

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE

PAR
JONATHON SUMNER

INFLUENCE DE LA STABILITÉ ATMOSPHÉRIQUE SUR LES PRATIQUES DU
SECTEUR ÉOLIEN

MONTREAL, LE 6 JUIN 2006

© droits réservés de Jonathon Sumner

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

**M. Christian Masson, Directeur du mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure**

**M. Stéphane Hallé, Président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure**

**M. Robert Benoit, Examineur externe
Environnement Canada**

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 9 MAI 2006

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

INFLUENCE DE LA STABILITÉ ATMOSPHÉRIQUE SUR LES PRATIQUES DU SECTEUR ÉOLIEN

Jonathon Sumner

SOMMAIRE

Puisque le secteur de l'énergie éolienne poursuit un essor rapide, tant en termes technologiques qu'en popularité, les normes internationales décrivant les méthodes pour évaluer la performance d'une éolienne ont de la difficulté à rester à jour. Ce problème est relié aux conditions implicitement complexes dans lesquelles les turbines opèrent. Les effets combinés du terrain non homogène, de la turbulence, des conditions météorologiques diverses et des limitations en mesure jouent un rôle important. Dans ce travail, l'effet des conditions atmosphériques sur la performance d'une éolienne est analysé, avec une emphase sur l'interaction entre le profil de vitesse du vent et la puissance de l'éolienne, pour ainsi examiner la validité des pratiques existantes. Cette étude est divisée en deux parties et présentée sous forme de deux articles scientifiques.

Pour analyser l'interaction du vent avec l'éolienne, un modèle atmosphérique est nécessaire. La théorie de Monin-Obukhov est couplée à un modèle de turbulence pour résoudre les profils de vitesse et de température dans la couche limite atmosphérique. Ce modèle est validé avec des mesures de l'étude CASES99 et est ensuite comparé avec le modèle existant « flux-profil ». La comparaison illustre les avantages du modèle proposé. Premièrement, le modèle de turbulence permet des solutions sous des conditions très stables, une faiblesse connue de la méthode « flux-profil ». Deuxièmement, l'introduction d'une autre équation élimine le besoin d'une deuxième mesure de vitesse. De plus, le modèle de turbulence peut être utilisé pour redériver les équations de Monin-Obukhov dans la limite très stable. Le système d'équations est non linéaire et il est résolu avec l'algorithme de Newton-Raphson.

Subséquentement, le modèle est appliqué pour étudier l'impact des conditions atmosphériques sur les tests de performance et l'évaluation du potentiel éolien d'un site. Le profil de vent est intégré numériquement pour trouver la vitesse moyenne sur la surface balayée par les pales. En utilisant les données d'un parc situé à Delabole en Angleterre, les caractéristiques de performance pour une Vestas Windane-34 sont calculées en suivant la norme IEC et une version modifiée pour tenir compte de la vitesse moyennée. Bien que la différence entre les courbes de puissance soit petite, la différence entre les coefficients d'efficacité maximale est appréciable. De plus, le productible énergétique annuel a diminué de presque 5 % par rapport à l'estimation de la norme IEC. Il est donc conclu que l'hypothèse qui suppose que la vitesse du vent au moyeu soit représentative du contenu énergétique n'est pas toujours précise, ni conservateur.

INFLUENCE OF ATMOSPHERIC STABILITY ON WIND ENERGY PRACTICES

Jonathon Sumner

ABSTRACT

As the wind energy industry continues its rapid growth, both technologically and in terms of popularity, the international standards governing power performance evaluation are having difficulty keeping pace. This is primarily due to the inherently complex conditions under which wind turbines often operate. The combined effects of non-homogeneous terrain, turbulence, varying meteorological conditions and, of course, measurement limitations all play an important role in power performance testing. Herein, the impact of atmospheric conditions on wind turbine performance is analyzed, with focus on the link between wind speed velocity profiles and turbine power, to examine the validity of existing industrial practices. The study is divided into two works, each of which are presented in the form of an article.

To analyze the interaction of the wind with the turbine, an atmospheric model is first developed. The Monin-Obukhov similarity functions are coupled with a two-equation turbulence model to resolve the profiles of temperature and velocity in the atmospheric surface layer. The model is validated with eddy covariance and profile measurements from the CASES99 experiment and the results are compared with classic flux-profile techniques. In doing so, the relative benefits of the presented formulation become apparent. Firstly, the addition of a turbulence model allows for convergence in the moderate to very stable regime, a known weakness of the existing flux-profile formulation. Secondly, the addition of an extra equation eliminates the need for a second velocity measurement. Furthermore, the turbulence model can be used to reformulate the Monin-Obukhov equations for the very stable limit. The resulting system of equations is non-linear in nature and is solved with a Newton-Raphson algorithm.

The presented model is then applied to investigate the impact of atmospheric conditions on power performance testing and site evaluation. The disk-averaged wind speed, \bar{u}_{disk} , is evaluated by numerically integrating the predicted velocity profile over the swept area of the rotor. Power performance and annual energy production (*AEP*) calculations for a Vestas Windane-34 turbine from a wind farm in Delabole, England, are carried out using both disk-averaged and hub height wind speeds. Although the power curves generated with each wind speed definition have only slight differences, there is an appreciable impact on the maximum turbine efficiency. Furthermore, when the Weibull parameters for the site are recalculated using \bar{u}_{disk} , the *AEP* prediction using the modified parameters fell by nearly 5% compared to current methods. Thus, the practical assumption that the hub height wind

speed is representative of the energy content of the wind is found to not always be accurate or even conservative.

REMERCIEMENTS

Most importantly, I thank my wife Annie for all her love and support. Without her this surely would not have been possible. I also thank (and miss dearly) all of my friends and family back in Ontario.

J'aimerais également remercier le professeur Christian Masson pour son encouragement, sa patience, son expertise et surtout les nombreuses opportunités qu'il m'a donné d'apprendre et d'avancer dans mes études. Cependant, si je n'avais pas Etienne, Jean-Daniel, tous les Philippes, Anne-Marie, Idriss, Cédric, Benoit, Les Gaulois, et tout le reste de mes amis québécois/français je n'aurais jamais appris le français ni vécu une expérience si belle durant ces trois dernières années. Un gros merci à tous ! Thank you all so much.

Mille mercis à Philippe Brodeur pour son aide avec la rédaction en français. Je l'ai appréciée beaucoup.

Cette étude a reçu l'appui du programme des chaires de recherche du Canada et du Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) sous forme des fonds de recherche.

Également, ce projet a bénéficié des mesures téléchargées de la base de données "Database of Wind Characteristics" de Delft Technical University au Danemark. Site internet : "<http://www.winddata.com>". Les données pour le site suivant sont appliquées : Delabole (Delabole Wind Farm, Royaume-Uni).

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	i
ABSTRACT	ii
REMERCIEMENTS	iv
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES	vii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE	4
1.1 Description des processus atmosphériques	4
1.1.1 Température potentielle et gradient adiabatique sec	4
1.1.2 Stratification thermique instable	5
1.1.3 Stratification thermique stable	6
1.1.4 Stratification thermique neutre	6
1.1.5 Le nombre de Richardson et ζ	6
1.2 Profils de vitesse dans la couche limite atmosphérique	7
1.2.1 La loi du 1/7ième	7
1.2.2 Le profil logarithmique	8
1.2.3 Le profil log-linéaire ou diabatique	9
1.3 L'évaluation de la stabilité atmosphérique	9
1.3.1 Évaluation des paramètres avec la méthode de « eddy-covariance »	10
1.3.2 Solutions approximatives	11
1.3.3 La méthode de dissipation	12
1.3.4 La méthode « flux-variance »	12
1.3.5 La méthode « flux-profil »	13
CHAPITRE 2 DÉVELOPPEMENT DES ÉQUATIONS DE BASE	15
2.1 L'atmosphère idéale	15
2.1.1 Les hypothèses critiques	15
2.2 La théorie de Monin-Obukhov	17
2.2.1 Le profil neutre comme un cas spécial des équations de Navier-Stokes	17
2.2.2 La généralisation aux conditions non neutres	19
2.3 Limites théoriques	20

CHAPITRE 3	DÉVELOPPEMENT ET VALIDATION DU MODÈLE MATHÉMATIQUE PROPOSÉ	22
3.1	Les équations	22
3.2	Les conditions très stables	24
3.3	Résultats	25
CHAPITRE 4	INFLUENCE DE LA STABILITÉ ATMOSPHERIQUE SUR LES COURBES DE PERFORMANCE D'UNE ÉOLIENNE	26
4.1	Les tests de performance	26
4.2	Les courbes de performance	27
4.3	Évaluation du site	27
CHAPITRE 5	CONCLUSIONS	29
BIBLIOGRAPHIE	31
ANNEXE 1	A TURBULENCE-BASED MODEL FOR RESOLVING VELOCITY AND TEMPERATURE PROFILES IN THE ATMOSPHERIC SURFACE LAYER	34
ANNEXE 2	INFLUENCE OF ATMOSPHERIC STABILITY ON WIND TURBINE POWER PERFORMANCE CURVES	72
Tableau I	Paramètres d'échelle de Monin-Obukhov et leurs ordres de grandeur typiques	20

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

A	Surface balayée [m^2]
AEP	Productible énergétique annuel [MWh]
$C_{p,i}$	Coefficient d'efficacité ou de puissance du bin i
C_μ	Constante du modèle $k - \epsilon$
D	Diamètre de l'éolienne [m]
F	Probabilité cumulative
\vec{F}	Force [N]
H	Hauteur du moyeu [m]
K	Constante de von Karman
L	Longueur d'Obukhov [m]
L_s	Longueur de séparation [m]
\bar{P}_i	Puissance moyenne du bin i [kW]
Pr_T	Nombre de Prandtl turbulent
R	Rayon de l'éolienne [m]
R'	Constante de gaz réel [$JK^{-1}kg^{-1}$]
Ri	Nombre de Richardson
T	Température [K]
T^*	Température d'échelle [K]
TI	Intensité de turbulence [%]
c	Paramètre de la distribution de Weibull [ms^{-1}]
c_p	Chaleur spécifique à pression constante [$Jkg^{-1}K^{-1}$]
d	Hauteur de déplacement [m]
g	Accélération de gravité [ms^{-2}]
k	Paramètre de la distribution de Weibull
k	Énergie cinétique turbulente (TKE)

k_h	Conductivité thermique [$JK^{-1}m^{-1}s^{-1}$]
p	Pression [Nm^{-2}, Pa]
q	Humidité
q^*	Humidité d'échelle
q_w	Flux de chaleur [$Jm^{-2}s^{-1}$]
u, v, w	Composantes de la vitesse du vent [ms^{-1}]
\bar{u}	Vitesse du vent mesurée moyennée sur 10 minutes [ms^{-1}]
u^*	Vitesse de frottement [ms^{-1}]
u_{avg}	Vitesse du vent moyenne annuelle [ms^{-1}]
\bar{u}_{disk}	Vitesse du vent moyennée sur la surface balayée [ms^{-1}]
\bar{u}_j	Vitesse du vent mesurée moyennée sur 10 minutes à la hauteur j [ms^{-1}]
$u_{model,j}$	Vitesse du vent prévue à la hauteur j [ms^{-1}]
u_n	Vitesse du vent normalisée [ms^{-1}]
$\bar{u}_{n,i}$	Vitesse du vent moyenne normalisée du bin i [ms^{-1}]
z	Hauteur [m]
z_0	Hauteur de rugosité aérodynamique [m]
χ_{TI}	Constante
Ψ_h	Fonction universelle intégrée de chaleur
Ψ_m	Fonction universelle intégrée de quantité de mouvement
α	Largeur du secteur perturbé [$^\circ$]
α	Coefficient de cisaillement
α	Diffusivité thermique [m^2s^{-1}]
ϵ	Taux de dissipation de TKE
ϕ_{TI}	Fonction universelle de l'intensité de turbulence
ϕ_h	Fonction universelle de chaleur
ϕ_m	Fonction universelle de quantité de mouvement
ϕ_ϵ	Fonction universelle de ϵ

$\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$	Écart-type de la vitesse du vent mesurée [ms^{-1}]
σ_T	Écart-type de la température mesurée [K]
σ_{vel}	Erreur moyenne [ms^{-1}]
σ'_{vel}	Erreur moyenne normalisée
θ	Température potentielle [K]
θ^*	Température potentielle d'échelle [K]
θ_v	Température potentielle virtuelle [K]
θ_v^*	Température potentielle virtuelle d'échelle [K]
ρ_0	Densité de l'air de référence [kgm^{-3}]
$\bar{\rho}$	Densité de l'air mesurée moyennée sur 10 minutes [kgm^{-3}]
ζ	Variable de stabilité adimensionnelle z/L
Γ_d	Gradient adiabatique sec [Km^{-1}]
ν	Viscosité cinétique
μ	Viscosité dynamique
μ_T	Viscosité turbulente
λ	Facteur de correction
τ	Stress de cisaillement [Pa]

INTRODUCTION

Mise en contexte

Présentement, l'énergie éolienne est un des secteurs d'énergie les plus intéressants au monde. La capacité installée augmente continuellement chaque année. Il est prévu que pas moins de 4000 MW seront installés au Canada d'ici 2010 et 194 GW dans le monde d'ici 2013. Au Québec, 212 MW sont déjà installés et 3500 MW sont prévus d'ici 2013 [1]. Des facteurs sociaux, politiques, environnementaux et économiques assurent des conditions favorables pour le développement du secteur éolien dans un avenir prévisible. Cependant, même avec ces facteurs qui appuient l'industrie, il existe des défis techniques qui peuvent ralentir cette lancée. Comme l'ont noté Frandsen *et al* [2], un des gros problèmes concerne la façon d'évaluer la performance d'une éolienne. Parmi les nombreux facteurs pertinents qu'ils mentionnent, cette étude va se concentrer sur l'importance du profil de la vitesse du vent.

La faisabilité d'un projet éolien dépend beaucoup de l'estimation de l'énergie dans le vent, qui est proportionnelle au cube de sa vitesse, et également de la manière dont l'éolienne et le vent vont interagir. Le premier facteur implique les techniques d'évaluation du site. L'interaction entre l'éolienne et l'environnement est décrite avec la courbe de puissance. Cependant, il n'est pas encore évident comment déterminer celle-ci d'une façon qui va fournir des résultats représentatifs. Bien sûr, beaucoup d'emphase est placée sur la mesure de la vitesse. Idéalement, la distribution de la vitesse du vent serait mesurée sur toute la surface balayée, le plus près possible de l'éolienne et toujours en amont. Pour plusieurs raisons, cela n'est pas réalisable. Souvent une seule mesure de vitesse est utilisée pour caractériser l'énergie disponible, toujours avec une distance importante entre l'éolienne et le point de mesure. Donc, des techniques ont été proposées, comme la calibration du site, qui essaient de corriger les erreurs induites à cause de la distance qui sépare l'éolienne du point de mesure. Ces méthodes réduisent l'erreur spatiale dans le plan horizontal. Toutefois, il faut également connaître le profil vertical du vent pour estimer l'énergie totale disponible. C'est-à-dire qu'une correction spatiale dans la direction verticale est nécessaire. Malheureusement, plusieurs facteurs affectent la distribution du vent et une correction est difficile à appliquer. Des changements de terrain ou de pression, des effets thermiques dus à l'inso-

lation, les nuages et même l'heure durant la journée peuvent tous jouer un rôle important dans ce profil de vitesse.

Plusieurs chercheurs ont démontré que la performance d'une éolienne dépend du profil du vent. Cependant, une analyse quantitative et profonde n'a pas été complétée jusqu'à présent. Hiester et Pennell [3] et plus récemment Rohatgi [4] ont traité le problème d'une façon qualitative, sans données expérimentales. Ils ont bien expliqué les effets de la stratification thermique sur le profil de vitesse et ils ont indiqué les impacts possibles sur le productible énergétique. D'autres chercheurs ont identifié des liens entre le productible et le niveau de turbulence (voir [5]). Toutefois, il y a très peu d'études dans la littérature qui se sont concentrées sur le rôle des conditions atmosphériques. La meilleure étude jusqu'à maintenant est probablement l'effort récent du Risø, le laboratoire national du Danemark [6]. En 2003, ces chercheurs ont mesuré le profil du vent devant une éolienne de 3 MW avec la technologie de SODAR, pour étudier l'interaction entre le profil du vent et la performance de l'éolienne. Ils sont parmi les premiers auteurs à démontrer expérimentalement l'impact des conditions atmosphériques.

Les normes actuelles pour l'évaluation du contenu énergétique dans le vent utilisent une seule mesure de vitesse à la hauteur du moyeu, au centre de la surface balayée. Pour que ceci soit équivalent à supposer un profil linéaire, lequel est rarement observé, il est également supposé que l'erreur entre la vraie quantité d'énergie et celle approximée par un profil linéaire est négligeable. L'objectif de ce mémoire est de quantifier l'impact du profil du vent sur la performance d'une éolienne, avec un nouveau modèle intégrable dans les normes existantes, pour valider ou invalider l'approche actuelle pour mesurer l'énergie disponible.

Les limites de la recherche

L'interaction entre la couche limite terrestre et une éolienne sera étudiée. Pour ce faire, une approche en deux étapes est proposée. Premièrement, un modèle sera développé pour résoudre le profil vertical du vent à partir de données météorologiques simples. Ce modèle sera vérifié avec des données expérimentales. En développant le modèle, les exigences suivantes seront respectées :

- Basé sur les mesures actuellement utilisées dans l'industrie.
- Fondé sur des lois physiques au lieu de régressions polynomiales ou d'autres techniques similaires.
- Facilement intégré dans les normes existantes.

Dès que la validité du modèle sera vérifiée, la deuxième étape sera d'intégrer les profils du vent sur la surface balayée pour évaluer la quantité d'énergie disponible. Les questions qui s'imposent sont les suivantes :

- Est-ce que la vitesse du vent moyennée sur la surface balayée est différente de la vitesse au moyeu d'une façon significative ?
- Quel est l'effet de ces différences sur les caractéristiques de performance mesurées d'une éolienne ?
- Est-ce que les hypothèses utilisées dans les normes actuelles sont raisonnables ? Sinon, quelle est la différence entre ces deux approches au niveau énergétique ?

Pour répondre à ces questions, le travail sera présenté en deux parties. La première partie sera le développement du modèle qui peut résoudre le profil du vent en utilisant les données météorologiques typiques d'un parc éolien. La deuxième partie sera l'application du modèle à un parc réel et l'analyse des effets du profil de vent sur la performance d'une éolienne. La plus grande partie de ce travail a déjà été rédigée et est présentée dans deux articles, qui ont été soumis pour publication et qui se trouvent aux Annexes 1 et 2.

Pour fournir une mise en contexte plus complète, deux autres chapitres sont inclus ici. Le Chapitre 1 explique de façon sommaire d'autres modèles existants pour modéliser le profil du vent et aussi une description du comportement général de l'atmosphère. Le Chapitre 2 présente le développement des équations de base. Les Chapitres 3 et 4 résument les deux articles. Les conclusions sont résumées à la fin, au Chapitre 5.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Description des processus atmosphériques

La région de l'atmosphère intéressante pour les objectifs éoliens se limite aux premières centaines de mètres, ce qui est souvent appelée la *couche limite de surface*. Panofsky et Dutton [7] définissent cette région comme les premiers 10 % de la couche limite planétaire (CLP) où les hypothèses de flux de quantité du mouvement et de chaleur constants sont appropriées. La hauteur de la CLP suit des cycles diurnes, donc la hauteur de la couche limite de surface est variable. Durant la journée, les conditions convectives sont dominantes et la CLP complètement développée peut atteindre 2 km de hauteur [8]. Ces conditions assurent que les hypothèses de flux constants sont bien satisfaites pour les premiers 200 m de l'atmosphère. Inversement, la nuit, la profondeur de la CLP est généralement beaucoup moindre, de l'ordre de 100 à 200 m. Ici, la hauteur de la couche limite de surface idéale peut être de seulement 20 m.

1.1.1 Température potentielle et gradient adiabatique sec

En général, l'atmosphère peut être stable, instable ou neutre, en fonction de la stratification thermique. Pour illustrer les différences entre chaque condition, on considère une masse d'air sec. Si cette masse d'air est déplacée adiabatiquement vers le haut, sa température va diminuer seulement à cause du changement de pression ; c'est-à-dire qu'il n'y a aucune chaleur latente générée, ni transfert de chaleur avec l'air autour. Le profil de température que cette masse d'air va suivre est appelé le *gradient adiabatique sec*, Γ_d . Rohatgi [4] résume les détails mathématiques. En supposant que le gradient de pression est bien modélisé avec l'équation hydrostatique, il trouve

$$\Gamma_d = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} \quad (1.1)$$

Ici c_p est la chaleur spécifique à pression constante. Pour l'air sec c_p égale $1005 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$, donc la température de la masse d'air va diminuer d'à peu près 10 K/km . Si après le déplacement, l'air autour de la masse originale est plus froid, cette masse va monter continuellement. Cette condition est définie *instable*.

$$-\frac{dT}{dz} > \Gamma_d$$

Dans une atmosphère *stable*, l'air autour de la masse originale va être plus chaud.

$$-\frac{dT}{dz} < \Gamma_d$$

Au lieu de travailler avec la température absolue, il est souvent avantageux d'utiliser la *température potentielle*, θ .

$$\theta = T \left[\frac{p_{ref}}{p} \right]^{R'/c_p} \quad (1.2)$$

Cette température est corrigée pour l'effet de pression selon cette équation. R' est la constante de gaz réel, égale à $287 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$. La température potentielle de la masse d'air ne change pas lorsqu'elle est déplacée adiabatiquement. Les conditions de stabilité peuvent être classées selon θ .

$$\frac{d\theta}{dz} \begin{cases} > 0 & \text{stable} \\ = 0 & \text{neutre} \\ < 0 & \text{instable} \end{cases}$$

1.1.2 Stratification thermique instable

Durant la journée, le soleil chauffe le sol ainsi que l'air proche du sol. Éventuellement, le flux de chaleur au sol est significatif et une condition instable est développée. Le gradient de température va générer de la turbulence et le transfert vertical de la quantité de mou-

vement et de la chaleur sera augmenté. Durant ces périodes, cette turbulence additionnelle crée des profils de vitesse et de température très uniformes. L'intensité de turbulence est généralement maximale sous ces conditions.

1.1.3 Stratification thermique stable

La nuit, les conditions ne sont plus les mêmes. Le sol, récemment une source de chaleur, devient un puits de chaleur. Le profil de température résultant diminue les mouvements turbulents et le profil de vitesse est très cisailé [8]. D'autres phénomènes existent, comme les ondes de gravité et le drainage, qui compliquent le comportement de l'écoulement. À la limite, la turbulence est presque nulle.

1.1.4 Stratification thermique neutre

La transition entre les conditions stables et instables est caractérisée par la condition neutre. Ici, il n'existe aucun effet thermique et l'écoulement peut être modélisé juste avec la conservation de la quantité de mouvement (c'est-à-dire qu'il n'y a aucun transfert d'énergie).

Clairement, les caractéristiques de l'écoulement dans la couche limite de surface sont très différentes selon la stratification thermique. Les profils de température, de vitesse et de turbulence seront tous fonction de la condition de stabilité prévalante. Donc, il s'agit d'un paramètre important pour la modélisation du vent.

1.1.5 Le nombre de Richardson et ζ

Un paramètre quantitatif pour la description du niveau de stabilité de l'atmosphère est le nombre de Richardson, Ri . Cette variable adimensionnelle décrit l'importance relative de la production de turbulence d'origine thermique par rapport à la production de turbulence d'origine mécanique [8].

$$Ri = \frac{g}{\theta} \cdot \frac{\partial \bar{\theta} / \partial z}{(\partial \bar{u} / \partial z)^2} \quad (1.3)$$

Lorsqu'il y a une ligne au-dessus d'une variable, ceci indique qu'elle est moyennée. Les trois états de l'atmosphère peuvent être séparés selon le nombre de Richardson.

$$Ri \begin{cases} > 0 & \text{stable} \\ = 0 & \text{neutre} \\ < 0 & \text{instable} \end{cases}$$

Souvent, il est utile de représenter Ri comme fonction d'un autre paramètre de stabilité, ζ , qui est défini comme la hauteur, z , normalisée par la longueur d'Obukhov, L . La signification de L sera discutée à la Section 2.2.2. Les fonctions ϕ_h et ϕ_m sont empiriques et représentent les gradients adimensionnels de chaleur et de quantité de mouvement, respectivement.

$$Ri = \frac{z}{L} \cdot \frac{\phi_h}{\phi_m^2} = \zeta \cdot \frac{\phi_h}{\phi_m^2} \quad (1.4)$$

1.2 Profils de vitesse dans la couche limite atmosphérique

1.2.1 La loi du 1/7ième

Il existe trois méthodes courantes pour modéliser le profil de la vitesse du vent dans la plus basse partie de la couche limite atmosphérique. La plus simple de ces trois est la loi du 1/7ième, où la distribution de vitesse est supposée avoir la forme suivante :

$$\frac{u(z)}{u(z_{ref})} = \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha \quad (1.5)$$

où u est la vitesse du vent à la hauteur z . Le coefficient de cisaillement, α , a été mesuré par von Karman et est d'approximativement 1/7 pour un écoulement sur un terrain plat [9]. Cependant, la valeur de α est très variable et, généralement, elle est calculée à partir des données d'un site spécifique, en utilisant l'anémométrie à deux hauteurs. Plusieurs autres méthodes existent pour estimer cette quantité basées sur diverses mesures.

L'inconvénient de ce modèle est le manque de raisonnement physique. Il n'est pas fondé sur les lois de conservation ni sur de la théorie, c'est simplement une régression à travers des mesures. Il a des avantages inhérents liés à sa simplicité, le principal étant de pouvoir extrapoler le profil du vent à partir d'une seule mesure de vitesse. Toutefois, faire une extrapolation de cette façon est un exercice dangereux. De plus, le coefficient de cisaillement est fort probablement dépendant du profil de température et de la rugosité, des quantités qui changent avec le temps. Autrement dit, au mieux cette technique peut bien représenter un profil de vitesse moyenné dans le temps, mais comme ce modèle est complètement empirique, un niveau de précision élevé n'est pas attendu.

1.2.2 Le profil logarithmique

Le profil logarithmique est dérivé directement des équations de Navier-Stokes. Avec plusieurs hypothèses simplificatrices, qui sont expliquées en détail à la Section 2.1, le gradient de vitesse peut être intégré, d'une façon fermée, pour donner $u(z)$. Généralement, la limite inférieure est définie comme z_0 , la *hauteur de rugosité atmosphérique* autour du site, où la vitesse du vent est nulle.

$$u(z) = \frac{u^*}{K} \ln \left[\frac{z}{z_0} \right] \quad (1.6)$$

K est la constante de von Karman et u^* est la *vitesse de frottement*. Le développement complet de cette équation est présenté au Chapitre 2. Le premier avantage avec cette approche est qu'elle est basée sur des lois physiques plutôt que sur des observations purement empiriques. Aussi, elle est très facile à appliquer, nécessitant seulement deux mesures de vitesse pour générer le profil du vent. Cependant, en principe ce profil est valide seulement pour les conditions neutres (ni stables ni instables), lesquelles ne sont pas souvent observées.

1.2.2.1 L'existence d'une hauteur de déplacement

Là où il existe des éléments de rugosité plus élevés, autour des forêts par exemple, la coordonnée en z est diminuée avec une *hauteur de déplacement*, d [10]. d représente la hauteur effective de la surface. Pour les deux sites considérés dans ce mémoire, les terrains

sont plats sans beaucoup d'obstructions et donc $d = 0$. Lorsqu'il faut inclure d , l'équation (1.6) est modifiée comme suit :

$$u(z) = \frac{u^*}{K} \ln \left[\frac{z - d}{z_0} \right] \quad (1.7)$$

1.2.3 Le profil log-linéaire ou diabatique

Le profil log-linéaire applique des corrections au profil logarithmique pour tenir compte des effets de la stratification thermique de l'atmosphère. Essentiellement, le profil logarithmique décrit le profil du vent quand la seule source de turbulence est le cisaillement. Ces conditions sont assez rares et l'effet du flux de chaleur doit être considéré. Les profils de vitesse et de température sont corrigés pour tenir compte des effets des forces de flottaison avec les fonctions universelles intégrées Ψ_m et Ψ_h . Pour la vitesse,

$$u(z) = \frac{u^*}{K} \left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_m \left(\frac{z}{L}, \frac{z_0}{L} \right) \right] \quad (1.8)$$

Des trois méthodes discutées, celle-ci est la plus complète. Elle est basée sur une combinaison de la loi de conservation de quantité de mouvement et de la théorie de la similarité qui profite des mesures empiriques. Si les paramètres atmosphériques u^* , z_0 et L sont connus, le profil de vitesse du vent peut être extrapolé. Ces profils seront valides pour la plupart des conditions atmosphériques, qu'elles soient stables, instables ou neutres. Toutefois, celle-ci est la plus lourde à appliquer. La détermination de ces paramètres n'est pas toujours évidente et ce défi est discuté dans la prochaine section.

1.3 L'évaluation de la stabilité atmosphérique

« If the stability and the flux or stress is known in advance, then the integrated [universal functions] can be solved directly for the wind speed or the potential temperature at any height.

Often these equations are used in reverse, to estimate the flux knowing the mean wind or temperature profile. This is much more difficult [...] The resulting coupled set of equations is very difficult to solve, and often involves an iterative approach. »

Stull, p. 385 [10]

Pour connaître les profils de vitesse et de température dans la couche limite de surface, il faut mesurer ou calculer les paramètres u^* , θ^* , z_0 et L . En déterminant ces paramètres, les profils de vitesse et de température peuvent être extrapolés jusqu'à la hauteur de cette région de l'atmosphère. Il existe plusieurs approches pour les trouver, mais très peu sont bien adaptées aux pratiques du secteur éolien. En général, il y a deux choix : mesurer les paramètres directement ou calculer les paramètres à partir de données météorologiques et d'un modèle atmosphérique.

1.3.1 Évaluation des paramètres avec la méthode de « eddy-covariance »

La meilleure façon de déterminer les flux de chaleur et de quantité de mouvement dans la couche limite de surface est de les mesurer directement. La technique de « eddy-covariance » utilise des instruments très sensibles, opérant à haute fréquence, qui ont le pouvoir de mesurer des petits changements des variables conservées. À partir d'une série temporelle, les statistiques de covariance entre les variables d'intérêt peuvent être facilement calculées afin de déterminer les flux et stress de surface. Stull [10] résume les flux les plus pertinents.

Flux vertical tourbillonnaire de chaleur $= \overline{w'\theta'}$

Flux vertical tourbillonnaire d'humidité $= \overline{w'q'}$

Flux vertical tourbillonnaire de quantité de mouvement $= \overline{u'w'}$

1.3.1.1 Les paramètres d'échelles de surface

La vitesse de friction, u^* , est proportionnelle à la racine des contraintes de Reynolds divisée par la densité du fluide. En termes statistiques, les contraintes de Reynolds peuvent être représentées comme [10],

$$u^{*2} \equiv \left(\overline{u'w'^2} + \overline{v'w'^2} \right)^{1/2} \quad (1.9)$$

Si la composante u est définie selon la direction du vent, l'équation (1.9) se réduit à

$$u^{*2} \equiv |\overline{u'w'}| \quad (1.10)$$

En analogie avec la vitesse de friction, la *température potentielle de friction* ou *d'échelle*, θ^* , et l'*humidité d'échelle*, q^* , sont définies comme,

$$\theta^* \equiv -\frac{\overline{w'\theta'}}{u^*} \quad (1.11)$$

$$q^* \equiv -\frac{\overline{w'q'}}{u^*} \quad (1.12)$$

Le flux de chaleur sensible, q_w , est défini comme

$$q_w = -\rho c_p u^* \theta^* \quad (1.13)$$

L peut être déterminée avec θ^* et u^* .

Bien que cette technique soit très précise, elle n'est pas sans problèmes. Hsieh *et al* [11] notent les difficultés de son application, spécifiquement :

1. Une fréquence d'échantillonnage haute (10 à 20 Hz).
2. Les instruments doivent être déployés d'une façon très précise.
3. Une période d'échantillonnage prolongée.

Comme les instruments nécessaires pour faire cette analyse sont très chers, d'autres modèles ont été proposés pour calculer ces paramètres à partir d'instruments moins coûteux.

1.3.2 Solutions approximatives

La grande source de difficultés avec les modèles atmosphériques est la non-linéarité des équations utilisées. Cependant, il est possible d'éviter ces problèmes en faisant des approximations (voir [10] pour un résumé). Pour des conditions instables, Businger a proposé que

$$Ri \approx \frac{z}{L}$$

Si les dérivées partielles de u et θ sont approximées avec deux ou trois mesures, L peut être calculée directement. Avec L , u^* est trouvée en appliquant l'équation (1.8) où z_0 est estimée.

Pour les conditions stables, une méthode similaire est présentée à la Réf. [10]. Il a profité de la similarité des profils de vitesse et de température et il a suggéré que

$$\frac{u^*}{\theta^*} \approx \frac{\Delta \bar{u}}{\Delta \bar{\theta}}$$

Cette fois, L peut être calculée directement et ensuite u^* . Là encore, z_0 doit être estimée.

1.3.3 La méthode de dissipation

Comme solution aux défis posés par l'application de la technique de « eddy covariance », Hsieh *et al* [11] ont testé et amélioré la méthode de dissipation pour l'atmosphère instable. Ce modèle est basé sur un bilan d'énergie cinétique turbulente et la théorie de Monin-Obukhov. Il a besoin des mesures à haute fréquence de température et vitesse du vent ou, au moins, une mesure à haute fréquence de température et une estimation de la hauteur de rugosité, z_0 . Ces quantités ne sont souvent pas disponibles. Les normes actuelles du secteur éolien n'utilisent pas les mesures à haute fréquence, préférant les anémomètres et thermomètres ; donc cette méthode n'est pas applicable présentement.

1.3.4 La méthode « flux-variance »

Ces dernières deux méthodes (Section 1.3.4 et 1.3.5) sont les mieux adaptées aux pratiques en énergie éolienne. Celle-ci utilise les relations empiriques entre les variances et les flux de température. Elle nécessite une mesure de \bar{u} et l'écart-type de température, σ_T . Si z_0 est connue, ou peut être calculée autrement, u^* et L sont résolues itérativement avec les équations ci-dessous. Pour les conditions instables, Hsieh *et al* [11] ont présenté

$$u^* = \frac{\bar{u}K}{\ln(z/z_0) - \Psi_m} \quad (1.14)$$

$$q_w = \rho c_p \left(\frac{\sigma_T}{C_1} \right)^{3/2} \left(\frac{Kg z}{T} \right)^{1/2} \quad (1.15)$$

$$L = - \frac{\rho c_p T u^{*3}}{Kg q_w} \quad (1.16)$$

Pour les conditions stables, il existe d'autres relations de similarité [3]. On peut appliquer directement

$$\theta^* = \frac{\sigma_T}{2} \quad (1.17)$$

et ensuite appliquer l'équation (1.14) et la définition de L , itérativement.

L'inconvénient de cette méthode et de la prochaine est l'estimation de z_0 . Une discussion sur ce sujet est présentée ci-dessous.

1.3.5 La méthode « flux-profil »

Cette méthode applique les équations de Monin-Obukhov à deux hauteurs pour la vitesse et la température, ce qui permet la résolution des variables u^* , θ^* et L . La hauteur de rugosité aérodynamique, z_0 , peut être déterminée une fois que u^* et L sont calculées. Berkowicz et Prahm [12] ont évalué la performance de cette méthode avec les données de trois sites différents. Ces équations seront la base du modèle proposé et sont présentées au Chapitre 3.

L'inconvénient est la nécessité d'avoir deux mesures de vitesse. Souvent, un seul anémomètre est installé sur les tours météorologiques. Toutefois, il est possible d'utiliser seulement une mesure de vent (et une différence de température), si z_0 est connue *a priori*.

Souvent, z_0 est estimée selon le terrain ou par corrélation avec des mesures faites sous des conditions neutres. Cependant, cette stratégie n'est pas souhaitable pour plusieurs raisons :

- a) z_0 est souvent une variable d'intérêt en soi, une quantité qu'on ne veut pas estimer.
- b) z_0 n'est pas une constante ; en fait elle peut varier sur plusieurs ordres de grandeur [13].
Même $\overline{z_0}$, qui est reliée au terrain, peut avoir une dépendance saisonnière.
- c) La plupart des terrains ne sont pas parfaitement homogènes et donc z_0 aura aussi une dépendance sur la direction du vent.

L'autre inconvénient avec la méthode « flux-profil » est son application sous des conditions très stables. Pour des conditions instables, il a été démontré que cette méthode est rapide et précise. Par contre, elle a des problèmes sous des conditions stables [12].

Idéalement, une méthode basée sur un minimum d'équipement avec les instruments déjà utilisés dans le secteur serait le meilleur choix. Généralement, une bonne estimation du profil de vitesse est le but premier, et une grande précision par rapport aux variables u^* , L , et θ^* n'est pas nécessaire. Donc, une nouvelle technique est proposée, fondée sur la théorie de Monin-Obukhov complétée par le modèle de turbulence $k - \epsilon$ [14]. Cette approche consiste en quatre équations ainsi que quatre variables inconnues qui peuvent être résolues. Elle a besoin d'une différence de température et d'une seule mesure de vitesse.

CHAPITRE 2

DÉVELOPPEMENT DES ÉQUATIONS DE BASE

Le développement du modèle mathématique est présenté dans le premier article qui se trouve à l'Annexe 1. La présentation commence avec les deux équations ci-dessous. Cette section va démontrer les détails mathématiques et les hypothèses importantes pour y arriver.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{K_z}{u^*} = \phi_m(\zeta)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \frac{K_z}{\theta^*} = \phi_h(\zeta)$$

2.1 L'atmosphère idéale

Étant donné que le comportement de l'atmosphère est très complexe, il est nécessaire d'utiliser des hypothèses qui simplifient la réalité pour développer un modèle mathématique qui peut être résolu. Effectivement, les hypothèses suivantes réduisent le nombre de degrés de liberté qu'il faut considérer.

2.1.1 Les hypothèses critiques

Homogénéité horizontale : Sur un terrain plat, les variables caractérisant la couche limite, comme la température, la vitesse du vent et l'énergie cinétique turbulente, ont des gradients beaucoup plus élevés dans la direction z que x ou y . Comme tel, les variations relatives à x et y par rapport à z sont des ordres de grandeur plus petits. Donc, l'erreur réalisée en mettant toutes les dérivées partielles horizontales à zéro est minime.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$$

La plupart des sites ne peuvent être considérés strictement homogènes horizontalement. Des petites collines et vallées, des obstacles et des changements de rugosité influencent la distribution spatiale des caractéristiques de l'écoulement. Donc, l'application de ce modèle est limitée aux sites relativement plats. Cette supposition réduira les profils de vitesse et de température aux fonctions de z et t uniquement. La turbulence sera également réduite à une fonction de z et t .

Stationnarité : Les processus atmosphériques sont, par définition, dynamiques. Cependant, en faisant une moyenne temporelle appropriée, l'atmosphère peut être modélisée comme une série d'évènements stationnaires discontinus. Toutefois, il existe des limites. Durant les périodes d'inversion, autour du lever et coucher du soleil, des conditions transitoires sont prédominantes et la précision d'un modèle stationnaire va en souffrir. Néanmoins, ceci réduira la modélisation à une seule dimension, z . On utilisera donc l'hypothèse de stationnarité :

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0$$

Atmosphère sèche : Physiquement, la vapeur d'eau a une densité plus faible que l'air sec et donc des forces de flottaison sont générées à cause du profil de l'humidité, $q(z)$. Si q est négligée, ces forces seront affectées ainsi que la turbulence en z . Le transfert de quantité de mouvement et de chaleur, qui détermine les profils de vitesse et de température potentielle, sera altéré en conséquence.

Au niveau de la modélisation, le profil de vitesse n'est pas explicitement couplé à la distribution de l'humidité. Il est relié à la longueur d'Obukhov, L , où la *température potentielle virtuelle*, θ_v , est impliquée. Ce paramètre représente la température de l'air sec nécessaire pour avoir la même densité que l'air mouillé à pression constante [15]. L'équation (2.1) décrit la relation entre la température potentielle d'échelle, θ^* , la température de l'air, T_{air} , l'humidité d'échelle, q^* , et la *température potentielle virtuelle d'échelle*, θ_v^* [16].

$$\theta_v^* = \theta^* + 0.00061T_{air}q^* \quad (2.1)$$

Si le flux de chaleur latente est faible par rapport au flux de chaleur sensible, il est raisonnable de supposer que $q^* = 0$ et donc, $\theta_v^* = \theta^*$. Cette condition est valide

pour la modélisation de la couche limite au-dessus de la terre [12]. De plus, l'effet de l'humidité sur la densité de l'air est également supposé minime, c'est-à-dire il est supposé que la masse de l'eau dans l'air est négligeable par rapport à la masse d'air.

2.2 La théorie de Monin-Obukhov

Pour bien modéliser les profils de vitesse, de température et de turbulence dans la couche limite atmosphérique, la théorie de Monin-Obukhov est souvent utilisée. Elle étend le profil log-linéaire dérivé sous la condition neutre aux conditions stables et instables. Le profil de vitesse log-linéaire neutre pour un écoulement dans la couche limite est dérivé en considérant la conservation de la quantité de mouvement.

2.2.1 Le profil neutre comme un cas spécial des équations de Navier-Stokes

La forme générale des équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible est,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{u} + \frac{\vec{F}}{\rho} \quad (2.2)$$

Ce qui nous intéresse ici est le comportement moyenné dans le temps de la composante u . Dans les coordonnées cartésiennes,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.3)$$

Comme la divergence est supposée incompressible, l'équation (2.3) peut aussi être représentée comme,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.4)$$

Le comportement moyenné dans le temps est trouvé en appliquant la décomposition de Reynolds et ensuite en intégrant sur une période \mathcal{T} . Avec les identités mathématiques suivantes, l'équation de Navier-Stokes moyennée est donnée par l'équation (2.5).

$$u(t) = \bar{u} + u'$$

$$\overline{u_i u_j} = \frac{1}{T} \int_0^T (\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j) dt = \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{u}^2 + \overline{u'^2} - \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{u} \cdot \bar{v} + \overline{u'v'} - \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{u} \cdot \bar{w} + \overline{u'w'} - \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \quad (2.5)$$

Les restrictions de l'homogénéité horizontale et des conditions stationnaires font que toutes les dérivées par rapport au temps deviennent nulles, tout comme les dérivées par rapport à la vitesse dans le plan xy .

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = -\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} - \frac{\partial (\bar{u} \cdot \bar{w})}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad (2.6)$$

La vitesse moyenne dans l'axe z doit être égale à zéro, comme la dérivée. De plus, s'il est supposé que la variation de pression locale dans la couche limite de surface est négligeable, l'équation (2.6) peut être encore simplifiée :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right] = 0 \quad (2.7)$$

Pour la plupart des applications, les contraintes turbulentes sont beaucoup plus grandes que les contraintes visqueuses. Cette hypothèse est revue pour le cas d'une atmosphère très stable.

$$\frac{\partial}{\partial z} [-\rho \overline{u'w'}] = 0 \quad (2.8)$$

L'intégration fait apparaître une constante,

$$-\rho \overline{w'w'} = \rho u^{*2} \quad (2.9)$$

En appliquant l'idée de viscosité tourbillonnaire avec l'hypothèse d'une longueur de mélange de Prandtl,

$$\ell_m^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 = u^{*2} \quad (2.10)$$

où

$$\ell_m = Kz$$

Alors, le profil de vitesse dans la couche limite sous stratification thermique neutre avec des conditions d'homogénéité horizontale et de stationnarité est donné par,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{Kz}{u^*} = 1 \quad (2.11)$$

L'intégration de l'équation (2.11) donne le profil logarithmique.

2.2.2 La généralisation aux conditions non neutres

Monin et Obukhov ont généralisé ce résultat avec leur théorie reconnue de la similarité. En bref, le côté gauche de l'équation (2.11) est défini comme le profil de vent adimensionnel, qui est seulement une fonction du paramètre ζ (rappel que $\zeta = z/L$). L peut être physiquement interprété comme une longueur proportionnelle à la hauteur à laquelle les forces de flottaison commencent à dominer les forces de cisaillement par rapport à la production de turbulence [10].

$$L = \frac{u^{*2} \bar{\theta}_v}{Kg\theta_v^*} \quad (2.12)$$

En supposant une atmosphère sèche, $\theta_v^* = \theta^*$ et $\bar{\theta}_v = \bar{\theta}$. Souvent, la température, T , mesurée à la hauteur, z , est prise au lieu de $\bar{\theta}$. Avec la définition de L , tous les paramètres nécessaires pour la similarité de Monin-Obukhov ont été introduits. Leurs échelles relatives et ordres de grandeur sont donnés au Tableau I [10].

L	$O(1 \text{ à } 1000 \text{ m})$
z_0	$O(0,001 \text{ à } 1 \text{ m})$
u^*	$O(0,05 \text{ à } 0,3 \text{ m/s})$
θ^*	$O(0,1 \text{ à } 2 \text{ K})$

Tableau I

Paramètres d'échelle de Monin-Obukhov et leurs ordres de grandeur typiques

Monin et Obukhov ont proposé les fonctions de $\phi(\zeta)$, qui caractérisent les gradients adimensionnels de vitesse et de température selon la hauteur et la stabilité de l'atmosphère. L'équation (2.11) est généralisée avec (2.13), où $\phi_m = 1$ pour les conditions neutres. Aussi, le profil de température potentielle est obtenu par l'intégration de l'équation (2.14).

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{Kz}{u^*} = \phi_m(\zeta) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \frac{Kz}{\theta^*} = \phi_h(\zeta) \quad (2.14)$$

2.3 Limites théoriques

La théorie de Monin-Obukhov est valide lorsque l'homogénéité horizontale et la stationnarité peuvent être assumées. Les événements transitoires sont souvent vus comme une série d'événements stationnaires pour étendre la plage d'applicabilité des modèles basés sur cette théorie. Comme il a été mentionné, très peu de terrains peuvent être considérés strictement homogènes, cependant des déviations modérées ne nuisent pas trop à la précision des résultats. La théorie de Monin-Obukhov est également limitée par les fonctions universelles, ϕ . Ces relations empiriques sont dérivées à partir de données expérimentales pour une plage de stabilité donnée (c'est-à-dire une plage de ζ). Les conditions

instables ($\zeta < 0$) sont relativement bien définies et sont modélisées sans trop de difficulté, tout comme les conditions moyennement stables. Même les conditions transitoires sont bien prédites avec l'approximation d'un régime permanent. Cependant, les conditions très stables sont au-delà de notre traitement mathématique et nécessitent des modifications aux hypothèses de base.

Sous des conditions très stables, deux problèmes existent. Premièrement, L tend vers zéro et les limites imposées par les fonctions universelles sont atteintes. Deuxièmement, quand la stratification thermique est très stable, $Ri > Ri_{crit}$ [12]. Ri_{crit} représente la transition des conditions laminaires aux conditions turbulentes. Quand le gradient de température prévient toute, ou presque toute, la turbulence mécanique causée par le cisaillement du vent, les caractéristiques de l'écoulement sont implicitement différentes. Un traitement original pour ces conditions quasi-laminaires est présenté à l'Annexe 1.

CHAPITRE 3

DÉVELOPPEMENT ET VALIDATION DU MODÈLE MATHÉMATIQUE PROPOSÉ

Le développement et la validation du modèle mathématique ont été rédigés sous la forme d'un article et soumis pour publication au journal *Wind Engineering*. Cet article est inclus à l'Annexe 1. Un résumé du modèle et des résultats pertinents est présenté ci-dessous.

3.1 Les équations

La théorie de Monin-Obukhov propose que les gradients adimensionnels de vitesse et de température sont des fonctions pures de ζ .

$$\frac{d\bar{u}}{dz} \frac{Kz}{u^*} = \phi_m(\zeta) \quad (3.1)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dz} \frac{Kz}{\theta^*} = \phi_h(\zeta) \quad (3.2)$$

Plusieurs fonctions empiriques ont été proposées pour ϕ_m et ϕ_h . Récemment, Högström [17, 18] a présenté

$$\phi_m(\zeta) = \begin{cases} 1 + 5.3\zeta & 0 < \zeta < 0.5 \\ [1 - 19.3\zeta]^{-1/4} & -2 < \zeta < 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\phi_h(\zeta) = \begin{cases} 0.95 + 8\zeta & 0 < \zeta < 0.5 \\ 0.95[1 - 11.6\zeta]^{-1/2} & -2 < \zeta < 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

En connaissant ϕ_m et ϕ_h , les équations (3.1) et (3.2) peuvent être intégrées pour trouver les profils de vitesse et de température.

$$u(z_3) = \frac{u^*}{K} \left[\ln \left(\frac{z_3}{z_0} \right) - \Psi_m \left(\frac{z_3}{L}, \frac{z_0}{L} \right) \right] \quad (3.5)$$

$$T(z_2) - T(z_1) = \frac{T(z_1)u^{*2}}{K^2 g L} \left[\ln \left(\frac{z_2}{z_1} \right) - \Psi_h \left(\frac{z_2}{L}, \frac{z_1}{L} \right) \right] - \frac{g}{c_p} [z_2 - z_1] \quad (3.6)$$

La relation entre la température potentielle et la température absolue est approximée avec l'équation (3.7).

$$\theta = T + \frac{g}{c_p} [z - z_0] \quad (3.7)$$

Par définition,

$$\Psi = \int_{z_0}^z [1 - \phi] \frac{dz}{z} \quad (3.8)$$

Ces deux équations, avec la définition de L , sont utilisées dans la méthode « flux-profil ». Une quatrième équation du modèle $k - \epsilon$ est ajoutée afin de résoudre les quatre paramètres de la couche limite de surface à partir d'une différence de température et d'une mesure de vitesse.

$$TI_{meas}(z_3) = \frac{\sqrt{2/3}}{\chi_{TI} C_\mu^{1/4}} \frac{u^*}{u(z_3)} \phi_{TI}^{1/4}(\zeta)$$

où

$$\phi_{TI}(\zeta) = \frac{\phi_\epsilon(\zeta)}{\phi_m(\zeta)} \quad (3.9)$$

$$\phi_\epsilon(\zeta) = \begin{cases} 0.61 + 5\zeta & 0 < \zeta < 10 \\ [1 + 0.5|\zeta|^{2/3}]^{3/2} & -2 < \zeta < 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

C_μ et χ_{TI} sont des constantes. Les fonctions de ϕ_ϵ sont proposées par Pahlow *et al* [19] et Kaimal et Finnigan [8], respectivement. L'intensité de turbulence, TI , est déterminée à partir des mesures de vitesse du vent.

$$TI_{meas} = \frac{\sigma_u}{\bar{u}} \quad (3.11)$$

3.2 Les conditions très stables

Les caractéristiques de l'écoulement dans la limite très stable sont différentes et les hypothèses utilisées dans la dérivation de ces équations ne sont plus valides. Spécifiquement, l'écoulement devient de plus en plus laminaire. S'il est supposé que dans cette région la viscosité laminaire est du même ordre que la viscosité turbulente, l'équation (2.11) devient

$$\frac{d\bar{u}}{dz} \frac{Kz}{u^*} = \lambda \quad (3.12)$$

où

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{\frac{\mu}{\mu_T} + 1}} \quad (3.13)$$

L'extension aux conditions non neutres est faite en modifiant les relations de ϕ .

$$\phi_m(\zeta) = 1 + 5.3\lambda\zeta \quad (3.14)$$

Le modèle $k - \epsilon$ est utilisé pour calculer μ_T .

$$\mu_T = \frac{9}{4} \rho K C_\mu(\zeta) \frac{[TI_{meas} \chi_{TI} \bar{u}]^4}{\phi_\epsilon(\zeta) u^{*3}} z \quad (3.15)$$

Une correction similaire est proposée pour le gradient de température.

$$\phi_h(\zeta) = 0.95 + 8\lambda\zeta \quad (3.16)$$

Ce système d'équations est non linéaire et peut être résolu en utilisant la méthode de Newton-Raphson. Pour les conditions très stables, l'intégration des équations de Monin-Obukhov est compliquée à cause de λ . Une technique d'intégration numérique est utilisée.

3.3 Résultats

Le modèle proposé est validé avec les données de CASES99 [20]. Cette base de données permet de calculer directement les paramètres u^* , T^* et L . De plus, il est possible de valider la qualité du profil généré par le modèle avec les mesures expérimentales.

Il est observé que les valeurs de u^* , T^* et L sont un peu mieux estimées avec le modèle « flux-profil » comme le montrent les Figures (1) à (6) de l'Annexe 1. Cependant, le modèle proposé a une performance bien supérieure dans les conditions stables, où il a trouvé une solution dans 99 % des cas, contre seulement 76 % pour la méthode « flux-profil ». Le « badness of fit » normalisé [21], σ'_{vel} , est utilisé pour caractériser la qualité des profils. Pour les conditions stables, par rapport au modèle « flux-profil », le nouveau modèle a un σ'_{vel} de 3,7 % au lieu de 4,5 %.

$$\sigma'_{vel} = \frac{1}{u(z_3)} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [u_{measure,i} - u_{model,i}]^2} \quad (3.17)$$

Pour les conditions instables, le modèle proposé n'est pas si performant. En fait, en termes de taux de convergence les chiffres sont inversés : 100 % pour le modèle « flux-profil » et 76 % pour le nouveau. Le « badness of fit » normalisé est respectivement de 4,5 % et 5,6 %.

CHAPITRE 4

INFLUENCE DE LA STABILITÉ ATMOSPHÉRIQUE SUR LES COURBES DE PERFORMANCE D'UNE ÉOLIENNE

Le modèle est appliqué à un vrai parc éolien pour étudier l'interaction entre le profil du vent et les courbes de performance. Ce travail a été soumis et accepté pour publication dans la revue *ASME Journal of Solar Energy Engineering*. Cet article est inclus à l'Annexe 2.

4.1 Les tests de performance

Le parc éolien de Delabole en Angleterre a dix éoliennes Vestas, les Windane-34 de 400 kW. Aussi, ce parc a été équipé de deux tours météorologiques pour observer les conditions au site. Un an de données est disponible pour effectuer les tests de performance. Des dix éoliennes disponibles, les numéros 9 et 7 sont testées.

Ces tests sont faits selon la norme actuelle IEC 61400-12 [22]. Principalement, l'objectif est de produire la courbe de puissance et la courbe d'efficacité. Aussi, il est possible d'estimer la production énergétique annuelle. La norme IEC spécifie les processus pour le faire.

Premièrement, la vitesse du vent est normalisée selon la densité de l'air au site.

$$u_n = \bar{u} \left(\frac{\bar{P}}{\rho_0} \right)^{1/3} \quad (4.1)$$

Les mesures sont moyennées sur des intervalles de 10 minutes. Ensuite, ces données sont « binnées », c'est-à-dire que toutes les observations dans un même intervalle de 0,5 m/s sont moyennées ensemble pour produire la courbe de puissance, \bar{P} versus \bar{u}_n .

L'efficacité est calculée à partir de la courbe de puissance.

$$C_{p,i} = \frac{\bar{P}_i}{\frac{1}{2} \rho_0 A \bar{u}_{n,i}^3} \quad (4.2)$$

Finalement, la production annuelle énergétique (AEP) est calculée avec la courbe de puissance et la distribution du vent au site, caractérisée avec la fonction de probabilité F .

$$AEP = 8760 \sum_{i=1}^N (F(\bar{u}_{n,i}) - F(\bar{u}_{n,i-1})) \left(\frac{\bar{P}_{i-1} + \bar{P}_i}{2} \right) \quad (4.3)$$

L'influence de la condition de l'atmosphère est évaluée en comparant les courbes produites avec deux définitions différentes de \bar{u} , soit la vitesse du vent au moyeu, $\bar{u}(H)$, soit la vitesse moyennée sur la surface balayée, \bar{u}_{disk} .

$$\bar{u}_{disk} = \frac{2}{A} \int_{H-R}^{H+R} u(z) \cdot (R^2 - H^2 + 2Hz - z^2)^{1/2} dz \quad (4.4)$$

R est le rayon et H est la hauteur du moyeu.

4.2 Les courbes de performance

Les courbes de puissance pour les deux éoliennes testées selon les deux méthodes se ressemblent beaucoup. Celle qui utilise la vitesse moyennée est légèrement déplacée vers la gauche, ce qui indique que la vitesse moyennée est inférieure à la vitesse au moyeu. Ces courbes sont montrées à l'Annexe 2 aux Figures (7) et (10). La production annuelle énergétique augmente d'environ 1,5 à 2 % avec \bar{u}_{disk} .

Les courbes d'efficacité ne sont pas aussi semblables. L'augmentation de l'efficacité maximale est appréciable en utilisant la vitesse moyennée. Quand ces courbes sont encore divisées selon l'intensité de turbulence, c'est évident que cela a son propre effet sur la puissance produite. Toutes les courbes d'efficacité sont présentées à l'Annexe 2 aux Figures (8) et (9) pour l'éolienne 9 et (11) et (12) pour l'éolienne 7.

4.3 Évaluation du site

Souvent, l'évaluation de la faisabilité d'un projet de parc éolien est faite à partir des données météorologiques et en prenant la courbe de puissance de l'éolienne envisagée. Pour calculer le productible prévu, il faut connaître la distribution fréquentielle du vent au site.

Généralement, la vitesse au moyeu est prise pour faire ces calculs, plus spécifiquement pour générer les paramètres de Weibull, c et k . Cependant, la vitesse au moyeu n'est pas nécessairement représentative de la vitesse moyenne. Bien que la nouvelle courbe de puissance augmente le productible annuel, si le calcul est refait avec les paramètres de Weibull basés sur \bar{u}_{disk} il est trouvé que le productible est presque 5 % inférieur à la norme IEC.

En résumé, si la vitesse moyennée sur la surface balayée est utilisée au lieu de la vitesse au moyeu on trouve que :

1. La courbe de puissance est légèrement déplacée, car \bar{u}_{disk} est généralement inférieure à $\bar{u}(H)$. Cet effet augmente le productible et indique une meilleure performance de l'éolienne.
2. La distribution des vents change aussi en utilisant \bar{u}_{disk} . En fait, la distribution favorise plus les basses vitesses du vent et donc le productible est diminué.

CHAPITRE 5

CONCLUSIONS

L'objectif principal de ce projet était de quantifier les effets de la stabilité de l'atmosphère sur les caractéristiques de performance d'une éolienne. Pour ce faire, un nouveau modèle pour résoudre la distribution verticale du vent a été proposé, qui combine la théorie de Monin-Obukhov avec le modèle de turbulence $k - \epsilon$. De plus, les équations classiques de Monin-Obukhov ont été reformulées pour tenir compte explicitement de l'importance des processus laminaires dans la limite d'une atmosphère très stable.

En utilisant la base de données CASES99, ce modèle a été vérifié par des mesures expérimentales. Le taux de convergence pour les conditions stables est de 99 % et peut être attribué à deux facteurs : le modèle de turbulence qui limite la valeur de u^* et l'inclusion du facteur λ . Bien que les paramètres atmosphériques u^* , T^* , et L ne soient pas déterminés avec la même précision qu'avec d'autres modèles, les profils de vitesse sont très représentatifs. Sous des conditions stables, la méthode présentée est plus précise que la méthode « flux-profil » avec une mesure en moins. Cependant, le modèle de turbulence a besoin d'amélioration pour le cas instable.

Ensuite, une base de données d'un parc éolien en Angleterre a été traitée pour calculer la vraie vitesse moyenne du vent sur la surface balayée des éoliennes installées sur le site. Les calculs de performance ont été faits en respectant la norme IEC et aussi en prenant la vitesse moyenne au lieu de la vitesse au moyeu. Cela a permis d'observer que l'effet sur la courbe de puissance est très faible. Toutefois, quand l'efficacité est considérée, il y a une diminution appréciable de sa valeur maximale, ce qui représente un désavantage important pour les fabricants d'éoliennes.

De plus, il est observé que l'hypothèse implicite dans la norme, qui suppose que le profil du vent est linéaire sur la surface balayée, n'est pas conservatrice pour les calculs d'énergie. Quand les paramètres de Weibull sont calculés à partir d'une mesure du vent, ils semblent avoir tendance à surestimer le productible. Pour le site considéré, l'augmentation du productible énergétique annuel était de l'ordre de 5 % par rapport au productible calculé avec les paramètres de Weibull basés sur la vitesse moyenne. Il ne faut pas oublier

que ces résultats viennent d'un site assez idéal. Un site ayant une rugosité plus élevée aurait une différence plus importante à cause d'une augmentation du cisaillement. Aussi, le diamètre de l'éolienne et la hauteur du moyeu peuvent influencer l'importance de l'effet de la stabilité.

Le modèle présenté est idéal pour les analyses d'énergie éolienne, car un nombre minimal de mesures est nécessaire et la vitesse au moyeu est toujours conservée. L'avantage d'une analyse de stabilité est d'obtenir une estimation plus réaliste de l'énergie cinétique, ce qui donne une courbe de puissance plus représentative et estimations plus prudentes du productible.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Canadian Wind Energy Association (2006), *Wind energy*, <http://www.canwea.ca>.
- [2] Frandsen, S., Antoniou, I., Hansen, J., Kristensen, L., Madsen, H., Chaviaropoulos, B., Douvikas, D., Dahlberg, J., Derrick, A., Dunbabin, P., Hunter, R., Ruffe, R., Kanellopoulos, D., et Kapsalis, G. (2000), *Redefinition power curve for more accurate performance assessment of wind farms*. *Wind Energy*, vol. 3 :pp. 81–111.
- [3] Hiester, T. et Pennell, W. (1981), *The meteorological aspects of siting large wind turbines*. Tech. rep., Pacific Northwest Laboratory.
- [4] Rohatgi, J. (1996), *An analysis of the influence of atmospheric stability on vertical wind profiles - its influence on wind energy and wind turbines*. *Wind Engineering*, vol. 20, 5 :pp. 319–332.
- [5] Magnusson, M. et Smedman, A., *Influence of atmospheric stability on wind turbine wakes*. *Wind Engineering*, vol. 18, 3 :pp. 139 – 152.
- [6] Antoniou, I., Jorgensen, H., Ormel, F., Bradley, S., von Hünerbein, S., Emeis, S., et Warmbier, G. (2003), *On the theory of SODAR measurement techniques*. Tech. Rep. Risø-R-1410(EN), Risø National Laboratory.
- [7] Panofsky, H. et Dutton, J. (1984), *Atmospheric Turbulence : Models and Methods for Engineering Application*. John Wiley and Sons, Inc.
- [8] Kaimal, J. et Finnigan, J. (1994), *Atmospheric boundary layer flows*. Oxford : Oxford University Press.
- [9] Manwell, J., McGowan, J., et Rogers, A. (2002), *Wind Energy Explained*. Chichester : John Wiley and Sons Ltd.
- [10] Stull, R. (1988), *Introduction to boundary layer meteorology*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- [11] Hsieh, C., Katul, G., Schieldge, J., Sigmon, J., et Knoerr, K. (1996), *Estimation of momentum and heat fluxes using dissipation and flux-variance methods in the unstable surface layer*. *Water resources research*, vol. 32, 8 :pp. 2453–2462.
- [12] Berkowicz, R. et Prahm, L. (1982), *Evaluation of the profile method for estimation of surface fluxes of momentum and heat*. *Atmospheric Environment*, vol. 16, 12 :pp. 2809–2819.
- [13] Nielsen, L.B., Conradsen, K., et Prahm, L.P. (1981), *Analysis of measurements from a mast and a nearby synoptic station*. Tech. Rep. MST LUFT A-53, National Agency of Environmental Protection, Risø National Laboratory.
- [14] Jones, W. et Launder, B. (1972), *The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 15 :pp. 301–313.

- [15] Daoo, V., Panchal, N., Sunny, F., et Raj, V. (2004), *Scintillometric measurements of daytime atmospheric turbulent heat and momentum fluxes and their application to atmospheric stability evaluation*. Experimental Thermal and Fluid Science, vol. 28 :pp. 337–345.
- [16] van Wijk, A., Beljaars, A., Holtslag, A., et Turkenburg, W. (1990), *Evaluation of stability corrections in wind speed profiles over the north sea*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 33 :pp. 551–566.
- [17] Högström, U. (1988), *Non-dimensional wind and temperature profiles in the atmospheric surface layer : A re-evaluation*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 42 :pp. 55–78.
- [18] Högström, U. (1996), *Review of some basic characteristics of the atmospheric surface layer*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 78 :pp. 215–246.
- [19] Pahlow, M., Parlange, M., et Porté-Agel, F. (2001), *On Monin-Obukhov similarity in the stable atmospheric boundary layer*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 99 :pp. 225–248.
- [20] Poulos, G., Blumen, W., Fritts, D., Lundquist, J., Sun, J., Burns, S., Nappo, C., Banta, R., Newsom, R., Cuxart, J., Terradellas, E., Balsley, B., et Jensen, M. (2002), *Cases-99 : A comprehensive investigation of the stable nocturnal boundary layer*. Bulletin of the American Meteorology Society, vol. 83 :pp. 555–581.
- [21] Panofsky, H.A. et Brier, G.W. (1968), *Some applications of statistics to meteorology*. Tech. rep., Penn State University.
- [22] IEC (1998), *IEC 61400-12 wind turbine generator systems part 12 : Wind turbine power performance testing*. Tech. rep., IEC.
- [23] Wieringa, J. (1993), *Representative roughness parameters for homogeneous terrain*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 63 :pp. 323–363.
- [24] Paulsen, C. (1970), *The mathematical representation of wind speed and temperature profiles in the unstable atmospheric surface layer*. Journal of Applied Meteorology, vol. 9 :pp. 857–861.
- [25] Schlichting, H. (1955), *Boundary layer theory*. First edn., London : Pergamon Press Ltd.
- [26] Lumley, J.L. et Panofsky, H.A. (1964), *The Structure of Atmospheric Turbulence*. New York : John Wiley.
- [27] Howell, J. et Sun, J. (1999), *Surface-layer fluxes in stable conditions*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 90 :pp. 495–520.
- [28] Elliott, D. et Cadogan, J. (1990), *Effects of wind shear and turbulence on wind turbine power curves*. In European community wind energy conference, Madrid, Spain, pp. 70–83.

- [29] Hunter, R., Pedersen, T., Dunbabin, P., Antoniou, I., Frandsen, S., Klug, H., Albers, A., et Kong Lee, W. (2001), *European wind turbine testing procedure developments - task 1 : Measurement method to verify wind turbine performance characteristics*. Tech. Rep. Risø-R-1209(EN), RisøNational Laboratory.
- [30] Technical University of Denmark (2005), *Database of wind characteristics*, <http://www.winddata.com>.
- [31] IEC (2003), *Wind turbines - part 121 : Power performance measurements of grid connected wind turbines*. Tech. Rep. IEC 61400-121 Ed. 1, IEC.

ANNEXE 1

A TURBULENCE-BASED MODEL FOR RESOLVING VELOCITY AND TEMPERATURE PROFILES IN THE ATMOSPHERIC SURFACE LAYER

Cette section présente le développement et la vérification du modèle mathématique qui sert à prévoir les profils de vitesse, de température et d'intensité de turbulence dans la couche limite atmosphérique.

Le travail présenté ici fait l'objet d'un article soumis pour publication au journal *Wind Engineering* sous le même titre.

1.1 Abstract

The goal of this paper is to demonstrate the advantages of coupling the integrated Monin-Obukhov similarity functions with a two-equation turbulence model to resolve the profiles of temperature and velocity in the atmospheric surface layer. The model is validated with eddy covariance and profile measurements from the CASES99 experiment and the results are compared with classic flux-profile techniques. In doing so, the relative benefits of the presented formulation become apparent. Firstly, the addition of a turbulence model allows for convergence in the moderate to very stable regime, a known weakness of the flux-profile formulation. Secondly, the addition of an extra equation eliminates the need for a second velocity measurement. Furthermore, the turbulence model can be used to reformulate the Monin-Obukhov equations for the very stable limit. The resulting system of equations is non-linear in nature and is solved with a Newton-Raphson algorithm.

1.2 Introduction

Often, knowledge of the wind speed profile from simple measurements is advantageous. This is especially true for wind energy purposes. Current methods for wind prospecting generally use a point measurement to quantify the energy resource. However, such a crude approximation of the true distribution may not be conservative. A recent report from Risø [1] using SODAR techniques concluded that, in fact, a point measurement is not always representative of the disk-averaged wind speed. Furthermore, increasing wind shear increases the difference between the hub height wind speed and the 'true' average. To account for this difference, a model is proposed herein based on the absolute bare minimum of observational measurements to determine the profile of velocity in the atmospheric surface layer. This profile can be integrated to yield the disk-averaged wind speed and a better estimate of the energy potential.

The proposed method resolves all four key atmospheric parameters simultaneously while requiring only one velocity and two temperature measurements. The flux-profile method evaluated by Berkowicz and Prahm [2] is very similar except that a second velocity measurement is required to achieve the same goal. One could substitute the second measurement of velocity by employing the definition of the aerodynamic roughness length, *ie* $u(z_0) = 0$, but that requires the *a priori* knowledge of z_0 . This value is often estimated based on the surrounding terrain. Two problems exist with this approach: a) z_0 is often a variable of interest in itself and b) \bar{z}_0 , the time-averaged aerodynamic roughness length, has been shown to be related to the terrain (see [3] for summary); however the distribution of z_0 is well known to have a large scatter and may be orders of magnitude larger or smaller than its mean even under neutral conditions [4]. Others [5] have proposed models for determining z_0 based on wind variance, but these correlations are generally only valid for neutral thermal stratification. Finally, even where the velocity is known at two heights, the flux-profile method performs poorly under stable conditions and is thus not well adapted to wind energy modeling.

It would be ideal if the classic flux-profile equations could be coupled with a fourth equation to resolve all variables under any atmospheric condition simultaneously. This would eliminate the need to either estimate z_0 or know the velocity at two heights. In addition, it would be desirable to retain the accuracy of the flux-profile scheme under unstable conditions and extend and/or improve the performance in the stable regime. The application of the $k - \epsilon$ turbulence model [6] makes this possible.

1.3 Modeling the wind

Monin-Obukhov similarity theory (M-O theory) is employed with the aid of an algebraic turbulence equation, derived from the $k - \epsilon$ turbulence model [6], to describe the wind. M-O theory states that, for a horizontally homogeneous terrain under stationary flow conditions, the gradients of velocity and potential temperature (and any other conserved scalar quantity) are given by eqns (1.1, 1.2), where u^* is the friction velocity and θ^* is the characteristic temperature scale as defined in eqns (1.3, 1.5).

$$\frac{d\bar{u}}{dz} \frac{Kz}{u^*} = \phi_m(\zeta) \quad (1.1)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dz} \frac{Kz}{\theta^*} = \phi_h(\zeta) \quad (1.2)$$

$$u^{*2} \equiv \left[\overline{u'w'^2} + \overline{v'w'^2} \right]^{1/2} \quad (1.3)$$

If the u -component of the flow is defined in the along-wind direction then eqn (1.3) reduces to [7],

$$u^{*2} \equiv |\overline{u'w'}| \quad (1.4)$$

$$\theta^* \equiv \frac{-\overline{w'\theta'}}{u^*} \quad (1.5)$$

Many forms have been suggested for the universal functions ϕ_m and ϕ_h . The most common representations are referred to as Businger-Dyer types and have the following form for stable conditions:

$$\phi_m(\zeta) = 1 + \beta\zeta \quad (1.6)$$

$$\phi_h(\zeta) = Pr_T + \beta\zeta \quad (1.7)$$

For unstable conditions:

$$\phi_m(\zeta) = [1 + \gamma\zeta]^{-1/4} \quad (1.8)$$

$$\phi_h(\zeta) = Pr_T \phi_m^2(\zeta) \quad (1.9)$$

The empirical constants β and γ have been evaluated by several authors (see [8] for summary) and have been the subject of some debate. Previously, the von Karman constant, K , and the turbulent Prandtl number, Pr_T , had been reported to vary over a fairly large range, resulting in at least some of the inconsistency between the different forms of ϕ_m and ϕ_h . Högström [8, 9] has since revisited the work of several authors in an effort to unify their results. He has corrected the constants in each model to yield the currently accepted values of $K = 0.40$ and $Pr_T = 0.95$. This correction resulted in less difference between the various experiments. Currently, the best empirical fit for the universal functions are the following [8, 9]:

$$\phi_m(\zeta) = \begin{cases} 1 + 5.3\zeta & 0 < \zeta < 0.5 \\ [1 - 19.3\zeta]^{-1/4} & -2 < \zeta < 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

$$\phi_h(\zeta) = \begin{cases} 0.95 + 8\zeta & 0 < \zeta < 0.5 \\ 0.95[1 - 11.6\zeta]^{-1/2} & -2 < \zeta < 0 \end{cases} \quad (1.11)$$

It is noted that the relationships between ϕ_m and ϕ_h predicted by the Businger-Dyer equations are not perfectly supported by experimental observations.

The non-dimensional parameter ζ is defined as z/L , where L is a measure of the stability of the atmosphere. Otherwise known as the Obukhov length, it relates the scaling parameters u^* and θ^* through eqn (1.12). Strictly speaking, a correction for humidity is needed, but throughout this paper moisture effects are assumed to be negligible.

$$L = \frac{u^{*2}T}{Kg\theta^*} \quad (1.12)$$

1.3.1 Turbulence

One of the most common measures of turbulence is the so-called turbulence intensity, TI . In the wind energy field, it is generally defined as the mean turbulence in the direction of the mean wind speed normalized by the mean wind speed [10]. It can be derived from the classic Reynold's decomposition, where the velocity at time t is decomposed into a mean and a fluctuating or turbulent component.

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (1.13)$$

Rearranging,

$$u'(t) = u(t) - \bar{u} \quad (1.14)$$

The mean of the fluctuating quantity over period \mathcal{T} is by definition zero. The proper measure of turbulence is the root mean square, which can be solved through integration.

$$\overline{u'^2} = \frac{1}{\mathcal{T}} \int_t^{t+\mathcal{T}} [u(t) - \bar{u}]^2 dt \quad (1.15)$$

If $u(t)$ is known at discrete and equal time intervals, it is equivalent to evaluating eqn (1.15) as a finite sum.

$$\overline{u'^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N [u_i - \bar{u}]^2 \equiv \sigma_u^2 \quad (1.16)$$

Thus, the turbulence intensity is simply the root of the variance, or the standard deviation, of the wind speed normalized by the mean wind speed.

$$TI_{cup} = \frac{\sigma_u}{\bar{u}} \quad (1.17)$$

This represents the turbulence that a horizontal cup anemometer would measure. Defining the u -component as being parallel with the mean flow, this measure of atmosphere turbulence is by definition one-dimensional. However, the $k - \epsilon$ turbulence model simulates the total turbulent kinetic energy, and a correlation between cup anemometer measurements and the actual turbulence intensity needs to be established. Schlichting [11] defines the total turbulence intensity as the root mean square of the turbulence in each direction, normalized by the mean wind speed.

$$TI_{total} = \frac{\sqrt{1/3[u'^2 + v'^2 + w'^2]}}{\bar{u}} \quad (1.18)$$

Consequently, the relationship between the measured turbulence intensity (using a cup anemometer or other means) and the total turbulence intensity can be generalized as follows:

$$\chi_{TI} = \frac{TI_{total}}{TI_{meas}} \quad (1.19)$$

If turbulence is assumed to be isotropic, the correlation factor is equal to unity. However, the isotropic condition is not supported by experimental observations. Panofsky and Dutton [12] have summarized the magnitudes of turbulence in u , v and w -components from various experiments over flat terrain (see Table I [12]).

Expanding eqn (1.19),

	σ_u/u^*	σ_v/u^*	σ_w/u^*
Average	2.39 ± 0.03	1.92 ± 0.05	1.25 ± 0.03

Table I

Turbulence components under neutral conditions for flat terrain

$$\chi_{TI} = \sqrt{\frac{1}{3} \left[1 + \left[\frac{\overline{v'^2}}{\overline{u'^2}} \right]^2 + \left[\frac{\overline{w'^2}}{\overline{u'^2}} \right]^2 \right]} \quad (1.20)$$

Substituting values from Table I, χ_{TI} has a mean value of 0.80. In other words, the turbulence intensity measured along the flow is roughly 25% greater than the total turbulence intensity. In theory, χ_{TI} should be a function of ζ , as the ratio of vertical to horizontal turbulence may be affected by stability. However, in this paper χ_{TI} is assumed constant. The stability dependance of the variances is further discussed in the following section.

1.3.2 Sonic anemometry

The data used to validate the model come from sonic anemometers. This is to ensure that deviations between measured and predicted profiles are the result of poor modeling, not poor measurements. As such, TI_{total} is calculated directly with χ_{TI} set equal to 1. However, the proposed model is intended for use with cup anemometers and the following equations are developed for cup anemometry.

1.3.3 $k - \epsilon$ turbulence model

The $k - \epsilon$ turbulence model is incorporated into the mathematical description so that all relevant parameters governing atmospheric flow can be solved simultaneously with a reduced number of input measurements. To start, eqn (1.1) can be used to derive an expression for the turbulent viscosity, μ_T , by employing the definition of shear stress.

$$\tau \equiv \mu_T \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (1.21)$$

Substituting eqn (1.1) and rearranging,

$$\mu_T = \frac{\rho K z u^*}{\phi_m(\zeta)} \quad (1.22)$$

The $k - \epsilon$ model is integrated through its definition of viscosity, where k is the turbulent kinetic energy (TKE).

$$k = \frac{1}{2} [\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}] \quad (1.23)$$

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (1.24)$$

The distribution of ϵ , the rate of dissipation of TKE, is given by similarity theory as [7],

$$\epsilon = \frac{u^{*3} \phi_\epsilon(\zeta)}{Kz} \quad (1.25)$$

Using eqns (1.22, 1.24-1.25), a tractable function for k can be found.

$$k = u^{*2} \sqrt{\frac{\phi_\epsilon(\zeta)}{C_\mu \phi_m(\zeta)}} \quad (1.26)$$

Applying neutral conditions where ϕ_ϵ and ϕ_m are known and the definition of TKE from eqn (1.23), C_μ can be isolated. Substituting the values from Table I, it is evaluated to be 0.03329.

$$\sqrt{\frac{1}{C_\mu}} = \frac{1}{2} \left[\left[\frac{\sigma_u}{u^*} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_v}{u^*} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_w}{u^*} \right]^2 \right] \quad (1.27)$$

As mentioned earlier, the normalized variances may exhibit some stability dependence. Panofsky and Dutton [12] suggest expressions for this behaviour, but recommend taking the neutral value, except where ζ is large. Pahlow *et al* [13] have more recently proposed discrete functions for the normalized variances for a broad range of stable conditions. In this paper, the following treatment has been applied. For the turbulence equation, C_μ is held constant. This is done for two reasons. Firstly, laminar effects cannot be explicitly

modeled with the present turbulence formulation, but they are ever-present in the proposed empirical relationships. For near-neutral and moderately stable conditions, this appears to be quite reasonable. Secondly, and possibly due to the first reason, calculating C_μ with the proposed stability-dependant variance functions of Pahlow yields only trivial solutions as $L \rightarrow 0^+$. A correction for increasingly stable conditions is proposed in the following section.

Given the definition of TKE, it is equivalent to express turbulence intensity as in eqn (1.28). Substituting (1.26), TI_{total} can be evaluated as a function of u^* , $u(z)$ and ζ .

$$TI_{total} = \frac{\sqrt{2/3k}}{\bar{u}} \quad (1.28)$$

$$TI_{total} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{u^*}{C_\mu^{1/4} u(z)} \left[\frac{\phi_\epsilon(\zeta)}{\phi_m(\zeta)} \right]^{1/4} \quad (1.29)$$

For simplicity, we define a new universal function,

$$\phi_{TI}(\zeta) = \frac{\phi_\epsilon(\zeta)}{\phi_m(\zeta)} \quad (1.30)$$

Recalling the relationship between the real and measured turbulence intensity, the profile $TI_{meas}(z)$, is given by

$$TI_{meas}(z) = \frac{\sqrt{2/3}}{\chi_{TI} C_\mu^{1/4}} \frac{u^*}{u(z)} \phi_{TI}^{1/4}(\zeta) \quad (1.31)$$

Pahlow *et al* [13] have also proposed a universal dissipation function for k , ϕ_ϵ , for the stable condition ($0 < \zeta < 10$).

$$\phi_\epsilon(\zeta) = 0.61 + 5\zeta \quad (1.32)$$

For unstable conditions, Kaimal and Finnigan [14] suggest eqn (1.33).

$$\phi_\epsilon(\zeta) = \left[1 + 0.5 |\zeta|^{2/3}\right]^{3/2} \quad (1.33)$$

This formulation has a discontinuity at $L = \infty$. It has been assumed that the unstable relation is valid up to and including $\zeta = 0$.

1.3.4 Limiting case of $L \rightarrow 0^+$

1.3.4.1 Momentum flux correction

Thermal stratification makes turbulent activity prohibitive as $L \rightarrow 0^+$ and the assumptions used to derive the M-O equations begin to be violated. The flow may become non-stationary, but more critically, the flow is no longer dominated by turbulence and laminar effects may become important. In fact, in this limit it is the viscous forces which govern fluid flow. It follows, then, that a flow regime exists where the turbulent stresses and viscous forces are of equal order. A re-derivation of the governing equations accounting for laminar transition is possible as μ_T can be calculated using the $k - \epsilon$ model.

It can be shown that within the context of the idealized atmosphere considered here, the Navier-Stokes equations simplify to

$$\frac{d}{dz} \left[\mu \frac{d\bar{u}}{dz} - \overline{\rho u' w'} \right] = 0 \quad (1.34)$$

Integrating and retaining the viscous term,

$$\mu \frac{d\bar{u}}{dz} - \overline{\rho u' w'} = \rho u^{*2} \quad (1.35)$$

Applying the eddy viscosity concept with Prandtl's mixing length hypothesis,

$$\mu \frac{d\bar{u}}{dz} + \rho K^2 z^2 \left[\frac{d\bar{u}}{dz} \right]^2 = \rho u^{*2} \quad (1.36)$$

Rearranging such that the LHS is of M-O form,

$$\frac{d\bar{u}}{dz} \frac{Kz}{u^*} = \lambda \quad (1.37)$$

where the correction term λ can be written as

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{\frac{\mu}{\mu_T} + 1}} \quad (1.38)$$

In most situations, λ will equal unity, as the viscous stresses are generally orders of magnitude smaller than the turbulent stresses. This is certainly true for neutral thermal stratification for the wind speeds of interest. However, they become of equal order as L tends to zero because the temperature gradient suppresses the eddying motions of an otherwise turbulent flow.

Extending with M-O theory still yields eqn (1.1); however, the definition of ϕ_m changes. The correction is only applied to the z/L term on the RHS because, as mentioned, the neutral solution will always be unity.

$$\frac{d\bar{u}}{dz} \frac{Kz}{u^*} = \phi_m(\zeta) \quad (1.39)$$

where

$$\phi_m(\zeta) = 1 + \lambda \cdot \beta \zeta \quad (1.40)$$

An expression for μ_T is required for closure. The $k - \epsilon$ model can be used with some manipulations. Recall eqn (1.24),

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

The present derivation of the TI equation assumes that the turbulent viscosity is always much greater than the laminar viscosity, a hypothesis that has been avoided in the momentum (and heat) transfer equations. Thus, to balance this assumption of persistent turbulent viscosity, implicit in the present formulation, μ_T will be calculated with the stability-dependant version of C_μ . This yields a more realistic turbulent viscosity, used to calculate λ , which carries forward laminar effects to the momentum (and heat) transfer equations. The following empirical relationships [13] replace the constant neutral values proposed by Panofsky and Dutton in eqn (1.27). They are limited to their maximum observed values at $\zeta = 33$.

$$\frac{\sigma_u}{u^*} = 2.3 + 4.3\zeta^{0.5} \quad (1.41)$$

$$\frac{\sigma_v}{u^*} = 2.0 + 4.0\zeta^{0.6} \quad (1.42)$$

$$\frac{\sigma_w}{u^*} = 1.1 + 0.9\zeta^{0.6} \quad (1.43)$$

The turbulent kinetic energy is solved with

$$k = \frac{3}{2}[TI_{total} \cdot \bar{u}]^2 \quad (1.44)$$

Converting with eqn (1.19),

$$k = \frac{3}{2}[TI_{meas} \cdot \chi_{TI} \cdot \bar{u}]^2 \quad (1.45)$$

ϵ is substituted with its M-O theory definition from eqn (1.25). The turbulent viscosity is therefore

$$\mu_T = \frac{9}{4} \rho K C_\mu(\zeta) \frac{[T I_{meas} \chi_{TI} \bar{u}]^4}{\phi_\epsilon(\zeta) u^{*3}} z \quad (1.46)$$

1.3.4.2 Heat flux correction

A similar correction is required for the potential temperature profile. Analogous to eqn (1.34), the distribution of θ is given by eqn (1.47), where α is the thermal diffusivity.

$$\frac{d}{dz} \left[\alpha \frac{d\bar{\theta}}{dz} - \overline{w'\theta'} \right] = 0 \quad (1.47)$$

Integrating yields,

$$\alpha \frac{d\bar{\theta}}{dz} - \overline{w'\theta'} = u^* \theta^* \quad (1.48)$$

The thermal diffusivity is defined as

$$\alpha = \frac{k_h}{\rho c_p} \quad (1.49)$$

where k_h is the thermal conductivity and where the specific heat must be defined in terms of potential temperature.

$$c_{p,\theta} = \frac{dq}{dT} \cdot \frac{dT}{d\theta} \Big|_p \quad (1.50)$$

Potential temperature is defined as the measured temperature normalized to some reference pressure, generally 1 atm . If the atmosphere is considered an ideal gas, the relation-

ship between θ and T is given by eqn (1.51). R' is the individual gas constant for air and c_p is the specific heat.

$$\theta = T \left[\frac{p_{ref}}{p} \right]^{R'/c_p} \quad (1.51)$$

The derivative of temperature with respect to potential temperature must be unity under constant pressure. Returning to eqn (1.48), if it is assumed that the turbulent exchange coefficients are equal (*ie* $Pr_T \approx 1$), then

$$\alpha \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{\mu_T}{\rho} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = u^* \theta^* \quad (1.52)$$

This can be rearranged into M-O form.

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \frac{Kz}{\theta^*} = \frac{Kzu^*}{\frac{k_h}{\rho c_p} + \frac{\mu_T}{\rho}} = \lambda_h \quad (1.53)$$

Recalling the definition of λ_m and μ_T from mixing length theory,

$$\lambda_h = \frac{1}{\lambda_m} \cdot \frac{1}{k_h/(c_p \mu_T) + 1} \quad (1.54)$$

Since for air k_h/c_p is numerically close to μ , the second term on the RHS of eqn (1.54) can be considered as λ_m^2 . Thus,

$$\lambda_h \approx \lambda_m \quad (1.55)$$

In the following calculations, ϕ_h has been replaced with eqn [1.56] for very stable conditions.

$$\phi_h(\zeta) = Pr_T + \lambda_m \cdot \beta \zeta \quad (1.56)$$

This formulation of M-O theory may help model some previously observed phenomena. Howell and Sun [15] noted the importance of non-turbulent processes in the stably stratified nocturnal boundary layer and also referenced several authors who reported the growth of ϕ_m to be significantly less than the Businger-Dyer formulations suggest, where $z/L > 1$. The inclusion of a laminar transition factor might better model non-turbulent heat effects and could significantly reduce ϕ_m as L approaches 0^+ , which may be more physically realistic.

1.4 Integrated profiles

The flux-profile method integrates eqns (1.1, 1.2) and uses the resulting functions with eqn (1.12) to iteratively determine the parameters L , θ^* and u^* . A Gaussian iteration scheme is generally employed and has been shown to be efficient. Berkowicz and Prahm [2] evaluated this technique with data from three sites and found that the method was quite accurate for unstable conditions. They applied the boundary condition $u(z_0) = 0$, where z_0 was determined from profile measurements. They also reported that under stable conditions the performance was poor and questioned the applicability of M-O theory in this region. The same three equations are applied in the proposed method, with the addition of the aforementioned turbulence equation. The resulting systems to be solved are summarized below. For wind energy purposes, $z_2 \approx z_3 = H$, where H is the hub height.

For unstable and moderately stable conditions

$$u(z_3) = \frac{u^*}{K} \left[\ln \left(\frac{z_3}{z_0} \right) - \Psi_m \left(\frac{z_3}{L}, \frac{z_0}{L} \right) \right] \quad (1.57)$$

$$T(z_2) - T(z_1) = \frac{T(z_1)u^{*2}}{K^2 g L} \left[\ln \left(\frac{z_2}{z_1} \right) - \Psi_h \left(\frac{z_2}{L}, \frac{z_1}{L} \right) \right] - \frac{g}{c_p} [z_2 - z_1] \quad (1.58)$$

$$TI_{meas}(z_3) = \frac{\sqrt{2/3}}{\chi_{TI} C_\mu^{1/4}} \frac{u^*}{u(z_3)} \phi_{TI}^{1/4}(\zeta)$$

In this paper, the following first-order relation has been applied to relate θ to T :

$$\theta = T + \frac{g}{c_p} [z - z_0] \quad (1.59)$$

By definition,

$$\Psi = \int_{z_0}^z [1 - \phi] \frac{dz}{z} \quad (1.60)$$

The integrated universal functions for stable conditions become

$$\Psi_m = -5.3 \left[\frac{z - z_0}{L} \right] \quad (1.61)$$

$$\Psi_h = 0.05 \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - 8 \left[\frac{z - z_0}{L} \right] \quad (1.62)$$

For unstable conditions, Paulsen's integration [16] has been used with a slight modification to account for $Pr_T = 0.95$.

$$\Psi_m = 2 \ln \left(\frac{[1 + x]}{2} \right) + \ln \left(\frac{[1 + x^2]}{2} \right) - 2 \tan^{-1} x + \frac{\pi}{2} \quad (1.63)$$

where

$$x = [1 - 19.3\zeta]^{1/4}$$

and

$$\Psi_h = 1.9 \ln \left(\frac{[1 + y]}{2} \right) \quad (1.64)$$

where

$$y = [1 - 11.6\zeta]^{1/2}$$

For very stable conditions (here defined as $\zeta > 2$),

$$u(z_3) = \frac{u^*}{K} \int_{z_0}^{z_3} \phi_m(\zeta) \frac{dz}{z} \quad (1.65)$$

$$T(z_2) - T(z_1) + \frac{g}{c_p} [z_2 - z_1] = \frac{\theta^*}{K} \int_{z_1}^{z_2} \phi_h(\zeta) \frac{dz}{z} \quad (1.66)$$

$$TI_{meas}(z_3) = \frac{\sqrt{2/3}}{\chi_{TI} C_\mu^{1/4}} \frac{u^*}{u(z_3)} \phi_{TI}^{1/4}(\zeta)$$

$$L = \frac{u^{*2} \bar{T}}{K g \theta^*}$$

The integrals are numerically evaluated, because ϕ is now a function of λ , which complicates the closed-form integral. If one wished, the expressions could be generated using symbolic manipulation software.

1.5 Solution of nonlinear systems

1.5.1 Unstable and moderately stable systems

The system of equations modeling atmospheric behaviour is obviously nonlinear in nature. A straightforward and highly efficient approach to solving the roots is to employ a first-order Newton-Raphson method. In general, for a set of n equations in n unknowns:

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1.67)$$

All values of x_i are represented by vector X and a Taylor series expansion around $f(X)$ is performed.

$$f(X + \delta X) = f_i(X) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \delta x_j + O(\delta X^2) \quad (1.68)$$

Ignoring higher order terms,

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \delta x_j = -f_i(X) \quad (1.69)$$

If the derivatives are known, the system can be solved using any convenient linear algebraic method. As the solution progresses, δx_j tends to zero as x_j approaches the j^{th} root. The highly nonlinear nature of the equations and extreme range of values require some relaxation to ensure convergence. A relaxation factor, ξ , is applied to u^* and L . X is updated by eqn (1.70).

$$X_{\text{new}} = X_{\text{old}} + \xi \delta X \quad (1.70)$$

Convergence is attained once the errors in x (eqn (1.71)) and in f (eqn (1.72)) are less than 10^{-8} .

$$E_x = \sum_{i=1}^n \delta x_i \quad (1.71)$$

$$E_f = \sum_{i=1}^n f_i \quad (1.72)$$

1.5.1.1 Initial values

The Newton-Raphson method is highly dependant on the initial values used to start the iterative procedure. The 'closeness' of the starting values to the real roots will determine whether the calculation converges or not. As such, the techniques used to determine proper starting values are important.

For stable conditions, the neutral solution is used as a starting point. This has been found to be for the most part effective. Where divergence occurs, the solver switches to the very stable equation set and the system is solved as described below. For the unstable regime, the neutral solution has been found to be less attractive. However, assuming average values for u^* and L , of 0.5 and -100 respectively, and a very small value for z_0 , works well.

1.5.2 Very stable system

For the very stable equation set, a simple Gaussian iteration scheme has been implemented. The process is slower but it has the two advantages of being very stable and independent of initial values.

1.6 Data

Data from the Co-operative Atmosphere-Surface Exchange Study (CASES99) 1999 are used to examine the performance of the proposed model and to contrast it with that of the flux-profile technique. The data are dominated by stable conditions, providing an excellent test for the robustness of both models. Also, the data set contains enough unstable events to evaluate these methods under a broad range of conditions. Furthermore, the CASES99 data allow for the direct calculation of the fluxes of heat and momentum; these are compared with the predicted values.

The experiment involved several towers that were heavily instrumented in order to investigate primarily the stable nocturnal boundary layer. The measurement stations were installed near Leon, Kansas, and monitored surface layer activity from October 1st to 31st, 1999. The site is ideal as there are very few obstacles to disturb the flow and the terrain is exceptionally flat (for summary see [17]). The data used here come from the main 60m

tower. Campbell CSAT and ATI sonic anemometers at 8 levels (1.5, 5, 10, 20, 30, 40, 50 and 55m) were used to measure the velocity components and sonic temperature at 20Hz. So-called ‘slow’ thermometer measurements were also made at 5, 15, 25, 35, 45 and 55m. These data sets are used to validate the model. A filter is passed to eliminate data where $u(55m) < 4m/s$.

For the flux-profile method, the velocity and temperature at 5 and 55m were used as inputs. For the proposed method, the $u(5m)$ readings were dropped (ie $z_3 = z_2 = 55, z_1 = 5$).

1.6.1 Eddy covariance calculations

The parameters u^* and θ^* can be determined from the high frequency data as follows.

$$u^{*2} = [\text{cov}(u, w)^2 + \text{cov}(v, w)^2]^{1/2} \quad (1.73)$$

$$\theta^* = -\frac{\text{cov}(w, \theta)}{u^*} \quad (1.74)$$

where the covariance is defined as

$$\text{cov}(x_i, x_j) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i x_j - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_j$$

The data collected are expressed in terms of temperature; thus the covariance $\overline{w'T'}$ is known not $\overline{w'\theta'}$. Applying the relation from eqn (1.59) and decomposing,

$$(\bar{w} + w')(\bar{\theta} + \theta') = (\bar{w} + w')(\bar{T} + T' + \frac{g}{c_p}(z - z_0))$$

Averaging over period \mathcal{T} and assuming that the mean flow in the w -direction is null,

$$\overline{w'\theta'} = \overline{w'T'}$$

Thus, within the context of eqn (1.59) (*ie* isentropic process, hydrostatic pressure distribution, ideal gas) and the M-O theory assumptions of homogeneous terrain, the covariances are equal. The heat flux, q_w , can then be found using eqn (1.75).

$$q_w = -\rho c_p u^* \theta^* \quad (1.75)$$

1.7 Results

1.7.1 Convergence

1.7.1.1 Stable conditions

The CASES99 data provide a difficult test, as a large part of the data refer to stable conditions. Application of the flux-profile equations (as presented by Berkowicz and Prahm) yielded a solution just 60% of the time. However, some improvement was noted if the updated versions of ϕ_m and ϕ_h were applied. In this case, only 24% of the data was lost. Berkowicz and Prahm explain that this lack of convergence is due to the linear behaviour of the Ψ functions in the stable limit (growth of linear Ψ term dominates the nonlinear logarithmic term). Above a critical Richardson number, where turbulent processes begin to be suppressed, solution of the flux-profile equations often yields only trivial solutions.

The proposed method was far superior in this regard, finding a solution over 99% of the time. This may be due in part to the inclusion of λ in the Ψ term, as it significantly reduces its growth as $L \rightarrow 0^+$, allowing for non-trivial solutions in the limit. However, a portion of the converged stable solutions were filtered out according to the calculated value of z_0 (*ie* where $z_0 > 5m$) on the order of 6%. Often these solutions represent conditions where the height of the surface layer is lower than the height of the uppermost measurement. Under such conditions, surface layer theory must be coupled with mixing layer equations.

1.7.1.2 Unstable conditions

In theory, the flux-profile equations should always be converging for unstable conditions [2]. This has been found to be true for the CASES99 data. The flux-profile equations had a 100% solution rate, as opposed to the proposed model, at around 78%.

1.7.2 Comparison of calculated fluxes

The correlations between $u_{measure}^*(10m)$ and u_{model}^* for both the proposed and flux-profile methods are shown in Figs. 1 and 2. The same results are presented for $\theta_{measure}^*(10m)$ and θ_{model}^* in Figs. 3 and 4. The results for the flux-profile method were generated using the original equations as presented by Berkowicz and Prahm. It is evident that, overall, the flux-profile equations provide a better estimate of the atmospheric parameters. The proposed model follows the 1:1 line for friction velocity, but with increasing scatter towards $u^* = 1m/s$. Similar behaviour is observed in θ^* where scatter increases towards $\theta^* = -1K$.

Although the predicted values for u^* and θ^* are more scattered, it appears that their errors compensate for one another. Figures 5 and 6 show the comparisons for heat flux; the fit here is much better than for the previous two. From these plots it is obvious that the proposed model has divergence problems in the moderately unstable regime, whereas the flux-profile equations diverge under stable and near-neutral conditions.

1.7.3 Profiles of velocity and temperature

The resulting velocity and temperature profiles are compared with the measured data at heights of 20, 30, 40, 50, and 55m for velocity. Temperature profiles are compared every 10m between 5 and 55m. From this data set, the ‘badness of fit’ [18] is calculated to evaluate the quality of the predicted profiles.

$$\sigma_{vel} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [u_{measure,i} - u_{model,i}]^2} \quad (1.76)$$

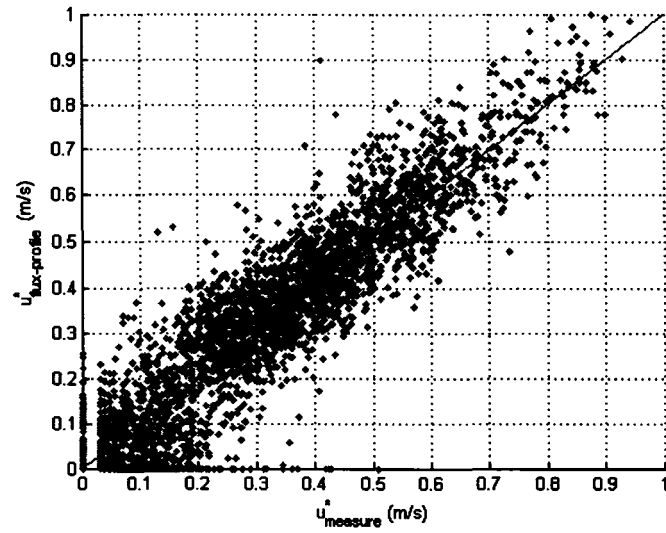


Figure 1 Friction velocity - Flux-profile method

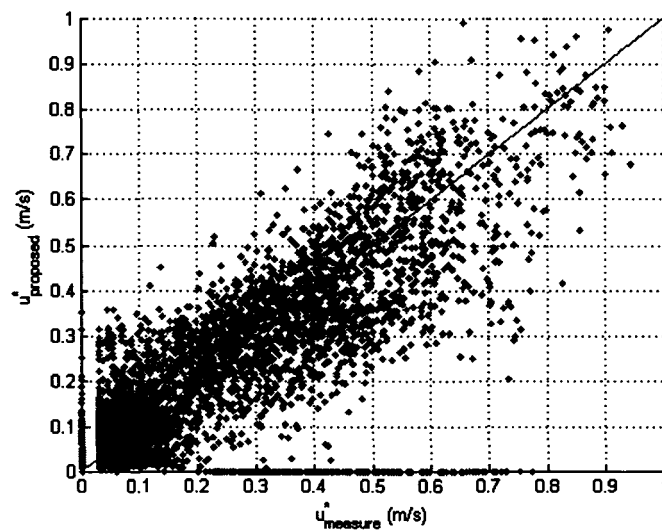


Figure 2 Friction velocity - Proposed model

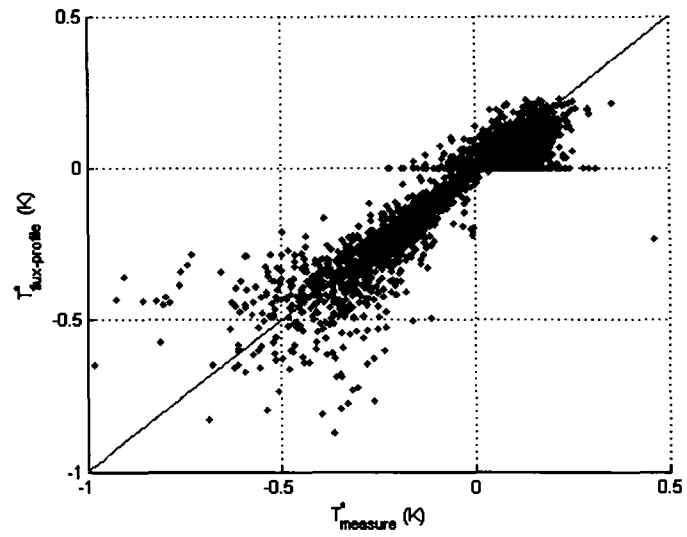


Figure 3 Characteristic temperature - Flux-profile method

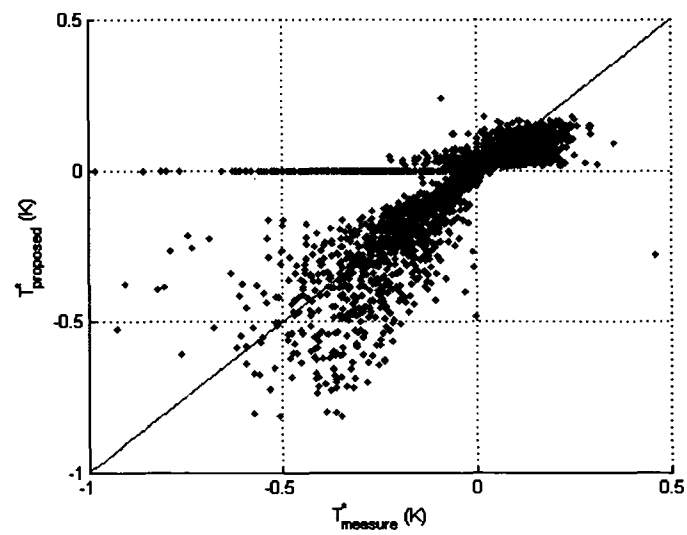


Figure 4 Characteristic temperature - Proposed model

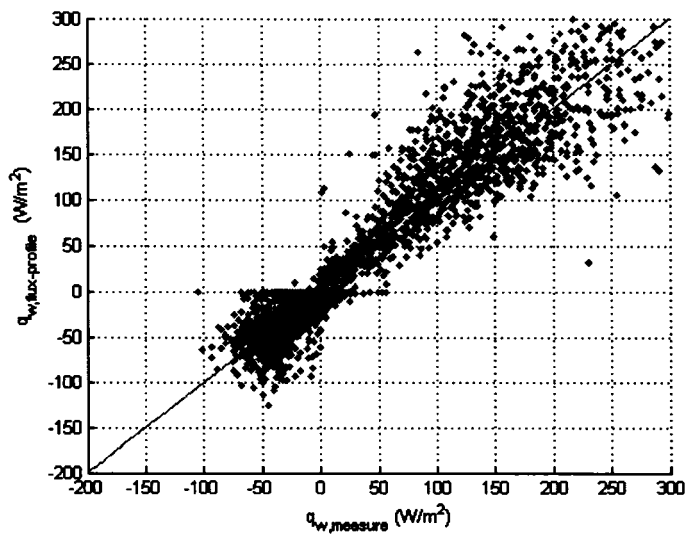


Figure 5 Heat flux - Flux-profile method

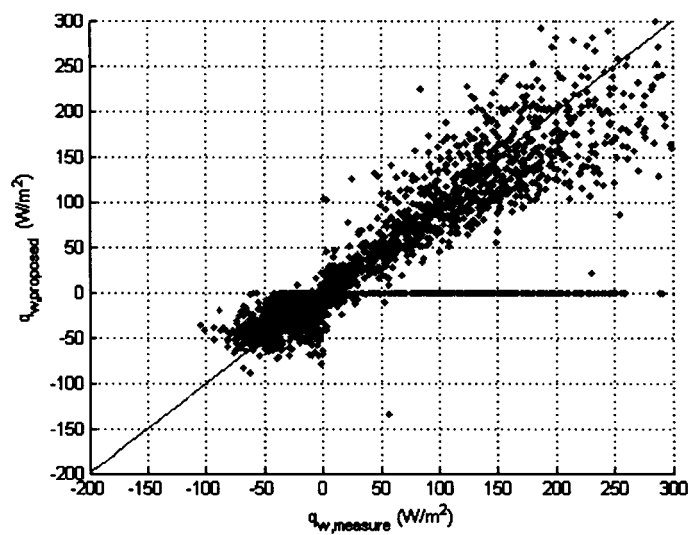


Figure 6 Heat flux - Proposed model

To adimensionalize the results, the ‘badness of fit’ is normalized by a reference wind speed (*ie* the input velocity $u(z_3)$). Thus, the predicted wind speed can be represented as

$$u(z)_{predicted} = u(z)_{real} \pm \frac{\sigma_{vel}}{u(z_3)} \quad (1.77)$$

The same treatment is applied to temperature, but the results are left in dimensional form.

1.7.3.1 Stable conditions

The proposed method has a mean normalized badness of fit of $\pm 3.7\%$. The flux-profile method is around $\pm 4.5\%$. Over 95% of the flux-profile solutions are better than $\pm 10\%$. For the proposed model, nearly 97% of the solutions are better than $\pm 10\%$. It is important to remember that the same level of accuracy is being achieved with less input data.

For the temperature profiles, the results of the two models are comparable. Both the flux-profile and proposed methods have a mean standard deviation of $\pm 0.21K$.

As mentioned, the flux-profile equations have a tendency to diverge under very stable conditions, whereas the proposed equation set generally converges. Where only the proposed equations converge, $\overline{\sigma_T} = 0.59K$ and $\overline{\sigma_{vel}/u(z_3)} = 10\%$ (see Figs. 11 and 12).

1.7.3.2 Unstable conditions

Here, the flux-profile equations once again show a mean normalized badness of fit of $\pm 4.5\%$, better than the proposed method whose mean is $\pm 5.6\%$. All converged solutions have been included in Figs. 13 and 14.

The quality of fit for the temperature profiles is quite impressive. For the proposed equations, Figs. 15 and 16 show a very compact distribution with a mean standard deviation of just $0.05K$, a five-fold improvement over the stable fit. The flux-profile technique is not quite as small at $0.17K$.

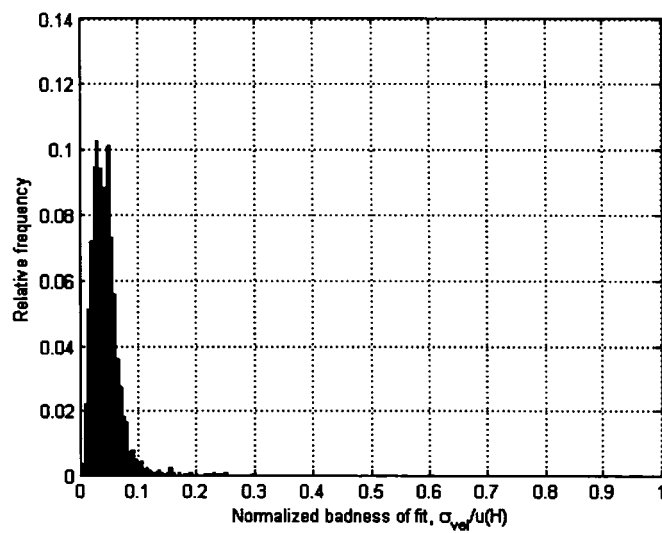


Figure 7 Fit of stable velocity profiles - Flux-profile method

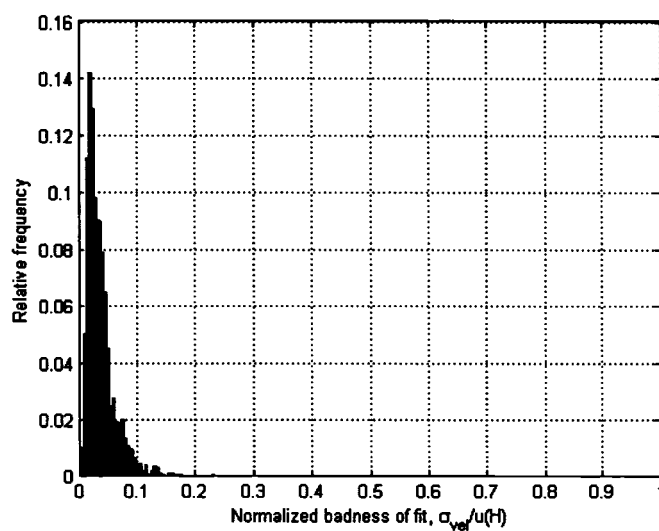


Figure 8 Fit of stable velocity profiles - Proposed model

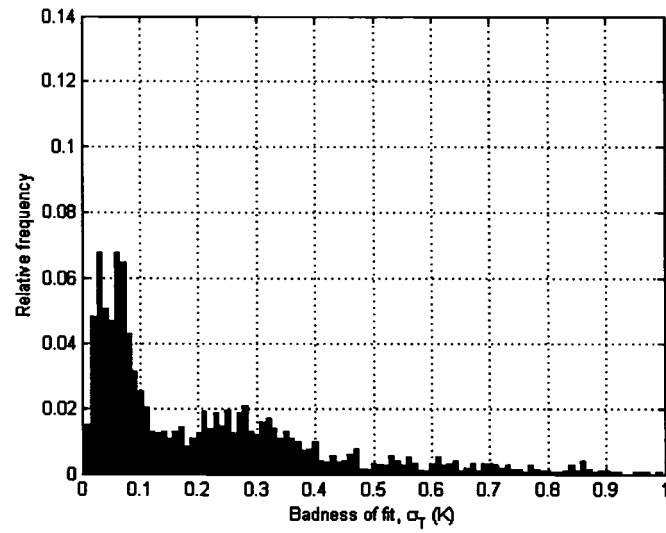


Figure 9 Fit of stable temperature profiles - Flux-profile method

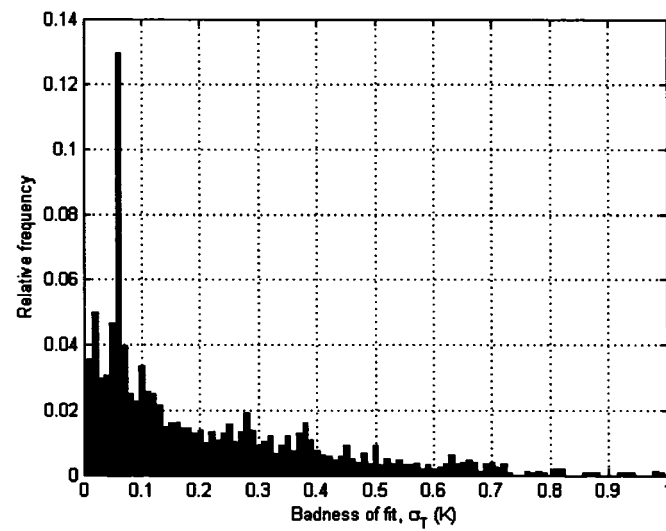


Figure 10 Fit of stable temperature profiles - Proposed model

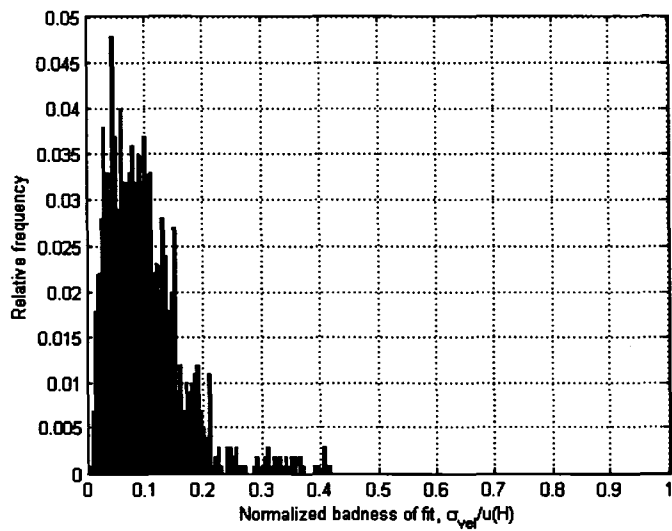


Figure 11 Stable hybrid solution where flux-profile method diverges

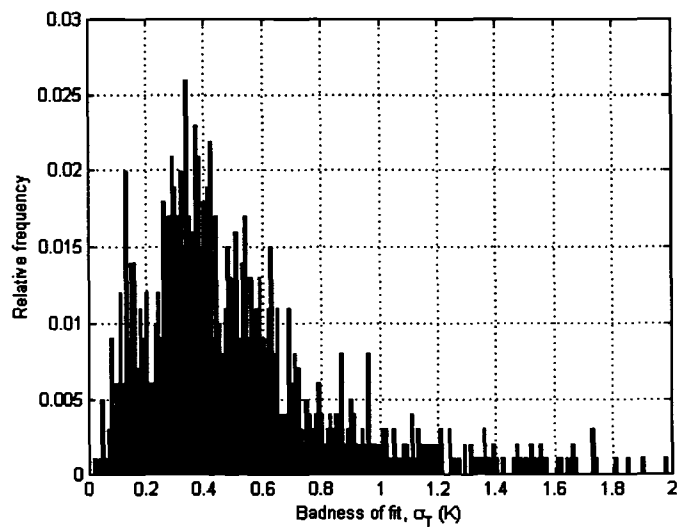


Figure 12 Stable hybrid solution where flux-profile method diverges

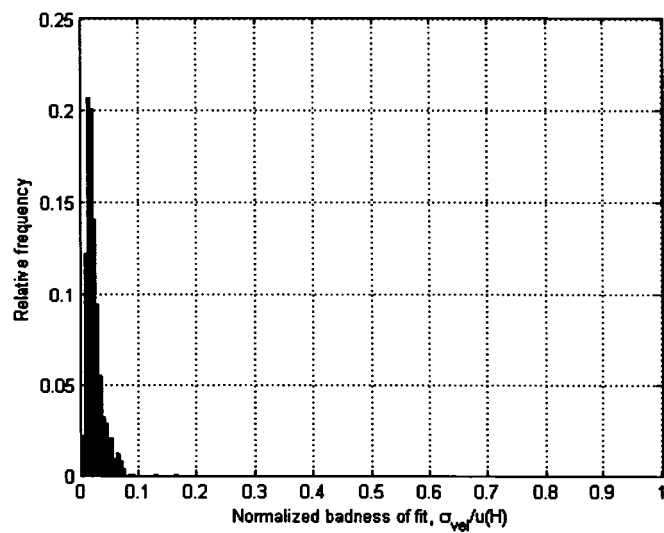


Figure 13 Fit of unstable velocity profiles - Flux-profile method

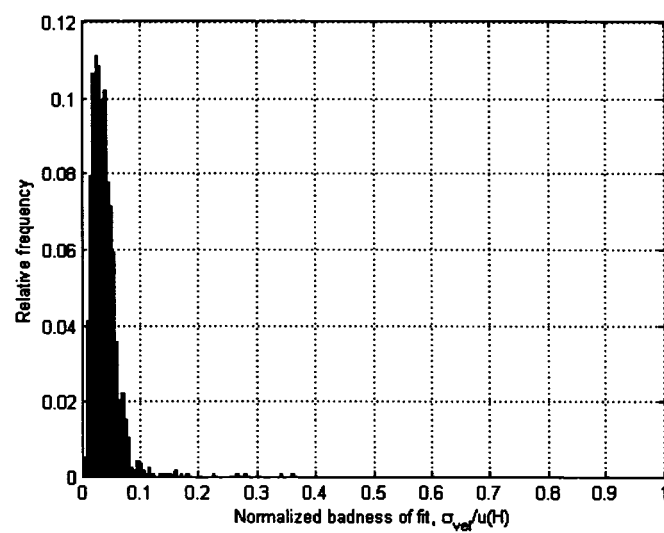


Figure 14 Fit of unstable velocity profiles - Proposed model

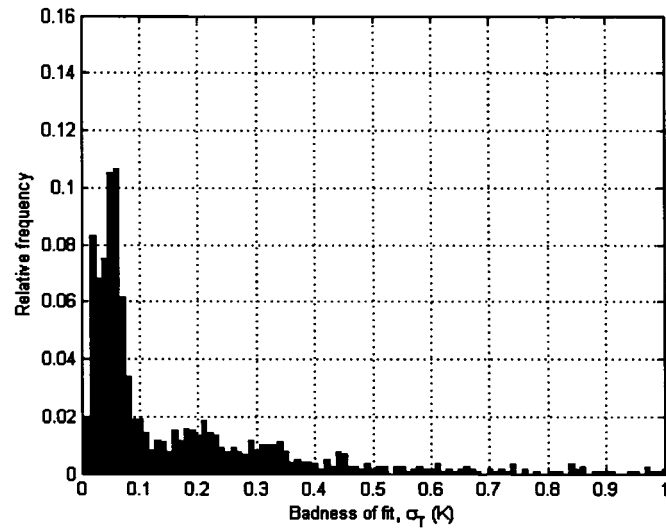


Figure 15 Fit of unstable temperature profiles - Flux-profile method

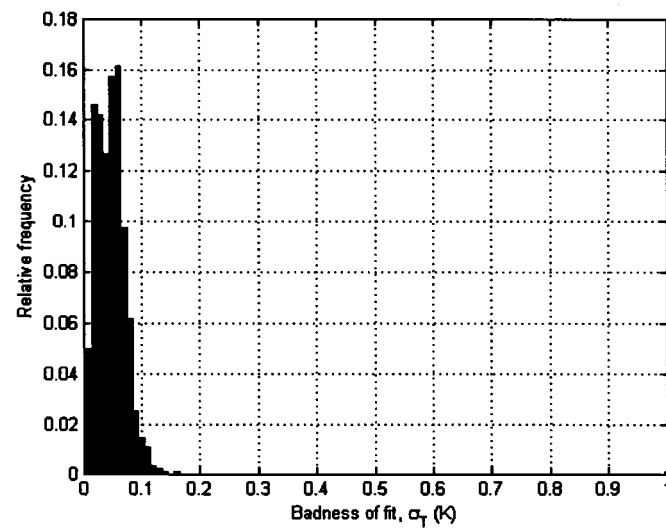


Figure 16 Fit of unstable temperature profiles - Proposed model

Figure	$u(55m)$	$TI(55m)$	$L(10m)$	$u^*(10m)$	$T^*(10m)$
17	8.1	0.026	1.3	0.047	0.127
18	8.3	0.022	135.7	0.31	0.052
19	6.6	0.017	0.0	0.00	∞
20	6.6	0.164	-84.7	0.40	-0.141
21	5.0	0.212	-85.1	0.39	-0.134

Table II

Measured data for sample profiles

1.7.3.3 Sample profiles

Figures 17 through 21 show both poor and excellent fits to the measured profiles for different conditions. Table II outlines the measured atmospheric parameters. Figure 17 and 18 illustrate stable solutions. The poor fit is a result of an extremely low turbulence intensity that results in an underestimated value for the friction velocity. The flux-profile formulation, although not always reproducing exactly $u(z_3)$, has the advantage of a second velocity measurement which reduces the overall error. Although the profile is more accurate, for wind energy purposes it is better to force $u(H)$. Figure 19 gives an example of the performance of the proposed model in the limit of strong stability. A zero reading for L or u^* indicates that the frequency or strength of the perturbations are too weak to measure with the sonic anemometers. As the turbulence dies out, the profile approaches linearity, suggesting the importance of laminar processes. As shown, the proposed model is capable of capturing this behaviour. The flux-profile equations did not converge in this case. Figures 20 and 21 show unstable profiles. In Fig. 21, the reading at z_3 , or H , deviates from the developing profile and demonstrates the proposed model's heavy dependence on this measurement.

1.8 Conclusions

To resolve surface layer velocity profiles, it has been proposed to couple the standard flux-profile equations derived from the Monin-Obukhov similarity theory with the $k - \epsilon$ turbulence model. The result is a set of equations that can be solved to determine the

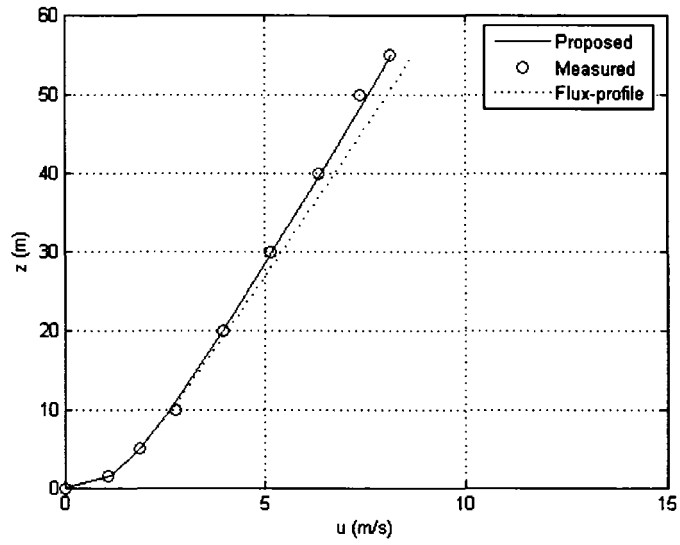


Figure 17 Sample stable profiles - Good fit

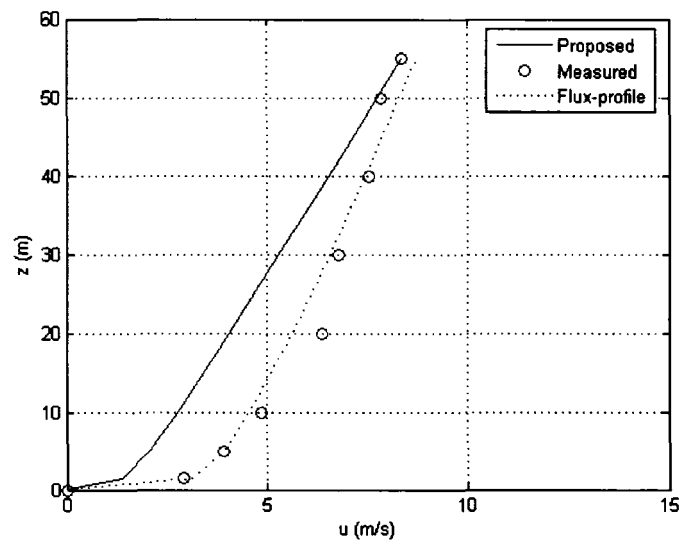


Figure 18 Sample stable profiles - Poor fit

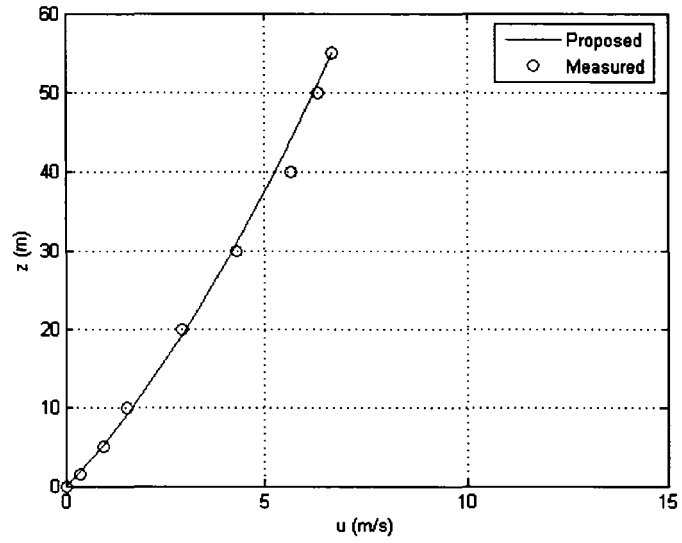


Figure 19 Sample solution in the limit of strong stability

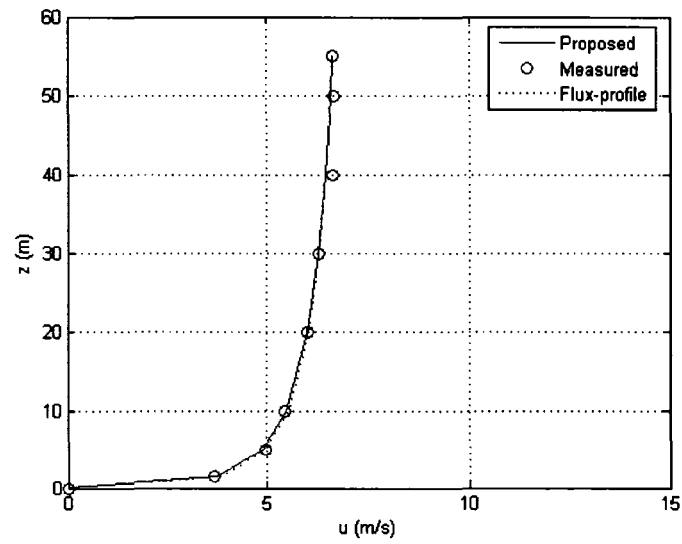


Figure 20 Sample unstable profiles - Good fit

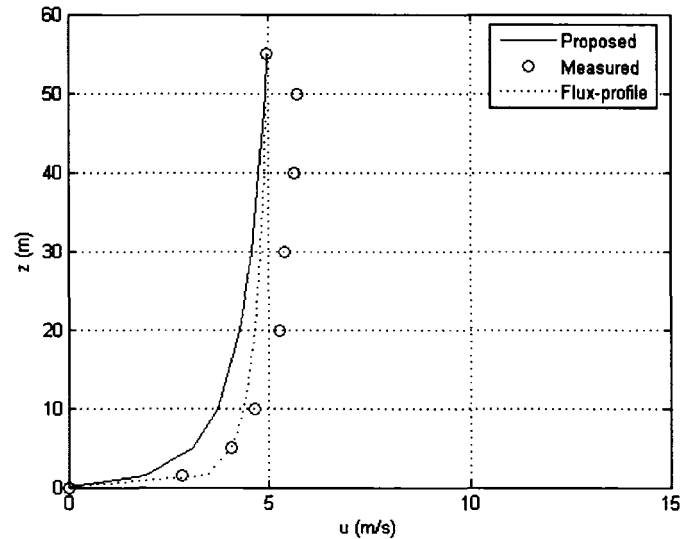


Figure 21 Sample unstable profiles - Poor fit

atmospheric parameters u^* , θ^* , L and z_0 with a minimum of input measurements. Furthermore, the transition to laminar conditions has been explicitly modeled with the factor λ .

Using the CASES99 data, the proposed method has been verified against direct measurements. The method has been found to converge over 99% of the time for the broad range of stable conditions tested, even in the limit of extreme stability. This appears to be due to the addition of the turbulence equation, which limits the friction velocity. Although there is appreciable scatter in the results, the atmospheric parameters are well estimated. Furthermore, the generated velocity profiles are quite representative when compared with the measured wind speed distribution. The proposed method achieves better accuracy under stable conditions than the flux-profile technique, and with fewer measurements. The addition of the laminar transition term limits the growth of Ψ and appears to help convergence in the transitional flow regime. Use of the Businger-Dyer relations outside their fitted range appears to be appropriate for the purposes of profile extrapolation where λ is applied.

Improvements in the turbulence model for unstable conditions are needed to improve accuracy and convergence rates. In general, where measurements are available, using the flux-profile equations for unstable conditions and the proposed method for stable conditions would yield the best results.

References

- [1] Antoniou, I., Jorgensen, H., Ormel, F., Bradley, S., von Hünenbein, S., Ermeis, S., and Warmbier, G. (2003), *On the theory of SODAR measurement techniques*. Tech. Rep. Risø-R-1410(EN), Risø National Laboratory.
- [2] Berkowicz, R. and Prahm, L. (1982), *Evaluation of the profile method for estimation of surface fluxes of momentum and heat*. Atmospheric Environment, vol. 16, 12:pp. 2809–2819.
- [3] Wieringa, J. (1993), *Representative roughness parameters for homogeneous terrain*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 63:pp. 323–363.
- [4] Nielsen, L.B., Conradsen, K., and Prahm, L.P. (1981), *Analysis of measurements from a mast and a nearby synoptic station*. Tech. Rep. MST LUFT A-53, National Agency of Environmental Protection, Risø National Laboratory.
- [5] Lumley, J.L. and Panofsky, H.A. (1964), *The Structure of Atmospheric Turbulence*. New York: John Wiley.
- [6] Jones, W. and Launder, B. (1972), *The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 15:pp. 301–313.
- [7] Stull, R. (1988), *Introduction to boundary layer meteorology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [8] Högström, U. (1988), *Non-dimensional wind and temperature profiles in the atmospheric surface layer: A re-evaluation*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 42:pp. 55–78.
- [9] Högström, U. (1996), *Review of some basic characteristics of the atmospheric surface layer*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 78:pp. 215–246.
- [10] Manwell, J., McGowan, J., and Rogers, A. (2002), *Wind Energy Explained*. Chichester: John Wiley and Sons Ltd.
- [11] Schlichting, H. (1955), *Boundary layer theory*. First edn., London: Pergamon Press Ltd.
- [12] Panofsky, H. and Dutton, J. (1984), *Atmospheric Turbulence: Models and Methods for Engineering Application*. John Wiley and Sons, Inc.

- [13] Pahlow, M., Parlange, M., and Porté-Agel, F. (2001), *On Monin-Obukhov similarity in the stable atmospheric boundary layer*. *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 99:pp. 225–248.
- [14] Kaimal, J. and Finnigan, J. (1994), *Atmospheric boundary layer flows*. Oxford: Oxford University Press.
- [15] Howell, J. and Sun, J. (1999), *Surface-layer fluxes in stable conditions*. *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 90:pp. 495–520.
- [16] Paulsen, C. (1970), *The mathematical representation of wind speed and temperature profiles in the unstable atmospheric surface layer*. *Journal of Applied Meteorology*, vol. 9:pp. 857–861.
- [17] Poulos, G., Blumen, W., Fritts, D., Lundquist, J., Sun, J., Burns, S., Nappo, C., Banta, R., Newsom, R., Cuxart, J., Terradellas, E., Balsley, B., and Jensen, M. (2002), *Cases-99: A comprehensive investigation of the stable nocturnal boundary layer*. *Bulletin of the American Meteorology Society*, vol. 83:pp. 555–581.
- [18] Panofsky, H.A. and Brier, G.W. (1968), *Some applications of statistics to meteorology*. Tech. rep., Penn State University.

ANNEXE 2

INFLUENCE OF ATMOSPHERIC STABILITY ON WIND TURBINE POWER PERFORMANCE CURVES

Pour répondre aux questions concernant l'interaction entre le vent et une éolienne et les effets sur les courbes de performance, le modèle mathématique est appliqué à un vrai parc éolien. Les caractéristiques d'une Vestas Windane-34 sont calculées en tenant compte du profil de vitesse du vent pour avoir une meilleure indication de l'énergie disponible. Ces résultats sont comparés avec les techniques actuelles qui utilisent uniquement la vitesse au moyeu.

Le contenu de ce chapitre a été soumis et accepté pour publication dans la revue *ASME Journal of Solar Energy Engineering*.

2.1 Abstract

Background. The impact of atmospheric stability on vertical wind profiles is reviewed and the implications for power performance testing and site evaluation are investigated.

Method of Approach. Wind shear, turbulence intensity and thermal stability are all intimately related properties of boundary layer flow. The following paper applies a model previously developed and tested by Sumner and Masson which couples Monin-Obukhov similarity theory with the $k - \epsilon$ turbulence model to resolve atmospheric parameters u^* , L , T^* and z_0 . The system of nonlinear equations is solved with a Newton-Raphson algorithm. The disk-averaged wind speed, \bar{u}_{disk} , is evaluated by numerically integrating the resulting velocity profile over the swept area of the rotor. Power performance and annual energy production (*AEP*) calculations for a Vestas Windane-34 turbine from a wind farm in De-labole, England are carried out using both disk-averaged and hub height wind speeds.

Results. Although the power curves generated with each wind speed definition show only slight differences, there is an appreciable impact on maximum turbine efficiency. Furthermore, when the Weibull parameters for the site are recalculated using \bar{u}_{disk} , the *AEP* prediction using the modified parameters fall by nearly 5% compared to current methods.

Conclusions. The IEC assumption that the hub height wind speed can be considered representative tends to underestimate maximum turbine efficiency. When this assumption is further applied to energy predictions, it appears that the tendency is to overestimate the site potential.

2.2 Introduction

Accurate power performance evaluation methods are critical in the wind energy industry. Current standards such as IEC 61400-12 [1] attempt to establish a reliable and repeatable procedure for evaluating turbine performance. With respect to inflow characteristics, emphasis is placed on accurate wind speed measurements at hub height, whose importance cannot be understated. However, the atmospheric condition under which the wind blows can also play a role in turbine productivity. Currently, no efforts are made to characterize the profile of the wind or the stability of the atmosphere at the time of testing. Simplifications such as this greatly facilitate the testing procedure, but come at a cost. A convincing argument was made by Frandsen *et al* [2] that the inclusion of extra parameters (such as wind shear, turbulence and plant blockage) could significantly improve the reliability and repeatability of such performance tests. This research aims to specifically examine stability effects and how the incorporation of wind shear in the IEC standard may affect wind turbine performance characteristics.

The IEC standard implicitly assumes that variations in the vertical wind profile are roughly linear over the swept area of the rotor; thus, hub height velocity can be considered representative of the true wind speed distribution. However, the validity of this assumption has been questioned. Recent SODAR experiments performed at Risø National Laboratories have shown that the linear assumption is not always representative of the true wind speed profile [3]. Measurements indicate that the hub height velocity may not even be conservative, especially as wind shear increases, and tends to overestimate the available kinetic energy. Although these experiments were quite successful in applying SODAR to determine the shape of the wind speed profile, the authors recognized that the absolute precision of SODAR measurements is not acceptable for power performance testing. The model applied here is ideal in that the wind speed profile is predicted using anemometer measurements at hub height, thus retaining the desired accuracy. With the ability to predict the wind profile, the IEC assumptions can be tested.

The sensitivity of power curve measurements to wind shear and turbulence has been observed in the past. Elliott and Cadogan [4] observed significant differences between resulting power curves when separated by turbulence intensity. They also concluded that an

apparent sensitivity exists between power curve measurements and turbulence intensity, and that differences between the true disk-averaged velocity and hub height velocity are a significant source of error in power performance testing. We seek to specifically address the latter source of error here. The best method to account for turbulence intensity effects on power production is to generate power curves for different turbulence intensity levels. This would capture the higher-order interactions that a stability analysis does not consider. Although Elliot *et al* did not link stability with the different velocity profiles, as will be done in this paper, they did observe a difference between vertical wind profiles under night and day conditions. More recently, a standards maintenance team composed of several leading researchers found that wind shear can have an appreciable effect on output power, especially at lower wind speeds [5].

The impacts of atmospheric stability on the available wind energy are investigated herein; however, not much detail is given on the background theory. Rohatgi [6] provides a comprehensive overview of the underlying principles involved. The mathematical model has been presented by the authors in a previous paper, which includes a thorough treatment of turbulence modeling and an in-depth analysis of the very stable atmosphere. This paper moves forward to more rigorously examine the direct effects of flow conditions on turbine performance. Higher-order phenomena such as dynamic stall induced by high wind shear and dynamic interactions between the rotor and the flow are left for future work.

2.3 Description of the flow

The atmosphere cycles through discrete states defined by its thermal stability. In the morning, as the sun warms the ground, air close to the surface begins to be heated. Eventually, the heat flux from the ground becomes significant and the resulting temperature gradient causes turbulent mixing. Thus, the afternoon wind speed profile is fairly uniform due to this added turbulence. At night, the ground changes from a heat source to a heat sink, and the lower atmosphere tends to become stably stratified. Turbulent mixing is quite suppressed and the velocity profile is highly sheared. As the atmosphere changes from stable to unstable stratification, a transient neutral condition can be observed where no thermal effects are present and the flow can be completely modeled based on conservation of momentum (*ie* no energy is lost or gained).

To model the lower atmosphere's relatively complex behaviour, Monin-Obukhov similarity theory is often used. Although limited to conditions that can be considered horizontally homogeneous and statistically stationary, it is quite powerful for predicting boundary layer flows. Briefly, the model proposed by Sumner and Masson combines the integrated Monin-Obukhov similarity functions (Eqs.(2.1) and (2.2)) with the $k - \epsilon$ turbulence model to resolve the unknown atmospheric parameters u^* , L , T^* and z_0 . A special treatment has been proposed for the very stable case. The system of equations is shown below. H represents the turbine hub height and z_1 and z_2 define ΔT , the difference between the temperature near the hub height and close to the ground. K is the von Karman constant, taken here as equal to 0.40. ζ is the ratio of height, z , to L , the Obukhov length and serves as a measure of atmospheric stability.

$$u(H) = \frac{u^*}{K} \left[\ln \left(\frac{H}{z_0} \right) - \Psi_m \left(\frac{H}{L}, \frac{z_0}{L} \right) \right] \quad (2.1)$$

$$T(z_2) - T(z_1) = \frac{T(z_1)u^{*2}}{K^2 g L} \left[\ln \left(\frac{z_2}{z_1} \right) - \Psi_h \left(\frac{z_2}{L}, \frac{z_1}{L} \right) \right] - \frac{g}{c_p} [z_2 - z_1] \quad (2.2)$$

$$TI_{meas}(H) = 2.39 \frac{u^*}{u(H)} \phi_{TI}^{1/4}(\zeta) \quad (2.3)$$

The following first-order relation has been applied to relate θ , the potential temperature, to T .

$$\theta = T + \frac{g}{c_p} [z - z_0] \quad (2.4)$$

By definition,

$$\Psi = \int_{z_0}^z [1 - \phi] \frac{dz}{z} \quad (2.5)$$

where ϕ is determined by measurements. For ϕ_m and ϕ_h , the functions suggested by Högström [7, 8] have been applied. ϕ_{TI} is defined as the ratio of ϕ_ϵ to ϕ_m . For stable conditions, the recent proposal by Pahlow *et al* [9] for ϕ_ϵ has been used. For unstable conditions, the distribution proposed by Kaimal and Finnigan [10] is preferred. The integrated functions for stable conditions are

$$\Psi_m = -5.3 \left[\frac{z - z_0}{L} \right] \quad (2.6)$$

$$\Psi_h = 0.05 \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - 8 \left[\frac{z - z_0}{L} \right] \quad (2.7)$$

For unstable conditions, Paulsen's integration [11] has been used with a slight modification to account for $Pr_T = 0.95$.

$$\Psi_m = 2 \ln \left(\frac{[1 + x]}{2} \right) + \ln \left(\frac{[1 + x^2]}{2} \right) - 2 \tan^{-1} x + \frac{\pi}{2} \quad (2.8)$$

where

$$x = [1 - 19.3\zeta]^{1/4}$$

and

$$\Psi_h = 1.9 \ln \left(\frac{[1 + y]}{2} \right) \quad (2.9)$$

where

$$y = [1 - 11.6\zeta]^{1/2}$$

For very stable conditions (here defined as $\zeta > 2$),

$$u(H) = \frac{u^*}{K} \int_{z_0}^H \phi_m(\zeta) \frac{dz}{z} \quad (2.10)$$

$$T(z_2) - T(z_1) + \frac{g}{c_p} [z_2 - z_1] = \frac{T^*}{K} \int_{z_1}^{z_2} \phi_h(\zeta) \frac{dz}{z} \quad (2.11)$$

$$TI_{meas}(H) = 2.39 \frac{u^*}{u(H)} \phi_{TI}^{1/4}(\zeta)$$

$$L = \frac{u^{*2} \bar{T}}{KgT^*} \quad (2.12)$$

The functions ϕ_h and ϕ_m are modified to account for the importance of laminar processes in the very stable limit. The reader is directed to the original work by the authors for more details. A Newton-Raphson algorithm is used to solve the nonlinear system. Where necessary, integrals are numerically evaluated.

The validity of this model has been demonstrated using data from the CASES99 (Co-operative Atmospheric-Surface Exchange Study 1999) experiment (see Chapter 1). Extensive comparisons with measured wind shear data from sonic anemometers have been made for all stability conditions. Furthermore, the friction velocity, characteristic temperature, and the heat flux predicted by the model have been compared with direct eddy covariance measurements, with good results. The ‘badness of fit’ [12], σ_{vel} , was used to characterize the accuracy of the predicted profile. This value is normalized by the hub height velocity to yield a dimensionless quantity.

$$\sigma'_{vel} = \frac{1}{u(H)} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\bar{u}_j - u_{model,j}]^2} \quad (2.13)$$

Vestas Windane-34	
Nominal power	400kW
Nominal wind speed	12.5m/s
Diameter	34.8m
Cut-in wind speed	4m/s
Cut-out wind speed	25m/s
Control	Variable pitch
Hub height	32 m

Table I

Turbine properties

The normalized badness of fit, σ'_{vel} , was around 4% and 6% for stable and unstable conditions, respectively, a level of accuracy comparable with existing techniques.

This paper takes advantage of this model's ability to generate wind shear profiles with a bare minimum of input measurements in order to analyze the implications of wind shear for power performance testing in a real wind park.

2.4 Site description

The wind farm near Delabole, England, consists of 10 Vestas Windane-34 turbines, each with a rated power of 400kW, yielding a total installed capacity of 4MW. Turbine characteristics are summarized in Table I. As part of the wind park, two meteorological masts were also installed to monitor atmospheric conditions. The upwind tower is the most equipped, having measurements of velocity at 10, 20, 33 and 44m and temperature probes at 5 and 44m. The relative positions of the turbines within the park are shown in Fig. (1) [13]. The surrounding terrain is classified as pastoral and flat with a gentle slope to the southwest.

Observations have been recorded over a one-year period from to May 1, 1993 to April 30, 1994. The database [13] includes both the velocity and temperature measurements from M1 and all turbine output. The data have been passed through a filter to remove erroneous readings and periods where data have not been recorded. Data loss is around 16%. With

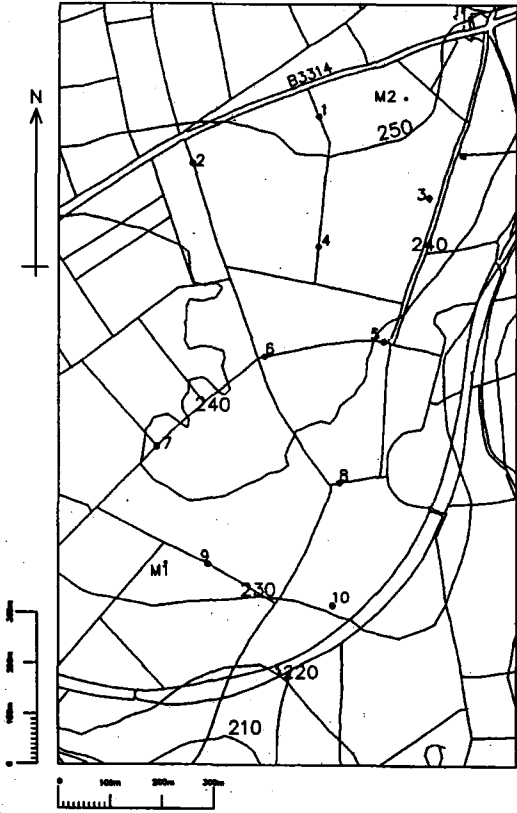


Figure 1 Layout of the Delabole wind farm [13]

the treated data, the wind climate for Delabole has been calculated. The wind rose shown in Fig. (2) indicates that the dominant wind direction is from the west. The frequency distribution and corresponding Weibull fit are shown in Fig.(3). The mean wind speed for the period analyzed, after data filtration, was $7.61m/s$.

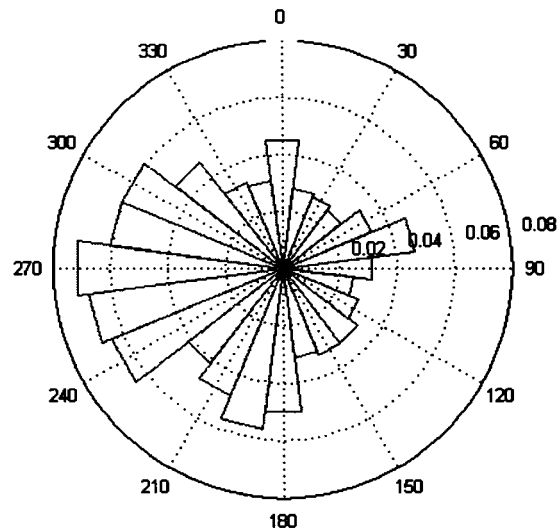


Figure 2 Wind rose at 44m measured at M1

2.5 Power performance testing

The current industry standard for testing wind turbines for verification of performance characteristics is IEC 61400-12. During testing, all sectors in which the turbine is either in the wake of another turbine or downstream of a significant obstacle are eliminated according to Eq.(2.14). Here, α is the angle width of the disturbed sector, D is the turbine diameter and L_s is the downwind separation. This version of the α equation is presented in the proposed update to the current standard (see [14]).

$$\alpha = 1.3 \operatorname{atan} \left(2.5 \frac{D}{L_s} + 0.15 \right) + 10 \quad (2.14)$$

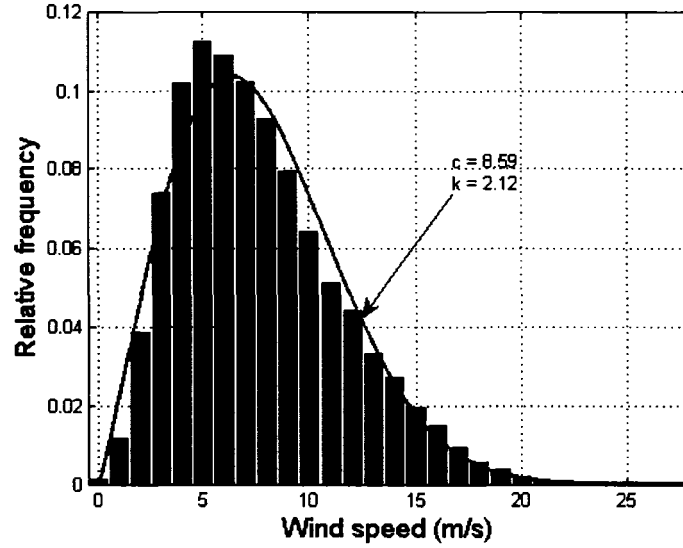


Figure 3 Wind frequency distribution and Weibull fit at 33m measured at M1

Turbine 9 is used for the following analysis. The separation between M1 and Turbine 9 is 81m or $2.3D$, within the IEC limits of 2 to $4D$. Given the turbine layout, the valid sectors are between 129.7° and 313.8° . Data is further filtered to eliminate periods of inoperation and all invalid sectors.

Depending on the turbine's method of control, either the power or velocity is normalized. For the case of a turbine with active pitch control, the velocity is normalized to a reference air density, ρ_0 .

$$u_n = \bar{u} \left(\frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \right)^{1/3} \quad (2.15)$$

The turbine power curve is presented as the normalized 'binned' velocity versus the measured power. The standard deviation within each bin is presented as error bars at each point. Generally, the uncertainty of the measurement equipment and flow distortion effects are also included.

The power coefficient is calculated using

$$C_{p,i} = \frac{P_i}{\frac{1}{2}\rho_0 A \bar{u}_{n,i}^3} \quad (2.16)$$

where i denotes the bin number.

Annual energy production (AEP) can also be predicted, based on the measured power curve and the wind speed frequency distribution.

$$AEP = 8760 \sum_{i=1}^N (F(\bar{u}_{n,i}) - F(\bar{u}_{n,i-1})) \left(\frac{P_{i-1} + P_i}{2} \right) \quad (2.17)$$

F can be defined using the Rayleigh distribution or the site-specific Weibull parameters.

$$F_{Weibull}(\bar{u}_n) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\bar{u}_n}{c} \right)^k \right] \quad (2.18)$$

$$F_{Rayleigh}(\bar{u}_n) = 1 - \exp \left[- \frac{\pi}{4} \left(\frac{\bar{u}_n}{u_{avg}} \right)^2 \right] \quad (2.19)$$

The database is considered complete when it contains at least 30 minutes of measurements in each $0.5m/s$ wind speed bin and a total of at least 180 hours. These requirements have been satisfied.

2.6 Computational domain

To evaluate the available power in the wind over the swept area of the rotor, the velocity profile resulting from the stability analysis is numerically integrated over the domain of interest. Referring to Fig.(4), the computational domain consists of a disk with center at hub height, H , of radius R . The limits of integration are given by $z = H \pm R$. Subdividing the z -axis into n equally spaced intervals, the average velocity over the swept area is given by Eq.(2.23).

$$\bar{u}_{disk} = \frac{1}{A} \iint_S u(z) dA \quad (2.20)$$

Integration limits are transformed to a function of height by assuming horizontally homogeneous conditions and by applying the following relations:

$$dA = 2b \cdot dz \quad (2.21)$$

$$dA = 2(R^2 - H^2 + 2Hz - z^2)^{1/2} dz \quad (2.22)$$

$$\bar{u}_{disk} = \frac{2}{A} \int_{H-R}^{H+R} u(z) \cdot (R^2 - H^2 + 2Hz - z^2)^{1/2} dz \quad (2.23)$$

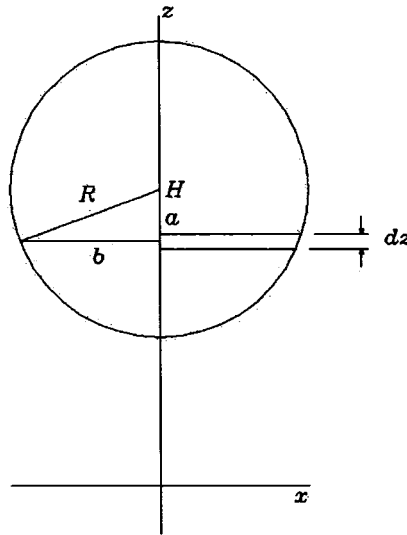


Figure 4 Mathematical representation of swept area

2.7 Evaluation of predicted profiles

The inputs for the mathematical model are the velocity at hub height, the turbulence intensity at hub height and two temperature measurements. The turbulence intensity is calculated using Eq.(2.24) [15].

$$TI = \frac{\sigma_u}{\bar{u}} \quad (2.24)$$

Solution of the system of equations summarized in Section 2.3 yields the distributions of temperature, velocity and turbulence intensity. To verify the accuracy of the model, the calculated wind speed at $44m$ is compared to the measured value. The mean percent error was found to be 2.0%. The statistical distribution of the percent error for the extrapolated point is shown in Fig.(5). Because the hub height velocity is fixed by measurements, there is never any error in this value. Eleven percent of the data was lost due to divergence of the mathematical model, summarized in Fig.(6). Divergence may be caused by inaccurate measurements, especially under transient conditions, the existence of atmospheric conditions not captured in the present model, such as storm events, or poor performance of the mathematical model. For the database considered, only thermally unstable conditions caused divergence.

2.8 Results and discussion

2.8.1 Power performance results

The measured power curve is presented in Fig.(7) using both the hub height (IEC) and disk-averaged wind speeds (modified IEC). The error bars represent only the standard deviation of the power in each bin, all other sources of uncertainty being irrelevant for comparison purposes. The difference between the two curves appears to be slight. In fact, the curves are nearly identical, except the modified IEC curve has moved slightly to the left. Although the effect appears negligible, the impact on the *AEP* and power coefficient is more pronounced. The modified IEC curve generates an increase in *AEP* between 1.5 and 2%. Figure (8) shows C_p versus wind speed. The difference between the curves is appreciable and it is noted that the greatest deviation occurs where C_p is maximum,

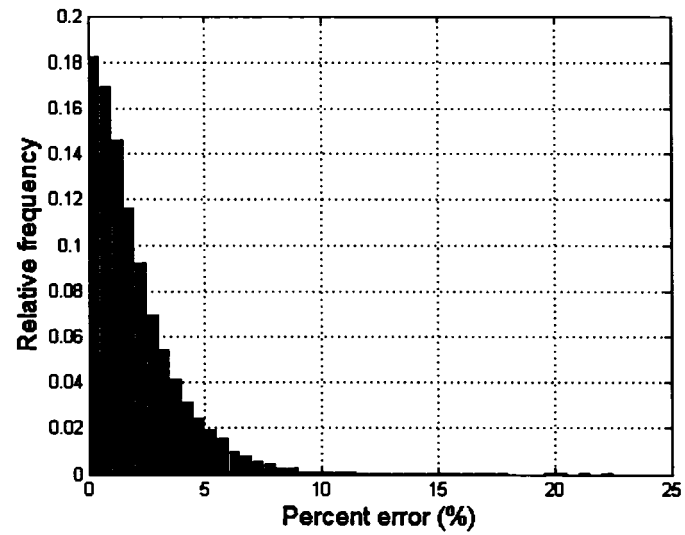


Figure 5 Frequency distribution of percent error in estimate of $u(44m)$

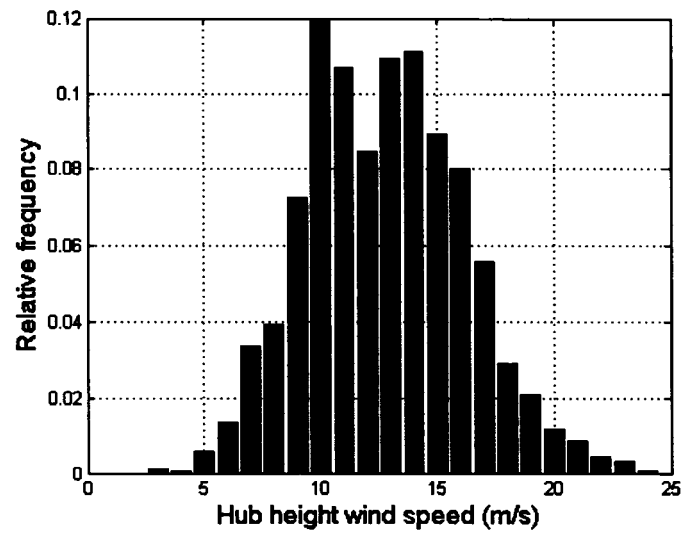


Figure 6 Histogram of lost data by wind speed

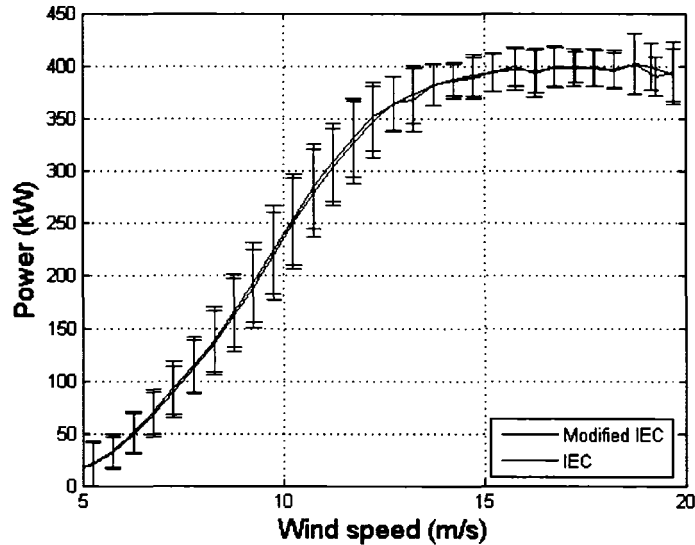


Figure 7 Measured power performance curve for Windane-34 (Turbine 9)

certainly a disadvantage for turbine manufacturers. The C_p curves have been further split into two levels of turbulence intensity in Fig. (9); less than 10% and greater than 10%. It is evident that the turbulence intensity affects the power output independently of thermal stability. When data is divided into two sets, some bins do not meet IEC requirements for completeness. However, these bins have been retained to provide, at the least, a sense of the effect of turbulence intensity.

The calculations have also been performed for Turbine 7, which is farther from the measurement mast than Turbine 9. The separation is greater than $6D$, so the requirements of the IEC standard cannot be strictly met. However, given that the terrain is quite flat, the standard can still be applied, albeit with increased uncertainty. As such, the following graphs are treated qualitatively. The data has been refiltered considering the invalid sectors for Turbine 7. Figures (10) to (12) show the same trends as those for Turbine 9, most notably a decrease in maximum turbine efficiency.

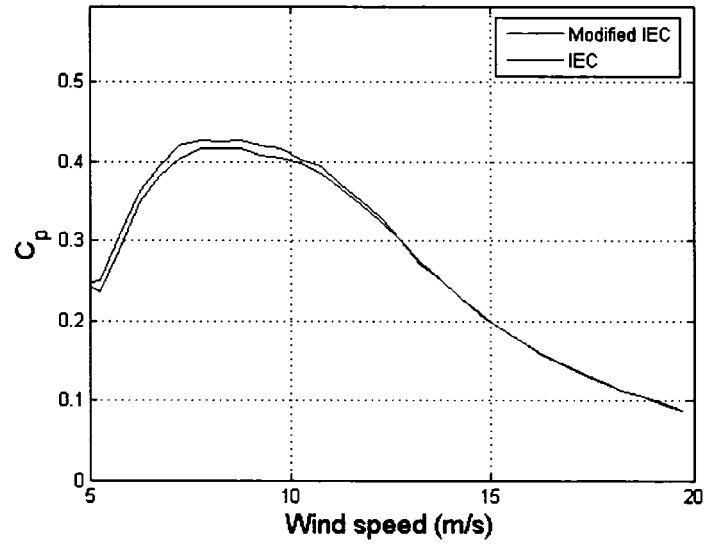


Figure 8 Measured power coefficient for Windane-34 (Turbine 9)

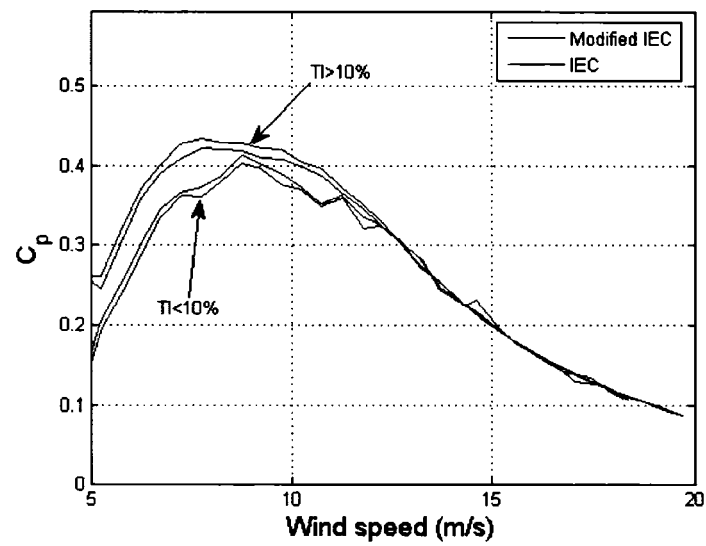


Figure 9 Measured power coefficient for Windane-34 (Turbine 9)

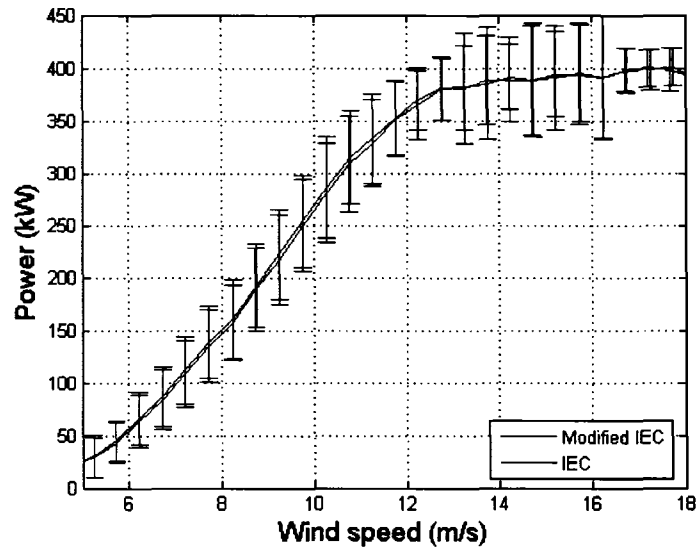


Figure 10 Measured power performance curve for Windane-34 (Turbine 7)

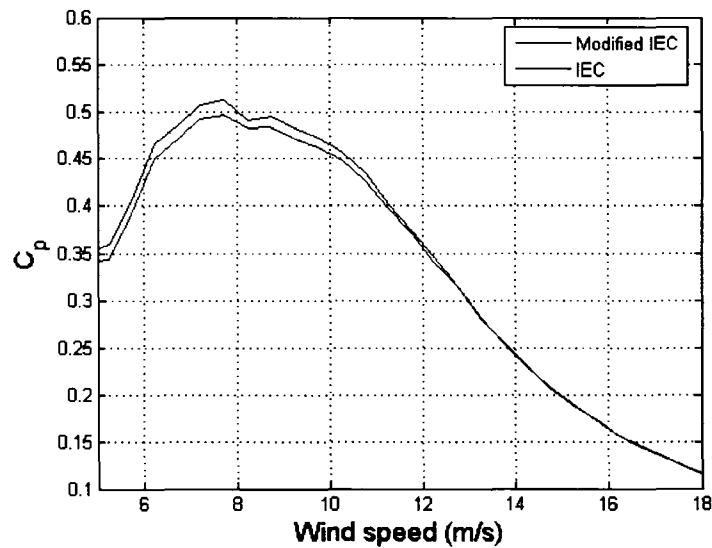


Figure 11 Measured power coefficient for Windane-34 (Turbine 7)

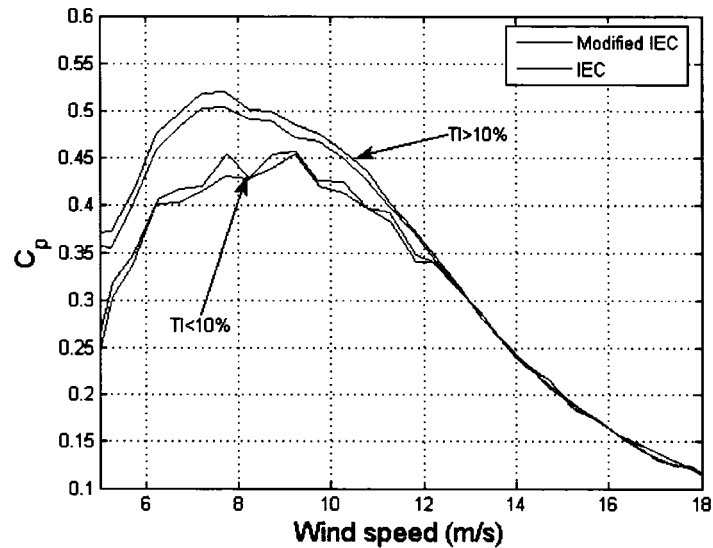


Figure 12 Measured power coefficient for Windane-34 (Turbine 7)

2.8.2 Recalculation of Weibull parameters

It is clear that for turbine testing the wind profile has a modest impact on the resulting performance characteristics. One may extend this idea to site evaluation as well. Often, sites are prospected and sold based on the observed wind statistics at a given elevation. However, it may be more representative of the absolute energy potential to consider the average velocity over a given area instead of just a single point. As mentioned earlier, characterizing the energy with a point observation will generally overestimate the resource. Here, the Weibull parameters for the site have been rederived using \bar{u}_{disk} , calculated over the swept area of the rotor. Again, some portion of the data is lost due to atmospheric conditions which are not covered in the model (almost 9%). The wind speed frequency distribution of the lost data is presented in Fig.(13). Although the distribution is normal, the mathematical model appears to bias the data slightly. Thus, for comparison purposes, the original Weibull parameters are recalculated using this new data set (see Fig.(14)a). The frequency distribution resulting from \bar{u}_{disk} is presented in Fig.(14)b.

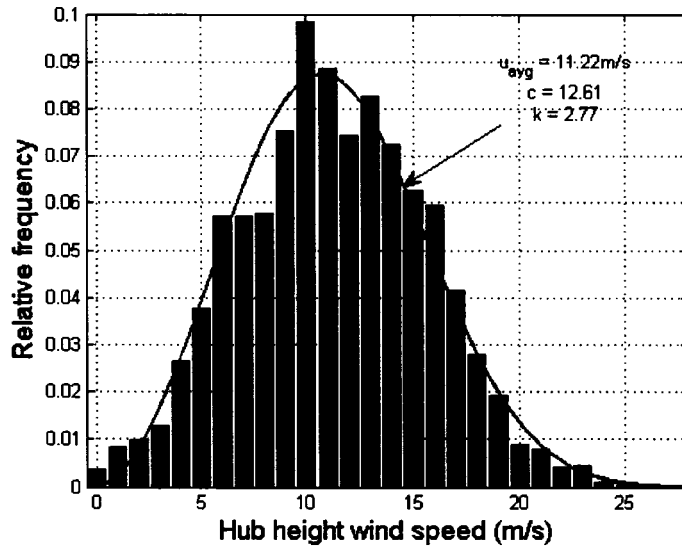


Figure 13 Histogram of lost data by wind speed

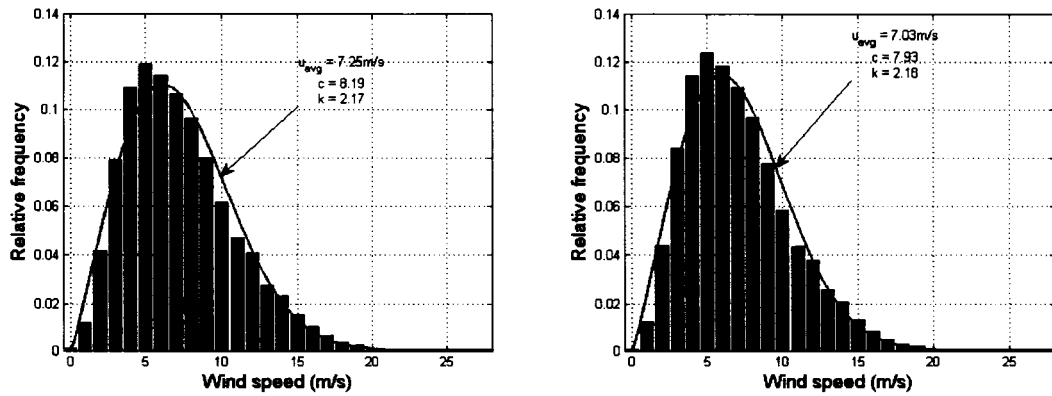


Figure 14 Comparison of Weibull curves (a) using $u(H)$ and (b) using \bar{u}_{disk}

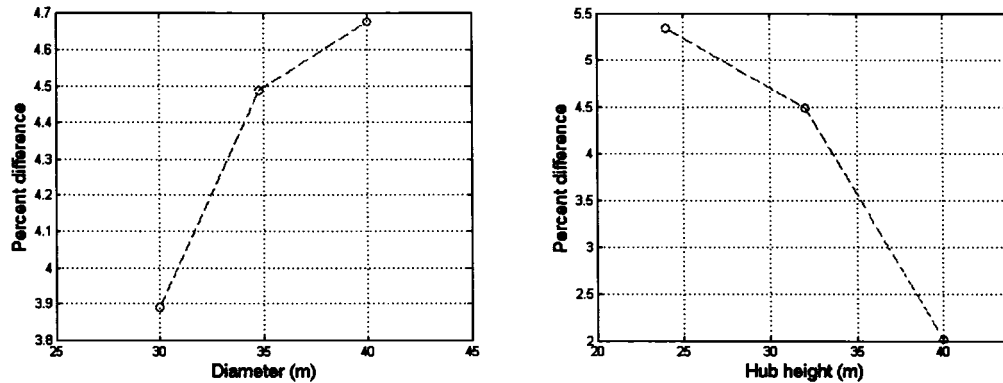


Figure 15 Percent difference in *AEP* estimates for different (a) diameters and (b) hub heights

The *AEP* is estimated for this site using each method. First, the IEC power curve is used with the original Weibull distribution. The *AEP* calculated in this way is $1.093 \times 10^3 \text{ MWh}$. Using the modified IEC power curve and the second set of Weibull parameters yields an *AEP* of $1.045 \times 10^3 \text{ MWh}$, a reduction of around 4.5%. This is reasonable: the *AEP* is, in essence, the integration of the wind speed probability density function (PDF) times the power curve over the span of one year. Although the change in the power curve provides a small increase, the change in the shape and scale of the PDF, most notably its shift left, results in a significant reduction in the predicted energy output. To perform these calculations, the cut-in wind speed was taken as 5 m/s , as the uncertainty in the wind speed measurement at 4 m/s is quite large. It is evident that, as was the case for C_p calculations, the wind profile can have a noticeable influence on energy predictions.

It can be shown that these results are dimensionally dependent on three physical length scales: z_0 , D and H . Turbine diameter and height play a role in how much the effect of wind shear is ‘felt.’ Increases in roughness length increase the momentum loss at the surface, thus increasing wind shear. Unfortunately, altering the z_0 for the site is not possible. However, if the C_p curve is taken as constant, the effect of diameter and hub height can be investigated. Figure (15) illustrates this by comparing the percent difference in *AEP* for changes in D and H .

In general, increasing height reduces shear effects as the profile tends to become more and more linear. An increase in diameter increases shear effects as the effect of curvature is more pronounced. However, in relative terms, changes in turbine height have a greater effect on the influence of wind shear than do changes in turbine diameter.

2.9 Conclusions

The purpose of this research was to examine how the stability of the atmosphere affects wind shear and to investigate the implications for power performance testing and site evaluation. To this end, the model proposed by Sumner and Masson (2005) was used to generate velocity profiles from typical measurements. It is evident that the variation in wind speed over the swept area of the rotor has some effect on the resulting power performance characteristics of a wind turbine. With respect to the IEC standard, which supposes a linear wind speed distribution, the largest discrepancy was observed where C_p approaches a maximum. This is an obvious disadvantage for wind turbine manufacturers; the current testing procedure appears to underestimate maximum turbine efficiency.

Furthermore, the assumption of a linear profile over the swept area of the rotor is not conservative when generating energy estimates. The practice of using a single measure of the wind for prospecting purposes appears to favour the vendor of a given site. This point estimation can lead to Weibull parameters that will overestimate the available kinetic energy. For the site considered, the difference in annual energy production based on Weibull parameters calculated using hub height and disk-averaged wind speeds was on the order of 5%. Also, these results were generated for a wind park located on very simple terrain. The difference in energy production would be amplified as the surrounding terrain increased in roughness. The model is, however, limited to reasonably flat sites, since the empirical functions ϕ_h and ϕ_m were originally determined from measurements over horizontally homogeneous terrain. Furthermore, the Monin-Obukhov equations have been derived assuming that all spatial derivatives are null except in the z -axis where the mean flow is assumed null.

The proposed model for generating wind speed profiles is ideally suited to wind energy practices, since a minimum number of measurements are required and the hub height wind speed is always conserved. Furthermore, in comparing the extrapolated profile with the

available measurements at 44m, the accuracy is acceptable. Although the site considered had a tower equipped to provide profile data, the model can and is intended to generate wind shear profiles at sites where only hub height velocity and some difference in temperature are available. It has been demonstrated that performing a stability analysis such as this can provide a more reasonable estimate of the available kinetic energy resulting not only in a more representative power curve, but also in more conservative production estimates.

References

- [1] IEC (1998), *IEC 61400-12 wind turbine generator systems part 12: Wind turbine power performance testing*. Tech. rep., IEC.
- [2] Frandsen, S., Antoniou, I., Hansen, J., Kristensen, L., Madsen, H., Chaviaropoulos, B., Douvikas, D., Dahlberg, J., Derrick, A., Dunbabin, P., Hunter, R., Ruffle, R., Kanellopoulos, D., and Kapsalis, G. (2000), *Redefinition power curve for more accurate performance assessment of wind farms*. *Wind Energy*, vol. 3:pp. 81–111.
- [3] Antoniou, I., Jorgensen, H., Ormel, F., Bradley, S., von Hünerbein, S., Emeis, S., and Warmbier, G. (2003), *On the theory of SODAR measurement techniques*. Tech. Rep. Risø-R-1410(EN), RisøNational Laboratory.
- [4] Elliott, D. and Cadogan, J. (1990), *Effects of wind shear and turbulence on wind turbine power curves*. In European community wind energy conference, Madrid, Spain, pp. 70–83.
- [5] Hunter, R., Pedersen, T., Dunbabin, P., Antoniou, I., Frandsen, S., Klug, H., Albers, A., and Kong Lee, W. (2001), *European wind turbine testing procedure developments - task 1: Measurement method to verify wind turbine performance characteristics*. Tech. Rep. Risø-R-1209(EN), RisøNational Laboratory.
- [6] Rohatgi, J. (1996), *An analysis of the influence of atmospheric stability on vertical wind profiles - its influence on wind energy and wind turbines*. *Wind Engineering*, vol. 20, 5:pp. 319–332.
- [7] Högström, U. (1988), *Non-dimensional wind and temperature profiles in the atmospheric surface layer: A re-evaluation*. *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 42:pp. 55–78.
- [8] Högström, U. (1996), *Review of some basic characteristics of the atmospheric surface layer*. *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 78:pp. 215–246.
- [9] Pahlow, M., Parlange, M., and Porté-Agel, F. (2001), *On Monin-Obukhov similarity in the stable atmospheric boundary layer*. *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 99:pp. 225–248.

- [10] Kaimal, J. and Finnigan, J. (1994), *Atmospheric boundary layer flows*. Oxford: Oxford University Press.
- [11] Paulsen, C. (1970), *The mathematical representation of wind speed and temperature profiles in the unstable atmospheric surface layer*. *Journal of Applied Meteorology*, vol. 9:pp. 857–861.
- [12] Panofsky, H.A. and Brier, G.W. (1968), *Some applications of statistics to meteorology*. Tech. rep., Penn State University.
- [13] Technical University of Denmark (2005), *Database of wind characteristics*, <http://www.winddata.com>.
- [14] IEC (2003), *Wind turbines - part 121: Power performance measurements of grid connected wind turbines*. Tech. Rep. IEC 61400-121 Ed. 1, IEC.
- [15] Manwell, J., McGowan, J., and Rogers, A. (2002), *Wind Energy Explained*. Chichester: John Wiley and Sons Ltd.