УДК 528.063

О ВЛИЯНИИ КОРРЕЛЯЦИИ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ СПУТНИКОВЫХ GPS-ИЗМЕРЕНИЙ

Е.В. ГРИЩЕНКОВ
(Полоцкий государственный университет),
А.П. ПРИСЯЖНЮК
(УП «Аэрокарт», Минск)

Известно, что спутниковые результаты GPS-измерений в относительном методе спутниковой геодезии, как правило, являются зависимыми величинами по причине физической корреляции. Математическая обработка таких результатов измерений была впервые разработана в середине XX века, а метод обработки стал называться «Обобщенным методом наименьших квадратов». По данному методу под руководством профессора В.И. Мицкевича составлена программа по уравниванию зависимых результатов GPS-измерений, по которой выполнены расчеты рассмотренного вопроса.

На примере геодезического четырехугольника сети GPS исследуется влияние корреляционных связей между погрешностями по координатным осям на уравненные координаты и на результаты оценки точности.

Введение. В настоящее время в Беларуси и России широко используется глобальная навигационная система *GPS* (в будущем ГЛОНАСС). Данные программные проекты включают в себя мероприятия по уточнению системы координат, созданию новой высокоэффективной государственной системы геодезического обеспечения своих территорий. Современные навигационные системы позволяют повысить точность, оперативность и экономическую эффективность решения задач геодезического обеспечения, создания высокоточной геодезической сети и земельного кадастра государств.

Для достижения высокой точности результатов спутниковых определений необходимо [1, 2]:

- учитывать, что точность спутниковых определений различна по направлениям разных осей координат;
- правильно выбирать конфигурацию спутникового созвездия (время измерений) и другие факторы, снижающие точность спутниковых определений;
- корректно назначать весовые матрицы спутниковых измерений для оптимального уравнивания.

Основная часть. Известно, результаты непосредственных измерений чаще всего являются некоррелированными величинами. Но в математическую обработку могут включаться не сами измерения, а их функции, например углы, вычисленные по независимым (следовательно, коррелированным) измерениям или их функциям, например, дирекционным углам сторон, приращениям координат и др.

Поэтому возникает задача уравнения коррелированных измерений. Во всех этих случаях необходимо знать корреляционные матрицы, которые в отличие от случая некоррелированных измерений уже не будут диагоналями. Метод наименьших квадратов в применении к некоррелированным измерениям называется классическим, а к коррелированным – обобщенным. Классический принцип, таким образом, является частным случаем обобщенного принципа наименьших квадратов.

В общем случае корреляционная матрица измерений имеет вид:

$$K_T = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & K_{12} & K_{13} & K_{1N} \\ K_{21} & \sigma_2^2 & K_{23} & K_{2N} \\ K_{31} & K_{32} & \sigma_3^2 & K_{3N} \\ K_{N1} & K_{N2} & K_{N3} & \sigma_N^2 \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где σ_i^2 – дисперсии измерений (диагональные элементы матрицы K_m); K_{ij} – корреляционные моменты (недиагональные элементы).

При выполнении спутниковых измерений для каждого вектора приращений Δ_X, Δ_Y, Δ_Z выдаются следующие сведения:

$$\begin{pmatrix} \sigma_X^2 & K_{XY} & K_{XZ} \\ & \sigma_Y^2 & K_{YZ} \\ sim & & \sigma_Z^2 \end{pmatrix},$$

которые служат исходной информацией для вычисления коэффициентов корреляции по формуле:

$$r_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}. \tag{2}$$

В результате для трех векторов *GPS* треугольника мы имеем следующую корреляционную матрицу:

$$K_T = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & r_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & r_{45} & r_{46} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & r_{56} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 1 & r_{78} & r_{79} \\ & sim & & & & & & 1 & r_{89} \\ & & & & & & & & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда в обобщенном параметрическом способе уравнения используют формулы:

$$\hat{X}_{tx1} = X^0_{tx1} + x_{tx1}; \tag{3}$$

$$x_{tx1} = -R^{-1}_{txt} B_{tx1}; \tag{4}$$

$$R_{txt} = A^T_{txN} (\overline{K}^{-1}_T)_{NxN} A_{Nxt}; \tag{5}$$

$$B_{tx1} = A^T_{txN} (\overline{K}^{-1}_T)_{NxN} L_{Nx1}, \tag{6}$$

где свободный член параметрического уравнения поправок вычисляют из выражения:

$$L_{Nx1} = T^{выч}_{Nx1} - T^{изм}_{Nx1}, \tag{7}$$

где

$$T^{выч}_{Nx1} = (\Delta X^0_1; \Delta Y^0_1; \Delta Z^0_1, ..., \Delta X^0_{N/3}, \Delta Y^0_{N/3}, \Delta Z^0_{N/3})^T,$$

а

$$\Delta X^0_{ik} = X^0_i - X^0_k;$$

$$\Delta Y^0_{ik} = Y^0_i - Y^0_k;$$

$$\Delta Z^0_{ik} = Z^0_i - Z^0_k,$$

которые найдены по предварительным значениям X^0.

При этом

$$\overline{K}_T = P^{-\frac{1}{2}} K_T P^{-\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

Из практики обработки спутниковых GPS-измерений выяснилось: при исследовании корреляционных матриц, полученных по внутренней сходимости результатов в серии реальных спутниковых определений, для измерений, проведенных в благоприятных условиях (при незаслоненности небосвода), максимальная погрешность приращений координат, как правило, не отклоняется от направления нормали к поверхности земного эллипсоида. При этом корреляционные моменты между вертикальными и горизонтальными погрешностями малы, что указывает на слабую стохастическую связь между ними. Следует также отметить, что горизонтальные составляющие приращений координат, в большинстве случаев, также имели слабую корреляцию.

Таким образом, на основе экспериментальных данных можно сделать следующие предварительные выводы: при правильном выборе установки спутникового приемника, т.е. при открытом небосводе, отмечена некоррелированность результатов измерений приращения координат. В этом случае можно производить уравнивание спутниковой сети раздельно для каждой горизонтальной и вертикальной составляющих (так же как нивелирные сети) [1, 3].

По программе KEMNGPSO обработаем спутниковый GPS треугольник.

Результаты вычислений представлены в таблице, где r – коэффициенты корреляции для каждого вектора с частной корреляционной матрицей:

$$\begin{pmatrix} 1 & r & r \\ & 1 & r \\ & & 1 \end{pmatrix};$$

$\Delta x; \Delta y; \Delta z$ – разности координат при $r \neq 0,0$ и $r = 0,0$ в мм; μ – средняя квадратичная ошибка единицы веса при числе избыточных измерений равном 9 (N = 18; t = 9); M_i – ошибки положения определяемых пунктов в м; $|V|_{\max}$ – наибольшая по модулю поправка из всех 18 приращений.

Результаты вычислений

Пара-метры	r = 0,0	r = 0,1	r = 0,2	r = 0,3	r = 0,4	r = 0,5	r = 0,6	r = 0,7	r = 0,8	r = 0,9
Δx_1	0	–0,1	–0,2	–0,2	–0,2	–0,2	–0,2	–1,2	–2,6	0
Δy_1	0	–0,1	–0,2	–0,4	–0,6	–0,8	–1	–3,9	–2,5	–1,7
Δz_1	0	–0,4	–0,8	–1,2	–1,5	–1,9	–2,2	–3,2	–2,9	–3,5
Δx_2	0	–0,1	–0,2	–0,1	–0,1	0	0,2	–0,2	0,1	1,5
Δy_2	0	–0,4	–0,6	–0,8	–1,1	–1,3	–1,4	–3,2	–1,7	–1,2
Δz_2	0	–0,2	–0,4	–0,6	–0,7	–0,9	–1	–0,5	–0,1	–0,9
Δx_3	0	–0,2	–0,2	–0,2	–0,2	–0,1	0	–0,5	–0,5	0,9
Δy_3	0	–0,4	–0,8	–0,2	0,4	–2,1	–2,5	0,6	–0,3	–4,2
Δz_3	0	–0,3	0,5	–0,7	–1	–2,2	–1,5	–1,9	–1,7	–2,4
μ	0,328	0,315	0,309	0,309	0,315	0,328	0,352	0,396	0,423	0,615
M_1	0,0044	0,0046	0,0051	0,0058	0,0067	0,0078	0,0094	0,0123	0,0150	0,1485
M_2	0,0040	0,0040	0,0042	0,0047	0,0055	0,0069	0,0092	0,0137	0,0212	0,1458
M_3	0,0042	0,0045	0,0048	0,0055	0,0064	0,0078	0,0099	0,0237	0,0382	0,1458
$\|V\|_{\max}$	0,0112	0,0111	0,0104	0,0102	0,0100	0,0098	0,0096	0,0097	0,0093	0,0090

По результатам вычислений, представленных в таблице, можно сделать следующие **выводы**:

1) при коэффициенте корреляции $r \leq 0{,}4$ расхождения в координатах пренебрегаемо малы (менее 1,1 мм при $\sigma_{\Delta} = 7$ мм);

2) величина μ практически не изменяется на отрезке $0{,}0 \leq r \leq 0{,}4$;

3) оценка точности остается неизменной при $r = 0{,}5$;

4) поправки в измерения из уравнивания практически не изменяются на отрезке $0 \leq r \leq 0{,}4$;

5) даже при $0{,}0 \leq r \leq 0{,}8$ влияние корреляции пренебрегаемо мало при плохом сочетании созвездий и заслоненности небосвода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаврилов, Ю.А. Исследование пространственной ориентации погрешностей спутниковых определений: автореф. дис. … канд. техн. наук / Ю.А. Гаврилов. – СПб. – 2003. – 22 с.
2. Генике, А.А. Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии / А.А. Генике, Г.Г. Побединский. – М.: Картгеоцентр – Геодезиздат, 1999. – 272 с.
3. Мицкевич, В.И. Раздельное уравнивание GPS-измерений / В.И. Мицкевич; Полоц. гос. ун-т. – Новополоцк, 2000. – 5 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 25.09.2000.

Поступила 22.03.2007