INSTITUUT VOOR TUINBOUWTECHNIEK — WAGENINGEN

OVER DE NAUWKEURIGHEID VAN TIJDSTUDIES

door Ir D.C. Post

ITT WAGENINGEN

intern verslag 48

INSTITUUT VOOR TUINBOUWTECHNIEK
WAGENINGEN

OVER DE NAUWKEURIGHEID VAN TIJDSTUDIES

door: Ir. D.C. Post

april 1972

Intern Verslag 48

Inleiding

Bij de afdeling organisatie en arbeidskunde rees de vraag of wel voldoende aandacht geschonken werd aan de nauwkeurigheid van de verrichte tijdstudies. In het bijzonder vroeg men zich af of het aantal verrichte tijdopnamen groot genoeg was.
Om hierin een inzicht te krijgen werden mij alle gegevens van een als gunstig beoordeelde tijdstudie ter hand gesteld. Deze door de heer van Doveren verrichte tijdstudie betrof het sorteren en opbossen van anjers, een samengestelde werkzaamheid die is opgebouwd uit 7 elementen.
Besloten werd volgens de methoden der mathematische statistiek op grond van de bij deze tijdstudie verkregen waarnemingen vast te stellen hoeveel tijd waarnemingen voor ieder element hadden moeten worden gedaan (steekproefgrootte) om bij een te voren gekozen betrouwbaarheid (95%) een te voren gekozen nauwkeurigheid ($\pm$ 5% van het gemiddelde) te bereiken.
Tijdens dit onderzoek werd ik attent gemaakt op een recent artikel van S.B. Abrahams - "Minimising the cost of sampling a composite job" in het tijdschrift "Work Study and Management Services", The Journal of the Institute of Work Study Practitioners (vol. 15 nr 3, mrt. '71).
Besloten werd de gegevens van bovengenoemde tijdstudie ook volgens de door Abrahams ontwikkelde methode te bewerken. De resultaten die in eerste instantie (vooraf gekozen "overall nauwkeurigheid" van 5% volgens de definitie van Abrahams bij een betrouwbaarheid van 95%) werden verkregen waren nogal verrassend, hetgeen aanleiding was ook "overall nauwkeurigheden" volgens recept Abrahams van resp. 4, 3, 2 en 1% in het onderzoek te betrekken.
Om de vergelijkingsbasis van beide methoden te verbreden werden tenslotte alle gegevens van een veel omvangrijkere tijdstudie nl. oppotten en wegzetten van Hibiscus, een samengestelde werkzaamheid opgebouwd uit 15 elementen, op beide wijzen bewerkt.

De mathematisch statistische grondslag

We gaan er van uit dat de tijdwaarnemingen normaal verdeeld zijn. Een opmerking over deze aanname volgt aan het slot van dit hoofdstuk, blz. .

De mate van uitzonderlijkheid van een uitkomst x uit een normaal verdeelde massa wordt bepaald door de excentriciteit u, gedefinieerd als:

$$u = (x - \mu)/\sigma$$

waarin:

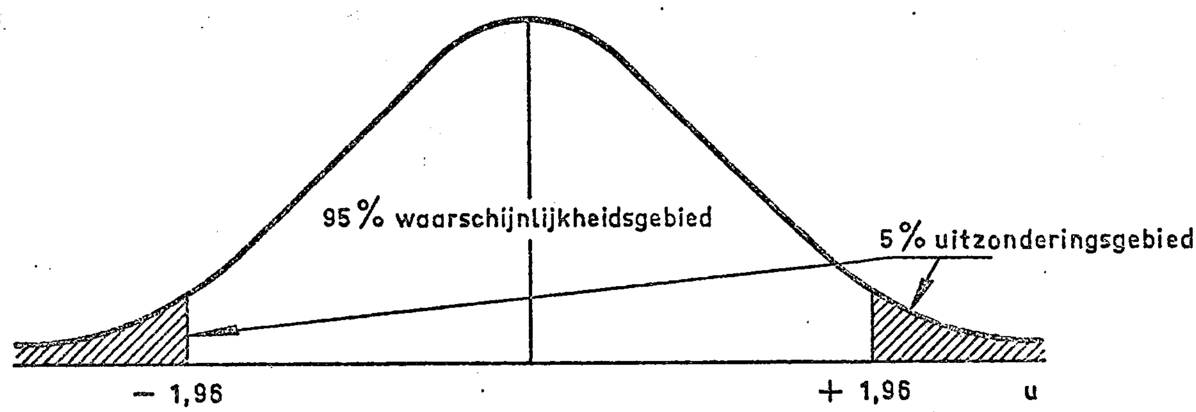
μ: het gemiddelde van de kansverdeling

σ: de standaardafwijking van de kansverdeling

Met behulp van de tafel van de normale verdeling kan de overschrijdingskans voor iedere waarde van u (dat is de kans op een nog grotere waarde van u) worden afgelezen. Zo is de kans op:

$$u < -1{,}96 \text{ of } u > +1{,}96$$

2½%, dus op beide samen 5%. Dit wordt het 5% uitzonderingsgebied genoemd. Het gebied gelegen tussen u =-1,96 en u = + 1,96 is het 95% waarschijnlijkheidsgebied.



Voor een schatting van het massagemiddelde uit een individuele uitkomst met een normale verdeling geldt:

$$\mu = x \pm u \,.\, \sigma$$

Voor schatting uit een steekproefgemiddelde luidt de formule:

$$\mu = m \pm u.\sigma/\sqrt{n}$$

De grootte van het schattingsinterval is een maatstaf voor de nauwkeurigheid van de schatting; de kans b.v. 95% voor het waarschijnlijkheidsgebied, noemen we de betrouwbaarheid van de

schatting. De waarde van de excentriciteit u wordt dus bepaald door de gewenste betrouwbaarheid.
Bij het maken van schattingen van het gemiddelde van massa's met onbekende σ moet men de formule voor het schattingsinterval: $m \pm u \,.\, \sigma/\sqrt{n}$ vervangen door:

$$m \pm t \,.\, s/\sqrt{n}$$

waarbij t afhangt van het aantal vrijheidsgraden en de gewenste betrouwbaarheid van het schattingsinterval.
De vereiste t-waarde dient men op te zoeken in een tabel met de kansverdelingen van t.
Bovenstaande berekening van het schattingsinterval $m \pm t \,.\, {}^{s}/\sqrt{n}$ uit de tijdwaarnemingen kan op de in de rekenkamer van het ITT aanwezige elektronische tafelrekenmachine I.M.E. via een programmakaart geprogrammeerd gedaan worden, waarbij de standaardafwijking s berekend wordt volgens de bekende formule:

$$s = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2/n}{n-1}}$$

Volgens het voorgaande kunnen we de schattingsnauwkeurigheid berekenen op grond van de steekproefgrootte (het aantal waarnemingen). We kunnen deze berekening ook omkeren en uitgaande van een bepaalde nauwkeurigjeid a terugrekenen hoe groot de steekproef (het aantal waarnemingen) moet zijn om deze nauwkeurigheid te bereiken:

$$t \,.\, {}^{s}/\sqrt{n} = a$$

$$\sqrt{n} = \frac{t \,.\, s}{a}$$

$$n = \left(\frac{t \,.\, s}{a}\right)^2$$

Wanneer de nauwkeurigheid α, dat is de afwijking naar boven, resp. naar beneden wordt uitgedrukt in procenten van het gemiddelde, zeg A procent, dus $a = (m \,.\, A)/100$ dan krijgen we:

$$n = \left(\frac{t \,.\, s \,.\, 100}{m \,.\, A}\right)^2$$

In de arbeidskunde wordt gewoonlijk uitgegaan van een betrouwbaarheid van 95% en een nauwkeurigheid van 5%.

Voorbeeld. Ter toelichting het volgende voorbeeld.
Stel dat uit een tijdstudie van 30 waarnemingen (n = 30) een (schatting voor de) gemiddelde tijd van 25 minuten wordt verkregen en de standaardafwijking uit deze steekproef 3 minuten blijkt te zijn (s = 3).
We kunnen nu volgens het voorgaande een schatting van het massagemiddelde uit het steekproefgemiddelde maken via een schattingsinterval bij een gekozen betrouwbaarheid van b.v. 95%.

$$\mu = m \pm t \cdot {}^{s}/\sqrt{n}$$

$$\mu = 25 \pm 2{,}045 \cdot 3/\sqrt{30} = 25 \pm 1{,}12$$

We kunnen nu de uitspraak doen dat in 95 van de 100 gevallen de gemiddelde tijd ligt tussen 23,88 en 26,12 minuten.
We stellen nu de vraag: hoe groot moet de steekproef zijn opdat de gemiddelde tijd uit het voorbeeld een nauwkeurigheid heeft van 5% (dat is: niet meer dan 5% van het gemiddelde naar boven en naar beneden afwijkt) bij een betrouwbaarheid van 95%

$$n = \left(\frac{t \cdot s \cdot 100}{m \cdot A}\right)^2 = \left(\frac{2{,}045 \cdot 3 \cdot 100}{25 \cdot 5}\right)^2 = 4{,}908^2 = 24{,}088464.$$

Er moeten dus 24 waarnemingen worden gedaan, opdat de gemiddelde tijd een nauwkeurigheid heeft van 5% bij een betrouwbaarheid van 95%.

Opmerking.
We zijn er van uitgegaan dat de uitkomsten van tijdstudies normaal verdeeld zijn. Deze aanname wordt in de vakliteratuur over tijdstudies algemeen gedaan en lijkt ook wel gerechtvaardigd. Zelfs wanneer het geval zich voordoet dat de kansverdeling van uitkomsten van tijdstudies niet al te fraai aansluit bij de normale verdeling dan nog leert de ervaring dat toepassing van rekentechnieken die gebaseerd zijn op de normale verdeling veelal te gebruiken zijn. Mocht men in een bepaald geval met een duidelijk scheve verdeling te maken hebben dan kan men deze vaak door een transformatie van het pseudo-normale type maken.
We noemen in dit verband:
de logaritmische transformatie $y = \log x$
de vierkantswortel transformatie $y = \sqrt{x}$

INSTITUUT VOOR TUINBOUWTECHNIEK
WAGENINGEN

NORMBLAD

Teelt:	Tijdstudie no.: / Code nr.:	Teeltonderdeel:
ANJER		OOGSTEN EN VEILINGKLAARMAKEN

Handeling met omschrijving:

SORTEREN EN OPBOSSEN

Een zeiltje met gesneden bloemen wordt op de opbostafel gelegd.
Vanaf deze hoop wordt direct gebost.
De opgeboste bloemen worden in emmers in de koelcel geplaatst.
Cyclus per bos (= 20 stuks).

Invloedsfactoren:

Het gewas is éénjarig.
Er zijn gemiddeld 2,5 uitvallers/bos.
Er gaan 8 bossen in een emmer.
Per keer wordt een bos van ca. 200 bloemen naar de opbostafel gebracht.

Nr.	Omschrijving der elementen		Elementtijd	Freq./Cyclus	Tijd in c. min.
1	Aanvoer bos	Een zeiltje met bloemen wordt uit het voorraadrek gepakt, op tafel gelegd en open geslagen.	28,8	1/10	2,9
2	Bundelen	Rha pakt 20 maal een bloem en slaat die op in de Lha. Ev. uitvallers worden op een hoopje op tafel gelegd.	82,7	1	82,7
3	Uiteinde bos gelijkknippen	Na 20 bloemen draaien Bha de bos zodanig dat het uiteinde omhoog wijst. Terwijl Lha de bos vasthoudt knipt Rha het uiteinde van de bos met een snoeischaar gelijk. Hierna trekt Rha de onderste bladeren van de stengels	17,0	1	17,0
4	Onderste elastiek omdoen	Rha pakt een elastiekje en zet dat achter een stengel vast. Daarna wordt het elastiek ca. 2 maal rond de bos gedraaid en weer achter een stengel vastgezet.	9,2	1	9,2
5	Bovenste elastiek omdoen	Hierna wordt de bos op tafel gelegd. Rha pakt een elastiekje. Bha maken dit zo groot mogelijk. Tegelijkertijd wordt het elastiekje rond de bos geschoven tot zo dicht mogelijk onder de bloemen.	6,1	1	6,1
6	Bos wegleggen	Tenslotte wordt de bos op tafel weggelegd.	6,7	1	6,7
7	Grote bos op emmer zetten	Na ca. 8 bossen wordt de gehele bos opgenomen, naar de koelcel gebracht en daar in één emmer gezet.	45,6	1/8	5,7
		Cyclustijd per bos			130,3

Toeslagen:
1,5% storing
2,5% bijkomende handelingen
10,5% rust, incl. 3% p.v.
14,5%

De tijd per bos, incl. toeslagen, is 1,5 minuut.

De tijd per 100 bloemen, incl. toeslagen, is 7,5 minuut.

Nr.	Omschrijving der elementen	Elementtijd	Freq./Cyclus	Tijd in c. min.

INSTITUUT VOOR TUINBOUWTECHNIEK
WAGENINGEN

NORMBLAD

Teelt:	Tijdstudie no.:	Teeltonderdeel:
ANJER	Code nr.:	OOGSTEN EN VEILINGKLAARMAKEN

Handeling met omschrijving: SORTEREN EN OPBOSSEN

Een zeiltje met gesneden bloemen wordt op de opbostafel gelegd.
Vanaf deze hoop wordt direct gebost.
De opgeboste bloemen worden in emmers in de koelcel geplaatst.
Cyclus per bos (= 20 stuks).

Invloedsfactoren:

Het gewas is tweejarig.
Er zijn gemiddeld 4,7 uitvallers per bos.
Er gaan 8 bossen in een emmer. Per keer wordt een bos van ca. 200 bloemen naar de opbostafel gebracht.

Nr.	Omschrijving der elementen		Elementtijd	Freq./Cyclus	Tijd in c. min.
1	Aanvoer bos	Een zeiltje met bloemen wordt uit het voorraadrek gepakt, op tafel gelegd en open geslagen.	28,8	1/10	2,9
2	Bundelen	Rha pakt 20 maal een bloem en slaat die op in de Lha. Ev. uitvallers worden op een hoopje op tafel gegooid.	84,6	1	84,6
3	Uiteinde bos gelijkknippen	Na 20 bloemen draaien Bha de bos zodanig om, dat het uiteinde omhoog wijst. Terwijl Lha de bos vasthoudt knipt Rha het uiteinde van de bos met een snoeischaar gelijk. Hierna trekt Rha de onderste bladeren van de stengel.	17,0	1	17,0
4	Onderste elastiek omdoen	Rha pakt een elastiekje en zet dat achter een stengel vast. Daarna wordt het elastiek ca. 2 maal rond de bos gedraaid en weer achter een stengel vastgezet.	9,2	1	9,2
5	Bovenste elastiek omdoen	Hierna wordt de bos op tafel gelegd. Rha pakt een elastiekje. Bha maken dit zo groot mogelijk. Tegelijkertijd wordt het elastiekje rond de bos geschoven tot zo dicht mogelijk onder de bloemen.	6,1	1	6,1
6	Bos wegleggen	Tenslotte wordt de bos op tafel weggelegd.	6,7	1	6,7
7	Grote bos op emmer zetten	Na ca. 8 bossen wordt de gehele bos opgenomen, naar de koelcel gebracht en daar in een emmer gezet.	45,6	1/8	5,7
		Cyclustijd per bos			132,2

Toeslagen:
- 1,5% storing
- 2,5% bijkomende handelingen
- 10,5% rust, incl. 3% p.v.
- 14,5%

De tijd per bos, incl. toeslagen, is 1,5 minuut.
De tijd per 100 bloemen, incl. toeslagen, is 7,6 minuut.

Nr.	Omschrijving der elementen	Elementtijd	Freq./Cyclus	Tijd in c. min.

Eerste onderzochte tijdstudie:

Sorteren en opbossen van anjers

De gegevens van deze tijdstudie resulteerden tenslotte in de beide als bijlage bijgevoegde normbladen voor resp. één- en tweejarig gewas. (opgesteld door de heer Van Doveren). We zien dat de werkzaamheid "sorteren en opbossen van anjers" uit 7 elementen bestaat. Van deze elementen zijn een aantal tijdopnamen gemaakt (vastgelegd op opnamebladen), die de in de kolom elementtijd opgenomen gemiddelde waarden hebben opgeleverd.
De kolom freq./cyclus laat zien, doordat een cyclus steeds betrekking heeft op één bos (van 20 stuks), dat element 1 (aanvoer bos) steeds betrekking had op 10 bossen en element 7 (afvoer bos, grote bos op emmer zetten) steeds op 8 bossen.
Om de tijd per cyclus te krijgen moest voor element 1, resp. element 7 de verkregen gemiddelde tijd in centiminuten door 10 resp. 8 gedeeld worden (zie beide laatste kolommen).
Soms was op de opnamebladen een percentage voor vaardigheid of inspanning opgenomen, de opgenomen tijden werden dan met dat percentage herleid.
We hebben nu precies dezelfde tijdopnamen, zoals ze vastgelegd waren op de opnamebladen, waarop de door Van Doveren berekende normen gebaseerd zijn, op de elektronische tafelrekenmachine I.M.E. statistisch verwerkt. Dat gebeurde met een programma, dat na invoering van de uit de opnamebladen gehaalde, eventueel herleide, tijdgegevens automatisch de volgende uitkomsten opleverde:

n	: het aantal tijdwaarnemingen
$\bar{x}$	: de gemiddelde tijd
s	: de standaardafwijking
v.c.	: de variatie-coëfficient, dat is de standaardafwijking uitgedrukt in procenten van het gemiddelde: v.c. = $(100s)/\bar{x}$
l_1 en l_2	: de beneden- en bovengrens van het schattingsinterval bij een vooraf gekozen betrouwbaarheid van 95%.

Vervolgens werd aanvullend met de hand nog uitgerekend:
de afwijking naar boven, resp. naar beneden, uitgedrukt in procenten van het gemiddelde, als maat voor de bereikte nauwkeurigheid

het aantal waarnemingen, dat nodig was om bij een betrouwbaarheid van 95% een nauwkeurigheid van 5% te bereiken, d.w.z. een afwijking naar boven, resp. naar beneden van 5% van het gemiddelde.
De uitkomsten van deze statistische verwerking vindt U in tabel 1.

<u>Tabel 1.</u>

	elementen	freq/ cycl.	n	$\bar{x}$	s	v.c.	l_1	l_2	afw.	afw.% n
1	aanvoer bos	1/10	19	2,000	1,067	53,3%	1,486	2,514	±25,7%	502
2	bundelen éénjarig	1	89	80,880	15,994	19,8%	77,51	84,25	± 4,2%	62
2	bundelen tweejarig	1	136	80,185	20,896	26,1%	76,64	83,73	± 4,4%	106
3	uiteinde bos gelijkknippen	1	571	14,937	4,744	31,8%	14,55	15,33	± 2,6%	155
4	onderste elastiek omdoen	1	582	9,052	2,248	24,8%	8,87	9,23	± 2,0%	95
5	bovenste elastiek omdoen	1	589	6,159	2,085	33,9%	5,99	6,33	± 2,7%	177
6	bos wegleggen	1	585	6,356	2,628	41,4%	6,14	6,57	± 3,4%	263
7	grote bos op emmer zetten	1/8	50	4,908	2,511	51,2%	4,195	5,620	±14,5	423

De totale cyclustijd per bos wordt verkregen uit: $\sum_{i=1}^{7} \bar{x}_i$ en de standaardafwijking van de cyclus: $s = \sqrt{\sum_{i=1}^{7} s_i^2}$.
Dit geeft het volgende:

<u>éénjarig gewas</u>

$$\sum_{i=1}^{7} x_i = 126,292$$

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{7} s_i^2} = 17,378$$

v.c. = 13,8%

<u>tweejarig gewas</u>

$$\sum_{i=1}^{7} x_i = 123,597$$

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{7} s_i^2} = 21,975$$

v.c. = 17,8%

Bij beschouwing van de resultaten valt onmiddellijk op, dat van de elementen 1 en 7, waarvan veruit de minste tijdopnamen zijn omdat ze het minst optreden, de variatie-coëfficienten het hoogst zijn. Hier werd slechts een nauwkeurigheid van $\pm$ 25,7%, resp. $\pm$ 14,5% bereikt en waren zeer veel meer waarnemingen nodig om tot een nauwkeurigheie van 5% te komen.
Voor element 2 (bundelen) was zowel bij het één- als tweejarig gewas de nauwkeurigheid beneden de 5%, er waren ruim voldoende tijdopnamen gedaan.
Voor de elementen 3, 4, 5 en 6 varieerde de bereikte nauwkeurigheid tussen 2,0% en 3,4%. Voor een nauwkeurigheid van 5% had met een aanzienlijk kleiner aantal tijdopnamen dan is verricht kunnen worden volstaan.
Of het overschot aan waarnemingen bij de elementen 3, 4, 5 en 6 het niet te vermijden tekort aan waarnemingen bij de veel minder vaak optredende handelingen van de elementen 1 en 7 ten aanzien van de uiteindelijke nauwkeurigheid voor de hele samengestelde werkzaamheid (cyclus) compenseert valt niet te zeggen al wijzen de verkregen waarden voor de variatie-coëffixienten voor de hele werkzaamheid (cyclus) wel in deze richting.
Het was een gelukkige omstandigheid dat in dit stadium van het onderzoek het reeds genoemde artikel van S.B. Abrahams onder mijn aandacht kwam, daar de methode Abrahams over genoemde compensatie wel een uitspraak kan doen.

Methode Abrahams

Deze methode geeft formules om het aantal tijdopnamen te berekenen, dat van elk element van een samengestelde werkzaamheid dient te worden genomen, opdat de vooraf gekozen nauwkeurigheid wordt bereikt in de minimum totale opname tijd.
De theoretische grondslag van de methode is als volgt.
We bedienen ons hierbij van de door Abrahams gebruikte symbolen.
Stel dat we de tijd voor een samengestelde werkzaamheid bestaande uit de elementen 1, ..., n wensen te meten met een nauwkeurigheid van A%.
Laat de tijden per element gemiddelde waarden hebben opgeleverd t_1, ..., t_n en standaardafwijkingen σ_1, ..., σ_n, waarbij het aantal tijdopnamen voor de n elementen resp. m_1, ..., m_n bedroegen.

De tijd voor de gehele samengestelde werkzaamheid is dan:

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots\ldots + t_n = \sum_{i=1}^{n} t_i \qquad (1)$$

De standaardafwijking voor de gehele samengestelde werkzaamheid als som van de gemiddelde elementtijden wordt gegeven door:

$$\sigma(T) = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m_1} + \frac{\sigma_2^2}{m_2} + \ldots\ldots + \frac{\sigma_n^2}{m_n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{m_i}} \qquad (2)$$

Wanneer we zeggen, dat we de tijd van de samengestelde werkzaamheid willen meten met een nauwkeurigheid van A% dan houdt dit volgens Abrahams in dat:

$$K \frac{\sigma(T)}{T} = \frac{A}{100} \qquad (3)$$

waarbij K de u-waarde (excentriciteit) is van de gekozen tweezijdige overschrijdingskans voor de excentriciteit. Gaan we uit van een betrouwbaarheid van 95%, zoals in de arbeidskunde gebruikelijk is, dan heeft K zoals we reeds op blz. 3 zagen de waarde 1,96.

Opmerking

Formule (3) geeft dus aan wat Abrahams per definitie verstaat onder de zoals hij het noemt "overall accuracy" van het meten van de tijd van een samengestelde werkzaamheid. Het is de "overall standaardafwijking" (gegeven door formule (2)), uitgedrukt in procenten van de "overall tijd" (gegeven door formule (1)), en vermenigvuldigd met de u-waarde (excentriciteit) behorend bij de vooraf gekozen betrouwbaarheid. Het is in feite de "overall variatie-coëfficiënt", vermenigvuldigd met de excentriciteit behorend bij de vooraf gekozen betrouwbaarheid.
Verder merken we op dat Abrahams in formule (2) voor het verkrijgen van de "overall standaardafwijking" niet, zoals gebruikelijk, uitgaat van de varianties voor de verschillende elementtijden maar van de varianties voor de gemiddelden van de verschillende elementtijden, waardoor hij een uitdrukking krijgt waarin het aantal waarnemingen per element voorkomt. Dit is nodig om later de totale opnametijd te kunnen minimaliseren.

Zetten we thans na deze opmerkingen, waarop we later terugkomen, de afleiding van de methode Abrahams voort.
Substitutie van de uitdrukkingen voor T en $\sigma(T)$ uit de vergelijkingen (1) en (2) in vergelijking (3) geeft:

$$\frac{K}{\sum_{i=1}^{n} t_i} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{m_i}} = \frac{A}{100}$$

Ook kunnen we schrijven:

$$\sigma^2 (T) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{m_i} = \frac{A^2 (\sum_{i=1}^{n} t_i)^2}{100^2 \, . \, K^2} \qquad (4)$$

We kunnen nu de waarden voor $m_1, \ldots.., m_n$ bepalen, die de totale opname tijd:

$$m_1 t_1 + m_2 t_2 + \ldots.. + m_n t_n \qquad (5)$$

minimaliseert onder de voorwaarden gegeven door vergelijking (4). Dat kan gedaan worden met behulp van de optimaliseringstechniek die gebruik maakt van "undetermined multipliers".
De gang van zaken is als volgt. We vormen de vergelijking:

$$H = \sum_{i=1}^{n} m_i t_i - \lambda \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{m_i} - \frac{A^2 (\sum_{i=1}^{n} t_i)^2}{100^2 \, . \, K^2} \right\}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0 \rightleftarrows \sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{m_i} = \frac{A^2 (\sum_{i=1}^{n} t_i)^2}{100^2 \, . \, K^2} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial m_i} = 0 \rightleftarrows t_i + \frac{\lambda \sigma_i^2}{m_i^2} = 0$$

$$m_i^2 = - \frac{\lambda \sigma_i^2}{t_i}$$

$$m_i \propto \frac{\sigma_i}{\sqrt{t_i}} \qquad (7)$$

Vergelijkingen (6) en (7) geven de oplossing

$$m_j = \frac{K^2.100^2}{A^2(\sum_{i=1}^{n} t_i)^2} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \sqrt{t_i} \right\} \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}} \tag{8}$$

In de praktijk van het werk is de gang van zaken nu als volgt. Men heeft van een samengestelde werkzaamheid bestaande uit de elementen 1, ..., n per element resp. l_1, ..., l_n tijdwaarnemingen gedaan, die per element resp. de gemiddelde tijden t_1, ..., t_n opleverden met standaardafwijkingen σ_1, ...,σ_n.

Allereerst moet men nu controleren of met het aantal verrichte tijdopnamen voldoende "overall nauwkeurigheid" is bereikt, dat is (zie vergelijking 3) of:

$$\frac{K.\sigma(T)}{T} \leq \frac{A}{100}$$

of

$$\frac{K\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{l_i}}}{\sum_{i=1}^{n} t_i} \leq \frac{A}{100} \tag{9}$$

waarbij gewoonlijk K = 1,96 genomen wordt. (betrouwbaarheid van 95%).

Is dit het geval dan behoeven voor geen enkel element verdere tijdopnamen te worden gedaan. Is de verlangde "overall nauwkeurigheid" niet bereikt dan wordt met behulp van formule (8) het stel waarden m_1, ..., m_n berekend (aantal tijdopnamen per element) waarvoor bij de verlangde nauwkeurigheid en betrouwbaarheid de totale opnametijd een minimum is.

Voor elk element k waarvoor het berekende aantal tijdopnamen kleiner is dan het verrichte aantal tijdopnamen ($m_k < l_k$) zijn geen verdere tijdopnamen nodig, maar voor elk element waarvoor het berekende aantal tijdopnamen groter is dan het verrichte aantal tijdopnamen ($m_k > l_k$) zijn wel verdere tijdopnamen nodig, echter niet zoveel als m_k aangeeft, omdat er elementen

waren waarvoor meer waarnemingen zijn verricht dan voor de oplossing, waarbij de totale opnametijd een minimum is, nodig is (compensatie-effect).
De formule voor de nog vereiste extra waarnemingen wordt als volgt verkregen.
We nemen aan dat de elementen met de indices i=1, ..., s verdere tijdopnamen vereisen, terwijl van de elementen met de indices i = s + 1, ..., n voldoende opnamen gedaan waren.
Volgens formule (4) is:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{m_i} = \frac{A^2 (\sum_{i=1}^{n} t_i)^2}{100^2 . K^2}$$

of $$\sum_{i=1}^{s} \frac{\sigma_i^2}{m_i} + \sum_{i=3+1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{m_i} = \frac{A^2 (\sum_{i=1}^{n} t_i)^2}{100^2 . K^2}$$

of $$\sum_{i=1}^{s} \frac{\sigma_i^2}{m_i} = \frac{A^2 (\sum_{i=1}^{n} t_i)^2}{100^2 . K^2} - \sum_{i=s+1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{l_i} \qquad (10)$$

waarbij bedacht moet worden, dat de aantallen waarnemingen m_{s+1}, ..., m_n vaststaan en gelijk zijn aan resp. l_{s+1}, ..., l_n.

Met behulp van de optimaliseringstechniek die gebruik maakt van "undetermined multipliers" die we reeds eerder hanteerden maar waarbij nu formule (4) is vervangen door formule (10) krijgen we uiteindelijk als oplossing:

$$mj = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{s} \sigma_i \sqrt{t_i}}{\frac{A^2 (\sum_{i=1}^{n} t_i)^2}{100^2 . K^2} - \sum_{i=s+1}^{n} \frac{\sigma_i^2}{l_i}} \right\} \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}} \qquad \text{voorj} = 1, ..., s \qquad (11)$$

Sorteren en opbossen van anjers onderzocht volgens de methode Abrahams.

Van bovengenoemde samengestelde werkzaamheid hebben we uit het reeds verrichte statistische onderzoek van de tijdwaarnemingen voor elk van de 7 elementen een gemiddelde tijdwaarde met bijbehorende standaardafwijking (zie tabel 1 op blz. 9).
We kunnen nu volgens de methode Abrahams bij een vooraf gekozen betrouwbaarheid en "overall nauwkeurigheid" het aantal tijdopnamen per element berekenen waarvoor de totale opnametijd een minimum is.
Daar we geen enkele ervaring hadden met de door Abrahams gehanteerde "overall accuracy", gedefinieerd zoals we reeds zagen als:

$$K \frac{\sigma(T)}{T} = \frac{A}{100}$$

of

$$A = K \frac{\sigma(T) \; . \; 100}{T} \;\%$$

en een eerste verkenning uitwees, dat een keuze van A = 5% (dus een "overall" nauwkeurigheid van 5%) een zeer veel kleiner aantal tijdopnamen vergde voor de elementen dan volgens de reeds behandelde klassieke methode, waarbij voor elk element afzonderlijk een nauwkeurigheid van 5% werd aangehouden, gedefinieerd als een afwijking van 5% naar boven, resp. naar beneden, uitgedrukt in procenten van het gemiddelde, werd besloten de methode Abrahams toe te passen voor een "overall nauwkeurigheid" van resp. 5, 4, 3, 2 en 1%, terwijl een betrouwbaarheid van 95% werd aangehouden.
De resultaten van de berekeningen:

éénjarig gewas	tweejarig gewas
$T = \sum_{i=1}^{7} t_i = 124{,}29$	$T = \sum_{i=1}^{7} t_i = 123{,}60$
$\sum_{i=1}^{7} \sqrt{t_i} \, . \, \sigma_i = 187{,}80$	$\sum_{i=1}^{7} \sqrt{t_i} \, . \, \sigma_i = 231{,}07$

formule (8) geeft:

$$mj = \frac{1{,}96^2 \; . \; 10^4}{A^2 \; . \; 124{,}29^2} \; . \; 187{,}80 \; \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}} \qquad mj = \frac{1{,}96^2 \; . \; 10^4}{A^2 \; . \; 123{,}60} \; . \; 231{,}07 \; \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

$A = 5 \quad m_j = 18,68\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$	$A = 5 \quad m_j = 23,24\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$
$A = 4 \quad m_j = 29,19\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$	$A = 4 \quad m_j = 36,32\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$
$A = 3 \quad m_j = 51,89\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$	$A = 3 \quad m_j = 64,56\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$
$A = 2 \quad m_j = 116,75\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$	$A = 2 \quad m_j = 145,26\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$
$A = 1 \quad m_j = 467,02\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$	$A = 1 \quad m_j = 581,06\ \sigma_j / \sqrt{t_j}$

<u>Tabel 2a</u>

éénjarig gewas

element	aantal verrichte opnamen	"optimum" aantal opnamen voor A = 5%	4%	3%	2%	1%
1	19	14	22	39	88	352
2	89	33	52	92	208	831
3	571	23	36	64	143	573
4	582	14	22	39	87	349
5	589	16	25	44	98	392
6	585	20	30	54	122	487
7	50	21	33	59	132	529
controle						
A	2,789%	5,009%	3,996%	3,002%	1,999%	0,961%
tot.wn.tijd	28625	3496	5493	9732	21949	87739

<u>tabel 2b</u>

tweejarig gewas

element	aantal verrichte opnamen	"optimum" aantal aannamen voor A = 5%	4%	3%	2%	1%
1	19	18	27	49	110	438
2	136	54	85	151	339	1356
3	571	29	45	79	178	713
4	582	17	27	48	109	434
5	589	20	31	54	122	488
6	585	24	38	67	151	606
7	50	26	41	73	165	659
controle						
A in %	2,951	5,007	3,994	2,998	2,000	1,000
tot.wn.tijd	32332	5356	8420	14937	33560	134277

We zien, dat met het door van Doveren verrichte aantal waarnemingen een "overall nauwkeurigheid" bij het één- resp. tweejarig gewas werd bereikt van 2,789% resp. 2,951%.
Wil men een "overall nauwkeurigheid" bereiken van A = 2% en A = 1% dan zijn verdere waarnemingen vereist en wel voor het éénjarig gewas van de elementen 1, 2 en 7 voor zowel A = 2% als A = 1% en voor het tweejarig gewas van de elementen 1,2 en 7 voor A = 2% en van de elementen 1, 2, 3, 6 en 7 voor A = 1%.
Formule (11) geeft:

<u>éénjarig gewas</u>

A = 2%

$$m_j = \left(\frac{150{,}911}{4 \cdot (124{,}29/196)^2 - 0{,}0673} \right) \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

$$m_j = 97{,}9181 \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

m_1 = 74 (88) nog 55 extra w.n. nodig
m_2 = 174 (208) " 85 " " "
m_7 = 111 (132) " 61 " " "

controle:

$$A = K \frac{\sigma(T)}{T} \cdot 100 = \frac{196 \cdot \sqrt{1{,}609628}}{124{,}29} = 2{,}001\%$$

<u>tweejarig gewas</u>

A = 2%

$$m_j = \left(\frac{194{,}187}{4 \cdot (123{,}60/196)^2 - 0{,}0673} \right) \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

$$m_j = 127{,}4706 \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

m_1 = 96 (110) nog 77 extra w.n. nodig
m_2 = 297 (339) " 161 " " "
m_7 = 144 (165) " 94 " " "

controle:

$$A = K \frac{\sigma(T)}{T} \cdot 100 = \frac{196 \cdot \sqrt{1{,}593102}}{123{,}60} = 2{,}002\%$$

Tussen haakjes de m_1, m_2 en m_7 voor de optimale oplossing bij A = 2%. Door het groter aantal waarnemingen bij de andere elementen dan de optimale oplossing vergde treedt een compensatie-effect op.

<u>éénjarig gewas</u>

A = 1%

Formule (11) geeft:

$$m_j = \left(\frac{150,911}{1 \;.\; (124,29/196)^2 - 0,0673}\right) \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

$$m_j = 450,7187 \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

m_1 = 340 (352) nog 321 extra w.n. nodig
m_2 = 802 (831) " 713 " " "
m_7 = 511 (529) " 461 " " "

controle:

$$A = K \frac{\sigma(T)}{T} \;.\; 100 = \frac{196 \sqrt{0,401929}}{124,29} = 1,000\%$$

<u>tweejarig gewas</u>

A = 1%

$$m_j = \left(\frac{219,148}{1 \;.\; (123,60/196)^2 - 0,0161}\right) \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}} = 574,3309 \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

m_1 = 433 (438) nog 414 extra w.n. nodig
m_2 = 1340 (1356) " 1204 " " "
m_3 = 705 (713) " 134 " " "
m_6 = 599 (606) " 14 " " "
m_7 = 651 (659) " 601 " " "

controle:

$$A = K \frac{\sigma(T)}{T} \;.\; 100 = \frac{196 \sqrt{0,397679}}{123,60} = 1,000\%$$

Aantrekkelijk voor de methode Abrahams is dat men bij een vooraf gekozen betrouwbaarheid en "overall nauwkeurigheid" niet alleen kan berekenen hoeveel waarnemingen men van elk element moet nemen zo dat de totale waarnemingstijd een minimum is, maar ook dat men van een compensatie-effect kan gebruik maken door van elementen die minder optreden (elementen 1 en 7) noodgedwongen minder tijdopnamen te maken en bij andere elementen die veel vaker optreden daarentegen meer waarnemingen te doen om zo toch tot een voldoende "overall nauwkeurigheid" te komen.

Het toepassen van de methode Abrahams geeft wel meer rekenwerk want men moet evenals bij de "klassieke methode" eerst van de elementen de gemiddelde tijd en bijbehorende standaardafwijking berekenen. Dus wel meer rekenwerk maar ook meer informatie.

Een punt is wel dat men vertrouwd moet raken met de "overall nauwkeurigheid" van Abrahams, die zoals we zagen (blz 11) in feite de "overall variatie-coëfficient" is, vermenigvuldigd met de excentriciteit behorend bij de gekozen betrouwbaarheid.

Eer afwijking van 5% van het gemiddelde naar boven en naar beneden bij een betrouwbaarheid van 95%, de in de arbeidskunde gangbare nauwkeurigheid, is voor iedereen een duidelijke aangelegenheid, maar het percentage:

$$A = K \frac{\sigma(T)}{T} \cdot 100 = K \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 / l_i}}{\sum_{i=1}^{n} t_i} \cdot 100$$

is veel minder doorzichtig. De vraag is: bij welk percentage "overall nauwkeurigheid" volgens recept Abrahams moet men bij z'n tijdstudie-onderzoek zitten?

De voorgaande vergelijkende studie geeft de indruk dat de "klassieke nauwkeurigheid"van 5% per element ruwweg overeenkomt met een "overall nauwkeurigheid" van Abrahams van 2%.

Om hierin meer inzicht te krijgen werd nog een tijdstudie in het onderzoek betrokken.

INSTITUUT VOOR TUINBOUWTECHNIEK
WAGENINGEN

NORMBLAD

Teelt: HIBISCUS	Tijdstudie no.: 10 Code nr.: IV-29-23	Teeltonderdeel: OPPOTTEN

Handeling met omschrijving:	Invloedsfactoren:
OPPOTTEN EN WEGZETTEN. Het stek wordt opgepot en in een etagewagen gezet. Daarna worden de planten naar de kas gereden en onder tabletten weggezet. De cyclus is berekend per plant.	1 stek per pot. Ø pot 12 cm. 11 potten per kistje. Er gaan 20 potten Ø 12 cm per rol en 250 potten per doos. Er gaan ca. 60 stekken in een kistje. Als het stek lang is gaan er 20 kistjes per etagewagen. Van kort stek is dit 35.

Nr.	Omschrijving der elementen		Elementtijd	Freq./Cyclus	Tijd in c. min.
1	Oppotten	Rha pakt pot. Bha vullen pot zodanig dat in de pot een loodrechte grondwand ontstaat. Lha pakt een stek en houdt die in de pot. Rha voegt grond bij. Duimen van Bha drukken de grond aan. Lha zet pot weg.	13,8	1	13,80
2	Afvoer kistje	Kistje in etagewagen zetten. Afstand ca. 2 m.	8,3	1/11	0,75
3	Aanvoer kistje	Teruglopen met leeg kistje.	7,4	1/11	0,67
4	Aanvoer potten	Rol op potten uit doos halen en op tafel leggen. Afstand 1 m.	0,40	1	0,40
5	Aanvoer doos	Doos potten van voorraad halen en bij de oppottafel neerzetten. Afstand ca. 2 x 5 m.	38,7	1/250	0,15
6	Aanvoer grond	Na ieder weggezet kistje wordt de grond naar voren gehaald	0,60	1	0,60
7	Afvoer stapelkistje	Incl. restje grond uit kistje gooien en kistje op stapel bij tafel zetten.	8,8	1/60	0,15
8	Aanvoer stek	Vanuit etagewagen. Afstand ca. 2 m.	9,6	1/60	0,16
9	Etagewagen klaarmaken	Juiste aantal rekken per wagen leggen en voldoende kistjes opladen.	11	1/20x1/11 (1/35x1/11)	0,50 (0,29)
		Transporteren			17,18 (16,97)

Nr.	Omschrijving der elementen		Elementtijd	Freq./Cyclus	Tijd in c. min.
		Transport			17,18 (16,97)
10	Transport be-last	Afstand 35 m. Tijd per m. 1,9 cmin.	66,5	1/20x1/11 (1/35x1/11)	0,30 (0,17)
11	Naar tablet	Gem. afstand 4 m. Tijd per m. 2,2 cmin. Incl. knielen	8,8	1/11	0,80
12	Wieden	Onkruid en plantenafval worden opgeraapt en in een kistje gedaan.	443,5	1/990	0,45
13	Slakkenkorrels strooien	Onder het tablet	78,3	1/990	0,08
14	Planten weg-zetten.	De planten worden zoveel moge-lijk met Bha op het vak gezet	2,9	1	2,90
15	Teruglopen	Gem. afstand 4 m. Tijd per m. 1,9 cmin.	7,6	1/11	0,69
16	Transport onbelast	Afstand 35 m. Tijd per m. 1,8 cmin.	63	1/20x1/11 (1/35x1/11)	0,29 (0,16)
					22,69 (22,22)
17 S	Storing 2,5%				0,57 (0,56)
18	Bijkomende hand.	2%.			0,45 (0,44)
19	Rust, incl. 3% P.V., 14%				3,18 (3,11)
					26,89 (26,33)
		De tijd per 100 planten is - lang stek 27 minuten. - kort stek 26 minuten.			

Tweede onderzochte tijdstudie.

Oppotten en wegzetten van Hibiscus

De gegevens van deze eveneens door de heer van Doveren verrichte tijdstudie hebben uiteindelijk het als bijlage bijgevoegde normblad opgeleverd. We zien hieruit dat de werkzaamheid "oppotten en wegzetten van Hibiscus" uit 16 elementen bestaat.
De cyclus is berekend per plant (pot). Alleen de elementen 1 (het eigenlijke oppotten) en 14 (het eigenlijke wegzetten) hadden betrekking op één plant, bij alle andere elementen moest, doordat de handelingen met kistjes of dozen vol potten plaats vonden, door een factor gedeeld worden om de gemiddelde tijd per plant in centiminuten te krijgen.
Wanneer op de opnamebladen een percentage voor vaardigheid of inspanning was vermeld, werden de opgenomen tijden met dat percentage gecorrigeerd.
De uitkomsten van de statistische verwerking volgens het op blz. 8 vermelde programma vindt U op de volgende bladzijde in tabel 3.

Tabel 3

	elementen	freq/ cycl.	n	$\bar{x}$	s	v.c.%	l_1	l_2	afw.%	afw. 5 % n
1	oppotten	1	317	13,472	2,462	18,28	13,20	13,74	± 2,00	52
2	afvoer kistje	1/11	265	0,781	0,224	29,6	0,753	0,809	± 3,57	135
3	aanvoer kistje	1/11	204	0,664	0,180	27,0	0,639	0,689	± 3,73	113
4	aanvoer potten	1/29	204	0,366	0,163	44,6	0,343	0,389	± 6,15	308
5	aanvoer doos	1/250	10	0,113	0,043	37,8	0,083	0,144	±27,02	292
6	aanvoer grond	1/17,5	140	0,575	0,320	55,6	0,522	0,629	± 9,29	477
7	afvoer stekkistje	1/60	16	0,145	0,049	33,7	0,119	0,171	±17,96	206
8	aanvoer stek	1/60	119	0,152	0,060	39,5	0,142	0,163	± 7,17	242
9	etagewagen (lang stek)	1/220	4	0,504	0,055	11,0	0,416	0,592	±17,44	49
9	klaarmaken (kort stek)	1/385	4	0,288	0,032	11,0	0,238	0,339	±17,44	49
10	transport (lang stek)	35/220	55	0,332	0,109	32,7	0,302	0,361	± 8,85	172
10	belast (kort stek)	35/385	55	0,190	0,062	32,7	0,173	0,206	± 8,85	172
11	lopen be- last	4/11	866	0,842	0,299	35,5	0,822	0,862	± 2,36	194
12	wieden	1/990	6	0,497	0,153	30,8	0,336	0,657	±32,29	250
13	slakkenkor- rels strooi- en	1/990	1	0,079						
14	planten weg- zetten	1	108	3,101	0,442	14,3	3,02	3,19	± 2,72	32
15	lopen on- belast	4/11	873	0,687	0,216	31,5	0,673	0,702	± 2,06	153
16	transport (lang stek)	35/220	35	0,318	0,113	35,5	0,261	0,337	±12,65	224
16	onbelast (kort stek)	35/385	35	0,182	0,065	35,5	0,149	0,211	±12,65	224

De totale cyclustijd per plant wordt verkregen uit:

$\sum_{i=1}^{15} \bar{x}_i$ en de standaardafwijking uit: $s = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} s_i^2}$

Dit geeft het volgende:

lang stek	kort stek
$\sum_{i=1}^{15} \bar{x}_i = 22{,}549$	$\sum_{i=1}^{15} \bar{x}_i = 21{,}942$
$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} s_i^2} = 2{,}581$	$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} s_i^2} = 2{,}578$
v.c. = 11,44%	v.c. = 11,75%

Bij beschouwing van de resultaten is duidelijk dat element 13, slakkenkorrels strooien, waar maar één opname van is, dient te vervallen. Ook bij deze samengestelde werkzaamheid waren elementen, die weinig optraden, waardoor slechts weinig tijdopnamen konden worden verricht. Ook hier hadden deze elementen de geringste nauwkeurigheid (elementen 5, 7, 9 en 12, de nauwkeurigheid variërend van 17,4% - 32,3%). Van 9 elementen werd een nauwkeurigheid van 5% niet bereikt, terwijl van de overige 6 elementen een nauwkeurigheid van 2,0% - 3,7% werd bereikt, waaronder de elementen 1 (het eigenlijke oppotten) en 14 (het eigenlijke wegzetten), die samen 73,5% van de totale cyclustijd vergen.
De op de volgende bladzijde opgenomen tabellen 4a en 4b laten zien wat de methode Abrahams ten aanzien van de samengestelde werkzaamheid "oppotten en wegzetten van Hibiscus" opleverde.

Tabel 4a lang stek

element	aantal verrichte opnamen	"optimum" aantal opnamen voor A = 5%	4%	3%	2%	1%
1	317	23	36	64	143	572
2	265	9	13	24	54	216
3	204	8	12	21	47	188
4	204	9	14	26	57	230
5	10	4	7	12	27	109
6	140	14	22	40	90	360
7	16	4	7	12	27	110
8	119	5	8	15	33	131
9	4	3	4	7	17	66
10	55	6	10	18	40	161
11	866	11	17	31	69	278
12	6	7	12	21	46	185
13	1					
14	108	9	13	24	53	214
15	873	9	14	25	56	222
16	35	7	11	19	43	171
controle						
A in %	1,452	4,981	4,003	2,989	2,000	1,000
tot.wn.tijd	6488	388	603	1076	2404	9622
1 + 14	4606	338	525	937	2091	8370

Tabel 4b

kort stek

element	aantal verrichte opnamen	"optimum" aantal opnamen voor A = 5%	4%	3%	2%	1%
1	317	24	37	66	148	593
2	265	9	14	25	56	224
3	204	8	12	22	49	195
4	204	10	15	26	60	238
5	10	5	7	13	28	113
6	140	15	23	41	93	373
7	16	5	7	13	28	114
8	119	5	8	15	34	136
9	4	2	3	6	13	53
10	55	5	8	14	31	126
11	866	12	18	32	72	288
12	6	8	12	21	48	192
13	1					
14	108	9	14	25	55	222
15	873	9	14	26	58	230
16	35	5	8	15	34	135
controle						
A in %	1,460	4,968	4,002	2,995	2,001	0,978
tot.wn.tijd	6475	401	617	1102	2469	9893
1 + 14	4606	351	542	967	2164	8677

We willen nog even aandacht schenken aan het berekenen van het "optimum" aantal waarnemingen voor verschillende waarden van A. De gang van de berekening (zie ook blz. 15) is als volgt:

lang stek

$$T = \sum_{i=1}^{15} t_i = 22{,}55$$

$$\sum_{i=1}^{15} \sqrt{t_i} \cdot \sigma_i' = 11{,}28$$

kort stek

$$T = \sum_{i=1}^{15} t_i = 22{,}06$$

$$\sum_{i=1}^{15} \sqrt{t_i} \cdot \sigma_i' = 11{,}19$$

formule (8) geeft:

$$m_j = \frac{1,96^2 \cdot 10^4}{A^2 \cdot 22,55^2} \cdot 11,28 \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}} \qquad m_j = \frac{1,96^2 \cdot 10^4}{A^2 \cdot 22,06^2} \cdot 11,19 \frac{\sigma_j}{\sqrt{t_j}}$$

$A = 4 \quad m_j = 34,09\,\sigma_j/\sqrt{t_j} \qquad A = 5 \quad m_j = 35,33\,\sigma_j/\sqrt{t_j}$

Men kan nu het aantal waarnemingen voor elk element berekenen waarvoor bij A = 5% de totale opnametijd een minimum is. Voor andere waarden van A kan men dezelfde weg bewandelen (zoals op blz. 16 gedaan is), maar er is een snellere weg:
Wanneer men het "optimum" aantal waarnemingen voor A = 5% in twee decimalen heeft genoteerd, kan men het "optimum" aantal waarnemingen voor andere waarden van A uit die van A = 5% zeer snel met de volgende vermenigvuldigingsfactor berekenen:

A = 4%	25/16	=	1,56
A = 3%	25/9	=	2,78
A = 2%	25/4	=	6,25
A = 1%	25/1	=	25,00

Schenken wij thans aandacht aan de tabellen 4a en 4b.
We zien dat met het door van Doveren verrichte aantal tijdopnamen een "overall nauwkeurigheid" bij het lang, resp. kort stek werd bereikt van A = 1,452%, resp. A = 1,460%.
Ook hier weer de vraag op welke "overall nauwkeurigheid" men wil mikken. Had men tot een "overall nauwkeurigheid" van 2% besloten dan had met minder dan het door van Doveren verrichte aantal tijdopnamen kunnen worden volstaan.
De algemene indruk na het onderzoek aan beide tijdstudies is, dat zeker niet gezegd kan worden, dat het aantal verrichte tijdopnamen aan de krappe kant geweest is, het tegendeel is eerder waar. De methode Abrahams kan, al vraagt zij extra rekenwerk, er toe bijdragen te voorkomen dat men onnodig veel tijdopnamen maakt. Het beste bereikt men dit door er niet voor terug te deinzen geregeld tijdens de voortgang van een tijdstudie de hier beschreven statistische berekeningen te maken.