zeta_{sp min}$	$\zeta_{sp max}$
1	0.35	1.3	0.3	2
2	0.25	2	0.2	2
3	0.15	-	0.15	-

Le critère appelé *critère de fréquence* est lié au facteur de charge n , défini en tant que le rapport entre la portance L et le poids mg dans le vol horizontal et uniforme :

$$n = \frac{L}{mg} = \frac{\frac{\rho}{2} V^2 S c_{L\alpha} \alpha}{mg} = \frac{q_{dyn} S c_{L\alpha} \alpha}{mg} \quad (3.1)$$

d'où nous obtenons le rapport entre le facteur de charge et l'angle d'attaque n/α :

$$\frac{n}{\alpha} = \frac{Q S c_{L\alpha}}{mg} \quad (3.2)$$

Le deuxième critère, appelé *critère de fréquence* se base sur le calcul du paramètre d'anticipation du contrôle (*Control Anticipation Parameter – CAP*) défini comme suite :

$$CAP = \frac{\omega_{n_{sp}}^2}{n/\alpha} \quad (3.3)$$

où ω_{nsp} est la fréquence naturelle, n est le facteur de charge et α est l'angle d'attaque pour le mouvement longitudinal de période courte.

Dans la figure 9, la fréquence naturelle du mouvement longitudinal de période courte ω_{nsp} ainsi que le paramètre d'anticipation du contrôle CAP sont représentés en fonction du rapport entre le facteur de charge et l'angle d'attaque n/α . Les niveaux de qualité de vol de l'avion 1, 2 et 3 peuvent être déterminés dans la figure 8, en fonction de ω_{nsp} et n/α .

La variation du paramètre d'anticipation du contrôle (*Control Anticipation Parameter – CAP*) est représentée dans la figure 9 en fonction du taux d'amortissement ζ_{sp} pour le mouvement longitudinal de période courte. Les figures 8 et 9 sont représentatives pour l'avion étudié dans ce mémoire, l'avion F/A-18 appartenant à la classe 4 et dans la phase de vol *A*.

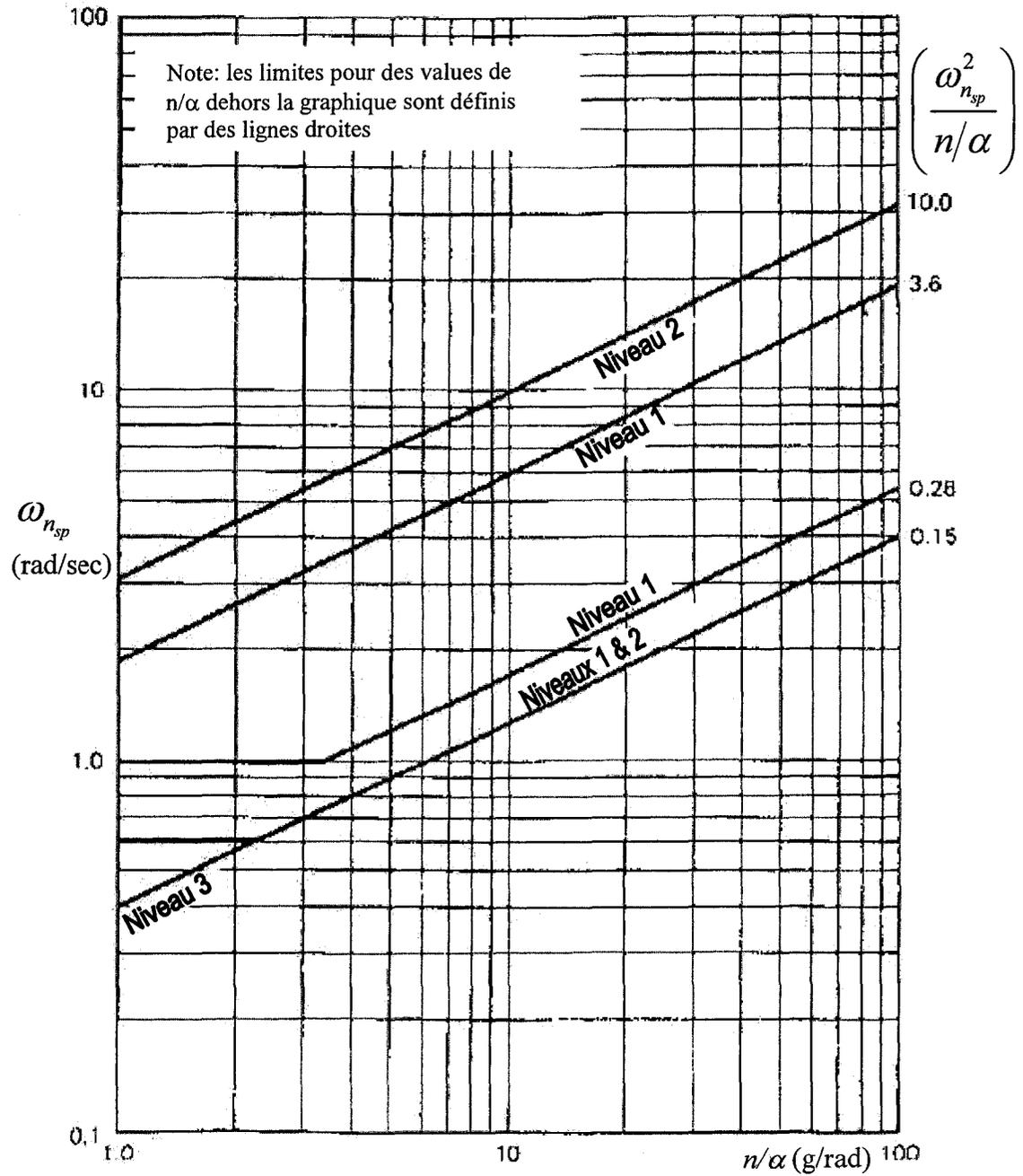


Figure 9 Classification de la qualité de vol de l'avion en fonction de la fréquence naturelle $\omega_{n_{sp}}$ et du rapport n/α pour le mouvement de période courte

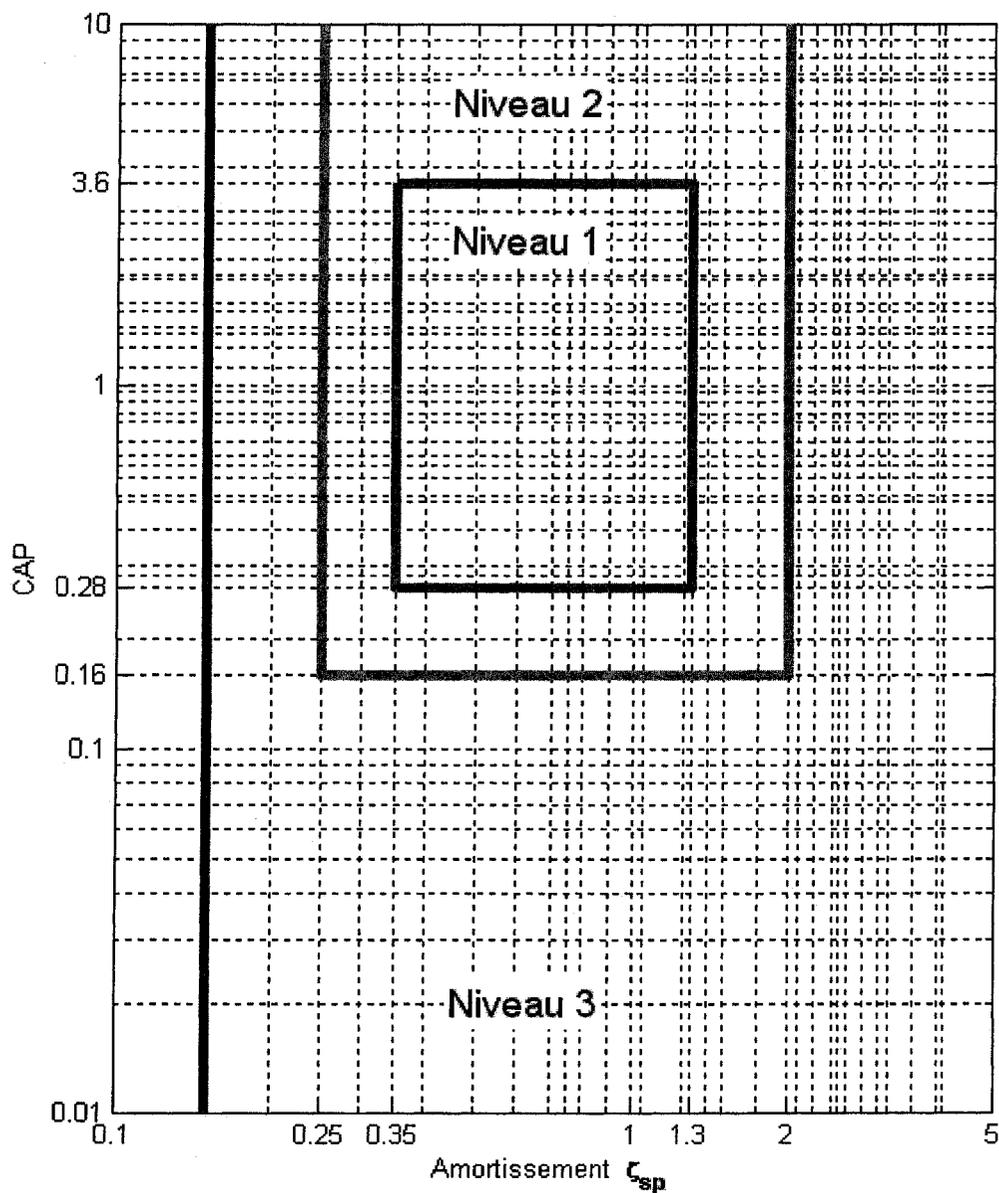


Figure 10 Classification de la qualité de vol de l'avion en fonction du paramètre d'anticipation de contrôle CAP et du taux d'amortissement ζ_{sp} pour le mouvement de période courte

3.9 La qualité de vol pour le mode latéral de spirale (*spiral*)

Le temps pour doubler l'amplitude du mode de spirale $T_{2\text{spirale}}$ est dépendant de la valeur propre calculée pour le mode de spirale λ_{spirale} à l'aide de l'équation suivante:

$$T_{2\text{spirale}} = \ln 2 / \lambda_{\text{spirale}} \quad (3.4)$$

Dans le tableau V, nous représentons le temps de spirale minimum $T_{2\text{spirale_min}}$ en fonction de la qualité de vol, des phases de vol et des classes de l'avion.

Tableau V

La variation du temps minimum de spirale $T_{2\text{mins}}$ en fonction des niveaux de qualité vol de l'avion, des phases de vol et des classes de l'avion

Classe de l'avion	Phase de vol	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
1, 4	<i>A</i>	12 secs	12 secs	4 secs
1, 4	<i>B, C</i>	20 secs	12 secs	4 secs
2, 3	<i>A, B, C</i>	20 secs	12 secs	4 secs

3.10 Les niveaux de qualité de vol pour le mode latéral de roulis (*roll*)

La valeur propre du mode de roulis λ_{roll} est calculée en fonction de la constante du temps de roulis τ_{roll} et de la dérivée du moment de roulis avec le taux de roulis L_p :

$$\lambda_{\text{roll}} = -\frac{1}{\tau_{\text{roll}}} = L_p \quad (3.5)$$

Dans le tableau VI, la constante du temps de roulis maximale τ_{roll_max} est donnée en fonction des classes des avions, des phases de vol et des niveaux de qualité de vol des avions. À l'aide du même tableau, nous calculons alors les niveaux de vol de l'avion.

Tableau VI

Classification des niveaux de qualité de vol de l'avion en fonction de la classe de l'avion, de la phase de vol et de la constante de temps de roulis maximale τ_{roll_max}

Classe de l'avion	Phase de vol	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
1, 4	<i>A</i>	1.0 secs	1.4 secs	10 secs
2, 3		1.4 secs	3.0 secs	
1, 2, 3, 4	<i>B</i>	1.4 secs	3.0 secs	10 secs
1, 4	<i>C</i>	1.0 secs	1.4 secs	10 secs
2, 3		1.4 secs	3.0 secs	

3.11 Les niveaux de qualité de vol pour le mode de roulis hollandais (*Dutch Roll DR*)

Dans le tableau VII, nous représentons la classification des niveaux de vol d'un avion en fonction du taux de l'amortissement minimum ζ_{DRmin} , de la fréquence naturelle minimale $\omega_{nDR|min}$ et du produits minimum du taux d'amortissement avec la fréquence naturelle pour le mode de roulis hollandais $\zeta_{DR}\omega_{nDR|min}$.

Tableau VII

Classification des niveaux de qualité de vol pour le mode roulis hollandais en fonction de la classe de l'avion, de la phase de vol, du taux de l'amortissement minimum ζ_{DRmin} , de la fréquence naturelle minimale $\omega_{nDR|min}$ et de leurs produits minimums $\zeta_{DR}\omega_{nDR|min}$

Qualité de vol	Phase de vol	Classe de vol	ζ_{DRmin}	$\zeta_{DR}\omega_{nDR min}$ (rad/s)	$\omega_{nDR min}$ (rad/s)
1	A	1, 4	0.19	0.35	1.0
		2, 3	0.19	0.35	0.4
	B	1, 2, 3, 4	0.08	0.15	0.4
	C	1, 2	0.08	0.15	1.0
		4	0.08	0.15	1.0
		2, 3	0.08	0.15	0.4
2	A, B, C	1, 2, 3, 4	0.02	0.05	0.4
3	A, B, C	1, 2, 3, 4	0.02	-	0.4

CHAPITRE 4

COMPARAISON DES RÉSULTATS OBTENUS AVEC LA MÉTHODE EXACTE ET APPROXIMATIVE POUR LE MOUVEMENT LONGITUDINAL

4.1 Les données fournies par les laboratoires de la NASA DFRC

Les données reçues de la part des laboratoires de la NASA DFRC sont les dérivées de stabilité et de commande pour plusieurs cas de vol (nombres de Mach M , altitudes H et angles d'attaque α).

Les conditions de vol pour lesquelles nous avons obtenu ces données et pour lesquelles les qualités de manœuvrabilité sont calculées, sont données dans le tableau suivant en fonction du nombre de Mach M , de l'altitude H et de l'angle d'attaque α .

Tableau VIII

Les conditions de vol pour lesquelles les qualités de vol ont été évaluées

Nombre de Mach M	L'altitude (pi)								
	1000	5000	10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000
	Angle d'attaque α (°)								
0.3	7.49°		10°		10°				
0.4	4.31°		10°		10°		10°		
0.5	2.85°		10°	10°	5.45°				
0.6	2.11°		10°	10°	10°		10°		10°
0.7	1.63°		10°		10°		10°	5.1°	10°

Tableau VIII (suite)

Nombre de Mach M	L'altitude (pi)								
	1000	5000	10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000
	Angle d'attaque α (°)								
0.8			10°				10°		10°
0.85		10°	10°	10°					
0.9		1.366°	1.366°	1.728°	1.728°		2.356°		3.468°
0.95		1.366°	1.366°	1.728°					
1.1			1.366°	1.366°	2.356°	2.356°			
1.2			1.366°	1.366°	2.356°	2.356°	2.356°		3.468°
1.3			1.366°	1.366°	2.356°	2.356°			

Nous observons que pour des nombres de Mach entre $M = 0.3$ et $M = 0.85$ la majorité des données exprimées sous forme des dérivées de stabilité et commandé sont pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$ et pour quatre altitudes: 10000 pieds, 20000 pieds, 30000 pieds et 40000 pieds.

Un autre ensemble de données est fourni pour l'altitude de $H = 1000$ pieds, pour des nombres de Mach entre $M = 0.3$ et $M = 0,7$ et pour plusieurs angles d'attaque en vol rectiligne et uniforme (avec le facteur de charge $n = 1$). Nous avons obtenu des données de la part des laboratoires de la NASA DFRC dans des points intermédiaires.

Pour des nombres de Mach plus grands et égaux à 0.9, donc pour vol aux vitesses transsoniques et supersoniques, nous avons obtenu seulement des données pour des angles d'attaque petites correspondantes aux vols uniformes.

Les qualités de vol sont évaluées dans ce mémoire pour 52 conditions de vol.

Nous présentons des comparaisons entre les fréquences et les amortissements obtenus par la méthode exacte et la méthode approximative pour le mouvement longitudinal. Les fréquences et les amortissements servent à la détermination des niveaux de qualité de vol pour le mouvement longitudinal de l'avion (Voir les chapitres 6) et pour le mouvement latéral (Voir les chapitres 7).

4.2 Résultats exprimés sous forme des amortissements et fréquences pour le mouvement longitudinal de l'avion

Dans les tableaux IX et X, nous présentons les valeurs des taux d'amortissements ζ et des fréquences naturelles ω_n obtenus par la méthode exacte et par la méthode approximative pour les mouvements de période longue (*phugoid*) et de période courte (*short period*). Les indices *sp* et *p* sont introduits pour désigner les taux d'amortissement ζ et les fréquences ω_n correspondants aux mouvements de période courte (*short period sp*) et de période longue (*phugoid p*). Un total de 52 cas de vol est étudié en variant le nombre de Mach M , l'altitude H et l'angle d'attaque α .

Tableau IX

Fréquences et taux d'amortissement calculés pour le mode de période longue par la méthode approximative et par la méthode exacte

Conditions de vol M, H, α			Mode de période longue			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{np}	ζ_p	ω_{np}	ζ_p
0.3	1000	7.49°	0.122	0.019	0.135	0.084
	10000	10°	0.095	-0.076	0.136	0.107
	20000	10°	0.085	-0.112	0.116	0.088

Tableau IX (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période longue			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^{\circ}$)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{np}	ζ_p	ω_{np}	ζ_p
0.4	1000	4.31 $^{\circ}$	0.092	0.044	0.102	0.069
	10000	10 $^{\circ}$	0.087	-0.018	0.139	0.145
	20000	10 $^{\circ}$	0.069	-0.068	0.118	0.119
	30000	10 $^{\circ}$	0.064	-0.112	0.099	0.095
0.5	1000	2.85 $^{\circ}$	0.077	0.082	0.082	0.088
	10000	10 $^{\circ}$	0.117	0.087	0.141	0.181
0.5	15000	10 $^{\circ}$	0.127	0.156	0.116	0.174
	20000	5.45 $^{\circ}$	0.083	0.049	0.087	0.071
0.6	1000	2.11 $^{\circ}$	0.065	0.120	0.068	0.119
	10000	10 $^{\circ}$	0.127	0.160	0.143	0.218
	15000	10 $^{\circ}$	0.118	0.137	0.132	0.198
	20000	10 $^{\circ}$	0.110	0.118	0.122	0.179
	30000	10 $^{\circ}$	0.095	0.089	0.102	0.144
	40000	10 $^{\circ}$	0.079	0.057	0.083	0.114
0.7	1000	2.11 $^{\circ}$	0.056	0.165	0.058	0.161
	10000	10 $^{\circ}$	0.133	0.221	0.143	0.265
	20000	10 $^{\circ}$	0.116	0.183	0.122	0.219
	30000	10 $^{\circ}$	0.099	0.147	0.102	0.177
	35000	5.1 $^{\circ}$	0.065	0.062	0.066	0.070

Tableau IX (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période longue			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^\circ$)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{np}	ζ_p	ω_{np}	ζ_p
0.7	40000	10 $^\circ$	0.081	0.115	0.083	0.140
0.8	10000	10 $^\circ$	0.133	0.261	0.143	0.303
	30000	10 $^\circ$	0.099	0.174	0.102	0.201
	40000	10 $^\circ$	0.081	0.137	0.083	0.159
0.85	5000	10 $^\circ$	0.143	0.307	0.154	0.354
	10000	10 $^\circ$	0.133	0.280	0.143	0.322
	15000	10 $^\circ$	0.124	0.255	0.132	0.292
0.9	5000	1.36 $^\circ$	0.048	0.250	0.051	0.242
	10000	1.36 $^\circ$	0.045	0.226	0.047	0.220
	15000	1.73 $^\circ$	0.051	0.166	0.053	0.164
	20000	1.73 $^\circ$	0.047	0.149	0.049	0.148
0.9	30000	2.36 $^\circ$	0.050	0.102	0.051	0.103
	40000	2.36 $^\circ$	0.051	0.080	0.052	0.084
0.95	5000	1.36 $^\circ$	0.048	0.264	0.051	0.256
0.95	10000	1.36 $^\circ$	0.045	0.239	0.047	0.232
0.95	15000	1.73 $^\circ$	0.051	0.176	0.053	0.173
1.1	10000	1.36 $^\circ$	0.045	0.277	0.047	0.269
	15000	1.36 $^\circ$	0.042	0.250	0.043	0.244
	20000	2.36 $^\circ$	0.059	0.158	0.060	0.157

Tableau IX (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période longue			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^{\circ}$)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{np}	ζ_p	ω_{np}	ζ_p
1.1	25000	2.36 $^{\circ}$	0.054	0.141	0.055	0.141
1.2	10000	1.36 $^{\circ}$	0.045	0.303	0.047	0.293
	15000	1.36 $^{\circ}$	0.042	0.273	0.043	0.266
	20000	2.36 $^{\circ}$	0.059	0.172	0.060	0.171
	25000	2.36 $^{\circ}$	0.054	0.154	0.055	0.154
	30000	2.36 $^{\circ}$	0.050	0.138	0.051	0.137
	40000	2.36 $^{\circ}$	0.051	0.109	0.052	0.111
1.3	10000	1.36 $^{\circ}$	0.045	0.328	0.047	0.318
	15000	1.36 $^{\circ}$	0.042	0.296	0.043	0.288
	20000	2.36 $^{\circ}$	0.059	0.187	0.060	0.185
	25000	2.36 $^{\circ}$	0.054	0.168	0.055	0.166

Tableau X

Fréquences et taux d'amortissement calculés pour le mode de période courte par la méthode approximative et par la méthode exacte

Conditions de vol M, H, α			Mode de période courte			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{nsp}	ζ_{sp}	ω_{nsp}	ζ_{sp}
0.3	1000	7.49°	1.033	0.481	1.039	0.470
	10000	10°	0.464	0.763	0.454	0.732
	20000	10°	0.344	0.730	0.335	0.691
0.4	1000	4.31°	1.422	0.469	1.423	0.467
	10000	10°	0.549	0.836	0.538	0.812
	20000	10°	0.377	0.861	0.364	0.839
	30000	10°	0.278	0.805	0.267	0.775
0.5	1000	2.85°	2.483	0.350	2.484	0.350
	10000	10°	0.890	0.627	0.895	0.606
	15000	10°	1.007	0.193	1.023	0.189
	20000	5.45°	1.257	0.345	1.260	0.343
0.6	1000	2.11°	3.472	0.312	3.472	0.312
	10000	10°	1.260	0.521	1.271	0.508
	15000	10°	1.073	0.515	1.082	0.501
	20000	10°	0.945	0.489	0.953	0.476
	30000	10°	0.749	0.420	0.756	0.408

Tableau X (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période courte			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{hsp}	ζ_{sp}	ω_{hsp}	ζ_{sp}
0.6	40000	10°	0.532	0.382	0.538	0.369
0.7	1000	2.11°	4.242	0.316	4.242	0.316
	10000	10°	1.844	0.403	1.861	0.395
	20000	10°	1.498	0.349	1.510	0.343
	30000	10°	1.200	0.296	1.208	0.291
	35000	5.1°	1.656	0.218	1.658	0.218
	40000	10°	0.931	0.247	0.937	0.243
0.8	10000	10°	2.108	0.402	2.127	0.395
	30000	10°	1.370	0.295	1.379	0.291
	40000	10°	1.062	0.245	1.068	0.242
0.85	5000	10°	2.490	0.430	2.514	0.421
	10000	10°	2.240	0.402	2.259	0.395
	15000	10°	2.009	0.374	2.026	0.368
0.9	5000	1.36°	6.765	0.299	6.765	0.299
	10000	1.36°	6.118	0.278	6.118	0.278
	15000	1.73°	5.404	0.259	5.404	0.259
	20000	1.73°	4.857	0.240	4.857	0.240
0.9	30000	2.36°	3.792	0.201	3.792	0.201
	40000	2.36°	2.757	0.174	2.758	0.174

Tableau X (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période courte			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{hsp}	ζ_{sp}	ω_{hsp}	ζ_{sp}
0.95	5000	1.36°	7.140	0.299	7.141	0.299
0.95	10000	1.36°	6.457	0.278	6.457	0.278
0.95	15000	1.73°	5.704	0.259	5.704	0.259
1.1	10000	1.36°	7.476	0.278	7.476	0.278
	15000	1.36°	6.739	0.258	6.739	0.258
	20000	2.36°	5.800	0.238	5.801	0.238
	25000	2.36°	5.192	0.219	5.192	0.219
1.2	10000	1.36°	8.156	0.278	8.156	0.278
	15000	1.36°	7.352	0.258	7.353	0.258
	20000	2.36°	6.328	0.238	6.328	0.238
	25000	2.36°	5.664	0.219	5.664	0.219
	30000	2.36°	5.049	0.201	5.049	0.201
	40000	2.36°	3.666	0.173	3.667	0.173
1.3	10000	1.36°	8.835	0.278	8.836	0.278
	15000	1.36°	7.965	0.258	7.965	0.258
	20000	2.36°	6.855	0.238	6.856	0.238
	25000	2.36°	6.136	0.219	6.136	0.219

4.3 Les erreurs relatives des fréquences et amortissements pour le mouvement longitudinal

Les erreurs relatives sont calculées pour les taux d'amortissement et les fréquences naturelles avec la méthode approximative par rapport aux taux d'amortissement et fréquences naturelles calculées avec la méthode exacte. Nous calculons ces erreurs relatives désignées par Err_rel pour les taux d'amortissement ζ et pour les fréquences ω_n pour les deux types de modes longitudinaux : période longue p et période courte sp .

Nous dénotons la méthode exacte par ME et la méthode approximative par MA, alors les 4 équations suivantes sont obtenues pour les fréquences naturelles pour la période courte ω_{nsp} et pour la période longue ω_{np} et pour les taux d'amortissement pour la période courte ζ_{sp} et pour la période longue ζ_p :

$$Err_rel_ \omega_{nsp} = (\omega_{nsp_MA} - \omega_{nsp_ME}) / \omega_{nsp_ME} * 100\%$$

$$Err_rel_ \omega_{np} = (\omega_{np_MA} - \omega_{np_ME}) / \omega_{np_ME} * 100\%$$

$$Err_rel_ \zeta_{sp} = (\zeta_{sp_MA} - \zeta_{sp_ME}) / \zeta_{sp_ME} * 100\%$$

$$Err_rel_ \zeta_p = (\zeta_p_MA - \zeta_p_ME) / \zeta_p_ME * 100\%$$

Les erreurs relatives sont données dans le Tableau XI pour les 52 conditions de vol.

Tableau XI

Les erreurs relatives pour le mouvement longitudinal

Conditions de vol M, H, α			L'erreur relative (%)			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^\circ$)	ω_{np}	ζ_p	ω_{nsp}	ζ_{sp}
0.3	1000	7.49 $^\circ$	11.02	331.79	0.54	2.33
	10000	10 $^\circ$	43.54	240.96	2.16	4.10
	20000	10 $^\circ$	37.10	178.58	2.66	5.28
0.4	1000	4.31 $^\circ$	11.30	58.12	0.07	0.52
	10000	10 $^\circ$	60.16	894.99	1.93	2.87
	20000	10 $^\circ$	70.61	275.39	3.28	2.56
	30000	10 $^\circ$	54.11	185.19	3.92	3.67
0.5	1000	2.85 $^\circ$	5.92	6.32	0.02	0.11
	10000	10 $^\circ$	20.87	108.14	0.52	3.27
0.5	15000	10 $^\circ$	8.81	11.31	1.59	1.72
	20000	5.45 $^\circ$	5.27	46.90	0.22	0.72
0.6	1000	2.11 $^\circ$	4.67	0.21	0.01	0.04
	10000	10 $^\circ$	12.15	36.11	0.83	2.44
	15000	10 $^\circ$	11.79	44.82	0.83	2.62
	20000	10 $^\circ$	10.32	51.32	0.83	2.70
	30000	10 $^\circ$	7.07	62.53	0.88	2.84
	40000	10 $^\circ$	5.43	102.42	1.01	3.45

Tableau XI (suite)

Conditions de vol M, H, α			L'erreur relative (%)			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{np}	ζ_p	ω_{nsp}	ζ_{sp}
0.7	1000	2.11°	4.88	2.39	0.00	0.02
	10000	10°	6.96	19.78	0.92	2.02
	20000	10°	5.03	19.52	0.80	1.82
	30000	10°	3.46	19.99	0.71	1.68
	35000	5.1°	2.04	13.78	0.10	0.28
	40000	10°	2.26	21.08	0.63	1.60
0.8	10000	10°	6.98	16.18	0.90	1.88
	30000	10°	3.51	15.47	0.65	1.47
	40000	10°	2.32	15.95	0.56	1.35
0.85	5000	10°	8.16	15.37	0.95	1.95
	10000	10°	6.99	14.90	0.89	1.82
	15000	10°	5.95	14.56	0.82	1.71
0.9	5000	1.36°	4.47	3.26	0.00	0.01
	10000	1.36°	3.91	2.70	0.00	0.01
	15000	1.73°	3.34	1.45	0.01	0.02
	20000	1.73°	2.88	0.96	0.01	0.02
0.9	30000	2.36°	2.10	1.03	0.01	0.03
	40000	2.36°	1.60	4.11	0.03	0.08
0.95	5000	1.36°	4.47	3.34	0.00	0.01

Tableau XI (suite)

Conditions de vol M, H, α			L'erreur relative (%)			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{np}	ζ_p	ω_{nsp}	ζ_{sp}
0.95	10000	1.36°	3.91	2.79	0.00	0.01
0.95	15000	1.73°	3.34	1.60	0.01	0.02
1.1	10000	1.36°	3.91	3.00	0.00	0.01
	15000	1.36°	3.41	2.51	0.00	0.01
	20000	2.36°	2.87	0.65	0.01	0.02
	25000	2.36°	2.46	0.24	0.01	0.02
1.2	10000	1.36°	3.91	3.10	0.00	0.01
	15000	1.36°	3.41	2.62	0.00	0.01
	20000	2.36°	2.87	0.90	0.01	0.02
	25000	2.36°	2.46	0.51	0.01	0.02
	30000	2.36°	2.10	0.14	0.01	0.02
	40000	2.36°	1.60	2.21	0.02	0.06
1.3	10000	1.36°	3.91	3.17	0.00	0.01
	15000	1.36°	3.41	2.70	0.00	0.01
	20000	2.36°	2.87	1.10	0.01	0.02
	25000	2.36°	2.46	0.72	0.01	0.02
L'erreur relative maximale			70.61	894.99	3.92	5.28

La dernière ligne du tableau XI donne les 4 erreurs relatives maximales pour ω_h et ζ , qui apparaissent toutes pour le même angle d'attaque $\alpha = 10^0$:

$$\max(\omega_{hp}) = 70.61 \text{ pour } M = 0.4, H = 20000 \text{ pi}, \alpha = 10^0$$

$$\max(\zeta_p) = 894.99 \text{ pour } M = 0.4, H = 10000 \text{ pi}, \alpha = 10^0$$

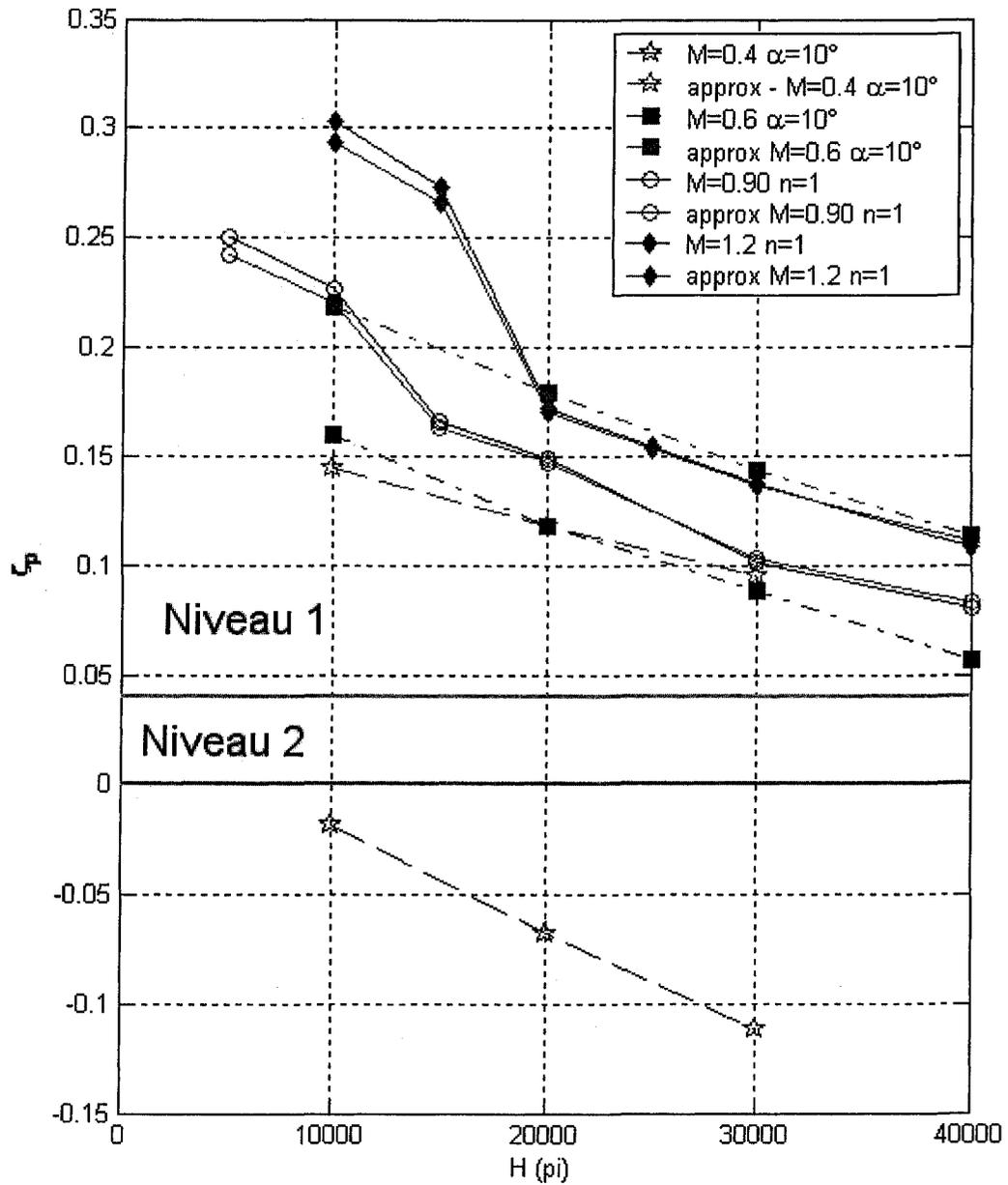
$$\max(\omega_{hsp}) = 3.92 \text{ pour } M = 0.4, H = 30000 \text{ pi}, \alpha = 10^0$$

$$\max(\zeta_{sp}) = 5.28 \text{ pour } M = 0.3, H = 20000 \text{ pi}, \alpha = 10^0.$$

Dans le Tableau XI, nous observons que l'erreur relative pour le mouvement de période courte est plus petite que l'erreur relative pour le mouvement de période longue, autrement dit que la fréquence et le taux d'amortissement pour le mouvement de période courte sp calculés par la méthode exacte ω_{hsp_ME} et ζ_{sp_ME} sont proches de la fréquence et le taux d'amortissement calculés par la méthode approximative ω_{hsp_MA} et ζ_{sp_MA} . Pour le mouvement de période longue, la fréquence et le taux d'amortissement ω_{p_ME} et ζ_{p_ME} sont plus loin des ω_{hp_MA} et ζ_{p_MA} que pour le mouvement de période courte.

4.4 Mode de période longue (*phugoïde*)

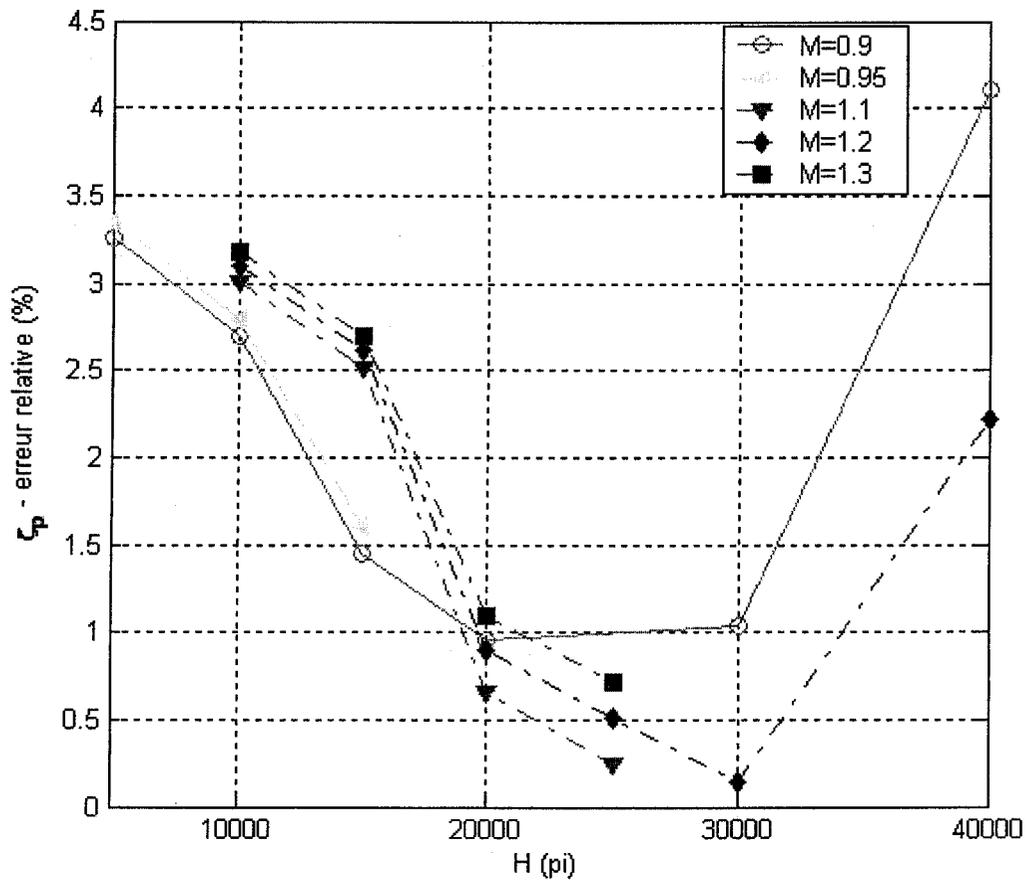
Dans le Graphique 1, nous représentons, à partir des résultats représentés dans le Tableau IX, la variation de taux d'amortissement ζ_p du mode de période longue (*phugoid*) avec l'altitude H à l'aide de la méthode exacte et de la méthode approximative pour plusieurs conditions de vol (nombres de Mach et altitudes). Nous observons que pour les cas de vol mentionnés dans le Graphique 1 le taux d'amortissement ζ_p diminue avec l'augmentation du nombre de Mach M et de l'altitude H .



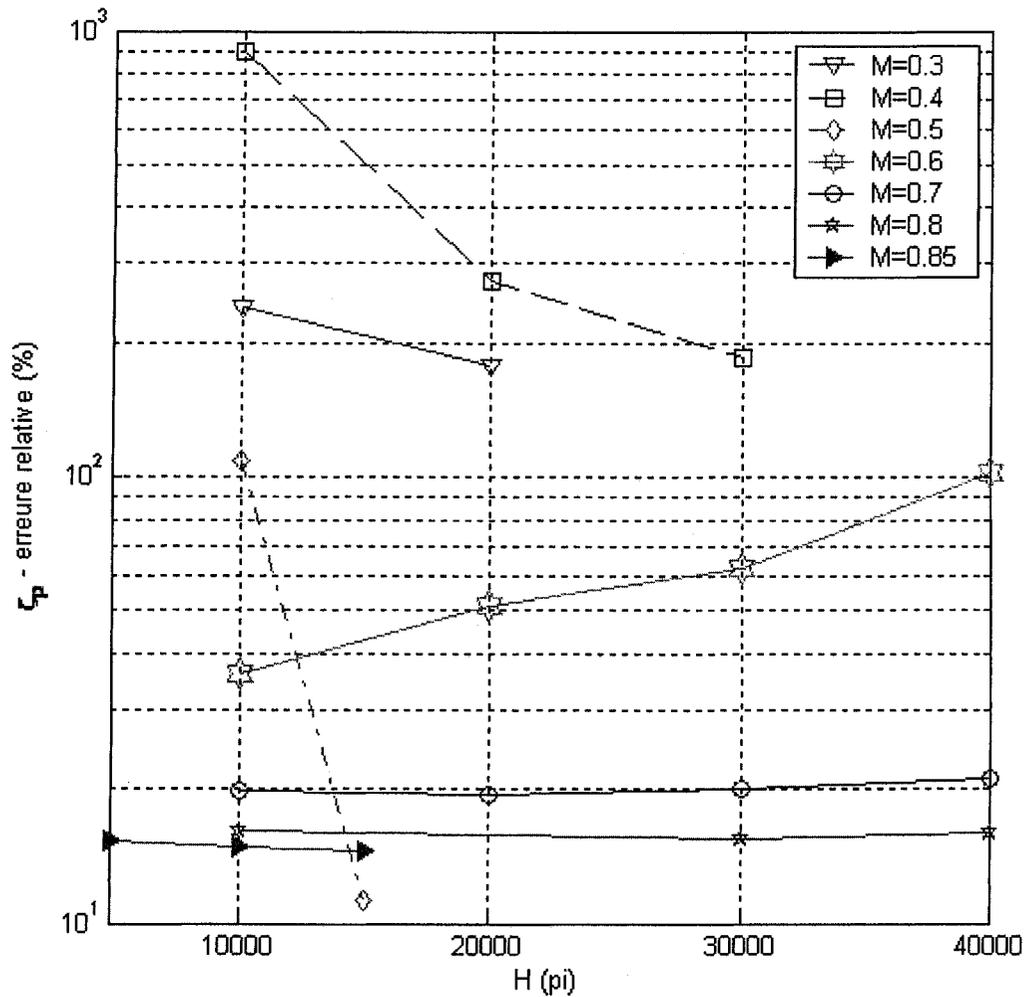
Graphique 1

La variation du taux d'amortissement ζ_p avec l'altitude H pour le mode de période longue calculée par les méthodes exactes et approximatives

Les Graphiques 2 et 3 montrent les erreurs relatives du taux d'amortissement de période longue ζ_p en fonction de l'altitude H (voir les résultats montrés dans le Tableau XI) pour des nombres de Mach plus grands que 0.9 (voir le Graphique 2) et pour des nombres de Mach plus petites que 0.9 (voir le Graphique 3). Nous remarquons que l'erreur relative est beaucoup plus petite pour des nombres de Mach plus grands que 0.9 (Graphique 2) que pour des nombres de Mach plus petits que 0.9 (Graphique 3).

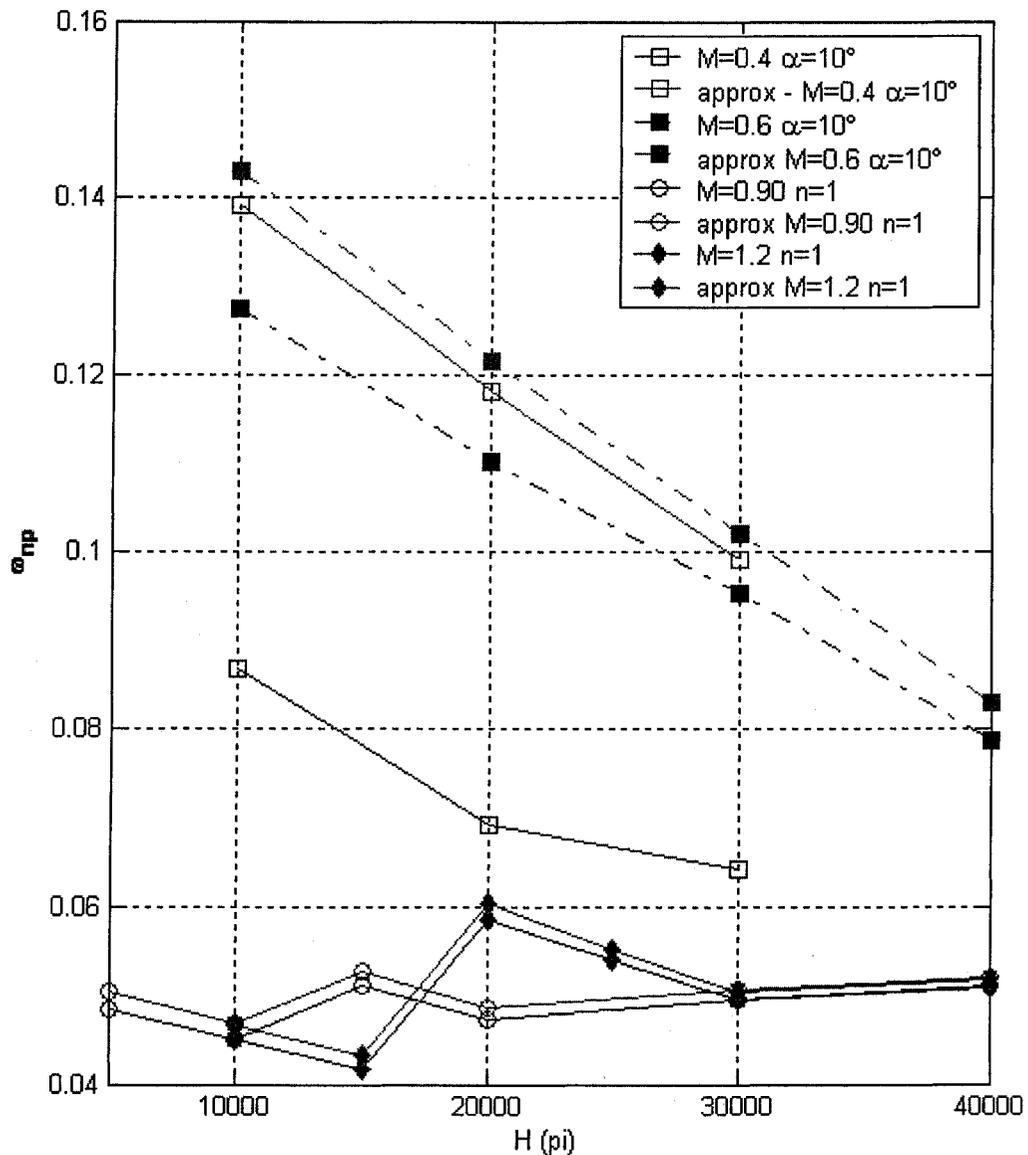


Graphique 2 L'erreur relative pour l'amortissement de période longue ζ_p pour les nombres de Mach $M = 0.9 - 1.3$ et des angles d'attaque petits



Graphique 3 L'erreur relative pour l'amortissement de période longue ζ_p pour les nombres de Mach $M = 0.2 - 0.85$ et l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$

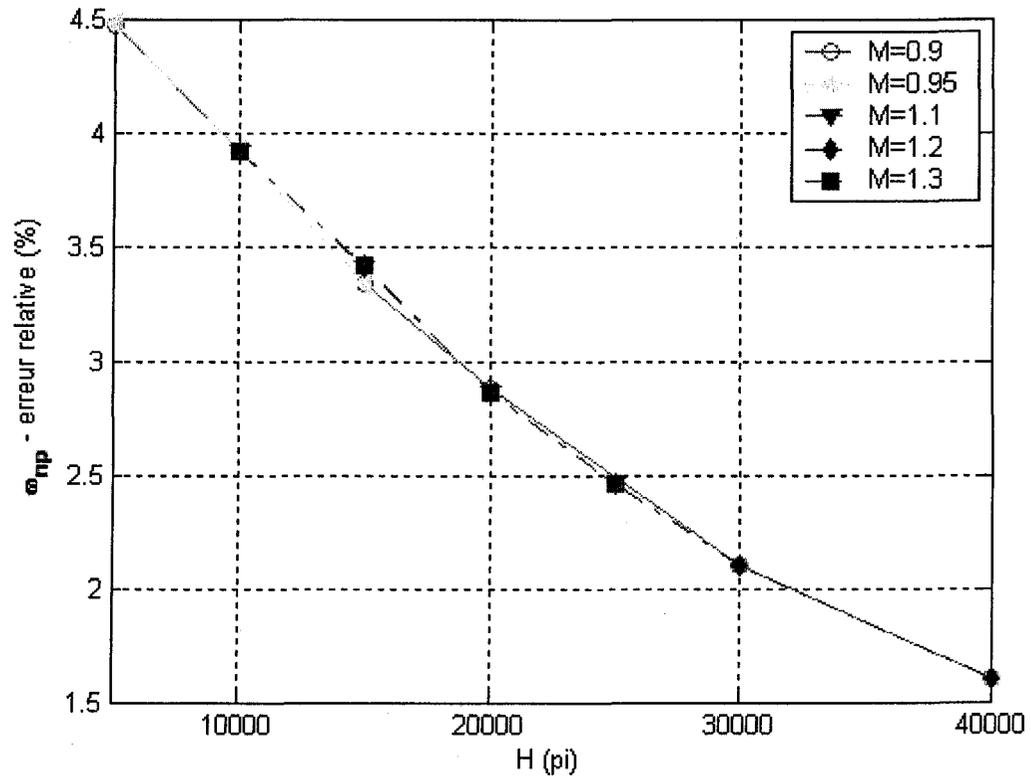
Dans le Graphique 4 nous représentons la variation de la fréquence naturelle ω_{np} avec l'altitude H par la méthode exacte et par la méthode approximative pour plusieurs conditions de vol. Nous remarquons que la fréquence naturelle ω_{np} diminue avec le nombre de Mach M et avec l'altitude H . Aussi nous remarquons l'augmentation de l'erreur avec l'angle d'attaque et, dans la plupart des cas, nous observons la diminution de l'erreur pour la fréquence naturelle du mode de période longue avec le nombre de Mach.



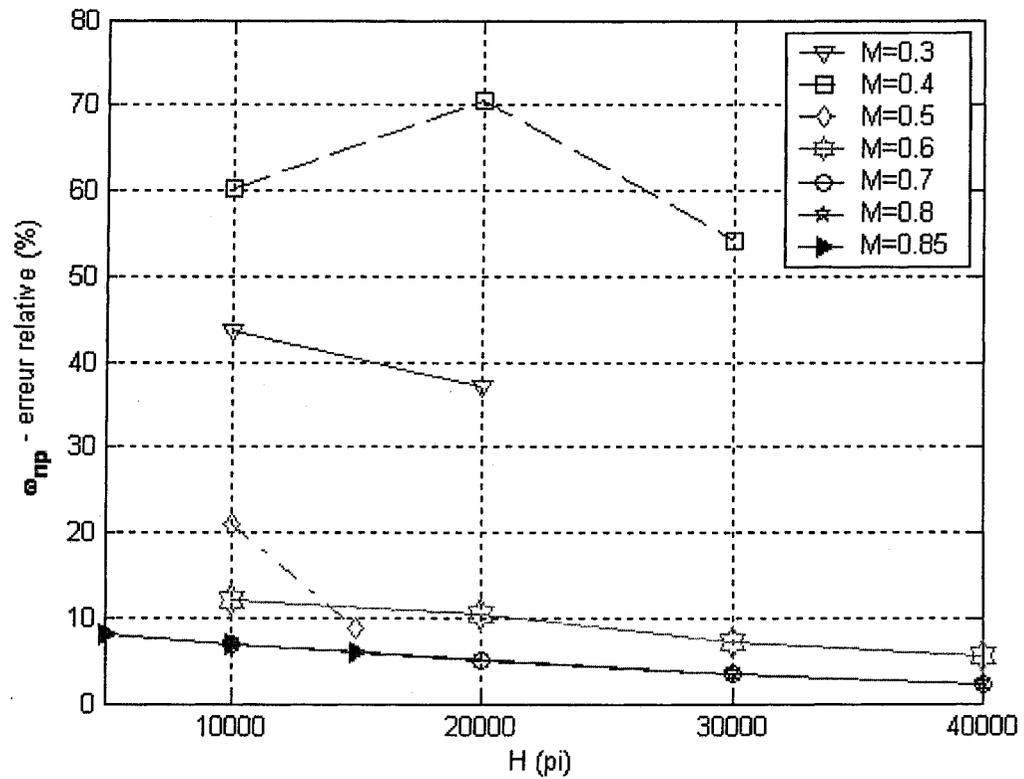
Graphique 4 Fréquence naturelle ω_{np} du mode de période longue calculée par les méthodes exactes et approximatives

Les Graphiques 5 et 6 montrent l'erreur relative de la fréquence naturelle pour le mode de période longue ω_{np} en fonction de l'altitude H (voir les résultats montrés dans le Tableau XI) pour des nombres de Mach plus grands que 0.9 et angles d'attaque petits (Graphique 5) et pour des nombres de Mach plus petites que 0.9 et angles d'attaque grands

(Graphique 6). Nous remarquons que l'erreur relative de ω_{hp} est beaucoup plus grande pour nombres de Mach plus petits que 0.9 (Graphique 6), que pour des nombres de Mach plus grands que 0.9 (Graphique 5).



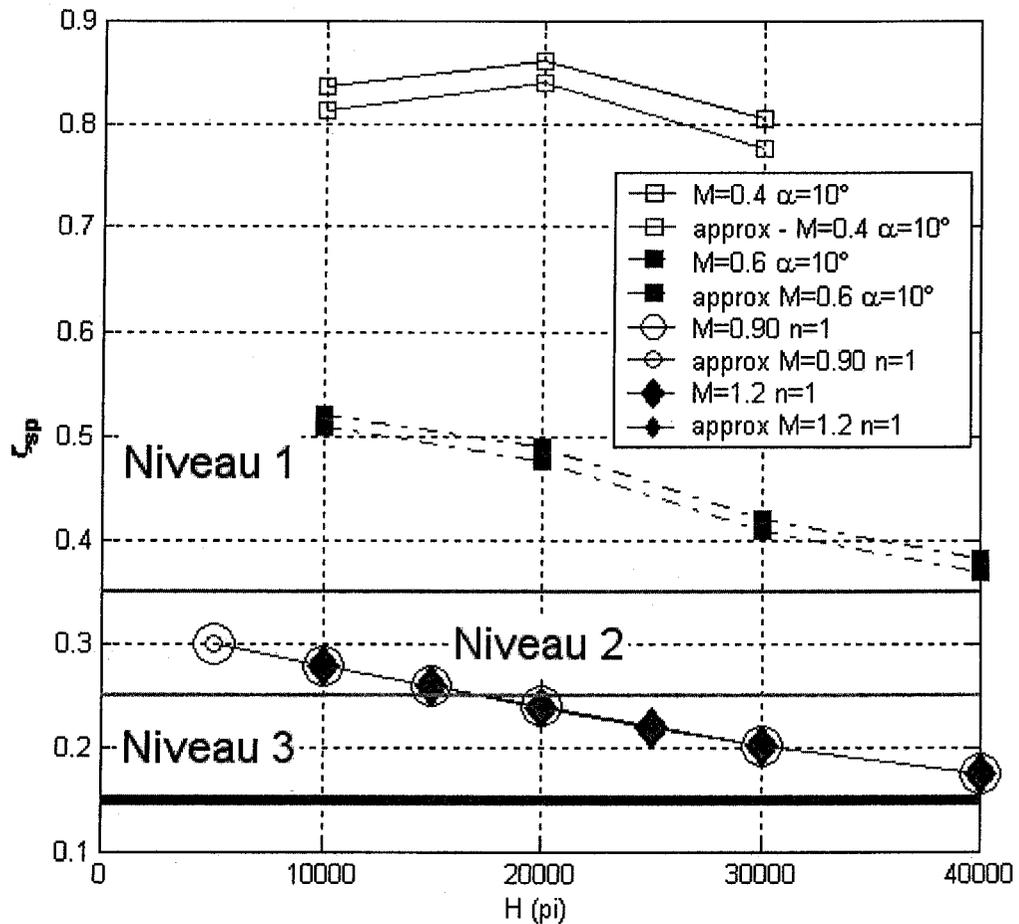
Graphique 5 L'erreur relative pour la fréquence naturelle du mode de période longue ω_{hp} pour les nombres de Mach $M = 0.9 - 1.3$ et pour des petits angles d'attaque α



Graphique 6 L'erreur relative pour la fréquence naturelle du mode de période longue ω_{np} pour les nombres de Mach $M = 0.3 - 0.85$ et pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$

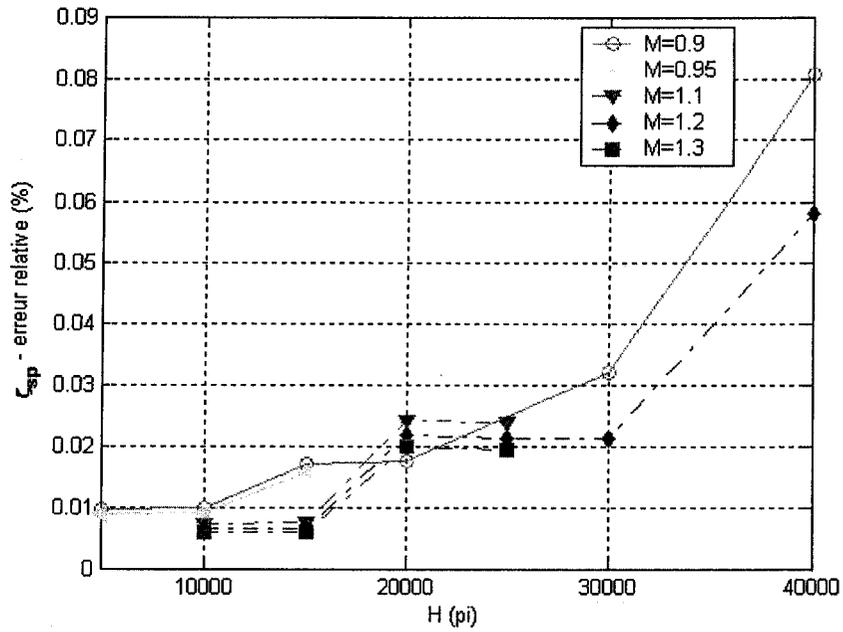
4.5 Mode de période courte

Dans le Graphique 7 nous représentons la variation du taux d'amortissement ζ_{sp} du mode de courte période avec l'altitude H calculée avec la méthode exacte et avec la méthode approximative pour plusieurs conditions de vol. Nous remarquons que l'erreur relative augmente avec l'angle d'attaque et diminue avec le nombre de Mach M .

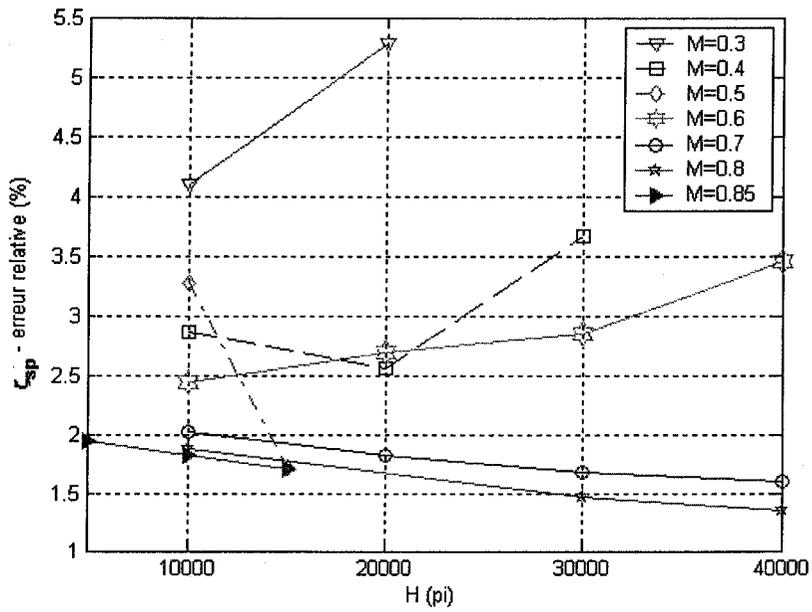


Graphique 7 Taux d'amortissement ζ_{sp} pour le mode de période courte calculé par la méthode exacte et par la méthode approximative

Les Graphiques 8 et 9 montrent les erreurs relatives obtenues pour le taux d'amortissement de la période courte ζ_{sp} pour des petits angles d'attaque (Graphique 8) et pour des grands angles d'attaque (Graphique 9). Nous remarquons que l'erreur relative est beaucoup plus grande pour des grands angles d'attaque et pour de nombres de Mach plus petits que 0.9, que pour des angles d'attaque petits et des s nombres de Mach plus grands que 0.9.

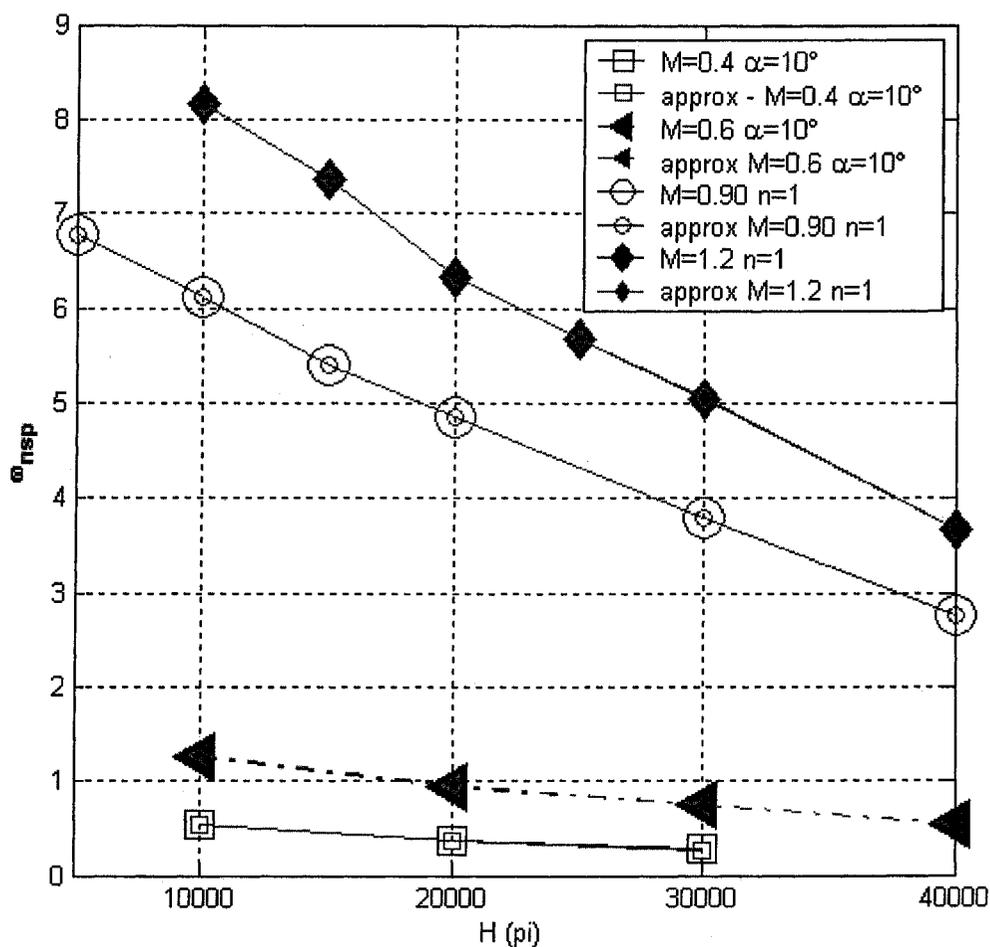


Graphique 8 L'erreur relative pour ζ_{sp} pour les nombres de Mach $M = 0.9 - 1.3$ et pour des petits angles d'attaque α



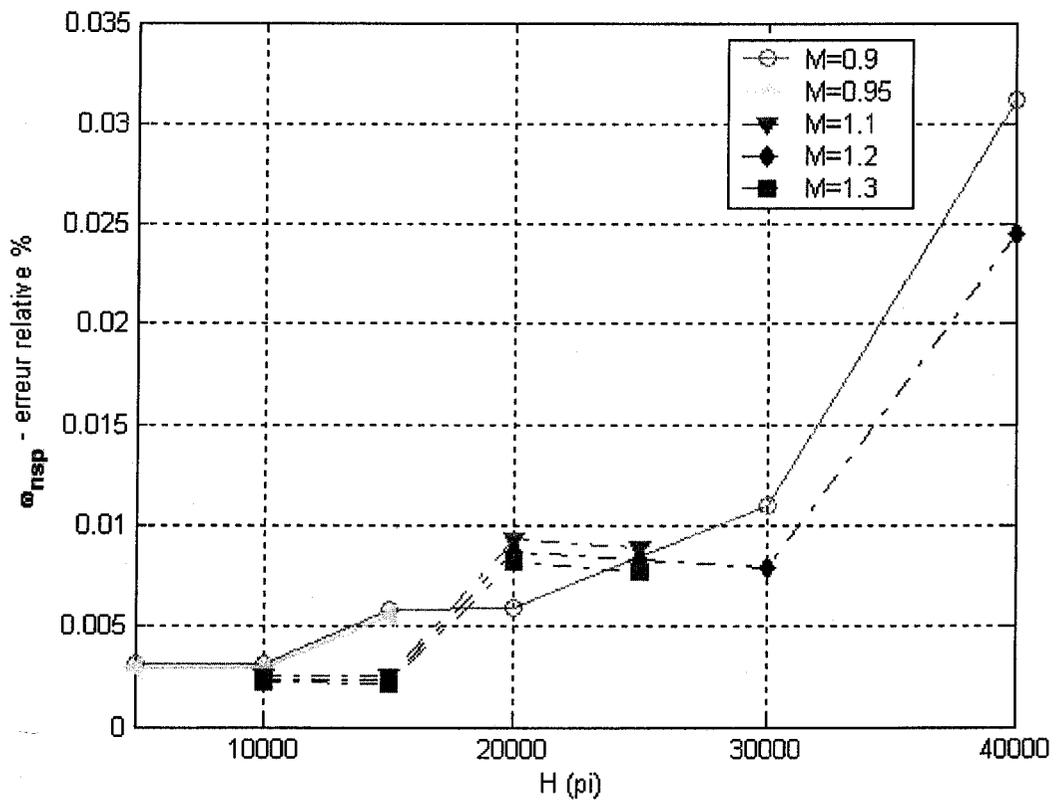
Graphique 9 L'erreur relative pour ζ_{sp} pour les nombres de Mach $M = 0.3 - 0.85$ et pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$

Dans le Graphique 10, nous représentons la variation de la fréquence naturelle ω_{nsp} pour le mode de période courte avec l'altitude H avec les deux méthodes : exacte et approximative pour plusieurs conditions de vol. Nous remarquons que la méthode approximative donne les mêmes résultats que la méthode exacte dans ce cas.

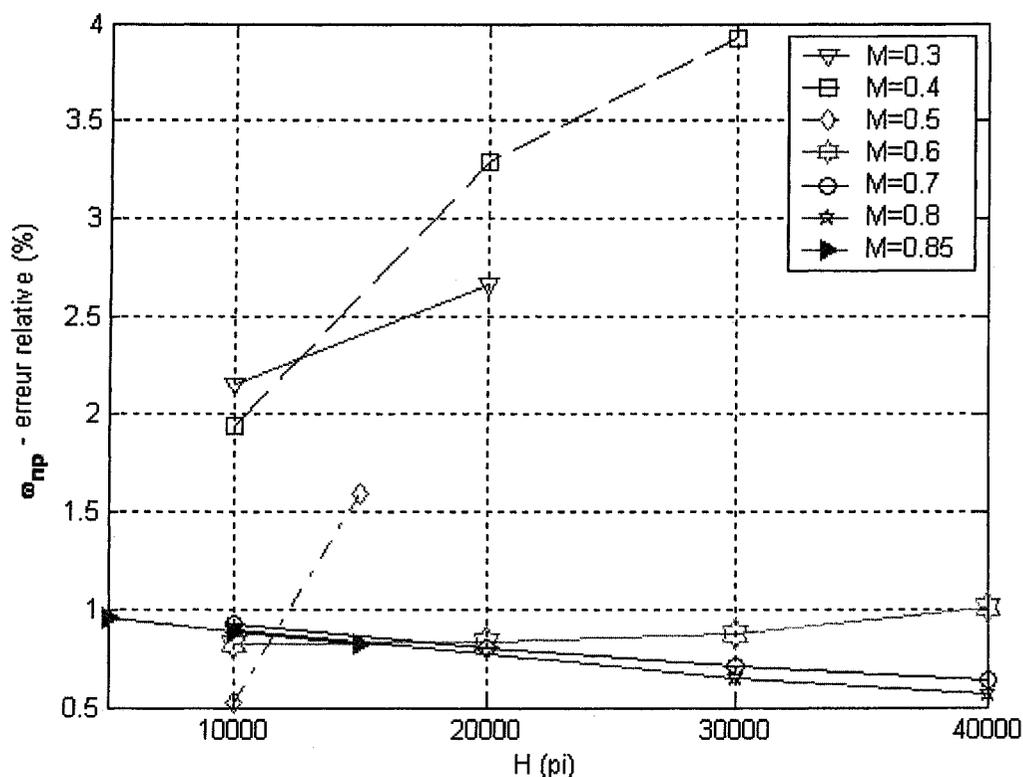


Graphique 10 Fréquence naturelle ω_{nsp} pour le mode de période courte calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative

Les Graphiques 11 et 12 montrent les erreurs relatives pour la fréquence naturelle de courte période ω_{nsp} calculées pour des grandes nombres de Mach (Graphique 11) et pour des petits nombres de Mach et pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$ (Graphique 12). On remarque que l'erreur relative est beaucoup plus grande pour des petits nombres de Mach que pour des grandes nombres de Mach.



Graphique 11 L'erreur relative pour ω_{nsp} pour les nombres de Mach = 0.9 – 1.3



Graphique 12 L'erreur relative pour ω_{nsp} pour les nombres de Mach $M = 0.2 - 0.85$ et pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$

4.6 Conclusions sur l'utilisation de la méthode approximative pour le mouvement longitudinal de l'avion

Les résultats exprimés sous forme des erreurs relatives (obtenus par la méthode approximative par rapport à la méthode exacte) sont très bons pour le mode de période courte dans plusieurs conditions de vol avec petits angles d'attaque et grands nombres de Mach. Pour les mêmes conditions de vol, ces types de résultats sont moins bons mais encore acceptables pour le mode de longue période. Par contre, pour des angles d'attaque grands et nombres de Mach petits, ces résultats ne sont pas acceptables pour le mode de période longue (voir les Graphiques 3 et 6, avec des erreurs plus grandes que 10% et même plus grandes que 100% pour l'amortissement).

CHAPITRE 5

COMPARAISON DES RÉSULTATS OBTENUS AVEC LA MÉTHODE EXACTE ET AVEC LA MÉTHODE APPROXIMATIVE POUR LE MOUVEMENT LATÉRAL

5.1 Résultats exprimés sous forme des amortissements, fréquences et temps et constantes de temps

Dans le tableau suivant XII, nous présentons les valeurs des taux d'amortissements ζ_{DR} et des fréquences naturelles ω_{hDR} obtenus pour le mode de roulis hollandais (*dutch roll*) par la méthode exacte et par la méthode approximative.

Les valeurs du temps pour lequel l'amplitude du mouvement de spirale (*spiral*) $T_{2\text{spirale}}$ va doubler et les valeurs de la constante de temps τ_{roll} pour le mouvement de roulis (*roll*) obtenues par la méthode exacte et par la méthode approximative sont données dans Tableau XIII.

Un total de 52 cas de vols sont étudiés en variant le nombre de Mach, l'altitude et l'angle d'attaque.

Tableau XII

Fréquences et taux d'amortissement calculés pour le mode de roulis hollandais par les méthodes approximative et exactes

Conditions de vol M, H, α			Mode de roulis hollandais			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{hDR}	ζ_{DR}	ω_{hDR}	ζ_{DR}
0.3	1000	7.49°	1.340	0.184	1.372	0.109
	10000	10°	1.187	0.267	1.229	0.093

Tableau XII (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de roulis hollandais			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{hDR}	ζ_{DR}	ω_{hDR}	ζ_{DR}
0.3	20000	10°	1.012	0.362	1.005	0.079
0.4	1000	4.31°	1.741	0.137	1.723	0.115
	10000	10°	1.631	0.161	1.631	0.094
	20000	10°	1.322	0.197	1.334	0.080
	30000	10°	1.078	0.260	1.073	0.067
0.5	1000	2.85°	2.171	0.127	2.136	0.118
	10000	10°	2.066	0.126	2.033	0.094
0.5	15000	10°	1.867	0.130	1.844	0.087
	20000	5.45°	1.540	0.129	1.534	0.085
0.6	1000	2.11°	2.615	0.125	2.576	0.120
	10000	10°	2.486	0.112	2.435	0.094
	15000	10°	2.252	0.111	2.210	0.087
	20000	10°	2.029	0.113	1.996	0.080
	30000	10°	1.628	0.126	1.609	0.067
	40000	10°	1.290	0.151	1.273	0.055
0.7	1000	2.11°	3.029	0.122	2.989	0.120
	10000	10°	2.825	0.108	2.786	0.100
	20000	10°	2.320	0.100	2.288	0.085

Tableau XII (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de roulis hollandais			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{HDR}	ζ_{DR}	ω_{HDR}	ζ_{DR}
0.7	30000	10°	1.868	0.099	1.846	0.072
	35000	5.1°	1.545	0.108	1.528	0.067
	40000	10°	1.477	0.106	1.462	0.058
0.8	10000	10°	3.236	0.106	3.184	0.100
	30000	10°	2.141	0.091	2.107	0.071
	40000	10°	1.691	0.092	1.666	0.058
0.85	5000	10°	3.793	0.112	3.723	0.108
	10000	10°	3.442	0.105	3.382	0.100
	15000	10°	3.112	0.099	3.062	0.093
0.9	5000	1.36°	3.619	0.112	3.562	0.112
	10000	1.36°	3.285	0.104	3.236	0.104
	15000	1.73°	3.028	0.096	2.962	0.096
	20000	1.73°	2.728	0.090	2.672	0.088
0.9	30000	2.36°	2.217	0.082	2.169	0.074
	40000	2.36°	1.767	0.080	1.733	0.060
0.95	5000	1.36°	3.821	0.112	3.759	0.112
0.95	10000	1.36°	3.469	0.104	3.415	0.104
0.95	15000	1.73°	3.199	0.096	3.126	0.096

Tableau XII (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de roulis hollandais			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			ω_{hDR}	ζ_{DR}	ω_{hDR}	ζ_{DR}
1.1	10000	1.36°	4.020	0.103	3.954	0.104
	15000	1.36°	3.637	0.096	3.579	0.096
	20000	2.36°	3.399	0.087	3.297	0.088
	25000	2.36°	3.048	0.081	2.961	0.081
1.2	10000	1.36°	4.388	0.103	4.314	0.104
	15000	1.36°	3.970	0.096	3.905	0.096
	20000	2.36°	3.713	0.086	3.597	0.088
	25000	2.36°	3.330	0.080	3.230	0.081
	30000	2.36°	2.972	0.075	2.888	0.074
	40000	2.36°	2.373	0.067	2.305	0.060
1.3	10000	1.36°	4.755	0.103	4.673	0.104
	15000	1.36°	4.302	0.095	4.230	0.096
	20000	2.36°	4.026	0.085	3.897	0.088
	25000	2.36°	3.611	0.079	3.499	0.081

Tableau XIII

Constantes de temps de roulis et du temps pour doubler l'amplitude de spirale calculés pour les mode de roulis et spirale par la méthode approximative et la méthode exacte

Conditions de vol M, H, α			Modes de spirale et de roulis			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}	$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}
0.3	1000	7.49°	210.77	0.539	69.988	0.491
	10000	10°	177.21	1.097	141.53	0.766
	20000	10°	74.278	2.925	153.84	1.108
0.4	1000	4.31°	647.9	0.374	77.359	0.363
	10000	10°	290.69	0.651	87.315	0.573
	20000	10°	570.7	1.110	319.93	0.831
	30000	10°	12327	2.524	16320	1.238
0.5	1000	2.85°	1108.6	0.291	64.141	0.287
	10000	10°	131.12	0.486	20.314	0.457
0.5	15000	10°	148.63	0.602	30.27	0.549
	20000	5.45°	410.6	0.637	83.689	0.588
0.6	1000	2.11°	2721.7	0.238	83.385	0.236
	10000	10°	89.602	0.393	7.9116	0.379
	15000	10°	99.945	0.481	11.713	0.457
	20000	10°	110.51	0.600	17.339	0.555
	30000	10°	129.65	0.986	37.641	0.830
	40000	10°	132.14	1.928	80.425	1.301

Tableau XIII (suite)

Conditions de vol M, H, α			Modes de spirale et de roulis			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}	$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}
0.7	1000	2.11°	3854.9	0.193	64.126	0.192
	10000	10°	51.552	0.333	1.8755	0.328
	20000	10°	57.703	0.499	4.0733	0.481
	30000	10°	61.35	0.785	8.1538	0.724
	35000	5.1°	498.66	0.845	96.931	0.765
	40000	10°	61.143	1.371	15.96	1.140
0.8	10000	10°	59.511	0.290	1.6416	0.287
	30000	10°	72.495	0.672	7.1527	0.635
	40000	10°	74.506	1.142	14.041	1.003
0.85	5000	10°	65.047	0.229	1.3004	0.227
	10000	10°	63.469	0.273	1.5452	0.270
	15000	10°	61.811	0.327	1.8477	0.323
0.9	5000	1.36°	995.42	0.128	9.0504	0.127
	10000	1.36°	973.98	0.152	10.75	0.151
	15000	1.73°	311.89	0.194	6.6394	0.194
	20000	1.73°	304	0.234	7.9877	0.233
0.9	30000	2.36°	212.12	0.367	11.473	0.362
	40000	2.36°	216.5	0.610	23.499	0.585
0.95	5000	1.36°	1051.6	0.121	8.5736	0.121

Tableau XIII (suite)

Conditions de vol M, H, α			Modes de spirale et de roulis			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Méthode exacte		Méthode approximative	
			$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}	$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}
0.95	10000	1.36°	1029.3	0.144	10.187	0.143
0.95	15000	1.73°	329.91	0.184	6.2898	0.184
1.1	10000	1.36°	1194.8	0.124	8.7978	0.124
	15000	1.36°	1169.8	0.148	10.53	0.148
	20000	2.36°	278.99	0.200	6.3384	0.200
	25000	2.36°	271.62	0.243	7.6911	0.243
1.2	10000	1.36°	1305.1	0.114	8.0651	0.114
	15000	1.36°	1277.1	0.136	9.6453	0.136
	20000	2.36°	305.46	0.183	5.8101	0.183
	25000	2.36°	297.64	0.223	7.0505	0.222
	30000	2.36°	289.4	0.273	8.6251	0.272
	40000	2.36°	302.22	0.448	17.723	0.441
1.3	10000	1.36°	1415.1	0.105	7.4445	0.105
	15000	1.36°	1385.1	0.125	8.9031	0.125
	20000	2.36°	331.84	0.169	5.3632	0.169
	25000	2.36°	323.57	0.205	6.5084	0.205

5.2 Les erreurs relatives des fréquences, amortissements, constantes de temps et du temps pour le mouvement latéral

Les erreurs relatives sont calculées pour les temps pour doubler l'amplitude pour le mode de la spirale (*spiral*) $T_{2\text{spirale}}$, pour la constante de temps pour le mode de roulis (*roll*) τ_{roll} , pour le taux d'amortissement ζ_{DR} et pour la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{hDR} et sont données dans le Tableau XIV.

Nous calculons ces erreurs relatives désignées par Err_rel pour les trois types de mouvements latéraux : roulis (*roll*), spirale (*spiral*) et roulis hollandais (*dutch roll*).

Nous dénotons la méthode exacte par ME et la méthode approximative par MA, alors les 5 équations suivantes sont obtenues pour les fréquences naturelles ω_{hDR} et pour les amortissements ζ_{DR} du mode de roulis hollandais (*dutch roll*), pour leurs produit, pour le temps pour doubler l'amplitude du mode de spirale (*spiral*) $T_{2\text{spirale}}$ et pour la constante de temps du mode de roulis (*roll*) τ_{roll} :

$$\text{Err_rel_}\omega_{\text{hDR}} = (\omega_{\text{hDR_MA}} - \omega_{\text{hDR_ME}}) / \omega_{\text{hDR_ME}} * 100\%$$

$$\text{Err_rel_}\zeta_{DR} = (\zeta_{DR_MA} - \zeta_{DR_ME}) / \zeta_{DR_ME} * 100\%$$

$$\text{Err_rel_}\zeta_{DR}\omega_{\text{hDR}} = (\omega_{\text{hDR}}\zeta_{DR_MA} - \zeta_{DR}\omega_{\text{hDR_ME}}) / \zeta_{DR}\omega_{\text{hDR_ME}} * 100\%$$

$$\text{Err_rel_}T_{2\text{spirale}} = (T_{2\text{spirale_MA}} - T_{2\text{spirale_ME}}) / T_{2\text{spirale_ME}} * 100\%$$

$$\text{Err_rel_}\tau_{\text{roll}} = (\tau_{\text{roll_MA}} - \tau_{\text{roll_ME}}) / \tau_{\text{roll_ME}} * 100\%$$

Les valeurs de ces erreurs relatives sont données dans le Tableau XIV.

Tableau XIV

Les erreurs relatives pour le mouvement latéral
L'erreur relative (%)

Conditions de vol M, H, α			L'erreur relative (%)				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^{\circ}$)	$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}	ω_{hDR}	ζ_{DR}	$\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{hDR}}$
0.3	1000	7.49 $^{\circ}$	66.79	8.95	2.42	40.45	39.01
	10000	10 $^{\circ}$	20.14	30.22	3.56	65.14	63.90
	20000	10 $^{\circ}$	107.12	62.12	0.70	78.16	78.31
0.4	1000	4.31 $^{\circ}$	88.06	2.72	1.00	16.17	17.01
	10000	10 $^{\circ}$	69.96	12.10	0.00	41.70	41.70
	20000	10 $^{\circ}$	43.94	25.08	0.93	59.48	59.10
	30000	10 $^{\circ}$	32.39	50.96	0.45	74.25	74.36
0.5	1000	2.85 $^{\circ}$	94.21	1.21	1.64	7.02	8.54
	10000	10 $^{\circ}$	84.51	6.11	1.59	25.79	26.97
0.5	15000	10 $^{\circ}$	79.63	8.87	1.20	33.54	34.33
	20000	5.45 $^{\circ}$	79.62	7.66	0.41	34.16	34.43
0.6	1000	2.11 $^{\circ}$	96.94	0.68	1.51	3.45	4.91
	10000	10 $^{\circ}$	91.17	3.45	2.04	16.02	17.73
	15000	10 $^{\circ}$	88.28	5.08	1.87	21.95	23.41
	20000	10 $^{\circ}$	84.31	7.50	1.65	29.25	30.42
	30000	10 $^{\circ}$	70.97	15.81	1.20	46.47	47.11
	40000	10 $^{\circ}$	39.14	32.54	1.30	63.73	64.20

Tableau XIV (suite)

Conditions de vol M, H, α			L'erreur relative (%)				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^{\circ}$)	$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}	ω_{hDR}	ζ_{DR}	$\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{hDR}}$
0.7	1000	2.11 $^{\circ}$	98.34	0.37	1.35	1.45	2.78
	10000	10 $^{\circ}$	96.36	1.59	1.39	7.45	8.74
	20000	10 $^{\circ}$	92.94	3.56	1.38	14.91	16.08
	30000	10 $^{\circ}$	86.71	7.85	1.17	27.76	28.60
	35000	5.1 $^{\circ}$	80.56	9.42	1.08	37.79	38.46
	40000	10 $^{\circ}$	73.90	16.83	1.01	44.92	45.48
0.8	10000	10 $^{\circ}$	97.24	1.08	1.63	5.32	6.87
	30000	10 $^{\circ}$	90.13	5.53	1.61	21.26	22.52
	40000	10 $^{\circ}$	81.15	12.14	1.46	36.99	37.91
0.85	5000	10 $^{\circ}$	98.00	0.64	1.85	3.40	5.18
	10000	10 $^{\circ}$	97.57	0.89	1.72	4.51	6.16
	15000	10 $^{\circ}$	97.01	1.26	1.59	6.07	7.57
0.9	5000	1.36 $^{\circ}$	99.09	0.18	1.58	0.03	1.55
	10000	1.36 $^{\circ}$	98.90	0.22	1.50	0.46	1.96
	15000	1.73 $^{\circ}$	97.87	0.29	2.21	0.72	2.91
	20000	1.73 $^{\circ}$	97.37	0.45	2.05	2.37	4.37
0.9	30000	2.36 $^{\circ}$	94.59	1.35	2.17	9.51	11.47
	40000	2.36 $^{\circ}$	89.15	4.11	1.92	25.14	26.58

Tableau XIV (suite)

Conditions de vol M, H, α			L'erreur relative (%)				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	$T_{2\text{spirale}}$	τ_{roll}	ω_{hDR}	ζ_{DR}	$\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{hDR}}$
0.95	5000	1.36°	99.19	0.16	1.61	0.25	1.36
0.95	10000	1.36°	99.01	0.19	1.54	0.17	1.71
0.95	15000	1.73°	98.09	0.23	2.28	0.06	2.34
1.1	10000	1.36°	99.26	0.14	1.64	0.50	1.15
	15000	1.36°	99.10	0.17	1.58	0.09	1.49
	20000	2.36°	97.73	0.10	3.01	1.47	1.59
	25000	2.36°	97.17	0.29	2.85	0.42	3.26
1.2	10000	1.36°	99.38	0.11	1.69	0.82	0.89
	15000	1.36°	99.25	0.14	1.63	0.51	1.13
	20000	2.36°	98.10	0.03	3.13	2.74	0.48
	25000	2.36°	97.63	0.12	2.98	1.26	1.76
	30000	2.36°	97.02	0.35	2.81	1.03	3.80
	40000	2.36°	94.14	1.54	2.87	10.02	12.60
1.3	10000	1.36°	99.47	0.09	1.73	1.06	0.68
	15000	1.36°	99.36	0.11	1.68	0.84	0.85
	20000	2.36°	98.38	0.12	3.22	3.75	0.41
	25000	2.36°	97.99	0.02	3.08	2.60	0.57
L'erreur relative maximale			107.12	62.12	3.56	78.16	78.31

La dernière ligne du Tableau XIV donne les erreurs relatives maximales suivantes, qui apparaissent pour les cas de vol suivants :

$$\max (T_{2\text{spirale}}) = 107.12 \text{ pour } M = 0.3, H = 20000 \text{ pi}, \alpha = 10^0$$

$$\max (\tau_{\text{roll}}) = 62.121 \text{ pour } M = 0.3, H = 20000 \text{ pi}, \alpha = 10^0$$

$$\max (\omega_{\text{hDR}}) = 3.5552 \text{ pour } M = 0.3, H = 10000 \text{ pi}, \alpha = 10^0$$

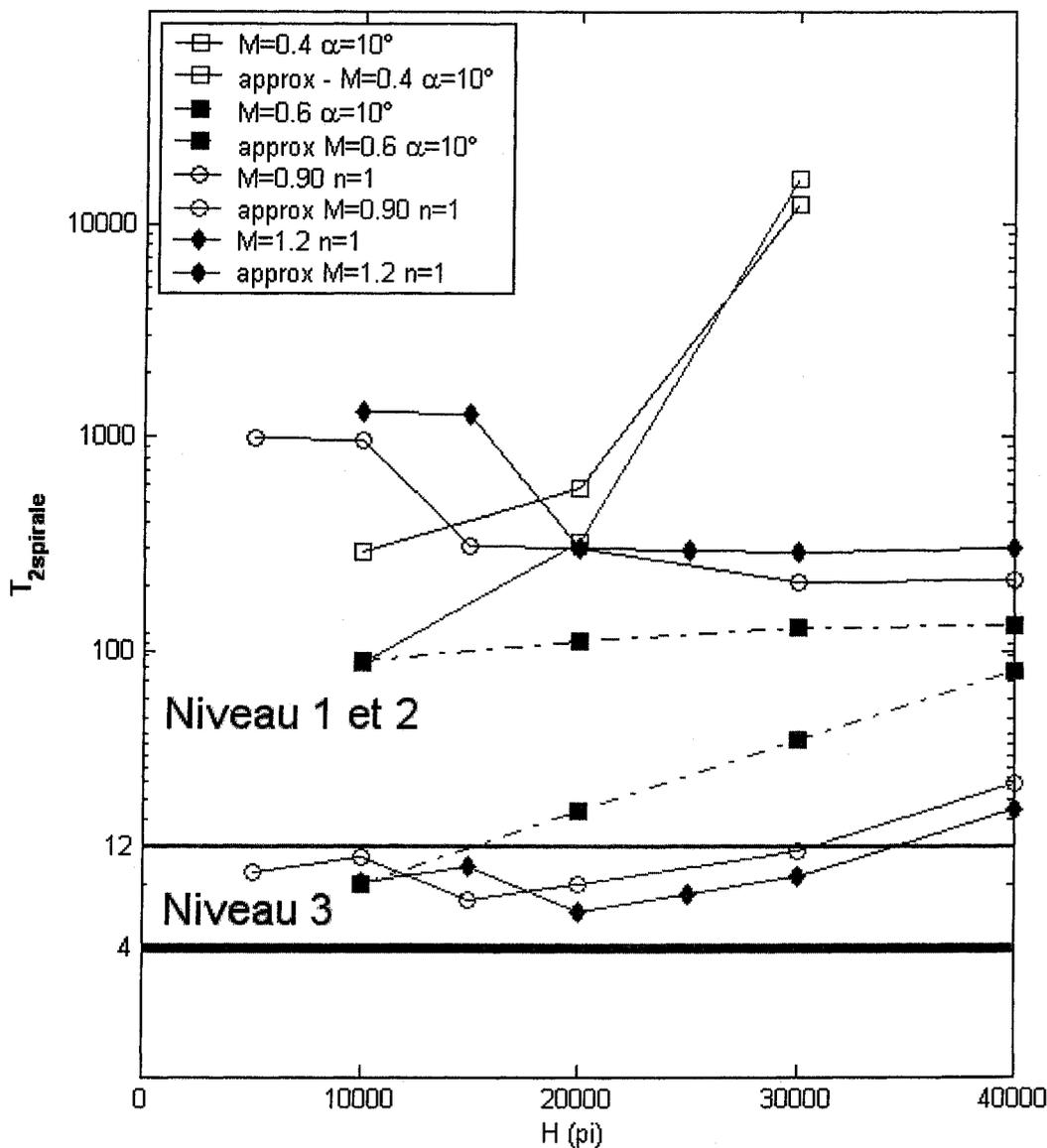
$$\max (\zeta_{\text{DR}}) = 78.16 \text{ pour } M = 0.3, H = 20000 \text{ pi}, \alpha = 10^0.$$

$$\max (\zeta_{\text{DR}} \omega_{\text{hDR}}) = 78.31 \text{ pour } M = 0.3, H = 20000 \text{ pi}, \alpha = 10^0.$$

5.3 Mode de spirale

Nous représentons la variation du temps pour doubler l'amplitude $T_{2\text{spirale}}$ avec l'altitude H dans le Graphique 13, avec les deux méthodes (exacte et approximative) pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α .

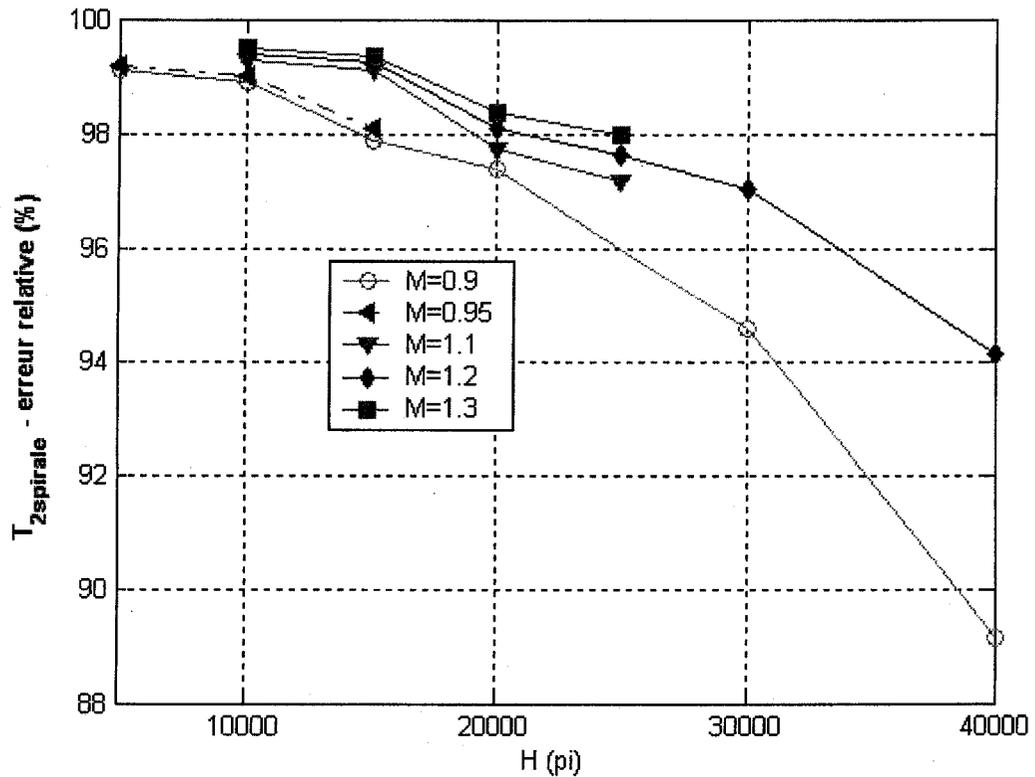
Nous remarquons que l'avion a les meilleurs niveaux de vol 1 et 2 lorsque $T_{2\text{spirale}}$ est calculé par la méthode exacte, pendant que l'avion a le pire niveau de vol 3 lorsque $T_{2\text{spirale}}$ est calculé par la méthode approximative.



Graphique 13 Variation du temps pour doubler l'amplitude $T_{2\text{spirale}}$ avec l'altitude H pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons de nombres de Mach M et angles d'attaque α par la méthode exacte et approximative

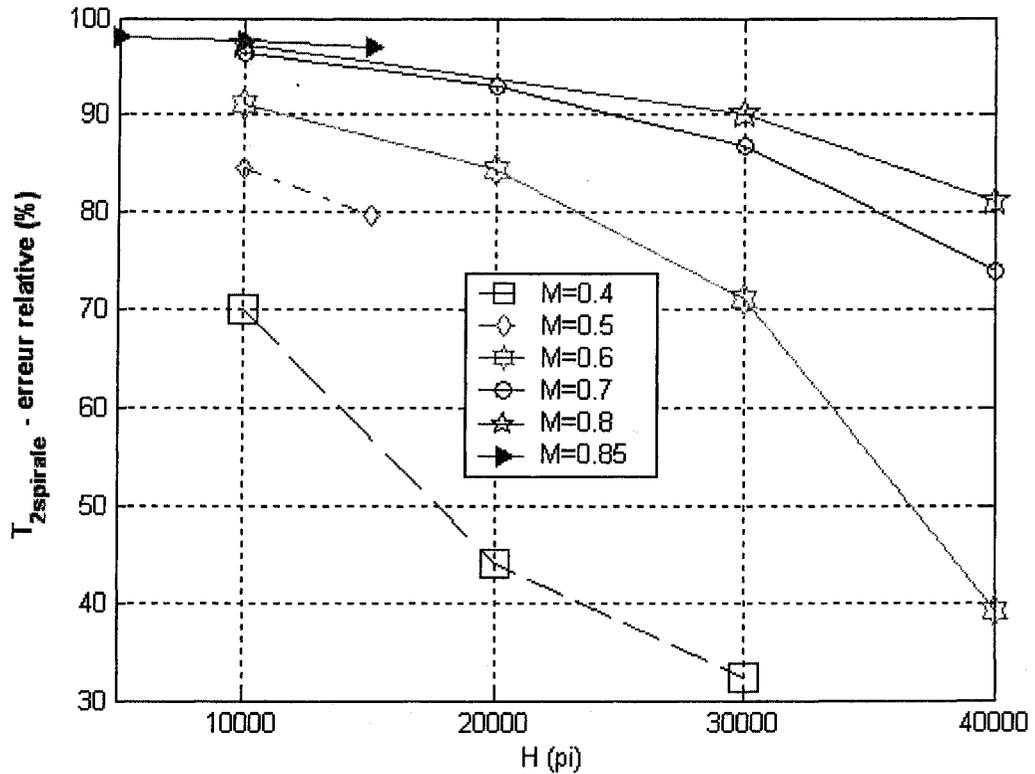
L'erreur relative du temps pour doubler l'amplitude $T_{2\text{spirale}}$ pour des grands nombres de Mach M et pour des petits nombres de Mach M est montrée dans les Graphiques 14 et 15.

Dans le Graphique 14, nous observons que l'erreur relative diminue avec l'augmentation de l'altitude H et augmente avec l'augmentation du nombre de Mach M .



Graphique 14 L'erreur relative pour $T_{2\text{spirale}}$ versus l'altitude H pour grands nombres de Mach M et petits angles d'attaque α

La valeur de l'erreur relative pour $T_{2\text{spirale}}$ pour des grands nombres de Mach M et des petits angles d'attaque α (Graphique 14) est plus grande que l'erreur pour $T_{2\text{spirale}}$ pour des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$ (Graphique 15).

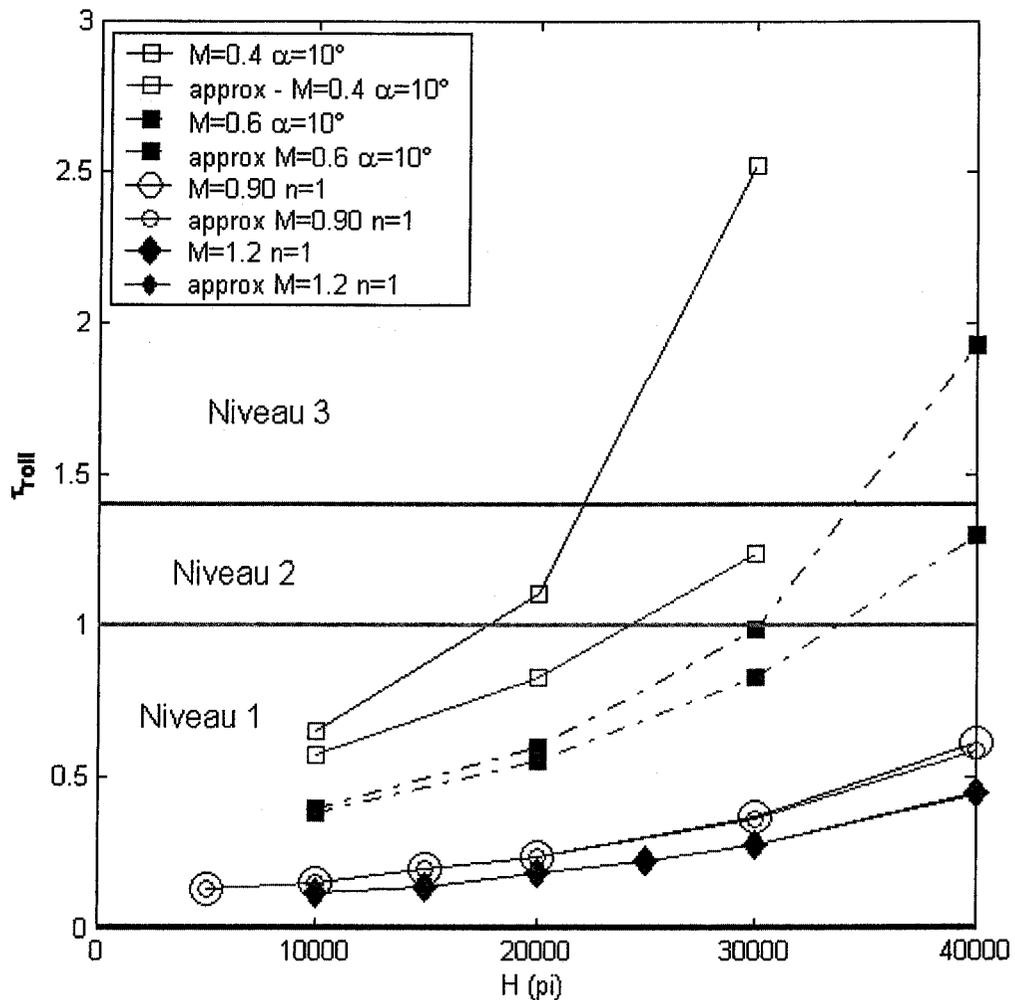


Graphique 15 L'erreur relative pour $T_{2\text{spirale}}$ versus l'altitude H pour des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$

5.4 Mode de roulis

Nous représentons dans le Graphique 16 la variation de la constante de temps du mode de roulis τ_{roll} avec l'altitude H calculée par les deux méthodes (approximative et exacte) pour plusieurs cas de vol caractérisés par des nombres de Mach M et angle d'attaque α .

Nous remarquons sur le Graphique 16 l'augmentation de τ_{roll} avec l'altitude H , et par conséquent l'augmentation du niveau de vol avec l'altitude H . Le meilleur niveau de vol 1 a été trouvé par les deux méthodes approximative et exacte pour les cas de vol avec des grands nombres de Mach $M = 0.9$ et $M = 1.2$ et pour toutes les altitudes H .

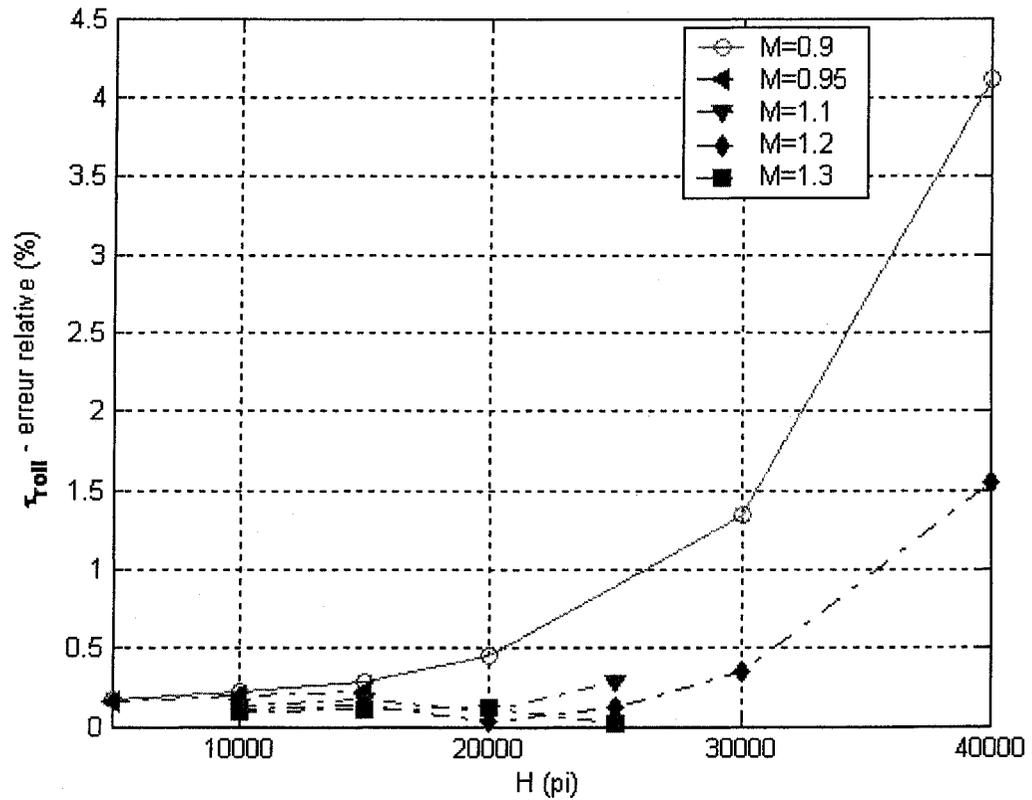


Graphique 16 La variation de la constante de temps pour le mode de roulis τ_{roul} avec l'altitude H calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative pour plusieurs cas de vol caractérisés par des nombres de Mach M et angles d'attaque α

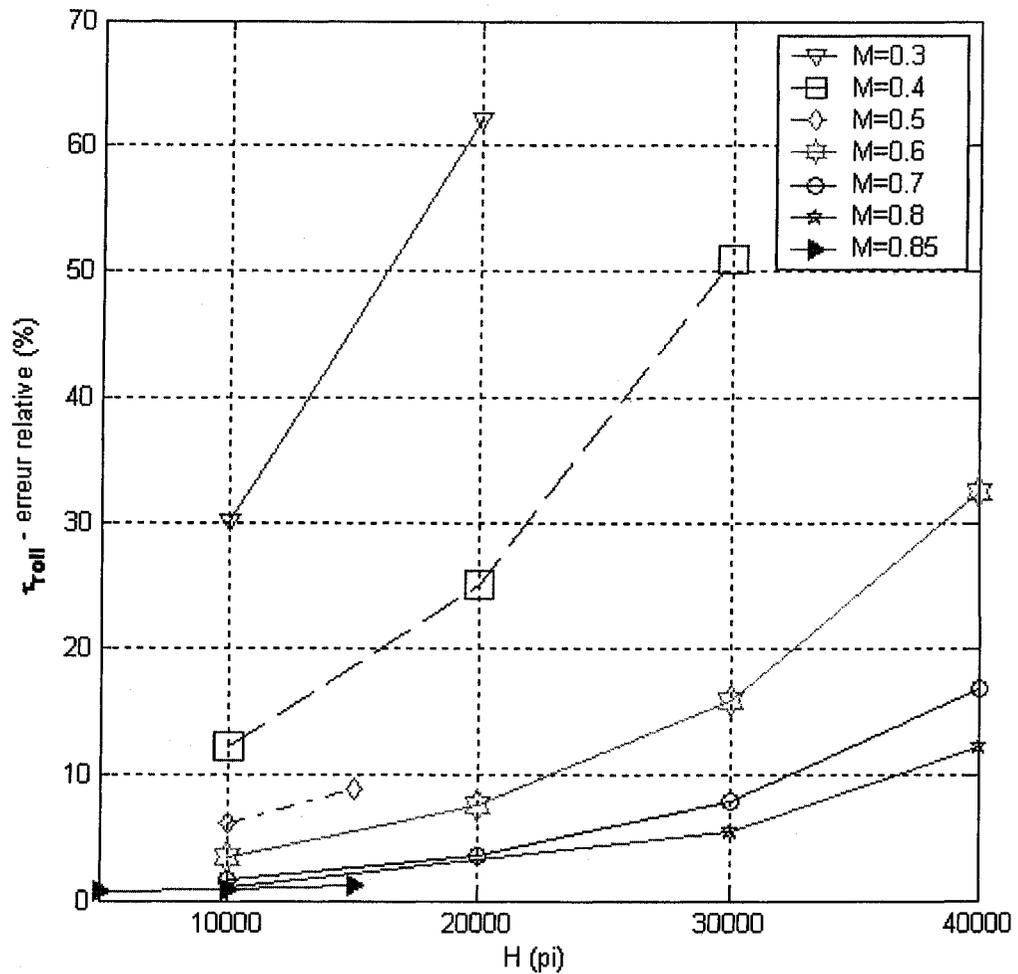
L'erreur relative pour la constante de temps du mode de roulis τ_{roul} versus l'altitude H est représentée sur les Graphiques 17 et 18 pour des grands nombres de Mach M (Graphique 17) et pour des petits nombres de Mach M (Graphique 18).

Suite à la comparaison entre les valeurs numériques de l'erreur relative calculée pour τ_{roul} sur les Graphiques 17 et 18, nous remarquons qu'elle est beaucoup plus grande pour et

des petites nombres de Mach M (Graphique 18) que pour des grands nombres de Mach M (Graphique 17).



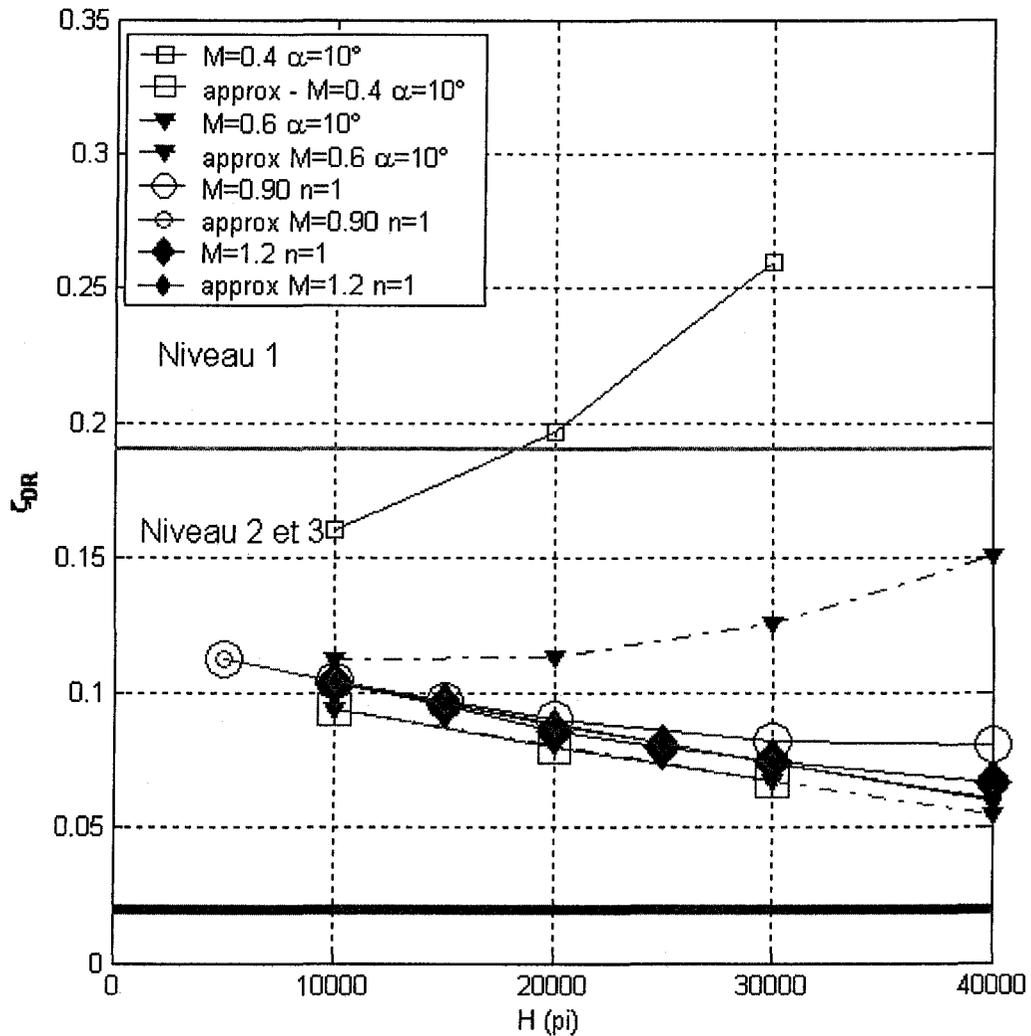
Graphique 17 L'erreur relative pour τ_{roll} versus l'altitude H pour des grands nombres de Mach M



Graphique 18 L'erreur relative pour τ_{roll} versus l'altitude H pour des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$

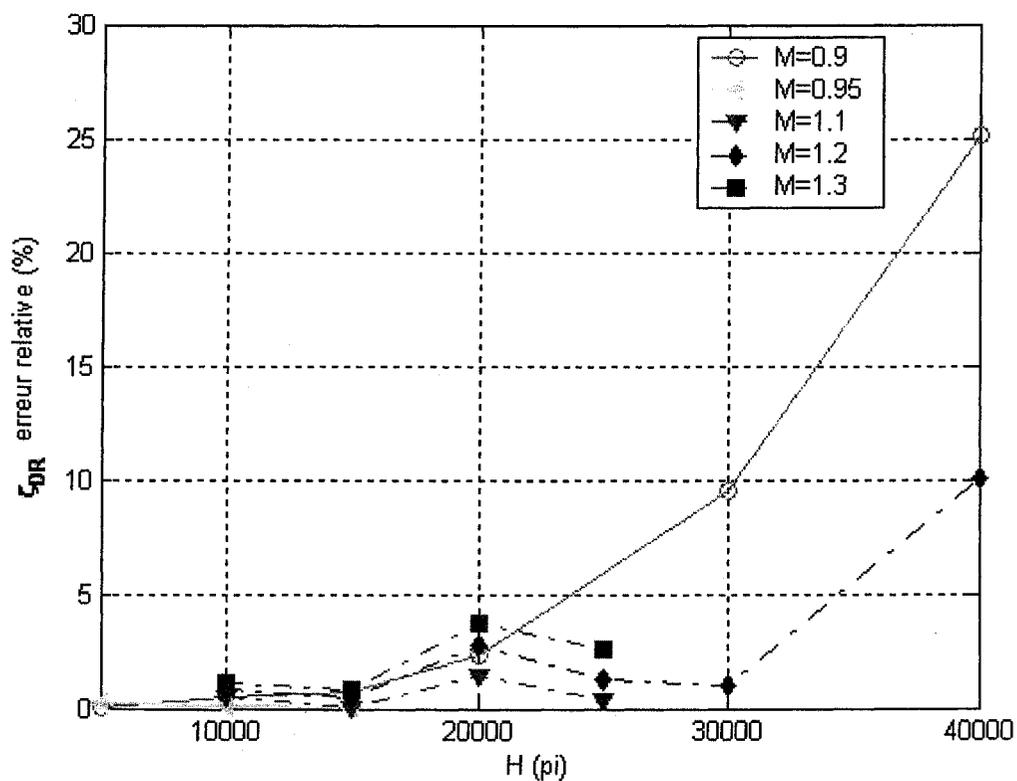
5.5 Mode de roulis hollandais

Dans le Graphique 19, nous représentons la variation du taux de l'amortissement du mode de roulis hollandais ζ_{DR} avec l'altitude H calculée avec les deux méthodes (exacte et approximative) pour plusieurs cas de vol caractérisés par des nombres de Mach M et angles d'attaque α .

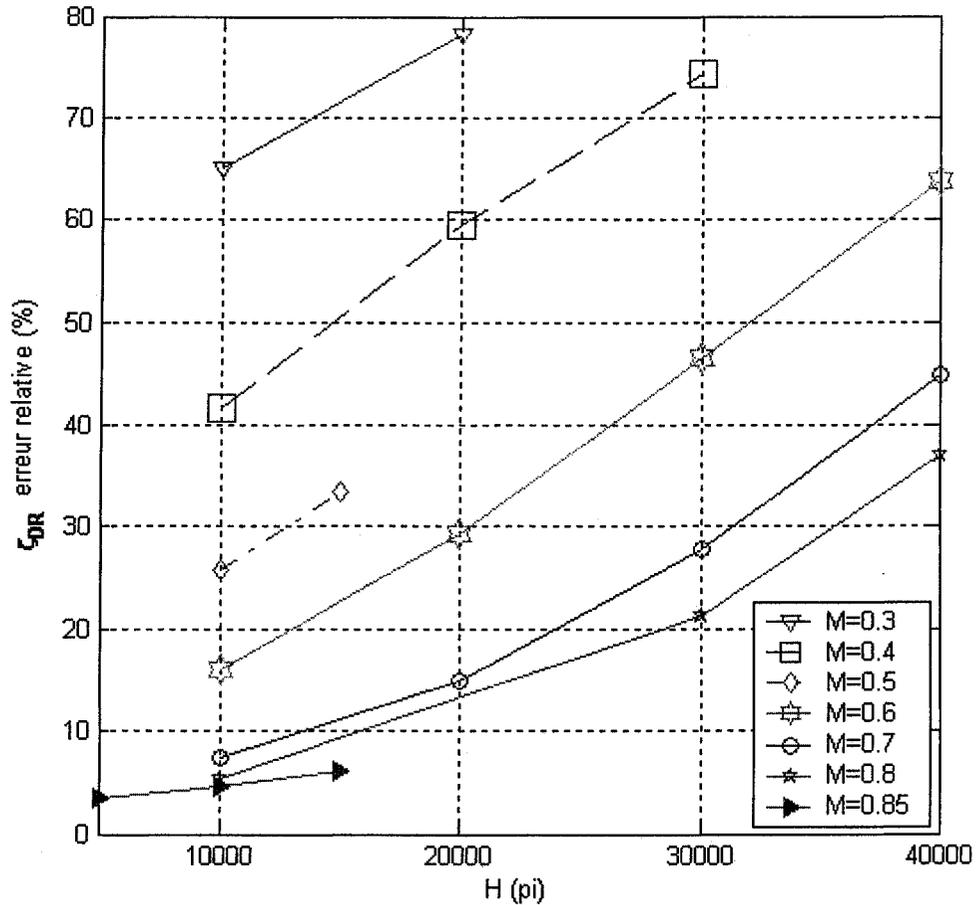


Graphique 19 Variation du taux de l'amortissement pour le mode roulis hollandais ζ_{DR} avec l'altitude H calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative

L'erreur relative calculée pour le taux d'amortissement du roulis hollandais ζ_{DR} est tracée versus l'altitude H sur le Graphique 20 pour des nombres de Mach M plus grandes que 0,9 (Graphique 20) et pour des nombres de Mach M plus petits que 0,9 (Graphique 21). Nous pouvons voir que l'erreur relative augmente, dans le plupart des cas avec l'altitude H .

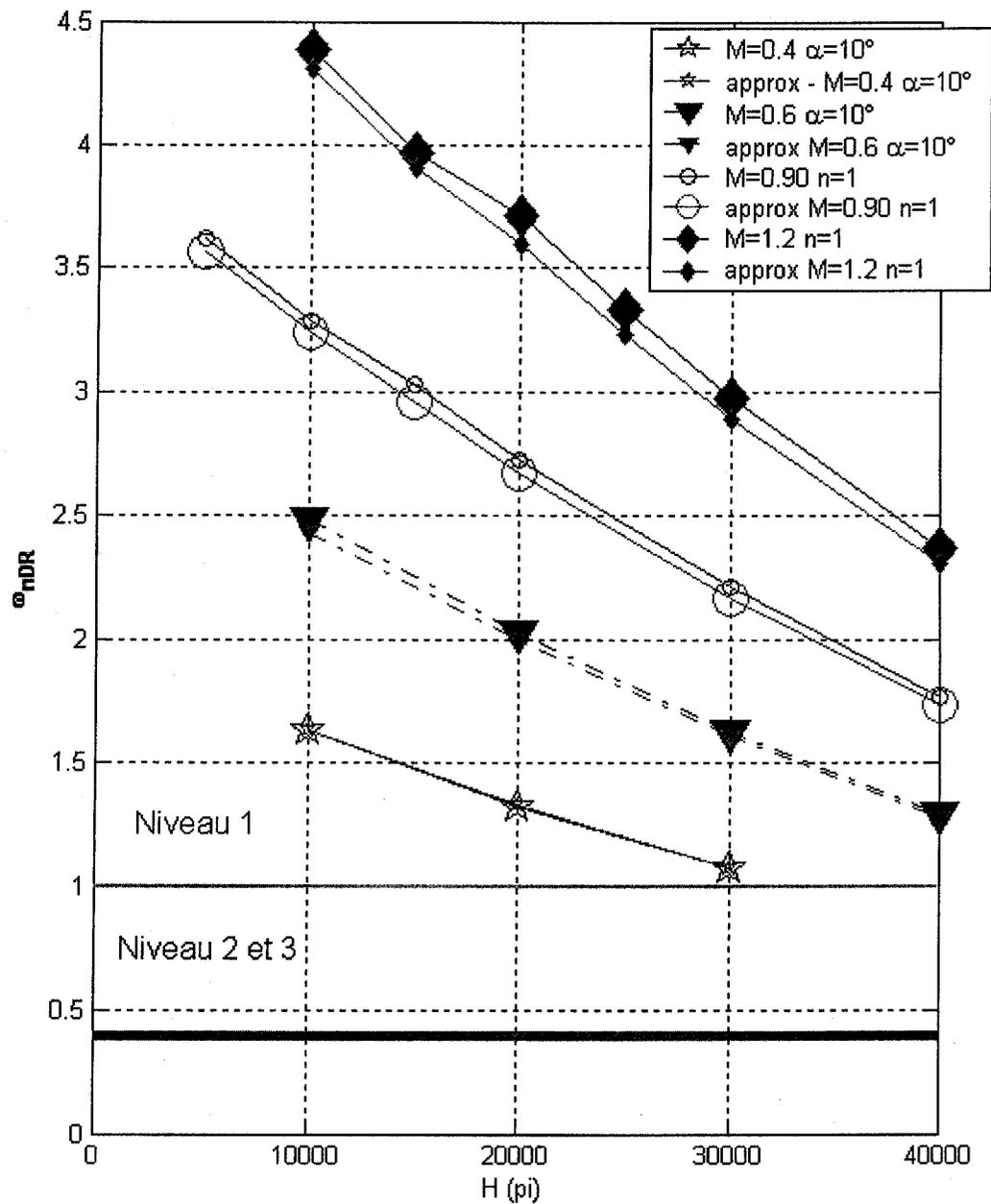


Graphique 20 L'erreur relative pour ζ_{DR} versus l'altitude H pour les cas de vol avec des petits angles d'attaque α et grands nombres de Mach M



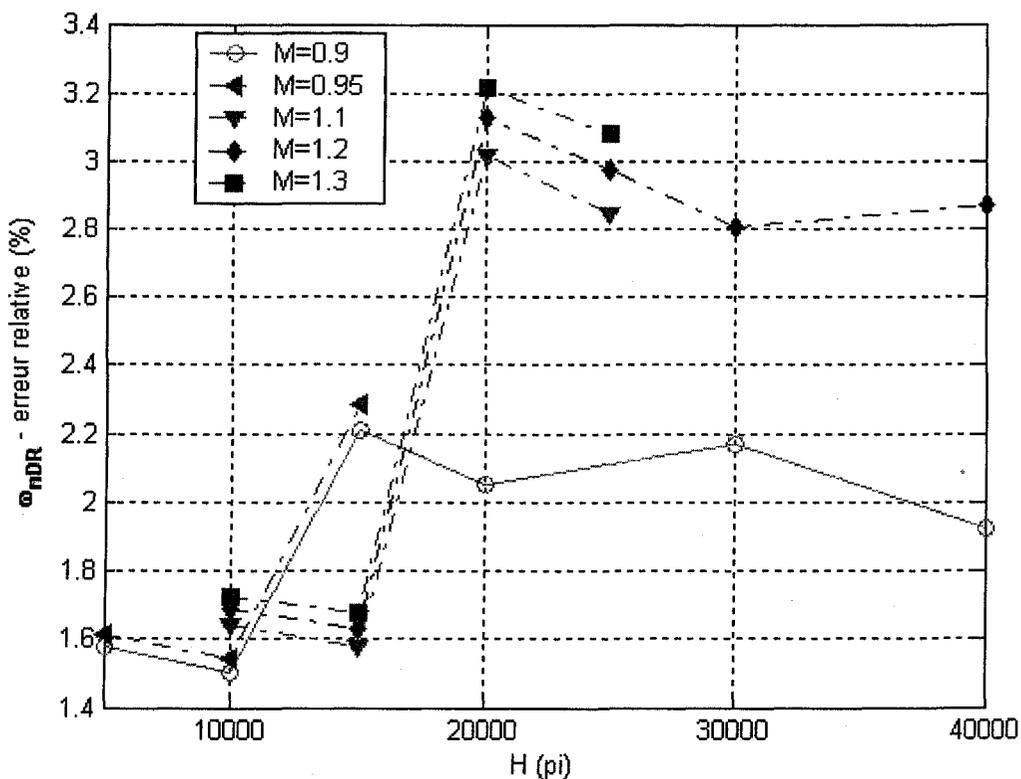
Graphique 21 L'erreur relative pour ζ_{DR} versus l'altitude H pour les cas de vol avec des petits nombres de Mach M et angles d'attaque $\alpha = 10^\circ$

Nous représentons dans le Graphique 22 la variation de la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{nDR} avec l'altitude H calculée avec les deux méthodes (exacte et approximative) pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α . Suite à l'analyse des résultats représentés dans le Graphique 22, nous avons trouvé que l'avion a le meilleur niveau 1 de vol pour tous les cas de vol caractérisés par des combinaisons de nombres de Mach M et des angles d'attaque α . Nous remarquons aussi que l'erreur de la méthode approximative n'influence pas la qualification du niveau de qualité de vol de l'avion (car les méthodes exacte et approximative donnent les mêmes types de résultats ω_{nDR}).

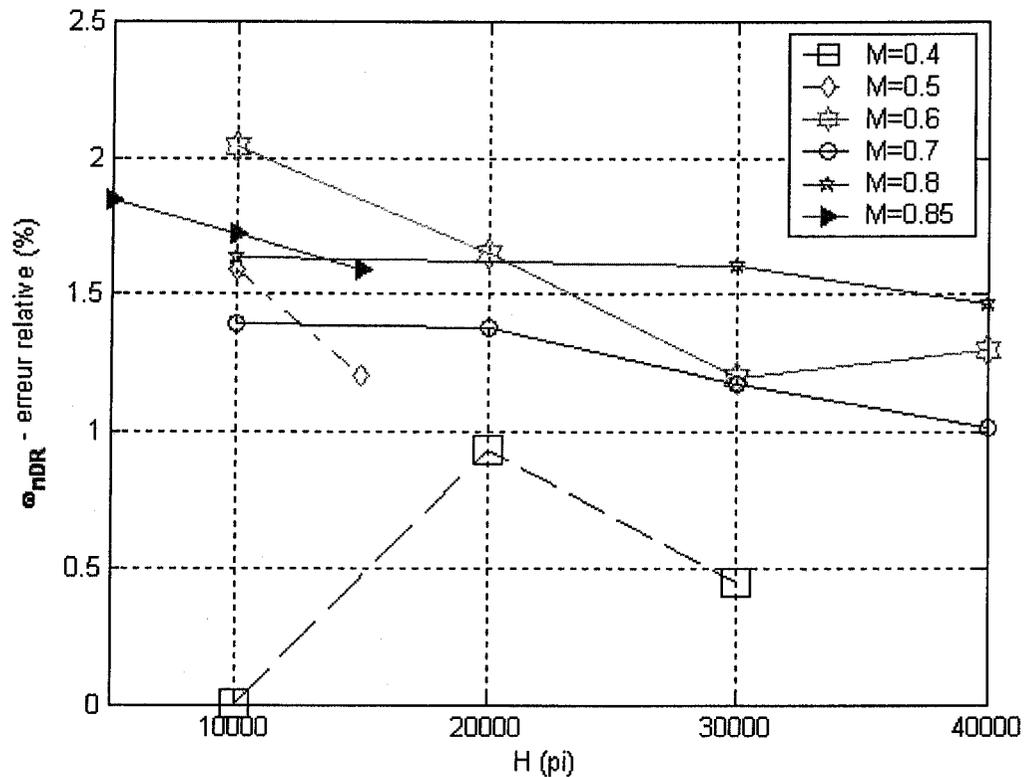


Graphique 22 Variation de la fréquence naturelle pour le mode de roulis hollandais ω_{nDR} avec l'altitude H calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative pour plusieurs combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α

L'erreur relative de la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{hDR} versus l'altitude H est montrée dans les Graphiques 23 et 24 pour des grands nombres de Mach (Graphique 23) et pour des petits nombres de Mach (Graphique 24). Nous remarquons que les valeurs numériques des erreurs relatives de ω_{hDR} sont toutes en bas de 4% (petites) pour tout les cas de vol analysés.

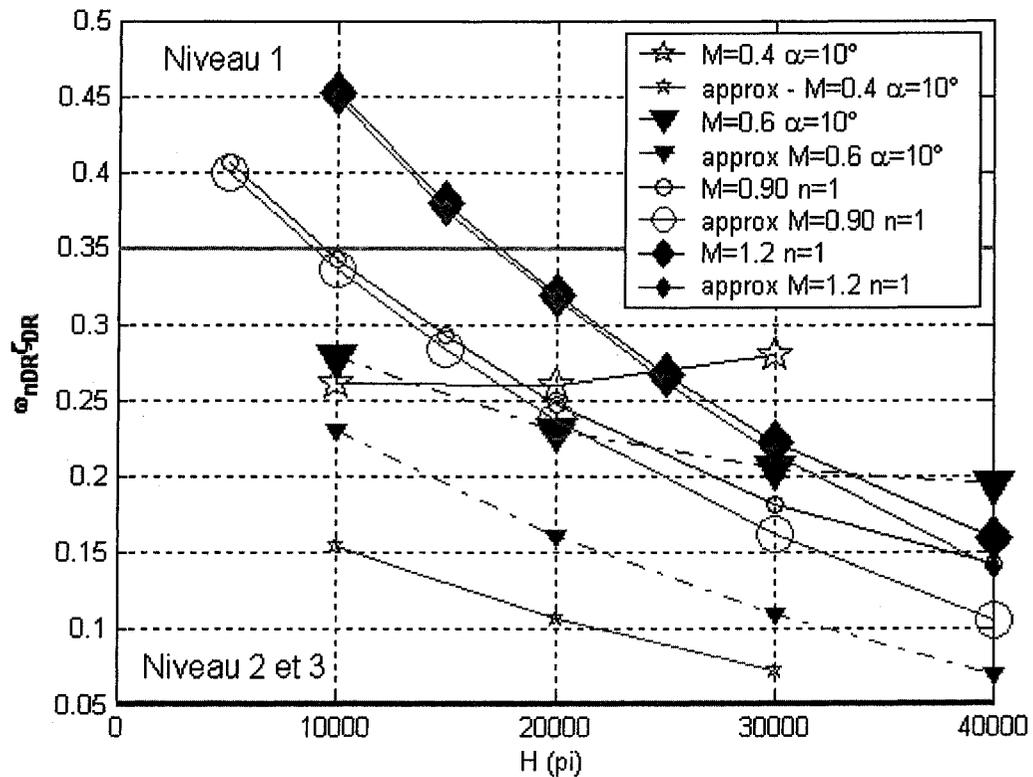


Graphique 23 L'erreur relative pour la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{hDR} versus l'altitude H pour des cas de vol avec des grands nombres de Mach M



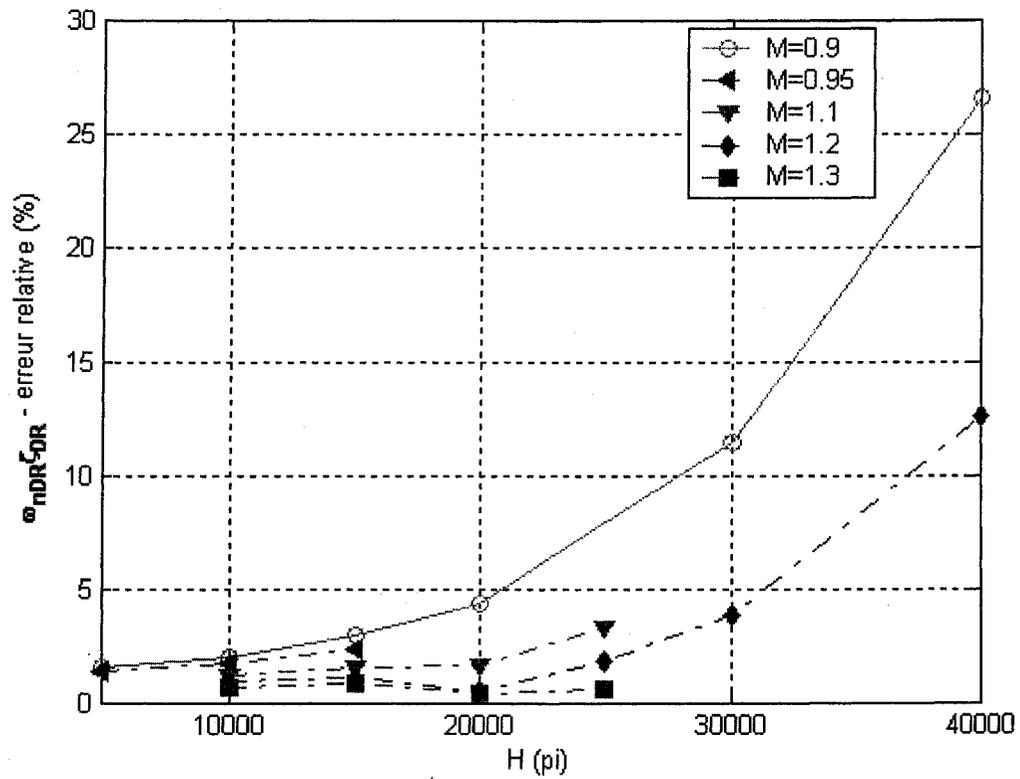
Graphique 24 L'erreur relative pour la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{nDR} versus l'altitude H pour des cas de vol avec des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$

Nous représentons dans le Graphique 25 la variation du produit de la fréquence naturelle avec le taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{DR}\omega_{nDR}$ avec l'altitude H calculée avec les deux méthodes (exacte et approximative) pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α . Suite à l'analyse des résultats représentés dans le Graphique 25, nous avons trouvé que la différence entre les résultats des calculs $\zeta_{DR}\omega_{nDR}$ obtenus avec la méthode exacte et les résultats obtenus avec la méthode approximative est plus grande pour des nombres de Mach petits que pour des nombres de Mach grandes.

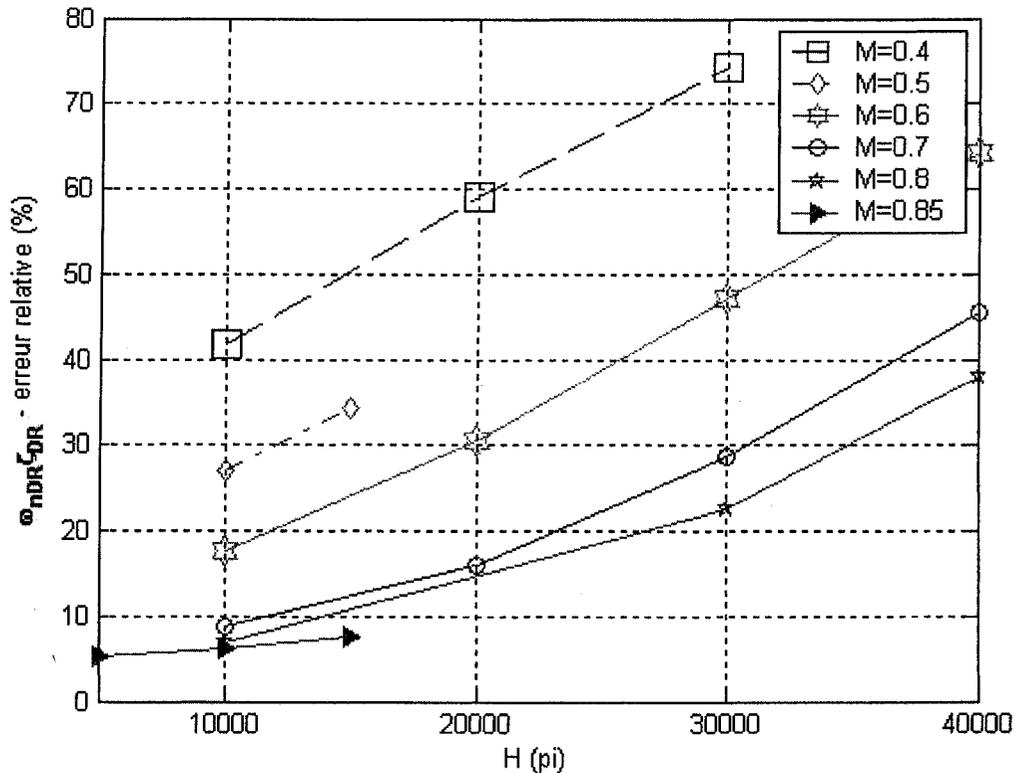


Graphique 25 Variation du produit de la fréquence naturelle avec le taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{DR} \omega_{nDR}$ avec l'altitude H calculée par la méthode exacte et par la méthode approximative pour plusieurs combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α

L'erreur relative du produit de la fréquence naturelle avec taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{DR} \omega_{nDR}$ versus l'altitude H est montrée dans les Graphiques 26 et 27 pour nombres de Mach des plus grands que 0.9 (Graphique 26) et pour nombres de Mach des plus petits que 0.85 (Graphique 27). Nous remarquons que les valeurs numériques des erreurs relatives de $\zeta_{DR} \omega_{nDR}$ augmentent avec l'altitude et diminuent avec le nombre de Mach et sont plus grandes pour des nombres de Mach des plus petits que 0.85 que pour des nombres de Mach des plus grands que 0.9.



Graphique 26 L'erreur relative du produit de la fréquence naturelle avec le taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{DR}\omega_{nDR}$ versus l'altitude H pour des cas de vol avec des grands nombres de Mach M



Graphique 27 L'erreur relative du produit de la fréquence naturelle avec le taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{DR}\omega_{nDR}$ versus l'altitude H pour des cas de vol avec des petits nombres de Mach M et angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$

5.6 Conclusion sur l'utilisation de la méthode approximative pour le mouvement latéral

Nous remarquons le fait que les qualités de vol ne peuvent pas être calculées pour le mode de spirale par la méthode approximative pour tous les cas de vol, car l'erreur relative calculée par cette méthode est très grande. L'approximation du mode de roulis est très bonne pour les cas de vol avec des grands nombres de Mach M , mais elle est inacceptable pour des petits nombres de Mach M . L'approximation du mode de roulis hollandais donne des résultats exprimés sous forme des fréquences ω_{nDR} acceptables (l'erreur est plus petite que 4) dans tous le cas de vol étudiées.

L'approximation de l'amortissement du mode de roulis hollandais ζ_{DR} pour des petits nombres de Mach M donne des erreurs relatives plus grandes que 10% dans la majorité de cas étudiées. Les mêmes résultats nous avons obtenus pour le produit de la fréquence naturelle et le taux d'amortissement du mode de roulis hollandais $\zeta_{DR}\omega_{nDR}$.

CHAPITRE 6

QUALITÉS DE VOL POUR LE MOUVEMENT LONGITUDINAL

6.1 Valeurs des paramètres nécessaires aux calculs des qualités de vol

Dans les Tableaux suivantes XV et XVI, les paramètres nécessaires pour la détermination des qualités de vol sont donnés pour le mouvement longitudinal de période longue (*phugoid p*) et période courte (*short period sp*), car ces paramètres ont été calculés au chapitre 4. Les paramètres correspondants au mouvement de période longue p sont : la fréquence ω_{np} , l'amortissement ζ_p , la période T_p , le temps pour réduire de moitié l'amplitude $T_{1/2p}$ et le nombre des cycles pour réduire à moitié l'amplitude $N_{1/2p}$. Les paramètres correspondants au mouvement de période courte sp sont : la fréquence ω_{nsp} , l'amortissement ζ_{sp} , la période T_{sp} , le facteur de charge n/α et le CAP.

Les paramètres correspondants au mouvement de la période longue sont donnés dans le Tableau XV pendant que les paramètres correspondants au mouvement de la période courte sont donnés dans le Tableau XVI.

Un total de 52 cas de vols sont étudiés, en en fonction du nombre de Mach M , de l'altitude N et de l'angle d'attaque, α

Tableau XV

Paramètres pour la détermination des niveaux de vol pour
le mode de période longue

Conditions de vol M, H, α			Mode de période longue				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{np}	ζ_p	T_p	T_{2p}	N_{2p}
0.3	1000	7.49°	0.1219	0.0194	51.55	293.16	5.6717
	10000	10°	0.0949	-0.0761	66.38	95.94	1.4415
	20000	10°	0.0845	-0.1116	74.81	73.51	0.9799
0.4	1000	4.31°	0.0916	0.0436	68.68	173.59	2.5209
	10000	10°	0.0868	-0.0183	72.38	437.00	6.0216
	20000	10°	0.0692	-0.0677	90.96	147.92	1.6220
	30000	10°	0.0643	-0.1120	98.32	96.20	0.9759
0.5	1000	2.85°	0.0771	0.0824	81.82	109.12	1.3301
	10000	10°	0.1166	0.0872	54.10	68.18	1.2569
0.5	15000	10°	0.1273	0.1563	49.98	34.83	0.6949
	20000	5.45°	0.0829	0.0485	75.86	172.27	2.2650
0.6	1000	2.11°	0.0650	0.1195	97.37	89.21	0.9138
	10000	10°	0.1274	0.1600	49.96	33.99	0.6786
	15000	10°	0.1182	0.1370	53.65	42.77	0.7952
	20000	10°	0.1102	0.1183	57.44	53.18	0.9234
	30000	10°	0.0953	0.0888	66.17	81.84	1.2335
	40000	10°	0.0787	0.0565	79.95	155.82	1.9438

Tableau XV (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période longue				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{np}	ζ_p	T_p	T_{2p}	N_{2p}
0.7	1000	2.11°	0.0556	0.1646	114.57	75.70	0.6590
	10000	10°	0.1334	0.2214	48.29	23.47	0.4846
	20000	10°	0.1159	0.1829	55.15	32.70	0.5913
	30000	10°	0.0989	0.1471	64.24	47.63	0.7395
	35000	5.1°	0.0651	0.0617	96.74	172.60	1.7794
	40000	10°	0.0813	0.1154	77.79	73.86	0.9470
0.8	10000	10°	0.1334	0.2608	48.80	19.93	0.4072
	30000	10°	0.0987	0.1745	64.63	40.23	0.6207
	40000	10°	0.0811	0.1373	78.26	62.26	0.7934
0.85	5000	10°	0.1425	0.3069	46.33	15.85	0.3411
	10000	10°	0.1334	0.2802	49.08	18.55	0.3769
	15000	10°	0.1243	0.2545	52.27	21.90	0.4179
0.9	5000	1.36°	0.0484	0.2502	134.22	57.28	0.4256
	10000	1.36°	0.0450	0.2262	143.31	68.06	0.4737
	15000	1.73°	0.0511	0.1662	124.74	81.62	0.6526
	20000	1.73°	0.0472	0.1493	134.53	98.25	0.7284
0.9	30000	2.36°	0.0496	0.1021	127.40	136.88	1.0716
	40000	2.36°	0.0511	0.0803	123.24	168.80	1.3661
0.95	5000	1.36°	0.0484	0.2644	134.73	54.21	0.4013

Tableau XV (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période longue				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{np}	ζ_p	T_p	T_{2p}	N_{2p}
0.95	10000	1.36°	0.0450	0.2390	143.77	64.43	0.4470
0.95	15000	1.73°	0.0511	0.1757	124.95	77.21	0.6163
1.1	10000	1.36°	0.0450	0.2773	145.31	55.53	0.3811
	15000	1.36°	0.0417	0.2499	155.56	66.47	0.4262
	20000	2.36°	0.0587	0.1577	108.46	74.92	0.6888
	25000	2.36°	0.0540	0.1411	117.51	90.92	0.7717
1.2	10000	1.36°	0.0450	0.3028	146.49	50.85	0.3462
	15000	1.36°	0.0417	0.2729	156.46	60.83	0.3877
	20000	2.36°	0.0587	0.1725	108.74	68.50	0.6283
	25000	2.36°	0.0540	0.1544	117.75	83.12	0.7041
	30000	2.36°	0.0495	0.1376	128.09	101.71	0.7919
	40000	2.36°	0.0510	0.1087	123.92	124.99	1.0059
1.3	10000	1.36°	0.0450	0.3283	147.80	46.90	0.3165
	15000	1.36°	0.0417	0.2959	157.58	56.10	0.3551
	20000	2.36°	0.0587	0.1872	109.04	63.11	0.5772
	25000	2.36°	0.0540	0.1676	118.01	76.57	0.6472

Tableau XVI

Paramètres pour la détermination des niveaux de vol pour le mode de période courte

Conditions de vol M, H, α			Mode de période courte				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{nsp}	ζ_{sp}	T_{sp}	n/α	CAP
0.3	1000	7.49°	1.0331	0.4808	6.936	6.69	0.1596
	10000	10°	0.4637	0.7629	20.957	4.21	0.0511
	20000	10°	0.3440	0.7298	26.718	2.82	0.0420
0.4	1000	4.31°	1.4224	0.4692	5.002	12.47	0.1622
	10000	10°	0.5490	0.8360	20.857	7.55	0.0399
	20000	10°	0.3766	0.8615	32.855	5.08	0.0279
	30000	10°	0.2782	0.8049	38.053	3.29	0.0235
0.5	1000	2.85°	2.4833	0.3504	2.702	20.68	0.2983
	10000	10°	0.8900	0.6266	9.059	12.01	0.0660
0.5	15000	10°	1.0070	0.1928	6.359	10.39	0.0976
	20000	5.45°	1.2571	0.3455	5.326	9.59	0.1648
0.6	1000	2.11°	3.4723	0.3120	1.905	31.11	0.3875
	10000	10°	1.2604	0.5208	5.840	17.59	0.0903
	15000	10°	1.0734	0.5150	6.829	14.49	0.0795
	20000	10°	0.9451	0.4888	7.621	11.87	0.0753
	30000	10°	0.7489	0.4201	9.245	7.71	0.0728
	40000	10°	0.5324	0.3820	12.769	4.80	0.0590

Tableau XVI (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période courte				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{hsp}	ζ_{sp}	T_{sp}	n/α	CAP
0.7	1000	2.11°	4.2415	0.3160	1.561	45.01	0.3997
	10000	10°	1.8441	0.4028	3.722	21.88	0.1554
	20000	10°	1.4976	0.3494	4.478	14.83	0.1512
	30000	10°	1.1996	0.2962	5.484	9.60	0.1499
	35000	5.1°	1.6558	0.2181	3.888	10.48	0.2616
	40000	10°	0.9312	0.2467	6.963	6.02	0.1439
0.8	10000	10°	2.1077	0.4022	3.256	28.57	0.1555
	30000	10°	1.3697	0.2953	4.801	12.51	0.1500
	40000	10°	1.0619	0.2455	6.104	7.83	0.1441
0.85	5000	10°	2.4903	0.4297	2.794	39.02	0.1589
	10000	10°	2.2396	0.4019	3.064	32.25	0.1555
	15000	10°	2.0091	0.3745	3.373	26.47	0.1525
0.9	5000	1.36°	6.7646	0.2986	0.973	86.31	0.5302
	10000	1.36°	6.1177	0.2780	1.069	71.36	0.5245
	15000	1.73°	5.4035	0.2591	1.204	56.76	0.5144
	20000	1.73°	4.8571	0.2396	1.332	46.27	0.5099
0.9	30000	2.36°	3.7916	0.2013	1.692	28.47	0.5051
	40000	2.36°	2.7574	0.1738	2.314	17.04	0.4463
0.95	5000	1.36°	7.1403	0.2986	0.922	96.16	0.5302

Tableau XVI (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de période courte				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{hsp}	ζ_{sp}	T_{sp}	n/α	CAP
0.95	10000	1.36°	6.4566	0.2779	1.013	79.48	0.5245
0.95	15000	1.73°	5.7036	0.2591	1.141	63.24	0.5144
1.1	10000	1.36°	7.4761	0.2779	0.875	106.56	0.5245
	15000	1.36°	6.7392	0.2576	0.965	87.44	0.5194
	20000	2.36°	5.8004	0.2381	1.115	65.63	0.5127
	25000	2.36°	5.1919	0.2192	1.240	53.00	0.5086
1.2	10000	1.36°	8.1556	0.2779	0.802	126.81	0.5245
	15000	1.36°	7.3523	0.2578	0.884	104.06	0.5195
	20000	2.36°	6.3279	0.2381	1.022	78.11	0.5127
	25000	2.36°	5.6638	0.2192	1.137	63.07	0.5086
	30000	2.36°	5.0490	0.2010	1.270	50.48	0.5051
	40000	2.36°	3.6663	0.1733	1.740	30.12	0.4463
1.3	10000	1.36°	8.8353	0.2779	0.740	148.83	0.5245
	15000	1.36°	7.9650	0.2578	0.816	122.13	0.5195
	20000	2.36°	6.8552	0.2381	0.944	91.67	0.5127
	25000	2.36°	6.1357	0.2192	1.050	74.02	0.5086

6.2 Qualités de vol pour le mouvement longitudinal

Pour le calcul des qualités de vol correspondantes au mouvement longitudinal de l'avion *seulement* les paramètres suivants sont considérés : l'amortissement du mode de période courte ζ_{sp} , l'amortissement du mode de période longue ζ_{lp} le facteur de charge n/α et le CAP. Ces paramètres ont été présentés dans les Tableaux XV et XVI.

Les qualités de vol pour le mouvement longitudinal de l'avion peuvent être calculées en fonction des valeurs de ces paramètres pour plusieurs conditions de vol, en tenant compte des tableaux et de graphiques au chapitre 3.

Le Tableau XVII donne les qualités de vol pour le mouvement longitudinal

Tableau XVII

Les qualités de vol pour le mouvement longitudinal

Conditions de vol			Qualités de vol			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α	Période longue ζ_p	Période courte ζ_{sp}	Période courte $\omega_{nsp_n/\alpha}$	Période courte CAP
0.3	1000	7.49°	2	1	3	3
	10000	10°	3	1	3	3
	20000	10°	3	1	3	3
0.4	1000	4.31°	1	1	2	2
	10000	10°	3	1	3	3
	20000	10°	3	1	3	3

Tableau XVII (suite)

Conditions de vol			Qualités de vol			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α	Période longue ζ_p	Période courte ζ_{sp}	Période courte $\omega_{nsp_n/\alpha}$	Période courte CAP
0.4	30000	10°	3	1	3	3
	40000	10°	3	1	3	3
0.5	1000	2.85°	1	1	1	1
	10000	10°	1	1	3	3
0.5	15000	10°	1	3	3	3
	20000	5.45°	1	2	2	2
0.6	1000	2.11°	1	2	1	2
	10000	10°	1	1	3	3
	15000	10°	1	1	3	3
	20000	10°	1	1	3	3
	30000	10°	1	1	3	3
	40000	10°	1	1	3	3
0.7	1000	2.11°	1	2	1	2
	10000	10°	1	1	3	3
	20000	10°	1	2	3	3
	30000	10°	1	2	3	3
	35000	5.1°	1	3	2	3
	40000	10°	1	3	3	3

Tableau XVII (suite)

Conditions de vol			Qualités de vol			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α	Période longue ζ_p	Période courte ζ_{sp}	Période courte $\omega_{nsp_n/\alpha}$	Période courte CAP
0.8	10000	10°	1	1	3	3
	30000	10°	1	2	3	3
	40000	10°	1	3	3	3
0.85	5000	10°	1	1	3	3
	10000	10°	1	1	3	3
	15000	10°	1	1	3	3
0.9	5000	1.36°	1	2	1	2
	10000	1.36°	1	2	1	2
	15000	1.73°	1	2	1	2
	20000	1.73°	1	3	1	3
0.9	30000	2.36°	1	3	1	3
	40000	2.36°	1	3	1	3
0.95	5000	1.36°	1	2	1	2
	10000	1.36°	1	2	1	2
	15000	1.73°	1	2	1	2
1.1	10000	1.36°	1	2	1	2
	15000	1.36°	1	2	1	2
	20000	2.36°	1	3	1	3

Tableau XVII (suite)

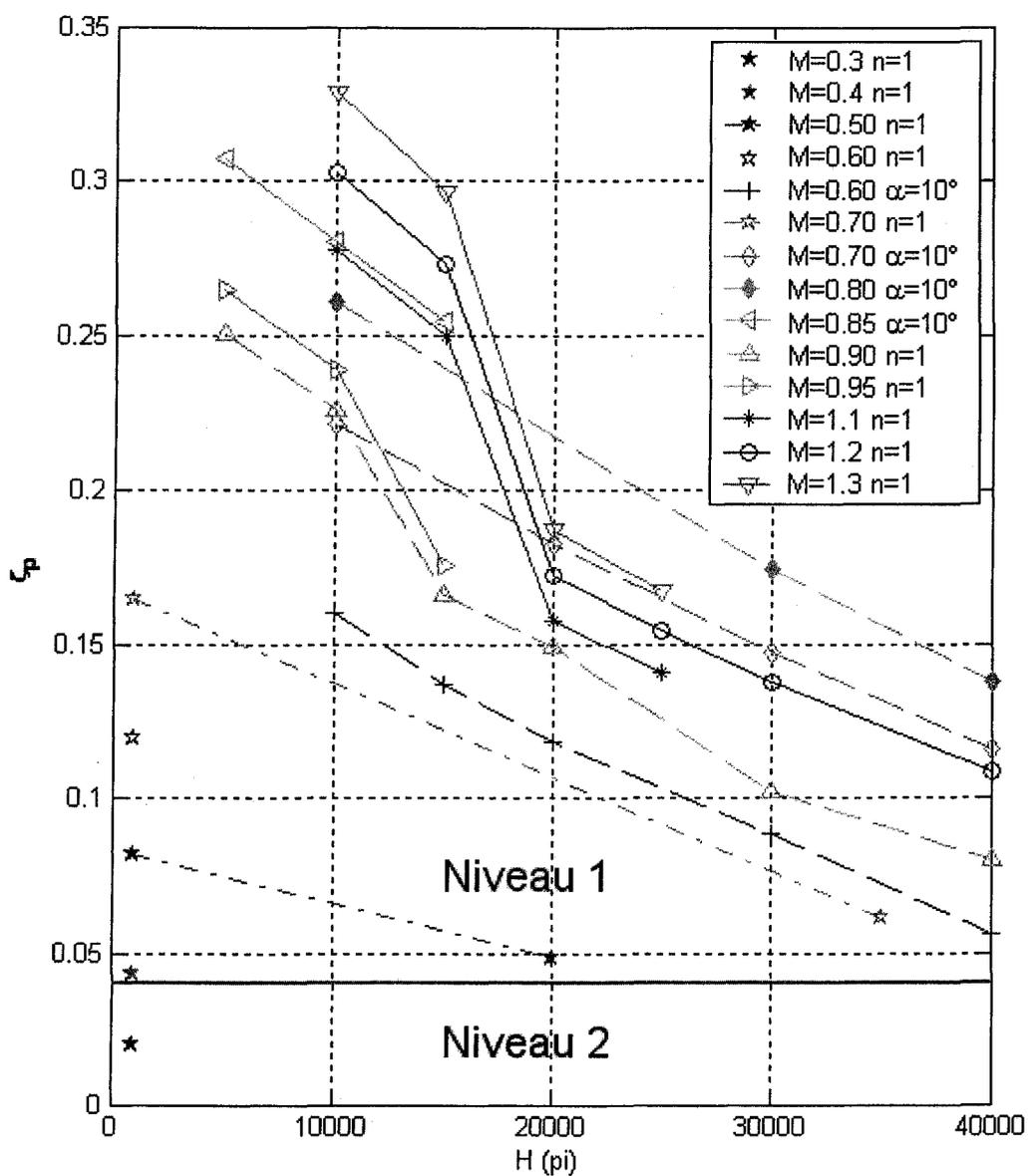
Conditions de vol			Qualités de vol			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α	Période longue ζ_p	Période courte ζ_{sp}	Période courte $\omega_{nsp_n/\alpha}$	Période courte CAP
1.1	25000	2.36°	1	3	1	3
1.2	10000	1.36°	1	2	1	2
	15000	1.36°	1	2	1	2
	20000	2.36°	1	3	1	3
1.2	25000	2.36°	1	3	1	3
	30000	2.36°	1	3	1	3
	40000	2.36°	1	3	1	3
1.3	10000	1.36°	1	2	1	2
	15000	1.36°	1	2	1	2
	20000	2.36°	1	3	1	3
	25000	2.36°	1	3	1	3

6.3 Visualisation des qualités de vol pour le mode longitudinal de période longue

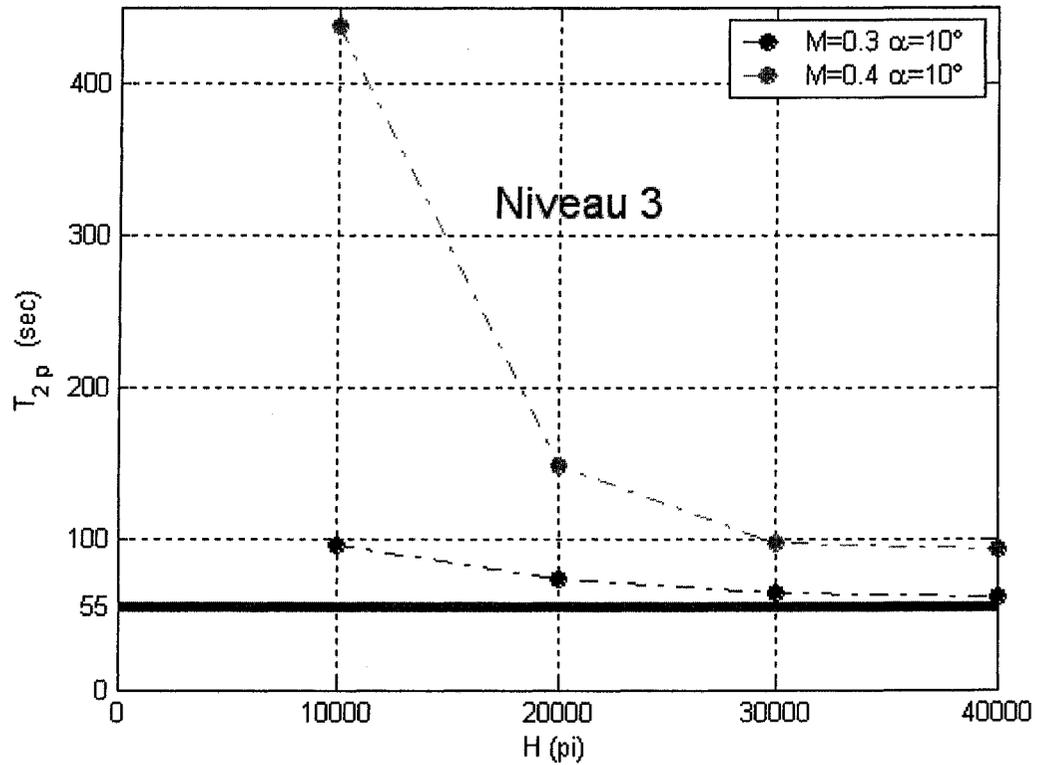
Suite à l'analyse des valeurs des qualités de vol présentés dans le tableau XVII, nous pouvons remarquer les excellentes qualités de vol (= 1) pour le mode de longue période obtenues grâce à la valeur de l'amortissement ζ_p .

Dans le Graphique 28, nous représentons la variation du taux l'amortissement ζ_p du mode de période longue avec l'altitude pour toutes les conditions de vol dans lesquelles l'avion

possède le niveau de vol 1 (lorsque $\zeta_p > 0.4$) ou 2 (lorsque $0 < \zeta_p < 0.4$). En effet, il existe une seule condition de vol ($M = 0.3$, $H = 1000$ pieds, $\alpha = 7.49^\circ$) pour laquelle l'avion possède le niveau 2 de vol pour le mode de période longue. Nous remarquons la réduction du taux d'amortissement ζ_p avec l'augmentation de l'altitude H et avec la réduction du nombre de Mach M .



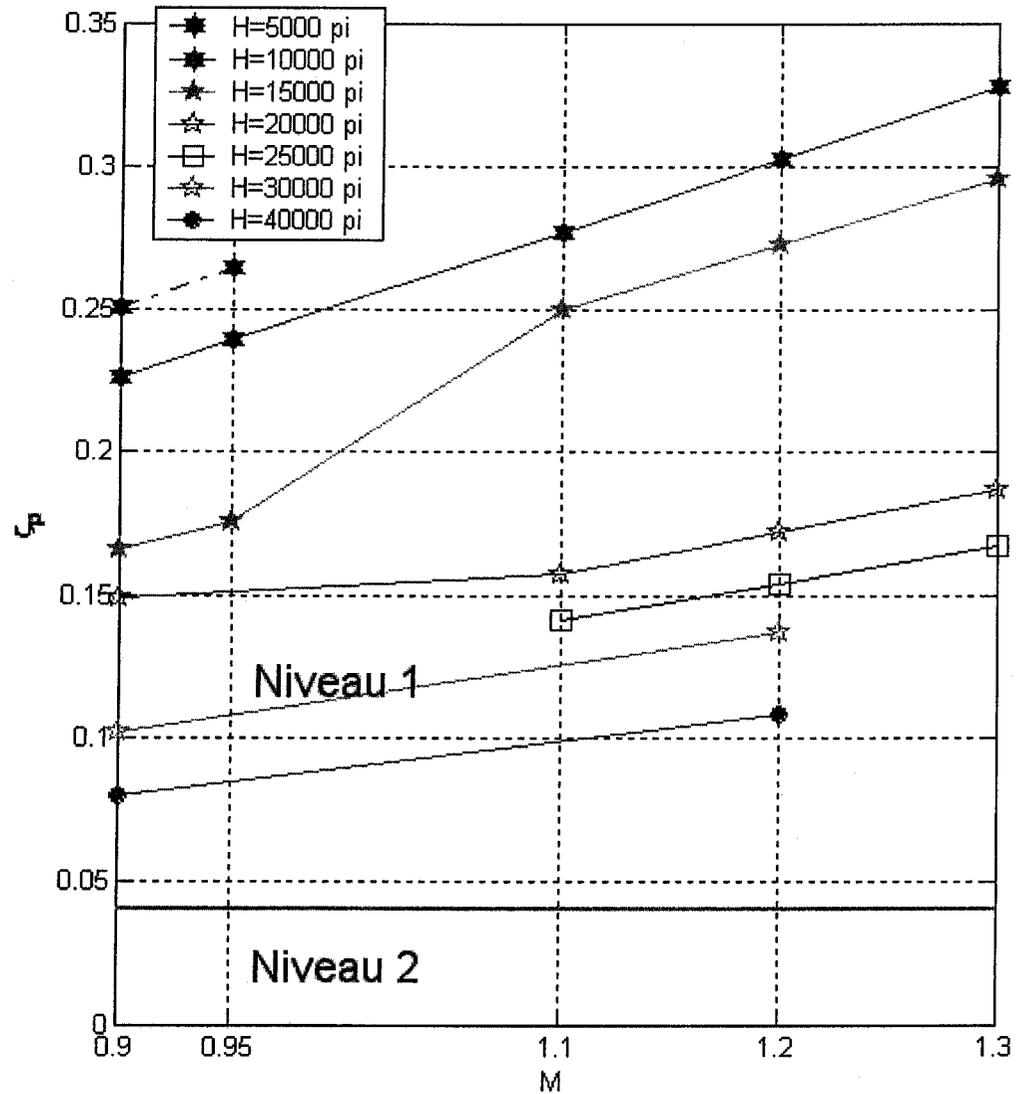
Graphique 28 La variation du taux de l'amortissement ζ_p avec l'altitude H



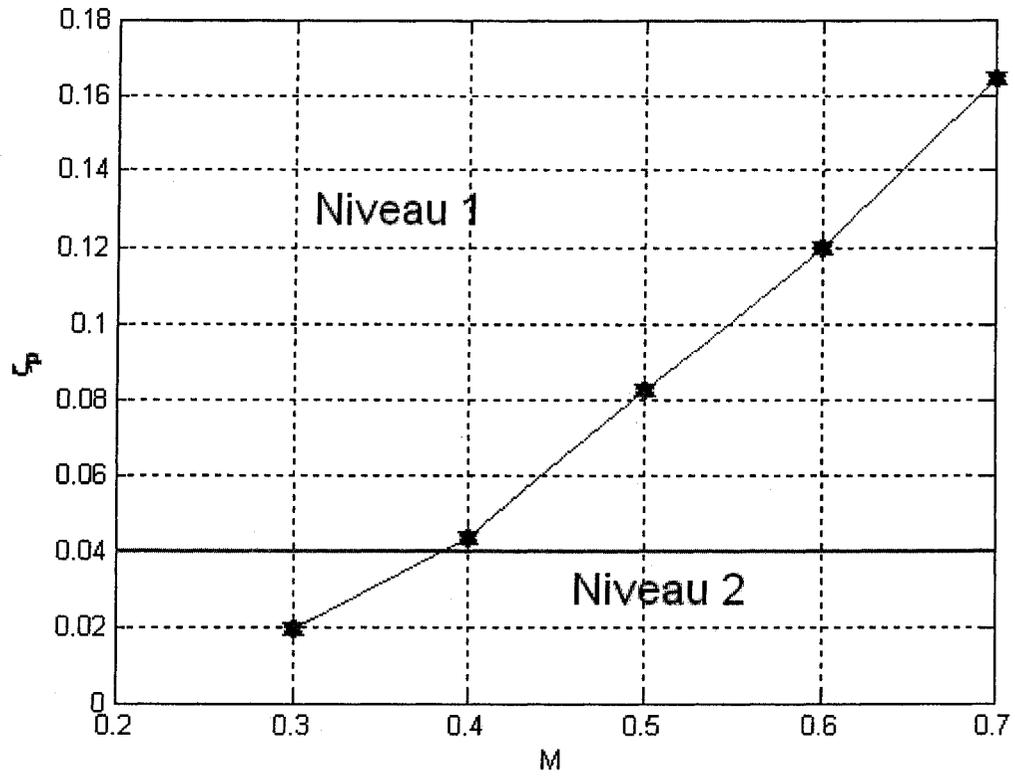
Graphique 29 La variation du temps pour doubler l'amplitude T_{2p} du mode de période longue avec l'altitude H

Dans le cas de vol mentionnés dans le Graphique 29, nous observons que le T_{2p} diminue avec l'augmentation de l'altitude H et avec la diminution du nombre de mach M

Dans le cas de vol aux Graphiques 30 et 31 pour altitudes différentes, nous observons que le taux de l'amortissement ζ_p augmente avec l'augmentation du nombre de Mach M .



Graphique 30 La variation du taux de l'amortissement ζ_p avec le nombre de Mach M



Graphique 31 La variation du taux de l'amortissement ζ_p avec le nombre de Mach M pour $H = 1000$ pi

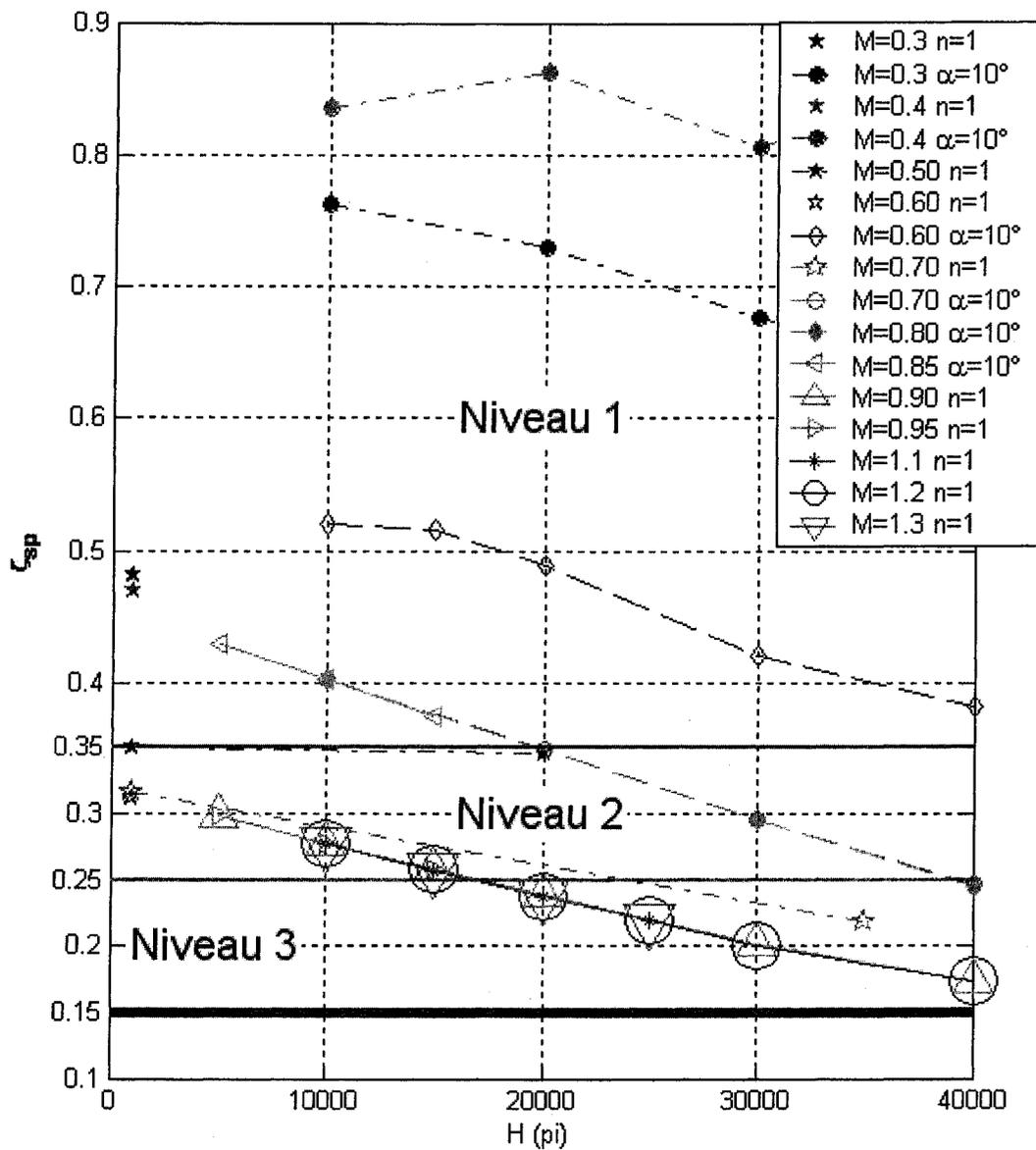
6.4 Mode longitudinal de période courte

Une première partie des résultats correspondants au mode longitudinal de période courte ont déjà été présentés dans les Tableaux XVI et XVII dans. Nous allons ajouter dans cette section une deuxième partie des résultats pour le mouvement longitudinal de période courte.

Nous remarquons, dans le Tableau XVII, le fait que pour la majorité des conditions de vol, l'avion a les niveaux 1 et 2 de vol, mais il possède aussi le niveau 3 de vol.

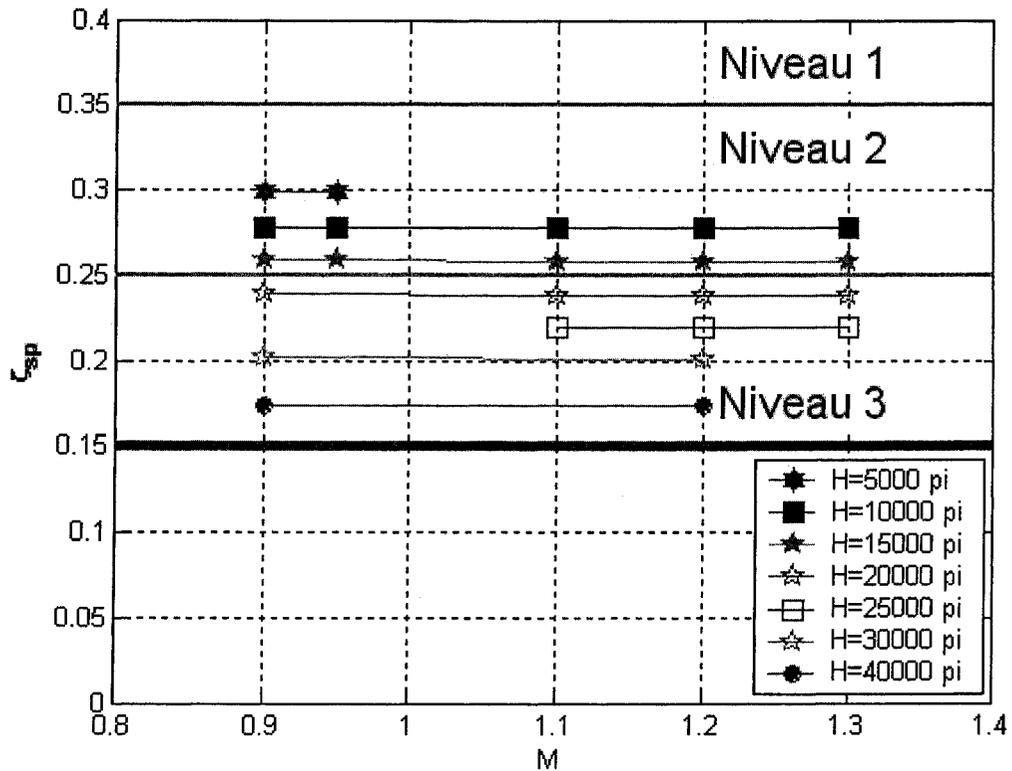
Nous remarquons aussi que les qualités de vol du mode de période courte ne sont pas aussi bonnes que pour le mode de période longue.

Dans le Graphique 29, nous présentons la variation du taux d'amortissement de période courte ζ_{sp} avec l'altitude H pour plusieurs conditions de vol caractérisées par l'angle d'attaque α et par le nombre de Mach. Pour toutes ces conditions de vol investiguées, nous remarquons la diminution du taux d'amortissement ζ_{sp} avec l'augmentation de l'altitude H .



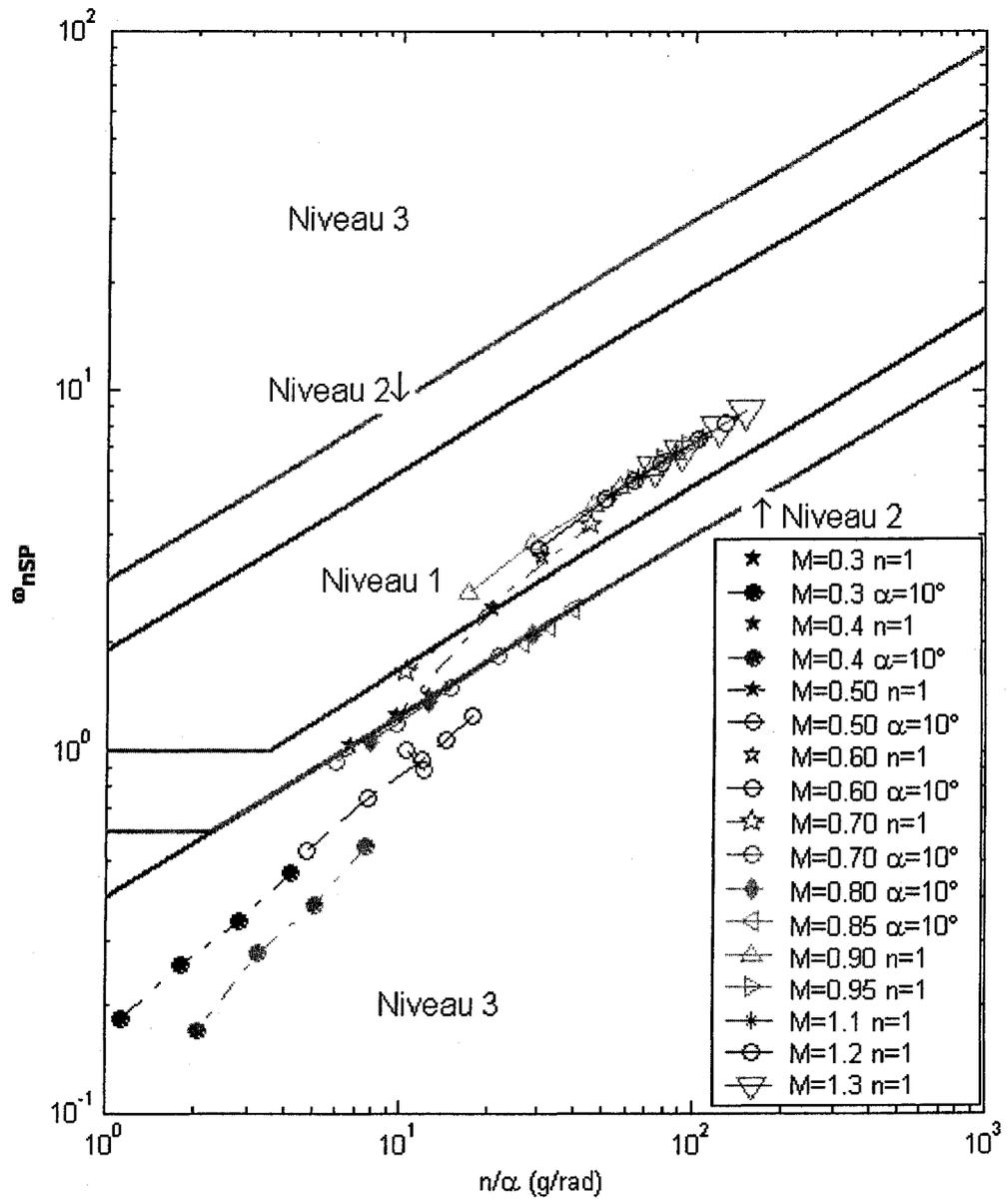
Graphique 32 La variation du taux de l'amortissement de courte période ζ_{sp} avec l'altitude pour plusieurs conditions de vol caractérisées par des nombres de Mach et l'angle d'attaque

Dans le Graphique 33, nous représentons la variation du taux d'amortissement ζ_{sp} avec le nombre de Mach M pour les conditions de vol caractérisées par des nombres de Mach plus grandes que 0.8 et pour plusieurs altitudes. Nous remarquons dans le Graphique 33 la constance de l'amortissement ζ_{sp} avec le nombre de Mach, pour les mêmes altitudes.



Graphique 33 La variation du taux d'amortissement ζ_{sp} avec le nombre de Mach pour des nombres de Mach grandes et plusieurs altitudes

Dans le Graphique 34, nous représentons la fréquence naturelle du mode de période courte ω_{nsp} avec le au facteur de charge n/α .

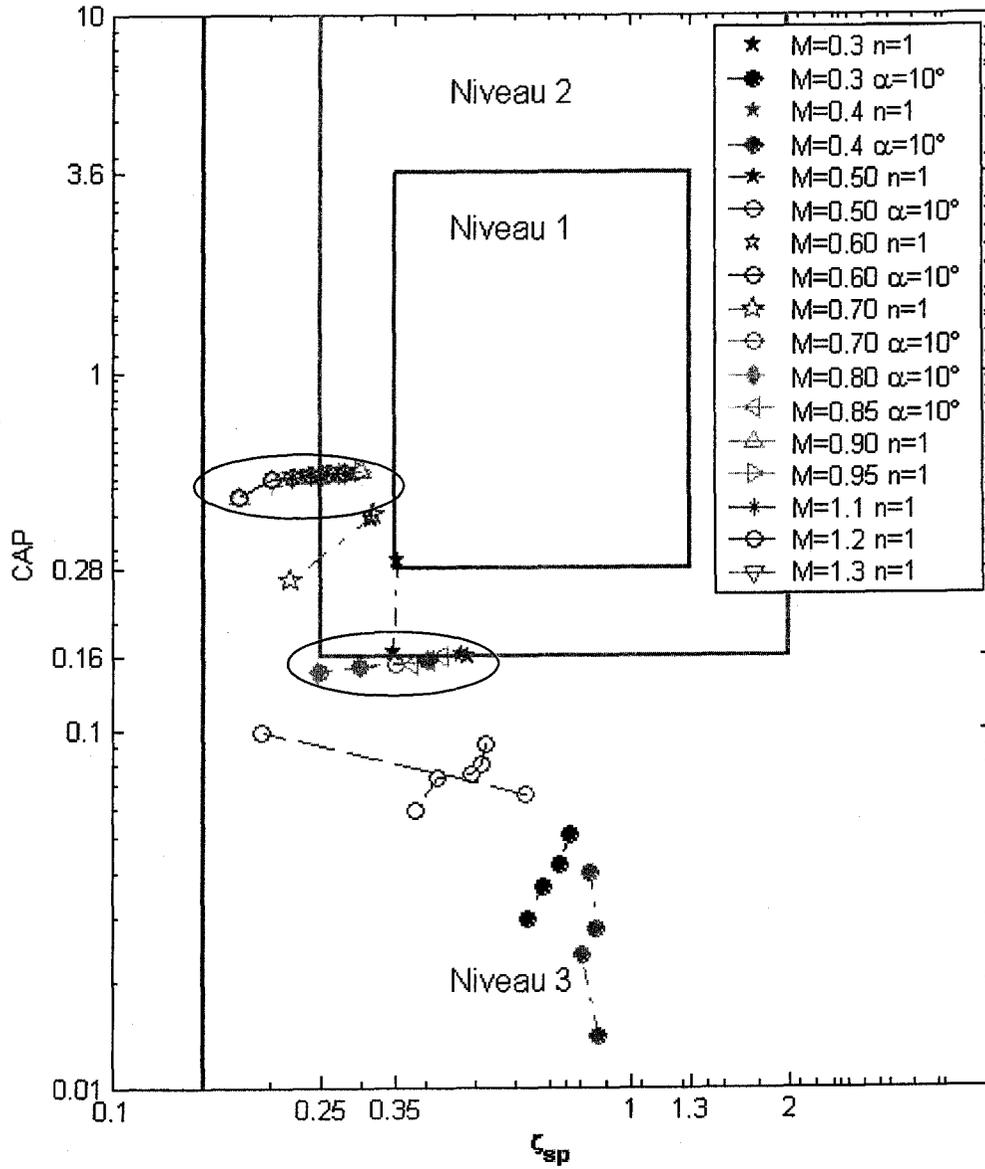


Graphique 34 La variation de la fréquence naturelle du mode de période courte ω_{nsp} versus le facteur de charge n/α - Critère pour la fréquence

Nous observons dans le Graphique 34, que pour presque tous les cas de vol pour des angles d'attaque $\alpha = 10^\circ$, le niveau de vol est mauvais, pendant que pour tous les autres angles d'attaque le niveau de vol est meilleur (1 ou 2).

Suite à une combinaison des deux critères pour l'*amortissement* et pour la *fréquence*, nous obtenons le troisième critère appelé *Amortissement – CAP*. Suite aux résultats obtenus en appliquant le troisième critère de période courte, nous observons dans le Graphique 35 ainsi que dans le Tableau XVII, que l'avion a le meilleur niveau 1 de vol pour une seule condition de vol caractérisée par les paramètres suivants : $M = 0.5$, $H = 1000$ pi et $\alpha = 2.85^\circ$.

Nous remarquons (dans le Graphique 35) une fois de plus, qu'à cause du fait que le taux d'amortissement ζ_{sp} ne varie pas avec le nombre de Mach pour la même altitude, les résultats pour conditions de vol aux angles d'attaque très petites (pour le facteur de charge $n = 1$) et pour des angles d'attaque de 10° sont presque superposés. (Voir les zones encercles sur le Graphique 35 où nous retrouvons toutes ces valeurs pour les cas de vol avec les nombre de Mach entre 0.7 et 1.3).



Graphique 35 La variation du CAP avec le taux d'amortissement ζ_{sp}
 -Critère CAP - Taux d'amortissement

CHAPITRE 7

QUALITÉS DE VOL POUR LE MOUVEMENT LATÉRAL

7.1 Valeurs des paramètres nécessaires aux calculs des qualités de vol

Les paramètres nécessaires pour la détermination des qualités de vol sont calculés et donnés dans les Tableau XVIII pour le mouvement latéral de spirale (*spiral*), et de roulis (*roll*) et dans les Tableau XIX pour le mouvement de roulis hollandais (*Dutch Roll DR*).

Les paramètres correspondants au mouvement de *spirale* sont la valeur propre de la spirale λ_{spirale} et le temps pour doubler l'amplitude du mode de spirale $T_{2\text{spirale}}$. Les paramètres correspondants au mode de *roulis* sont la valeur propre du mode de roulis λ_{roll} et la constante de temps du mode de roulis τ_{roll} . Les paramètres correspondants au mode de roulis hollandais *DR* sont : la fréquence naturelle ω_{hDR} , l'amortissement principal ζ_{DR} , la période T_{DR} , le nombre des cycles $N_{1/2\text{DR}}$ et le temps du mode de roulis hollandais $t_{1/2\text{DR}}$.

Les paramètres sont calculés pour un total de 52 cas de vol dans lequel le nombre de Mach M , l'altitude H et l'angle d'attaque α sont différents.

Tableau XVIII

Paramètres pour la détermination des qualités de vol pour le mouvement latéral

Conditions de vol M, H, α			Modes de spirale et de roulis			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	λ_{spirale}	$T_{2\text{spirale}}$	λ_{roll}	τ_{roll}
0.3	1000	7.49°	0.0033	210.77	-1.8551	0.5391
	10000	10°	0.0039	177.21	-0.9112	1.0974
	20000	10°	0.0093	74.28	-0.3419	2.9247
0.4	1000	4.31°	0.0011	647.90	-2.6771	0.3735
	10000	10°	-0.0024	290.69	-1.5351	0.6514
	20000	10°	-0.0012	570.70	-0.9012	1.1097
	30000	10°	0.0001	12327.00	-0.3962	2.5238
0.5	1000	2.85°	0.0006	1108.60	-3.4420	0.2905
	10000	10°	-0.0053	131.12	-2.0565	0.4863
0.5	15000	10°	-0.0047	148.63	-1.6604	0.6023
	20000	5.45°	0.0017	410.60	-1.5699	0.6370
0.6	1000	2.11°	0.0003	2721.70	-4.2054	0.2378
	10000	10°	-0.0077	89.60	-2.5454	0.3929
	15000	10°	-0.0069	99.95	-2.0775	0.4814
	20000	10°	-0.0063	110.51	-1.6667	0.6000
	30000	10°	-0.0053	129.65	-1.0147	0.9855
	40000	10°	-0.0052	132.14	-0.5186	1.9284

Tableau XVIII (suite)

Conditions de vol M, H, α			Modes de spirale et de roulis			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	λ_{spirale}	$T_{2\text{spirale}}$	λ_{roll}	τ_{roll}
0.7	1000	2.11°	-0.0002	3854.90	-5.1782	0.1931
	10000	10°	-0.0134	51.55	-3.0001	0.3333
	20000	10°	-0.0120	57.70	-2.0035	0.4991
	30000	10°	-0.0113	61.35	-1.2732	0.7854
	35000	5.1°	0.0014	498.66	-1.1840	0.8446
	40000	10°	-0.0113	61.14	-0.7294	1.3709
0.8	10000	10°	-0.0116	59.51	-3.4454	0.2902
	30000	10°	-0.0096	72.50	-1.4878	0.6722
	40000	10°	-0.0093	74.51	-0.8759	1.1416
0.85	5000	10°	-0.0107	65.05	-4.3689	0.2289
	10000	10°	-0.0109	63.47	-3.6674	0.2727
	15000	10°	-0.0112	61.81	-3.0556	0.3273
0.9	5000	1.36°	0.0007	995.42	-7.8358	0.1276
	10000	1.36°	0.0007	973.98	-6.5942	0.1517
	15000	1.73°	0.0022	311.89	-5.1477	0.1943
	20000	1.73°	0.0023	304.00	-4.2718	0.2341
0.9	30000	2.36°	0.0033	212.12	-2.7252	0.3669
	40000	2.36°	0.0032	216.50	-1.6390	0.6101
0.95	5000	1.36°	0.0007	1051.60	-8.2731	0.1209

Tableau XVIII (suite)

Conditions de vol M, H, α			Modes de spirale et de roulis			
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^{\circ}$)	λ_{spirale}	$T_{2\text{spirale}}$	λ_{roll}	τ_{roll}
0.95	10000	1.36 $^{\circ}$	0.0007	1029.30	-6.9605	0.1437
0.95	15000	1.73 $^{\circ}$	0.0021	329.91	-5.4372	0.1839
1.1	10000	1.36 $^{\circ}$	0.0006	1194.80	-8.0640	0.1240
	15000	1.36 $^{\circ}$	0.0006	1169.80	-6.7352	0.1485
	20000	2.36 $^{\circ}$	0.0025	278.99	-4.9953	0.2002
	25000	2.36 $^{\circ}$	0.0026	271.62	-4.1089	0.2434
1.2	10000	1.36 $^{\circ}$	0.0005	1305.10	-8.7988	0.1137
	15000	1.36 $^{\circ}$	0.0005	1277.10	-7.3556	0.1360
	20000	2.36 $^{\circ}$	0.0023	305.46	-5.4563	0.1833
	25000	2.36 $^{\circ}$	0.0023	297.64	-4.4899	0.2227
	30000	2.36 $^{\circ}$	0.0024	289.40	-3.6615	0.2731
	40000	2.36 $^{\circ}$	0.0023	302.22	-2.2315	0.4481
1.3	10000	1.36 $^{\circ}$	0.0005	1415.10	-9.5344	0.1049
	15000	1.36 $^{\circ}$	0.0005	1385.10	-7.9710	0.1255
	20000	2.36 $^{\circ}$	0.0021	331.84	-5.9166	0.1690
	25000	2.36 $^{\circ}$	0.0021	323.57	-4.8705	0.2053

Tableau XIX

Paramètres pour la détermination des qualités de vol pour le mouvement latéral

Conditions de vol M, H, α			Mode de roulis hollandais				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{nDR}	ζ_{DR}	T_{DR}	$N_{1/2DR}$	$t_{1/2DR}$
0.3	1000	7.49°	1.3399	0.1838	4.7707	0.5883	2.8141
	10000	10°	1.1871	0.2671	5.4924	0.3969	2.1859
	20000	10°	1.0124	0.3625	6.6592	0.2829	1.8886
0.4	1000	4.31°	1.7406	0.1372	3.6442	0.7944	2.9026
	10000	10°	1.6308	0.1605	3.9033	0.6764	2.6472
	20000	10°	1.3215	0.1966	4.8492	0.5487	2.6679
	30000	10°	1.0780	0.2596	6.0354	0.4092	2.4763
0.5	1000	2.85°	2.1712	0.1270	2.9175	0.8594	2.5139
	10000	10°	2.0659	0.1265	3.0660	0.8628	2.6523
0.5	15000	10°	1.8668	0.1305	3.3948	0.8358	2.8449
	20000	5.45°	1.5403	0.1290	4.1137	0.8459	3.4891
0.6	1000	2.11°	2.6154	0.1248	2.4213	0.8747	2.1235
	10000	10°	2.4856	0.1121	2.5439	0.9750	2.4869
	15000	10°	2.2523	0.1115	2.8071	0.9808	2.7606
	20000	10°	2.0294	0.1132	3.1161	0.9655	3.0167
	30000	10°	1.6282	0.1255	3.8899	0.8693	3.3903
	40000	10°	1.2900	0.1507	4.9271	0.7214	3.5638

Tableau XIX (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de roulis hollandais				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^\circ$)	ω_{hDR}	ζ_{DR}	T_{DR}	$N_{1/2DR}$	$t_{1/2DR}$
0.7	1000	2.11 $^\circ$	3.0293	0.1223	2.0898	0.8930	1.8713
	10000	10 $^\circ$	2.8254	0.1085	2.2370	1.0083	2.2617
	20000	10 $^\circ$	2.3197	0.1003	2.7223	1.0917	2.9799
	30000	10 $^\circ$	1.8676	0.0990	3.3809	1.1055	3.7475
	35000	5.1 $^\circ$	1.5451	0.1080	4.0905	1.0127	4.1534
	40000	10 $^\circ$	1.4767	0.1056	4.2789	1.0354	4.4424
0.8	10000	10 $^\circ$	3.2364	0.1060	1.9524	1.0319	2.0201
	30000	10 $^\circ$	2.1409	0.0907	2.9470	1.2073	3.5674
	40000	10 $^\circ$	1.6908	0.0921	3.7319	1.1895	4.4510
0.85	5000	10 $^\circ$	3.7932	0.1121	1.6669	0.9748	1.6292
	10000	10 $^\circ$	3.4417	0.1051	1.8358	1.0410	1.9161
	15000	10 $^\circ$	3.1117	0.0987	2.0291	1.1092	2.2568
0.9	5000	1.36 $^\circ$	3.6187	0.1122	1.7473	0.9745	1.7073
	10000	1.36 $^\circ$	3.2851	0.1045	1.9232	1.0473	2.0195
	15000	1.73 $^\circ$	3.0284	0.0965	2.0845	1.1348	2.3718
	20000	1.73 $^\circ$	2.7281	0.0904	2.3126	1.2121	2.8106
	30000	2.36 $^\circ$	2.2171	0.0818	2.8435	1.3403	3.8214
	40000	2.36 $^\circ$	1.7673	0.0804	3.5669	1.3636	4.8770

Tableau XIX (suite)

Conditions de vol M, H, α			Mode de roulis hollandais				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	ω_{hDR}	ζ_{DR}	T_{DR}	$N_{1/2DR}$	$t_{1/2DR}$
0.95	5000	1.36°	3.8211	0.1119	1.6547	0.9766	1.6204
	10000	1.36°	3.4686	0.1041	1.8213	1.0506	1.9185
	15000	1.73°	3.1991	0.0958	1.9731	1.1424	2.2601
1.1	10000	1.36°	4.0203	0.1034	1.5713	1.0577	1.6663
	15000	1.36°	3.6368	0.0959	1.7357	1.1420	1.9875
	20000	2.36°	3.3994	0.0869	1.8553	1.2615	2.3468
	25000	2.36°	3.0479	0.0812	2.0683	1.3499	2.7995
1.2	10000	1.36°	4.3879	0.1031	1.4396	1.0611	1.5316
	15000	1.36°	3.9696	0.0955	1.5901	1.1460	1.8272
	20000	2.36°	3.7129	0.0858	1.6985	1.2775	2.1756
	25000	2.36°	3.3295	0.0799	1.8932	1.3729	2.6060
	30000	2.36°	2.9718	0.0747	2.1202	1.4684	3.1217
	40000	2.36°	2.3727	0.0667	2.6540	1.6453	4.3782
1.3	10000	1.36°	4.7553	0.1029	1.3284	1.0637	1.4167
	15000	1.36°	4.3023	0.0952	1.4671	1.1498	1.6914
	20000	2.36°	4.0260	0.0850	1.5663	1.2901	2.0261
	25000	2.36°	3.6107	0.0788	1.7456	1.3911	2.4348

7.2 Qualités de vol pour le mouvement latéral

Pour le calcul des qualités de vol correspondantes au mouvement latéral de l'avion seulement les valeurs des paramètres suivants sont considérés : le temps pour doubler l'amplitude du mode de spirale $T_{2\text{spirale}}$, la constante de temps du mode de roulis τ_{roll} , la fréquence naturelle ω_{nDR} et l'amortissement principal ζ_{pDR} du mode de roulis hollandais. Ces paramètres ont été calculés dans le Tableaux XVIII pour le mode de spirale et de roulis et le Tableau XIX pour le mode de roulis hollandais.

Les qualités de vol pour le mouvement latéral de l'avion peuvent être calculées en fonction de ces paramètres pour plusieurs conditions de vol, tel qu'expliqué au Chapitre 4, alors ces qualités de vol sont données dans le Tableau suivant XX.

Tableau XX

Les qualités de vol pour le mouvement latéral

Conditions de vol			Qualités de vol				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Mode spirale $T_{2\text{spirale}}$	Mode de roulis τ_{roll}	Roulis hollandais		
					ζ_{DR}	ω_{nDR}	$\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{nDR}}$
0.3	1000	7.49°	1	1	2	1	2
	10000	10°	1	2	1	1	2
	20000	10°	1	3	1	1	1
0.4	1000	4.31°	1	1	2	1	2
	10000	10°	1	1	2	1	2
	20000	10°	1	2	1	1	2
	30000	10°	1	3	1	1	2

Tableau XX (suite)

Conditions de vol			Qualités de vol				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Mode spirale $T_{2\text{spiral}}$	Mode de roulis τ_{roll}	Roulis hollandais		
					ζ_{DR}	ω_{nDR}	$\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{nDR}}$
0.5	1000	2.85°	1	1	2	1	2
	10000	10°	1	1	2	1	2
	15000	10°	1	1	2	1	2
	20000	5.45°	1	1	2	1	2
0.6	1000	2.11°	1	1	2	1	2
	10000	10°	1	1	2	1	2
	15000	10°	1	1	2	1	2
	20000	10°	1	1	2	1	2
	30000	10°	1	1	2	1	2
	40000	10°	1	3	2	1	2
0.7	1000	2.11°	1	1	2	1	1
	10000	10°	1	1	2	1	2
	20000	10°	1	1	2	1	2
	30000	10°	1	1	2	1	2
	35000	5.1°	1	1	2	1	2
	40000	10°	1	2	2	1	2
0.8	10000	10°	1	1	2	1	2
	30000	10°	1	1	2	1	2
	40000	10°	1	2	2	1	2

Tableau XX (suite)

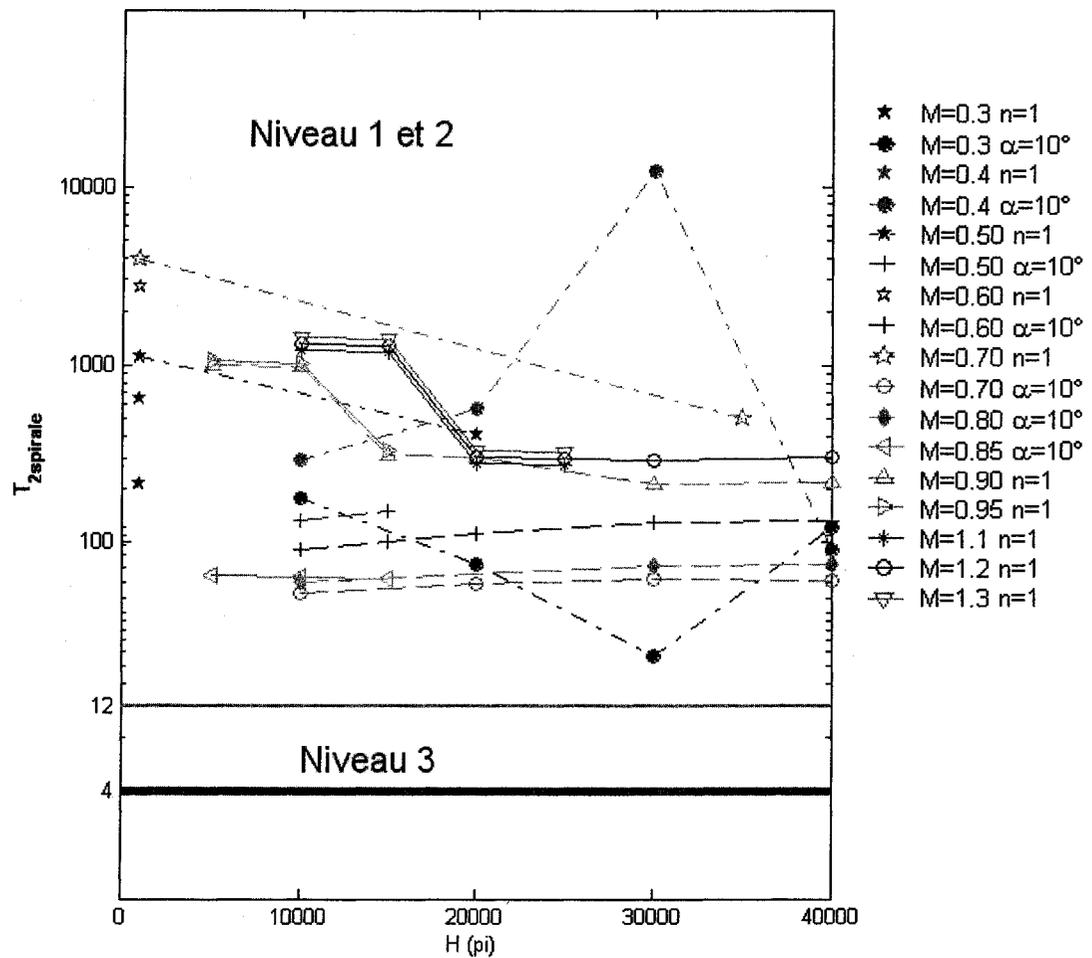
Conditions de vol			Qualités de vol				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α (°)	Mode spirale $T_{2\text{spiral}}$	Mode de roulis τ_{roll}	Roulis hollandais		
					ζ_{DR}	ω_{nDR}	$\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{nDR}}$
0.85	5000	10°	1	1	2	1	1
	10000	10°	1	1	2	1	1
	15000	10°	1	1	2	1	2
0.9	5000	1.36°	1	1	2	1	1
	10000	1.36°	1	1	2	1	2
	15000	1.73°	1	1	2	1	2
	20000	1.73°	1	1	2	1	2
0.9	30000	2.36°	1	1	2	1	2
	40000	2.36°	1	1	2	1	2
0.95	5000	1.36°	1	1	2	1	1
	10000	1.36°	1	1	2	1	1
	15000	1.73°	1	1	2	1	2
1.1	10000	1.36°	1	1	2	1	1
	15000	1.36°	1	1	2	1	2
	20000	2.36°	1	1	2	1	2
	25000	2.36°	1	1	2	1	2
1.2	10000	1.36°	1	1	2	1	1
	15000	1.36°	1	1	2	1	1
	20000	2.36°	1	1	2	1	2

Tableau XX (suite)

Conditions de vol			Qualités de vol				
Nombre de Mach M	Altitude H (pi)	Angle d'attaque α ($^{\circ}$)	Mode spirale $T_{2\text{spirale}}$	Mode de roulis τ_{roll}	Roulis hollandais		
					ζ_{DR}	ω_{nDR}	$\zeta_{\text{DR}}\omega_{\text{nDR}}$
1.2	25000	2.36 $^{\circ}$	1	1	2	1	2
	30000	2.36 $^{\circ}$	1	1	2	1	2
	40000	2.36 $^{\circ}$	1	1	2	1	2
1.3	10000	1.36 $^{\circ}$	1	1	2	1	1
	15000	1.36 $^{\circ}$	1	1	2	1	1
	20000	2.36 $^{\circ}$	1	1	2	1	2
	25000	2.36 $^{\circ}$	1	1	2	1	2

7.3 Mode de spirale

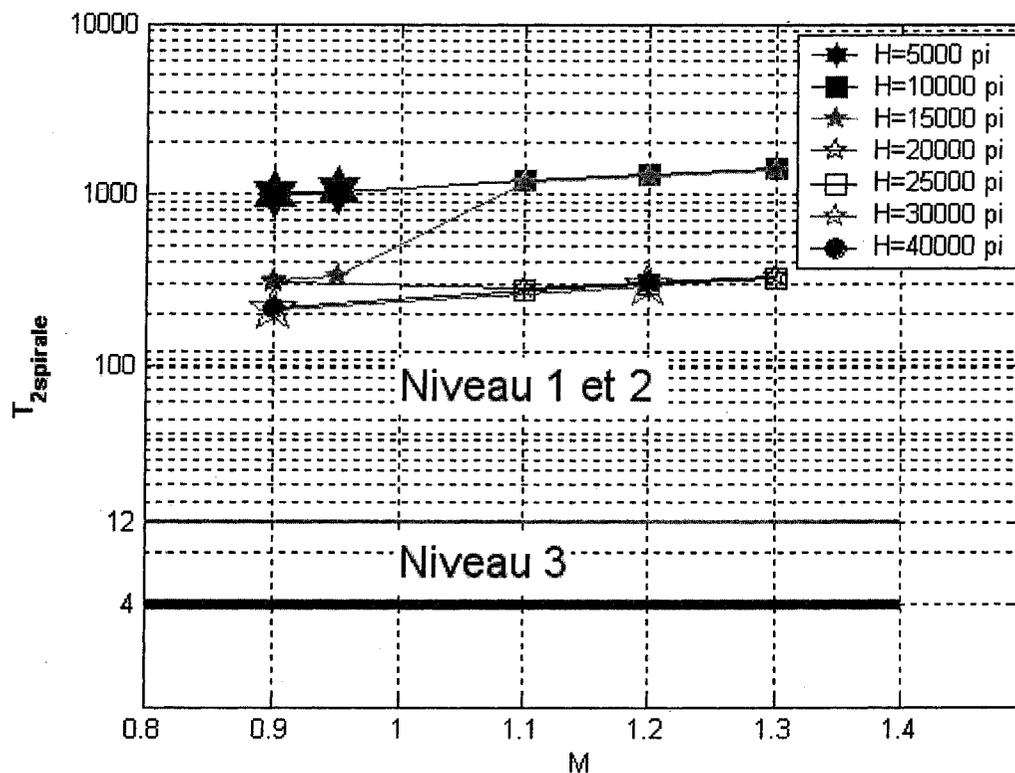
Dans le Graphique 36, nous avons représenté la variation du temps pour doubler ou pour réduire à moitié l'amplitude du mode de spirale $T_{2\text{spirale}}$ avec l'altitude H , pour plusieurs conditions de vol caractérisées par plusieurs combinaisons de nombres de Mach M et angles d'attaque α . Le niveau 1 de vol est obtenu pour tous les cas de vol, tel que montré dans le Graphique 36 et le Tableau XVIII.



Graphique 36 Variation du temps pour doubler et / ou réduire à moitié l'amplitude $T_{2\text{spirale}}$ avec l'altitude H pour plusieurs cas de vol (M , α)

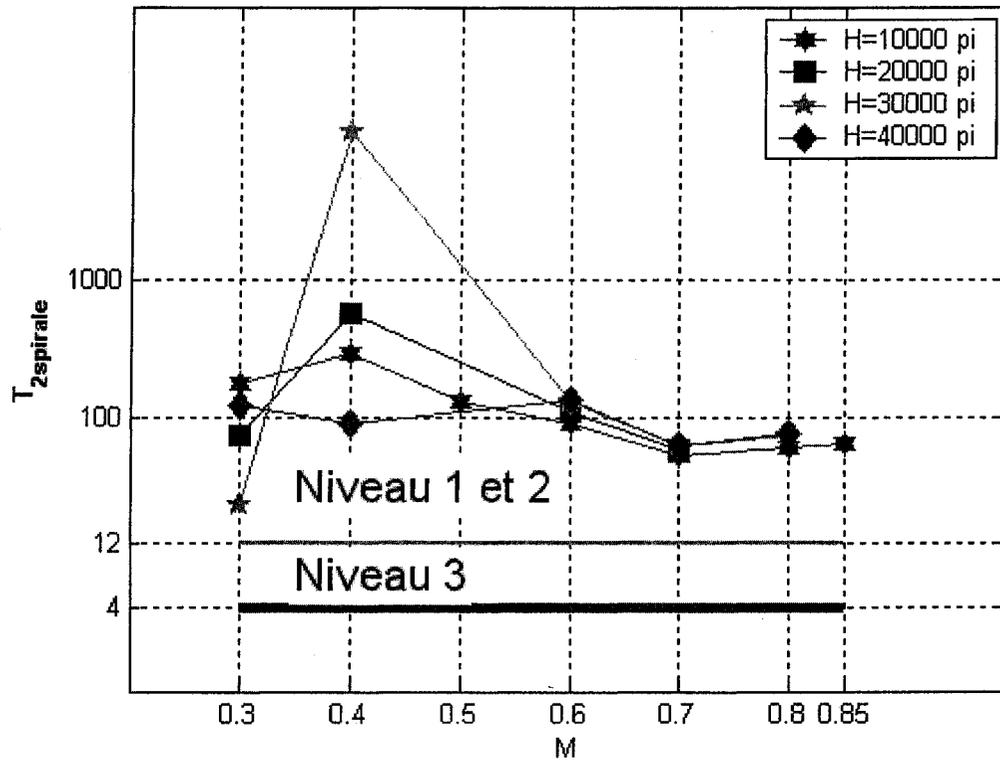
Nous constatons, dans le Graphique 36, que dans la grande majorité des cas de vol, le temps pour doubler ou pour réduire à la moitié l'amplitude, varie très peu avec l'altitude pour le même angle d'attaque α , sauf les cas à base vitesse, soit $M=0.3$ et $M=0.4$.

Dans les Graphiques 37 et 38, nous présentons la variation du temps pour doubler et / ou réduire à la moitié l'amplitude du mouvement du mode de spirale $T_{2\text{spirale}}$ avec le nombre du Mach M , pour plusieurs altitudes H .



Graphique 37 Variation du temps pour doubler et / ou réduire à moitié l'amplitude du mode de spirale $T_{2\text{spirale}}$ avec le nombre de Mach M

Nous constatons dans le Graphique 37 que le temps pour doubler et / ou réduire à la moitié l'amplitude du mode spirale $T_{2\text{spirale}}$ augmente lentement avec le nombre de Mach M .



Graphique 38 Variation du temps pour doubler et / ou réduire à moitié l'amplitude du mode de spirale $T_{2\text{spirale}}$ avec le nombre de Mach M pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$ et pour plusieurs altitudes

7.4 Mode de roulis

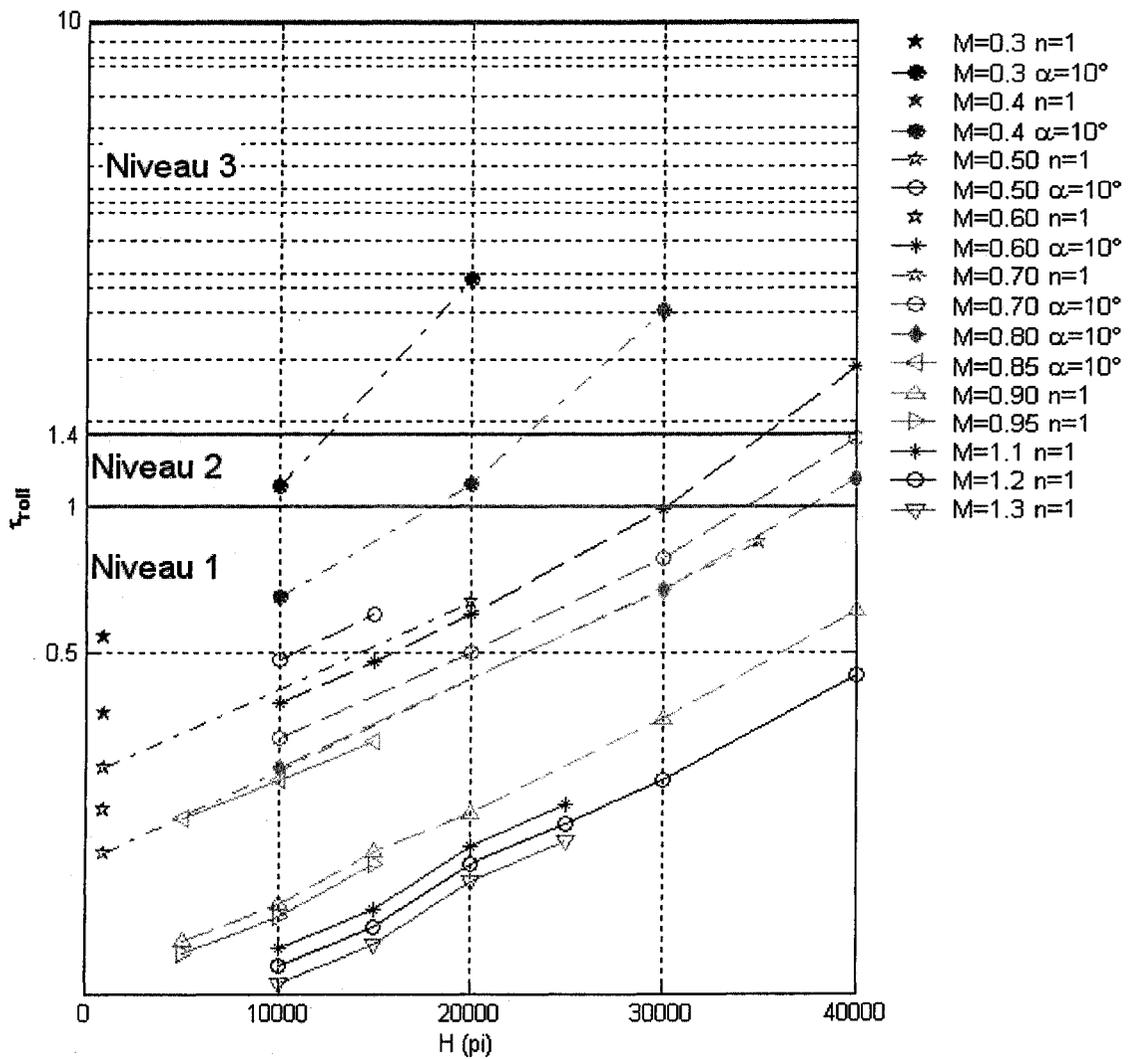
Les cas de vol dans lesquels l'avion a les qualités de vol 2 ou 3 pour le mode de roulis dans les cas mentionnés au tableau suivant XXI mais pour les autres 45 cas de vol l'avion a les qualités de vol 1:

Tableau XXI

Cas de vol dans lesquels l'avion a les qualités de vol 2 et 3 pour le mode de roulis

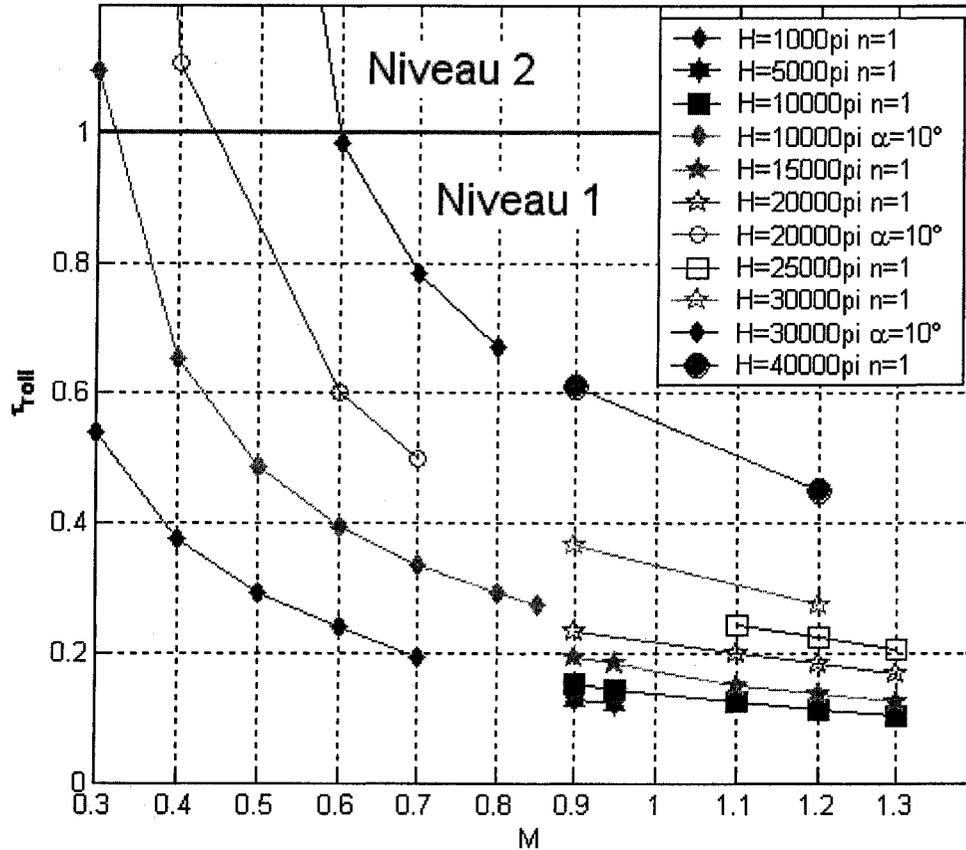
Nr.	Nombre de Mach	Altitude H (pi)	Angle d'attaque $\alpha(^{\circ})$	Qualités de vol
1	0.3	10000	10°	2
2		20000	10°	3
3	0.4	20000	10°	3
4		30000	10°	3
5	0.6	40000	10°	3
6	0.7	40000	10°	2
7	0.8	40000	10°	2

Nous représentons dans le Graphique 39 la variation de la constante du temps du roulis τ_{roll} avec l'altitude H , pour plusieurs cas de vol caractérisés par des nombres de Mach et angles d'attaque α . Nous remarquons l'augmentation de la constante du temps du roulis τ_{roll} avec l'altitude H , ce qui correspond à la réduction des qualités de vol avec l'augmentation de l'altitude H (car les courbes ont les mêmes types de pentes). Les qualités de vol 3 représentent les pires qualités de vol d'un avion.



Graphique 39 La variation de la constante du temps du roulis τ_{roll} avec l'altitude H

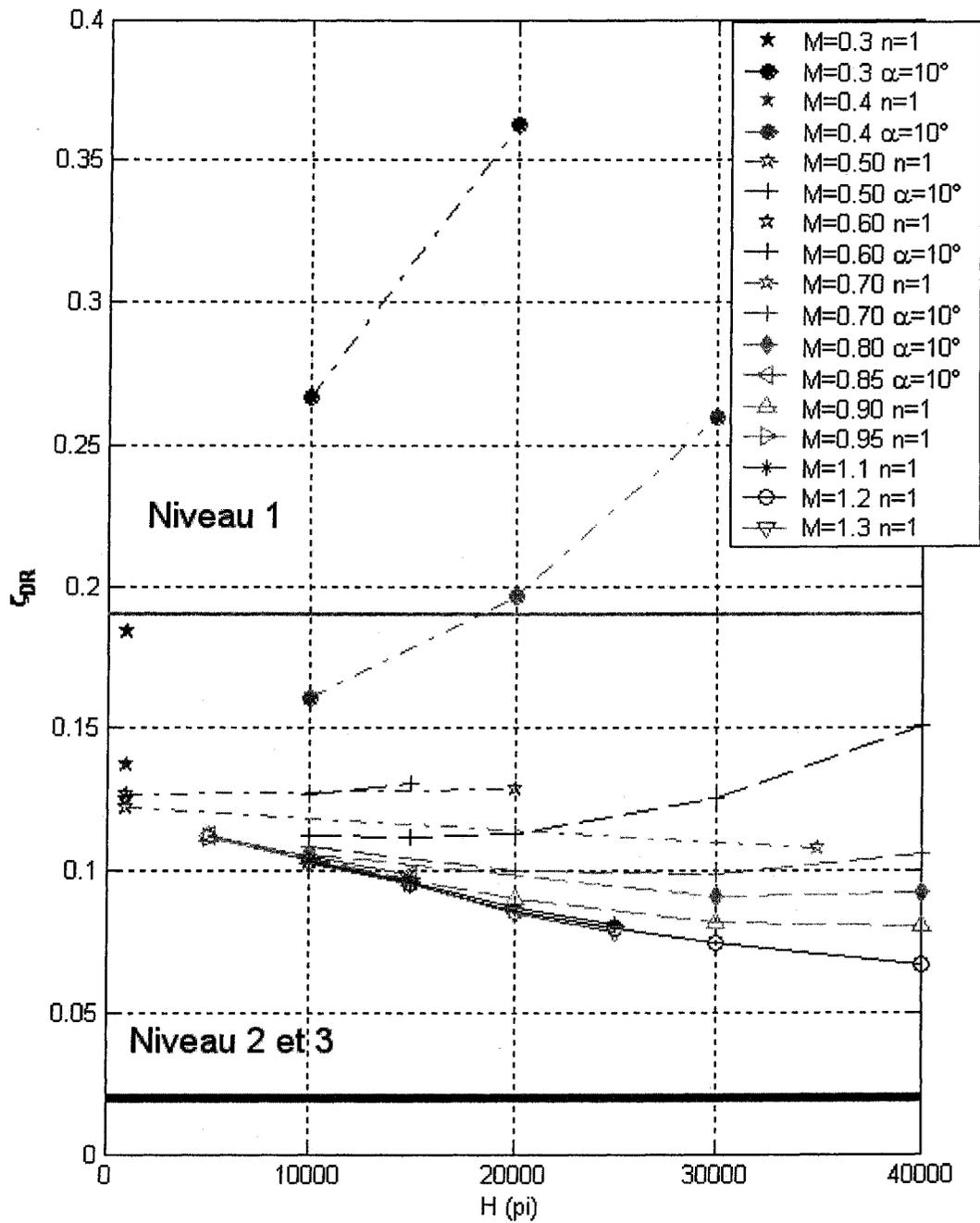
Nous observons dans le Graphique 40 la variation de la constante du temps de roulis τ_{roll} avec le nombre de Mach M , pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des altitudes H et angles d'attaque α . Nous constatons la réduction de la constante du temps de roulis τ_{roll} avec l'augmentation du nombre de Mach M et avec la réduction de l'altitude H .



Graphique 40 La variation du temps du roulis τ_{roul} avec le nombre de Mach M

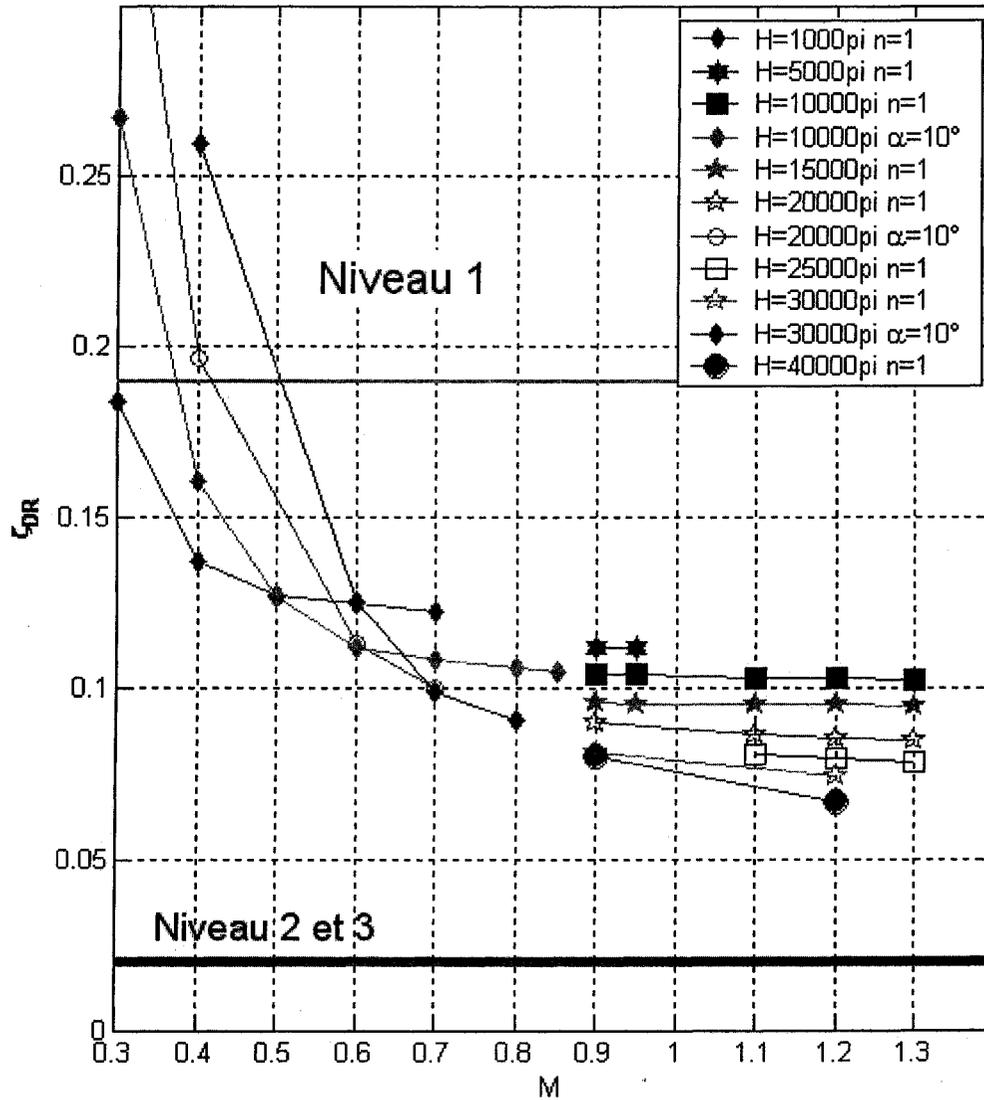
7.5 Mode de roulis hollandais

La variation du taux d'amortissement ζ_{DR} pour le mode de roulis hollandais avec l'altitude H est présentée dans le Graphique 41 pour plusieurs combinaisons de nombres de Mach et angles d'attaque α . Nous constatons sur le Graphique 41 que l'avion atteint le niveau 2 de vol pour tous les cas de vol avec des nombres de Mach plus grandes que 0.5 et plusieurs angles d'attaque. Par contre, pour des nombres de Mach $M = 0.4$ et $M = 0.3$, l'avion atteint le niveau 1 de qualité vol.



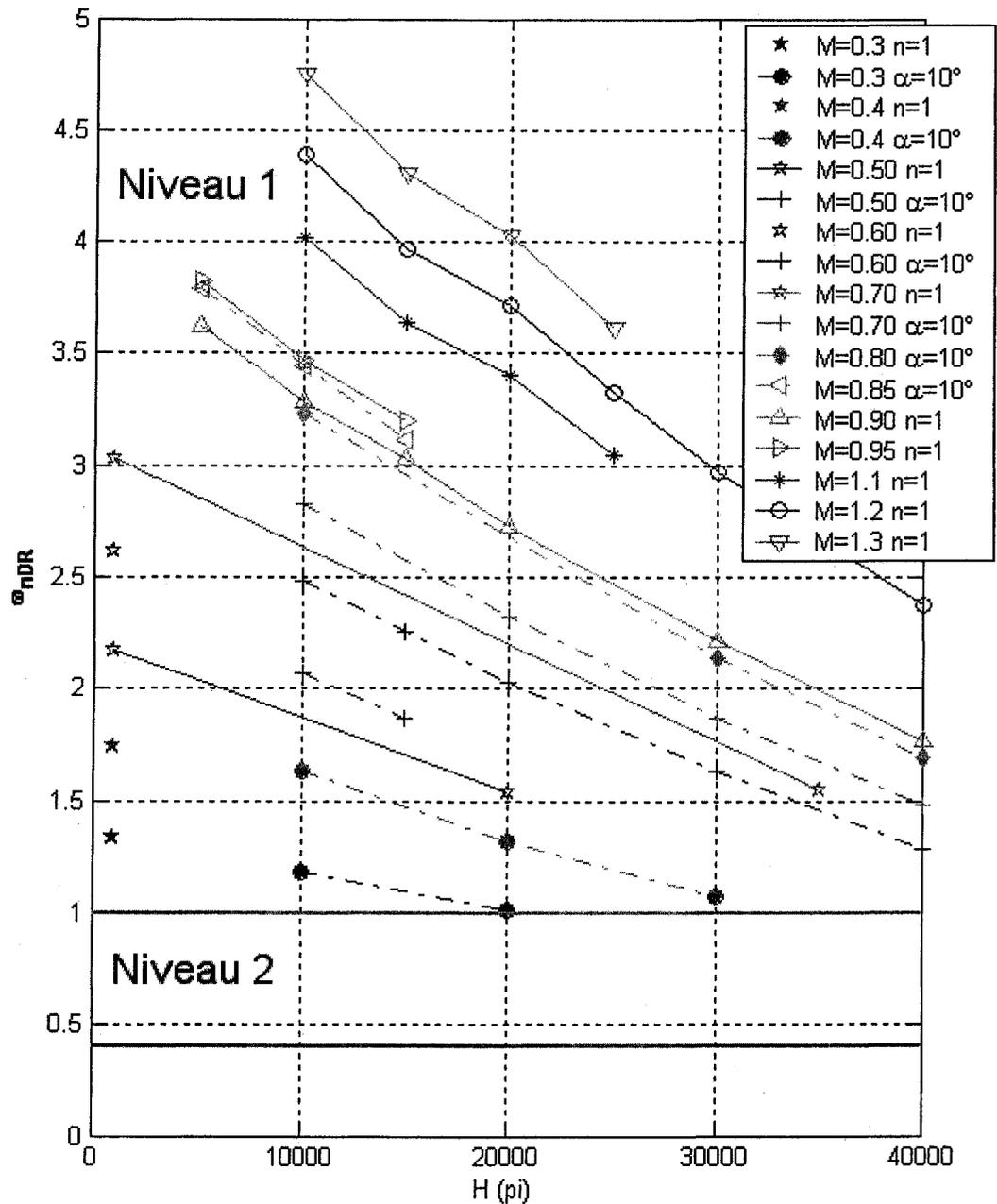
Graphique 41 La variation de taux d'amortissement ζ_{DR} pour le mode de roulis hollandais avec l'altitude H

Le Graphique 42 montre la variation du taux d'amortissement pour le mode de roulis hollandais ζ_{DR} avec le nombre de Mach M pour plusieurs altitudes H et angles d'attaque α . Nous observons que le taux d'amortissement ζ_{DR} descend très vite avec l'augmentation du nombre de Mach pour des nombres de Mach plus petites que 0.8 ($M < 0.8$) et le taux d'amortissement ζ_{DR} reste presque constant avec les nombres de Mach pour $M > 0.9$.



Graphique 42 La variation du taux d'amortissement ζ_{DR} avec le nombre de Mach M

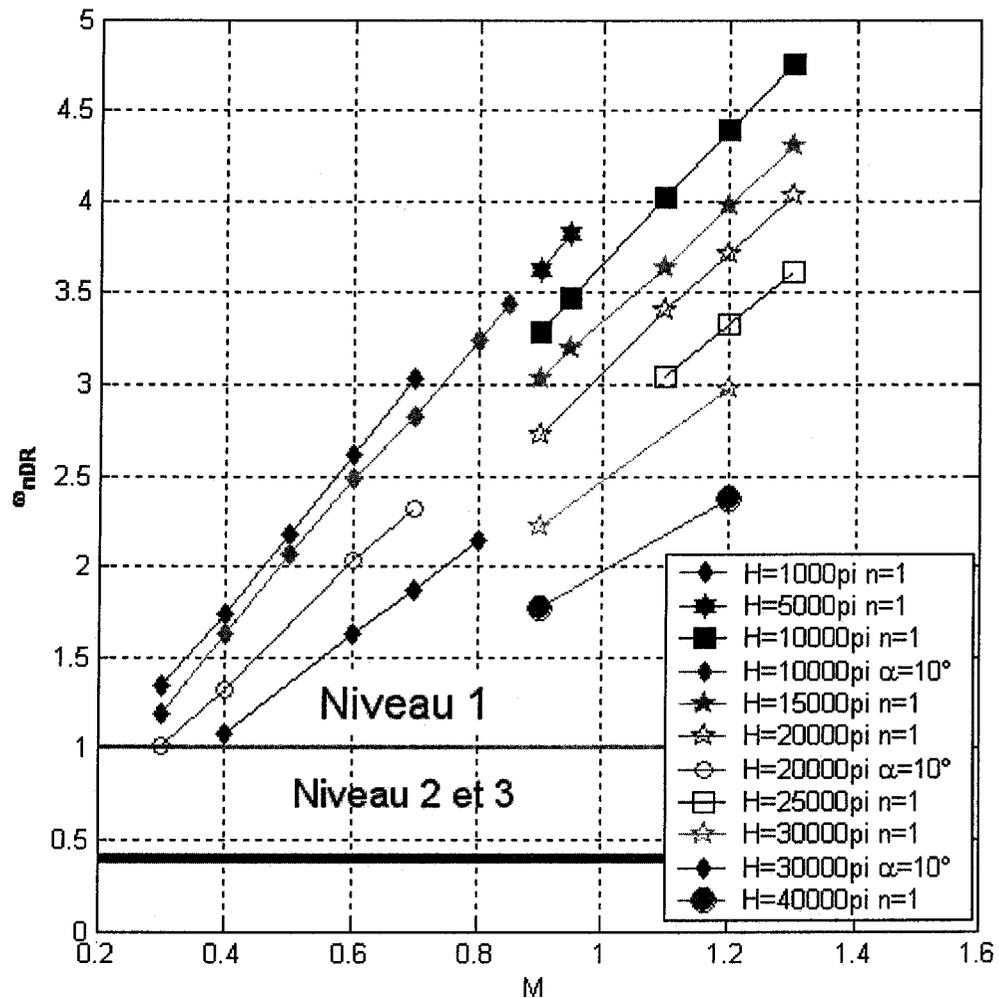
La variation décroissante de la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{nDR} avec l'altitude H pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des nombres de Mach M et des angles d'attaque α est montrée dans le Graphique 43.



Graphique 43 La variation de la fréquence naturelle ω_{nDR} avec l'altitude H pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α

La variation de la fréquence du mode de roulis hollandais ω_{nDR} avec le nombre de Mach M pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des altitudes H et angles

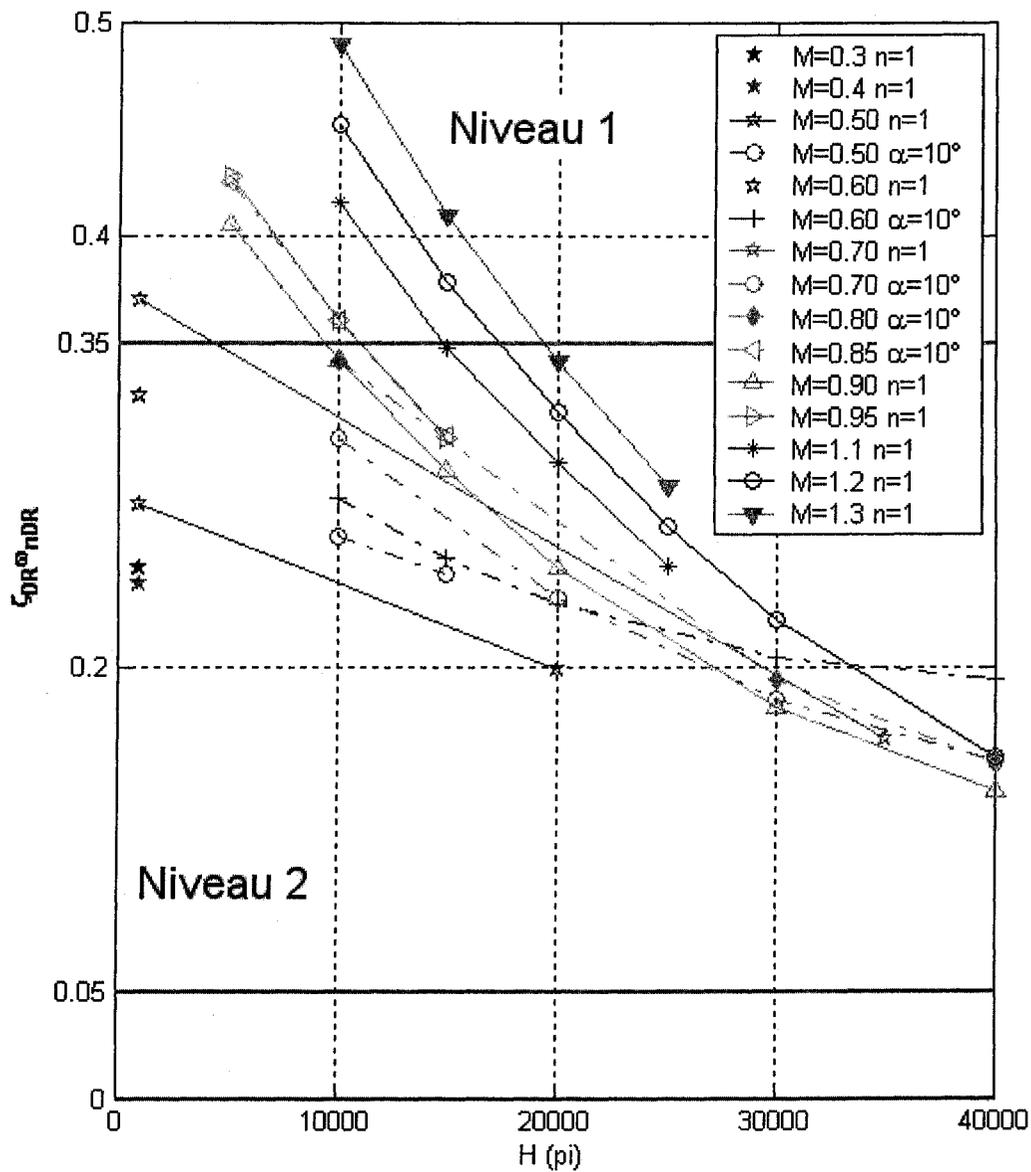
d'attaque α est représentée sur le Graphique 44. Nous observons dans le Graphique 44 que la fréquence naturelle ω_{nDR} du mode de roulis hollandais augmente avec le nombre de Mach M et diminue avec l'altitude H . L'avion a toujours les meilleures qualités de vol 1.



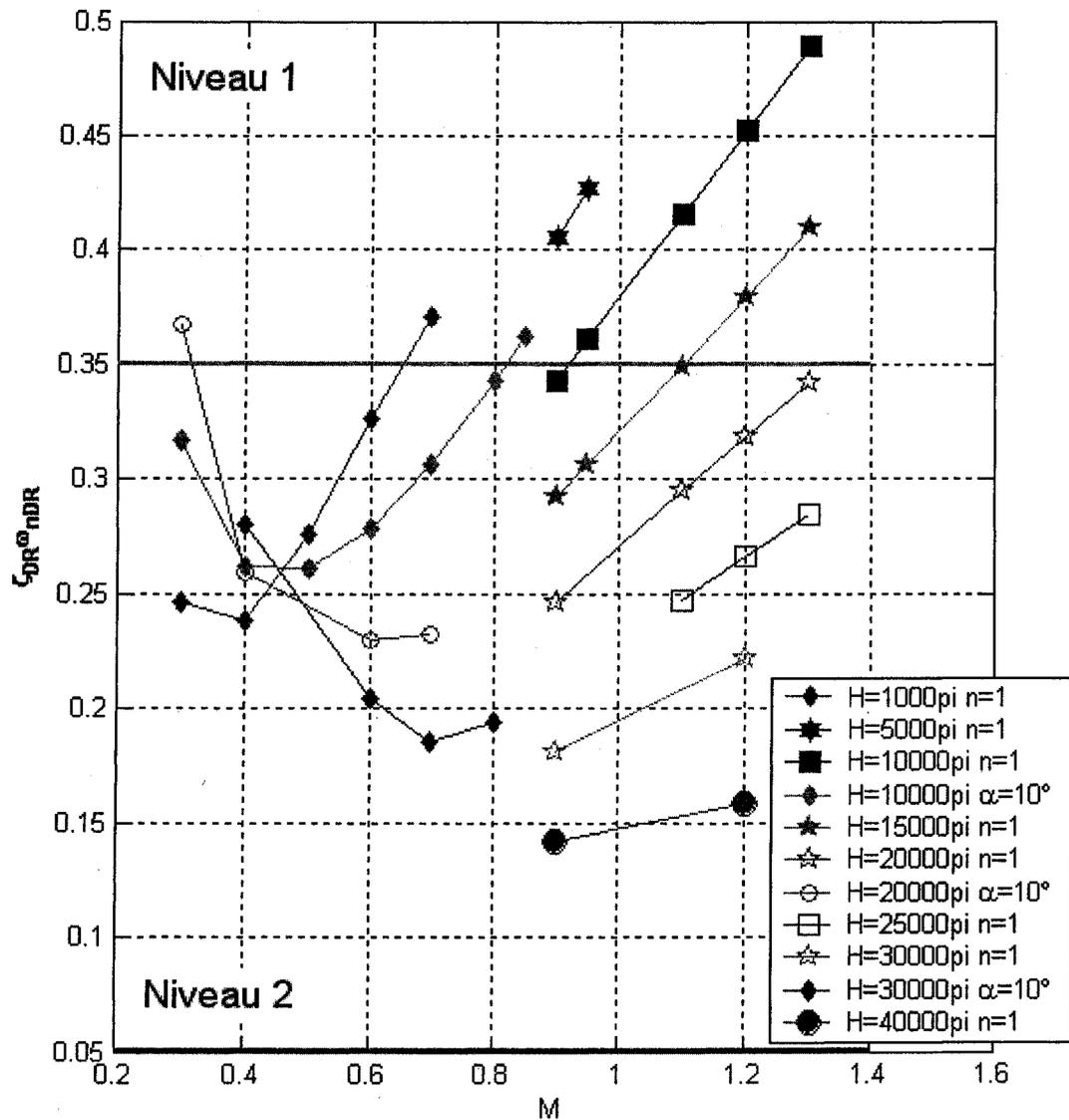
Graphique 44 La variation de la fréquence naturelle ω_{nDR} du mode de roulis hollandais avec le nombre de Mach M pour plusieurs altitudes H

La variation du produit $\zeta_{DR}\omega_{hDR}$ avec l'altitude H est tracée dans le Graphique 45 pour plusieurs cas de vol représentés par des combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α . Nous constatons dans le Graphique 45 la réduction des qualités de vol (de meilleur niveau 1 au plus bas niveau 2), pour le mode de roulis hollandais de l'avion avec l'altitude H . L'avion atteint le niveau (la qualité) 2 de vol pour la plupart des cas de vol. Le Niveau 1 est atteint pour des grands nombres de Mach M et pour des altitudes plus petites que 20000 pi.

Nous représentons dans le Graphique 46 la variation du produit $\zeta_{DR}\omega_{hDR}$ avec le nombre de Mach M pour plusieurs altitudes H . Les qualités de vol augmentent (de pire niveau 2 de vol vers le meilleur niveau 1 de vol) avec le nombre de Mach M pour le cas de vol avec des nombres de $M > 0.7$.



Graphique 45 La variation du produit $\zeta_{DR} \omega_{nDR}$ avec l'altitude H pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des nombres de Mach M et angles d'attaque α pour le mode de roulis hollandais



Graphique 46

La variation du produit $\zeta_{DR} \omega_{hDR}$ avec le nombre de Mach M pour plusieurs cas de vol caractérisés par des combinaisons des altitudes H et des angles d'attaque α pour le mode de roulis hollandais

CONCLUSION

Les laboratoires de la NASA DFRC nous ont fourni les dérivées de stabilité et de commande pour le mouvement longitudinal et pour le mouvement latéral de l'avion F/A-18 pour un nombre de 52 cas de vol. Ces cas sont caractérisés par des nombres de Mach variant entre $M = 0.3$ et $M = 1.3$, des altitudes variant entre 1,000 pi et 40,000 pi et des angles d'attaque compris entre 1° et 10° .

Deux méthodes ont été considérées : *la méthode exacte* ME et *la méthode approximative* MA. Les fréquences et les amortissements ainsi que leurs erreurs relatives correspondantes ont été calculés par les deux méthodes pour le mouvement longitudinal ainsi que pour le mouvement latéral de l'avion F/A-18.

Les qualités de vol ont été évaluées pour le mouvement longitudinal et pour le mouvement latéral de l'avion F/A-18. Dans le cas du mouvement longitudinal, ces qualités de vol ont été évaluées pour les modes de période longue et de période courte. Dans le cas du mouvement latéral, ces qualités de vol ont été évaluées pour les modes de roulis, roulis hollandais et spirale.

Les erreurs relatives maximales calculées pour les fréquences et pour les amortissements du mouvement longitudinal de période courte et de période longue apparaissent pour le même angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$. Les erreurs relatives maximales calculées pour les fréquences et les amortissements du mouvement latéral de roulis hollandais, pour la constante de temps du mode de roulis, et pour le temps pour doubler l'amplitude du mode de spirale apparaissent pour le même angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$ et pour le même nombre de Mach $M = 0.3$.

Les erreurs relatives maximales sont plus petites pour le mouvement longitudinal de période courte que pour le mouvement longitudinal de période longue, c'est-à-dire que les fréquences et les amortissements calculées par la méthode approximative sont proches des fréquences et des amortissements calculés par la méthode exacte pour le mouvement de période courte. À l'exception des cas de vol avec des angles d'attaque petits et nombres de Mach grandes, dans le cas du mouvement de période longue, les fréquences et les amortissements calculés par la méthode approximative sont loin des fréquences et des amortissements calculés par la méthode exacte.

Dans le mode de *spirale*, l'avion a les meilleurs niveaux de vol 1 et 2 lorsque le temps pour doubler l'amplitude $T_{2\text{spiral}}$ est calculé par la méthode exacte, et il a le pire niveau de vol 3 lorsque $T_{2\text{spiral}}$ est calculé par la méthode approximative. De cette manière, nous avons constaté que la valeur de $T_{2\text{spiral}}$ est très différente calculée par la méthode approximative et par la méthode exacte, ce qui peut se vérifier par la très grande valeur de l'erreur relative calculée pour $T_{2\text{spiral}}$ (plus que 100 %). L'erreur relative calculée pour $T_{2\text{spiral}}$ diminue avec l'augmentation de l'altitude H et avec la réduction du nombre de Mach M .

La valeur de la constante de *roulis* τ_{roll} ainsi que la valeur de l'erreur relative calculée pour τ_{roll} augmente avec l'augmentation de l'altitude H et avec la diminution du nombre de Mach M . L'erreur relative calculée pour la constante de *roulis* τ_{roll} est beaucoup plus grande pour des nombres de Mach M plus petites que 0.85 pour l'angle d'attaque $\alpha = 10^\circ$ que pour des nombres de Mach M plus grands que 0.9, alors τ_{roll} calculée par la méthode approximative est proche du τ_{roll} calculée par la méthode exacte pour des nombres de Mach M plus grands que 0.9.

Les erreurs relatives calculées pour l'amortissement du mode de *roulis* hollandais ζ_{DR} sont plus petites pour les cas avec les nombres de Mach M plus grands que 0.9 que les erreurs relatives pour ζ_{DR} pour les cas avec les nombres de Mach M plus petits que 0.85

– mais restent toujours plus grandes que 30%. L'erreur relative calculée pour la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{hDR} est plus petite que 4% pour tous les nombres de Mach, ce qui vaut dire que la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{hDR} calculée par la méthode exacte est proche de ω_{hDR} calculée par la méthode approximative.

L'avion, dans le mode longitudinal de *période longue*, suite à l'analyse du taux de l'amortissement de période longue ζ_p , a le meilleur niveau 1 de vol pour la majorité de cas de vol (45) analysés sauf pour un nombre petit (7) de cas de vol pour lesquels l'avion a les qualités de vol 2 ou 3. Le taux de l'amortissement de période longue ζ_p diminue avec l'augmentation de l'altitude et avec la réduction du nombre de Mach M .

Le taux de l'amortissement du mode longitudinal de *période courte* ζ_{sp} diminue avec l'augmentation de l'altitude et il est constant avec la variation du nombre de Mach pour des différents cas de vol. Les qualités de vol sont calculées par trois critères différents : amortissement, fréquence, et amortissement – CAP. Les qualités de vol ainsi trouvées pour le mode de période courte sont pires (les niveaux de vol 2 et 3 sont atteints dans la plupart des cas de vol) que celles calculées pour le mode de période longue (dans lequel la meilleure qualité de vol 1 est atteinte).

Dans le cas du mode latéral de spirale de l'avion, suite aux calculs du temps pour doubler ou réduire à la moitié l'amplitude du mode de spirale $T_{2\text{spiral}}$, nous avons trouvé des excellentes qualités de vol 1 pour l'avion. Dans le cas du mode latéral de roulis de l'avion, en se basant sur les valeurs de la constante du temps de roulis τ_{roll} , l'avion a les excellentes qualités de vol 1 dans la plupart des cas de vol (45) par rapport à un nombre petit (7) de cas de vol pour lesquels l'avion a les qualités de vol 2 ou 3. Nous avons constaté l'augmentation de la constante du temps de roulis τ_{roll} , la réduction des qualités de vol et du nombre de Mach M avec l'augmentation de l'altitude.

Les critères d'évaluation des qualités de vol pour le mode roulis hollandais donnent des résultats différents. Le critère du taux d'amortissement ζ_{DR} montre que l'avion a les qualités de vol 2 pour la plupart des cas de vol pour des nombres de Mach plus grands que 0.5 pendant que l'avion a les meilleures qualités de vol 1 pour des nombres de Mach égaux à 0.3 et à 0.4. Le taux d'amortissement ζ_{DR} descend rapidement avec le nombre de Mach pour $M < 0.8$ et reste constant avec le nombre de Mach pour $M > 0.9$.

Le critère pour la fréquence montre l'augmentation de la fréquence naturelle du mode de roulis hollandais ω_{nDR} avec l'augmentation du nombre de Mach M et avec la réduction de l'altitude H . L'avion a les meilleures qualités de vol 1 pour tous les cas analysés par ce critère. D'après le critère combiné du taux d'amortissement avec la fréquence, l'avion a les qualités de vol 1 et 2.

Nous devons ajouter que la méthodologie de calcul des qualités de vol, présentée ici, n'est pas influencée par le régime de vol de l'avion (subsonique, transsonique ou supersonique).

Les études sur les qualités de vol de l'avion F/A-18 ont été portées dans ce mémoire pour des angles d'attaque α allant jusqu'à 10° . Avec l'apparition pendant les dernières années des avions volant à des très grands angles d'attaque α , il est nécessaire d'évaluer la stabilité et la commande de vol de l'avion F/A-18, ainsi que les qualités de vol de ces types d'avions.

Dans ce mémoire, les qualités de vol de l'avion ont été investiguées pour l'avion F/A-18 sans le système de commande. Dans l'avenir, les qualités de vol de l'avion seront investiguées pour l'avion F/A-18 équipé des systèmes automatiques de commande de vol.

ANNEXE 1

Calcul des fréquences naturelle ω_n et des amortissements ζ

Dans cette annexe, nous considérons l'équation différentielle classique d'un système de deuxième ordre en fonction du rapport d'amortissement ζ et de la fréquence naturelle ω_n comme suite :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = f(t) \quad (\text{A.1})$$

L'équation caractéristique correspondante s'écrit :

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n \lambda + \omega_n^2 = 0 \quad (\text{A.2})$$

Les racines λ de l'équation (A.2) sont:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad (\text{A.3})$$

Nous notons la partie réelles des valeurs propres par η et les parties imaginaires des valeurs propres par ζ , alors l'équation (A.3) s'écrit comme suite :

$$\lambda_{1,2} = \eta \pm i\omega \quad (\text{A.4})$$

L'amortissement ζ est représenté en fonction de la fréquence naturelle ω_n sur la Figure 1. Le mouvement de l'avion est stable lorsque les parties imaginaires des racines λ notées par η sont négatives, et le mouvement de l'avion est instable lorsque η sont positifs.

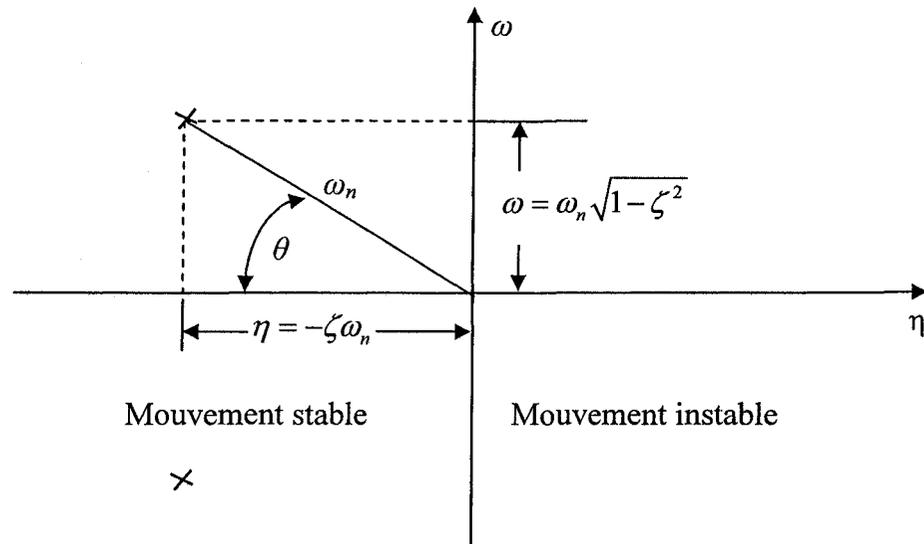


Figure 11 Le lieu des racines de l'équation caractéristique (A.2)

Par l'identification des termes des équations (A.3) et (A.4), nous obtenons :

$$\eta = -\zeta\omega_n \quad (\text{A.5})$$

$$\omega = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (\text{A.6})$$

L'angle θ est déterminé à partir de la géométrie du triangle montrée dans la Figure 1 :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\zeta}{\eta}\right) \quad (\text{A.7})$$

$$\cos \theta = -\zeta \quad (\text{A.8})$$

$$\sin \theta = \sqrt{1-\zeta^2} \quad (\text{A.9})$$

La période du mouvement longitudinal peut être déterminée en fonction de la fréquence:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{A.10})$$

Le temps pour réduire à moitié l'amplitude dans le cas d'un mouvement longitudinal stable ou le temps pour doubler l'amplitude dans le cas d'un mouvement longitudinal divergent est calculé comme suit :

Nous remplaçons x donnée par l'équation (2.15) dans avec sa moitié :

$$\frac{1}{2} x_r = x_r e^{\lambda t_m} \quad (\text{A.11})$$

dans la relation (A.11) nous réduisons l'amplitude et appliquons le logarithme naturel aux deux membres :

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \eta \cdot t_m \quad (\text{A.12})$$

L'équation (A.12) devient :

$$t_{m/d} = \frac{0.693}{|\eta|} \quad (\text{A.13})$$

Le nombre de cycles pour réduire de moitié, ou pour doubler l'amplitude du mouvement longitudinal:

$$N_{m/d} = \frac{t_{m/d}}{T} = \frac{t_{m/d}}{2\pi/\omega} \quad (\text{A.14})$$

ou :

$$N_{m/d} = 0.110 \frac{|\omega|}{|\eta|} \quad (\text{A.15})$$

Pour les avions en vol longitudinal, les valeurs propres de la matrice de stabilité A sont deux paires des valeurs propres complexes conjuguales $\lambda_{1,2}$ et $\lambda_{3,4}$:

$$\lambda_{1,2} = \eta_1 \pm i\omega_1 \quad \text{et} \quad \lambda_{3,4} = \eta_2 \pm i\omega_2 \quad (\text{A.16})$$

La paire des valeurs propres située le plus proche de l'origine correspond au mode de période longue (*phugoid*), pendant que la paire des valeurs propres située le plus loin de l'origine correspond au mode de période courte (*short period*).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Elodie Roux - *Pour une Approche analytique de la Dynamique du Vol* -raport de thèse ONERA SupAERO, 2005
- [2] <http://en.wikipedia.org/>
- [3] Cooper GE, Harper RP. *The use of pilot rating in the evaluation of aircraft handling qualities*. NASA TN-D5153, 1969
- [4] <http://www.bombardier.com>
- [5] Sherard Soparkar, Lloyd D. Reid, 2006, *The Influence of Simulator Motion on Handling Qualities*, Canadian Aeronautical Society Journal, Volume 52(1), pages 21-29.
- [6] http://iar-ira.nrc-cnrc.gc.ca/success/success_2004_2_f.html
- [7] Rogers E. Smith, Shahan K. Sarrafian *Effect Of Time Delay On Flying Qualities: An Update* NASA Technical Memorandum 88264 Aug1986
- [8] Joseph Gera, John T. Bosworth *Dynamic Stability and Handling Qualities Tests on a Highly Augmented, Statically Unstable Airplane* NASA Technical Memorandum 88297 Aug1987
- [9] Timothy H. Cox, G. Sachs, A. Knoll, R. Stich *A Flying Qualities Study of Longitudinal Long-Term Dynamics of Hypersonic Planes* NASA Technical Memorandum 104308 Nov 1995
- [10] Keith D. Wichman, Joseph W. Pahle, Catherine Bahm, John B. Davidson, Barton J. Bacon, Patrick C. Murphy, Aaron J. Ostroff, and Keith D. Hoffler *High-Alpha Handling Qualities Flight Research on the NASA F/A-18 High Alpha Research Vehicle* NASA Technical Memorandum 4773 Nov 1996
- [11] Kenneth W. Iliff, Kon-Sheng Charles Wang *Flight-Determined Subsonic Longitudinal Stability and Control Derivatives of the F-18 High Angle of Attack Research Vehicle (HARV) With Thrust Vectoring* NASA/TP-97-206539 Dec 1997
- [12] U.S. Department of Defense – *Flying Qualities of Piloted Airplanes*. Military Specifications MIL-F-8785C Nov 1980

- [13] U.S. Department of Defense, *Flying Qualities of Piloted Vehicles*, Military Specifications MIL-STD-1797 Mar. 1987
- [14] John Hodgkinson – “*Aircraft Handling Qualities*” – AIAA education series 1999
- [15] Nelson, R.C. *Flight Stability and Automatic Control* (2e éd.) Montreal – New York: McGraw Hill, 1998..