



**DRUŠTVO GRAĐEVINSKIH  
KONSTRUKTERA SRBIJE**

**DGKS SIMPOZIJUM** ZLATIBOR - ČIGOTA  
24-26. SEPTEMBAR **2008.**

*Milan Spremić<sup>1</sup>, Zlatko Marković<sup>2</sup>, Nenad Fric<sup>3</sup>*

## **UPOREDNA ANALIZA PRORAČUNA EKSCENTRIČNO PRITISNUTIH ELEMENATA PREMA EVROKODU 3 I JUS-U**

### **Rezime:**

Evrokod 3 daje dva ravnopravna postupka proračuna interakcionih koeficijenata za proračun ekscentrično pritisnutih elemenata konstantnog jednodelnog poprečnog preseka. U ovom radu je data uporedna analiza rezultata proračuna ekscentrično pritisnutih elemenata prema Evrokodu 3 i važećem domaćem standardu. Interakcioni koeficijenti su sračunati prema alternativnim informativnim aneksima A i B, Evrokoda 3. Analizirani su rezultati šest numeričkih primera u kojima su varirane dužine elementa i vrednosti aksijalne sile pritiska.

*Ključne reči: Ekscentričan pritisak, Evrokod 3, interakcioni koeficijenti*

## **COMPARATIVE ANALYSES OF MEMBERS IN BENDING AND AXIAL COMPRESSION ACCORDING TO EUROCODE 3 AND JUS**

### **Summary:**

Eurocode 3 provides two completely equal methods for calculation of the interaction factors in interaction equation for design of the member in bending and axial compression. This paper gives comparative analyzes of the calculation results of the members in bending and axial compression according to Eurocode 3 and actual national standard. Interaction factors are calculated according to alternative informative annex A and annex B of Eurocode 3. The results of six numerical examples, in which are being varied from case to case the length of the member or the intensity of axial force, are analyzed.

*Key words: members in bending and axial compression, Eurocode, interaction factors*

<sup>1</sup> Mr dipl.građ.inž, asistent, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

<sup>2</sup> Dr, dipl.građ.inž, vanredni profesor, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

<sup>3</sup> dipl.građ.inž, asistent, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

## 1. UVOD

Dokaz stabilnosti ekscentrično pritisnutog elementa konstrukcije prema Evrokodu 3 podrazumeva, proveru da svaki deo ekscentrično opterećenog elementa između dve susedne tačke bočnog pridržavanja zadovoljava uslove definisane interakcionim formulama (1) i (2).

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk}}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1,0 \quad (1)$$

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1,0 \quad (2)$$

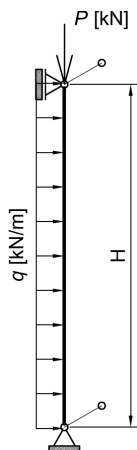
Interakcija momenta savijanja i aksijalne sile pritiska prema tački 6.3.3 Evrokoda 3 deo1-1 (EN 1993-1-1) uzima se u obzir preko interakcionih koeficijenata  $k_{zz}$ ,  $k_{yz}$ ,  $k_{zy}$ ,  $k_{zz}$ . Ovi koeficijenti mogu da se sračunaju pomoću jednog od dva ravnopravna postupka koji su dati u informativnim aneksima A i B Evrokoda 3. Koji od ova dva postupka (aneksa) će se primenjivati treba da definiše svaka zemlja članica CEN u okviru Nacionalnog aneksa za primenu EN1993-1-1, pri čemu je ostavljena mogućnost usvajanja i oba aneksa. Razlog zbog kojeg je izbor ostavljen nacionalnim organima za standardizaciju leži pre svega u nemogućnosti postizanja konsenzusa na nivou svih zemalja članica EU. Aneks A je razvijen na univerzitetu u Liježu, značajno je složeniji, zahteva veći broj računskih operacija, ali je i napredniji. Aneks B je razvijen na Tehničkom univerzitetu u Gracu i znatno je jednostavniji za praktičnu upotrebu. Nacionalnim aneksom u Velikoj Britaniji primena Aneksa A je ograničena samo na simetrične poprečne preseke, dok se jednostavniji Aneks B može koristiti u svim slučajevima. U Švedskoj je usvojena primena Aneksa A. Stoga je namera autora ovog rada da se analizira ova veoma interesantna problematika, kako bi se pripremio radni materijal koji bi koristio prilikom odlučivanja o izboru postupka proračuna u Nacionalnom aneksu Srbije.

U radu su prikazani rezultati šest numeričkih primera, proračuna ekscentrično pritisnutog elementa prema Evrokodu 3 i prema domaćem standardu. Interakcioni koeficijenti u svim primerima su istovremeno sračunati i prema aneksu A i prema aneksu B. U primerima je varirana vitkost (dužina) elementa ili vrednost aksijalne sile pritiska. Korišćeni su poprečni preseki osetljivi na torzione deformacije (standardni vruće valjani IPE i HEA profili). Za sve primere je usvojen isti odnos stalnog i korisnog opterećenja 40 prema 60. Kompletni proračuni su urađeni pomoću algoritama u programu MathCad. U radu su, zbog velikog obima proračuna, prezentirani i analizirani samo krajnji rezultati proračuna u vidu stepena iskorišćenja nosivosti elementa.

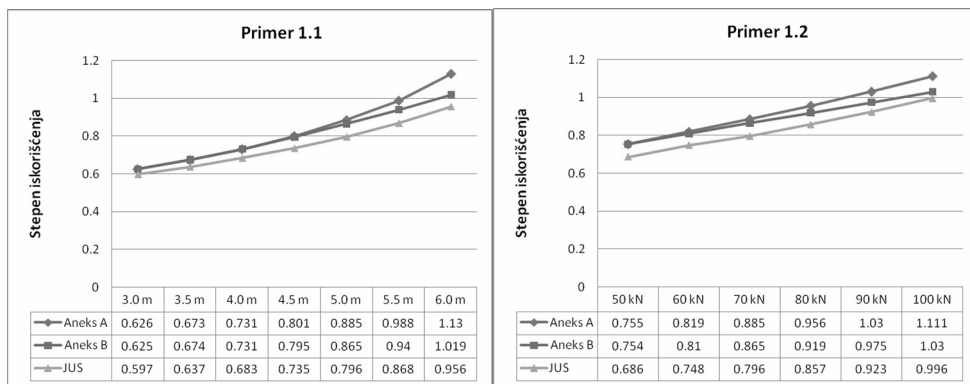
## 2. PRIMER 1 - Ekscentrično pritisnuta prosta greda

U prvom primeru analiziran je element opterećen jednakopodeljenim poprečnim opterećenjem i aksijalnom silom pritiska, koji je obostrano zglobno oslonjen i bočno pridržan na krajevima (videti sliku 1). Intezitet poprečnog opterećenja je promenljiv, a određen je iz uslova da je vrednost maksimalnog momenta savijanja u preseku u sredini raspona konstantna. Usvojen je poprečni presek HEA140 (S235). U prvom delu analizirana je stabilnost elementa u

funkciji vitkosti. Dužina elementa je varirana od 3,0 m do 6,0 m sa inkrementom od 0,5 m. Dužina elementa u drugom delu primera je konstantna 5,0 m a stabilnost je analizirana u funkciji aksijalne sile pritiska. Vrednos aksijalne sile pritiska varirana je od 150 kN do 450 kN sa inkrementom od 50 kN. Rezultati su ilustrovani na dijagramima (slika 2). Na apscisi je data vrednost promeljivog parametra dok ordinata prikazuje stepen iskorišćenja poprečnog preseka. Pod stepenom iskorišćenja prema Evrokodu 3 podrazumeva se veća vrednost od vrednosti izraza (1) i (2). Za stepen iskorišćenja prema domaćem JUS standardu usvojen je odnos ukupnog napona u poprečnom preseku uvećanog koeficijentima  $k_n$ ,  $k_m$ ,  $\theta$  i dopuštenog napona za prvi slučaj opterećenja.



Slika 1 – Numerički primer 1, dispozicija

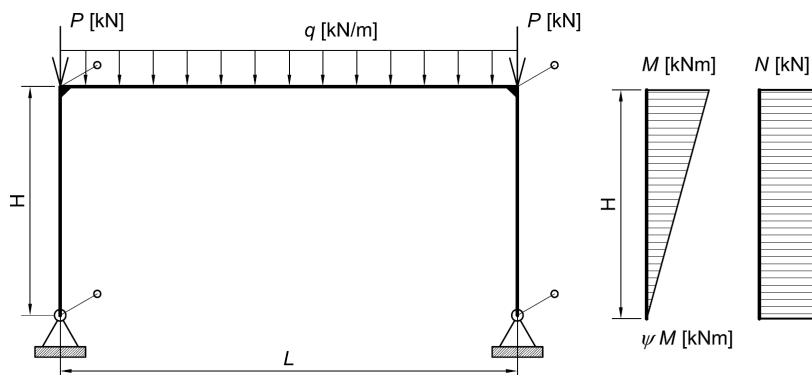


Slika 2 – Interpretacija rezultata

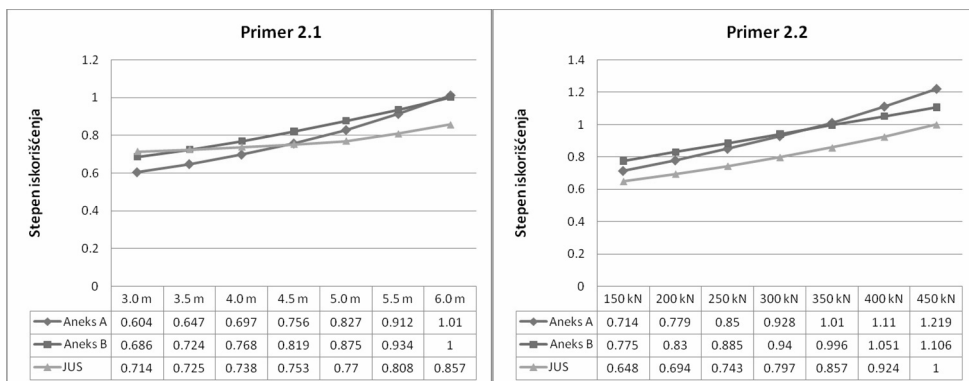
Sa dijagrama se može videti da je slaganje rezultata aneksa A i B jako dobro, pogotovu u oblastima male vitkosti elementa i manjih vrednosti aksijalne sile pritiska. Takođe se može uočiti i da su krive koje predstavljaju rezultate Aneksa B i domaćeg standard približno paralelne.

### 3. PRIMER 2 - Stub okvirnog nosača (IPE)

U ovom primeru analizirana je nosivost ekscentrično opterećenog elementa koji je izložen dejstvu konstantnog momenta savijanja na jednom kraju, bez poprečnog opterećenja. Analizirana je nosivost stuba jednobrodnog, dvozglbnog okvirnog nosača čija je statička šema prikazana na slici 3. Usvojano je da je dužina izvijanja stuba u ravni konstrukcije jednaka  $2,5H$ . Vrednost jednakopodeljenog opterećenja koje deluje na riglu je određena iz uslova da moment savijanja na kraju stuba ima konstantnu vrednost. Stub je bočno pridržan samo na krajevima. Za poprečni presek stuba usvojen je standardni vruće valjni profil IPE 500 (S235). U primeru 2.1 usvojena je konstantna vrednost aksijalne sile pritiska inteziteta  $350,0 \text{ kN}$  a varirana je vitksina (vitkost) stuba od  $3,0 \text{ m}$  do  $6,0 \text{ m}$  sa inkrementom od  $0,5 \text{ m}$ . Primer 2.2 tretira problem nosivosti u funkciji aksijalne sile pritiska. U ovom primeru usvojena je konstantna vitkost stuba, a varirana je vrednost aksijalne sile pritiska od  $150 \text{ kN}$  do  $450 \text{ kN}$ . Rezultati primera 2 ilustrovani su na slici 4.



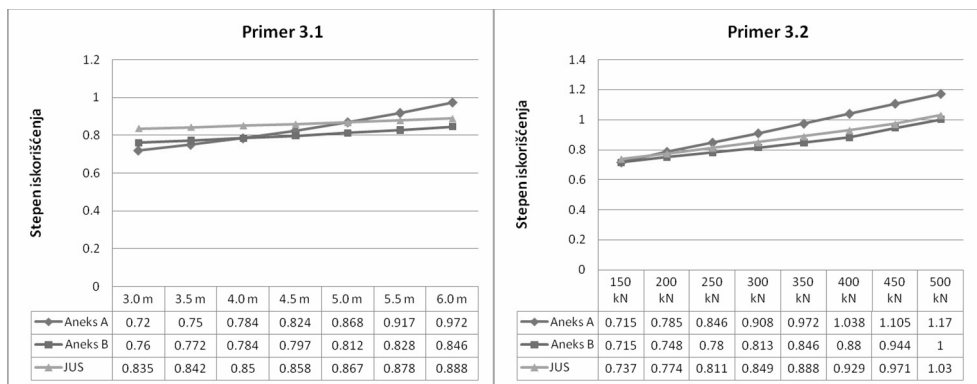
Slika 3 – Statička šema za numeričke primere 2 i 3



Slika 4 – Ilustracija rezultata, Primer 2

#### 4. PRIMER 3 - Stub okvirnog nosača (HEA)

Dispozicija numeričkog primera 3 u potpunosti je ista kao i kod primera 2, osim što je u ovom slučaju za poprečni presek stuba usvojen vruće vljani profil HEA320 (S235). Usvajanjem širokopojanog profila, čiji je poprečni presek manje osetljiv na torzione deformacije, želelo se pokazati koliki je uticaj bočnog torzionog izvijanja na ukupnu stabilnost elementa. Rezultati proračuna prikazani su na dijagramima na slici 5.



Slika 5 – Ilustracija rezultata, Primer 3

#### 5. ZAKLJUČAK

Na osnovu prikazanih rezultata može se konstatovati da su razlike rezultata dobijenih aneksom A i B relativno male (do 15 %). Takođe se na osnovu ovih primera ne može konstatovati da je neki od ovih aneksa konzervativniji u odnosu na drugi, jer se razlike javljaju od slučaja do slučaja. Čak i u okviru istog primera u zavisnosti od vitkosti ili intenziteta opterećenja postoje racionalnost je nekad na strani jednog a nekad na strani drugog postupka proračuna. Međutim, treba istaći i činjenicu da je obim proračuna i broj međurezultata koje treba dobiti pre konačnog rešenja znatno veći u slučaju aneksa A. Po proceni autora potrebno je minimalno 5-6 puta više međurezultata odnosno minimum 10 puta više računskih operacija u slučaju aneksa A da bi se došlo do konačnog rešenja, što obzirom na sličnu tačnost može dati blagu prednost primeni aneksa B.

Ma koliko nezahvalno bilo poređenje rezultata proračuna prema graničnim stanjima i dopuštenim naponima, autori su pokušali da rezultate proračuna prema Evrokodu 3 uporede i sa domaćom regulativom. Ohrabruje činjenica da se i rezultati proračuna prema JUS-u nalaze u okviru prihvatljivih tolerancija. U pet od šest slučajeva krive koje ilustruju rezultate aneksa B i domaćeg standard su približno paralelne. Naravno, prilikom interpretacije ovih rezultata i donošenja bilo kakvih zaključaka treba imati u vidu da značajnu ulogu imaju i vrednosti parcijalnih koeficijenata sigurnosti za materijal (u primerima su usvojene preporučene vrednosti parcijalnih koeficijenata sigurnosti za zgradarstvo 1,0) kao i odnos stalnog i korisnog opterećenja, odnosno slučaj opterećenja prema JUS-u.

Dobijeni rezultati daju nadu da će i u drugim slučajevima koji nisu analizirani u ovom radu, a koji se takođe jako često javljaju u praksi (zavareni elementi otvorenog i zatvorenog (sandučastog) poprečnog preseka šuplji hladno oblikovani profili), slaganje rezultata biti relativno dobro. Na kraju treba napomenuti da je u ilustrovanim primerima učešće aksijalne sile pritiska u ukupnim uticajima kreće u granicama od 20 do 30%, pa da bi se stekla kompletna slika o ovom problemu treba takođe analizirati i slučajeve kada su uticaji aksijalne sile pritiska dominantni u odnosu na uticaje usled momenta savijanja (na primer 60-80%).

## LITERATURA

- [1] *Evrokod 3, DESIGN OF STEEL STRUCTURES / Part 1-1: General rules end rules for buildings* / CEN (European Committee for Standardisation), 2005.
- [2] *Evrokod 3, DESIGN OF STEEL STRUCTURES / Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting* / CEN (European Committee for Standardisation), 2006.
- [3] *Designer's guide to EN 1993-1-1 Eurocode 3: Design Of Steel Structures, General Rules And Rules For Buildings* / L.Gardner , D.A.Nethercot / Thomas Telford, London.
- [4] *Evrokod 3: Proračun čeličnih konstrukcija deo 1-1: Opšta pravila i pravila za proračun zgrada* / Z.Marković / Seminar: Evrokodovi za konstrukcije, Saopštenja pozvanih učesnika, Beograd 2006.
- [5] *Čelične konstrukcije u građevinarstvu* / B.Zarić, D.Buđevac, B.Stipanić / Građevinska knjiga, Beograd 2004.
- [6] *Metalne konstrukcije* / D.Buđevac, Z.Marković, D.Čukić, D.Tošić / Građevinska knjiga, Beograd 2007.