

# 戴维宁定理的理解与运用

李琳, 刘慧, 车凯军, 施芝元, 刘舜奎

(厦门大学信息科学与技术学院, 福建 厦门 361005)

摘要: 本文从电路等效变换的本质出发, 在理论层面上剖析戴维宁定理的重要性, 分析戴维宁等效模型的建立方法, 讨论戴维宁等效电路存在的局限性及解决方法, 进一步通过实际应用实例, 加深对戴维宁定理运用的理解。

关键词: 等效变换; 戴维宁等效电路; 等效电阻

中图分类号: G426

文献标识码: A

文章编号: 1008-0686(2016)04-0061-05

## Comprehension and Application of Thevenin's Theorem

LI Lin, LIU Hui, CHE Kai-jun, SHI Zhi-yuan, LIU Shun-kui

(School of Information Science and Technology, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** Based on the essence of the transformations in the equivalent circuit, this paper underlines the importance role of Thevenin's theorem on the theoretical level, and elaborates the establishment method of the Thevenin's equivalent circuit. Moreover, the limitation of the equivalent model is emphasized and analyzed with Norton model. The examples of practical application are illustrated to deepen the understanding of Thevenin's theorem.

**Keywords:** equivalent transformation; Thevenin's equivalent circuit; equivalent resistance

## 0 引言

戴维宁定理是我校“电路分析 A”课程教学中的重要内容<sup>[1-2]</sup>。在该课程以往的授课中, 直接以抽象的电路模型为分析对象, 侧重戴维宁等效模型中各个参数的求解, 较少涉及具体应用电路的分析。因此, 学生可以按照解题套路完成课后习题, 但是, 在实际线路的工程化分析中却无法熟练运用戴维宁定理来化简设计问题。

如果, 将鲜活的电子线路设计实例引入该课程授课中, 在基础理论教学中便融入“设计”的思维模式, 做到“理论”与“实际”交融, “学”与“用”互动, 学生学习的兴趣是否会提高? 学生对知识点的领悟是否会深刻? 这正是我们“电路分析 A”教学团队之所思。无独有偶, 其他兄弟院校也有类似思路, 且

在选什么实例可以让零专业基础的学生能理解, 如何衔接知识点能让学生在学知识的同时激发专业思维? 已经总结了不少教学体会, 提出了多样性的教学方法<sup>[3-5]</sup>。

本文在此基础上, 进一步从“为什么要进行戴维宁等效”, 明确戴维宁定理的工程应用背景, 从“如何进行戴维宁等效”, 阐述戴维宁等效模型中参数的确定方法, 从“可能存在的问题及解决方法”, 展现戴维宁等效模型的局限性并展示戴维宁与诺顿等效的互换方式。并且, 在教学过程中直接引入实际线路的分析, 以此加深对戴维宁定理运用的理解。

## 1 工程应用背景

作为当前高端笔记本配置标志的 i7 处理器, 核心面积不到 3 平方厘米, 差不多是成年男性大拇指

收稿日期: 2016-03-29; 修回日期: 2016-05-25

第一作者: 李琳(1982-), 女, 博士, 副教授, 主要从事语音信号处理与集成电路设计和教学和研究, E-mail: lilin@xmu.edu.cn

大小,却包含 7 亿多个晶体管。如果要分析核心芯片的功耗,统计上亿个晶体管是一项浩大工程。但是,可以将上亿个晶体管进行功能划分,甚至等价为一个电源和负载的表示。功耗的计算相当于为电源输出电流大小和电源电压的乘积。可见,通过等价变换可以简化分析。如图 1 所示,当  $u_1 = u_2, i_1 = i_2$ , 则电路网络 A 与电路网络 B 是等价的。

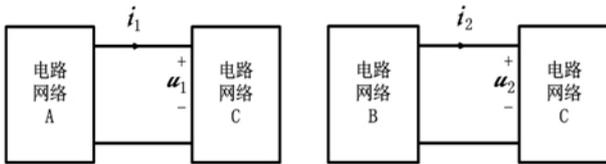


图 1 电路网络的等效关系

针对无源线性一端口网络,可以用一个等效电阻等效置换,只要保证置换前后网络端口电压和电流保持一致。那么,当分析含源线性一端口网络时,将采用何种方式进行电路简化与计算呢?这就是戴维宁定理以及之后要学习的诺顿定理需要阐述的关键问题。

以放大电路的设计为例,见图 2。

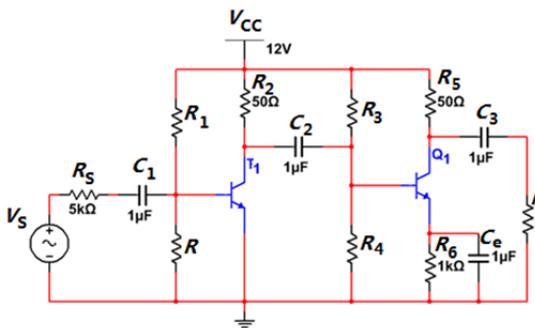
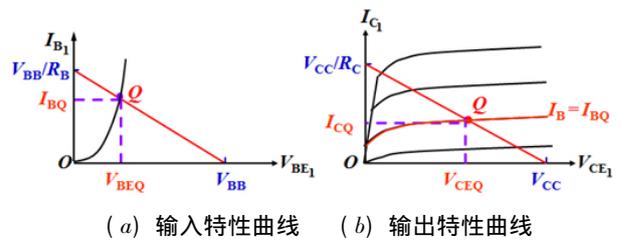


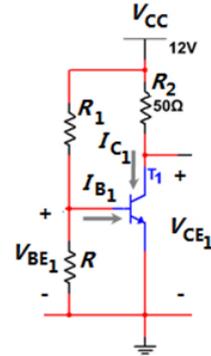
图 2 放大器电路示意图

要做到不失真地将输入电压或电流放大,就必须保证晶体管  $T_1$  工作在线性放大区。这可以采用偏置电路设置晶体管  $T_1$  的静态工作点来实现,参考晶体管的静态输入输出特性曲线,如图 3 所示。选择合适的工作点(即  $I_{BQ}, I_{CQ}, V_{CEQ}$ ),以此反推偏置电路中电阻  $R$  和  $R_1$  的取值。

可以采用回路电流法,如图 4 所示,建立偏置电路中  $R$  和  $R_1$  与工作点参数的关系,至少需要列五个方程,如式(1)所示。如果放大电路的级数越多,则所需要列些的方程数量也会按比例增加,解这些方程才能知道每一级静态工作点。有没有简化方法呢?从晶体管  $T_1$  的基极 B 和发射极 E 端往左看,包含线性电压源、线性电阻,是一个含源线性的一端



(a) 输入特性曲线 (b) 输出特性曲线



(c) 晶体管简单放大电路

图 3 晶体管  $T_1$  的输入输出特性曲线

口网络。设计问题就转化为含源线性一端口网络的简化分析。

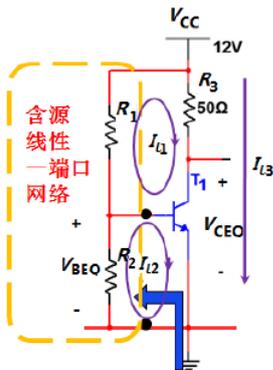


图 4 回路电流法求静态工作点

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_3) \times I_{I1} + R_3 \times I_B &= V_{BCO} \\ R_2 \times I_{I2} &= -V_{BEO} \\ R_3 \times I_B &= V_{CC} - V_{CEO} \\ I_{CO} &= I_{I2} + I_B \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

## 2 戴维宁等效模型及参数计算

早在 19 世纪,亥姆霍兹和戴维宁先后提出了一个电学定理。其内容是:一个含有独立电压源或独立电流源及电阻的线性网络的两端,就其外部电路网络而言,在电性上可以等效为一个电源电路,即一个独立电压源  $V$  和一个等效电阻串联组合来等效。在单频交流系统中,此定理不仅适用于电阻,也适用

于广义的阻抗。戴维宁定理的证明可以借由叠加定理和替代定理展开论证。如图 5 所示,戴维宁等效变换在一端口参数上,有

$$u = u_{oc} + R_{eq} \times i \quad (2)$$

可见,戴维宁定理表征的是含源线性一端口网络的端口处电量 ( $u, i$ ) 随不同的负载网络对应不同的 ( $u, i$ ) 值,而替代定理是针对负载网络确定时一端口网络端口对应的某一 ( $u, i$ ) 值。

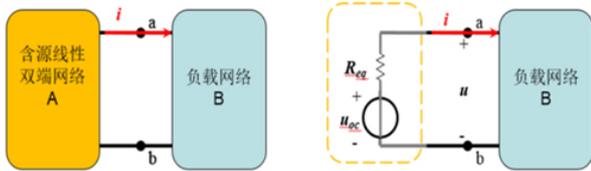


图 5 戴维宁等效模型

### 2.1 开路电压的求解

采用戴维宁等效来解决偏置电路电阻  $R$  和  $R_1$  取值问题,首先,确定待分析网络,即有源线性一端口网络 A 和负载网络 B,如图 6 所示,画出等效模型。

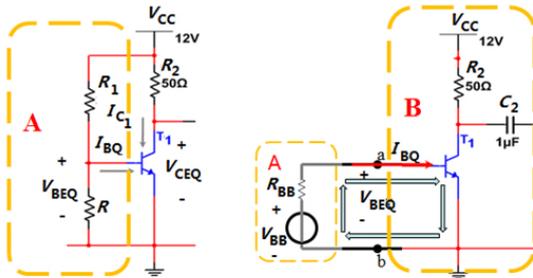


图 6 戴维宁等效求解  $R$  和  $R_1$

那么,根据 KVL,可列出

$$V_{BB} = R_{BB} \times I_{BQ} + V_{BEQ} \quad (3)$$

其中  $V_{BB}$  相当于开路电压,见图 7 (a) 根据分压可得

$$V_{BB} = V_{CC} \times [R / (R + R_1)] \quad (4)$$

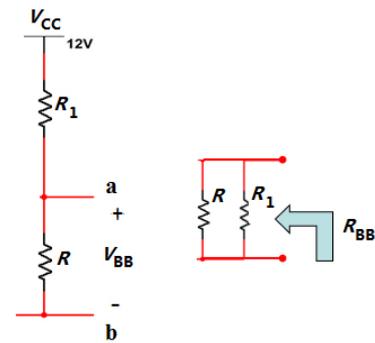
### 2.2 等效电阻的求解

当网络 A 内独立电源全部置零后,  $R_{BB}$  为一端口网络 A 的输入电阻,即两个电阻并联,如图 7 (b) 所示

$$R_{BB} = R // R_1 \quad (5)$$

选定静态工作点,已知  $V_{cc}$ 、 $V_{BEQ}$ 、 $I_{BQ}$  的值,联立方程 (3)、(4) 和 (5),就可以估算出  $R$  和  $R_1$  的取值。

如果网络 A 中含有受控源时,可采用外加电源法求解网络 A 的输入电阻,此时,含源一端口网络 A



(a) 开路电压 (b) 等效电阻

图 7 开路电压和等效电阻

中独立电源全部置零。

进一步观察戴维宁模型,如图 8 所示,将一端口 a、b 用导线短路,设短路电流为  $i_{sc}$ ,则发现另外一种求解等效电阻的方法,称为开路电压—短路电流法。采用此法求解网络 A 的输入电阻时,需保持 A 内的独立电源。

$$R_{eq} = u_{oc} / i_{sc} \quad (6)$$

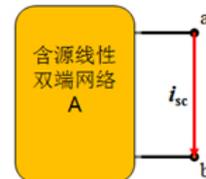


图 8 戴维宁模型中开路电压与短路电流的关系

戴维宁定理采用的是电压源和电阻串联的结构,利用电源等效变换法则,电压源和电阻的串联,可以等效为电流源与电阻的并联。由此,可以得到戴维宁模型的等效转换形式,又称为诺顿等效模型。

## 3 戴维宁等效的局限性

戴维宁等效与诺顿等效犹如人的左臂右膀,对于一般的线性含源一端口网络都是存在这两种变化形式。但是,也有特殊情况。如图 9 所示,端口 1-1' 往左看入

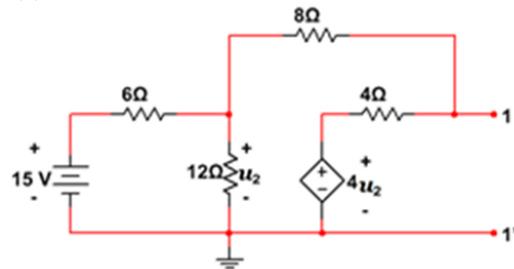


图 9 例题

可采用外加电源法求解端口 1-1' 左侧网络的输入电阻,如图 10 所示。

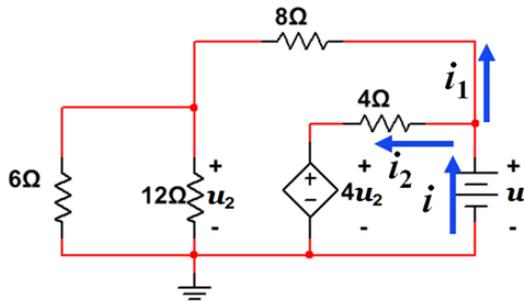


图 10 外加电源法求输入电阻

电压  $u_2$  和电流  $i$  分别为

$$u_2 = \frac{u}{6 + \frac{6 \times 12}{6 + 12}} \times \frac{6 \times 12}{6 + 12}$$

$$= \frac{u}{8 + 4} \times 4 = \frac{u}{3} \quad (7)$$

$$i = \frac{u - 4u_2}{4} + \frac{u_2}{6 // 12} = \frac{u}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{u}{3} = 0 \quad (8)$$

电路的等效电阻为

$$R_{eq} = u/i = 1/0 = \infty \quad (9)$$

再求  $i_{sc}$ , 将 1-1' 短路, 已知 12 Ω 电阻和 8 Ω 电阻并联, 则电压  $u_2$  为

$$u_2 = \frac{15}{6 + \frac{12 \times 8}{12 + 8}} \times \frac{12 \times 8}{12 + 8} = \frac{20}{3} \text{ V} \quad (10)$$

电流  $i_{sc}$  为

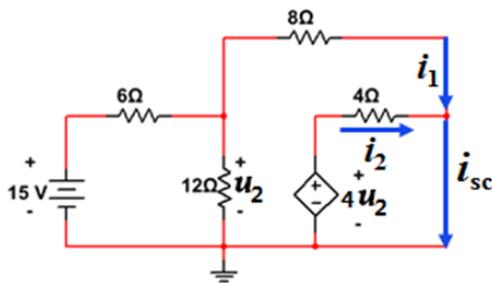


图 11 短路电流的求解

$$i_{sc} = i_1 + i_2 = \frac{u_2}{8} + \frac{4u_2}{4} = \frac{9}{8} u_2$$

$$= \frac{9}{8} \times \frac{20}{3} = 7.5 \text{ A} \quad (11)$$

所以当一端口内等效电阻为无穷大且短路电流为有限值时, 不存在戴维宁等效模型, 直接用一个电流源代替, 如图 12 所示。

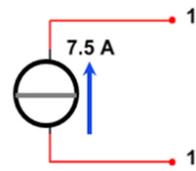
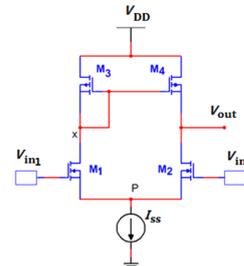


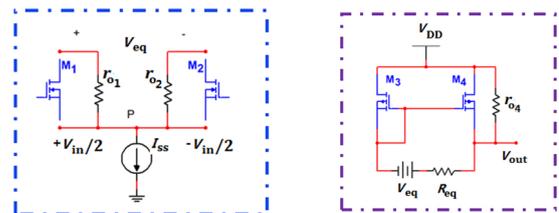
图 12 等效模型

### 4 戴维宁定理的应用

当非线性元件采用线性模型分析时, 也可以使用戴维宁定理进行简化。如分析一个差分放大器的输入特性或者输出特性时, 就可以分别对输出端或输入端采用戴维宁等效, 如图 13 所示。甚至在高速集成电路的传输线模型中, 采用戴维宁等效的终端匹配, 如图 14 所示, 可以抑制信号过冲, 改善信号质量, 提升系统的噪声容限。

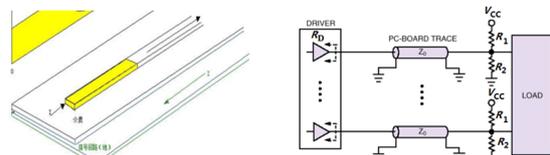


(a) 简单的差分放大电路



(b) 输出端等效 (c) 输入端等效

图 13 差分放大器的戴维宁等效范例



(a) 传输线 (b) 电路模型

图 14 传输线的戴维宁等效范例

### 5 结语

戴维宁定理本质上是一个等效电压源定律, 可用于解决含线性电阻、受控源和独立电源的含源线性一端口电路网络的等效建模, 具有广泛的应用范围, 有助于复杂电路的分析。学习戴维宁定理的关键是掌握其等效结构和参数的求解方法, 同时, 理解

该定理的应用局限性,有利于在实际电路分析过程中熟练运用该定理达到简化分析的目的。

#### 参考文献:

- [1] 邱关源. 电路(第5版)[M]. 北京:高等教育出版社,2006.  
[2] Alexander C K, Sadiku M N O. Fundamentals of electric circuits (5th edition) [M]. New York: McGraw Hill, 2013

- [3] 董维杰,王贻月. 在电路定理教学中培养学生创新思维能力[J]. 南京:电气电子教学学报,1999(4):109-111.  
[4] 朱钰铎. 《电路分析基础》中的难点—戴维南定理的教学过程处理[J]. 蚌埠:安徽电子信息职业技术学院学报,2003,2(6):48-49.  
[5] 高明,柳颖,吕振华. 戴维南定理的一体化教学设计构想[J]. 南充:读与写(教育教学刊),2011(1):181-181.

(上接第38页刘皓明等文)

(2) 教师不再占用所有的课堂时间来讲授,部分内容需要学生在课后完成自主学习,他们通过看视频讲座、阅读教材和参考书、学习电子课件,以及面对面或者在网络上与别的学生讨论交流。教师则采用讲授法和协作法来满足学生的需要和促成他们的个性化学习,也就有更多的时间与每个学生交流,其目标是让学生通过实践获得更真实的学习。

教研组尝试采用翻转课堂的教学模式,已经提炼制定了十多个独立的适合翻转课堂的学习任务。通过初步的尝试,虽然教学效果还未很好的体现,但却极大的提高了学生的主动学习参与度。

#### 3.3 采用慕课和微课的辅助教学模式

慕课和微课是新的教学模式,也是现有教学模式的有效补充。在采用任务驱动法和翻转课堂教学模式之后,2学分的课堂讲授时间受到更大的挤压,一些非重要的知识点无法在课堂上——讲授,同时一些重要的知识难点也无法多次重复讲解,因此在讲课过程中,教研组借鉴慕课和微课的教学理念,将授课知识点录制成视频放于网络上,为学生在课堂之外提供了一种有效的辅助学习方式。学生可以根据各自上课学习知识点的程度和课后任务,选择性的通过网络视频资源进一步深入学习或者复习,达到了很好的效果。

## 4 结语

本文介绍了新开设的“电气工程制图”课程遇到的困境及我们采取的解决对策,一系列的教学改革极大提高了学生的学习兴趣。许多高年级学生反

馈:传说中的很难的电气专业课程现在感到并不难,这与学习“电气工程制图”课程时在相关知识点上的铺垫有很大的关系。已经走上电力企业工作岗位的学生反馈:我们一上岗不需要培训就能基本上看懂详细的图纸,而且还能指出其中一些不规范之处,带我们的师傅都感到吃惊。

新教学模式采用学生“自主式”学习代替教师“灌输式”教学,提高了学生的实践能力和认知能力。学生的反馈信息鼓舞着教研组的教师不断总结经验教训,继续探索,在提高学生学习效果的同时,更大程度地发挥“电气工程制图”课程在整个电气工程专业课程体系中承上启下的作用。

#### 参考文献:

- [1] 向文华,王青林. 《机械识图与电气制图》的教学反思[J]. 北京:电子世界,2013(9):153-154.  
[2] 张旗. 《电气制图与CAD》课程一体化教学探索[J]. 北京:中国电力教育,2008(15):119-120.  
[3] 刘皓明,赵恒文. 电气工程制图[M]. 北京:中国水利水电出版社,2011年3月.  
[4] 李学京. 机械制图和技术制图国家标准学用指南[M]. 北京:中国标准出版社,2013年6月.  
[5] 全国电气文件编制和图形符号标准化技术委员会. 电气制图及相关标准汇编[M]. 北京:中国电力出版社,2001年4月.  
[6] 全国电气文件编制和图形符号标准化技术委员会. 电气简图用图形符号标准汇编[M]. 北京:中国电力出版社,2001年4月.  
[7] 全国电气信息结构文件编制和图形符号标准化技术委员会. 电气简图用图形符号国家标准汇编[M]. 北京:中国标准出版社,2009年11月.