

Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Пешкін Антон Михайлович

УДК 621.391

ДИСЕРТАЦІЯ

ФОРМУВАННЯ СИГНАЛЬНО-КODOВИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ОСНОВІ КОДІВ, ЗАБЕЗПЕЧУЮЧИХ МАКСИМАЛЬНЕ НАБЛИЖЕННЯ ДО ГРАНИЦІ ШЕННОНА

05.12.02 «Телекомунікаційні системи та мережі»

Електроніка та телекомунікації

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання
ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне
джерело _____ А.М. Пешкін

Науковий керівник: Уривський Леонід Олександрович, доктор технічних
наук, професор

Київ – 2018

АНОТАЦІЯ

Пешикін А.М. Формування сигнально-кодкових конструкцій на основі кодів, забезпечуючих максимальне наближення до границі Шеннона. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 05.12.02 «Телекомунікаційні системи та мережі» (172 - Телекомунікації та радіотехніка). - Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, 2018.

Сучасне суспільство характеризується зростаючим попитом на послуги, які потребують використання значного обчислювального ресурсу абонентських пристроїв та високошвидкісних телекомунікаційних каналів: телебачення надвисокої роздільної здатності, хмарні сховища та обчислювальні середовища. Для забезпечення доступу до наведених послуг користувачам необхідно надати канал зв'язку, швидкість якого визначається десятками, а часом, і сотнями Мбіт/с.

Разом із тим однією з основних характеристик сьогоденного суспільства є висока мобільність, яка призводить до необхідності забезпечення зв'язку в будь-який час та в будь-якому місці. Тому можливо зробити висновок, що значна доля телекомунікаційного трафіку буде приходиться на безпроводні засоби зв'язку, а отже, до додаткових обмежень ресурсу каналу зв'язку можна віднести спільне середовище передачі даних.

Базовим інструментом задоволення вимог до передачі інформації при обмеженому ресурсі каналу зв'язку є застосування інформаційно ємних сигналів – сигналів багатопозиційної модуляції. Питаннями обробки та передачі сигналів займається теорія потенційної завадостійкості, засновником якої є В.О. Котельников. У сучасних телекомунікаційних системах широко використовуються такі види модуляції, як QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256.

В той же час застосування багатопозиційної модуляції призводить до

погіршення якості зв'язку. Дана проблема вирішується застосуванням завадостійких кодів, питаннями формування яких займається теорія завадостійкого кодування. Проте, при завадостійкому кодуванні ресурси каналу використовуються як для передачі повідомлень джерела, так і для передачі надлишкових повідомлень, в результаті чого зменшується інформаційні ємність повідомлень, які передаються по каналу зв'язку. Найбільш розповсюджені види завадостійкого кодування, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах, є неперервні коди, двійкові блокові коди (БЧХ, LDPC), недвійкові блокові коди Ріда-Соломона, каскадні коди.

Вибір в каналі зв'язку з відомими параметрами раціонального сполучення в одному сигналі виду модуляції з максимально допустимою кратністю та ефективно виправляючого коду, який забезпечує необхідну достовірність, призводить до поняття сигнально-кової конструкції.

Ключ до вирішення такої задачі лежить у площині третьої фундаментальної науки – теорії інформації, засновником якої є К. Шеннон.

Згідно положенням цієї теорії головною характеристикою каналу зв'язку є його пропускна здатність – максимальна швидкість передачі інформації. Іншою характеристикою є фактична швидкість передачі інформації джерела – продуктивність.

Міра наближення продуктивності каналу зв'язку до його пропускної здатності характеризує інформаційну ефективність системи передачі інформації.

Тому розробка методики формування сигнально-кових конструкцій, які дозволяють максимально ефективно використовувати ресурси каналу зв'язку є важливою задачею при проектуванні та оптимізації існуючих та перспективних систем передачі даних. Цільовий функціонал дослідження передбачає досягнення найкращої інформаційної ефективності при обмежених ресурсах каналу зв'язку при задовільненні вимог до достовірності передачі інформації із використанням оптимальних видів сигнальних і

кодових конструкцій.

Метою дослідження є синтез сигнально-кодових конструкцій, які максимально наближують продуктивність каналу зв'язку до його пропускної здатності, забезпечуючи при цьому задану достовірність передачі інформації.

В дисертаційному дослідженні розроблені методики і алгоритми синтезу завадостійких кодів, оптимальних за критерієм максимально досяжної продуктивності лінії зв'язку для відомої енергетики та заданої достовірності в класах блокових, неперервних і каскадних кодів, що практично важливо при створенні та проектуванні нових адаптивних систем зв'язку (зокрема, SDR, ліній радіорелейного та супутникового зв'язку).

Визначені теоретичні та практичні границі застосування відомих та потенційно можливих завадостійких блокових, неперервних і каскадних кодів, що практично важливо при оцінці якості існуючої і створюваної техніки і стандартів зв'язку.

Загальним підсумком дослідження завадостійких кодів стала оцінка ефективності використання блокових, неперервних та каскадних кодів у каналі зв'язку з заданими параметрами. В результаті дослідження отриманий новий науковий результат у вигляді точної методики синтезу завадостійких кодів, яка дозволяє максимально наблизити продуктивність каналу зв'язку до його пропускної здатності – границі Шеннона.

Розроблена методика порівняння завадостійких властивостей блокових, неперервних та каскадних кодів дозволяє виявляти кращий код за заданим критерієм. Виявилося, що найкращими завадостійкими властивостями характеризуються блокові коди, а саме коди LDPC, з довжиною блоку $n=64800$. Гіршими за критерієм завадостійкості є неперервні коди. Проте, перевагою неперервних кодів є швидкість операцій кодування/декодування, що обумовило їх широке використання в телекомунікаціях. Оцінка каскадних кодів здійснюється за їх еквівалентними параметрами, а їх ефективність залежить від кодів, з яких вони складаються. Перевагою каскадних кодів є можливість отримати завадостійкий код з високою виправною здатністю,

використовуючи при цьому коди з малою довжиною блоку. Виконано оцінку завадостійких властивостей недвійкових блокових кодів Ріда-Соломона, які широко використовуються в різних родах зв'язку. Виявилось, що на відміну від символної площини, де коди Ріда-Соломона мають надвисоку виправну здатність, у бітовій площині коди Ріда-Соломона не відносяться до розряду ефективних кодів, та є гіршими від бінарних блокових кодів, таких як LDPC та БЧХ. Отримані висновки підтверджуються тенденціями розвитку сучасних стандартів зв'язку: на прикладі розвитку стандарту DVB-T відбувся перехід від неперервних кодів та кодів Ріда-Соломона до блокових кодів БЧХ та LDPC.

Загальним підсумком етапу дослідження сигнально-кодових конструкцій є оцінка ефективності СКК, яка дозволяє у каналі з заданими частотно-енергетичними параметрами визначити ефективність застосовуваних видів модуляції та завадостійкого кодування за критерієм максимального наближення до границі Шеннона, або максимуму інформаційної ефективності при умові задоволення вимог щодо достовірності передачі інформації. В результаті дослідження отриманий новий науковий результат у вигляді методики синтезу СКК, які дозволяють передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю та заданою якістю. Користуючись даною методикою в каналі з будь-якою енергетикою можливо, по-перше, оцінити ефективність СКК, яка в ньому використовується, по-друге, запропонувати альтернативну СКК, яка дозволить передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю та заданою достовірністю. В наведеній методиці розглядаються наступні види модуляції: ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256; та наступні види завадостійкого кодування: блокові коди БЧХ, LDPC, недвійкові коди Ріда-Соломона, неперервні коди. На прикладі технології DVB-T2 для кожного значення енергетики визначено оптимальний вид модуляції та завадостійкого кодування, та обґрунтовані переходи від більш завадостійких кодів до більш швидких кодів та від менш інформаційно

ємних видів модуляції до більш інформаційно ємних зі збільшенням енергетики.

Новими в дисертації є наступні результати:

– методика синтезу завадостійких кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення продуктивності джерела до границі Шеннона, яка відрізняється тим, що дозволяє для каналу зв'язку із відомими енергетичними параметрами обрати такий код, який дозволив би передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю кодування за умов забезпечення заданої достовірності.

– методика порівняння виправних здібностей завадостійких кодів різних видів, яка відрізняється тим, що з використанням особливих характеристик неперервних та каскадних кодів визначаються їх коригувальні здібності за порівняльними параметрами еквівалентних блокових кодів.

– методика синтезу сигнально-кодових конструкцій, оптимальних за критерієм максимального наближення продуктивності джерела до границі Шеннона, яка відрізняється тим, що, поєднуючи у собі положення теорії інформації і теорії завадостійкого кодування, дозволяє для каналу зв'язку із відомими енергетичними параметрами обрати таке сполучення модуляції і завадостійкого коду, яке дозволило би передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю за умов забезпечення заданої достовірності.

– вперше отримана оцінка границь існування завадостійких кодів, яка відрізняється тим, що використовує теоретичні границі існування завадостійких кодів та дозволяє для відомої енергетики в каналі зв'язку визначити код, здатний забезпечити необхідну достовірність, або довести відсутність такої можливості.

Ключові слова: завадостійке кодування, границя Варшамова-Гільберта, границя Плоткіна, границя Шеннона, пропускна здатність, продуктивність, багатопозиційні сигнали, сигнально-кодові конструкції, частотна, енергетична, інформаційна ефективності.

ABSTRACT

Pieshkin A. Signal-code constructions generation based on codes, which provide maximum approach to the Shannon bound. - Scientific qualification work on the rights of the manuscript.

Thesis for the doctor of philosophy degree in technical sciences, specialty 05.12.02 "Telecommunication systems and networks" (172 - Telecommunications and radio engineering). – National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kiev, 2018.

Modern society can be characterized by a growing demand for services that require the use of a significant computing resource of subscriber devices and high-rate telecommunication channels: ultra-high-definition television, cloud storage and computing environments. To provide access to these services, users need a communication channel with the rate of dozens, and sometimes, hundreds of Mbps.

At the same time, one of the main characteristics of today's society is high mobility, which leads to the need for communication anytime and anywhere. Therefore, it is possible to conclude that a significant part of telecommunication traffic will come from wireless communication means, and therefore, the additional constraints on the resource of the communication channel may include a common data transmission environment.

The basic tool for satisfying the requirements for the transmission of information with a limited resource of the communication channel is the use of high capacity signals - signals of multi-position modulation. The task of processing and transmission of signals is concerned with the theory of potential noise immunity, which is founded by Kotelnikov. In modern telecommunication systems the following modulation types are widely used: QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256.

At the same time, the use of multi-position modulation leads to deterioration of communication quality. This problem is solved by the use of error-correcting codes, which are described by the theory of noise-proof coding. However, error-correcting codes usage leads to the case when channel resources are used both for

transmitting source messages and for transmitting redundant messages, resulting in a decrease in the information capacity of messages transmitted through the communication channel.

The most common types of error-correcting codes used in modern telecommunication systems are continuous codes, binary block codes (BCH, LDPC), non-binary block codes of Reed-Solomon, concatenated codes.

The choice of rational set of modulation type with the maximum allowable capacity and effective error-correcting code, which provides the necessary reliability, in the communication channel with given parameters leads to the concept of signal-code construction.

The key to solving this problem lies in the plane of the third fundamental science - the theory of information, founded by K. Shannon.

According to this theory, the main characteristic of the communication channel is its bandwidth - the maximum transmission rate of information. Another characteristic is the actual transmission rate of source information - performance.

The approach of the channel performance to its bandwidth characterizes the information efficiency of the information transmission system.

Therefore, the development of a method for the creation of signal-code constructions that allow the most efficient use of communication channels resources is an important task in designing and optimizing existing and perspective data transmission systems. The objective function of the study is to achieve the best information efficiency with limited resources of the communication channel, while satisfying the requirements for the reliability of the information transmission by using the best types of signal and code structures.

The aim of the research is signal-code construction generation, which maximize the performance of the communication channel to its bandwidth and provide required reliability.

The research contains the methods and algorithms of synthesis of error-correcting codes, optimal for the criterion of the maximum achievable communication line productivity for known energy and given reliability in the

classes of block, continuous and concatenated codes, which is practically important in the creation and design of new adaptive communication systems (in particular, SDR, radio-relay and satellite lines).

Research describes the theoretical and practical boundaries of the application of known and potential block, continuous and concatenated codes, which is practically important in assessing the quality of existing and future technologies and communication standards.

The overall result of the error-correcting codes study is the evaluation of the efficiency of block, continuous and concatenated codes in the communication channel with the given parameters. As a result of the study, a new scientific result was obtained in the form of an exact method of synthesis of error-correcting codes, which allows to maximize the channel productivity to its bandwidth - the Shannon bound.

The comparison method of noise immunity of block, continuous and concatenated codes which allows to find the best code according to the given criterion, is developed. It turned out that LDPC codes with a block length of $n = 64800$ have the best noise immunity properties. Continuous codes are the worst on the criterion of noise immunity. However, the advantage of continuous codes is the speed of encoding/decoding operations, which resulted in their widespread use in telecommunications. Concatenated codes are evaluated according to their equivalent parameters, and their effectiveness depends on the codes from which they are composed. The advantage of concatenated codes is the ability to get redundant code with high correction ability, using codes with a short block length. The estimation of error-correcting properties of non-binary block codes of Reed-Solomon which are widely used in different communication systems is performed. In contrast to the symbol plane, where the Reed-Solomon codes have ultra-high correction ability, it turned out that in the binary pane, the Reed-Solomon codes do not belong to the category of effective codes, but worse than binary block codes such as LDPC and BCH. The obtained conclusions are confirmed by the tendencies of development of the telecommunication standards: based on the example of DVB-T standard

development there was a transition from continuous and Reed-Solomon codes to block codes BCH and LDPC.

The general result of the research phase of signal-code construction is the estimation of its efficiency, which allows in the channel with the given parameters to determine the effectiveness of the applicable modulation types and error-correcting codes according to the criterion of maximum approach to the Shannon bound, or the maximum of information efficiency, while meeting that the requirements for the reliability of the transmission information. As a result of the study, a new scientific result was obtained in the form of a method for the synthesis of signal-code construction, which allows the transmission of source messages with a maximum rate and a given quality. Using this technique in a channel with any energy, it is possible, firstly, to evaluate the effectiveness of the signal-code construction used in it, and secondly, to propose an alternative structure that will allow the transmission of source messages with maximum rate and accuracy. In the given method, the following types of modulation are considered: PM-2, QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256; and the following types of error-correcting codes: block codes BCH, LDPC, non-binary Reed-Solomon codes, and continuous codes. By the example of DVB-T2 technology for each energy value the optimal modulation and error-correcting coding was identified, transitions from more powerful codes to faster codes and from less informational types of modulation to more information intensive while increasing power is grounded.

Research contains the following new results:

- a method for error-correcting codes synthesis, optimal for the criterion of maximum productivity approach to the Shannon bound, which differs in that it allows for the communication channel with known energy to choose such code that would allow the transmission of source messages with the maximum coding rate while providing required reliability;
- a method for comparing the correction abilities of error-correcting codes of diverse types, which differs by the fact that using characteristics of continuous and concatenated codes it allows to determine their correcting abilities by comparative

parameters of equivalent block codes;

- a method for synthesis of signal-code structures that are optimal for the criterion of maximum approach of the channel productivity to the Shannon bound, which is characterized by the fact that by combining the position of the information theory and the theory of noise immunity, it allows for the communication channel with known energy parameters to choose such modulation and error-correcting code that would make possible the source messages transmission at the maximum rate while meeting reliability requirements;

- an estimate of the existence boundaries of error-correcting codes has been obtained, which differs from the theoretical limits of the existence of error-correcting codes and allows for given energy in the communication channel to determine if the code is capable to provide the necessary reliability or to prove the absence of such an opportunity.

Keywords: redundant coding; Varshamov-Gilbert bound; Plotkin bound; Shannon bound; throughput; productivity; multi-position signals, signal-code constructions, frequency, power, information efficiency.

Список публікацій здобувача:

1. Урывский Л. А. Выбор блочного помехоустойчивого кода по критерию максимального приближения к границе Шеннона / Л. А. Урывский, Е. А. Прокопенко, А. М. Пешкин // Telecommunication Sciences. – К.: NTUU 'KPI'. – 2011. – № 1. – С. 41-47. (Google Scholar, OpenAIRE, BASE та інші).
2. Uryvsky L., Prokopenko K., Peshkin A. The convolutional codes analysis technique on the optimum block codes grounds // Information and Telecommunication Sciences. – К.: NTUU 'KPI'. – 2014. – № 2, p.8-13. (Google Scholar, OpenAIRE, BASE та інші).
3. Уривський Л.О., Пешкін А.М. Методика оцінки граничної інформаційної ефективності завадостійких кодів// Information and Telecommunication Sciences, – К.: NTUU 'KPI'. – 2016. – № 2. – p.70-74. (Google Scholar, OpenAIRE, BASE та інші).
4. Урывский Л.А., Пешкин А.М. Оценка энергетических границ использования каскадных кодов – Budapest, Hungary: The scientific heritage - № 8, 2017, p. 91-97. (Scientific Indexing Services, General Impact Factor та інші).
5. Uryvskiy L. Pieshkin A. The informational efficiency improving methods of the signal-code constructions with the condition of providing required reliability - Budapest, Hungary: The scientific heritage - № 11, 2017 - p.p. 72...77. (Scientific Indexing Services, General Impact Factor та інші).
6. Уривський Л. О., Вергун С.М., Мошинська А В., Осипчук С.А. Пешкін А.М. Спосіб досягнення максимальної продуктивності в дискретному каналі зв'язку із завадостійким кодуванням / Патент на корисну модель № UA-117164-U від 26.06.2017.
7. Пешкин А.М. Оцінка корегуючих властивостей кодів Ріда – Соломона у каналі з білим шумом./ Пешкин А.М.// 5-а міжнародна конференція молодих вчених «Інфокомунікації – сучасність та майбутнє» – Збірка тез, ч.3. – Одеса: ОНАЗ, – 2015 – с. 66...69.
8. Пешкін А.М. Порівняння методик синтезу параметрів коригуючих кодів для оцінки їх завадостійких властивостей/ Пешкін А.М.// 4-а міжнародна

науково-практична конференція Фізико-технологічні проблеми радіотехнічних пристроїв, засобів телекомунікацій, нано- та мікроелектроніки 23-25 жовтня 2014 р., - Чернівці, Україна - Збірник тез, с.95-96.

9. Урывский Л. А. Исправляющая способность блочных помехоустойчивых кодов в пределах аксиоматики Шеннона /Урывский Л.А. Пешкин А.М.// 2-а міжнародна конференція молодих вчених «Інфокомунікації — сучасність та майбутнє». Збірка тез, ч.1. – Одеса: ОНАЗ, – 2012 – с. 33...36.

10. Уривський Л. О. Аналіз принципів формування та коригуючих можливостей каскадних кодів/ Л. О. Уривський, А. М. Пешкін // Десята МНТК «Проблеми телекомунікацій-2016», ІТС НТУУ «КПІ», м. Київ, с. 58-61.

11. Уривський Л. О. Оцінка граничних коригуючих можливостей неперервних кодів через еквівалентні параметри блокових кодів/ Л.О. Уривський, А.М. Пешкін// Сьома МНТК «Проблеми телекомунікацій-2013», ІТС НТУУ «КПІ», м. Київ, с. 350-353.

12. Уривський Л. О. «Відображення параметрів неперервних кодів в просторі відображення блокових кодів»/ Уривський Л.О., Пешкін А.М. // Дев'ята МНТК «Проблеми телекомунікацій», ІТС НТУУ «КПІ», м. Київ, 2015. – с.65-67.

13. Уривський Л. О. Визначення границь коригувальних властивостей блокових кодів/ Л.О. Уривський, К. А. Прокопенко, А. М. Пешкін // Збірник наукових праць – Львів, «Львівська політехніка», 2011, №705, с. 98 – 104.

14. Uryvsky L. The Reed – Solomon codes analysis technique on the optimum block codes ground in the channel with white noise [Електронний ресурс] / L. Uryvsky, A. Pieshkin // IEEE Міжнародна конференція з інформаційно-телекомунікаційних технологій та радіоелектроніки. – 2016. – Режим доступу до ресурсу: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7739631/>. (Scopus)

15. Uryvsky L. Assessment of Information Efficiency of Error-correcting Codes in Plotkin bound [Електронний ресурс] / L. Uryvsky, A. Pieshkin // IEEE

Міжнародна конференція з інформаційно-телекомунікаційних технологій та радіоелектроніки. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8095413/>. (Scopus)

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	18
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	19
ВСТУП.....	20
1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ СИНТЕЗУ СИГНАЛЬНО-КODOВИХ КОНСТРУКЦІЙ, ЗАБЕЗПЕЧУЮЧИХ МАКСИМАЛЬНЕ НАБЛИЖЕННЯ ДО ГРАНИЦІ ШЕННОНА	28
1.1 Принципи формування сигнально-кодoвих конструкцій, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах.....	28
1.1.1 Класифікація сигнальних конструкцій, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах	29
1.1.2 Класифікація завадостійких кодів та способів кодування інформації, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах	32
1.2 Формування принципів дослідження методів синтезу сигнально-кодoвих конструкцій, забезпечуючих максимальне наближення до границі Шеннона...	37
1.3 Принципи оцінки інформаційної ефективності сигнально-кодoвих конструкцій	40
1.4 Постановка завдання дослідження методів формування сигнально-кодoвих конструкцій, забезпечуючих максимальне наближення до границі Шеннона	41
Висновки до розділу 1.....	44
2 СИНТЕЗ БЛОКОВИХ КОДІВ, ОПТИМАЛЬНИХ ЗА КРИТЕРІЄМ МАКСИМАЛЬНОГО НАБЛИЖЕННЯ ДО ГРАНИЦІ ШЕННОНА.....	46
2.1 Аналіз параметрів блокових кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона	46
2.1.1 Аналіз корегувальних властивостей бінарних блокових кодів..	46

2.1.2 Аналіз корегувальних властивостей багатопозиційних блокових кодів Ріда-Соломона	48
2.2 Методика визначення показників необхідної корегувальної здатності завадостійких кодів	53
2.2.1 Моделі генерації помилок в каналі без кодування	53
2.2.2 Методика визначення вимог до корегувальних властивостей кодів у каналі з відомими параметрами	62
2.3 Методика визначення параметрів блокових кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона	66
Висновки по розділу 2	73
3 МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕПЕРЕРВНИХ КОДІВ, ОПТИМАЛЬНИХ ЗА КРИТЕРІЄМ МАКСИМАЛЬНОГО НАБЛИЖЕННЯ ДО ГРАНИЦІ ШЕННОНА.....	75
3.1 Аналіз принципів формування та корегувальних властивостей неперервних бінарних кодів	75
3.2 Синтез параметрів неперервних бінарних кодів, еквівалентних параметрам блокових кодів.....	78
3.3 Методика синтезу неперервних кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона	82
3.4 Порівняльний аналіз граничних корегувальних властивостей завадостійких неперервних та блокових кодів	86
Висновки по розділу 3	89
4 ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ КОРЕГУВАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КАСКАДНИХ ТА НАДДОВГИХ БЛОКОВИХ КОДІВ	91
4.1 Аналіз принципів формування та корегувальних властивостей каскадних кодів	91
4.2 Методика визначення параметрів каскадних кодів оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона	95

4.3 Аналіз границь використання каскадних кодів в залежності від енергетичних характеристик каналу	97
Висновки по розділу 4	101
5 ФОРМУВАННЯ СИГНАЛЬНО-КODOВИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ БЛОКОВИХ, НЕПЕРЕРВНИХ ТА КАСКАДНИХ КОДІВ ТА ПОРІВНЯЛЬНА ОЦІНКА ЇХ ЕФЕКТИВНОСТІ	103
5.1 Принципи формування сигнально-кодкових конструкцій на основі кодів, які забезпечують максимальне наближення до границі Шеннона.....	103
5.2 Способи покращення інформаційної ефективності сигнально-кодкових конструкцій	108
5.2.1 Способи досягнення необхідної достовірності без застосування завадостійких кодів	108
5.2.2 Досягнення необхідної достовірності з застосуванням завадостійкого кодування	110
5.2.3 Способи покращення інформаційної ефективності шляхом застосування оптимальної сигнально-кодкової конструкції при умові досягнення необхідної достовірності.....	111
5.3 Оцінка ефективності використання сигнально-кодкових конструкцій на прикладі технології DVB-T2	113
5.4 Аспекти практичного застосування отриманих результатів	116
Висновки до розділу 5.....	120
ВИСНОВКИ	123
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	128
ДОДАТОК А ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ СИГНАЛЬНО-КОДОВИХ КОНСТРУКЦІЙ У ПРОГРАМНОМУ СЕРЕДОВИЩІ МАТЛАВ ..	140
ДОДАТОК Б ОЦІНКА ВІРНОСТІ ВИРАЗІВ, ЯКІ ВИЗНАЧАЮТЬ ЙМОВІРНІСТЬ ПОМИЛКИ НА ВИХОДІ ДЕКОДЕРА ПРИ ВІДОМИХ ПАРАМЕТРАХ КОДУ ТА КАНАЛЬНІЙ ЙМОВІРНІСТІ ПОМИЛКИ.....	145

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

АБГШ	Адитивний білий гаусівський шум
БПМ	Багатопозиційна модуляція
БЧХ	Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема (коди)
ВГ	Варшамова-Гільберта (границя)
ЗСК	Завадостійкі коди
РС	Ріда-Соломона (коди)
СКК	Сигнально-кодова конструкція
СПД	Система передачі даних
ТК	Телекомунікації
ADSL	Asynchronous Digital Subscriber Line – стандарт цифрової передачі даних по телефонній абонентській лінії
BPSK	Binomial Phase-Shift Keying, – квадратурно-фазова модуляція
СС	Convolutional code – згортковий код
DVB-T	Digital video broadband terrestrial - стандарт цифрового широкопasmового телебачення
GF	Galua field – Поле Голуа
ІЕЕЕ	Institute of Electrical and Electronics Engineers - Інститут інженерів з електротехніки та електроніки
LDPC	Low Density Parity Check Codes, – коди з низькою густиною перевірок на парність
LTE	Long Term Evolution, – довгостроковий розвиток
QAM	Quadrature Amplitude Modulation, – квадратурно-амплітудна модуляція
QPSK	Quadrature Phase-Shift Keying, – квадратурно-фазова модуляція
WiMAX	Worldwide Interoperability for Microwave Access - стандарт широкопasmового безпроводного зв'язку ІЕЕЕ 802.16

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

C_n	Пропускна здатність неперервного каналу зв'язку
d	Кодова відстань завадостійкого коду
E_c	Енергія символу
ΔF	Полоса частот
h^2	Енергетичний параметр каналу зв'язку в точці прийому
H	Ентропія одиночного двійкового символу джерела
k	Кількість інформаційних біт в кодовому слові
L	Відстань між передавачем та приймачем
m	Кількість біт у символі БПМ
M	Кількість позицій в сузір'ї БПМ
n	Довжина кодового слова завадостійкого коду
N_0	Спектральна щільність потужності шуму
p_b	Ймовірність помилкового прийому біту в точці прийому
P	Необхідна ймовірність помилки в точці прийому
p_c	Ймовірність помилкового прийому символу в точці прийому
r	Кількість перевірочних біт в кодовому слові
r_c	Кодова швидкість
R	Продуктивність дискретного каналу зв'язку
t	Виправна здатність завадостійкого коду
T_0	Тривалість символу
V_c	Швидкість передачі символів у каналі зв'язку
V_s	Швидкість передачі символів джерела інформації
β	Енергетична ефективність
η	Інформаційна ефективність
γ	Частотна ефективність

ВСТУП

У 21 сторіччі суспільство звернулося до принципово нової концепції розвитку – концепції побудови інформаційного суспільства [12]. Дана концепція характеризується постійним збільшенням об'ємів інформації, яка генерується, оброблюється та зберігається, що в свою чергу призводить до значного росту навантаження на телекомунікаційні мережі, які мають передавати значні об'єми даних на великі відстані з більшою швидкістю, більшої кількості користувачів та з заданою якістю. В той же час телекомунікаційні мережі [13, 14] характеризуються обмеженим частотним, часовим, енергетичним і просторовим ресурсом, що обумовлено як фізичними параметрами середовища, так і фактом одночасного використання каналів зв'язку великою кількістю користувачів.

Актуальність. В сучасному суспільстві все більшим попитом користуються послуги, які потребують використання значного обчислювального ресурсу абонентських пристроїв та **високошвидкісних телекомунікаційних каналів**: телебачення надвисокої роздільної здатності (UHDTV), хмарні сховища для зберігання великих об'ємів даних (Google Cloud Storage), сервіси IAAS, PAAS (Amazon Web Services, Google Cloud, Microsoft Azure). Для забезпечення доступу до наведених послуг кожному користувачу, а також забезпечення функціонування зазначених сервісів необхідно забезпечувати канали зв'язку, швидкість яких визначається десятками, а часом, і сотнями Мбіт/с.

В той же час сучасне суспільство характеризується **високою мобільністю** [12]: доступ до зазначених послуг має бути забезпечений будь-де та будь-коли. З даного факту можна зробити висновок, що значну долю телекомунікаційного трафіку будуть обслуговувати **безпроводні засоби зв'язку**, а отже, додатковим обмеженням ресурсу каналу зв'язку є спільне середовище передачі даних.

Базовим інструментом задоволення вимог до передачі інформації при

обмеженому ресурсі каналу зв'язку є застосування інформаційно ємних сигналів – сигналів багатопозиційної модуляції [22, 26, 27, 31]. Питаннями обробки та передачі сигналів займається теорія потенційної завадостійкості, засновником якої є Котельников. У сучасних телекомунікаційних системах широко використовуються такі види модуляції, як QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256.

В той же час застосування багатопозиційної модуляції призводить до погіршення якості зв'язку. Дана проблема вирішується застосуванням завадостійких кодів, питаннями формування яких займається теорія завадостійкого кодування [2, 9, 11, 15]. Проте, при завадостійкому кодуванні ресурси каналу використовуються як для передачі повідомлень джерела, так і для передачі надлишкових повідомлень, в результаті чого зменшується інформаційні ємність повідомлень, які передаються по каналу зв'язку. Найбільш розповсюджені види завадостійкого кодування, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах, є неперервні коди, двійкові блокові коди (БЧХ, LDPC), недвійкові блокові коди Ріда-Соломона, каскадні коди [58, 64, 65].

Вибір в каналі зв'язку з відомими параметрами раціонального сполучення в одному сигналі виду модуляції з максимально допустимою кратністю та ефективно виправляючого коду, який забезпечує необхідну достовірність, призводить до поняття сигнально-кової конструкції.

Ключ до вирішення такої задачі лежить у площині третьої фундаментальної науки – теорії інформації, засновником якої є К. Шеннон [11].

Згідно положенням цієї теорії головною характеристикою каналу зв'язку є його пропускна здатність – максимальна швидкість передачі інформації. Іншою характеристикою є фактична швидкість передачі інформації джерела – продуктивність.

Міра наближення продуктивності каналу зв'язку до його пропускної здатності характеризує інформаційну ефективність системи передачі інформації.

Тому розробка методики формування сигнально-кодових конструкцій, які дозволяють максимально ефективно використовувати ресурси каналу зв'язку є важливою задачею при проектуванні та оптимізації існуючих та перспективних систем передачі даних. Цільовий функціонал дослідження передбачає досягнення найкращої інформаційної ефективності при обмежених ресурсах каналу зв'язку при задовільненні вимог до достовірності передачі інформації із використанням оптимальних видів сигнальних і кодових конструкцій.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дослідження даної роботи проводились згідно з планами науково-дослідних робіт кафедри телекомунікаційних систем в рамках бюджетних НДР №2626П «Синтез та конструктивна реалізація сигнально-кодових конструкцій в каналах з багатопозиційною маніпуляцією в системах супутникового та радіорелейного зв'язку» по державному замовленню (№ 0113U002491); НДР «Уніфікований пристрій для завадостійкої передачі інформації у високошвидкісних каналах радіорелейного та супутникового зв'язку» по державному замовленню (№ 0115U000259); НДР №2020П «Методи та системи управління безпроводовими сенсорними мережами із мобільними сенсорами і телекомунікаційними наземними вузлами та аероплатформами у зоні надзвичайної ситуації» по державному замовленню (№ 0117U004282);

Мета та задачі дослідження. Метою дослідження є синтез сигнально-кодових конструкцій, які максимально наближують продуктивність каналу зв'язку до його пропускної здатності, забезпечуючи при цьому задану достовірність передачі інформації.

Згідно з метою основними задачами дослідження є:

1. Розробка методики синтезу блокових, неперервних і каскадних кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона.
2. Розробка методики порівняльного аналізу блокових, неперервних і каскадних кодів за еквівалентними параметрами виправної здатності.
3. Визначення та аналіз границь можливого використання завадостійких кодів в залежності від енергетичних характеристик каналу та вимог до достовірності передавання інформації.
4. Формування критерію інформаційної ефективності використання сигнально-кодових конструкцій та розробка методики їх порівняльної оцінки за мірою наближення до границі Шеннона.
5. Розробка методики синтезу сигнально-кодових конструкцій на основі завадостійких кодів, які максимально наближують продуктивність каналу зв'язку до границі Шеннона.

Об'єктом дослідження є сигнально-кодові конструкції систем передачі даних

Предметом дослідження є методика формування сигнально-кодових конструкцій, які забезпечують максимальне наближення до границі Шеннона.

Апаратом дослідження є математичний аналіз, теорія системного аналізу, теорія потенційної завадостійкості, теорія інформації, теорія оптимізації, математична статистика, методи і методики імітаційного моделювання.

Наукова новизна отриманих результатів.

В дисертації вперше отримані наступні наукові результати:

1. Запропоновано методику синтезу завадостійких кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення продуктивності джерела до границі Шеннона, яка відрізняється тим, що дозволяє для каналу зв'язку із відомими енергетичними параметрами обрати такий код, який дозволив би передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю кодування за умов забезпечення заданої достовірності.

2. Запропоновано методику порівняння коригувальних властивостей завадостійких кодів різних видів, яка відрізняється тим, що з використанням особливих характеристик неперервних та каскадних кодів визначаються їх коригувальні властивостей за порівняльними параметрами еквівалентних блокових кодів.

3. Запропоновано методику синтезу сигнально-кодкових конструкцій, оптимальних за критерієм максимального наближення продуктивності джерела до границі Шеннона, яка відрізняється тим, що, поєднуючи у собі положення теорії інформації і теорії завадостійкого кодування, дозволяє для каналу зв'язку із відомими енергетичними параметрами обрати таке сполучення модуляції і завадостійкого коду, яке дозволило би передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю за умов забезпечення заданої достовірності.

4. Виконано оцінку границь існування завадостійких кодів, яка відрізняється тим, що використовує теоретичні границі існування завадостійких кодів та дозволяє для відомої енергетики в каналі зв'язку визначити код, здатний забезпечити необхідну достовірність, або довести відсутність такої можливості.

Практична цінність отриманих результатів.

Практичне значення отриманих в дисертаційній роботі результатів полягає в тому, що:

1. Результати досліджень використані у держбюджетних НДР № 0113U002491 «Синтез та конструктивна реалізація сигнально-кодкових конструкцій в каналах з багатопозиційною маніпуляцією в системах супутникового та радіорелейного зв'язку», № 0115U00025 «Уніфікований пристрій для завадостійкої передачі інформації у високошвидкісних каналах радіорелейного та супутникового зв'язку» та в даний час є частиною поточної держбюджетної НДР № 0117U004282 «Методи та системи управління безпроводовими сенсорними мережами із мобільними сенсорами і

телекомунікаційними наземними вузлами та аероплатформами у зоні надзвичайної ситуації».

2. Отриманий патент на корисну модель № UA-117164-U від 26.06.2017 «Спосіб досягнення максимальної продуктивності в дискретному каналі зв'язку з завадостійким кодуванням»

3. Отримані результати використані в учбовому процесі: підготовка бакалаврів – «Основи теорії телекомунікацій»; підготовка магістрів – «Основи прикладної теорії інформації для телекомунікацій»; підготовка докторів філософії – «Інноваційні напрямки розвитку телекомунікацій та радіотехніки».

4. Визначені теоретичні та практичні границі застосування відомих та потенційно можливих завадостійких блокових, неперервних і каскадних кодів, що практично важливо при оцінці якості існуючої і створюваної техніки і стандартів зв'язку.

5. Запропонована структурна схема приладу та запропонована програмна версія керування блоком зміни видів кодування та модуляції для реалізації в пристроях адаптивного зв'язку (SDR), які реагують на зміну енергетичних умові в радіолінії.

Дисертаційна робота містить 5 розділів.

В розділі 1 наводиться класифікація сигнальних і кодових конструкцій, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах, обґрунтовується вибір показників ефективності функціонування системи передачі даних, відбувається постановка задачі дослідження.

В розділі 2 досліджуються властивості блокових кодів та розроблена методика синтезу оптимальних блокових кодів за критерієм максимуму наближення до границі Шеннона.

В розділі 3 досліджуються властивості неперервних кодів та розроблена методика синтезу оптимальних неперервних кодів за критерієм максимуму наближення до границі Шеннона.

В розділі 4 досліджуються властивості каскадних кодів та виконується їх порівняння з наддовгими блоковими кодами LDPC, визначаються границі використання завадостійких кодів в залежності від енергетичних характеристик каналу.

В розділі 5 досліджується ефективність сигнально-кодових конструкцій у каналі з заданими параметрами та розроблена методика формування оптимальної сигнально-кової конструкцій за критерієм максимального наближення продуктивності каналу зв'язку до його пропускної здатності.

Особистий вклад здобувача. Робота виконана на кафедрі телекомунікаційних систем ІТС КПІ ім. Ігоря Сікорського. Основні результати, отриманні в роботі, опубліковані в спеціалізованих виданнях. Автором опублікований та запропонований спосіб визначення необхідної виправної здатності завадостійких кодів при заданих вимогах до достовірності і заданій довжині кодового блоку, методика оцінки ефективності завадостійких кодів за критерієм максимального наближення до границі Шеннона, методика синтезу завадостійких кодів за критерієм максимального наближення до границі Шеннона, методика порівняння завадостійких властивостей блокових, неперервних та каскадних кодів за критерієм еквівалентної виправної здатності, визначені енергетичні границі використання різних видів завадостійких кодів, розроблено методику синтезу сигнально-кодових конструкцій за критерієм максимального наближення продуктивності каналу зв'язку до його пропускної здатності.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації пройшли апробацію в 9-ти конференціях, в тому числі матеріали 2-х конференцій індексовані в системі Scopus: «International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo)», м. Київ, Україна; «The scientific heritage», Будапешт, Угорщина; «Львівська політехніка», Львів, Україна;

Результати досліджень опубліковані в професійних виданнях: «Telecommunication Sciences», Україна; «Information and Telecommunication Sciences», Україна;

По результатам досліджень отриманий патент на корисну модель.

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 15 наукових робіт, в тому числі 5 статей в наукових професійних виданнях [32, 37, 45, 105, 106], з них 2 статті у виданні іноземної держави, яке включено до складу міжнародних наукометричних баз [37, 105], 1 патент на корисну модель [42], 9 тез доповідей у збірниках матеріалів міжнародних конференцій [23, 24, 30, 38, 39, 43, 44, 108, 109].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ СИНТЕЗУ СИГНАЛЬНО-КОДОВИХ КОНСТРУКЦІЙ, ЗАБЕЗПЕЧУЮЧИХ МАКСИМАЛЬНЕ НАБЛИЖЕННЯ ДО ГРАНИЦІ ШЕННОНА

1.1 Принципи формування сигнально-кодкових конструкцій, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах

Для аналізу принципів формування сигнально-кодкових конструкцій, розглянемо типову схему каналу зв'язку з завадами [11, 25, 47]

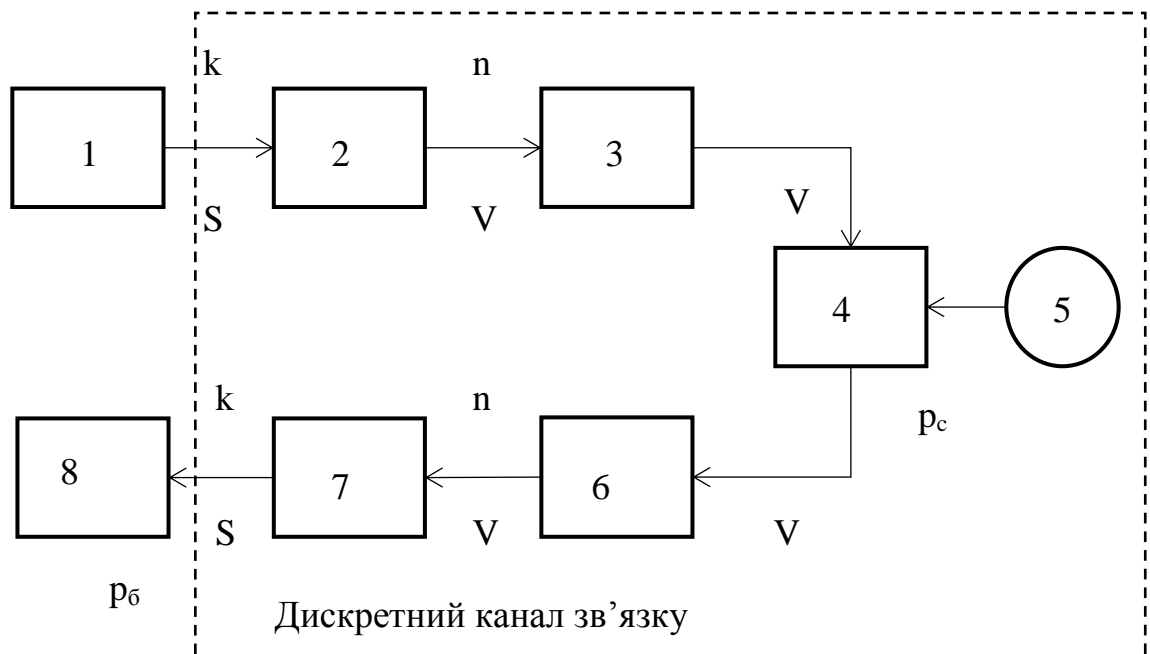


Рис. 1.1. Модель дискретного каналу зв'язку з завадами: 1 – джерело повідомлень, 2 – кодер, 3 – модулятор, 4 – канал зв'язку, 5 – джерело завад, 6 – демодулятор, 7 – декодер, 8 – отримувач повідомлень

Процес передачі інформації здійснюється наступним чином: від джерела інформації 1 надходять дискретні повідомлення на кодер 2. Після чого виконується кодування вихідної послідовності надлишковим кодом та передача результуючої послідовності на модулятор 3. У модуляторі здійснюється змінення одного або декількох параметрів високочастотного несучого коливання за законом інформаційної кодованої послідовності. Результуючий неперервний сигнал передається у канал зв'язку 4 із завадами 5. На приймальній стороні відбуваються зворотні процеси. На демодуляторі 6

виконується виділення інформаційного повідомлення з модульованого високочастотного коливання. Декодер 7 приймає спотворене завадами повідомлення та завдяки наявності надлишкових символів може виправити та/або визначити кінцеву кількість помилок. Далі повідомлення передається одержувачу 8.

Базовим інструментом задоволення вимог до передачі інформації при обмеженому ресурсі каналу зв'язку є застосування інформаційно ємних сигналів – сигналів багатопозиційної модуляції. Застосування багатопозиційної модуляції вирішує задачу передачі інформації з максимальною швидкістю.

В той же час збільшення порядку модуляції сприяє більшій вразливості сигналів до завад. Для вирішення задачі боротьби з завадами використовується завадостійке кодування, яке в свою чергу призводить до використання ресурсу каналу як для передачі повідомлень джерела, так і для передачі надлишкових повідомлень, що зменшує фактичну швидкість передачі повідомлень джерела.

Таким чином, основним принципом формування сигнально-кодових конструкцій, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах, є подолання суперечливих вимог забезпечення максимальної швидкості передачі інформації при обмеженому ресурсі шляхом застосування багатопозиційної модуляції та забезпечення необхідної достовірності шляхом застосування завадостійкого кодування. Нижче будуть розглянуті основні види модуляції та завадостійкого кодування, які застосовуються в сучасних телекомунікаційних системах.

1.1.1 Класифікація сигнальних конструкцій, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах

Розглянемо види модуляції, які застосовуються в сучасних телекомунікаційних системах на прикладі розповсюджених стандартів зв'язку, наведених у таблиці 1.1 [64, 65].

Таблиця 1.1 Види модуляції, які застосовуються в сучасних стандартах зв'язку

Стандарт	Рік затвердження	Максимальна швидкість передачі даних	Види модуляції
802.11b	1999	11 Мбіт/с	BPSK, QPSK
802.11ac	2013	6,77 Гбіт/с	BPSK, QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256
LTE Advanced	2013	1 Гбіт/с	QPSK, QAM-16, QAM-64
DVB-T	1997	31,6 Мбіт/с	QPSK, QAM-16, QAM-64
DVB-T2	2009	50 Мбіт/с	QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256

Опишемо властивості видів модуляції, наведених у таблиці 1.1.

BPSK – найбільш завадозахищений вид фазової модуляції, один символ якого містить один біт інформації. Принцип роботи схеми двійкової фазової маніпуляції полягає в зміщенні фази нечучого колювання на одне з вдох значень – нуль або 180° . Сигнальний простір QPSK зображений на рис. 1.2.

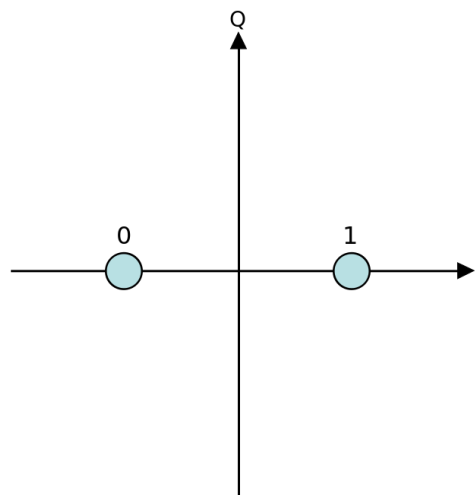


Рис. 1.2. Зображення сигнального простору BPSK

QPSK – квадратурна фазова маніпуляція, є більш ефективним видом маніпуляції порівнюючи з BPSK, оскільки кожен сигнал, що передається, містить два біти інформації. Для цього використовуються чотири значення фази несучого коливання. Сигнальний простір QPSK зображений на рис. 1.3.

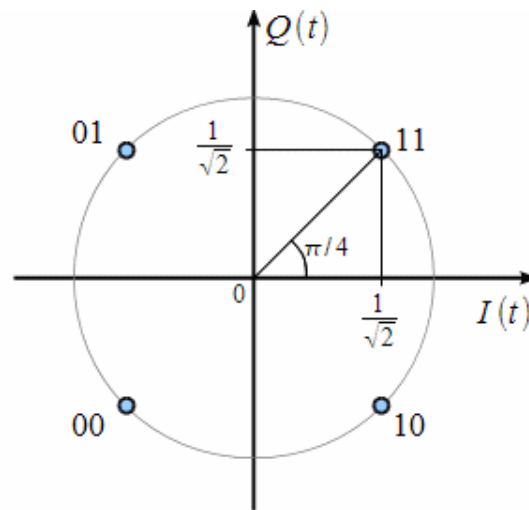


Рис. 1.3. Зображення сигнального простору QPSK

QAM-16, QAM-64, QAM-256 – види багатопозиційної модуляції, при яких змінюються значення амплітуди та початкової фази кожного каналного символу. Отже, кожен сигнал QAM-16 містить 4 біти інформації, кожен сигнал QAM-64 містить 6 бітів інформації, кожен сигнал QAM-256 містить 8 біт інформації. Зобразимо сигнальні простори QAM-16 і QAM-64.

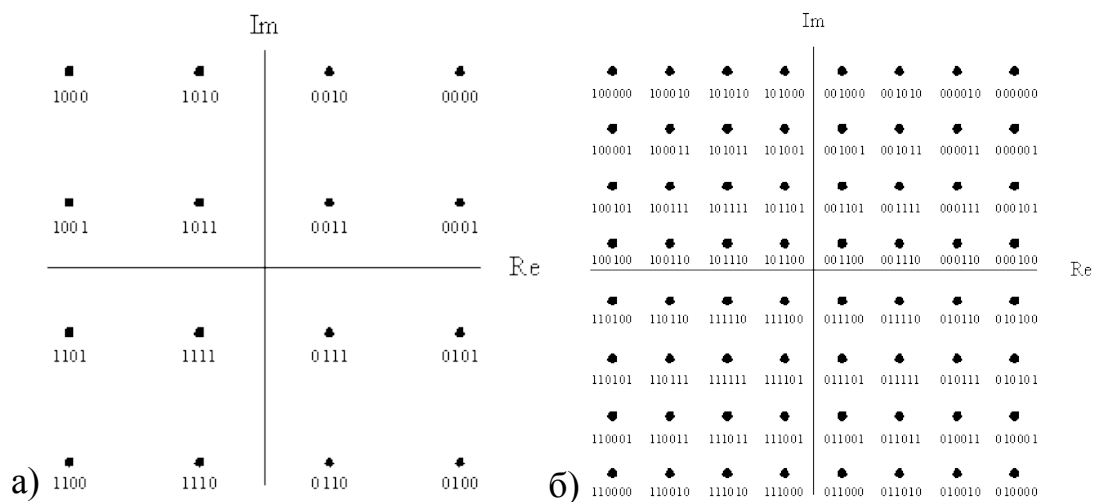


Рис. 1.4. Сигнальні простори багатопозиційних видів модуляції: а) – QAM-16; б) – QAM-64

Збільшення позиційності сигналів призводить до збільшення кількості інформації, яка передається кожним сигналом. В той же час, на рис. 1.4 видно, що відстань між двома сусідніми сигналами сузиря $QAM-M < QAM-N$ зменшується при зростанні порядку модуляції $M > N$, що робить сигнали з високою позиційністю вразливим до завад [46, 62]. Отже, платою за більш високу інформаційну ємність символу багатопозиційного сигналу є зниження його завадостійкості. Проілюструємо це твердження залежністю каналної ймовірності помилки від енергетики h^2 для сигналів QPSK, QAM-16, QAM-64.

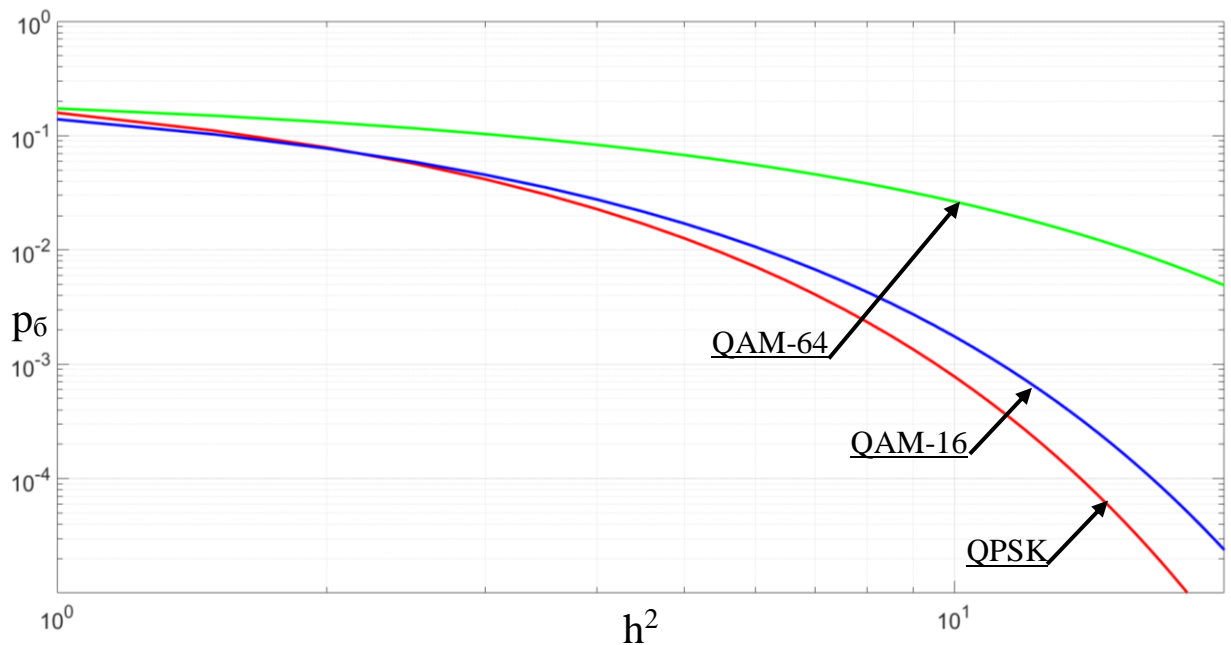


Рис. 1.5. Графіки ймовірності виникнення помилки p_b від відношення сигнал/шум h^2

З рис. 1.5 видно, що сигнали QPSK є значно більш завадозахищеними, ніж сигнали QAM-16 та QAM-64 [66].

1.1.2 Класифікація завадостійких кодів та способів кодування інформації, які використовуються в сучасних телекомунікаційних системах

Теорія завадостійкого кодування базується на результатах досліджень, проведених Шенноном і сформульованих ним у вигляді основної теореми для дискретного каналу з шумом [11, 29].

Кодування повинно здійснюватися таким чином, щоб сигнал, відповідний прийнятій послідовності символів, після впливу на нього передбачуваної в каналі перешкоди залишався ближче до сигналу, відповідного конкретній переданій послідовності символів, ніж до сигналів, відповідним іншим можливим послідовностям (ступінь близькості зазвичай визначається по числу розрядів, в яких послідовності відрізняються одна від одної) [6, 7].

Це досягається ціною введення при кодуванні надмірності, яка дозволяє так вибрати послідовності символів, щоб вони задовольняли додатковим умовам, перевірка яких на приймальній стороні дає можливість виявити і виправити помилки.

Коди, що володіють такою властивістю, отримали назву завадостійких кодів. Вони використовуються як для виправлення помилок (корегувальні коди), так і для їх виявлення. Так текстове повідомлення, прийняте з помилками, відновлюється вірно за рахунок надмірності, яка міститься в ньому.

Наведемо схему класифікації завадостійких кодів на рис. 1.6.

Завадостійкі коди діляться на блокові і неперервні [8]. До блокових кодів відносяться коди, в яких кожному повідомленню відповідає блок з n символів (розрядів) або блоки з різним числом символів. У зв'язку з цим блокові коди поділяються на рівномірні і нерівномірні. Широке практичне застосування знайшли рівномірні коди. До нерівномірних кодів відноситься, наприклад, код Морзе. Рівномірні блокові коди поділяються на роздільні і нероздільні. У роздільних кодах елементи інформаційної та перевіркової частин кодової комбінації завжди стоять на визначених місцях. У нероздільних кодах поділ на інформаційні та перевірочні розряди відсутній.

Роздільні коди в свою чергу діляться на систематичні (лінійні) і несистематичні (нелінійні). Код називається лінійним, якщо будь-яка дозволена кодова комбінація може бути отримана в результаті лінійної операції над набором k ненульових лінійно-незалежних кодових комбінацій. У

систематичних кодах перевірочні елементи формуються лінійним перетворенням інформаційних. Ці коди в системах передачі інформації отримали найбільше застосування.

Нелінійні коди зазначеною вище властивістю не володіють і застосовуються значно рідше. Прикладом несистематичного коду є код з контрольною сумою. У цьому коді перевірочні розряди записуються у вигляді суми одиниць кодової комбінації.

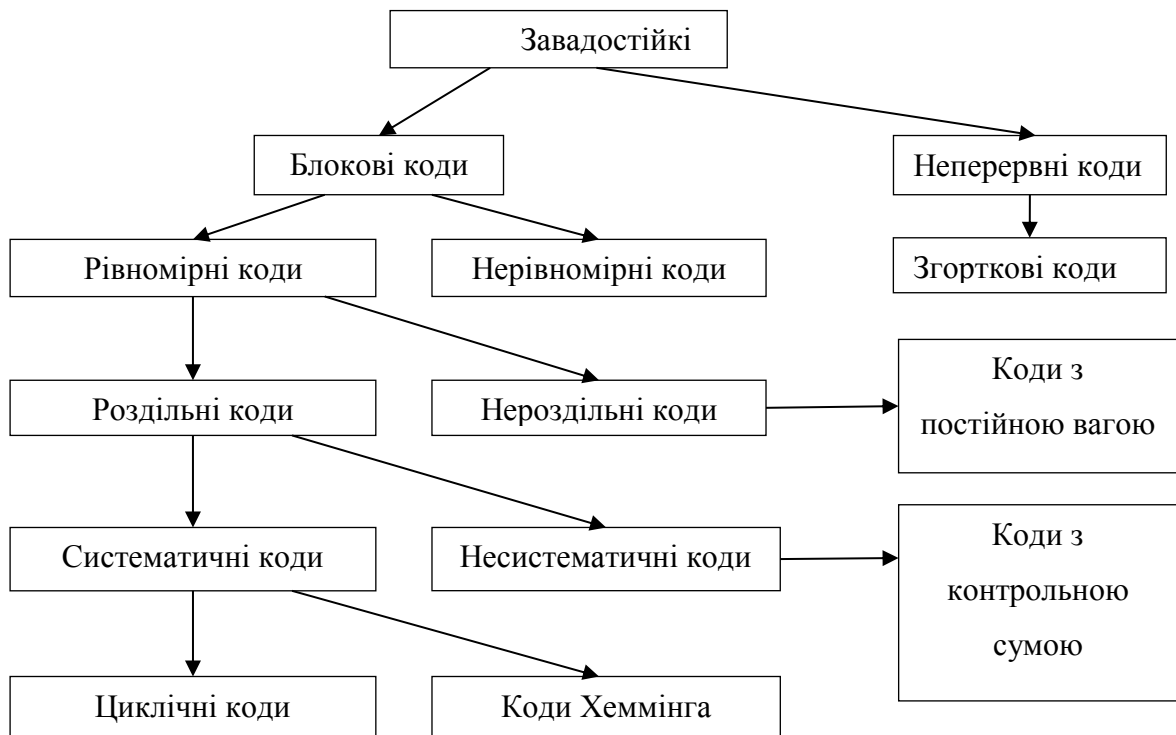


Рис. 1.6. Класифікація корегувальних кодів

Розрізняють два методи формування перевірочної групи: поелементний і в цілому; останній характерний для широко поширених поліноміальних кодів (та їх різновидів - циклічних). Серед систематичних кодів велике застосування знайшли коди Хеммінга. Ці коди, що забезпечують $d = 3$ і $d = 4$, дозволяють виправити одну помилку. Правило знаходження перевірочних розрядів є основним завданням коригувальних кодів. Це правило визначено у вигляді деякого лінійного оператора R .

Завадостійкі коди можуть мати основу (значність) і більше 2. Однак у зв'язку зі складністю побудови кодера і декодера вони, на практиці, застосовуються значно рідше двійкових.

Неперервні коди, до яких відносяться згорткові, являють собою безперервні послідовності одиничних елементів, не розділені на блоки. У таких кодах надлишкові розряди поміщаються в певному порядку між інформаційними розрядами.

Внесення надмірності при використанні коригувальних (завадостійких) кодів обов'язково пов'язане із збільшенням n - числа розрядів (довжини) кодових комбінацій. Таким чином, всі безліч $M_0 = 2^n$ комбінацій можна розбити на дві підмножини: підмножину дозволених комбінацій, яка володіє певними ознаками, і підмножину заборонених комбінацій, цими ознаками не володіє. Завадостійкий код характеризується тим, що в канал передаються не всі кодові комбінації M_0 , які можна сформувати з наявного числа розрядів n - M_0 , а тільки їх частину M , яка становить підмножину дозволених комбінацій: $M < M_0$ [19, 20].

Якщо в результаті спотворень передана кодова комбінація переходить в підмножину заборонених кодових комбінацій, то помилка буде виявлена. Однак, якщо сукупність помилок в даній кодової комбінації перетворює її в якусь іншу дозволена комбінацію, то в цьому випадку помилки не можуть бути виявлені.

Оскільки будь-яка з M дозволених комбінацій може перетворитися на будь-яку з M_0 можливих, то загальне число таких випадків дорівнює $M \cdot M_0$. Очевидно, що число випадків, в яких помилки виявляються, дорівнює $M(M_0 - M)$, де $(M_0 - M)$ - число, заборонених кодових комбінацій. Тоді частка виявлених помилкових комбінацій складе:
$$\frac{M(M_0 - M)}{MM} = 1 - \frac{M}{M_0}.$$

Для того щоб можна було виявляти і виправляти помилки, дозволена комбінація повинна якомога більше відрізнятися від забороненої. Якщо помилки діють незалежним чином (як випадкові незалежні події), то

ймовірність перетворення однієї кодової комбінації в іншу буде тим менше, чим більшим числом розрядів вони розрізняються. Якщо інтерпретувати кодові комбінації як точки в просторі, то відмінність виражається у близькості цих точок, тобто у відстані між ними.

Розглянемо види завадостійкого кодування, які застосовуються в сучасних телекомунікаційних системах [46, 50, 58].

Таблиця 1.2 Види завадостійкого кодування, які застосовуються в сучасних стандартах зв'язку

Стандарт	Рік затвердження	Максимальна швидкість	Види кодування
802.11b	1999	11 Мбіт/с	Згорткове кодування
802.11ac	2013	6,77 Гбіт/с	Згорткове кодування, LDPC
LTE Advanced	2013	1 Гбіт/с	турбокоди
DVB-T	1997	31,6 Мбіт/с	Каскадне кодування (РС-код та згортковий код)
DVB-T2	2009	50 Мбіт/с	Каскадне кодування (LDPC та БЧХ)

В сучасних телекомунікаційних системах широкого застосування набули каскадні коди, або турбокоди. Суть каскадного кодування полягає у почерговому кодуванні інформаційної послідовності декількома завадостійкими кодами. У найпростішій схемі кодера спочатку інформаційну послідовність кодують зовнішнім кодом (наприклад, блоковий недвійковий код), а потім внутрішнім кодом, це може бути блоковий, або згортковий код. Між зовнішнім та внутрішнім кодерами знаходиться інтерлівер, пристрій, основні задача якого є погодження кодерів та перемішування символів для розбиття пакетів помилок.

Важливою перевагою каскадних кодів є те, що декодування може бути засноване на декодуванні окремих компонентних кодів. Це суттєво знижує складність декодування у порівнянні з декодуванням повного коду [21].

1.2 Формування принципів дослідження методів синтезу сигнально-кодових конструкцій, забезпечуючих максимальне наближення до границі Шеннона

Для аналізу та синтезу телекомунікаційних систем необхідно сформулювати принципи оцінки інформаційних ресурсів телекомунікаційних каналів. Для цього використаємо теорію інформації, автором якої є К.Е. Шеннон. Причиною того, що на сьогоднішній день теорія інформації не використовується в процесі аналізу та синтезу телекомунікаційних систем, є відсутність в ній чіткого визначення каналу зв'язку, а також не враховані численні перетворення електричного сигналу, який передається каналом. Головною задачею теорії інформації є максимізація середньої швидкості передачі інформації, або пропускної здатності каналу зв'язку.

Паралельно з цим існує інший напрям оцінки якісних характеристик каналу зв'язку на базі робіт Котельникова – теорія завадостійкості. Головною задачею теорії завадостійкості є пошук способів кодування та декодування інформації, при яких буда б найвища достовірність передачі повідомлень.

Задачі теорії інформації та теорії завадостійкості описують один і той самий процес передачі повідомлень по каналу зв'язку з різних сторін. Більш того, критерії максимальної пропускної здатності та максимальної достовірності суперечать один одному.

Розглянемо вираз для знаходження пропускної здатності дискретного каналу зв'язку із завадами :

$$C = V_c \left[\log M + p \cdot \log \frac{p}{M-1} + (1-p) \cdot \log(1-p) \right] = V_c \cdot E, \quad (1.1)$$

де $V_c = \frac{1}{T}$ – швидкість передачі символів джерела тривалістю T , M – розрядність багатопозиційного сигналу, p – ймовірність помилки у каналі

зв'язку; E – співпадає з показником взаємної ентропії одного символу джерела, тобто з кількістю інформації, що збереглася у повідомленні на виході каналу зв'язку при взаємодії з завадами. Ймовірність помилки p є спадною функцією зі зростанням енергетичних характеристик лінії зв'язку:

$$h^2 = \frac{E_s}{N_0} = \frac{P_s}{V_C \cdot N_0} \quad (1.2)$$

Таким чином, тенденції до збільшення швидкості передачі інформації V_C одночасно призводять до зменшення завадостікості, а отже зменшення E . З чого випливає існування екстремумів пропускної здатності C , які залежать від енергетики, позиційності модуляції m , способу обробки сигналу.

Наведений вираз характеризує граничні інформаційні властивості та фактичну достовірність каналу зв'язку. Для того, щоб продуктивність джерела повідомлень дорівнювала пропускній здатності каналу зв'язку достатньо передавати m -позиційні сигнали зі швидкістю V_C . Однак при цьому, достовірність повідомлень буде визначатися каналною ймовірністю помилки. За умови високої енергетики h^2 каналу цього може бути достатньо для забезпечення необхідної якості зв'язку. Але як правило, енергетика є обмеженою величиною, особливо при передачі повідомлень по бездротовим системам зі спільним середовищем розповсюдження сигналів. При обмеженій енергетиці канална достовірність є недостатньою величиною.

Для покращення достовірності використовується завадостійке кодування. Згідно теореми Шеннона для дискретного каналу з завадами, якщо продуктивність $H(A)$ менша пропускної здатності C в одиницю часу дискретного каналу з завадами, то при будь-якому $\delta > 0$ існує спосіб кодування та декодування джерела та каналу, при якому повідомлення передаються одержувачу з ймовірністю помилки, яка менша за δ , та в середньому без зростаючих затримок у часі. Якщо $H(A) > C$, то такого способу кодування не існує.

Для того, щоб передавати повідомлення зі швидкістю, що наближається до границі Шеннона, необхідне виконання наступних умов:

- узгодження швидкості передачі символів джерела з максимально можливою швидкістю передачі символів у каналі, тобто узгодження ширини спектру сигналів, що передаються від джерела з шириною спектра, що відведена для передачі в каналі;
- кодова швидкість завадостійкого коду має наближатись, або бути рівною максимальній кодовій швидкості, але не перевищувати її. Максимальну кодову швидкість можна отримати з наступного виразу:

$$R_{max} = \frac{C'}{V} = \log M + p \cdot \log \frac{p}{M-1} + (1-p) \cdot \log(1-p) \quad (1.3)$$

Для оцінки продуктивності джерела повідомлень можна скористатись співвідношенням:

$$R = V_S \cdot [1 + P \cdot \log P + (1-P) \cdot \log(1-P)], \quad (1.4)$$

де P – ймовірність помилки в біті на виході декодера завадостійкого коду. Швидкість передачі бітів джерела може бути задана наступним співвідношенням:

$$V_S = V_C \cdot r_c \cdot m; m = \log M, \quad (1.5)$$

де r_c – кодова швидкість - відношення кількості інформаційних бітів до загальної кількості бітів у повідомленні, V_C – швидкість передачі символів у каналі зв'язку, m – кількість бітів у символі.

Для отримання необхідної достовірності P повідомлення джерела доповнюється надлишковими символами. Це призводить до зменшення ентропії джерела повідомлень у $\frac{1}{r_c}$ раз. Оскільки кодова швидкість r_c зменшується значно швидше, ніж збільшується множник у дужках (1.4) порівняно з відповідним множником (1.1), продуктивність джерела завжди буде нижча від пропускну здатності каналу. Метою даної роботи є формування таких сигнально-кодівих конструкцій, які дозволяють максимально наблизити продуктивність джерела R до пропускну здатності C каналу зв'язку та при цьому забезпечують задану достовірність P .

1.3 Принципи оцінки інформаційної ефективності сигнально-кодових конструкцій

Для оцінки інформаційної ефективності може бути використаний показник, запропонований Зюко А.Г. [11]:

$$\eta = \frac{R}{C_H}, \quad (1.6)$$

де R - продуктивність дискретного каналу зв'язку, яка знаходиться за виразом (1.4), а C_H – пропускна здатність неперервного каналу зв'язку, яка знаходиться за наступним виразом [96]:

$$C_H = \Delta F \cdot \log_2(1 + h^2), \quad (1.7)$$

де ΔF – полоса займаємих частот, h^2 – енергетичний параметр каналу зв'язку у точці прийому, який визначається за (1.2).

Оскільки $V_C = \Delta F$, то вираз 1.5 можливо представити наступним чином:

$$\eta = \frac{r_c \cdot m \cdot [1 + P \cdot \log P + (1 - P) \cdot \log(1 - P)]}{\log_2(1 + h^2)}, \quad (1.8)$$

В якості альтернативного показника можна використовувати показник, що дорівнює відношенню продуктивності дискретного каналу зв'язку до його пропускної здатності:

$$\eta = \frac{R}{C}, \quad (1.9)$$

Підставивши вирази (1.1) та (1.4) отримаємо:

$$\eta = \frac{r_c \cdot m \cdot [1 + P \cdot \log P + (1 - P) \cdot \log(1 - P)]}{[\log M + p \cdot \log \frac{p}{M-1} + (1 - p) \cdot \log(1 - p)]}, \quad (1.10)$$

де P – ймовірність помилки на виході декодера, p – канална ймовірність помилки, r_c – кодова швидкість.

Вираз (1.10) відображає відношення кількості інформації у одному символі після кодування до кількості інформації в одному символі до кодування.

Таким чином, виходячи з виразів (1.8) та (1.10), задача зводиться до максимізації інформаційної ефективності $\eta \rightarrow \eta_{max}$, при забезпеченні необхідної достовірності $P = P_{вимог}$.

Значний вклад у результуючу інформаційну ефективність вносить множник $r_c \cdot m$. З однієї сторони, застосування модуляції з більшою позиційністю дозволяє передавати у m разів більше інформації у тій же полосі частот ΔF . З іншої сторони це призводить до зменшення достовірності та необхідності застосування більш потужного завадостійкого коду, відповідно, до зменшення r_c .

Множник $r_c \cdot m < 1$ кількісно характеризує ступінь впливу на значення інформаційної ефективності η факторів вибору виду модуляції та завадостійкого коду при переході від вихідної достовірності p до необхідної P .

1.4 Постановка завдання дослідження методів формування сигнально-кодових конструкцій, забезпечуючих максимальне наближення до границі Шеннона

Вихідними даними задачі формування сигнально-кодових конструкцій, які забезпечують максимальне наближення продуктивності джерела повідомлень до пропускної здатності є наступні параметри:

1. h^2 – енергетичний параметр каналу зв'язку в точці прийому, який залежить від потужності сигналу в точці прийому P_s , спектральної густини завади N та швидкості передачі символів джерела повідомлень V_c згідно виразу (1.2)
2. ΔF – полоса займаємих частот
3. P - необхідна достовірність передачі даних, яка визначається ймовірністю помилки на виході декодера та в залежності від виду системи передачі даних може становити від 10^{-6} до 10^{-12}

Вимогою до СКК є забезпечення заданої достовірності P .

Критерієм оптимальності СКК є досягнення максимуму інформаційної ефективності, яка визначається за виразами (1.6)-(1.8). Оскільки при необхідній достовірності $P = 10^{-6} \dots 10^{-12}$ вираз у дужках чисельника (1.8) з

високою точністю можна прирівняти до 1, перепишемо вираз інформаційної ефективності у наступному вигляді:

$$\eta \cong \frac{r_c \cdot m}{\log_2(1+h^2)} \quad (1.11)$$

З виразу (1.11) видно, що оскільки h^2 є вихідним параметром і не може бути зміненим, то інструментарієм покращення інформаційної ефективності є, з одного боку, теорія завадостійкого кодування, яка дозволяє задовільнити вимогу до достовірності та при цьому мінімізувати кількість надлишкових символів у кодованому повідомленні, а з іншого боку, теорія потенційної завадостійкості, яка дозволяє збільшувати інформаційну ємність одного символу.

Постановка завдання дослідження та формування критерію інформаційної ефективності може бути проілюстрована рисунком 1.7.

В якості інструментів потенційної завадостійкості будуть використовуватися такі види модуляції, як ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64. Для завадостійкого кодування будуть розглядатися блокові коди БЧХ, Ріда-Соломона, LDPC [4], неперервні коди з алгоритмом декодування Вітербі та каскадні коди [15, 21, 25].

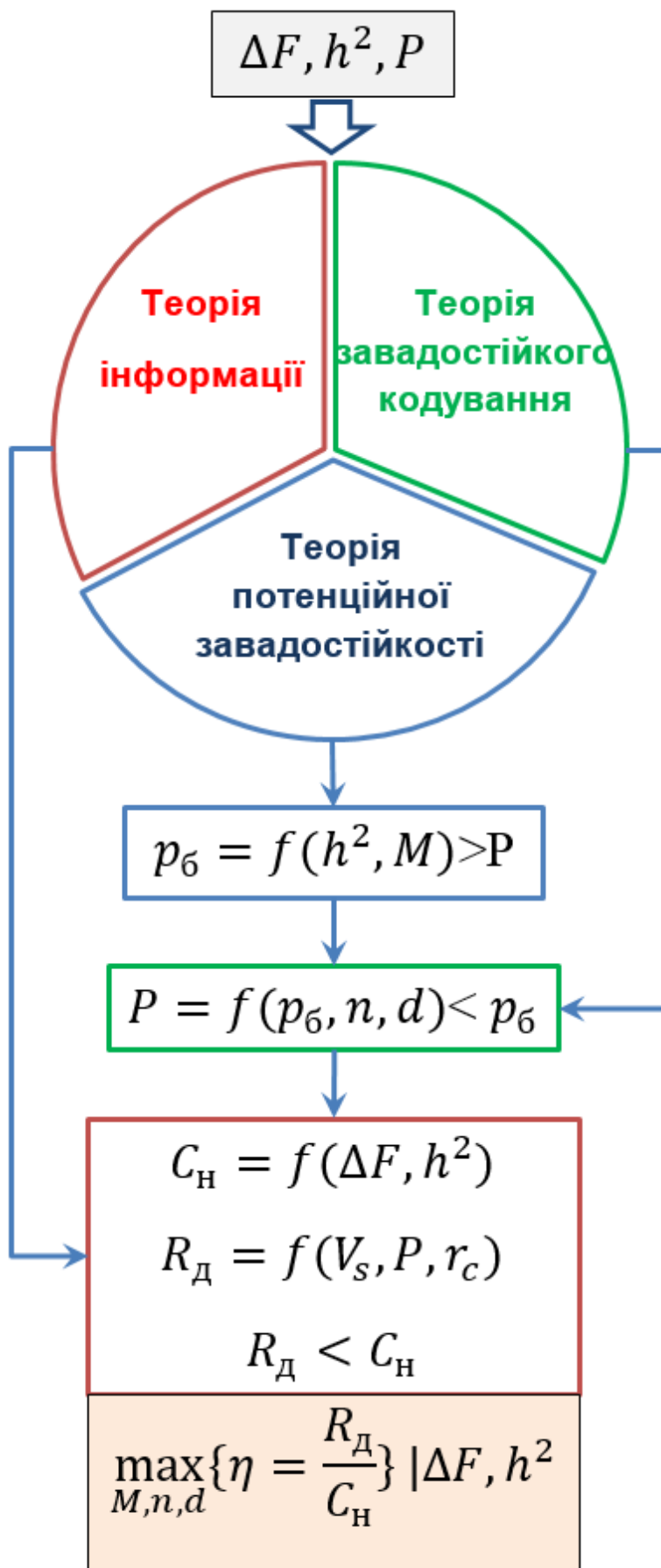


Рис. 1.7. Постановка завдання та формування критерію оптимальності СКК

Висновки до розділу 1

Важливою характеристикою розвитку людства у 21 сторіччі є прагнення побудови інформаційного суспільства. Концепція інформаційного суспільства сприяє постійному зростанню об'ємів інформації, що в свою чергу призводить до необхідності її зберігання, передачі та обробки. Функції передачі інформації виконують телекомунікаційні системи, які мають передавати інформацію більших об'ємів з вищою швидкістю та заданою якістю.

Ефективність сучасних телекомунікаційних систем в значній мірі залежить від обраних сигнально-кодових конструкцій, які суттєво визначають якість зв'язку та швидкість передачі даних.

1. На фоні тенденцій зростання обчислювальних продуктивностей приймально-передавальних пристроїв відбувається зміна критеріїв вибору СКК [40, 41]. Якщо раніше вибір визначався за критерієм простоти реалізації, то зараз, за умов забезпечення необхідної завадостійкості, найважливішим стає критерій інформаційної ефективності. На прикладі порівняння стандартів DVB-T та DVB-T2 можна бачити, що в області кодування відбувся перехід від каскадного коду, що складався з Ріда-Соломона та неперервного коду, до більш складного для формування каскадного коду, що складається з кодів БЧХ та LDPC. В області сигналів у стандарті DVB-T2 з'явився додатковий вид багатопозиційної модуляції QAM-256.

2. Для оцінки інформаційної ефективності СКК одночасно використовуються критерії двох теорій: теорії завадостійкого кодування та теорії інформації. Найбільш ефективною вважається така СКК, яка дозволяє передавати інформацію джерела з найбільшою швидкістю джерела та при цьому забезпечує необхідну достовірність передачі повідомлень у каналі з заданими параметрами. Таким чином, критерієм ефективності СКК є інформаційна ефективність, що може бути виражена мірою наближення до границі Шеннона. Необхідна достовірність є обмеженням, що вимірюється ймовірністю помилки на виході декодера. Ймовірність помилки на вході

декодера характеризує завадостійкість каналу зв'язку і залежить від полоси частот, енергетики сигналу, потужності завад, та виду модуляції.

3. Забезпечення необхідної достовірності досягається шляхом використання завадостійких кодів. В подальшому дослідженні мають розглядатися найбільш ефективні коди за обраними критеріями, такі як LDPC та БЧХ, а також такі розповсюджені коди, як коди Ріда-Соломона та згорткові коди. В якості сигнальних конструкцій розглядаються багатопозиційні види модуляції QAM.

4. Задачами наступного розділу є визначення вимог до завадостійких кодів та розробка методик аналізу та формування блокових кодів, які задовільняють заданим вимогам за критеріями завадостійкості та міри наближення до границі Шеннона.

В даній роботі в рамках однієї моделі розглядаються канал зв'язку, який характеризується полосою частот, рівнем шуму та енергетикою сигналу, вид сигнальної конструкції, яка визначає інформаційну місткість повідомлень та їх завадостійкість та кодова конструкція, яка дозволяє забезпечити необхідну достовірність ціною зменшення кількості інформації у повідомленні. Метою роботи є оцінка ефективності сигнально-кодових конструкцій в каналі з заданими параметрами та формування найкращої сигнально-кової конструкції, яка дозволяє досягати максимуму інформаційної ефективності в каналі з заданими параметрами при забезпеченні необхідної достовірності.

2. СИНТЕЗ БЛОКОВИХ КОДІВ, ОПТИМАЛЬНИХ ЗА КРИТЕРІЄМ МАКСИМАЛЬНОГО НАБЛИЖЕННЯ ДО ГРАНИЦІ ШЕННОНА

2.1 Аналіз параметрів блокових кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона

2.1.1 Аналіз корегувальних властивостей бінарних блокових кодів

Блокові коди характеризуються наступними параметрами:

- довжина кодового блоку n ;
- кількість інформаційних символів k ;
- кількість надлишкових символів $r = n - k$;
- виправна здатність коду t – кількість помилок, що може виправити код у блоці з n символів;
- $d \geq 2t + 1$ – кодова відстань;
- $r_c = \frac{k}{n}$ – кодова швидкість.

Основним параметром, що характеризує корегувальні можливості блокових кодів є кодова відстань d . Вона дорівнює мінімальній кодовій відстані по Хемінгу серед усіх пар дозволених комбінацій. Одним з найважливіших питань в теорії кодування є визначення надлишковості коду, яка гарантує необхідну достовірність передачі інформації по каналу зв'язку. Для відповіді на це питання необхідно проаналізувати границі завадостійкого кодування Плоткіна та Варшамова-Гільберта (ВГ), які визначають взаємозв'язок між кодовою відстанню d , кількістю інформаційних k та надлишкових символів r у кодовому блоці довжиною n .

Сформулюємо границю Варшамова-Гільберта. Нехай існує (n, k) – код з мінімальною відстанню d , тоді такий код задовольняє наступну нерівність [15, 21]:

$$n - k \leq \log_2 \sum_{i=0}^{d-2} C_{n-1}^i \quad (2.1)$$

Цей вираз показує, що при фіксованих значеннях k і t має існувати код, що гарантовано виправляє $t = \frac{d-1}{2}$ помилок, та кількість надлишкових

символів якого не перевищує певного значення, що обчислюється згідно з правою частиною виразу.

Також існують коди, що не задовольняють границі ВГ але вони гірші за коди, що задовольняють цій границі, тому що мають меншу кодову швидкість.

Сформулюємо границю Плоткіна. Якщо довжина кодового блоку $n \geq 2d - 1$, то кількість перевірочних символів $r = n - k$, необхідних для того, щоб мінімальна відстань лінійного коду досягала значення d , дорівнює щонайменш $2d - 2 - \log_2 d$. Як наслідок [15, 21]:

$$r_c \leq 1 - \frac{2d-2-\log_2 d}{n} \quad (2.2)$$

Границя Плоткіна вказує на найменшу кодову надлишковість, що необхідна для гарантованої виправної здатності коду. Тобто, якщо задоволення умов границі ВГ є достатньою умовою існування коду з певною виправною здатністю, то задоволення умов границі Плоткіна є необхідною умовою виправної здатності коду, але не є достатньою умовою його існування. Побудуємо на рис. 2.1 вказані вище границі у відносних координатах $(d/2n ; k/n)$, де вісь $X = d/2n$ характеризує виправляючу здатність коду, а $Y = r_c = k/n$ - це кодова швидкість, яка дорівнює частці інформаційних символів у кодовому блоці.

Таким чином, якщо відома кількість помилок t яку необхідно виправити у кодовому блоці довжиною n , користуючись границями Плоткіна та ВГ, можливо визначити межі надлишковості (r_{\min}, r_{\max}) , де r_{\min} визначається границею ВГ, а r_{\max} - границею Плоткіна.

На рис. 2.1 разом із границями завадостійкості побудовані блокові коди БЧХ та LDPC. З рисунку видно, що коди БЧХ розташовані вздовж границі Плоткіна, а найбільш ефективні коди LDPC [34, 36, 100-103], знаходяться між границями ВГ та Плоткіна. Отже, найкращі з існуючих кодів мають знаходитися між зазначеними границями, якумога ближче до границі Плоткіна, кодів за межами (вище) границі Плоткіна не існує.

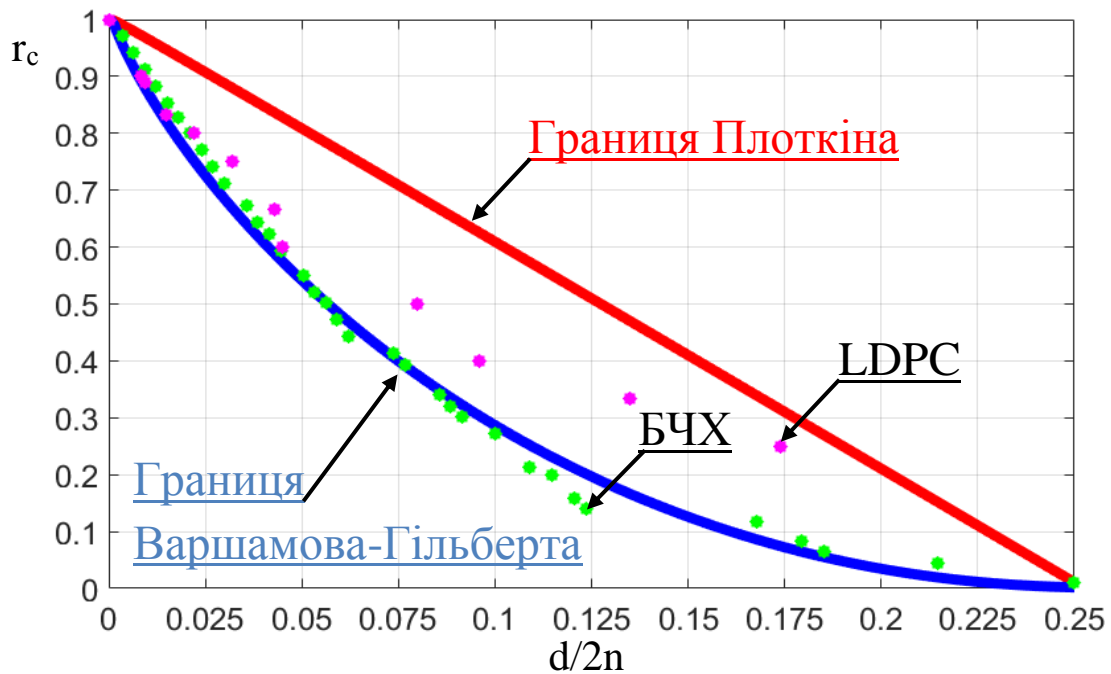


Рис. 2.1. Побудова границь завадостійкого кодування у відносних координатах $(d/2n ; k/n)$ для довжини кодового блоку $n=511$

2.1.2 Аналіз корегувальних властивостей багатопозиційних блокових кодів Ріда-Соломона

Коди Ріда-Соломона (РС) [21] відносяться до блокових завадостійких кодів. Не дивлячись на те, що вони були винайдені ще у 1960 році співробітниками лабораторії Лінкольна Масачусетського технологічного інституту, РС-коди і сьогодні широко використовуються при побудові запам'ятовуючих пристроїв та у сучасних телекомунікаційних системах, зокрема у стандарті 802.16d, 802.16e (WiMAX) [1], DVB-T, у оптоволоконних системах передачі даних (СПД), супутниковому та радіорелейному зв'язку, технології ADSL.

РС-коди є недвійковими блоковими лінійними циклічними кодами, які характеризуються наступними параметрами:

- символна довжина кодового блоку n_s ;
- кількість бітів у символі m ;
- розмір алфавіту $q = 2^m$;
- бітова довжина кодового блоку $n = m \cdot n_s$;

- кількість інформаційних символів k_s ;
- кількість інформаційних бітів $k = m \cdot k_s$;
- кількість надлишкових символів $r_s = n_s - k_s$;
- кількість надлишкових бітів $r = n - k = m \cdot r_s$;
- виправна здатність коду t_s – кількість символів, що може виправити код у блоці з n_s символів;
- виправна здатність коду t – кількість бітів, що може виправити код у блоці з n бітів;
- $d \geq 2t + 1$ – кодова відстань;
- $R = \frac{k}{n}$ – кодова швидкість.

Значення кодових символів береться з поля Галуа $GF(2^m)$. Коди Ріда-Соломона є оптимальними з точки зору співвідношення довжини кодового слова і коригуючої здатності – використовуючи $r_s = 2t$ перевірочних символів, вони можуть виправляти не менше ніж t помилок. РС-коди мають мінімальну кодову відстань (відстань Хеммінга) $n_s - k_s + 1$ і є кодами з максимально досяжною відстанню. Це впливає з наступних міркувань: $d = 2t + 1$ – конструктивна відстань коду, а мінімальна відстань d^* задовольняє нерівності

$$d^* \geq d = 2t + 1 = n_s - k_s + 1 \quad (2.3)$$

Але, так як для будь-якого лінійного коду справедлива границя Сінглтона:

$$d^* \leq n_s - k_s + 1 \quad (2.4)$$

Відповідно,

$$d^* = n - k + 1 \text{ і } d^* = d \quad (2.5)$$

Таким чином, при фіксованих значеннях n_s і k_s не існує коду, у якого мінімальна відстань буде більша, ніж у РС-кодів.

Але, співвідношення (2.3)-(2.5) справедливі для РС-кодів у символній площині. В той же час, в каналі зв'язку інформація передається у бітовому представленні. Для оцінки реальної завадостійкості РС-кодів необхідно перейти від символного представлення до бітового.

Для цього розглянемо найпростіший приклад РС-коду з наступними параметрами:

$$m = 2, n_s = 6, k_s = 2, t_s = 2, n = 12, k = 4.$$

Нехай джерелом надіслано наступне повідомлення, яке складається з 6 символів та 12 біт відповідно:

$$(11)(01)(01)(11)(00)(00),$$

де розбиття кодової послідовності по символам позначається круглими дужками. Оскільки наведений код може виправити два символи, зобразимо можливі варіанти знаходження спотворених біт у символних блоках. Спочатку розглянемо випадок, коли завада спотворила підряд розташовані біти:

1. (11)(01)(**10**)(**00**)(00)(00) – 2 спотворених символи
2. (11)(**00**)(**10**)(**01**)(00)(00) – 3 спотворених символи

Як бачимо, для першого випадку усі 4 помилкові біти потрапили у 2 символи. Таким чином, наведений РС-код зможе виправити спотворену послідовність. У другому випадку також 4 помилкові біти вже потрапили у 3 різних символи. Це значить, що наведений код не зможе справитися із даною ситуацією. Для того, щоб визначити кількість підряд розташованих біт, які може виправити РС-код можна скористатись виразом:

$$t = m \cdot (t_s - 1) \quad (2.6)$$

Проте в каналі з АБГШ необхідно розглядати випадок окремо розташованих спотворених бітів:

1. (11)(01)(**00**)(**10**)(**01**)(00)
2. (11)(**11**)(01)(**01**)(00)(00)

У першому випадку спотворені 3 біти і три символи, а отже для того щоб РС-код міг виправити 2 символи, допустима кількість спотворених біт має

відповідати допустимій кількості спотворених символів, як у другому випадку [23, 108]:

$$t = t_s \quad (2.7)$$

Обчислимо коригуючу та інформаційну ефективності РС-кодів із використанням виразу (2.7), реальних бітових показників довжини блоку та надлишковості РС-кодів, та порівняємо виправну здатність РС-кодів із виправною здатністю двійкових кодів, яка обчислюється на основі біноміального розподілу.

Для оцінки інформаційної ефективності РС-кодів відобразимо їх у площині границь завадостійких кодів Плоткіна та ВГ. Для побудови скористаємось бінарними границями, та бінарними характеристиками РС-кодів (n, k, t) . Довжина блоку розраховується за виразом:

$$n = m \cdot (2^m - 1) \quad (2.8)$$

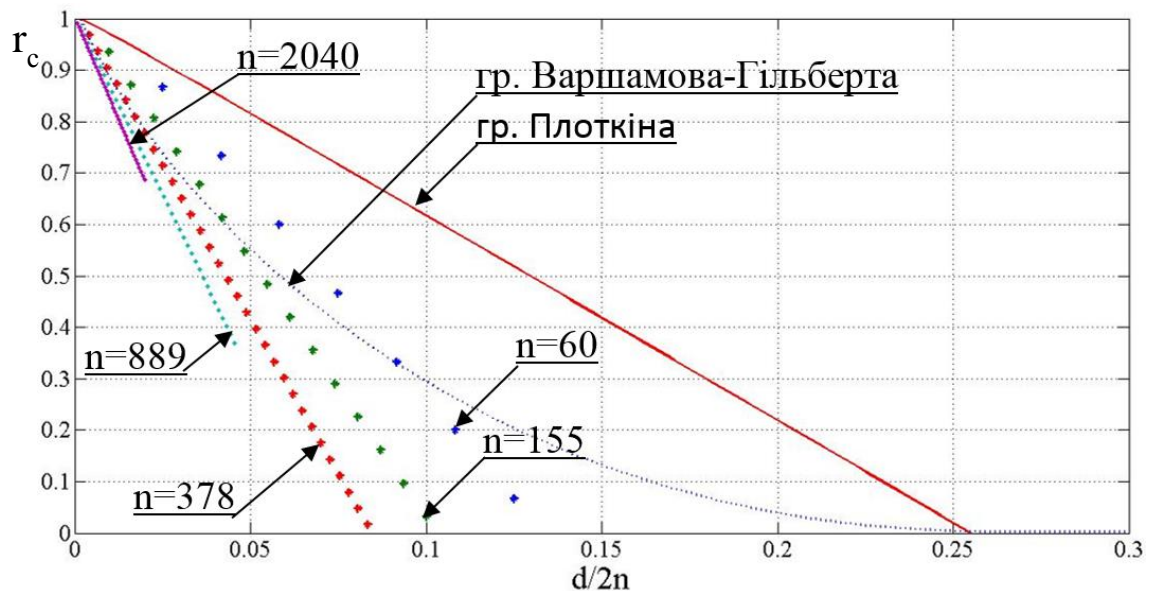


Рис. 2.2. Зображення бінарних границь завадостійкого кодування Плоткіна та ВГ для $n = 600$ із РС-кодами: $n \in \{60, 155, 378, 889, 2040\}$, $m \in \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $t \in [1, 2 \dots)$

З рис. 2.2 видно, що коди, довжина блоку яких близька до довжини блоку границь Плоткіна та ВГ, проходять вздовж нижньої границі ВГ при швидкостях $r_c > 0.8$ і проходять нижче даної границі для швидкостей $r_c < 0.8$. З

цього можна зробити висновок, що РС-коди не є ефективними з точки зору продуктивності, оскільки високопродуктивні коди мають знаходитися між границями Плоткіна та ВГ, наприклад двійкові БЧХ-коди.

Оцінимо виправну здатність РС-кодів. Для цього побудуємо залежність бітової ймовірності помилки на виході декодера від характеристик коду та ймовірності помилки у каналі за наступним виразом [21]:

$$P_b \leq \frac{2^{m-1}}{2^{m-1}} \sum_{i=t+1}^n \frac{i+t}{n} \binom{n}{i} P_s^i (1 - P_s)^{n-i}, \quad (2.9)$$

де P_b – бітова ймовірність помилки на виході декодера, P_s – символна ймовірність помилки у каналі, яка розраховується на основі бітової:

$$P_s = 1 - (1 - p)^m \quad (2.10)$$

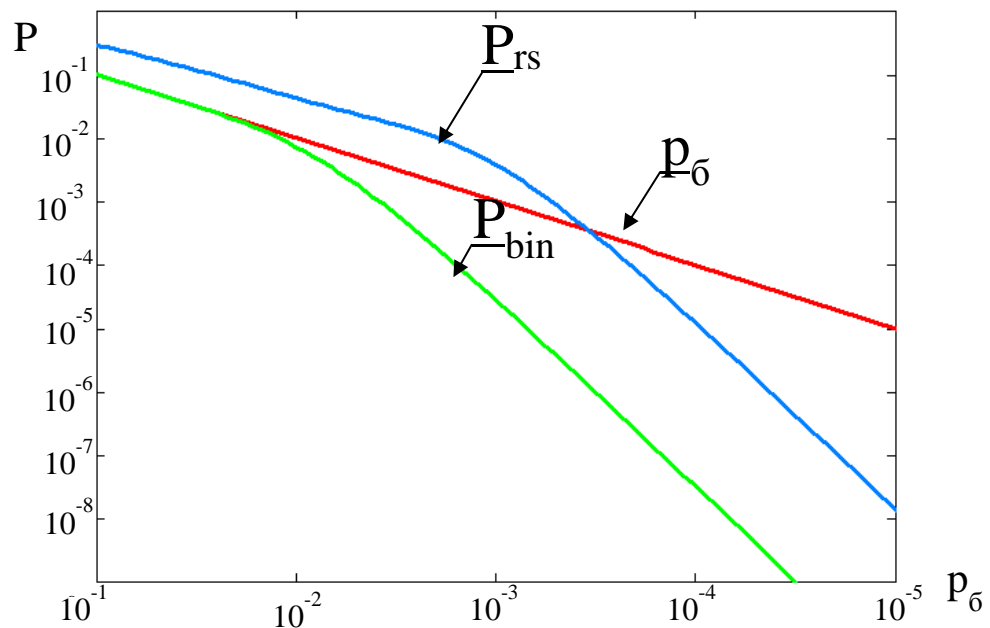


Рис. 2.3. Зображення ймовірності помилки на виході декодера від каналної ймовірності помилки при $n_s = 32, m = 8, t = 2, n = 256$: p_b – ймовірність помилки без кодування; P_{rs} – ймовірність помилки для РС-кода згідно співвідношення (2.9); P_{bin} – ймовірність помилки при біноміальному розподілі

З рис. 2.3. видно, що ймовірність помилки на виході декодера при використанні РС-кодів більша від ймовірності помилки при використанні бінарних кодів (яка оцінюється за допомогою біноміальної моделі розподілу помилок), з чого можна зробити висновок, що РС-коди мають гіршу

завадостійкість ніж еквівалентні бінарні коди. Ефективність РС-кодів у каналі із групуванням помилок зростає, оскільки збільшується ймовірність потрапляння бітових помилок у межі символів.

2.2 Методика визначення показників необхідної корегувальної здатності завадостійких кодів

2.2.1 Моделі генерації помилок в каналі без кодування

В даній роботі буде розглядатися модель розповсюдження для технологій мобільного зв'язку, у яких використовується частотний діапазон 2-5 ГГц. Для прогнозу розповсюдження на даних частотах здебільшого використовуються емпіричні та стохастичні моделі.

Для опису втрат при розповсюдженні радіосигналу можуть бути використані наступні моделі розповсюдження:

- модель SUI (Stanford University Interim);
- розширена модель Окомура-Хата або модель ECC-33;
- модель COST 231 Уолша-Ікегамі;
- модель Ericsson.

В даній роботі будемо використовувати модель SUI, оскільки вона має достатньо високу кількість корегуючих параметрів в залежності від типу місцевості, висоти підвісу антен, та інш.

Модель SUI була розроблена для організації багатоточкових мереж широкопasmового (Wi-Fi) доступу (Multipoint Microwave Distribution System - MMDS) у системах з малим розміром чарунок сот, малою висотою підвісу антен базових станцій і високими частотами (стандарти IEEE 802.16, LTE) в університеті м. Стенфорд (Stanford University).

Алгоритм оптимізований для частот 1,9 - 3,5 ГГц, хоча і коректний для більш високих частот, однак на частотах понад 5 ГГц точність розрахунків помітно знижується. Типові умови застосування даної моделі поширення радіохвиль наступні:

- радіус чарунок від 100 м до 8 км;
- антени приймачів змонтовані на стінах або дахах з 2 -10-метровим піднесенням;
- висота підвісу антени базової станції від 10 до 80 м.

У методі закладена висока (80 - 90%) імовірність прийому в комірці. Метод заснований на аналізі результатів експериментальних досліджень функціонування мереж розглянутого частотного діапазону.

Класифікується три типи місцевості:

- тип А - відповідає максимальному загасанню сигналу в радіоканалі і характеризується горбкуватою місцевістю, вкритою від помірної до густої рослинністю;
- тип В - відповідає помірному загасанню сигналу в радіоканалі і характеризується або горбистою з невеликою рослинністю місцевістю, або рівним рельєфом із щільністю рослинності від помірної до великої;
- тип С - відповідає мінімальному загасанню сигналу в радіоканалі і характеризується плоским рельєфом з мізерною рослинністю.

Для всіх трьох типів рельєфу місцевості використовується один і той же вираз для розрахунку ослаблення потужності в радіоканалі, дБ:

$$L = A + 10 \cdot r \cdot \log \frac{d}{d_0} + s \quad (2.11)$$

В (2.1) параметр А визначає втрати потужності при поширенні хвилі у вільному просторі на відстань, рівну опорній відстані, дБ.

$$A = 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda}, \quad (2.12)$$

де λ - довжина хвилі, м. Рекомендована для розглянутої моделі опорна відстань дорівнює 100 м.

Показник ослаблення в (2.1) є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом, і залежить від рельєфу місцевості і висоти підвісу передавальної антени, м. Показник ослаблення має розмірність децибел.

$$r = \left(a - b \cdot h_y + \frac{c}{h_y} \right) + x \cdot y_r \quad (2.13)$$

Вираз, що стоїть в (2.3) в дужках, визначає медіанне значення загасання в радіоканалі (з ймовірністю 50%). Середнє квадратичне відхилення y_r показника ослаблення r також залежить від рельєфу місцевості. Змінна x є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з нульовим математичним

очікуванням і одиничним середньоквадратичним відхиленням.

Складова параметра s , обумовлена ефектами затінення, також випадковим чином змінюється при переміщенні приймальної станції. Вона розподілена за нормальним законом і може бути описана виразом:

$$s = uy,$$

де змінна u є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням і одиничним середньоквадратичним відхиленням. Середнє квадратичне відхилення:

$$y = m_y + zy_y,$$

де m_y - математичне очікування, а y_y - його середньоквадратичне відхилення. Змінна z є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням і одиничним середньоквадратичним відхиленням. Значення констант a, b, c, y_r, m_y, y_y залежать від типу місцевості і наведені в таблиці 2.1

Таким чином, показник ослаблення потужності в радіоканалі на відстані d від передавальної станції ($d > d_0$) може бути розрахований за формулою, дБ:

$$L = \left[A + 10 \left(a - bh_y + \frac{c}{h_y} \right) \log \frac{d}{d_0} \right] + [10xy_r \log \frac{d}{d_0} + ym_y + yzy_y], \quad (2.14)$$

де перші квадратні дужки дозволяють визначити медіанне значення ослаблення потужності (з 50%-вою вірогідністю за часом і місцезнаходженням), а другі квадратні дужки визначають випадкові зміни

значень ослаблення. Значення x і z змінюються від соти до соти, величина залежить від положення абонента всередині соти.

Таблиця 2.1 Параметри апроксимації рівня сигналу в радіоканалі

Константа	Місцевість типу А	Місцевість типу В	Місцевість типу С
a	4,6	4	3,6
b, m ⁻¹	0,0075	0,0065	0,005
c, m	12,6	17,1	20
Y _r	0,57	0,75	0,59
M _y	10,6	9,6	8,2
y _y	2,3	3	1,6

Наведені вище розрахункові вирази отримані на основі експериментальних вимірювань на частоті 1900 МГц. В цілях розширення діапазону частот застосовності вираз (2.4) доповнено коригуючими параметрами, які враховують висоту підвісу приймальної антени і частоту. При цьому ослаблення в радіоканалі запропоновано розраховувати за формулою:

$$L = \left[A + 10 \left(a - bh_y + \frac{c}{h_y} \right) \log \frac{d}{d_0} \right] + X_f + X_h + y_v x, \quad (2.15)$$

де X_f – корегуючий частотний параметр, X_h – корегуючий параметр, обумовлений висотою підвісу приймальної антени h , м.

$$X_f = 6 \log \left(\frac{f}{2000} \right), \text{ дБ,}$$

$$X_h = \begin{cases} -10,8 \log \left(\frac{h}{2} \right), & \text{для рельєфу місцевості А та В,} \\ -10 \log \left(\frac{h}{3} \right), & \text{для рельєфу місцевості С, } h \leq 3 \text{ м,} \\ -20 \log \left(\frac{h}{3} \right), & \text{для рельєфу місцевості С, } h > 3 \text{ м.} \end{cases}$$

Частота підставляється в МГц, а висота підвісу антенн у метрах.

Побудуємо залежність значення ослаблення в радіоканалі від відстані між базовою станцією та приймачем. Оберемо місцевість типу В, висоту БС рівною 50 м та висоту приймальної станції 2 м.

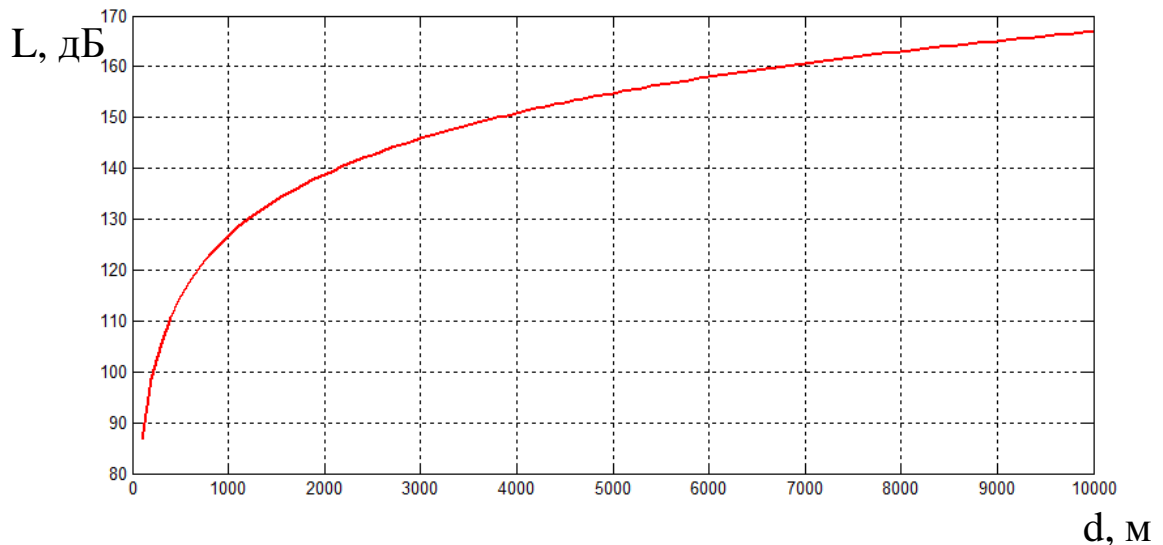


Рис. 2.4. Залежність ослаблення в радіоканалі від відстані між БС та приймачем для моделі розповсюдження SUI

На рис. 2.5 побудуємо залежність для рівня приймаемого сигналу для обраної моделі та умов розповсюдження. Нехай потужність передавача дорівнює 0.1 дБ, а коефіцієнти підсилення передавальної та приймальної антен дорівнюють 43 та 23 дБ відповідно.

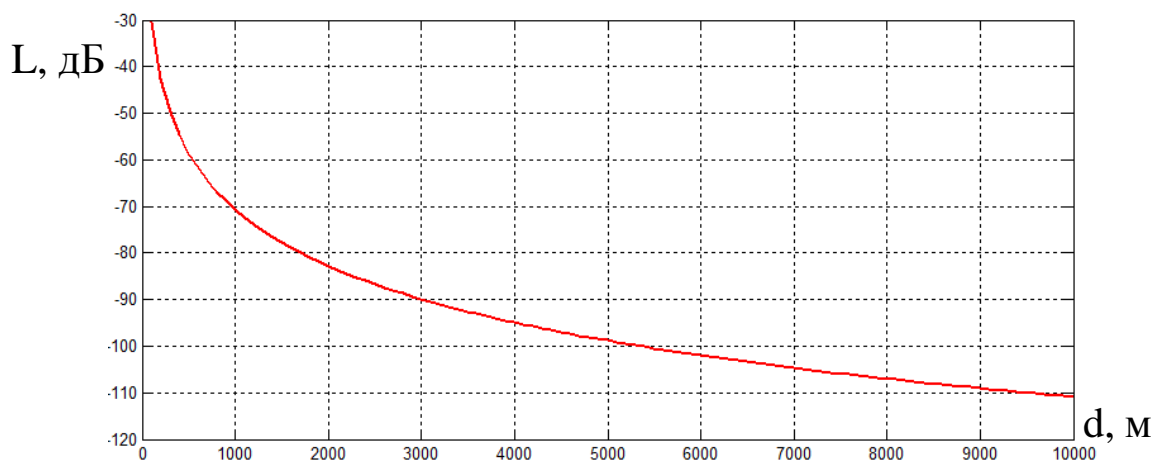


Рис. 2.5. Залежність рівня сигналу на вході приймача в радіоканалі від відстані між БС та приймачем для моделі розповсюдження SUI

Знаючи рівень сигналу на вході приймача, спектральну густину шуму та полосу сигналу, можна обчислити відношення сигнал/шум h^2 , яка необхідна для визначення каналної ймовірності помилки.

Розглянемо вирази для визначення ймовірності помилки в каналі з адитивним білим гауссовським шумом (АБГШ) для когерентного і некогерентного прийому, для випадків амплітудної маніпуляції (АМн), частотної маніпуляції (ЧМн), фазової маніпуляції (ФМн).

Для оптимального когерентного прийому сигналів ймовірність помилки дорівнює [5, 16]:

$$p_{\text{АМн}} = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{\frac{E}{2N_0}})] \quad (2.16)$$

$$p_{\text{ЧМн}} = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{\frac{E}{N_0}})] \quad (2.17)$$

$$p_{\text{ФМн}} = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{\frac{2E}{N_0}})] \quad (2.18)$$

де $\frac{E}{N_0}$ відношення сигнал/шум, тобто середньої енергії сигналу до односторонньої щільності білого шуму;

Φ – функція Крампа.

Залежності ймовірності помилки від відношення сигнал/шум для оптимального когерентного прийому сигналів різних видів маніпуляцій представлені на рис. 2.6.

Для оптимального некогерентного прийому сигналів вираз для обчислення ймовірності помилки має наступний вигляд:

$$p = \frac{1}{2} e^{-\mu \cdot \frac{h^2}{2}}, \quad (2.19)$$

де $\mu = \frac{1}{2}$, для АМн;

$\mu = 1$, для ЧМн;

$\mu = 2$, для ВФМн;

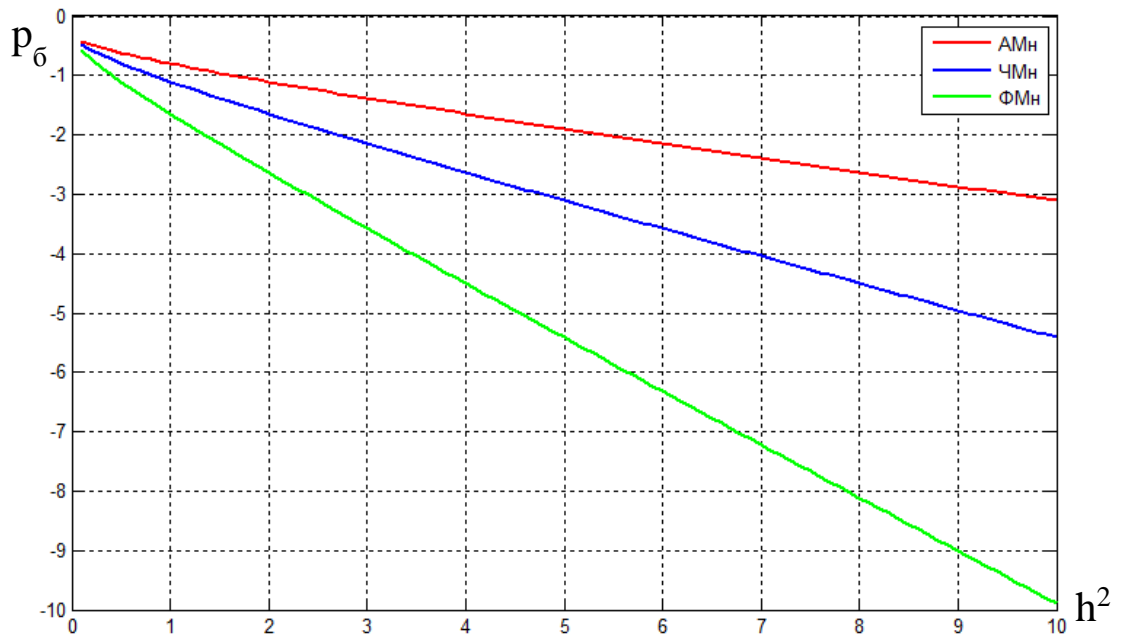


Рис. 2.6. Залежність ймовірності виникнення помилки у логарифмічній шкалі від відношення сигнал/шум h^2 при оптимальному когерентному прийомі

Побудуємо залежність ймовірності виникнення помилки від відношення сигнал/шум для оптимального некогерентного прийому для різних видів маніпуляцій.

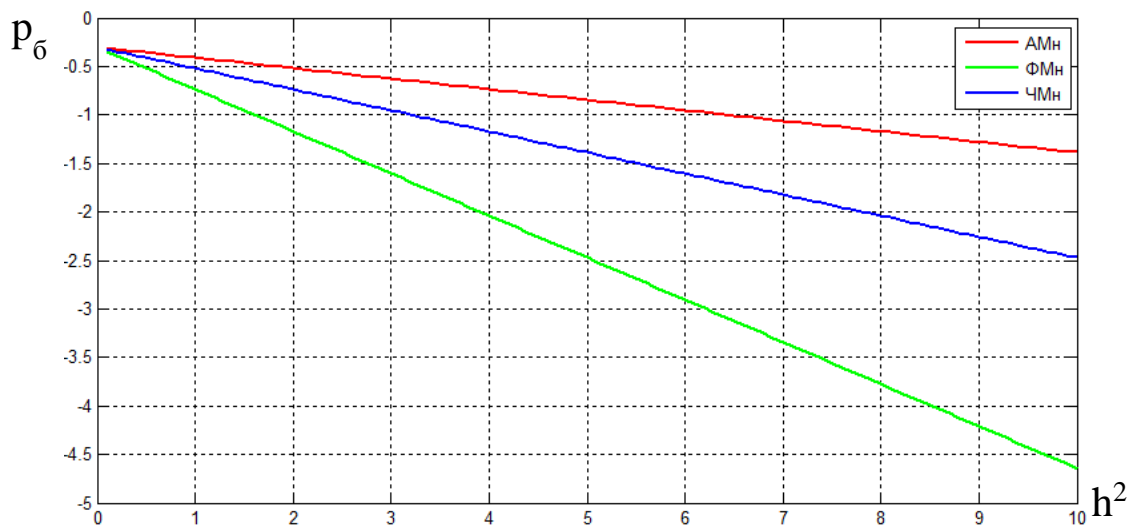


Рис. 2.7. Залежність ймовірності виникнення помилки у логарифмічній шкалі від відношення сигнал/шум h^2 при оптимальному некогерентному прийомі

Зобразимо для наочності графіки ймовірності виникнення помилки від відношення сигнал/шум для різних видів маніпуляції, когерентного і некогерентного прийому.

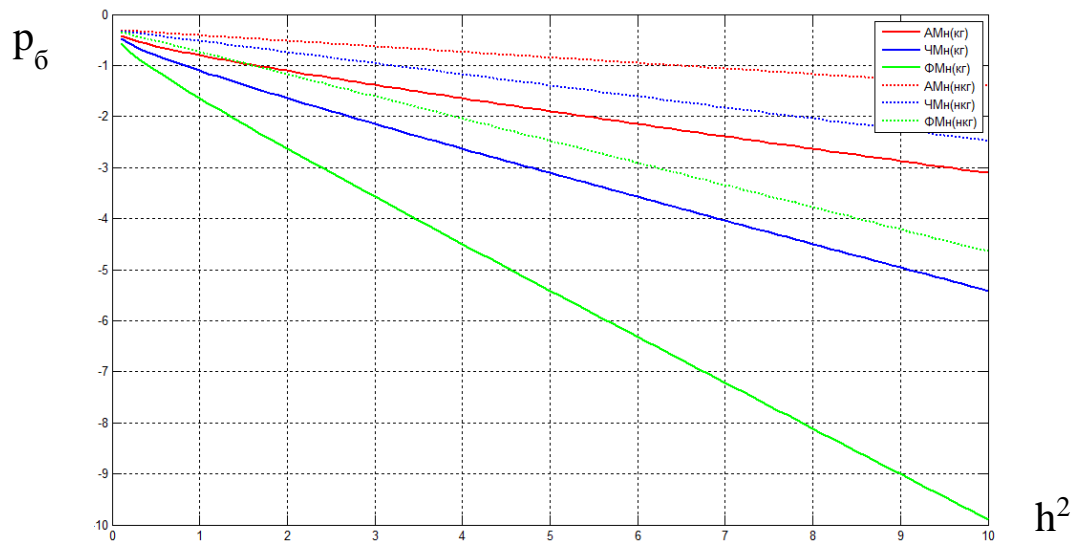


Рис. 2.8. Ймовірність виникнення помилки від відношення сигнал/шум для різних видів маніпуляції, когерентного і некогерентного прийому

Аналізуючи співвідношення можна зробити висновок, що апріорне значення фази та когерентний спосіб прийому дають вигравш порівнюючи з некогерентним прийомом.

В сучасних телекомунікаційних системах, зокрема в стандарті IEEE 802.16e, 802.11xx, DVB-T2 широко використовується багатопозиційна маніпуляція: QPSK, QAM-16, QAM64. Наведемо вирази для відповідних канальних ймовірностей.

Для визначення ймовірності символної та бітової помилки на виході декодера скористаємось результатами роботи [26-28]:

$$P_{S_QPSK}(h^2) = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{-h^2}{e^{\sin^2 \beta (1 - \text{ctg} \beta)^2}} d\beta \quad (2.20)$$

$$P_{b_QPSK}(h^2) = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{5}}^{\frac{5\pi}{4}} \frac{h^2}{e^{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}} d\alpha \quad (2.21)$$

$$P_{\bar{\sigma}_{QAM16}}(h^2) = \frac{P_{\bar{\sigma}_{\delta_1}}(h^2) + P_{\bar{\sigma}_{\delta_2}}(h^2)}{2}, \quad (2.22)$$

де $P_{\bar{\sigma}_{\delta_1}}$ та $P_{\bar{\sigma}_{\delta_2}}$ обчислюються за виразами:

$$P_{\bar{\sigma}_{\delta_1}}(h^2) = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{\frac{-h^2}{2(\cos\alpha - \sin\alpha)^2}} d\alpha + \frac{1}{2\pi} \int_{\arctg(3)}^{\pi + \arctg(3)} e^{\frac{-5h^2}{18(\cos\alpha + \frac{\sin\alpha}{3})^2}} d\alpha + \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{\frac{-h^2}{18(\sin\alpha - \cos\alpha)^2}} d\alpha}{4}$$

$$P_{\bar{\sigma}_{\delta_2}}(h^2) = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{\frac{-h^2}{18(\cos\alpha - \sin\alpha)^2}} d\alpha - \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{\frac{-h^2}{50(\cos\alpha - \sin\alpha)^2}} d\alpha + \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{\frac{-h^2}{18(\cos\alpha - \sin\alpha)^2}} d\alpha}{2}$$

Побудуємо залежність ФМн-2, QPSK, QAM-16, QAM-64 у спільних координатах.

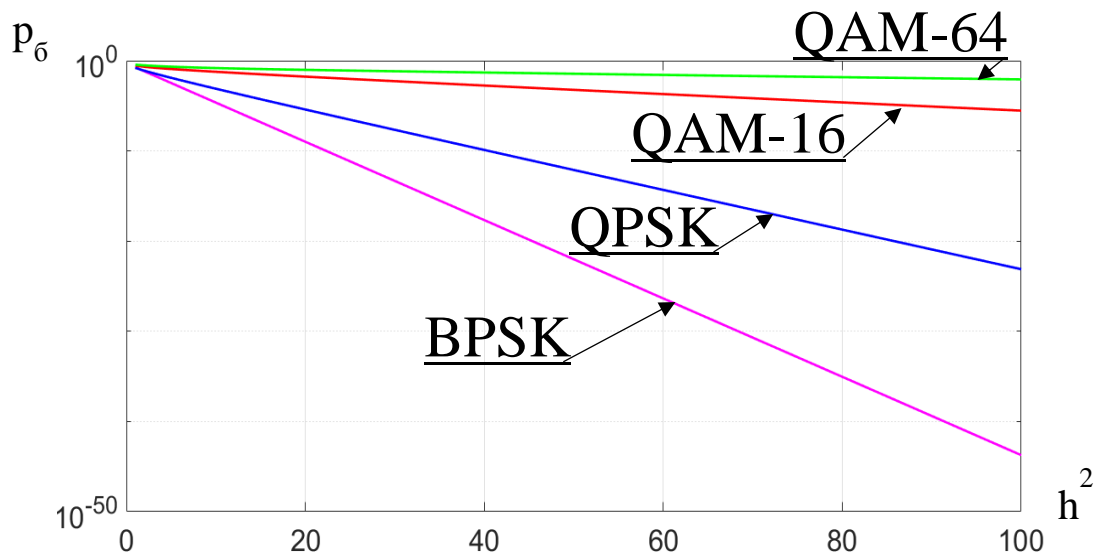


Рис. 2.9. Залежність ймовірності помилки від енергетики

З рис. 2.9 видно, що модуляція ФМ-2 (BPSK) має суттєво кращу завадостійкість, ніж багатопозиційні види модуляції, але в той же час передає один біт інформації в одному символі. Таким чином, ФМ-2 доцільно використовувати в каналі з дуже поганою енергетикою. В інших випадках доцільніше використовувати види багатопозиційних модуляцій.

2.2.2 Методика визначення вимог до корегувальних властивостей кодів у каналі з відомими параметрами

При використанні біноміальної моделі генерації помилок у бінарному каналі ймовірність виникнення S помилок у блоці з n символів при ймовірності помилки на виході демодулятора визначається за формулою:

$$P_s = C_n^s \cdot p_6^s \cdot (1 - p_6)^{n-s} \quad (2.23)$$

Формула (2.23) являє собою добуток кількості комбінацій з n по S на ймовірність того, що в S символах виникне помилка (p_6^s), а $(n-S)$ символів будуть прийняті вірно $(1 - p_6)^{n-s}$, при цьому вираз в дужках визначає ймовірність вірного прийому одного символу.

Побудуємо залежність найбільш вірогідної кількості помилок S , що може виникнути у блоці з n символів від h^2 при фіксованому виді модуляції.

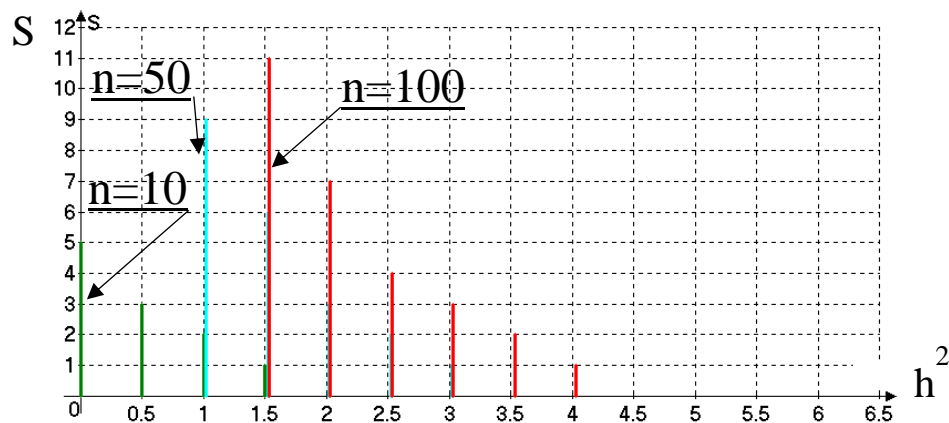


Рис. 2.10. Залежність найбільш ймовірної кількості помилок S , що може виникнути у блоці з n символів від h^2

Отже, при збільшенні відношення сигнал/шум h^2 зменшується найбільш вірогідна кількість помилок, а в блоці з 100 символів ймовірність виникнення помилок більша ніж в блоці з 50 та в блоці з 10 символів при однакових значеннях h^2 .

Значний інтерес являє собою ймовірність помилки, яка виникає на виході декодера завадостійкого коду. Нехай блоковий завадостійкий код

довжиною n гарантовано виправляє t помилок. Тоді ймовірність помилкового прийому кодового блоку можна визначити за співвідношенням, яке являє собою суму ймовірностей виникнення $t+1, t+2 \dots n$ помилок, яку декодер виправити не може:

$$P_{\text{блок}} = \sum_{j=t+1}^n C_n^j \cdot p_{\text{ош}}^j \cdot (1 - p_{\text{ош}})^{n-j} \quad (2.24)$$

Дане співвідношення дозволяє визначити ймовірність помилкового прийому кодового блоку, але не дозволяє порівняти ймовірності помилки у каналі та на виході декодера. Для цього скористаємось формулою математичного сподівання і формулою (2.24). Результуючий вираз матиме наступний вигляд:

$$P = \frac{\sum_{j=t+1}^n C_n^j \cdot p_6^j \cdot (1-p_6)^{n-j} \cdot j}{n} \quad (2.25)$$

Побудуємо отримане співвідношення в координатах (t, P) для фіксованого значення ймовірності помилки $p_6 = 10^{-3}$

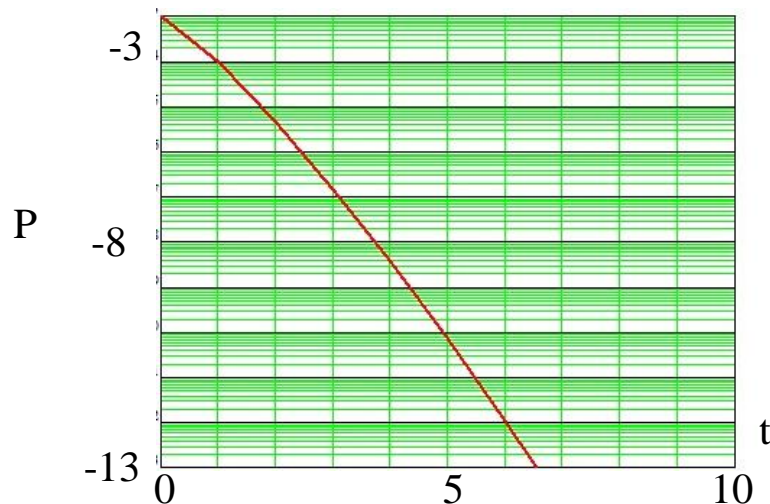


Рис. 2.11 Залежність ймовірності помилки на виході декодера P від кількості виправляємих помилок t при фіксованому $n=100$

Порівняння коректності використання виразів для результуючої ймовірності помилкового прийому блоку (2.24) та біту (2.25) представлено в додатку Б.

Апробація використання біноміальної моделі розподілу помилок для визначення ймовірності помилки на виході декодера

Критерієм коректності використання біноміальної моделі для визначення ймовірності помилки на виході декодера є незмінність залежностей як у робочих межах значень p_6 , n , t , P , так і в граничних точках. Побудуємо залежності результуючої ймовірності помилки P (t) для різних значень n і t .

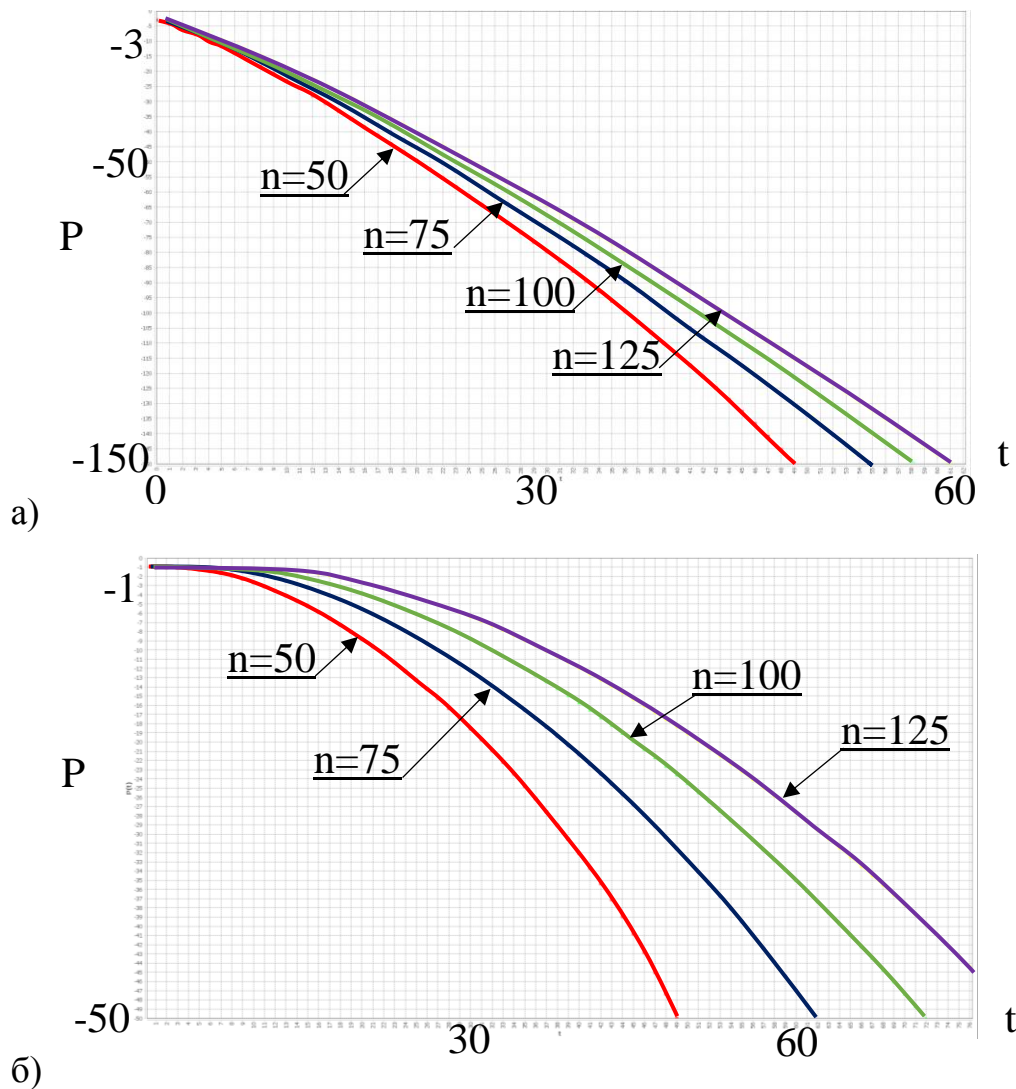


Рис. 2.12. Логарифмічна залежність ймовірності помилки на виході декодера P від кількості виправляємих помилок t при $p_6 = 10^{-3}$ (а), $p_6 = 10^{-1}$ (б)

Як видно с рис. 2.12 всі графіки починаються з вихідної ймовірності помилки (при $t=0$), яка відповідає випадку, коли декодер не виправляє жодної

помилки, а отже ймовірність помилкового прийому символу залишається незмінною. Також можна бачити, що зі збільшенням довжини кодового блоку $n_2 > n_1$ ймовірність помилки $P_2 > P_1$ на виході декодера збільшується при однаковій виправній здатності t . Це пов'язано з тим, що при збільшенні довжини кодового блоку може виникнути більша кількість помилок, а отже для забезпечення сталої ймовірності помилки на виході декодера P необхідно виправляти більше помилок t .

Побудуємо залежність ймовірності помилки на виході декодера від довжини кодового блоку $P(n)$ для випадку, коли завадостійкий код не виправляє жодної помилки і має виконуватись умова $P(n) = p_6$.

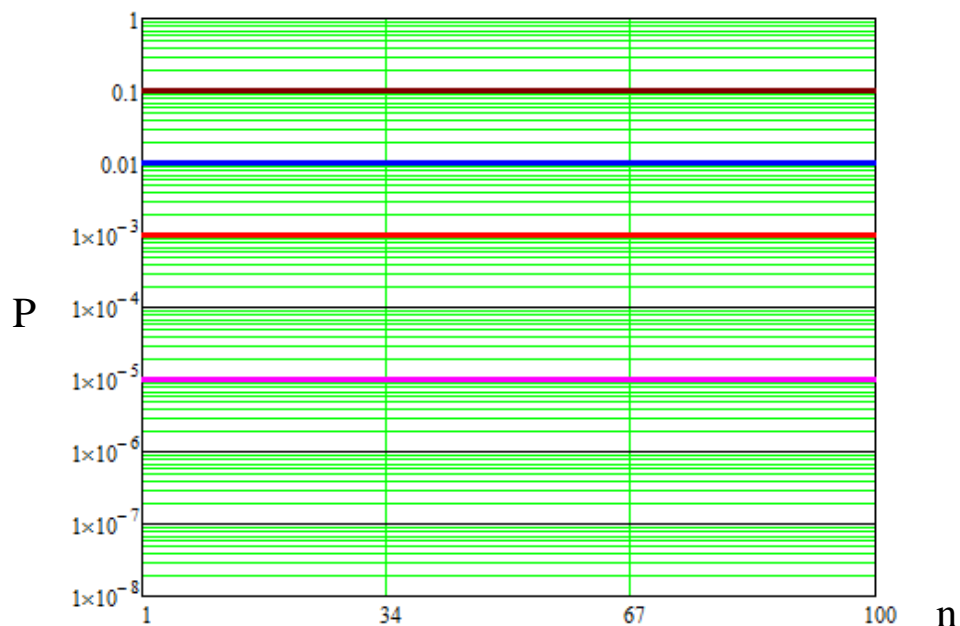


Рис. 2.13 Залежність ймовірності помилки на виході декодера P від довжини кодового блоку при різних значеннях $p_6 = \{10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-5}\}$, та за умови $t=0$

З рис. 2.13 видно, що умова рівності ймовірності помилки символу у каналі та на виході декодера виконується для кожного значення ймовірності помилки, що підтверджує коректність використання біноміальної моделі розподілу помилок.

2.3 Методика визначення параметрів блокових кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона

Вихідними дані:

- ймовірність помилкового прийому p_6 ;
- необхідна достовірність, яка визначається ймовірністю помилки на виході декодера P ;
- обмеження складності кодування, яке виражається максимальним значенням довжини кодового блоку n .

Необхідно знайти код, який максимально наближає продуктивність каналу зв'язку до її пропускну здатності, задовольняючи при цьому вимоги до достовірності та враховуючи обмеження складності кодування, яке виражено в довжині кодового блоку.

Поставлена задача розв'язується в 2 етапи [32]:

- знаходження параметрів абстрактного коду, існування якого обумовлено границями завадостійкого кодування, які описані вище;
- знаходження реального коду, в межах границь завадостійкого кодування.

Перейдемо до вирішення першої задачі.

Кодова швидкість є критерієм оптимальності за яким буде визначатися кращий код. Кодова швидкість r_c є функцією двох невідомих: $r_c = f(n, t)$, або $r_c = f(n, d)$, де для однозначності будемо вважати, що $d = 2t + 1$. Отже $R = f(t)$ при $n = \text{const}$.

Розглянемо більш детально вихідні дані.

Необхідна ймовірність помилки визначається вимогами до каналу зв'язку. Так, для передачі даних з гігабітними швидкостями ймовірність помилки має бути 10^{-6} , а для трансляції цифрового телебачення з високою чіткістю забезпечується ймовірність помилки 10^{-12} . Нехай необхідно забезпечити достовірність на рівні $P = 10^{-6}$.

Першим кроком побудуємо залежність каналної ймовірності помилки від енергетики для різних видів модуляції.

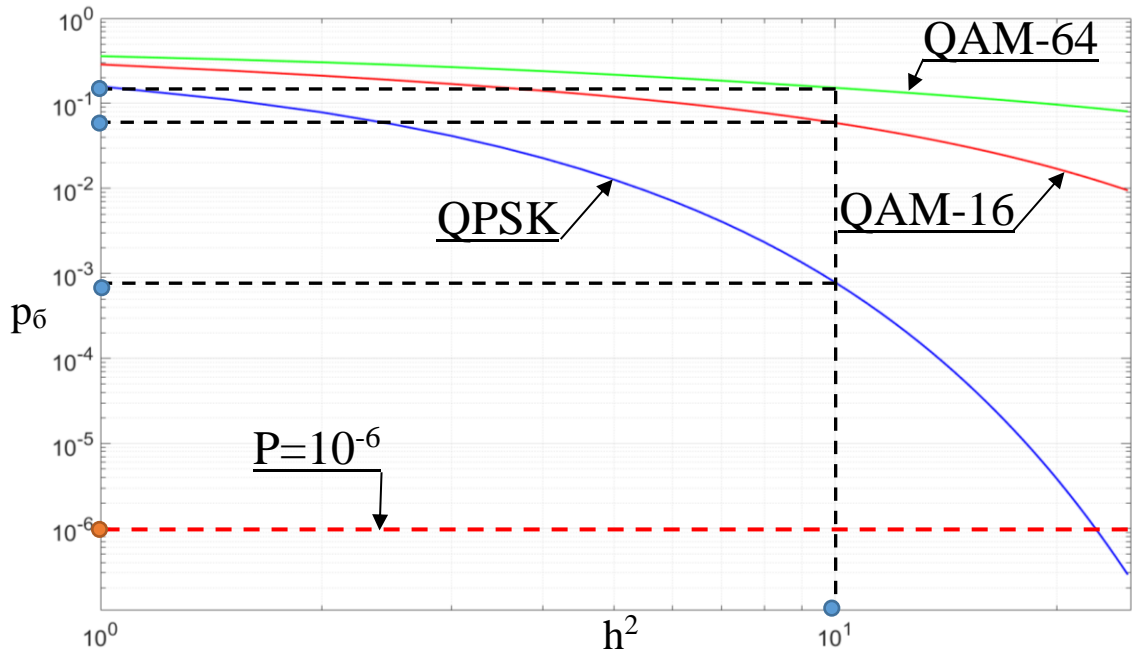


Рис. 2.14. Залежність каналної ймовірності помилки від енергетики

На рис. 2.14 видно, що при однаковій енергетиці h^2 в каналі в залежності від обраного виду модуляції на виході демодулятора утворюються різні значення каналної ймовірності помилки. При однаковій енергетиці для того, щоб досягти необхідної достовірності 10^{-6} для QAM-64 слід використовувати більш потужний завадостійкий код, здатний виправити каналну ймовірність 0.15, ніж для QPSK – де канална ймовірність менша за 10^{-3} .

Другим кроком визначимо необхідну виправну здатність завадостійкого коду заданої довжини n при використанні співвідношення для біноміального розподілу (2.25). Зазначимо, що для вирішення задачі пошуку необхідної виправної здатності при заданих довжині блоку, ймовірностях помилки на вході і виході декодера (необхідна достовірність), використовувався алгоритм бінарного пошуку, реалізація якого представлена у додатку А (лістинг `findCorrectingAbility3.m`). На рис. 2.15 зобразимо залежність необхідної виправної здатності від каналної ймовірності помилки для різних довжин кодового блоку. Канальна ймовірність помилки при цьому є функцією енергетики h^2 при фіксованому виді модуляції.

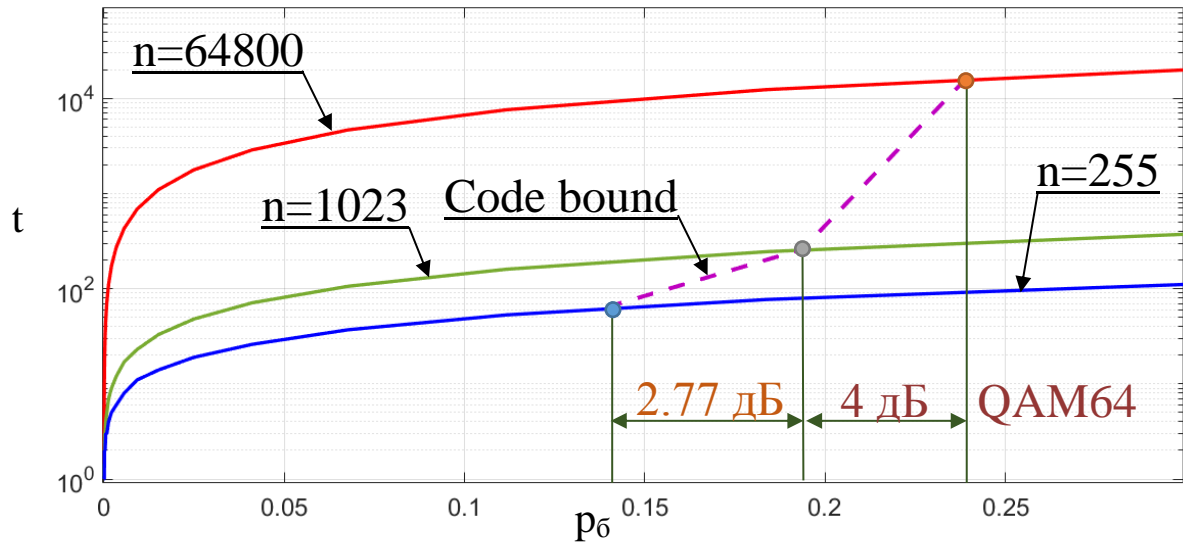


Рис. 2.15. Залежність необхідної виправної здатності коду від каналної ймовірності помилки для досягнення достовірності $P = 10^{-6}$ для довжин блоку n : 64800, 1023, 255

На рис. 2.15 видно, яку кількість символів слід виправити для забезпечення необхідної достовірності для різних довжин блоків. Зазначимо, що дані залежності ніяк не пов'язані з реально існуючими кодами. Використовуючи границі завадостійкого кодування Плоткіна та Варшамова-Гільберта, можна отримати границю існування завадостійких кодів, для яких кодова швидкість $r_c \rightarrow 0$. Канальну ймовірність помилки, яка знаходиться правіше цієї лінії для заданої довжини блоку виправити у необхідну ймовірність не можливо. З іншої сторони, існує дві можливості забезпечити необхідну достовірність. На прикладі довжини блоку $n=255$ показано, що для того, щоб здійснювати передачу інформації у каналі з ймовірністю помилки 0.19, слід або збільшити енергетику на 2.77 дБ, або збільшити довжину кодового блоку до 1023.

Для подальшої проєкції отриманих співвідношень у область границь завадостійкого кодування, **третім кроком** необхідно отримати аналогічні залежності у відносних координатах.

Побудуємо залежність $d/2n$ від каналної ймовірності помилки, маючи на увазі, що одну і ту саму каналну ймовірність помилки можливо отримати, при різних видах енергетики та модуляції.

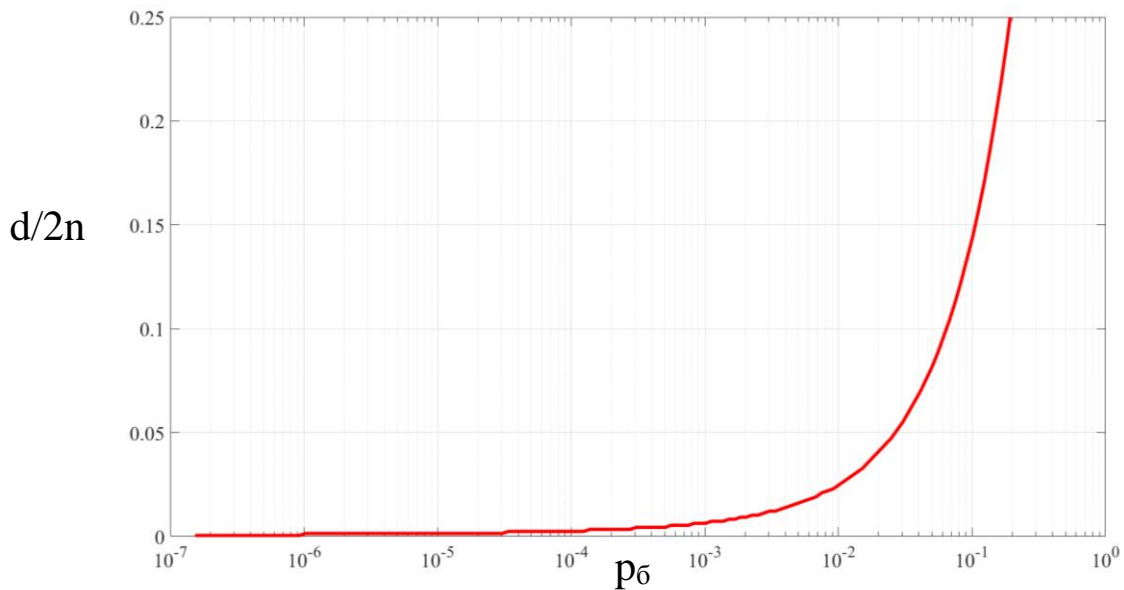


Рис. 2.16 Залежність необхідної виправної здатності коду, побудованої у відносних координатах, від каналної ймовірності помилки для довжини блоку $n=1023$

Отже, для кожного значення енергетики h^2 і, як наслідок, каналної ймовірності помилки p_b при фіксованому n можна знайти необхідне значення виправної здатності t , яке дозволяє передавати повідомлення з заданою достовірністю. Максимальну кодову швидкість буде мати код, що знаходиться ближче до границі Плоткіна та має відповідне значення параметра $d/2n$, що знаходиться з рис. 2.16.

Четвертим кроком знайдена виправна здатність переноситься в область границь завадостійкого кодування. Для наглядності зобразимо повний алгоритм синтезу завадостійкого коду на рис. 2.17. – від визначення границь існування оптимального завадостійкого коду від визначення каналної ймовірності (крок 1) до визначення міри наближення практичних кодових границь Плоткіна і ВГ до теоретичної границі Шеннона (крок 5).

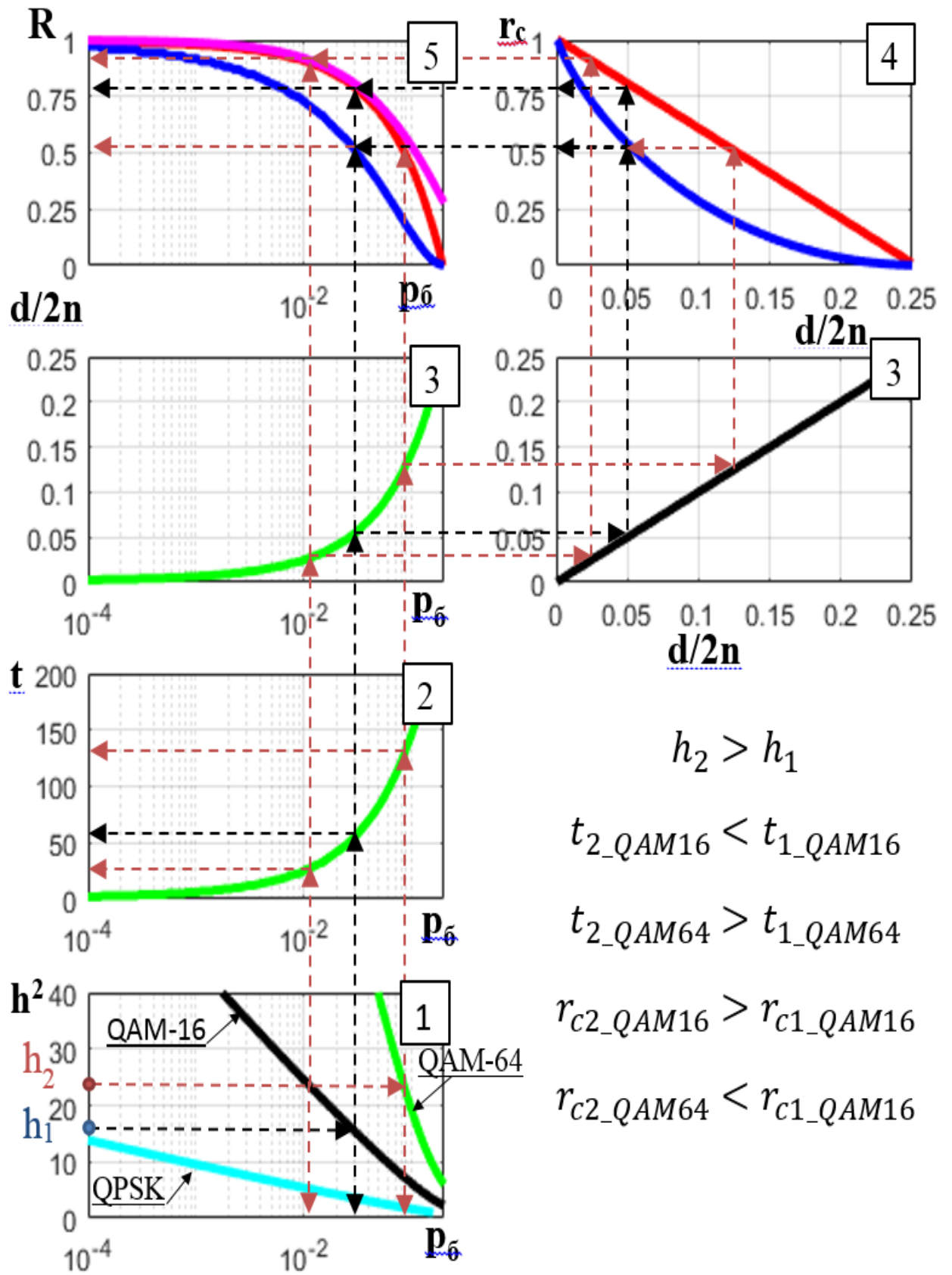


Рис. 2.17. Алгоритм синтезу блокового коду довжиною $n=1023$

З рис 2.17 видно, що для обраних способу прийому, модуляції, при заданій довжині кодового блоку та необхідній достовірності передачі для будь-якого значення h^2 можна знайти необхідну виправну здатність коду та межі кодової швидкості, у яких має існувати шуканий код.

При збільшенні енергетики у каналі зв'язку $h_2 > h_1$ існує два варіанти досягнення максимальної продуктивності. По-перше, не змінюючи вид модуляції для досягнення необхідної достовірності можливо використовувати менш надлишковий код, що дозволить збільшити кодову швидкість, а отже, передавати більшу кількість символів джерела. По-друге, можливо змінити вид модуляції з QAM-16 на QAM-64. В цьому випадку доводиться використовувати більш надлишковий код, але в той самий час збільшується кількість інформації в одному символі джерела. Вирішення задачі, який підхід є доцільнішим буде розглядатися у наступних розділах.

Для даного прикладу кращий існуючий код може мати кодову швидкість $r_c \in [0,52;0,77]$, верхня межа якої менша за відповідне значення границі Шеннона $C=0.8$.

Перейдемо до розв'язку другої задачі.

Побудуємо окремо границі завадостійкого кодування із кодами для довжини кодового блоку 1023 та позначимо межу, яка буди виділяти коди, які задовольняють вимоги достовірності передачі.

На рис. 2.18 позначені коди, що мають фіксовану довжину кодового блоку 1023. Отже коди, які знаходяться правіше, мають більшу виправну здатність ніж коди, які знаходяться вище, мають більшу кодову швидкість. Всі коди, які мають достатню виправну здатність, обмежені трикутником. Зведемо дані коди до таблиці 2.2 та виберемо серед них той, який має більшу кодову швидкість. З рис. 2.18 видно, що найкращим кодом є код БЧХ який може виправити 51 помилку у блоці з 1023 символів та має кодову швидкість 0,55, яка потрапляє у знайдений перед цим інтервал $r_c \in [0,52;0,77]$, але при цьому суттєво відрізняється від максимально можливої кодової швидкості $C=0.8$.

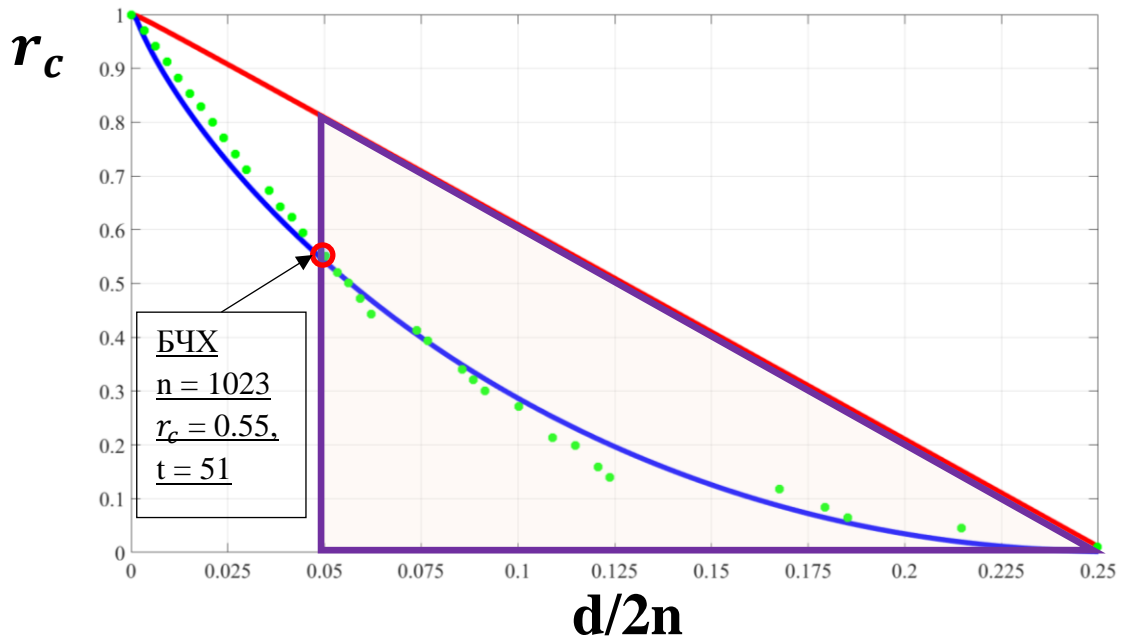


Рис. 2.18. Графічна ілюстрація границь завадостійкого кодування із межею, яка розділяє коди на ті, що задовольняють вимогам достовірності передачі та на ті, що не задовольняють вимогам достовірності передачі

Таблиця 2.2. Набори завадостійких кодів, які забезпечують необхідну достовірність

n	k	t	d	$R=k/n$	$d/2n$
1023	563	51	103	0,550342	0,050342
1023	553	52	105	0,540567	0,05132
1023	543	53	107	0,530792	0,052297
1023	533	54	109	0,521017	0,053275
1023	523	55	111	0,511241	0,054252
1023	513	57	115	0,501466	0,056207
1023	503	58	117	0,491691	0,057185
...
1023	11	255	511	0,010753	0,249756

Отже, для заданого виду прийому, способу модуляції, h^2 , вимог по достовірності передачі, довжини кодового блоку, можна однозначно визначити оптимальний код серед існуючих за критерієм максимальної кодової швидкості. Для цього на графіку $r_c(\frac{d}{2n})$ розміщуються усі коди з

заданою довжиною кодового блоку та проводиться межа, що розділяє коди на ті, що задовольняють вимогам достовірності передачі, та на коди, що не задовольняють вимогам по достовірності передачі. Коди що задовольняють вимогам достовірності знаходяться правіше проведеної межі. Дійсно, при фіксованому значенні n , виправна здатність тим більша, чим більше відношення $d/2n = (2t+1)/2n$.

Кращим з кодів, що задовольняють вимогам достовірності є код з максимальною кодовою швидкістю, а отже цей код має знаходитися вище інших на графіку $r_c(\frac{d}{2n})$.

Висновки по розділу 2

1. Запропонована та обґрунтована методика аналізу завадостійких можливостей блокових кодів. Для оцінки ефективності завадостійких кодів використовувалися три ключових показника: кодова відстань, довжина блоку та кодова швидкість. Кращим вважається той блоковий код, який при однакових значеннях кодової відстані та довжини блоку має більшу кодову швидкість.

2. Для визначення вимог до достовірності, яку забезпечує блоковий код, використовується біноміальна модель розподілу помилок в каналі. За її допомогою можливо визначити кількість помилок, які мають бути виправлені у каналі з фіксованою ймовірністю помилки для забезпечення заданої достовірності.

3. Сформована методика синтезу блокових кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення продуктивності каналу до границі Шеннона. Використовуючи методику формування оптимального блокового коду, можливо, за умов забезпечення необхідної достовірності, обрати код, який має максимальну швидкість, отже, забезпечує максимальне наближення продуктивності каналу до границі Шеннона.

4. Визначена область існування оптимальних за критерієм максимальної

кової швидкості блокових кодів, які знаходяться в межах границь Плоткіна та Варшмова-Гільберта. Таким чином, при використанні завадостійких кодів максимальна продуктивність каналу обмежується границею Шеннона та границею Плоткіна.

5. Розглянуто клас багатопозиційних блокових кодів Ріда-Соломона. Показано, що у бітовій площині коди Ріда-Соломона є неефективними за інформаційним критерієм та критерієм завадостійкості. Достовірність даного висновку підтверджується тим, що коди Ріда-Соломона перестали використовуватися у оновленій версії стандарту DVB-T.

6. Найбільш ефективними серед блокових кодів, що розглядалися виявилися коди BCH та LDPC. Ефективність кодів збільшується зі зростанням довжини кодового блоку, але в той же час збільшується складність процесів кодування і декодування, а отже і їх швидкість.

7. Задачею наступного розділу є формування методик аналізу і синтезу неперервних завадостійких кодів, які дозволять порівнювати виправну здатність неперервних та блокових кодів, а також визначити енергетичні границі використання неперервних та блокових кодів.

3. МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕПЕРЕРВНИХ КОДІВ, ОПТИМАЛЬНИХ ЗА КРИТЕРІЄМ МАКСИМАЛЬНОГО НАБЛИЖЕННЯ ДО ГРАНИЦІ ШЕННОНА

3.1 Аналіз принципів формування та корегувальних властивостей неперервних бінарних кодів

При згортковому кодуванні перетворення інформаційних послідовностей у вихідні кодові послідовності відбувається неперервно. Кодер двійкового загорткового коду містить регістр зсуву з m розрядів і суматори по модулю 2 для формування кодових символів вихідної послідовності. Комутатор на виході встановлює по черговість відправки кодових символів у канал зв'язку. Згідно такої концепції можливо перелічити ряд параметрів і характеристик, які визначають структуру коду:

1. k – кількість інформаційних символів, що поступають на вхід кодера за один такт
2. n – кількість символів на виході кодера, які відповідають k ;
3. $r_c = \frac{k}{n}$ – швидкість коду, яка характеризує надлишковість, яка вводиться при кодуванні;
4. Пам'ять коду, або вхідна довжина кодового обмеження, визначається максимальним ступенем породжуючого багаточлена в складі породжуючої матриці:

$$l = k \max[\deg\{g_{i,j}(x)\} + 1], \quad (3.1)$$

5. $\deg\{g_{i,j}(x)\}$ – ступінь породжуючого многочлена.
6. Вираз в дужках визначає число розрядів у регістрі зсуву кодера. Таким чином пам'ять коду дорівнює добутку кількості вхідних інформаційних символів на число розрядів у регістрі зсуву кодера.
7. Повна довжина кодового обмеження (ДКО) – ДКО по виходу кодера, або кодова довжина блока, визначається кількістю кодових символів, сформованих кодером, у проміжок часу між надходженням у нього

інформаційного символу та виходом у канал відповідного символу, у формуванні якого він прийняв участь.

$$l_{\Pi} = n \max[\deg\{g_{i,j}(x)\} + 1], \quad (3.2)$$

8. L – ширина вікна декодування, визначається числом символів, яке кодер має зберігати в пам'яті для обробки прийнятої кодової послідовності.
9. Мінімальна вільна кодова відстань d_L , яка відповідає ширині вікна декодування та визначає мінімальну відстань між кодовими послідовностями довжини L . d_L визначає завадостійкість загорткових кодів та має аналогічний фізичний зміст як і кодова відстань у блокових кодах, але на відміну від блокових кодів, цей параметр не є сталим та залежить від ширини вікна декодування. Чим більше ширина вікна декодування, тим більше значення мінімальної кодової відстані d_L .

Ймовірність помилки на виході декодера оцінюється верхньою границею, яка визначається з міркувань, що ймовірність події виникнення одної, двох чи більше помилок не перевищує суми ймовірностей подій виникнення одної, двох чи більше помилок. Причому помилка при прийомі кодової комбінації виникає тоді, коли прийнята комбінація відстоїть від переданої на відстань більшу ніж d_L .

Вираз для оцінки ймовірності помилки набуває наступного вигляду:

$$P \leq \sum_{k=d_f}^{\infty} W_k \cdot P_k, \quad (3.3)$$

де W_k – коефіцієнти спектра коду, які дорівнюють кількості помилок на виході декодера, які виникли коли прийнята кодова комбінація відстояла від переданої на відстань $k = d_f$;

Складові спектра з ростом k збільшуються, але в той же час значення ймовірностей P_k зменшуються набагато швидше, тому зазвичай враховують перші 5 добутоків $W_k \cdot P_k$, якщо канална ймовірність помилки менша від 10^{-2} .

P_k – ймовірність вибору помилкового шляху ваги k . Для випадку жорсткого рішення (дискретний канал з двійковим виходом) визначається з умов, що на довжині послідовності на вході декодера, яка складається з k символів, буде $\frac{k+1}{2}$ і більше помилок.

$$P_k = \begin{cases} \sum_{i=\frac{k+1}{2}}^k C_k^i \cdot p_6^i \cdot (1 - p_6)^{k-i} & \text{– непарне } k \\ \frac{1}{2} \cdot C_k^{\frac{k}{2}} \cdot p_6^{\frac{k}{2}} (1 - p_6)^{\frac{k}{2}} + \sum_{i=\frac{k}{2}+1}^k C_k^i \cdot p_6^i \cdot (1 - p_6)^{k-i} & \text{– парне } k \end{cases}, (3.4)$$

де p_6 – канална ймовірність помилки;

$$C_k^i = \frac{k!}{i!(k-i)!} \text{ – кількість комбінацій з } k \text{ по } i.$$

Побудуємо на рис. 3.1 лінії завадостійкості неперервного коду – залежності ймовірності помилки на виході декодера від відношення енергії сигналу до спектральної щільності шуму $p(h^2)$ для випадку фазової маніпуляції та некогерентного прийому.

З рис. 3.1 видно, що зі збільшення кодової швидкості завадостійкість згорткових кодів зменшується. Збільшення довжини кодового обмеження дозволяє підвищити завадостійкість кодів разом з підвищенням складності кодування.

Таким чином, на відміну від блокових кодів, завадостійкі можливості яких можна оцінити із використанням границь Плоткіна та Варшамова-Гільберта, неперервні коди можливо оцінити лише верхньою границею ймовірності помилки на виході декодера.

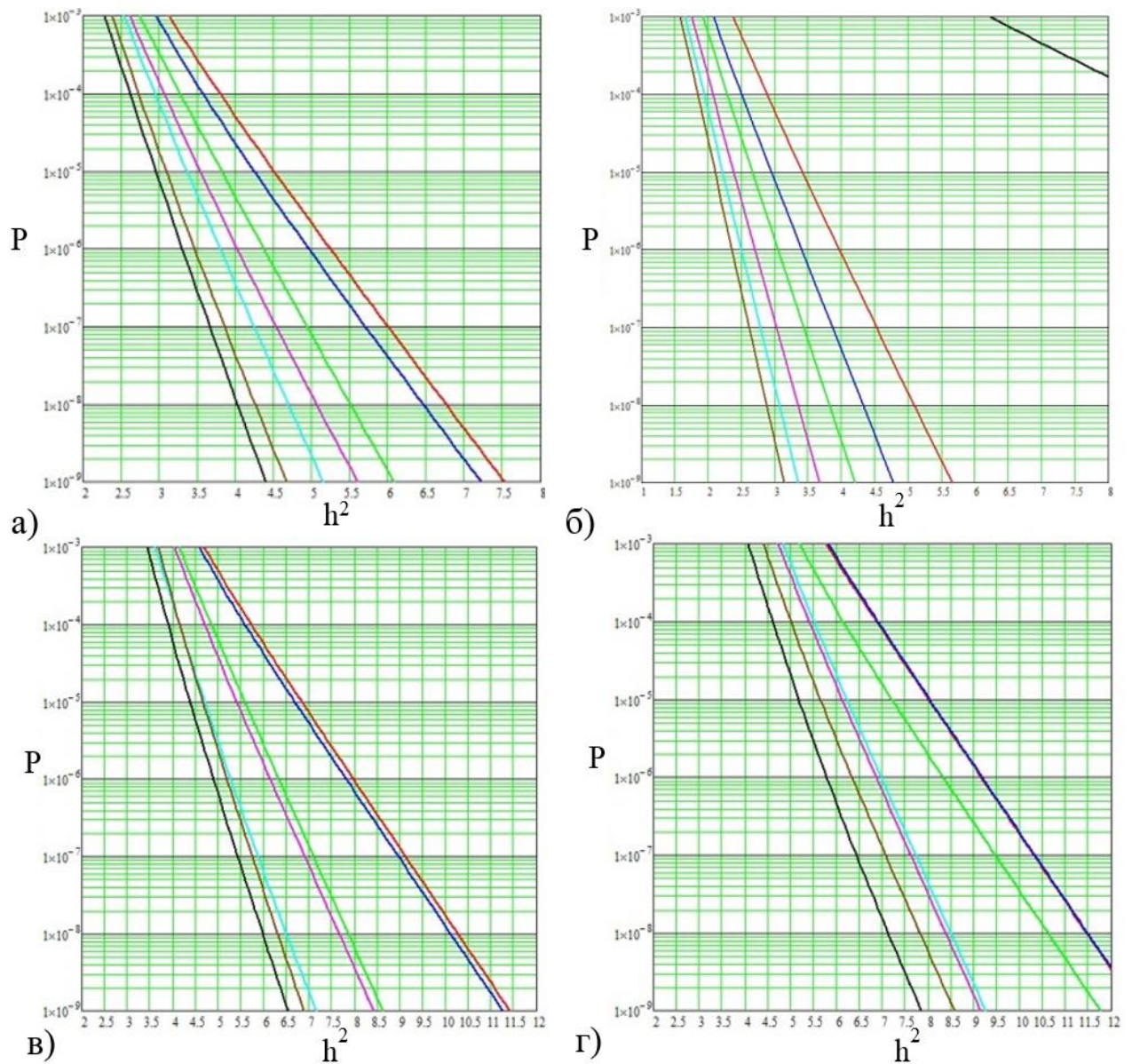


Рис. 3.1. Лінії завадостійкості неперервних кодів для випадку фазової маніпуляції некогерентного прийому, де P – ймовірності помилки на виході декодера при довжині кодового обмеження $D=2\dots 8$ відповідно: а) $r_c=1/2$; б) $r_c=1/3$; в) $r_c=2/3$; г) $r_c=3/4$

3.2 Синтез параметрів неперервних бінарних кодів, еквівалентних параметрам блокових кодів

Першим кроком є визначення значень r_b для неперервних кодів при різних довжинах кодового обмеження для кодових швидкостей $1/2$, $1/3$, $2/3$, $3/4$. Для вирішення цієї задачі скористаємось лініями завадостійкості.

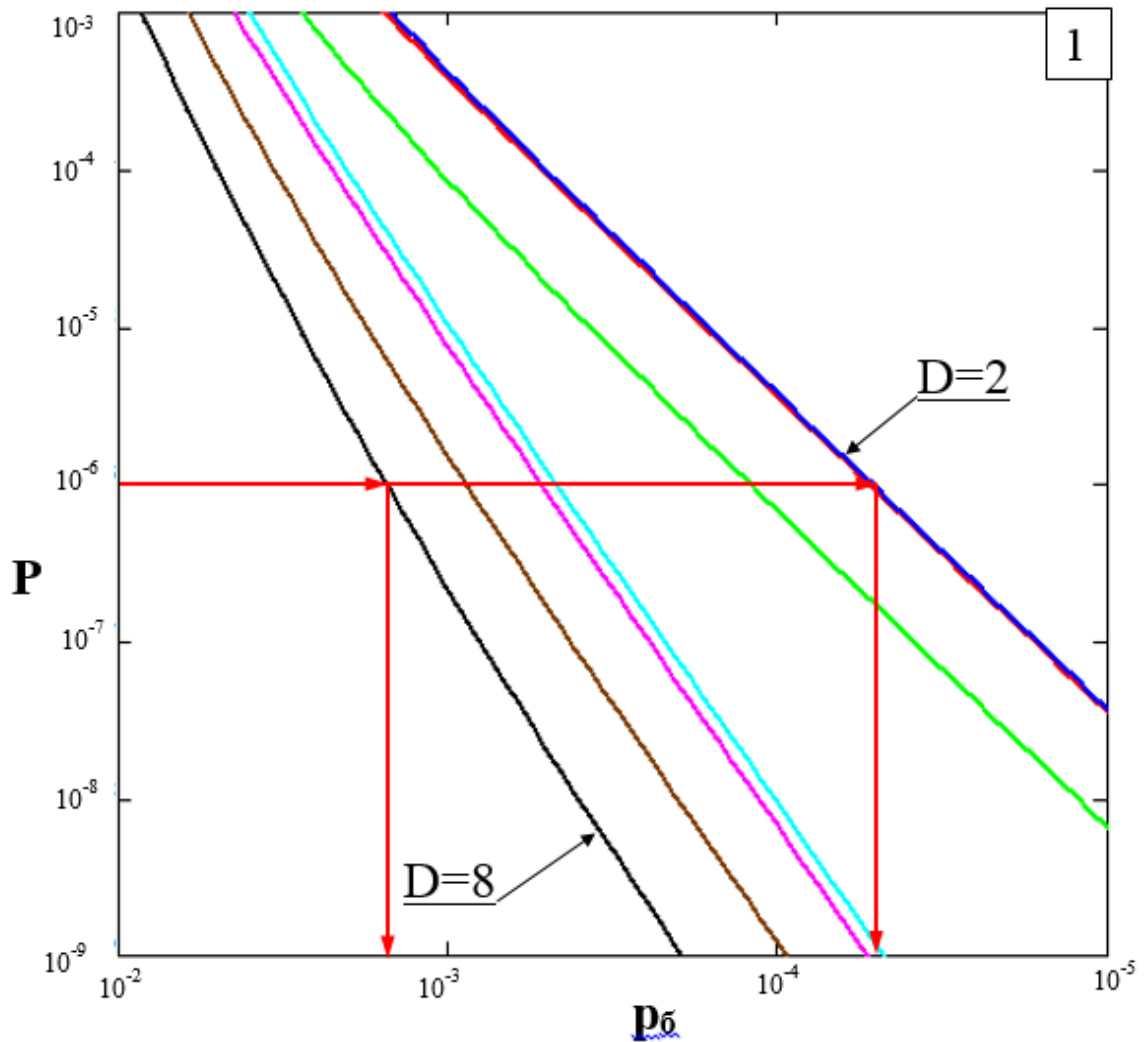


Рис. 3.2. Ілюстрація пошуку значень r_b для неперервних кодів, при різній довжині кодового обмеження $D=2\dots 8$, $r_c=3/4$ та заданій достовірності $P=10^{-6}$

Аналогічним чином визначаються значення r_b для неперервних кодів з кодovими швидкостями $1/2$, $1/3$ та $2/3$. Результатом першого кроку будуть набори значень неперервних кодів (h^2, R, v) , де D – довжина кодового обмеження.

Другим кроком є побудова знайдених значень неперервних кодів у координатах (r_b, R) . Ці координати є спільними для неперервних та блокових кодів, що дозволяє разом із неперервними кодами зобразити у них границі блокових кодів та границю Шеннона для заданого значення n .

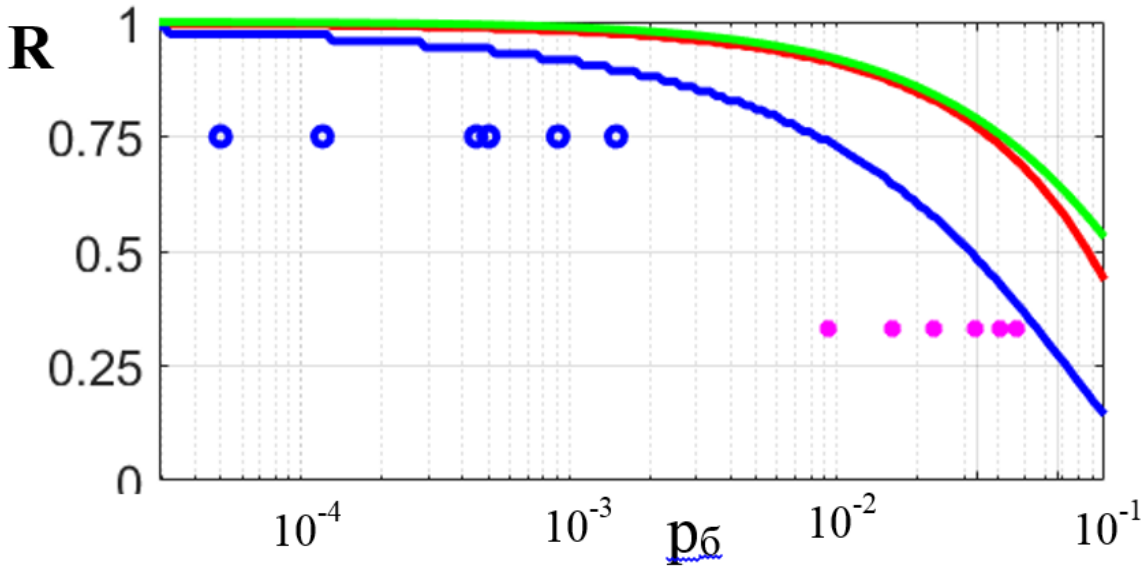


Рис. 3.3 Ілюстрація проєкції точок неперервних кодів в область (p_b, R) разом із лініями Плоткіна та Варшамова-Гільберта для довжини кодового блоку $n=511$

Третім кроком є побудова проєкції неперервних кодів у область лінії завадостійкості блокових кодів.

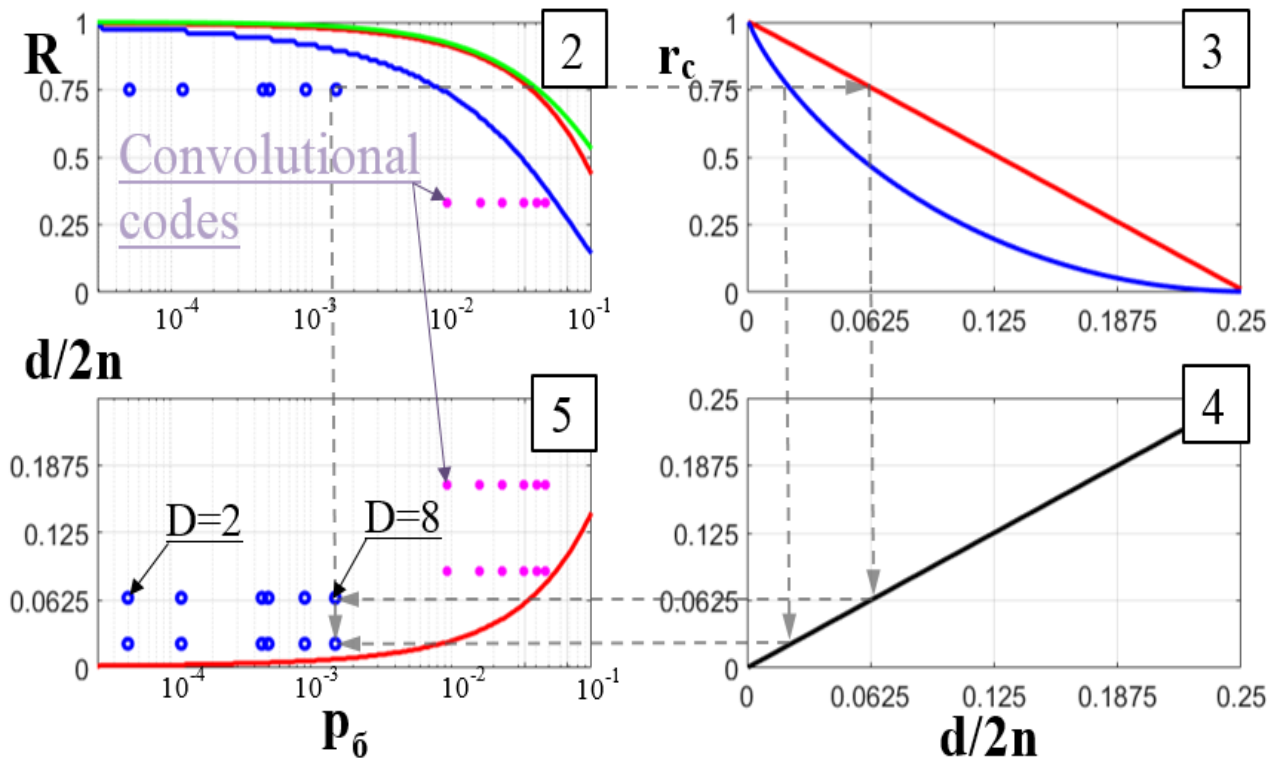


Рис. 3.4. Ілюстрація побудови значень неперервних кодів у області (p_b, R) та їх проєкції в область лінії завадостійкості блокових кодів $(p_b, d/2n)$

Проекція в область лінії завадостійкості побудована за допомогою границь Варшамова-Гільберта та Плоткіна. У результаті для кожного коду маємо 2 точки. Точка, яка відповідає границі Плоткіна дозволяє порівняти неперервний код з найкращим максимально досяжним блоковим кодом, в той час як точка, яка відповідає границі Варшамова-Гільберта дозволяє порівняти неперервний код з реально існуючим блоковим кодом.

Умовою рівності виправної здатності блокових та неперервних кодів є приналежність проєкцій неперервних кодів лініям завадостійкості блокового коду. Рівність кодкових швидкостей впливає за умови побудови.

Для того, щоб лінія завадостійкості блокового коду перетинала проєкції неперервного коду, **останнім кроком** необхідно поступово збільшувати довжину кодового блоку. При цьому лінія завадостійкості буде переміщуватись праворуч до перетину з проєкціями.

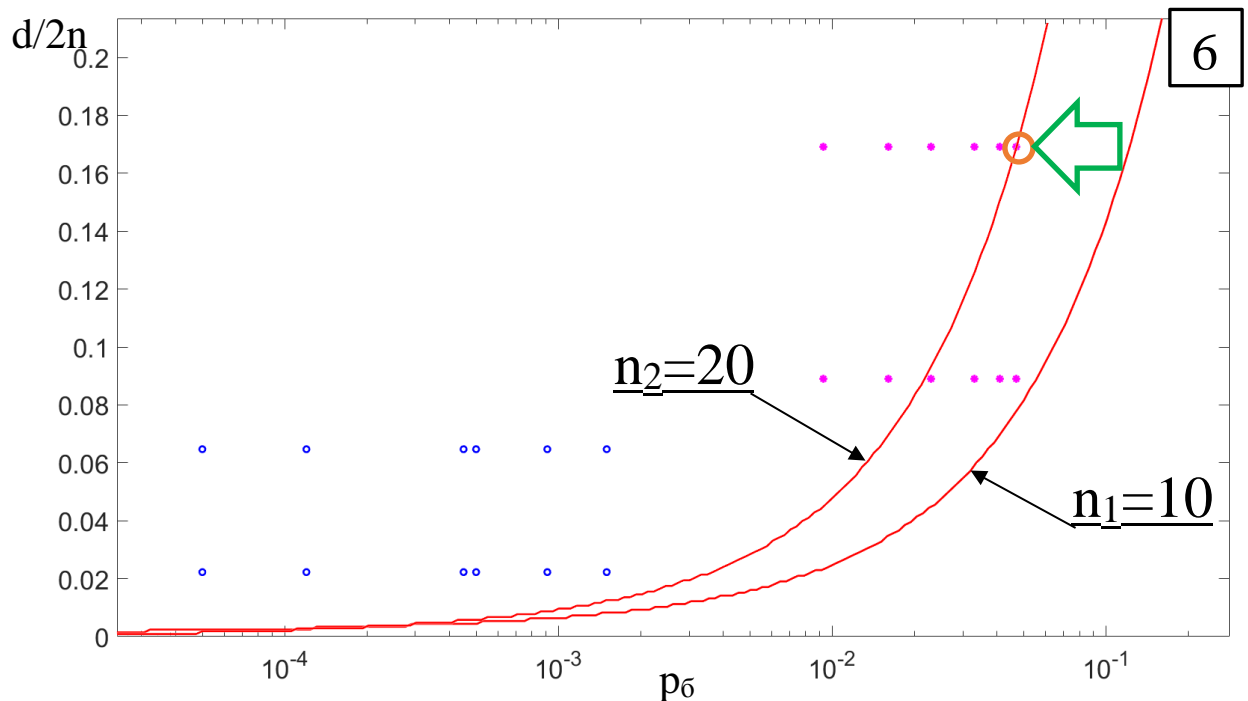


Рис. 3.5. Ілюстрація пошуку довжини кодового блоку, при якій проєкція неперервного коду буде належити лінії завадостійкості блокового коду

Результатом пошуку є значення довжини кодового блоку, при якій корегуюча здатність неперервного коду дорівнює корегуючій здатності

блокового коду. Знаючи довжину кодового блоку $n_{\text{екв}}$ та відношення $d/2n$ можна знайти еквівалентне значення кодової відстані $d_{\text{екв}}$. Слід підкреслити, що при зменшенні довжини кодового блоку, границі Плоткіна та Варшамова-Гільберта також зміщуються тим більше, чим менше значення n . Разом із ними зміщуються відповідні проєкції неперервних кодів. Цей фактор необхідно враховувати при відображенні параметрів неперервних кодів у просторі блокових кодів.

3.3 Методика синтезу неперервних кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона

Нехай заданий канал зв'язку з некогерентним прийомом сигналів фазової маніпуляції. Ймовірність помилки на виході декодера має бути не гіршою від 10^{-6} .

Необхідно визначити неперервний код, який би забезпечив необхідну достовірність передачі та за своїми можливостями максимально наближався до границі Шеннона.

Як і в методиці аналізу неперервних кодів **першим етапом** є побудова ліній завадостійкості – рис. 3.6 – та визначення відповідних точок h^2 , для яких неперервні коди будуть гарантовано забезпечувати необхідну достовірність.

Другим етапом є проєкція отриманих значень точок неперервних кодів в область границь завадостійкого кодування та границі Шеннона (h^2, R) – рис. 3.7.

Третім етапом є визначення оптимального завадостійкого коду, за критерієм максимального наближення до границі Шеннона для заданого h^2 .

Нехай необхідно забезпечити задану достовірність при $h^2=4$. Розв'язок задачі графічним способом представлений на рис. 3.8.

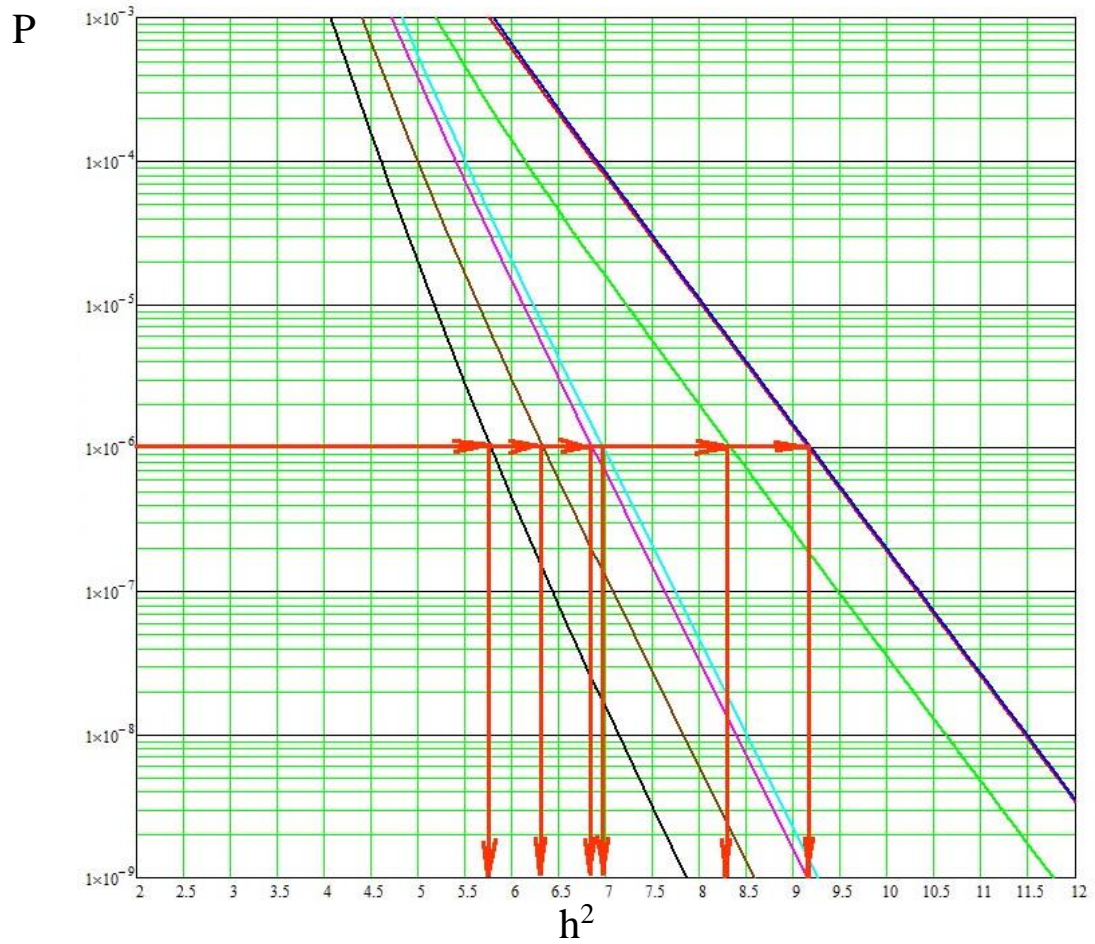


Рис. 3.6. Ілюстрація пошуку значень h^2 для неперервних кодів, при різній довжині кодового обмеження $D=2 \dots 8$ відповідно та кодовій швидкості $r_c=3/4$

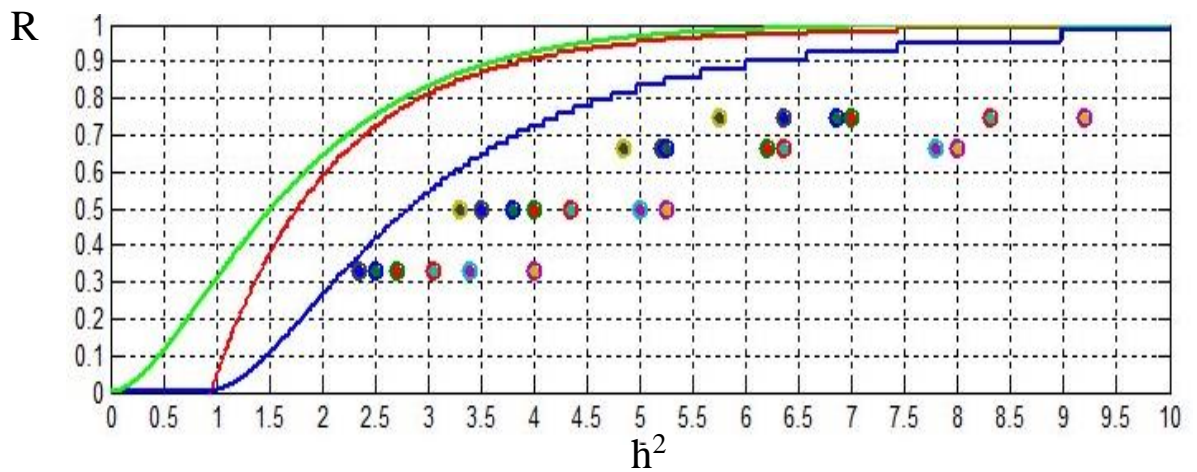


Рис. 3.7. Ілюстрація проєкції точок неперервних кодів в область (h^2, R) разом із лініями границь Плоткіна, ВГ та Шеннона при $n=511$

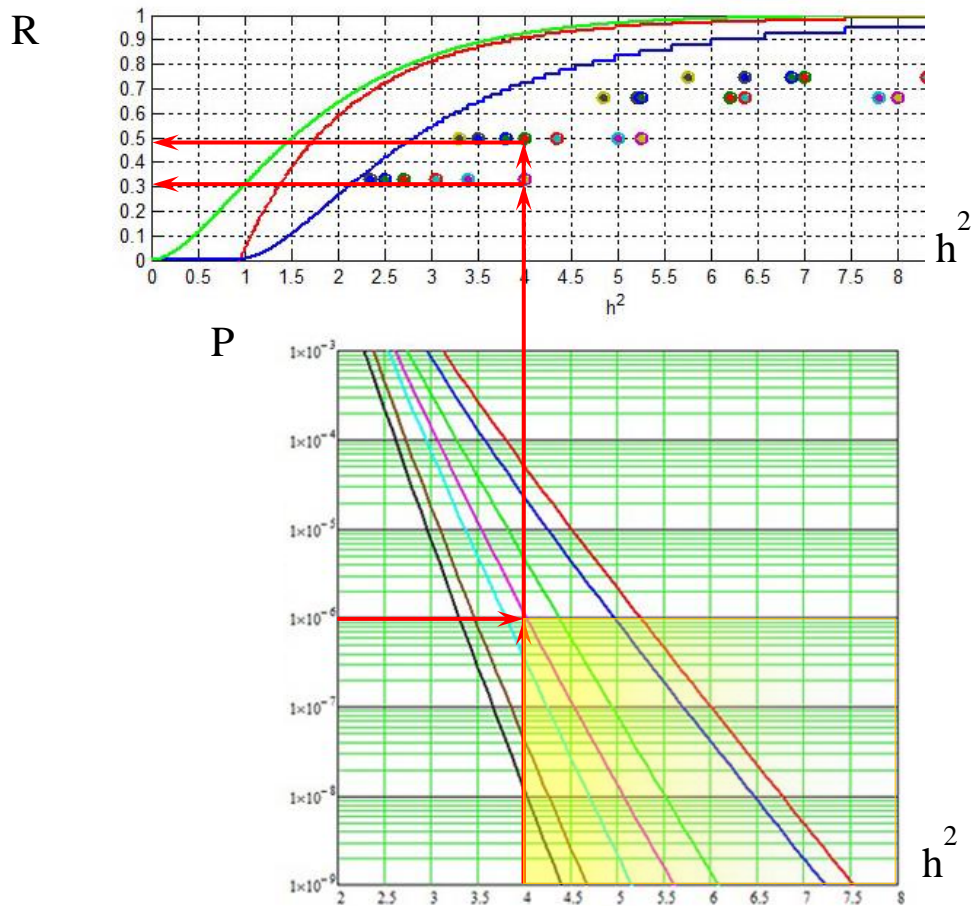


Рис. 3.8. Ілюстрація алгоритму пошуку оптимального завадостійкого коду для значення енергетики в каналі $h^2=4$

На рис. 3.8. проілюстрований випадок, коли для заданої енергетики можливо обрати один з двох кодів $(d; r_c)$: $(5; 1/2)$, $(2; 1/3)$. Перша цифра у дужках відповідає довжині кодового обмеження, друга – кодовій швидкості. При використанні коду з меншою вхідною довжиною кодового обмеження можна отримати перевагу у простоті реалізації, код з більшою довжиною має складнішу реалізацію, але також має більшу кодову швидкість. Згідно критерію вибору завадостійкого коду оптимальним буде завадостійкий згортковий код з параметрами $(5; 1/2)$. Слід зазначити що використання даного коду для більших значень h^2 допустиме, як видно з рис. 3.8 збільшення енергетики в каналі призводить до зменшення ймовірності помилки на виході декодера, а отже покращення достовірності передачі. В той же час при збільшенні енергетики можливо обрати завадостійкий неперервний код, який

би забезпечував необхідно достовірність та мав би вищу кодову швидкість, а отже був оптимальним. Також з рис. 3.8 видно, що зменшення енергетики призводить до неможливості забезпечення необхідної достовірності. А отже, при меншій енергетиці необхідно обирати більш завадостійкий код. Аналогічні проєкції ліній завадостійкості на рис. 3.8 слід робити для кожного значення r_c . Розглянемо випадок, коли необхідно визначити оптимальний неперервний код для $h^2=3$. Побудуємо розв'язок аналогічний тому, який показаний на рис. 3.8 з тією різницею, що на рис. 3.9 зобразимо лінії завадостійкості для $r_c=1/3$.

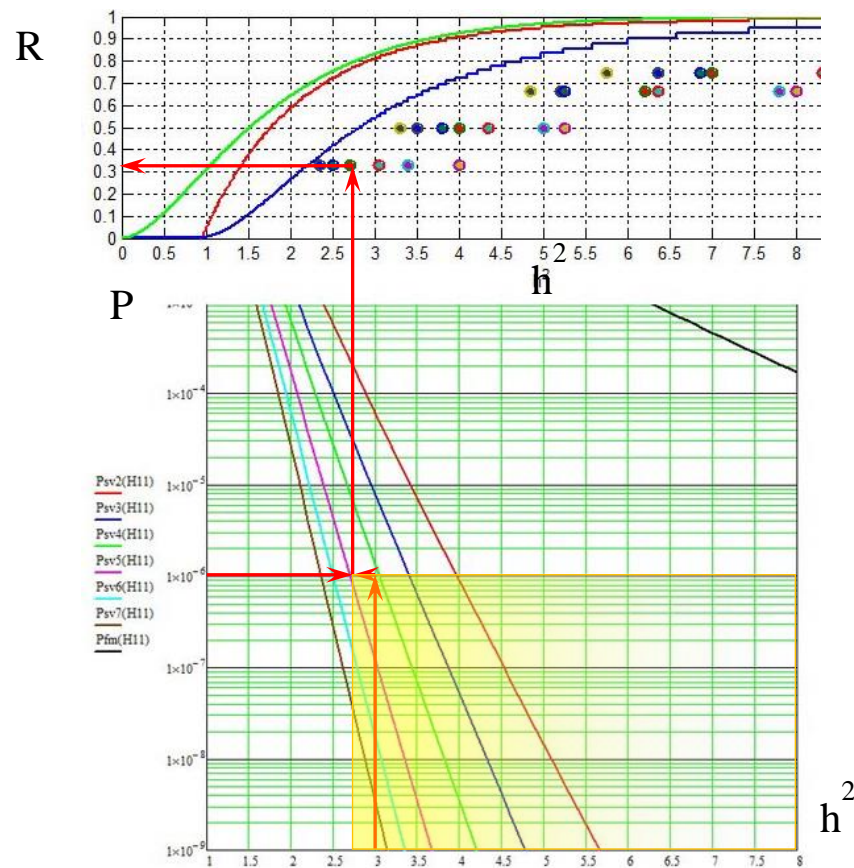


Рис. 3.9. Ілюстрація алгоритму пошуку оптимального завадостійкого коду для значення енергетики в каналі $h^2=3$

З рис. 3.9 видно, що неможливо знайти неперервний код, який би забезпечував необхідну ймовірність помилки при заданому h^2 . Для вирішення задачі необхідно зменшувати значення h^2 до перетину з лінією завадостійкості.

Код, який буде відповідати даній лінії і буде шуканим, так як при заданій більшій енергетиці знайдений код зможе забезпечити кращу достовірність. Таким чином, для забезпечення ймовірності помилки на виході декодера 10^{-6} для $h^2=3$, необхідно застосовувати неперервний код з параметрами $(5, 1/3)$, для $h^2=3 - (5, 1/2)$, де перше число відповідає вхідній довжині кодового обмеження, а друге - кодовій швидкості.

3.4 Порівняльний аналіз граничних корегувальних властивостей завадостійких неперервних та блокових кодів

Для оцінки граничних коригуючих можливостей блокових кодів побудуємо залежність каналної ймовірності помилки від довжини кодового блоку при фіксованих вимогах до достовірності передачі (фіксованій ймовірності помилки на виході декодера $P = 10^{-6}$). При цьому для оцінки неперервних кодів будемо використовувати знайдені еквівалентні параметри блокових кодів за границею Варшамова – Гільберта.

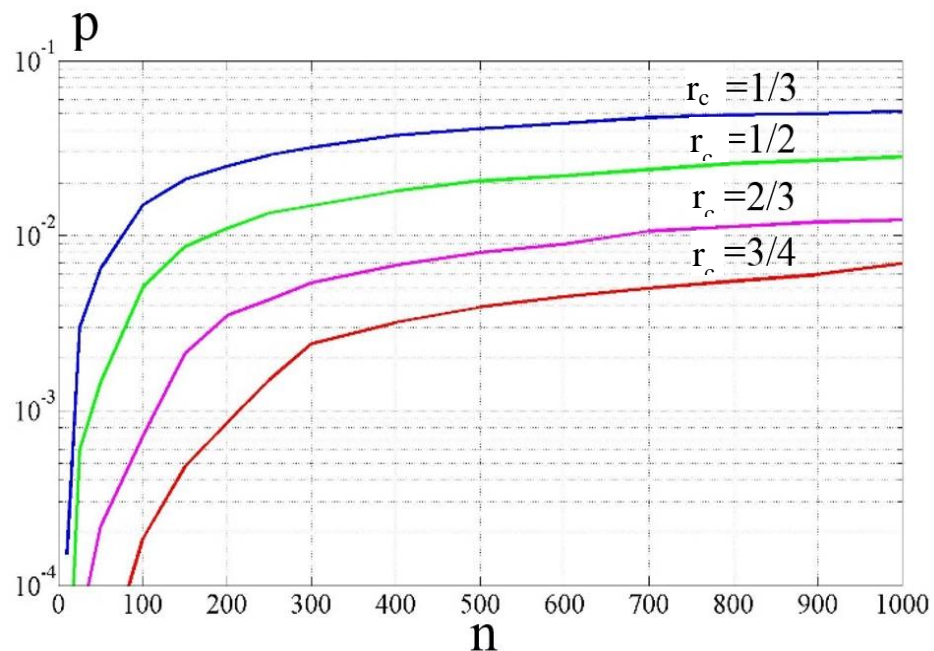


Рис. 3.10 Відображення параметрів блокових завадостійких кодів в

координатах достовірності $p(n)|r_c \in \{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}\}$

В якості ключового показника завадостійких кодів пропонується використовувати довжину кодового блоку n . Наприклад, для того, щоб у каналі з ймовірністю помилки $p = 10^{-3}$ отримати достовірність $p_{\text{бит}} = 10^{-6}$ можна використати блоковий код зі швидкістю $r_c = \frac{1}{3}$ та довжиною $n = 15$, або $r_c = \frac{1}{2}$ та довжиною $n = 60$, або $r_c = \frac{2}{3}$ та довжиною $n = 115$, або $r_c = \frac{3}{4}$ та довжиною $n = 210$, або використати неперервний код зі швидкістю $r_c = \frac{3}{4}$ та довжиною кодового обмеження $D = 8$.

Наведемо приклади можливого використання різних завадостійких кодів для однакової каналної ймовірності помилки та достовірності у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Довжини кодів із різними швидкостями, які здатні забезпечити однакову ймовірність помилки p_6

p_6	1/3	1/2	2/3	3/4
0,001	15	60	115	210
0,005	50	120	370	800
0,02	120	460	x	x
0.05	1000	x	x	x

З таблиці 3.1 видно, що виправляючи одну й ту саму ймовірність помилки, можна використовувати коди із різною швидкістю. Платою за вищу кодову швидкість, а отже, інформаційну ефективність є підвищення складності, а отже й швидкості кодування.

Також слід зазначити, що існують порогові значення ймовірності помилки, для яких неможливо використовувати високошвидкісні коди (наприклад, $r_c = \frac{3}{4}$) та забезпечити необхідну достовірність. У цьому випадку необхідно переходити на менш швидкісний код (наприклад, $r_c = \frac{1}{2}$). Дане твердження проілюстроване у таблиці 3.1. Символом 'x' позначено випадки, для яких не існує коду із заданою швидкістю, який може забезпечити необхідну достовірність при обмеженні максимальної довжини кодового блоку $n=1000$.

Окремий інтерес викликає завдання пошуку граничного значення каналної ймовірності помилки, для якого навіть теоретично не може існувати коду, здатного забезпечити необхідну достовірність. Очевидно, що це значення можна отримати, якщо знайти найбільш завадостійкий код, в якому буде максимальна кількість надлишкових символів, та мінімальна кількість інформаційних символів. Даний випадок проілюстрований на рис. 3.11.

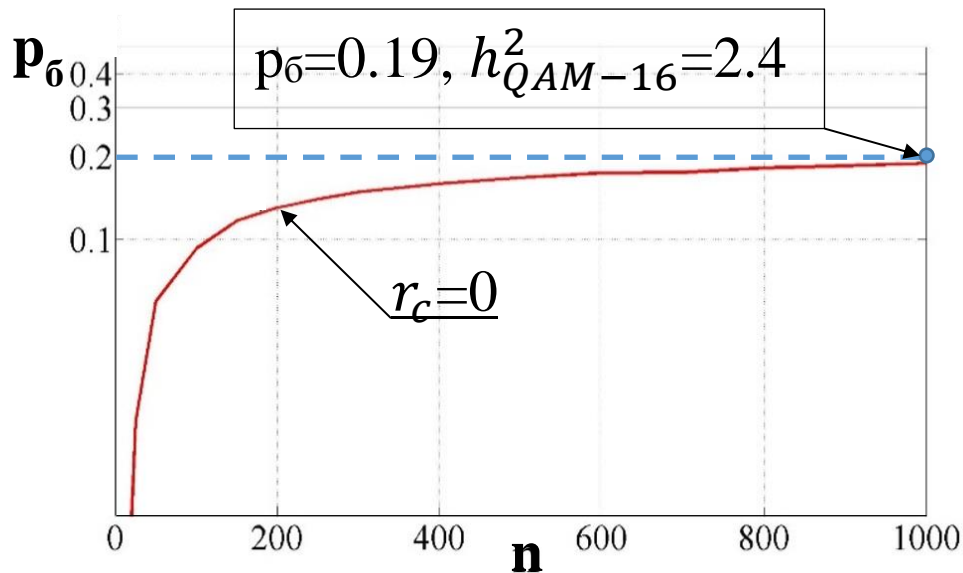


Рис. 3.11. Теоретична границя існування завадостійких кодів

Залежність на рис. 3.11 отримана у точці перетину границь Плоткіна та ВГ.

У цієї точці гіпотетичний завадостійкий код має найбільшу завадостійкість, але кодова швидкість $r_c = 0$. Користуючись даною залежністю можна стверджувати, що не існує жодних неперервних кодів та блокових кодів довжиною $n < 1000$, які зможуть забезпечити достовірність на рівні $P = 10^{-6}$, якщо канална ймовірність помилки $p_6 \geq 0,19$.

При будь-якому обмеженому n , користуючись наведеною методикою можна визначити кількісну границю досяжної достовірності P при найгіршій каналній ймовірності помилки p_6 , для яких гарантоване існування завадостійкого коду. За межами цих границь таких завадостійких кодів не існує.

В координатах достовірності граничні можливості блокових кодів визначені вперше.

Користуючись методикою відображення параметрів блокових кодів в координатах достовірності, є можливість поширити отриманий результат на випадок неперервних кодів.

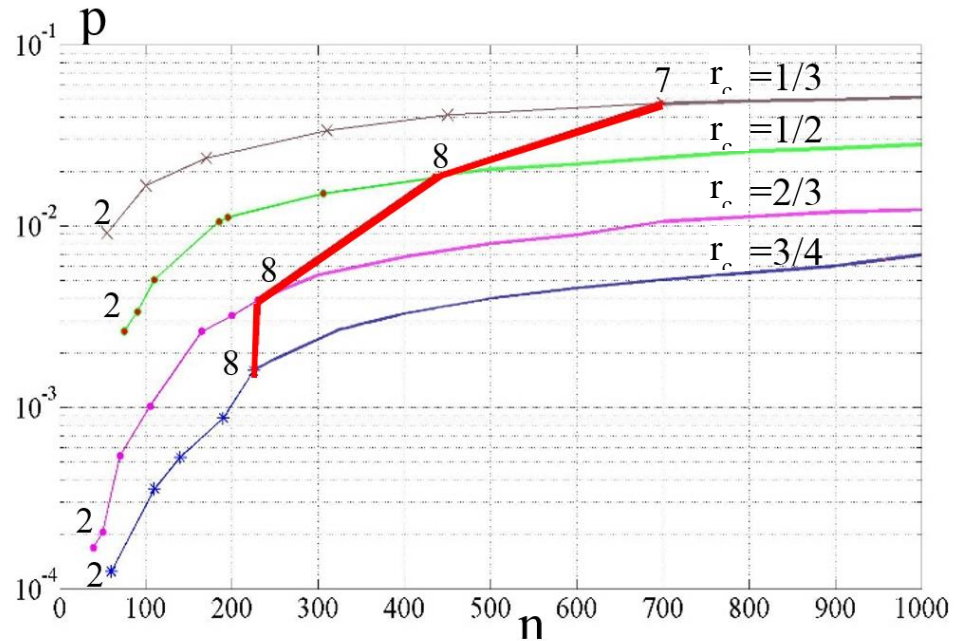


Рис. 3.12. Відображення параметрів блокових та неперервних завадостійких

кодів в координатах достовірності $p(n) | r_c \in \{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}\}$

На рис. 3.12 відображено ймовірнісна границя неперервних кодів, у межах якої (зліва) можливо поліпшувати задану каналну ймовірність помилки до рівня $P = 10^{-6}$ на виході декодера. Ця границя проходить через неперервні коди з найбільшим D , які мають найкращу виправну здатність. Для виправлення помилок у каналі з гіршою ймовірністю помилки можливо використовувати лише блокові коди, довжина яких вища за граничні значення.

Висновки по розділу 3

1. Проаналізовані основні параметри неперервних кодів. До них відносяться кодова швидкість r_c та довжина кодового обмеження D .

Використовуючи данні параметри та відомі співвідношення для отримання ймовірності помилки на виході декодера в залежності від каналної ймовірності, були отримані параметри неперервних кодів, еквівалентні параметрам блокових кодів. Користуючись отриманими результатами, стало можливим порівнювати виправну здатність блокових та неперервних кодів при фіксованій кодовій швидкості, а отже порівнювати ефективність блокових та неперервних кодів.

2. На базі методики формування параметрів блокових кодів, сформована методика синтезу неперервних кодів, які забезпечують максимальне наближення до границі Шеннона. Користуючись даною методикою, можливо визначити оптимальний блоковий та/або неперервний код за критерієм максимальної інформаційної ефективності. При цьому в подальшому можливо зробити вибір між блоковим та еквівалентним неперервним кодом, користуючись додатковими вимогами або критеріями.

3. Отримана оцінка граничних можливостей блокових та неперервних кодів, як залежність границі каналної ймовірності помилки від довжини кодового блоку. Отже, неперервні коди мають жорстке обмеження по еквівалентній довжині кодового блоку. Це значить, що для забезпечення високого рівня завадостійкості при фіксованій каналній ймовірності помилки можливе використання лише блокових кодів. Перевагою неперервних кодів є більш простий алгоритм кодування та декодування, а отже й більша швидкодія даних процесів.

4. Побудована теоретична границя існування блокових та неперервних кодів, як значення каналної ймовірності помилки, для якої не існує завадостійкого коду, здатного забезпечити необхідну достовірність.

5. Задачею наступного розділу є аналіз корегувальних властивостей каскадних кодів та оцінка енергетичних границь застосування каскадних, неперервних та блокових кодів.

4. ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ КОРЕГУВАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КАСКАДНИХ ТА НАДДОВГИХ БЛОКОВИХ КОДІВ

4.1 Аналіз принципів формування та корегувальних властивостей каскадних кодів

В 1966 році для отримання завадостійких кодів із значною довжиною блоку коду n та високою коригуючою здатністю Форні були запропоновані каскадні коди. Велика еквівалентна довжина блоку досягається завдяки введенню декількох ступенів кодування.

Розглянемо найбільш розповсюджену схему каскадного коду, що складається з двох ступенів. В якості зовнішнього коду, як правило, використовується недвійковий код Ріда-Соломона, а в якості внутрішнього – згортковий код, або двійковий блоковий код.

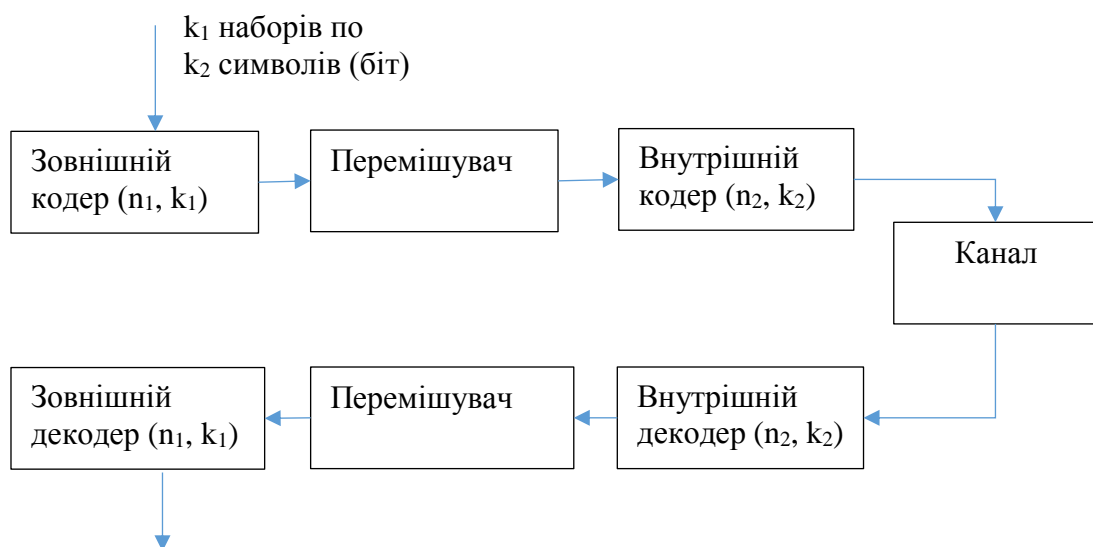


Рис. 4.1. Схема кодування каскадним кодом із двома ступенями кодування

Між зовнішнім та внутрішнім кодерами знаходиться перемішувач, який необхідний для боротьби з груповими помилками та може використовуватися для узгодження розмірності недвійкових символів внутрішнього і зовнішнього кодів.

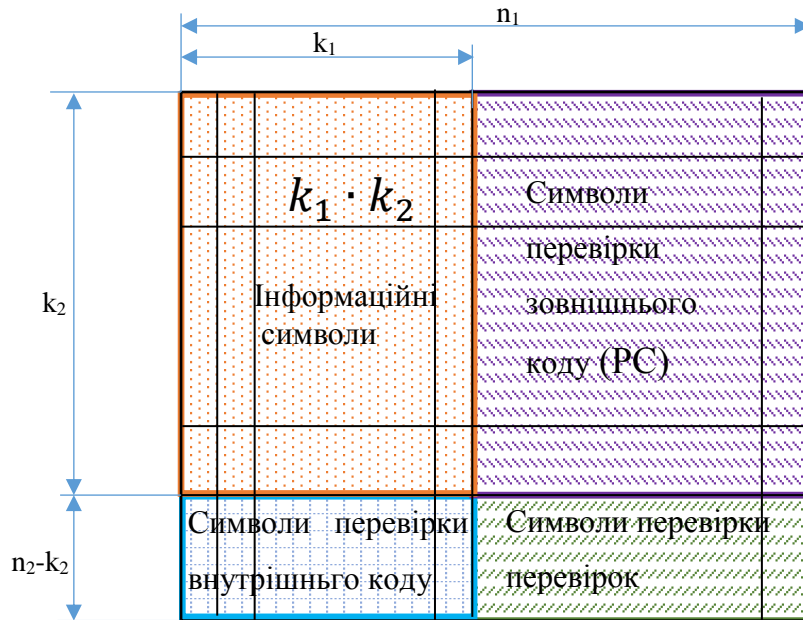


Рис. 4.2 Зображення принципу формування кодового слова каскадного кода

У найпростішому випадку в якості зовнішнього та внутрішнього кодерів використовуються блокові коди. Нехай зовнішній код визначається параметрами (n_1, k_1, d_1) , а внутрішній код, відповідно, (n_2, k_2, d_2) . Для формування каскадного коду на перший кодер подається k_1 наборів по k_2 біт (рис. 4.2). Кожен з наборів являє собою інформаційний символ, а розмір алфавіту зовнішнього коду, таким чином, складає $q=2^{k_1}$. Після кодування першим кодером на його виході формується код Ріда-Соломона довжиною n_1 . Далі послідовність потрапляє у перемішувач, та далі на вхід другого кодера, куди подається n_1 наборів по k_2 біт (n_1 символів), кожен з яких кодується внутрішнім кодом довжиною n_2 . В результаті у канал зв'язку потрапляє кодована послідовність довжиною $n^* = n_1 \cdot n_2$, з яких $k^* = k_1 \cdot k_2$ – інформаційні біти [2]. Кодова швидкість буде дорівнюватись добутку кодкових швидкостей внутрішнього та зовнішнього коду $r_c^* = \frac{k_1 \cdot k_2}{n_1 \cdot n_2}$. Отриманий у результаті каскадний код є лінійним та його кодова відстань не менша від добутку кодкових відстаней складових кодів [18]:

$$d^* \geq d_1 \cdot d_2 \quad (4.1)$$

Більш складною є оцінка завадостійкості каскадного коду, де в якості внутрішнього виступає згортковий код. Розглянемо алгоритм визначення завадостійких характеристик каскадного коду на прикладі реального коду, який використовуються у технології IEEE 802.16x. В якості зовнішнього використовується код Ріда-Соломона (32, 24, 9), сформований на основі поля GF(8). Тоді в бітовому представленні параметри коду будуть відповідно (256, 192, 9). В якості внутрішнього згідно стандарту використовується код зі швидкістю $r_c = \frac{2}{3}$ та довжиною кодового обмеження $D = 8$. Результиуюча швидкість дорівнює $r_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{32} = \frac{1}{2}$.

Для оцінки завадостійкості даної конструкції можливо використовувати наступний алгоритм, метою якого є визначення блокового коду, еквівалентного каскадному:

Перший крок. Знаючи вимоги до достовірності передачі $P = 10^{-6}$ визначити ймовірність помилки суперканалу з згортковим кодом P_S .

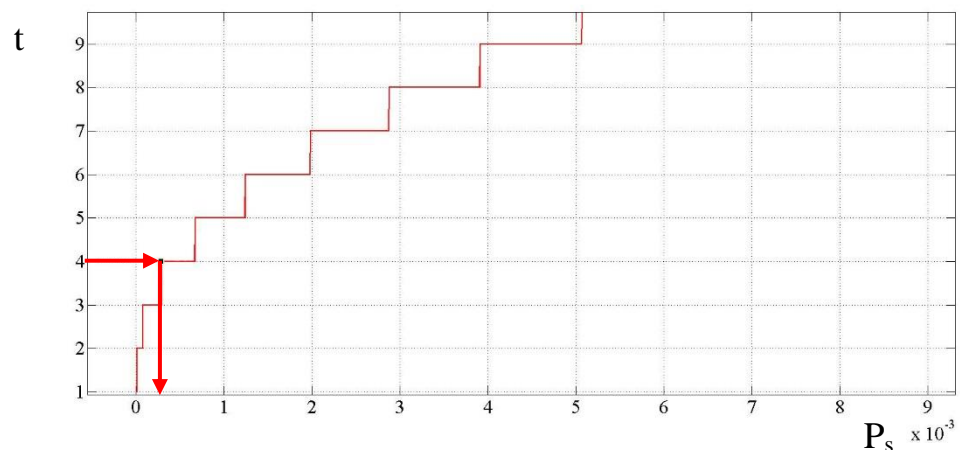


Рис. 4.3. Зображення залежності кількості виправляємих помилок t від ймовірності помилки у каналі P_s для фіксованої ймовірності помилки на виході декодера $P = 10^{-6}$

Для обраного зовнішнього коду з $t=4$ ймовірність помилки на виході суперканалу буде $P_S = 2.79 \cdot 10^{-4}$

Другий крок. Використовуючи в якості вимоги до достовірності P_S , визначити максимально допустиму ймовірність помилки p_6 в каналі неперервного коду використовуючи лінії завадостійкості

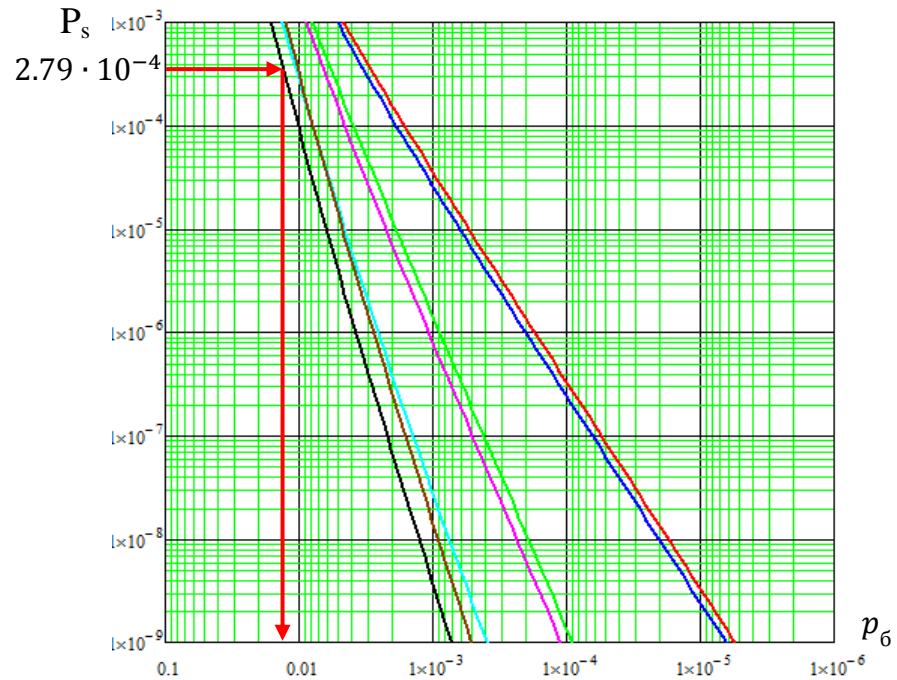


Рис. 4.4. Зображення залежності кількості виправляємих помилок t від ймовірності помилки у каналі p для фіксованої ймовірності помилки на виході декодера $P = 10^{-6}$

Згідно рис. при використанні обраного згорткового коду найгірша канална найгірша канална ймовірність помилки може бути $p_6 = 1.5 \cdot 10^{-2}$

Третій крок. При відомих параметрах каналної ймовірності помилки p_6 та вимог до достовірності $P = 10^{-6}$ знайти довжину еквівалентного блокового коду, який забезпечив би задану достовірність та мав би еквівалентну кодову швидкість. Параметри еквівалентного коду і будуть параметрами каскадного коду.

Згідно отриманих результатів еквівалентний блоковий код має забезпечувати достовірність $P = 10^{-6}$ при каналній ймовірності помилки $p_6 = 1.5 \cdot 10^{-2}$ та мати кодову швидкість $r_c = \frac{1}{2}$. Використовуючи методику пошуку оптимального завадостійкого коду за критерієм максимального

наближення до границі Шеннона [30, 32] можна визначити, що довжина еквівалентного блокового коду за границею ВГ може бути $n=256$. З огляду на те, що знайдений еквівалентний блоковий код є найефективніший з гарантованою реалізацією (знаходиться на границі ВГ), а каскадний код має значно гірші показники коригувальної ефективності, слід зробити висновок, що перевагою каскадних кодів перед блоковими є спрощена процедура формування та декодування.

Розвиток технологій швидкісної обробки кодів спонукає використовувати блокові коди з великою довжиною блоку замість каскадних кодів для підвищення ефективності використання ресурсів каналу зв'язку

4.2 Методика визначення параметрів каскадних кодів оптимальних за критерієм максимального наближення до границі Шеннона

Постановка задачі для пошуку оптимальних каскадних кодів є аналогічною до постановки задачі пошуку оптимального блокового чи неперервного коду.

Вихідними даними є:

- канална ймовірність помилки p ;
- необхідна достовірність, або ймовірність помилки на виході зовнішнього декодера P ;
- допустима складність кодування, яка визначається параметрами складових кодів: довжиною коду n для блокового коду, або довжиною кодового обмеження D для неперервного коду.

Необхідно визначити параметри каскадних кодів, які дозволили б забезпечити необхідну достовірність, та забезпечили максимальне наближення продуктивності сигнально-кової конструкції до пропускну здатності каналу.

Нехай в якості зовнішнього коду необхідно використовувати блоковий код довжиною $n_{\text{зовн}}$, а в якості внутрішнього – згортковий код з довжиною кодового обмеження $D_{\text{вн}}$.

Першим кроком необхідно визначити еквівалентні параметри неперервних внутрішніх кодів $(n_{\text{екв}}; t_{\text{екв}})$ для кожного $r_c = \{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}\}$, які мають задану $D_{\text{вн}}$. Це виконується з використанням методики пошуку параметрів неперервних кодів, еквівалентних блоковим кодам, яка описана у розділі 3.2.

Другим кроком необхідно визначити ймовірність помилки у суперканалі P_S , тобто ймовірність помилки на виході внутрішнього декодера неперервного коду для кожного r_c . Для цього використовується біноміальний розподіл у бінарному каналі $P(n_{\text{екв}}, t_{\text{екв}}, p)$.

Третім кроком є пошук оптимального блокового коду із використанням методики, яка описана у розділі 2.3. В якості вихідних параметрів можна використовувати довжину блоку n , необхідну достовірність P , та ймовірність помилки на вході декодера P_S (замість каналної ймовірності помилки у методиці). Результатом третього кроку будуть пари кодів, які складаються з неперервного коду $(r_c, t_{\text{екв}}, D_{\text{вн}})$ та блокового коду $(n_{\text{зовн}}, k_{\text{зовн}}, t_{\text{зовн}})$ для кожного r_c . Слід зазначити, що для великих значень r_c , тобто при слабкому за критерієм виправної здатності внутрішньому коді, відповідного блокового зовнішнього коду, який дозволив би отримати необхідну достовірність, може не існувати. В даному випадку необхідно відкинути дане значення r_c та продовжити пошук для менш швидкісних внутрішніх неперервних кодів.

Четвертим кроком є пошук оптимального набору кодів за критерієм максимального результуючого $r_c = r_{c_{\text{вн}}} \cdot r_{c_{\text{зовн}}}$. При цьому усі знайдені набори каскадних кодів задовільняють необхідній достовірності.

Нехай в якості зовнішнього і внутрішнього коду необхідно використовувати блокові коди довжиною $n_{\text{зовн}}$ та $n_{\text{вн}}$.

Спочатку необхідно визначити загальну кількість помилок, яку має виправити каскадний код. Для цього, використовуючи біноміальний розподіл $P(n, t, p)$ знаходиться $t = t_{\text{вн}} \cdot t_{\text{зовн}}$, де $n = n_{\text{вн}} \cdot n_{\text{зовн}}$.

Наступним кроком є вирішення задачі пошуку екстремуму $r_c = r_{c_{\text{ВН}}} \cdot r_{c_{\text{ЗОВН}}}$ при відомих $n_{\text{ВН}}$, $n_{\text{ЗОВН}}$ та при виконанні умови $t \geq t_{\text{ВН}} \cdot t_{\text{ЗОВН}}$. Дана задача вирішується шляхом перебору усіх можливих комбінацій при виконанні зазначеної нерівності.

Якщо в якості блокового коду виступає код Ріда-Соломона, то методика залишається незмінною, враховуючи те, що обчислення виконуються у бітовому просторі.

4.3 Аналіз границь використання каскадних кодів в залежності від енергетичних характеристик каналу

Користуючись приведеною методикою, розрахуємо параметри каскадних кодів, які використовуються у стандарті, у яких внутрішній неперервний код має швидкості 1/3, 2/3, 3/4. Результат розрахунків приведений у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1. Еквівалентні параметри каскадних кодів, які використовуються у стандарті DVB-T

Бінарна довжина РС	Кодова швидкість РС	Еквівалентна довжина згорткового коду	Кодова швидкість згорткового коду	Еквівалентна довжина каскадного коду	Кодова швидкість каскадного коду	Гранична канална ймовірність помилки
2040	0,937	674	1/3	1 374 960	0,312	0,072
2040	0,937	344	1/2	701 760	0,4685	0,046
2040	0,937	168	2/3	342 720	0,6246	0,014
2040	0,937	108	3/4	220 320	0,7028	0,005

З отриманих результатів видно, що каскадний код дозволяє отримати значну еквівалентну довжину блока та забезпечує при спадаючій кодовій швидкості необхідну достовірність в каналі зв'язку з більшою ймовірністю помилки.

Відобразимо отримані результати на графіку залежності каналної ймовірності помилки від довжини кодового блоку n .

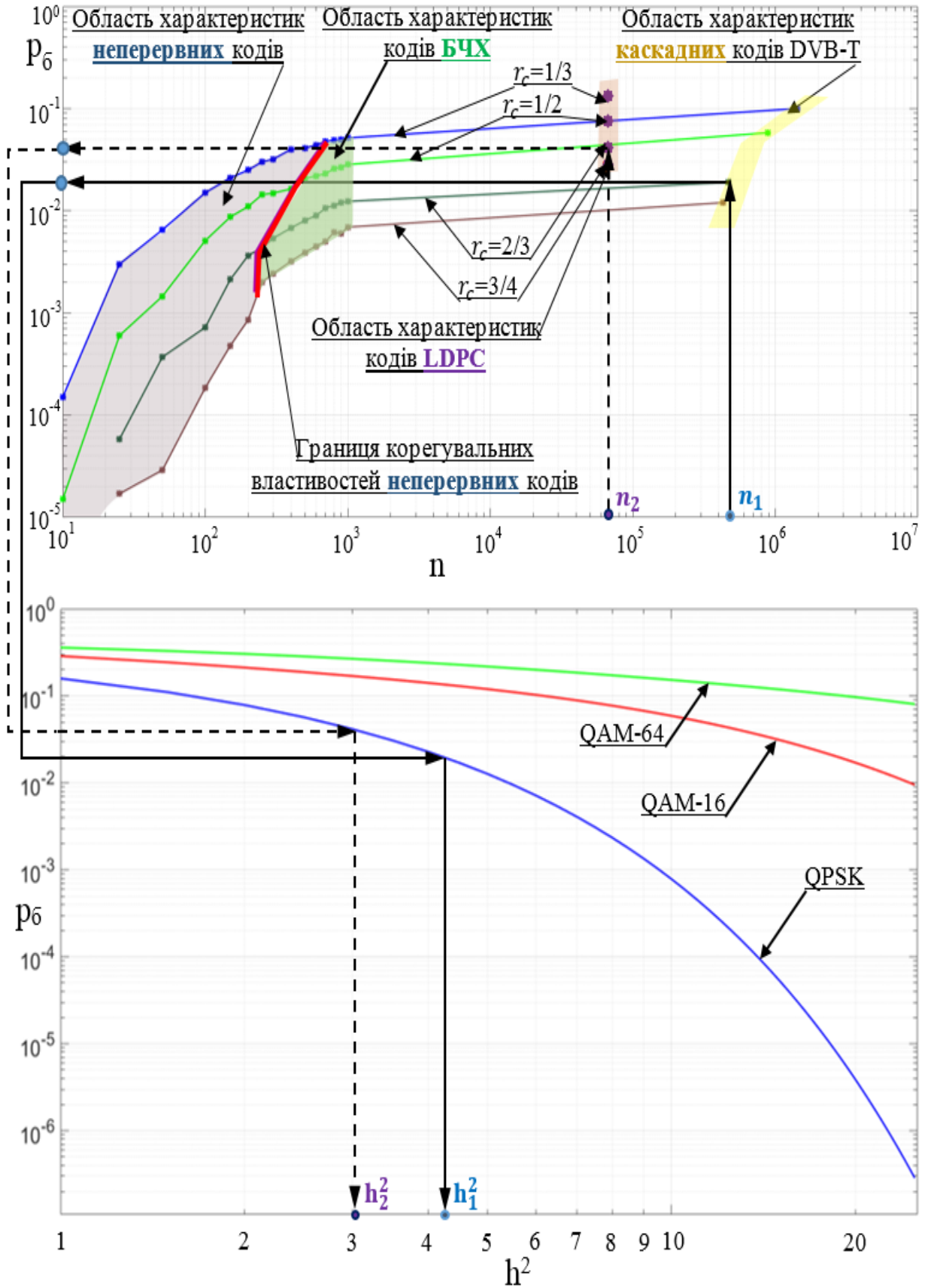


Рис. 4.5. Энергетичні границі класів завадостійких кодів: неперервних, блокових, каскадних, наддовгих блокових кодів LDPC при умові досягнення

При цьому порівнюємо значення граничної каналної ймовірності помилки каскадного коду з аналогічним параметром таких класів кодів як БЧХ та неперервні коди.

На рис 4.5 ліворуч затемненням позначена область довжин блоків неперервних кодів, еквівалентних блоковим, а більш темним – область характеристик бінарних кодів БЧХ, які обмежені значенням $n=1023$.

З рис. 4.5 видно, що зі збільшенням довжини блоку змінюються як ймовірнісна (p_6 – зміщується вгору в сторону більших значень), так і енергетична (h^2 – зміщується вліво в сторону менших значень) границі досягнення необхідної достовірності з використанням відповідних кодів. Таким чином, збільшення довжини коду (наприклад, еквівалентної довжини блоку у каскадному коді) покращує корегувальні властивості завадостійких кодів.

Слід зазначити, що замість каскадних кодів зі значною еквівалентною довжиною блоку (див. табл. 4.1) для швидкостей $r_c=2/3$, $r_c=3/4$, можуть бути використані коди БЧХ з довжиною $n \approx 1000$.

На нижній частині рис. 4.5 зображені залежності каналної бітової ймовірності помилки від енергетики h^2 для наступних видів модуляції: QPSK, QAM-16, QAM-64. З рисунка видно, що при використанні найбільш ефективного - з точки зору корегувальних властивостей – каскадного коду DVB-T зі швидкістю $r_c=1/3$, граничною енергетикою в каналі з найбільш завадостійкою модуляцією QPSK є значення $h^2 = 1.7$. При цьому застосування неперервного кодування або кодів БЧХ з $n < 1000$ при $h^2 = 1.7$ не дозволяє отримати необхідну достовірність $P = 10^{-6}$.

У випадку високої енергетики в каналі $h^2 > 15$ буде достатньо використовувати код БЧХ з $n \approx 1000$, $r_c = 1/3$, і більш інформаційно містку модуляцію QAM-16.

При енергетиці $h^2 > 20$ можливо досягти достовірності $P=10^{-6}$ при використанні модуляції QPSK без кодування.

Каскадні коди дозволяють отримати кодову конструкцію зі значною еквівалентною довжиною блоку за рахунок декількох ступенів кодування. Така результуюча конструкція має високу корегувальну здатність та дозволяє передавати інформацію в каналі з низькою енергетикою: $h^2_{\min} = 1.7$ (при модуляції QPSK).

Розглянуті каскадні коди є більш ефективними за критерієм корегувальної здатності ніж неперервні коди та можуть порівнюватися за ефективністю з блоковими кодами довжиною $n \approx 1000$.

Зворотною стороною використання каскадних кодів є висока надлишковість, тому в каналах з більш високою енергетикою ($h^2 > 2$) доцільніше використання блокових кодів.

Якщо необхідна простота реалізації і висока швидкість декодування, доцільне використання неперервних кодів ($h^2 > 3$).

Окремо слід зазначити, що область характеристик кодів LDPC знаходиться значно вище області характеристик каскадних кодів, що використовуються в стандарті DVB-T, а значить коди LDPC можуть забезпечити кращу завадостійкість, тобто забезпечити передачу повідомлень в каналі з гіршою енергетикою. Дана закономірність проілюстрована проєкціями каскадних кодів та кодів LDPC при однакових кодових швидкостях $r_c=2/3$. В зазначеному випадку каскадний код може забезпечити передачу повідомлень з заданою достовірністю $P=10^{-6}$ при енергетиці в каналі $h^2 = 4.2$, а код LDPC – при $h^2 = 2.95$ за умови використання однакового виду модуляції QPSK.

На рис. 4.6 відображено порівняльні характеристики досліджених кодів в просторі координат Плоткіна. З рис.4.6 випливає, що краща виправна здатність кодів LDPC у порівнянні із каскадними кодами (рис.4.5.) має місце за рахунок більш якісних параметрів кодів за показником $d/2n$, не зважаючи на суттєву різницю у значенні параметру n на користь каскадних кодів.

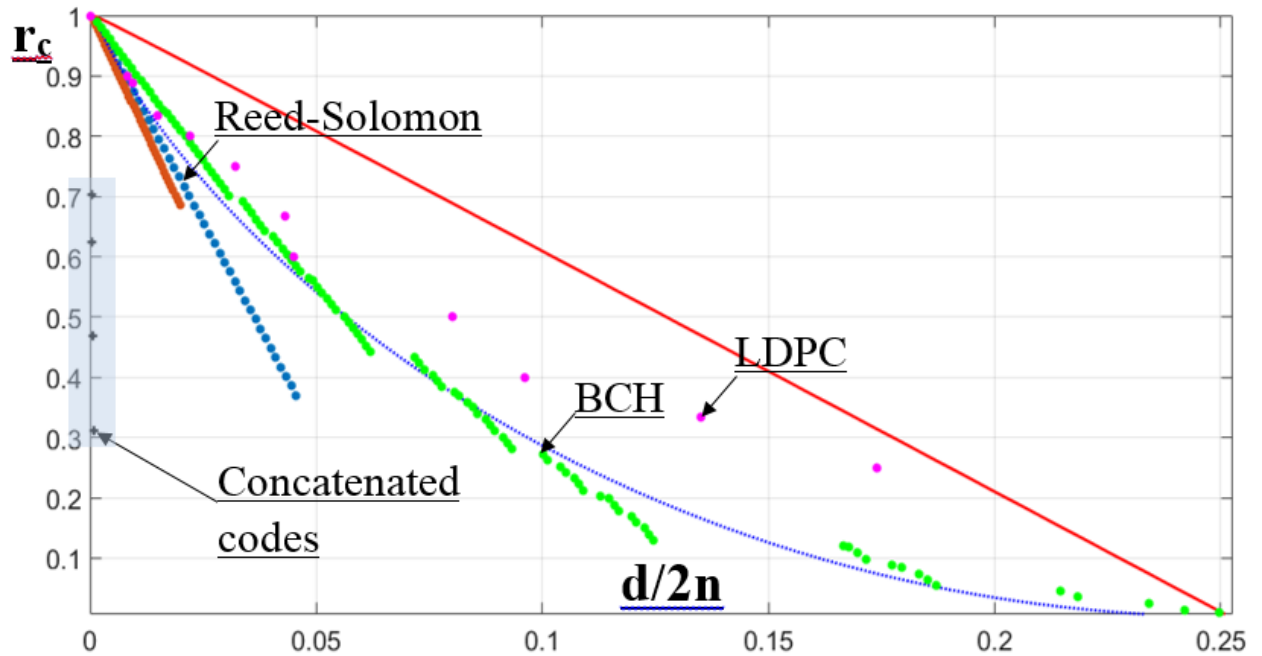


Рис. 4.6. Порівняння ефективності завадостійких кодів у границях Плоткіна і Варшамова-Гільберта: LDPC, БЧХ, Ріда-Соломона, каскадні коди

Висновки по розділу 4

1. Запропоновано методику оцінки завадостійких та інформаційних властивостей каскадного коду. За даною методикою кожному каскадному коду можна поставити у відповідність блоковий код. Ключовим показником є еквівалентна довжина блоку, яка характеризує потужність каскадного коду.

2. Розроблено методику синтезу каскадного коду для заданих характеристик каналу та обмеженнях складності каскадного коду. Розглянуті методики описані для двох комбінацій складових кодів каскадного коду: каскадний код, що складається з двох блокових кодів та каскадний код, що складається з блокового та неперервного коду.

3. Побудовано залежність каналної ймовірності помилки від довжини блоку при фіксованій ймовірності помилки на виході декодера. У даній залежності представлені наступні класи кодів: блокові коди, неперервні коди, каскадні коди, наддовгі коди LDPC. Виявляється, що найбільш обмеженими за критерієм завадостійкості є неперервні коди, які не можуть забезпечити необхідну достовірність при великих значеннях каналної ймовірності

помилки. Кращими від неперервних за вказаним критерієм є блокові та каскадні коди. Слід зазначити, що ефективність каскадних кодів залежить від ефективності складових кодів. Менш ефективними є каскадні коди, що включають у своєму складі неперервні коди. Найкращими кодами є коди LDPC, а також каскадні коди, які складаються з блокових кодів, зокрема з використанням кодів LDPC.

4. Використання каскадних кодів дозволяє отримати потужний за критерієм завадостійкості код, який має меншу складність і швидкість формування. Тому каскадні коди відносяться до найбільш ефективних кодів, що підтверджується їх використанням у стандарті DVB-T2.

5. Задачею наступного розділу є розробка методики синтезу сигнально-кодових конструкцій, які дозволяють передавати повідомлення з заданою достовірністю та забезпечують максимальне наближення до границі Шеннона

5. ФОРМУВАННЯ СИГНАЛЬНО-КОДОВИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ БЛОКОВИХ, НЕПЕРЕРВНИХ ТА КАСКАДНИХ КОДІВ ТА ПОРІВНЯЛЬНА ОЦІНКА ЇХ ЕФЕКТИВНОСТІ

5.1 Принципи формування сигнально-кодкових конструкцій на основі кодів, які забезпечують максимальне наближення до границі Шеннона

Сформулюємо задачу формування СКК. Для кожного значення енергетики h^2 у заданій полосі частот ΔF необхідно синтезувати таку СКК, яка дозволила би передавати повідомлення користувача з максимальною швидкістю при умові забезпечення заданої достовірності, яка визначається ймовірністю помилки на виході декодера P , та складності кодування, яка визначається довжиною блоку n .

Інструментами вирішення задачі є застосування багатопозиційних видів модуляції (ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64), які дозволяють збільшити інформаційну ємність символу, та застосування завадостійкого кодування (блокові коди БЧХ та LDPC, коди Ріда-Соломона, неперервні коди, каскадні коди), яке дозволяє забезпечити необхідну достовірність.

Найкращою буде вважатися СКК, в якій добуток інформаційної ємності символу m та кодової швидкості r_c буде максимальним згідно виразу (1.11).

Для вирішення поставленої задачі сформована методика пошуку оптимальної СКК. Дана методика реалізована у вигляді алгоритму, описаному у програмному середовищі MATLAB [10, 18, 72, 79] та представленому у додатку А.

Першим кроком необхідно визначити для заданих $h^2 \in [h_{min}^2; h_{max}^2]$ значення каналних ймовірностей помилок p_0 – рис. 5.1 – для кожного з видів модуляцій: ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64. Для цього можна скористатися співвідношеннями (2.5)-(2.11).

Другим кроком необхідно для кожної знайденої ймовірності помилки визначити параметр r_c гіпотетично існуючого завадостійкого коду. Для цього

використовується методика пошуку оптимального завадостійкого коду, яка описана у розділах 2.3, 3.3, 4.2

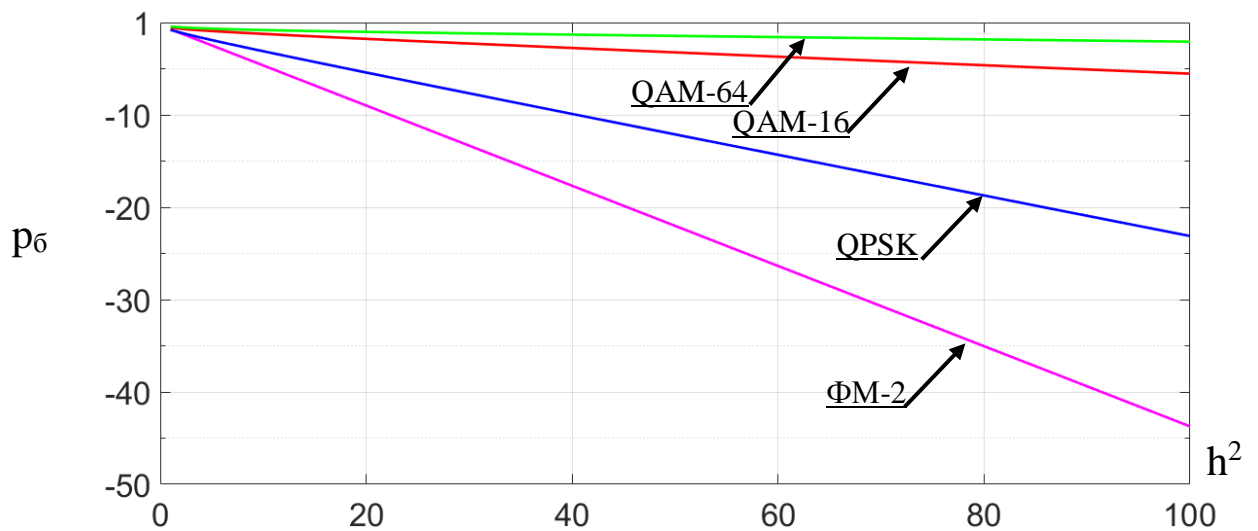


Рис 5.1. Залежність каналної ймовірності помилки від енергетики $h^2 \in [0; 100]$ для наступних видів модуляції: ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64

Крок 2.1. Для кожного набору (p_b, P) визначається необхідна кількість символів t , яку потрібно виправити на деякій фіксованій довжині кодового блоку n . При цьому довжина блоку має задовольняти нерівності $n > 600$, оскільки на зазначеному інтервалі границі завадостійкого кодування Плоткіна та Варшамова-Гільберта залишаються незмінними.

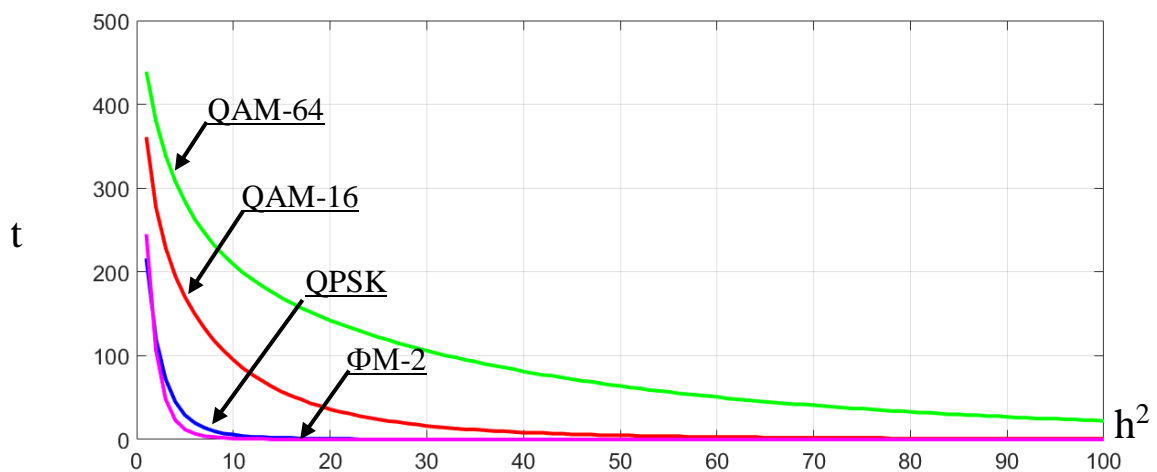


Рис. 5.2. Залежність необхідної корегувальної здатності гіпотетичного завадостійкого коду довжини $n=1023$ від енергетики $h^2 \in [0; 100]$ для наступних видів модуляції: ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64

Крок 2.2. При відомих значеннях t та n з використанням границі Варшамова-Гільберта, яка гарантує існування завадостійкого коду з негіршими властивостями, визначається значення кодової швидкості r_c

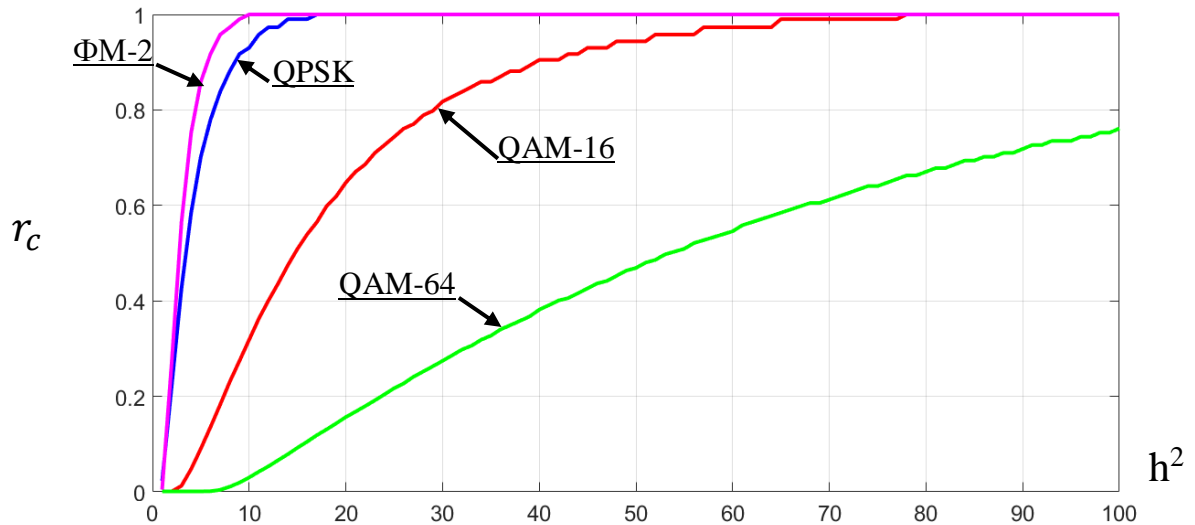


Рис 5.3. Залежність кодової швидкості гіпотетичного завадостійкого коду довжини $n=1023$ від енергетики $h^2 \in [0; 100]$ для наступних видів модуляції: ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64

Третім кроком для кожного h^2 та виду модуляції визначається добуток інформаційної ємності m і кодової швидкості r_c – рис. 5.4. Результатом даного кроку будуть наступні набори значень:

$$(r_{c_{B-G}} \cdot m)_{\text{ФМ-2}}, (r_{c_{B-G}} \cdot m)_{\text{QPSK}}, (r_{c_{B-G}} \cdot m)_{\text{QAM-16}}, (r_{c_{B-G}} \cdot m)_{\text{QAM-64}}$$

Четвертим кроком є визначення для кожного h^2 максимального значення $(r_c \cdot m)$ серед отриманих на попередньому кроці – рис. 5.5. На даному етапі для кожного значення h^2 визначається оптимальний вид модуляції та параметри гіпотетичного завадостійкого коду.

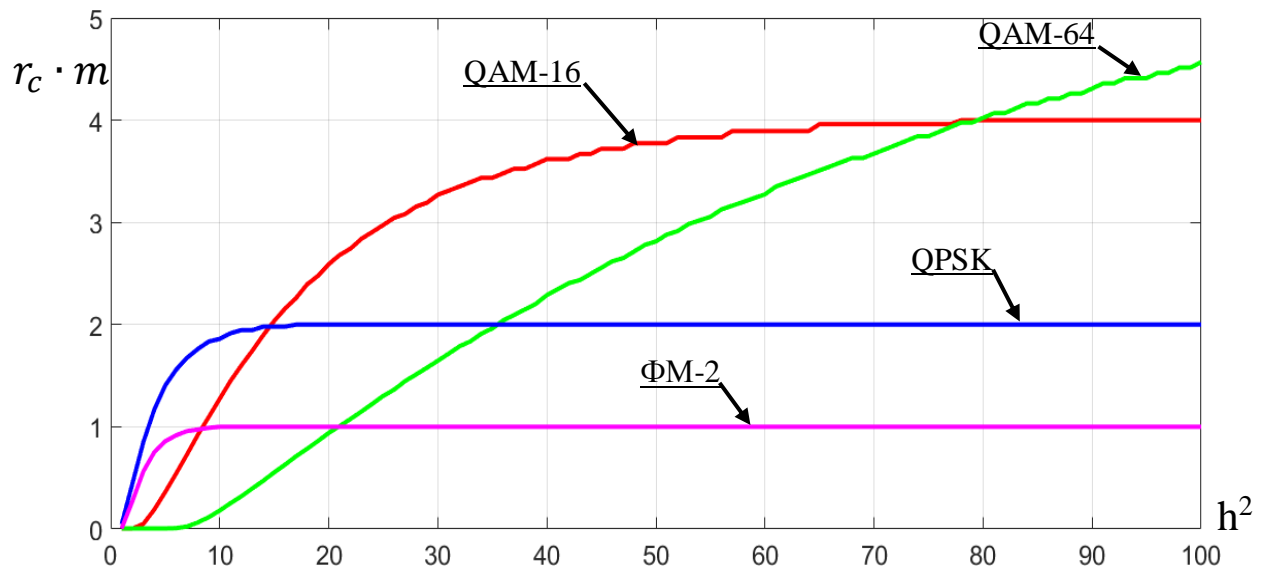


Рис. 5.4. Залежність добутку кодової швидкості завадостійкого коду та інформаційної ємності сигнальної конструкції ($r_c \cdot m$) від енергетики h^2

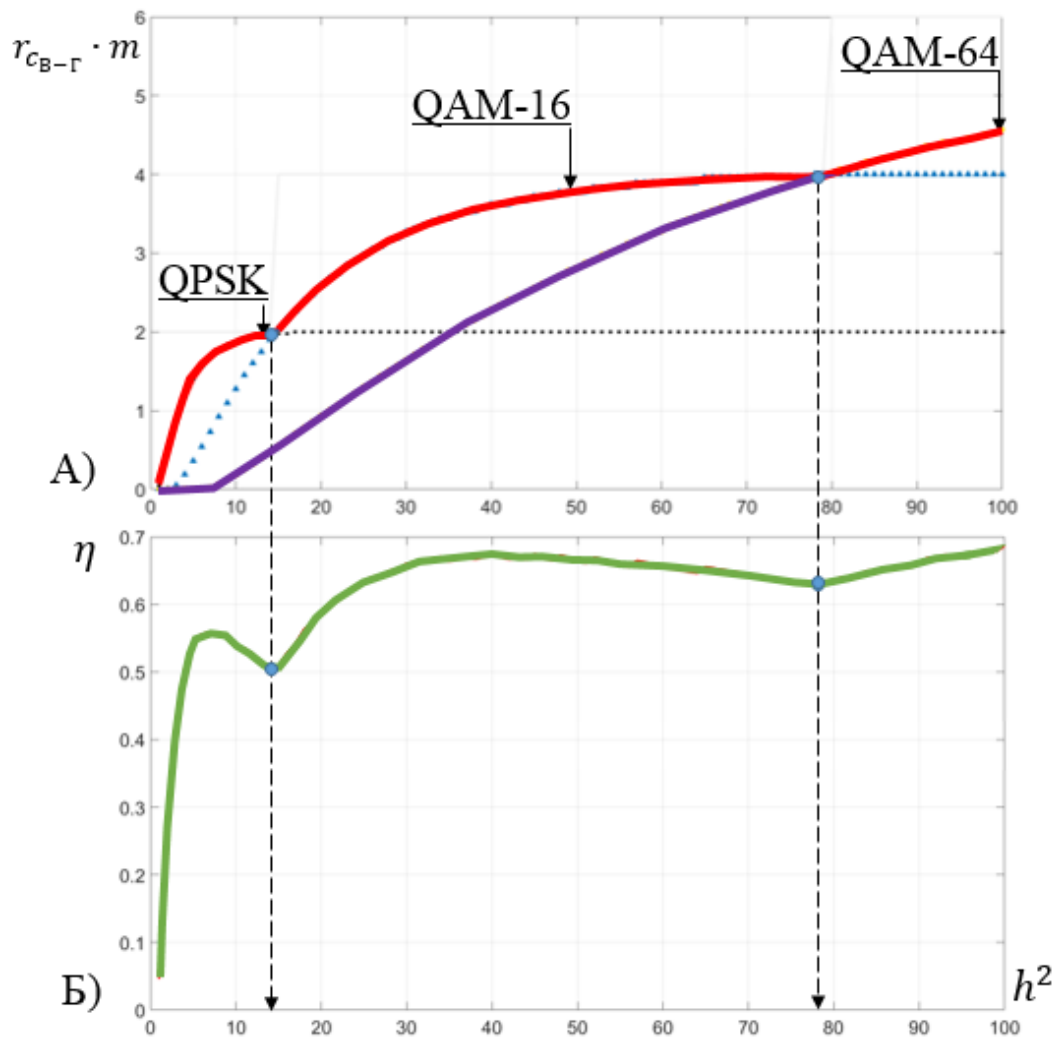


Рис. 5.5. Результат визначення максимуму ($r_c \cdot m$) (А) та інформаційної ефективності (Б) від енергетики $h^2 \in [0; 100]$

Останнім кроком є пошук оптимального завадостійкого коду за критерієм $r_c > r_{c_{B-\Gamma}}$. При цьому враховується обмеження складності кодування, яке виражається у довжині кодового блоку для блокових кодів, еквівалентній довжині блоку для каскадних кодів, та еквівалентній довжині блоку та довжині кодового обмеження для неперервних кодів.

Таким чином, при збільшенні енергетики в точці прийому при певних порогових h^2 доцільно переходити до сигналів більшої позиційності та застосовувати відповідні завадостійкі коди. Зобразимо залежність відстані між приймачем та передавачем від енергетики в залежності від виду модуляції: ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64.

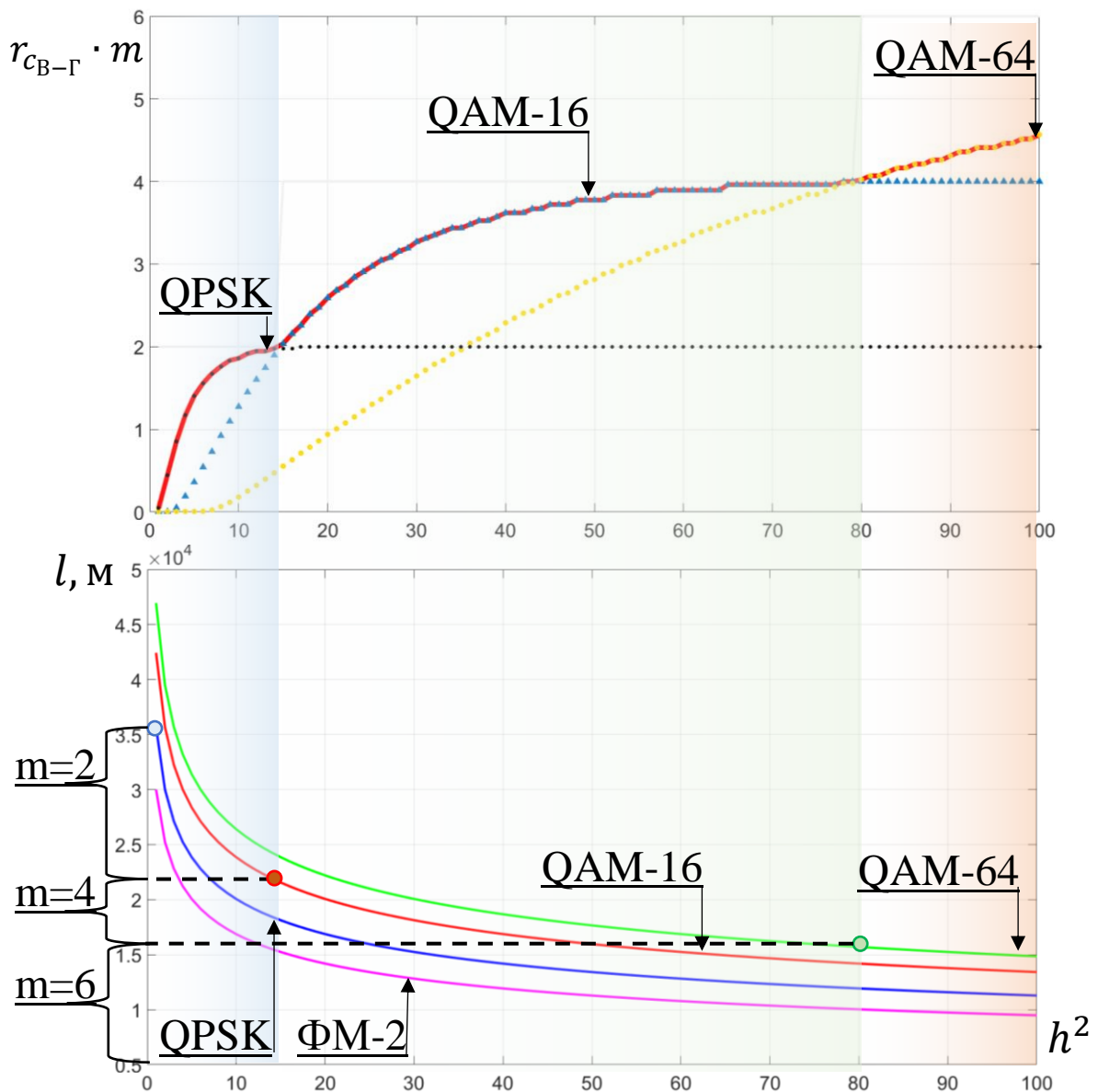


Рис. 5.6. Визначення зони обслуговування в залежності від енергетики

З рис. 5.6 видно, що при енергетиці $h^2 > 80$ і використанні модуляції QAM-64 радіус обслуговування буде $l \in [0, 16]$ км, при $15 > h^2 > 80$ і використанні QAM-16 - $l \in [16, 22]$ км, а при $h^2 < 15$ і використанні QPSK - $l \in [22, 36]$ км.

5.2 Способи покращення інформаційної ефективності сигнально-кодових конструкцій

5.2.1 Способи досягнення необхідної достовірності без застосування завадостійких кодів

Для аналізу інформаційної ефективності сигнально-кодових конструкцій задамо вихідні параметри каналу зв'язку:

- полоса частот $\Delta F = 1$ МГц,
- швидкість повідомлень джерела $V_S = 1$ Мбіт/с,
- спектральна густина білого шуму $N_0 = 3.66 \cdot 10^{-6}$,
- рівень сигналу в точці прийому $U = 5$ В,
- необхідна достовірність $P = 10^{-6}$.

Розглянемо перший сценарій досягнення необхідної достовірності – збільшення потужності, зображений на рис. 5.7. Зміни інформаційної ефективності будемо відображати у відносних координатах інформаційної ефективності, до вісь X – це частотна ефективність γ , а вісь Y – це енергетична ефективність β .

З рис 5.7 видно, що при збільшенні енергетики, зменшується енергетична ефективність β при майже незмінній спектральній ефективності γ . При цьому інформаційна ефективність також зменшується від значення $\eta = 0.52$ до $\eta = 0.43$. Збільшення енергетики у точці прийому відбувається від $U_1 = 5$ до $U_2 = 6.6$. Варто зазначити, що крім значного зменшення інформаційної ефективності даний підхід важко застосовувати за рахунок існуючих обмежень потужності випромінення сигналів.

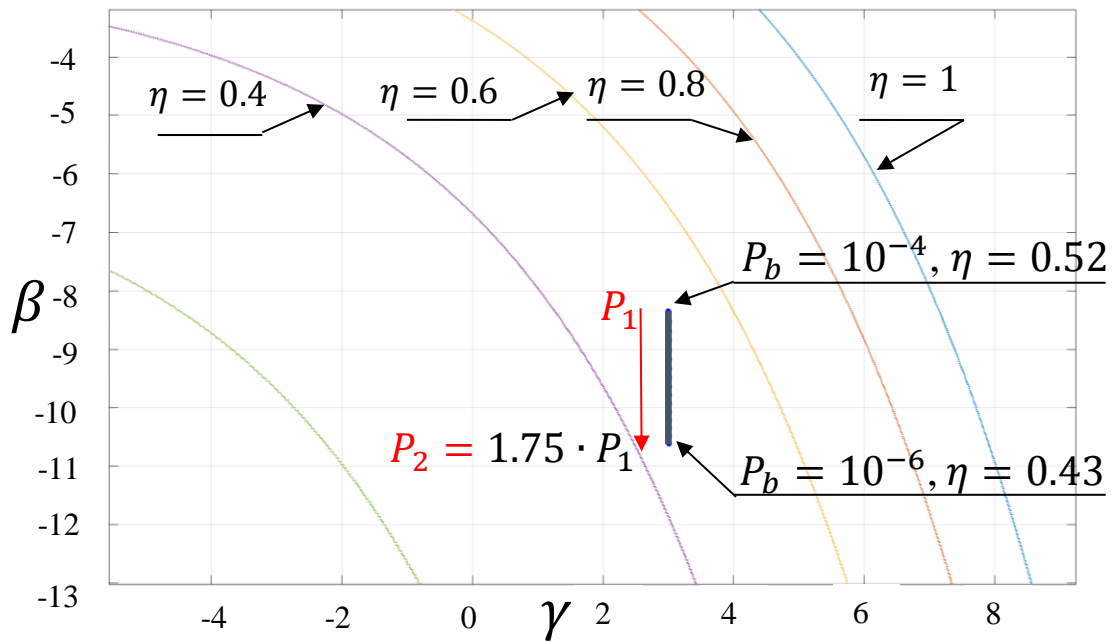


Рис. 5.7. Зміна інформаційної ефективності при досягненні необхідної достовірності за рахунок збільшення енергетики при модуляції QPSK

Другий сценарій – зменшення швидкості джерела при фіксованій полосі частот та енергетиці сигналу

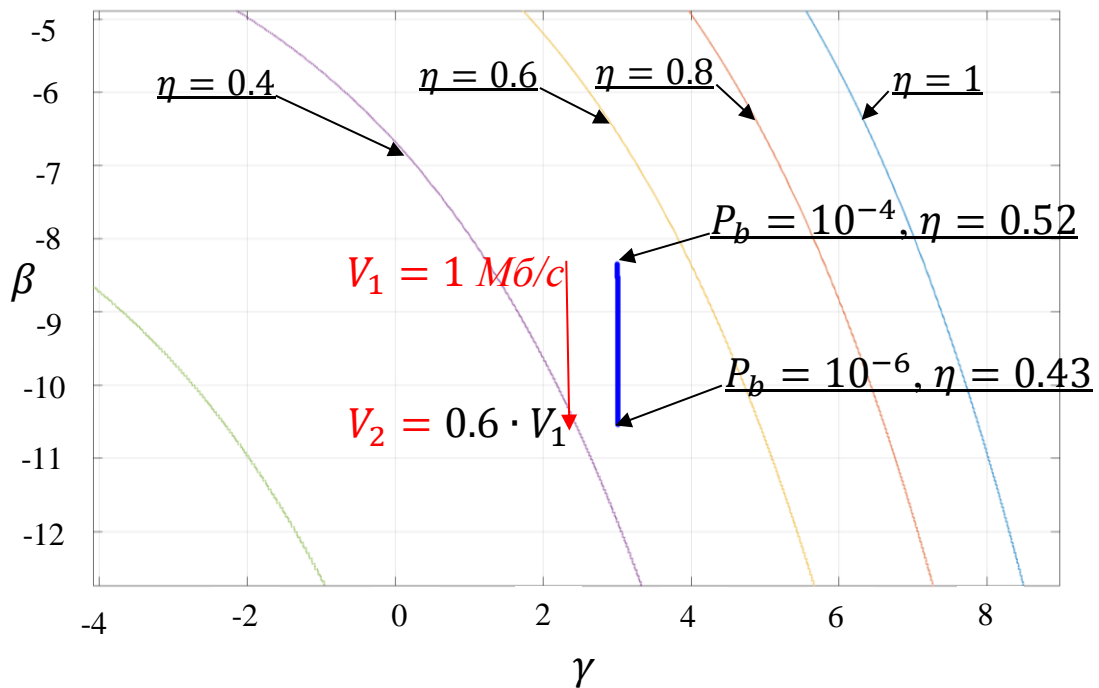


Рис. 5.8. Зміна інформаційної ефективності при досягненні необхідної достовірності за рахунок зменшення швидкості джерела для модуляції QPSK

З рис. 5.8. видно, що не дивлячись на принципово інший метод покращення достовірності, зберігається аналогічна тенденція зміни інформаційної ефективності. Швидкість джерела при цьому падає від 1 Мбіт/с до 0.6 Мбіт/с.

5.2.2 Досягнення необхідної достовірності з застосуванням завадостійкого кодування

Третій сценарій – застосування завадостійкого кодування при незмінній полосі частот ΔF , швидкості передачі символів каналом зв'язку V_C та потужності сигналу P_S в точці прийому. При цьому за рахунок необхідності передавання надлишкових символів, зменшується швидкість джерела $V_S = V_C \cdot r_c$.

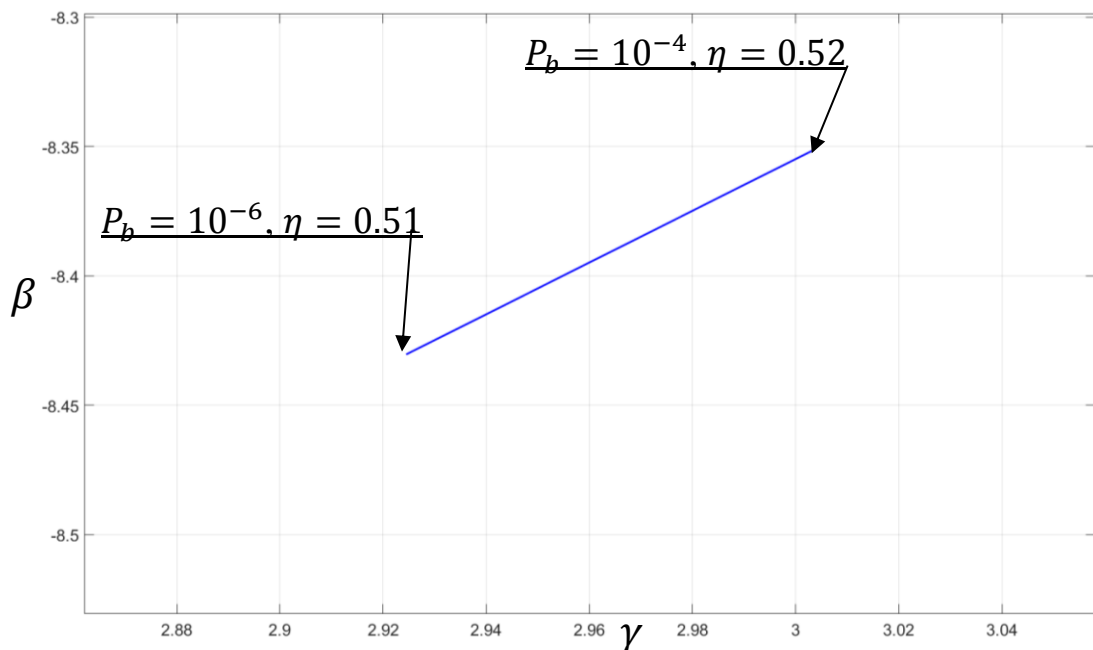


Рис. 5.9. Зміна інформаційної ефективності при досягненні необхідної достовірності за рахунок застосування завадостійкого кодування

З рис. 5.9 видно, що при застосуванні завадостійкого кодування (код БЧХ, $n=1023$, $t=2$) зменшується як спектральна, так і енергетична ефективність. Проте зазначимо, що при досягненні необхідної достовірності, зменшення інформаційної ефективності є незначним, порівнюючи з

попередніми сценаріями: від $\eta = 0.52$ до $\eta = 0.51$. Швидкість джерела при цьому зменшується від 1 Мбіт/с до 0.98 Мбіт/с.

5.2.3 Способи покращення інформаційної ефективності шляхом застосування оптимальної сигнально-кодової конструкції при умові досягнення необхідної достовірності

Четвертий сценарій – поліпшення інформаційної ефективності шляхом застосування оптимальних сигнально-кодових конструкцій. Для цього зобразимо усі попередні сценарії на одному графіку.

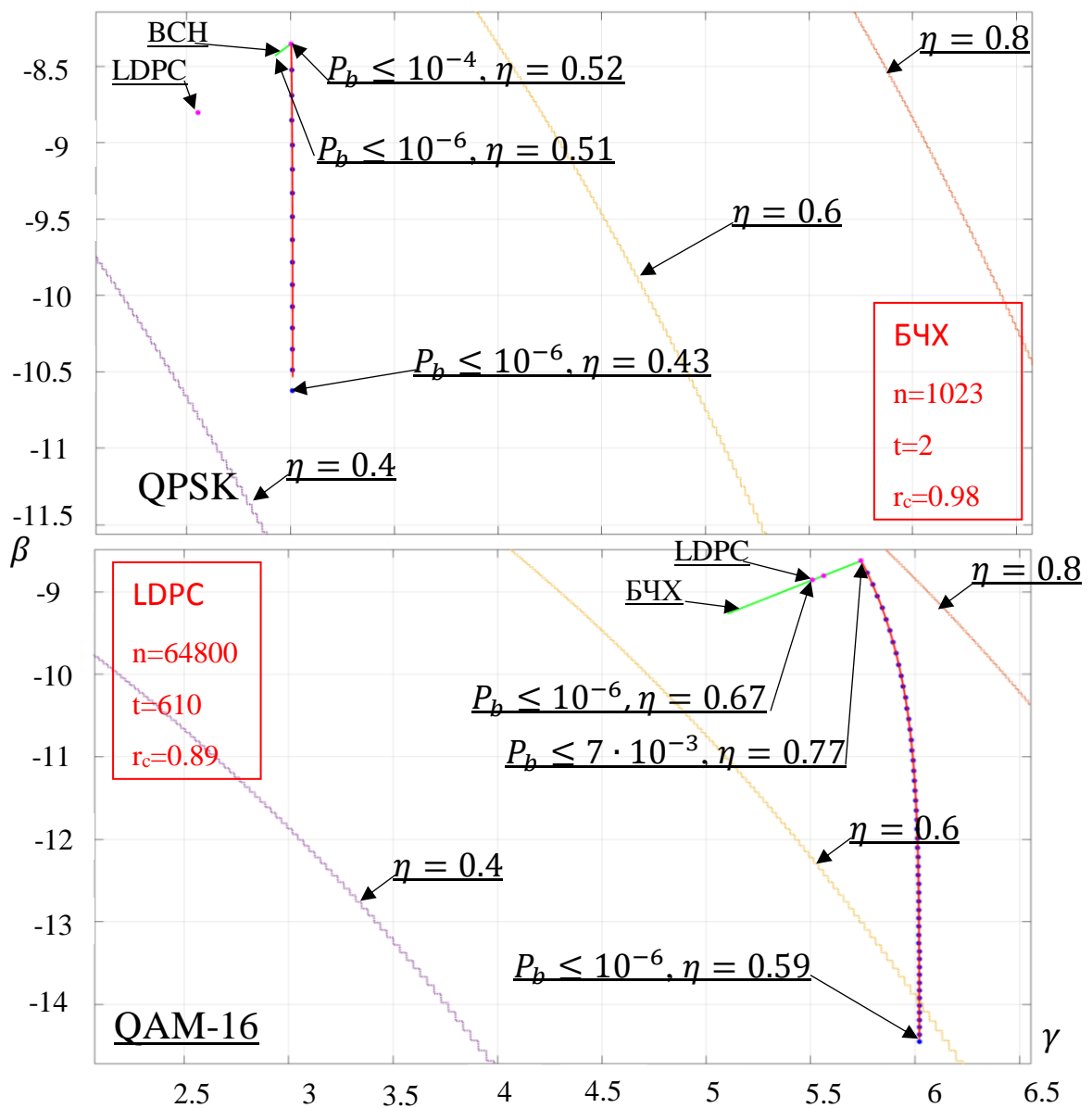


Рис. 5.10. Зміна інформаційної ефективності при досягненні необхідної достовірності за рахунок вибору оптимальної заводостійкої конструкції

Зазначимо, що на рис. 5.10 розглядаються коди БЧХ з довжиною блоку $n=1023$ і коди LDPC з довжиною блоку $n=64800$. Як видно з рис. 5.10 за рахунок застосування модуляції QAM-16 замість QPSK при однакових вихідних характеристиках системи, досягається практично вдвічі більша спектральна ефективність, інформаційна ефективність збільшується в півтора рази від $\eta_{QPSK_1} = 0.52$ до $\eta_{QAM-16_1} = 0.77$. Це відбувається за рахунок збільшення кратності модуляції в два рази: від $m_{QPSK} = 2$ до $m_{QAM-16} = 4$. Проте, відстань між сусідніми символами у сузір'ї QAM-16 менша ніж у QPSK, а значить сигнали QPSK більш вразливі до завад, що призводить до падіння вихідної ймовірності помилки практично на 2 порядки від $P_{b_QPSK_1} = 10^{-4}$ до $P_{b_QAM-16_1} = 7 \cdot 10^{-3}$.

З рис. 5.10 видно, що застосування завадостійкого коду LDPC дозволило забезпечити необхідну достовірність при кращому значенні інформаційної ефективності, ніж застосування коду БЧХ для QAM-16. В той же час код БЧХ виявився ефективніший в каналі з кращою вихідною достовірністю при модуляції QPSK. Таким чином, коли кількість помилок, які необхідно виправити незначна, та кодова швидкість r_c наближається до 1, доцільно застосовувати БЧХ. В каналах з гіршою достовірністю, коли потрібна більша виправна здатність, коди LDPC мають суттєву перевагу.

Перехід від сигнально-кової конструкції (QPSK, БЧХ) до (QAM-16, LDPC) дозволив збільшити інформаційну ефективність від $\eta_{QPSK_2} = 0.51$ до $\eta_{QAM-16_2} = 0.67$. Швидкість джерела при цьому зменшилася від 0.98 Мбіт/с до 0.88 Мбіт/с. Спектральна ефективність збільшилась вдвічі, оскільки для передачі інформації з використанням QPSK необхідна полоса $\frac{\Delta F}{m|m=2} = 0.5$ МГц, а для QAM-16 достатньо $\frac{\Delta F}{m|m=4} = 0.25$ МГц.

В даному підрозділі розглянуті способи досягнення необхідної достовірності у каналі зв'язку з заданими параметрами, а також їх вплив на частотну, енергетичну та інформаційну ефективність.

Показано, що збільшення енергетики сигналу, або зменшення швидкості передачі інформації джерела, не дивлячись на різну фізичну природу, однаково відображаються у кількісній мірі інформаційної ефективності та є менш ефективними способами досягнення необхідної достовірності, ніж застосування завадостійкого кодування.

На прикладі переходу від модуляції QPSK до QAM-16 представлений метод підвищення інформаційної ефективності при умові досягнення необхідної достовірності за рахунок застосування завадостійкого кодування разом із переходом до модуляції більш високого порядку.

Для ілюстрації отриманих результатів в якості завадостійких кодів розглянуті коди BCH з довжиною блоку 1023 і коди LDPC з довжиною блоку 64800. У складних енергетичних умовах, при малих значеннях відношення сигнал/шум ($p_0 \cong 10^{-3} \dots 10^{-2}$ і гірше), коди LDPC забезпечують більш високу швидкість кодування порівнюючи з кодами BCH. Проте в каналі з достатньою енергетикою ($p_0 \cong 10^{-4}$ і краще), коди BCH забезпечують достатню достовірність передачі інформації, а потужність кодів LDPC в цьому випадку надмірна та використовується неефективно.

5.3 Оцінка ефективності використання сигнально-кодових конструкцій на прикладі технології DVB-T2

Для оцінки інформаційної ефективності сигнально-кодових конструкцій, які використовуються у стандарті DVB-T2 наведемо таблицю комбінацій завадостійких кодів та видів модуляції, які використовуються у стандарті:

Таблиця 5.1. Набори значень кодових швидкостей від модуляції у технології DVB-T2

Модуляція	Кодування, r_c					
	1/2	3/5	2/3	3/4	4/5	5/6
QPSK	1/2	3/5	2/3	3/4	4/5	5/6
QAM-16	1/2	3/5	2/3	3/4	4/5	5/6
QAM-64	1/2	3/5	2/3	3/4	4/5	5/6
QAM-256	1/2	3/5	2/3	3/4	4/5	5/6

Як видно з таблиці № 5.1 для кожного виду модуляції можуть використовуватися кодова конструкція з будь-якою з перелічених кодових швидкостей. Очевидно, що вибір конкретної СКК залежить від відношення сигнал/шум у каналі зв'язку. Тому, для оцінки інформаційної ефективності задамося робочим діапазоном відношення сигнал/шум $[h^2_{\min}; h^2_{\max}]$ на вході демодулятора та для кожного набору СКК визначимо, для якого значення h^2 інформаційна ефективність буде найбільша. Нехай необхідно забезпечити достовірність на виході декодера на рівні $P=10^{-7}$

Наведемо алгоритм визначення інформаційної ефективності СКК DVB-T2.

Перший крок. Для заданого діапазону відношення сигнал/шум $[h^2_{\min}; h^2_{\max}]$ визначимо каналну ймовірність помилки для кожного виду модуляції використовуючи вирази [2.10-2.11]

Другий крок. Для кожної ймовірності помилки визначимо ймовірність помилки після внутрішнього декодера БЧХ p_{in} .

Третій крок. Для кожної p_{in} визначимо ймовірність помилки після внутрішнього декодера LDPC, яка і буде результуючою ймовірністю помилки каскадного коду P . Для визначення ймовірності на виході декодера використовуються співвідношення біноміального розподілу.

Четвертий крок. Побудуємо залежність інформаційної ефективності від енергетики для кожного виду модуляції та кожного каскадного коду – рис. 5.11.

Зазначимо, що рис. 5.11 побудований за умови забезпечення необхідної достовірності. З рисунку видно, що існують порогові значення енергетики h^2 , для яких неможливо забезпечити необхідну достовірність, використовуючи обраний завадостійкий код. Наприклад, для модуляції QAM-16 та каскадного коду зі швидкістю $r_c=1/2$ можна досягти необхідної достовірності при енергетиці $h^2 \geq 9$, для $r_c=3/5$ - $h^2 \geq 13$ і т.д.

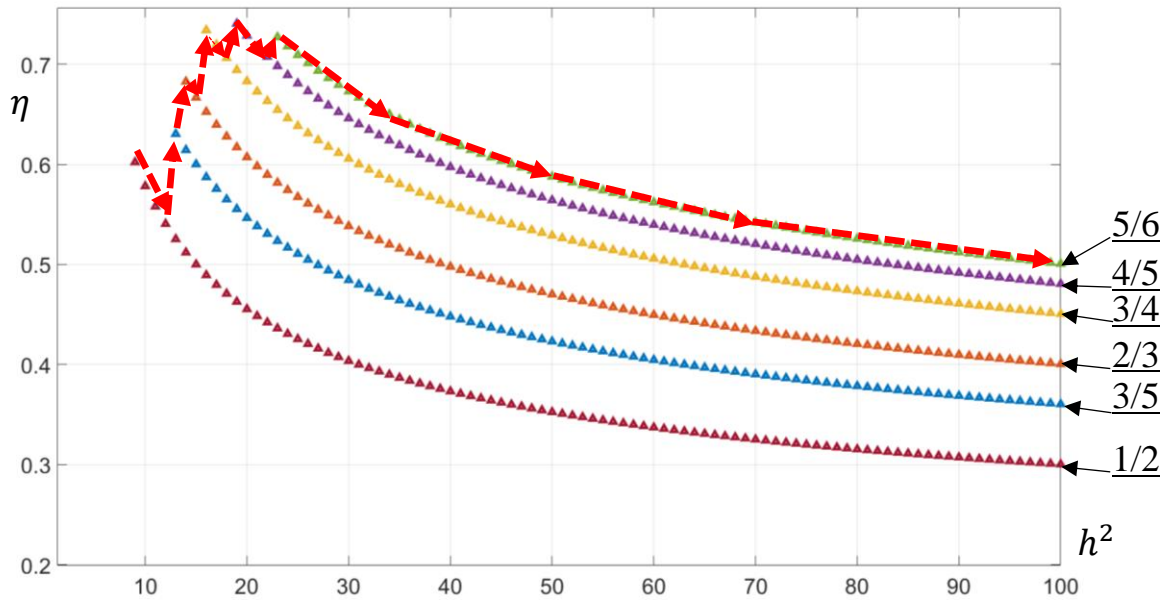


Рис. 5.11. Залежність інформаційної ефективності від енергетики при модуляції QAM-16 та каскадному кодуванні для стандарту DVB-T2

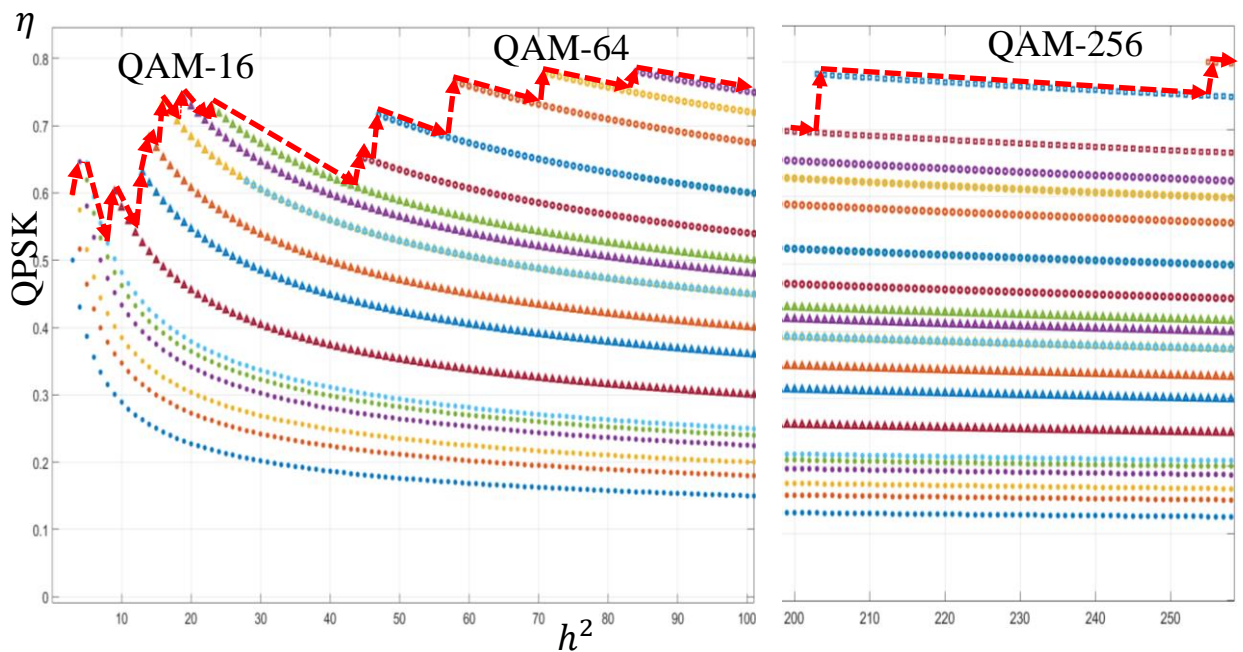


Рис. 5.12. Залежність інформаційної ефективності від енергетики для модуляцій QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256 та каскадному кодуванні, яке застосовується у стандарті DVB-T2 з кодовими швидкостями: 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6

З іншого боку, використання завадостійкого коду з більшою кодовою швидкістю дозволяє підвищити інформаційну ефективність. Таким чином, для кожного h^2 , за умови $h^2 \geq 9$, існує найкращий завадостійкий код, який дозволяє передавати повідомлення з максимальною інформаційною ефективністю та заданою достовірністю. Послідовність переходів між видами модуляції та кодування зі збільшенням енергетики показана на рис. 5.12 червоними стрілками.

На рис. 5.12. зображена інформаційна ефективність для різних видів модуляції і завадостійких кодів. З рисунку видно, що зі збільшенням енергетики для досягнення максимум інформаційної ефективності доцільно робити поступові переходи від менш швидкісних завадостійких кодів до більш швидкісних, та від менш інформаційно містких видів модуляції до більш інформаційно містких.

П'ятий крок. Знаходяться екстремуми отриманих ліній інформаційної ефективності та здійснюється їх порівняння з реальними значеннями енергетики, при яких відбуваються переходи від однієї СКК до іншої. Знайдені екстремуми приведені у таблиці 5.2

Таблиця 5.2. Порогові значення переходів h^2 , при яких доцільне переключення виду модуляції або кодування для стандарту DVB-T2

Модуляція	Кодування, r_c / Енергетика переходів h^2											
	1/2		3/5	3	2/3		3/4	4	4/5		5/6	5
QPSK	1/2	9	3/5	13	2/3	14	3/4	16	4/5	19	5/6	23
QAM-16	1/2	28	3/5	45	2/3	47	3/4	58	4/5	71	5/6	84
QAM-64	1/2	85	3/5	155	2/3	161	3/4	203	4/5	255	5/6	>300

5.4 Аспекти практичного застосування отриманих результатів

На підставі отриманих залежностей між енергетикою каналу зв'язку та оптимальним сигнально-кодовим сполученням запропоновано структурну схему приладу (рис. 5.13) та програмну версію керування блоком зміни видів кодування та модуляції для реалізації в пристроях адаптивного зв'язку (SDR), які реагують на зміну енергетичних умові в радіолінії.

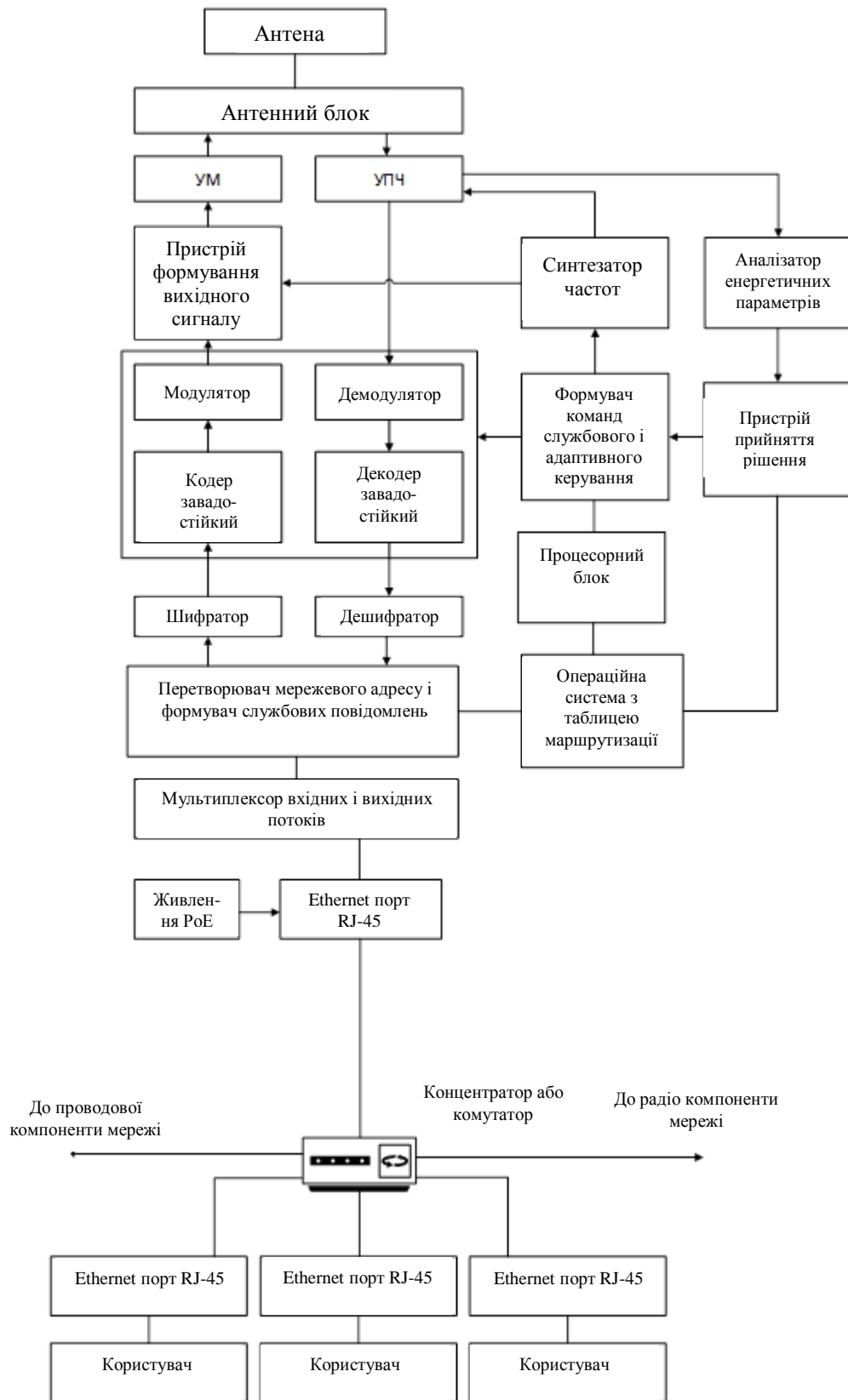


Рис. 5.13. Структурна схема адаптивного приймально - передавального пристрою, який реагує на зміну енергетики в радіолінії.

Елементи запропонованої структурної схеми, які реалізують енергетичну адаптацію, показано на рис 5.14.

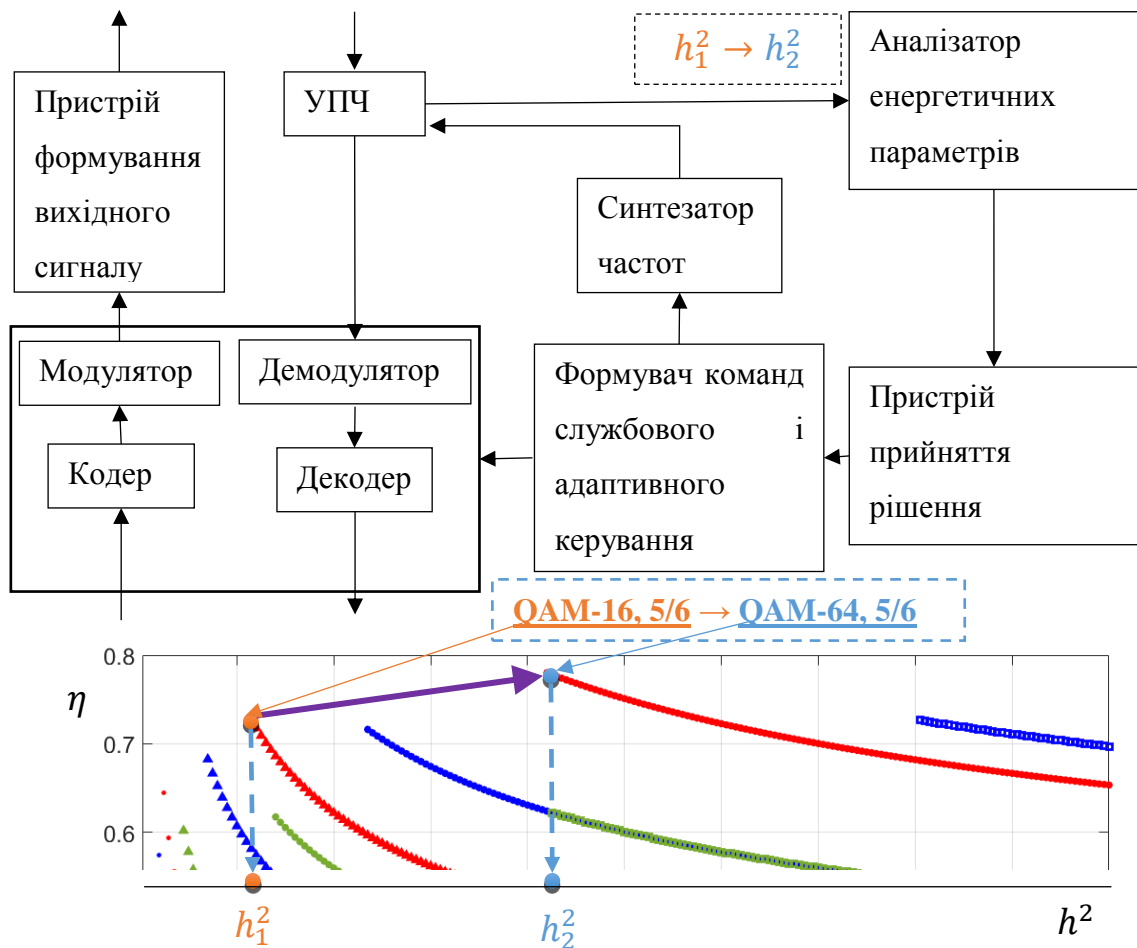


Рис. 5.14. Схема роботи адаптивного керування видом модуляції і кодування приймально - передавального пристрою.

Опишемо алгоритм роботи схеми, наданої на рис. 5.15. Нехай приймач в умовах енергетики h_1^2 здійснює зв'язок із використанням модуляції QAM-16 та завадостійкого кодування з кодовою швидкістю 5/6. При покращенні енергетики на вході демодулятора від h_1^2 до h_2^2 відповідна інформація передається з аналізатора енергетичних параметрів на пристрій прийняття рішення, який в свою чергу вирішує змінити вид модуляції з QAM-16 на QAM-64. Це дозволяє одночасно здійснювати передачу інформації з максимальною ефективністю та забезпечувати необхідну достовірність. Дане рішення

передається на формувач команд службового і адаптивного керування, який відправляє відповідні команди на демодулятор та декодер та на передавальний пристрій по каналу зворотного зв'язку.

Результатом роботи даної схеми є найбільш ефективне використання обмеженого ресурса каналу за критерієм максимального наближення продуктивності до границі Шеннона, що відповідає технічній реалізації визначених при науковому дослідженні об'єктивних закономірностей.

Крім цього, отримані методики формування оптимальних завадостійких кодів та СКК за критерієм максимального наближення до границі Шеннона використані у наступних НДР:

– НДР 0113U002491, НТУУ «КПІ» - 2626-п «Синтез та конструктивна реалізація сигнально-кодових конструкцій в каналах з багатопозиційною маніпуляцією в системах супутникового та радіорелейного зв'язку», 2014.

В даній роботі **вперше** розкрита невизначеність теорем кодування Шеннона для дискретних каналів за умови забезпечення необхідної достовірністю шляхом розробки точних співвідношень параметрів блокових та неперервних кодів, а також вперше визначені границі продуктивності каналів з багатопозиційними сигналами, які входять в СКК. Результати **рекомендовані для використання** наступними організаціями:

- Підприємством ПАТ НПО «ЕЛМІЗ»;
- Вітчизняними підприємствами, науково-дослідні та проектно-конструкторські організації (наприклад, «Оріон», НПО «Сатурн») при створенні нових систем, комплексів та засобів зв'язку в дециметровому, сантиметровому та міліметровому діапазонах довжин хвиль;
- Операторами мереж супутникового зв'язку Укркосмос при наданні нових високошвидкісних послуг з відповідною якістю при використанні існуючої та майбутньої телекомунікаційної інфраструктури;
- Міністерством освіти і науки у вищих навчальних закладах при підготовці фахівців та наукових кадрів телекомунікаційного профілю.

–НДР 0115U00025, КПІ ім. Ігоря Сікорського - № 2869п «Уніфікований пристрій для завадостійкої передачі інформації у високошвидкісних каналах радіорелейного та супутникового зв'язку», 2016. Результати даної роботи можуть бути використані у системах радіорелейного та супутникового зв'язку. Основною ідеєю є створення концепції формування та способів адаптації СКК за критерієм інформаційної ефективності. Це дає можливість найбільш ефективно використовувати задані частотні та енергетичні ресурси каналу зв'язку. В роботі виконана уніфікація системи за діапазоном частот та видом каналу радіозв'язку. Розробка відповідає світовому рівню, оскільки вперше поєднуються завдання забезпечення необхідної достовірності і максимізації продуктивності каналу передавання інформації. Результатом даної роботи є забезпечення створення засобів радіорелейного зв'язку, які за своїми характеристиками кращі за наявні закордонні аналоги, **рекомендовані для використання** наступними організаціями:

- ВАТ «Меридіан» імені С.П.Корольова;
- Державною службою з надзвичайних ситуацій України;
- Публічним акціонерним товариством «ЕЛМІЗ»;
- Міністерством оборони України;
- Національною Гвардією України.

Висновки до розділу 5

1. Запропоновано методику синтезу оптимальної сигнально-кової конструкції за критерієм максимуму інформаційної ефективності у каналі зв'язку з заданими параметрами. Серед сигнальних конструкцій розглянуті наступні види модуляції: PM-2, QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256. Серед завадостійких кодів розглянуті двійкові блокові (VCH, LDPC), недвійкові блокові (Ріда-Соломона - RS), неперервні та каскадні коди. Використовуючи наведену методику для каналу зв'язку з будь-якою енергетикою, можливо

сформувати сигнально-кодову конструкцію, за допомогою якої повідомлення джерела будуть передаватися зі швидкістю, яка максимально наближена до пропускної здатності – границі Шеннона.

2. На підставі залежності інформаційної ефективності від енергетичних параметрів показано, що зі збільшенням енергетики для кожного виду модуляції настає період насичення – досягнення максимуму добутку інформаційної ємності і кодової швидкості ($m \cdot r_c$). При настанні насичення доцільно переходити до наступного більш інформаційно ємного виду модуляції та водночас більш завадостійкого виду кодування. Обраховані всі порогові значення переходів h^2 (табл. 5.2). Для оцінки теоретичної лінії інформаційної ефективності використовується границя Плоткіна, яка дозволяє оцінити параметри реальних завадостійких кодів, та суттєво зменшує складність розрахунку. Останнім кроком методики є пошук реальних завадостійких кодів, замість теоретичних параметрів, отриманих на границі Плоткіна, із врахуванням обмежень складності кодування та інших факторів.

3. Зроблена оцінка впливу на інформаційну ефективність сигнально-кодової конструкції різних способів покращення достовірності передачі інформації: збільшення потужності передавача, зменшення швидкості передачі інформації у канал зв'язку, застосування завадостійкого кодування, застосування завадостійкого кодування та багатопозиційних видів модуляції. Доведено, що найефективнішим способом досягнення необхідної достовірності при мінімальному зменшенні інформаційної ефективності є застосування завадостійкого кодування. При правильному виборі виду завадостійкого кодування і сигнальної конструкції, можливо не тільки досягти необхідної достовірності, а й збільшити інформаційну ефективність сигнально-кодової конструкції.

4. Доведено, що найефективнішими за критеріями виправної здатності та інформаційної ефективності є наддовгі блокові коди LDPC. На рис. 5.11 показано, що з використанням кодів LDPC та правильним вибором виду модуляції можливо не тільки досягти необхідної достовірності, а й покращити

інформаційну ефективність, а значить, використовувати обмежений ресурс каналу зв'язку найкращим чином.

5. Розрахований приклад синтезу оптимальних СКК за критерієм максимуму інформаційної ефективності для стандарту DVB-T2 для наступного діапазону значень енергетики $h^2 \in [0; 300]$ при умові досягнення необхідної достовірності. Отримані розрахунки дозволяють більш точно оцінити реальну швидкість, яку має кінцевий отримувач інформації, та різницю між реальною швидкістю, та швидкістю, яка вказана у стандарті. З іншого боку, використовуючи дану методику можна оцінити ефективність конкретної реалізації виробником стандарту DVB-T2: кінцеву швидкість передачі даних з теоретично розрахованою. У випадку, якщо на практиці реальна швидкість набагато нижча за теоретично обчислену, можна буде зробити висновок про неоптимальність переходів між СКК для конкретної реалізації стандарту.

6. Запропоновано структурну схему адаптивного приймально - передавального пристрою, який реагує на зміну енергетики в радіолінії та алгоритм роботи адаптивного керування видом модуляції і кодування цього пристрою, які можуть стати основою для винаходу. Висвітлено аспекти практичного застосування отриманих результатів в держбюджетних НДР.

ВИСНОВКИ

Проблема задоволення постійно зростаючих вимог до швидкості і достовірності передачі інформації стає особливо актуальною у сучасному суспільстві. При цьому передача інформації здійснюється в умовах обмежених **частотних і енергетичних ресурсів** каналів зв'язку, а отже, досягати необхідної швидкості передачі даних та якості зв'язку необхідно шляхом розумного використання відведеного ресурсу. Для оцінки ефективності використання ресурсу каналу зв'язку використовується поняття **інформаційної ефективності** як відношення **продуктивності** джерела повідомлень, яка характеризує швидкість передачі інформації, яку отримує кінцевий користувач до **пропускної здатності** каналу зв'язку, яка використовується як для передачі інформації користувача, так і для передачі технічної інформації. Пропускна здатність каналу зв'язку оцінюється **границею Шеннона** і є максимально можливою швидкістю передачі інформації по каналу зв'язку

Інструментом досягнення максимальної інформаційної ефективності, як міри наближення швидкості передачі повідомлень джерела до границі Шеннона є вибір оптимальних **сигнально-кодових конструкцій**, які дозволяють передавати повідомлення з максимально можливою швидкістю і заданою якістю.

Метою даної роботи є розробка методики формування сигнально-кодових конструкцій, яка дозволяють передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю та необхідною достовірністю при заданих енергетичних параметрах каналу зв'язку.

Головними результатами проведеного дослідження є наступні:

1. Розроблені методики і алгоритми синтезу завадостійких кодів, оптимальних за критерієм максимально досяжної продуктивності лінії зв'язку для відомої енергетики та заданої достовірності в класах блокових, неперервних і каскадних кодів, що практично важливо при створенні та

проектуванні нових адаптивних систем зв'язку (зокрема, SDR, ліній радіорелейного та супутникового зв'язку);

2. Визначені теоретичні та практичні границі застосування відомих та потенційно можливих завадостійких блокових, неперервних і каскадних кодів, що практично важливо при оцінці якості існуючої і створюваної техніки і стандартів зв'язку;

3. Досліджені властивості завадостійких кодів зафіксовані в Патенті на корисну модель № UA-117164-U від 26.06.2017 «Спосіб досягнення максимальної продуктивності в дискретному каналі зв'язку з завадостійким кодуванням»;

4. Отримані результати використані в учбовому процесі: підготовка бакалаврів – «Основи теорії телекомунікацій»; підготовка магістрів – «Основи прикладної теорії інформації для телекомунікацій»; підготовка докторів філософії – «Інноваційні напрямки розвитку телекомунікацій та радіотехніки».

Загальним підсумком **етапу дослідження завадостійких кодів** стала оцінка ефективності використання блокових, неперервних та каскадних кодів у каналі зв'язку з заданими параметрами. В результаті дослідження отриманий **новий науковий результат** у вигляді точної методики синтезу завадостійких кодів, яка дозволяє максимально наблизити продуктивність каналу зв'язку до його пропускної здатності – границі Шеннона.

Розроблена методика порівняння завадостійких властивостей блокових, неперервних та каскадних кодів дозволяє виявляти кращий код за заданим критерієм. Виявилося, що найкращими завадостійкими властивостями характеризуються блокові коди, а саме коди LDPC, з довжиною блоку $n=64800$. Гіршими за критерієм завадостійкості є неперервні коди. Проте, перевагою неперервних кодів є швидкість операцій кодування/декодування, що обумовило їх широке використання в телекомунікаціях. Оцінка каскадних кодів здійснюється за їх еквівалентними параметрами, а їх ефективність залежить від кодів, з яких вони складаються. Перевагою каскадних кодів є

можливість отримати завадостійкий код з високою виправною здатністю, використовуючи при цьому коди з малою довжиною блоку. Виконано оцінку завадостійких властивостей недвійкових блокових кодів Ріда-Соломона, які широко використовуються в різних родах зв'язку. Виявилось, що на відміну від символної площини, де коди Ріда-Соломона мають надвисоку виправну здатність, у бітовій площині коди Ріда-Соломона не відносяться до розряду ефективних кодів, та є гіршими від бінарних блокових кодів, таких як LDPC та БЧХ. Отримані висновки **підтверджуються тенденціями розвитку сучасних стандартів зв'язку**: на прикладі розвитку стандарту DVB-T відбувся перехід від неперервних кодів та кодів Ріда-Соломона до блокових кодів БЧХ та LDPC.

Загальним підсумком **етапу дослідження сигнально-кодових конструкцій** є оцінка ефективності СКК, яка дозволяє у каналі з заданими частотно-енергетичними параметрами визначити ефективність використовуваних видів модуляції та завадостійкого кодування за критерієм максимального наближення до границі Шеннона, або максимуму інформаційної ефективності при умові задоволення вимог щодо достовірності передачі інформації. В результаті дослідження отриманий **новий науковий результат** у вигляді методики синтезу СКК, які дозволяють передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю та заданою якістю. Користуючись даною методикою в каналі з будь-якою енергетикою можливо, по-перше, оцінити ефективність СКК, яка в ньому використовується, по-друге, запропонувати альтернативну СКК, яка дозволить передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю та заданою достовірністю. В наведеній методиці розглядаються наступні види модуляції: ФМ-2, QPSK, QAM-16, QAM-64, QAM-256; та наступні види завадостійкого кодування: блокові коди БЧХ, LDPC, недвійкові коди Ріда-Соломона, неперервні коди. На прикладі технології DVB-T2 для кожного значення енергетики визначено оптимальний вид модуляції та завадостійкого кодування, та обґрунтовані переходи від більш завадостійких кодів до більш швидких кодів та від менш інформаційно

ємних видів модуляції до більш інформаційно ємних зі збільшенням енергетики.

За результатом дисертаційного дослідження отримані нові наукові результати:

1. Методика синтезу завадостійких кодів, оптимальних за критерієм максимального наближення продуктивності джерела до границі Шеннона, яка відрізняється тим, що дозволяє для каналу зв'язку із відомими енергетичними параметрами обрати такий код, який дозволив би передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю кодування за умов забезпечення заданої достовірності.

2. Методика порівняння виправних здібностей завадостійких кодів різних видів, яка відрізняється тим, що з використанням особливих характеристик неперервних та каскадних кодів визначаються їх коригувальні здібності за порівняльними параметрами еквівалентних блокових кодів.

3. Методика синтезу сигнально-кодових конструкцій, оптимальних за критерієм максимального наближення продуктивності джерела до границі Шеннона, яка відрізняється тим, що, поєднуючи у собі положення теорії інформації і теорії завадостійкого кодування, дозволяє для каналу зв'язку із відомими енергетичними параметрами обрати таке сполучення модуляції і завадостійкого коду, яке дозволило би передавати повідомлення джерела з максимальною швидкістю за умов забезпечення заданої достовірності.

4. Вперше отримана оцінка границь існування завадостійких кодів, яка відрізняється тим, що використовує теоретичні границі існування завадостійких кодів та дозволяє для відомої енергетики в каналі зв'язку визначити код, здатний забезпечити необхідну достовірність, або довести відсутність такої можливості.

Проведені дослідження пов'язані з роботами та науковими програмами Інституту телекомунікаційних систем КПІ ім. Ігоря Сікорського (номери державної реєстрації держбюджетних НДР: № 0113U002491 – 2014 р.;

№ 0115U000259 – 2015-2016 р.р.; № 0117U004282 – 2017 р.), а також з навчальним процесом – запропоновані методи реалізовані у вигляді програмних комплексів для використання навчальному процесі кафедри телекомунікаційних систем ІТС.

Результати роботи опробуванні на основі публікацій:

- статті в спеціалізованих виданнях: 5 (в закордонних виданнях - 2),
- доповіді в міжнародних конференціях: 9 (в наукометричних базах - 3),
- отримано патент на корисну модель.

Отже, всі наукові задачі, які сформовані в рамках дисертації, вирішені.

Мета дисертації досягнута.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. **Берлин А. Н.** Цифровые сотовые системы связи [Текст] / А. Н. Берлин. – М. : Эко-Трендз, 2007. – 296 с.
2. **Бородин Л. Ф.** Введение в теорию помехоустойчивого кодирования [Текст] / Л. Ф. Бородин. – М. : Сов. радио, 1968. – 408 с.
3. **Бриллюэн Л.** Наука и теория информации [Текст] / Л. Бриллюэн, пер. с англ. А. А. Харкевича. – М. : Физматгиз, 1960. – 392 с.
4. **Галлагер Р.** Коды с малой плотностью проверок на четность [Текст] / Р. Галлагер ; М. : «Мир», 1966. – 144 с.
5. **Гуревич В. Э.** Цифровые методы модуляции в системах передачи непрерывных сообщений [Текст] : учеб. пособие / В. Э. Гуревич – М-во связи СССР: Ленинград. электротехн. ин-т связи им. М. А. Бонч-Бруевича. – Л., 1978. – 84 с.
6. **Дмитриев В. И.** Прикладная теория информации: учебник для вузов [Текст] / В. И. Дмитриев. – М. : Высшая школа, 1989. – 320 с.
7. **Духин А. А.** Теория информации [Текст] / А. А. Духин. – М. : Гелиос АРВ, 2007. – 248 с.
8. **Жураковський Ю. П.** Теорія інформації та кодування [Текст] : підручник / Ю.П. Жураковський, В.П. Полторак. – К.: Вища шк., 2001. – 255 с.
9. **Золотарев В. В.** Помехоустойчивое кодирование: методы и алгоритмы [Текст] : справочник / В. В. Золотарев, Г. В. Овечкин // под. ред. Ю. Б. Зубарева. – М. : Горячая линия, Телеком. – 2004. – 126 с.
10. **Золотых Н. Ю.** Использование пакета MatLab в научной и учебной работе [Текст] / Н. Ю. Золотых. – Нижний Новгород, 2006. – 165 с.
11. **Зюко А. Г.** Помехоустойчивость и эффективность систем связи [Текст] / А. Г. Зюко // 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Связь, 1972. – 360 с.
12. **Ильченко М.Е.** Урывский Л.А. Аспекты системного анализа в прикладной теории информации для телекоммуникаций//Кибернетика и системный анализ. – 2010. - №5. – С. 60-67

13. **Ільченко М. Ю.** Основи теорії телекомунікацій [Текст] / М. Ю. Ільченко; навч. посібник; за заг. ред. М. Ю. Ільченка. – К. : ІСЗІ НТУУ «КПІ», 2010. – 788 с.
14. **Ільченко М. Ю.** Сучасні телекомунікаційні системи [Текст] / М. Ю. Ільченко, С. О. Кравчук. – К. : Наук. думка, 2008. – 328 с.
15. **Кларк Дж.** Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи [Текст] / Дж. Кларк, Дж. Кейн. – М. : Радио и Связь, 1987. – 195 с.
16. **Кловский Д. Д.** Теория электрической связи [Текст] / Д. Д. Кловский ; Учебник для вузов. – М. : Радио и связь, 1999. – 432 с.
17. **Коган И. М.** Прикладная теория информации [Текст] / И. М. Коган. – М. : Радио и связь, 1981. – 216 с.
18. **Кондрашов В. Е.** MatLab как система программирования научно технических расчетов [Текст] / В. Е. Кондрашов, С. Б. Королев – М.: Мир. – 2002.
19. **Коржик В. И.** Расчет помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений [Текст]: справочник / В. И. Коржик, Л. М. Финк, К. Н. Щелкунов. – М. : Радио и связь, 1981. – 231 с.
20. **Кузьмин И. В.** Основы теории информации и кодирования [Текст] / И. В. Кузьмин, В. А. Кедрус. – К. : Высш. шк., 1977. – 280 с.
21. **Морелос-Сарагоса Р.** Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. -М.: Техносфера, 2005 – 320с.
22. **Науменко М. І.** Високошвидкісна завадостійка передача інформації в каналах телекомунікаційних систем [Текст] / М. І. Науменко ; К. : «Альтерпрес», 2003. – 219 с.
23. **Пешкин А.М.** Оцінка корегуючих властивостей кодів Ріда – Соломона у каналі з білим шумом./ Пешкин А.М.// 5-а міжнародна конференція молодих вчених «Інфокомунікації – сучасність та майбутнє» – Збірка тез, ч.3. – Одеса: ОНАЗ, – 2015 – с. 66...69.
24. **Пешкін А.М.** Порівняння методик синтезу параметрів коригуючів

кодів для оцінки їх завадостійких властивостей/ Пешкін А.М.// 4-а міжнародна науково-практична конференція Фізико-технологічні проблеми радіотехнічних пристроїв, засобів телекомунікацій, нано- та мікроелектроніки 23-25 жовтня 2014 р., - Чернівці, Україна - Збірник тез, с.95-96.

25. **Питерсон У.** Коды, исправляющие ошибки [Текст] / У. Питерсон, Э. Уэлдон. // М. : «МИР», 1976. – 594 с.

26. **Пропис Д.** Цифровая связь [Текст] / Д. Пропис ; пер. с англ. – М. : Радио и связь, 2000. – 800 с.

27. **Прокопенко Е. А.** Повышение информационных возможностей каналов с многопозиционными сигналами в системах беспроводной связи [Текст]: диссертация кандидата технических наук: 05.12.02 / К. А. Прокопенко; Киев, НТУУ «КПИ». – К. : 2011. – 175 с..

28. **Рубцов А. Е.** Влияние неточности оценки канала на вероятность битовых ошибок систем связи с M-QAM модуляцией [Текст] / А. Е. Рубцов, В. С. Шпагина // Труды (седьмой) научной конференции по радиофизике, 7 мая 2003. Ред. А. В. Якимов. – Нижний Новгород: ТАЛАН, 2003. – с. 216–217.

29. **Стратонович Р. Л.** Теория информации [Текст] / Р. Л. Стратонович. – М. : Сов. радио, 1975. – 424 с.

30. **Урывский Л. А.** Исправляющая способность блочных помехоустойчивых кодов в пределах аксиоматики Шеннона /Урывский Л.А. Пешкин А.М.// 2-а міжнародна конференція молодих вчених «Інфокомунікації — сучасність та майбутнє». Збірка тез, ч.1. – Одеса: ОНАЗ, – 2012 – с. 33...36.

31. **Урывский Л. А.** Основы прикладной теории информации для телекоммуникаций [Текст] : диссертация доктора технических наук : 05.12.02 / Л. А. Урывский; Киев, НТУУ «КПИ». – К. : 2009. – 377 с.

32. **Урывский Л. А.** Помехоустойчивые коды с максимальным приближением к границе Шеннона [Текст] / Л. А. Урывский, Е. А. Прокопенко, А. М. Пешкин // Telecommunication Sciences. – К.: NTUU 'KPI'. – 2011. – № 1. – С. 41-47.

33. **Урывский Л. А.** Синтез правила выбора помехоустойчивого кода при заданных пространственно-энергетических условиях передачи дискретной информации [Текст] / Л. А. Урывский, А. В. Мошинская // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку: науково-виробничий збірник. – К., 2008. – № 4(6). – с. 88-102.

34. **Урывский Л. А.** Методика оценки исправляющей способности сверхдлинных LDPC кодов [Текст] / Л. А. Урывский, С. А. Осипчук // Третя міжнародна науково-практична конференція (МНПК) молодих вчених «Інфокомунікації – сучасність та майбутнє», м. Одеса, 17-18 жовтня 2013 року, Збірник тез, частина 3. – с. 91-95.

35. **Урывский Л. А., Осипчук С.А.** Синтез сигнально-кодовых конструкций для OFDM сигналов в канале с постоянными параметрами. – Науково-виробничий збірник «Наукові записки УНДІЗ», №4 (32), 2014. – с. 41-48.

36. **Урывский Л. А., Осипчук С.А.** «Сравнение скорости кодирования LDPC и БЧХ кодов», Материалы III МНПК «Академическая наука – проблемы и достижения», 20-21 февраля 2014 г., г.Москва. – с.203-205.

37. **Урывский Л.А., Пешкин А.М.** «Оценка энергетических границ использования каскадных кодов» – Budapest, Hungary: The scientific heritage - № 8, 2017, p. 91-97.

38. **Уривський Л. О.** Аналіз принципів формування та коригуючих можливостей каскадних кодів/ Л. О. Уривський, А. М. Пешкін // Десята МНТК «Проблеми телекомунікацій-2016», с. 58-61.

39. **Уривський Л. О.** Оцінка граничних коригуючих можливостей неперервних кодів через еквівалентні параметри блокових кодів/ Л. О. Уривський, А. М. Пешкін// Сьома МНТК «Проблеми телекомунікацій-2013», с. 350-353.

40. **Уривський Л. О.** Патент на корисну модель № UA 94019 U «Спосіб адаптивного вибору виду багатопозиційної модуляції», публікація відомостей про видачу патенту: 27.10.2014. Винахідники: Уривський Л.О., Осипчук С.О.,

Прокопенко К.А.

41. **Уривський Л. О.** Патент на корисну модель № UA 95365 U «Спосіб адаптивного вибору виду багатопозиційної модуляції», публікація відомостей про видачу патенту: 25.12.2014. Винахідники: Уривський Л.О., Осипчук С.О., Прокопенко К.А.

42. **Уривський Л. О.** Патент на корисну модель № UA-117164-U від 26.06.2017 «Спосіб досягнення максимальної продуктивності в дискретному каналі зв'язку із завадостійким кодуванням» Винахідники: Уривський Л.О., Вергун С.М., Мошинська А В., Осипчук С.А. Пешкін А.М.

43. **Уривський Л. А.** «Відображення параметрів неперервних кодів в просторі відображення блокових кодів»/ *Уривський Л. А.*, Пешкін А.М. // Дев'ята МНТК «Проблеми телекомунікацій», ІТС НТУУ «КПІ», м.Київ, 2015. – с.65-67.

44. **Уривський Л. О.** Визначення границь коригувальних властивостей блокових кодів/ Л.О. Уривський, К. А. Прокопенко, А. М. Пешкін // Збірник наукових праць – Львів, «Львівська політехніка», 2011, №705, с. 98 – 104.

45. **Уривський Л. О.** Методика оцінки граничної інформаційної ефективності завадостійких кодів// Уривський Л.О., Пешкін А.М.// Information and Telecommunication Sciences, – К.: NTUU 'KPI'. – 2016. – № 2. – р.70-74.

46. **Феер Л.** Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра [Текст] / Л. Феер // Пер. с англ. М.: Радио и связь, 2000. – 520 с.

47. **Финк Л. М.** Теория передачи дискретных сообщений [Текст] / Л. М. Финк ; М. : «Советское радио», 1970. – 728 с.

48. **Шахнович И.** Современные технологии беспроводной связи [Текст] / И. Шахнович. – М. : Техносфера. – 2008. – 288 с.

49. **Ahlswede R.** Multi-way communication channels [Text] / R. Ahlswede // Proc. IEEE Int. Symposium on Inf. Theory (ISIT), Tsahkadsor Armenia, USSR, Sep. 2-8, 1971. – pp. 23–52.

50. **Arunabha G.** Fundamentals of LTE [Text] / G. Arunabha, J. Zhang, G.

Jeffrey, M. Rias – Prentice Hall, 2010. – 464 p.

51. **Bevan D. D.** Coherent multichannel reception of binary modulated signals with independent Rician fading [Text] / D. D. N. Bevan, V. T. Ermolayev, A. G. Flaksman // Proceedings of IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM2000), Cambridge MA. – 2000. – pp. 37-39.

52. **Bevan D. D.** Gaussian channel model for mobile multipath environment [Text] / D. D. N. Bevan, V. T. Ermolayev, A. G. Flaksman, I. M. Averin // EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2004, No. 9. – pp. 1321-1329.

53. **Burshtein D.** Upper bounds on the rate of LDPC codes [Text] / D. Burshtein, M. Krivelevich, S. Litsyn, G. Miller. – IEEE Trans. Inform. Theory, 48 (2002), no. 9. – pp. 2437–2449.

54. **Cimini L. J.** Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing [Text] / L. J. Cimini – IEEE Trans. Commun., vol. COM-33, July 1985. – pp. 665-675.

55. **Cover T. M.** Elements of Information Theory, 2nd ed. [Text] / T. M. Cover, J. A. Thomas. – Wiley-Interscience, 2006. – 772 p.

56. **Dahlman E.** 3G Evolution: HSPA and LTE for Mobile Broadband [Text] / E. Dahlman. – Academic Press is an imprint of Elsevier, 2007. – 485 p.

57. **Dahlman E.** 4G LTE/LTE-Advanced for Mobile Broadband [Text] / E. Dahlman, S. Parkvall, J. Skold. – Oxford, UK: Academic Press is an imprint of Elsevier, 2011. – 431 p.

58. Digital Video Broadcasting (DVB): Second generation framing structure, channel coding and modulation systems (DVB-S2) / ETSI EN 302 307 V1.2.1 // European Standard (Telecommunications series), 2009. – 78 p.

59. **Erceg V.** A Model for the Multipath Delay Profile of Fixed Wireless Channels [Text] / V. A. Erceg // IEEE JSAC, Vol. 17, No. 3, March 1999. – pp. 399–410.

60. **Gallager R. G.** Information Theory and Reliable Communication [Text] / R. G. Gallager. – Wiley, 1968. – 588 p.

61. **Gangwar A.** An Overview: Peak to Average Power Ratio in OFDM system & its Effect / A. Gangwar, M. Bhardwaj; International Journal of Communication and Computer Technologies. Volume 01, No.2, Issue: 02 September 2012. – pp. 22-25.
62. **Goldsmith A. J.** Adaptive coded modulation for fading channels [Text] / A. J. Goldsmith, S. Chuan. – IEEE Trans. Commun., vol 46, May 1998. – pp. 595-602.
63. **Gündüz D.** The multi-way relay channel [Text] / D. Gündüz, A. Yener, A. Goldsmith, and H. V. Poor // Proc. IEEE Int. Symposium on Inf. Theory (ISIT), Seoul, Korea, Jun. 28-Jul. 3, 2009. – pp. 339–343.
64. IEEE 802.11 Task Group a, Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications: High-speed Physical Layer in the 5 GHz Band, 1999.
65. IEEE 802.11b, "Supplement to Information Technology - Telecommunications and Information Exchange between Systems - Local and Metropolitan Area Networks - Specific Requirements Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications: Higher-Speed Physical Layer Extension in the 2.4 GHz Band", 2003, 96 pages, available at <http://standards.ieee.org/getieee802/portfolio.html>
66. **Hanzo L.** Quadrature Amplitude Modulation: From Basics to Adaptive Trellis-Coded, Turbo-Equalised and Space-Time Coded OFDM, CDMA and MC-CDMA Systems, 3rd ed [Text] / L. Hanzo, S. X. Ng, T. Keller, and W. T. Webb. – Piscataway, NJ: IEEE Press/Wiley, – 2004. – 1036 p.
67. **Hou J.** Performances Analysis and Code Optimization of Low-Density Parity-Check Codes on Rayleigh fading [Text] / J. Hou, P. H. Siegel, L. B. Milstein. – IEEE J. Selec. Areas in Comm., vol. 19, no. 5, May 2001. – pp. 924–934.
68. **Jayakody D. N. K.** Coded QPSK-OFDM over Fading channel [Text] / D. N. K. Jayakody, L. O. Iheme, E. A. Ince // ICIAfS'10 proceedings, Dec. 2010. – pp. 276-281.
69. **Johnson S. B.** Low-Density Parity-Check Codes from Combinatorial

Designs [Text] / S. B. Johnson // PhD paper. School of Electrical Engineering and Computer Science, The University of Newcastle, Callaghan, N.S.W. 2308, Australia. – 2004. – p. 227.

70. **Keller T.** Orthogonal frequency division multiplex synchronization techniques for frequency-selective fading channels [Text] / T. Keller, L. Piazzo, P. Mandarini, and L. Hanzo // IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 19, no. 6, Jun. 2001. – pp. 999–1008.

71. **Litsyn S.** Distance distributions in ensembles of irregular low-density parity-check codes [Text] / S. Litsyn, V. Shevele. – IEEE Trans. Inform. Theory, 49 (2003). – pp.3140–3159.

72. **Loan V. C. F.** Introduction to scientific computing: a matrix-vector approach using MATLAB [Text] / V. C. F. Loan. – N. J.: Prentice Hall. – 1997.

73. Low-density parity-check codes from DVB-S.2 standard / The MathWorks, Inc. // 2012. – Режим доступа: <http://www.mathworks.com/help/comm/ref/dvbs2ldpc.html>.

74. **Lu B.** LDPC-based space-time coded OFDM systems over correlated fading channels: Performance analysis and receiver design [Text] / B. Lu, X. Wang, K. R. Narayanan. – IEEE Trans. Commun., vol. 50, no. 1, Jan. 2002. – pp. 74–88.

75. **Luby M.,** Mitzenmacher M., Shokrollahi A., Spielman D., “Improved low-density parity-check codes using irregular graphs and belief propagation,” SRC Technical Note, 1998. – 9 p.

76. **MacKay D.,** “Good error-correcting codes based on very sparse matrices,” IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 45, no. 2, March 1999. – pp. 339–431.

77. **MacKay D.,** Neal R., “Near Shannon limit performance of low density parity check codes,” Electron. Lett., vol. 32, no. 18, August 1996. – pp. 1645–1646.

78. **MacWilliams F. J.,** Sloane N. J. A. “The Theory of Error-Correcting Codes. Parts 1, 2”, Bell Laboratories, NJ, USA. – 1977. – 744 p.

79. **MathWorks** Inc. Matlab optimization toolbox user guide, Constrained Optimization [Text] / The MathWorks, Inc. // Chapter 6, 2010. – pp. 227-235.

80. **MathWorks,** Inc. Low-density parity-check codes from DVB-S.2

standard [Electronic resource] / The MathWorks, Inc. – 2012. – Access method: <http://www.mathworks.com/help/comm/ref/dvbs2ldpc.html>.

81. **Mishra A. R.** Advanced cellular network planning and optimization. 2G/2.5G/3G evolution to 4G [Text] / A. R. Mishra. – Nokia Networks, John Wiley & Sons Ltd. 2007. – 544 p.

82. **Miyamoto S.**, Kasai K., Sakaniva K., “Sufficient conditions for a regular LDPC code better than an irregular LDPC code,” IEICE Trans. Fundamentals, vol. E90–A, no. 2, February 2007. – pp. 531–534.

83. **Nocedal J.** Numerical Optimization [Text] / J. Nocedal, J. Stephen. – Berlin, New York: Springer-Verlag, 2nd Edition. – 2006. – p. 449.

84. **Ochiai H.** On the Distribution of the Peak to Average Power Ratio in OFDM Signals / H. Ochiai; IEEE Trans. Commun., vol. 49, no. 2, Feb. 2001. – 282-89 pp.

85. **Ohtsuki T.**, “LDPC codes in communications and broadcasting,” IEIC Trans. Commun., vol. 90-B, no. 3, March 2007. – pp. 440–453.

86. **Ong L.** An optimal coding strategy for the binary multi-way relay channel [Text] / L. Ong, S. J. Johnson, C. M. Kellett // IEEE Commun. Lett., vol. 14, no. 4, Apr. 2010. – pp. 330–332.

87. **Osypchuk S.**, “The analytical description of regular LDPC codes error-correcting ability,” the 12th International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science”, February, 25 – March 1, 2014, Lviv-Slavske, Ukraine.

88. **Perahia E.** Next Generation Wireless LANs. Throughput, Robustness, and Reliability in 802.11n [Text] / E. Perahia. – Cambridge University Press, 2008.

89. **Pietrzyk S.** OFDMA for Broadband Wireless Access. Artech House, 2006. – 250 p.

90. **Ping L.**, Leung W.K., Phamdo N., "Low-density parity-check codes with semi-random parity-check matrix." Electron. Lett., vol.35, Jan. 1999. – pp. 38-39.

91. **Prasad. R.** OFDM for wireless communications systems [Text] /

Artech House Universal Personal Communications series, 2004. – 291 p.

92. **Ramjee P.** WLANs and WPANs towards 4G Wireless [Text] / P. Ramjee. – British Library Cataloguing in Publication Data, 2003. – 269 p.

93. **Ryan W. E.** An Introduction to LDPC Codes, in CRC Handbook for Coding and Signal Processing for Recoding Systems [Text] / W. E. Ryan. – CRC Press. – 2004.

94. **Savo G.** Advanced Wireless Communications 4G Technologies [Text] / G. Savo. – John Wiley & Sons Ltd, 2004. – 875 p.

95. **Seung H.** An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission [Text] / H. Seung ; IEEE Wireless Communications, vol.12, no. 2, 2005. – 56-65 pp.

96. **Shannon C. E.** A mathematical Theory of Communication [Text] / C. E. Shannon. – The Bell System Technical Journal, vol. 27., 1948. – pp. 379–423, 623–656.

97. **Shinsuke H.** Multicarrier Techniques for 4G Mobile Communications [Text] / H. Shinsuke, P. Ramjee. – Artech House, Boston, 2003. – 259 p.

98. **Tian T.**, Jones C., “Construction of irregular LDPC codes with low error floors”, Communications, ICC '03, IEEE International Conference, vol. 5, May 2003. – pp. 3125–3129.

99. **Uryvsky L.**, Moshynska A., Osypchuk S. «Algorithm of choice a multiposition keying in wireless system with LDPC coding», 22nd Telecommunications Forum TELFOR 2014, 25-27 November 2014, Belgrad, Serbia. – pp. 399-402.

100. **Uryvsky L.**, Osypchuk S. Analysis of corrective properties of ultra-long LDPC codes. – Telecommunication Sciences, Volume 4, № 1, 2013, pp. 21-26.

101. **Uryvsky L.**, Osypchuk S. Comparative analysis of LDPC and BCH codes error-correcting capabilities. – Information and Telecommunication Sciences, Volume 5, Number 1, 2014, pp. 5-9.

102. **Uryvsky L.**, Osypchuk S. The Analytical Description of Regular LDPC Codes Correcting Ability. – Transport and Telecommunication, Latvia, ISSN 14076160, Vol. 15, no. 3, 2014, pp.177-184.

103. **Uryvsky L.**, Osypchuk S. «Code Rate of LDPC and Traditional Antinoise Codes Comparison». – Восьма МНТК «Проблеми телекомунікацій», ІТС НТУУ «КПІ», м.Київ, 2014. – с. 508-510.

104. **Uryvsky L.**, Osypchuk S. «Synthesis of signal-code sequence for OFDM in the channel with permanent parameters», 15th International Radar Symposium, Poland, Gdansk, June 18-20, 2014. – pp. 31-34.

105. **Uryvskiy L.** Pieshkin A. The informational efficiency improving methods of the signal-code constructions with the condition of providing required reliability - Budapest, Hungary: The scientific heritage - № 11, 2017 - p.p. 72...77.

106. **Uryvsky L.**, Prokopenko K., Peshkin A. “The convolutional codes analysis technique on the optimum block codes grounds”, Information and Telecommunication Sciences. – K.: NTUU 'KPI'. – 2014. – № 2, p.8-13.

107. **Uryvsky L. A.**, Prokopenko E. A. Metodika upravljenja karakteristikami obsluzhivaniya pri izmenenii trebovaniyu k kachestvu svyazi. Naukovi zapiski Ukrajins'kogo naukovo-doslidnogo institutu zv'jazku, 2009, No 3(11). – p.72-77.

108. **Uryvsky L.** The Reed – Solomon codes analysis technique on the optimum block codes ground in the channel with white noise [Електронний ресурс] / L. Uryvsky, A. Pieshkin // IEEE Міжнародна конференція з інформаційно-телекомунікаційних технологій та радіоелектроніки. – 2016. – Режим доступу до ресурсу: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7739631/>. (Scopus).

109. **Uryvsky L.** Assessment of Information Efficiency of Error-correcting Codes in Plotkin bound [Електронний ресурс] / L. Uryvsky, A. Pieshkin // IEEE Міжнародна конференція з інформаційно-телекомунікаційних технологій та радіоелектроніки. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8095413/>. (Scopus)

110. *Zou W. Y.* COFDM: An overview [Text] / W.Y. Zou, Y. Wu // IEEE Trans. Broadc., vol. 41, no. 1. – March 1995. – pp. 1-8.

ДОДАТОК А

ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ СИГНАЛЬНО-КОДОВИХ
КОНСТРУКЦІЙ У ПРОГРАМНОМУ СЕРЕДОВИЩІ МАТЛАВ**Algorithm.m**

```

getInitialParameters;
% 1. Get channel probability
channelProbability=getPSK(energyVektor);
% 2. Find correcting ability to provide required reliability
correctingVektor =
findCorrectingAbility3(channelProbability,blockLength,outReliability);
% 3. Find code bounds: Shannon, Plotkin, Varshamov-Gilbert
Rsh = getShannonRate(channelProbability);
[Rvg, Xvg] = getVarshamovRate(blockLength, 2*max(correctingVektor)+1)
Rpl= getPlotkinRate(blockLength, Xvg*2*blockLength, 2); % Граница Плоткина

% 4. Get error-correcting codes
getReedSolomon;
getBCH;
getLDPC;

% 5. Plot results
boundsCorrectingVektorSizeNormalization;

plotBoundsWithCodes;
plotDto2nFromChannelProbability;
plotAllInOneAlgorithm;

```

getInitialParameters.m

```

energyStep=0.1;
energyVektor=0:energyStep:15;
m=8
blockLength=1023;
outReliability=10^-6;

```

getPSK.m

```

function [ errorProbability ] = getPSK( energy )
errorProbability=(1/2)*exp(-energy);
end

```

findCorrectingAbility3.m

```

function correctingVektor = findCorrectingAbility3(channelProbability,
blockLength, outReliability)
Dem=length(channelProbability);
correctingVektor = zeros(1,length(channelProbability));
probability = zeros(1, blockLength);
for i=1:1:Dem
for j=1:1:blockLength
probability(j) =
(j/blockLength)*binopdf(j,blockLength,channelProbability(i));
end
x=0;

```

```

probabilityOfSuccess = probability(x+1);
probabilityOfError = channelProbability(i) - probabilityOfSuccess;
probabilityOfErrorPrev = 0;
low = x+1;
hi = blockLength;
while(low<=hi)
    mid = low + round((hi-low)/2);
    probabilityOfError = channelProbability(i) - sum(probability(1:mid));
    probabilityOfErrorPrev = probabilityOfError + probability(mid);
    if(probabilityOfError>outReliability)
        low = mid+1;
        continue;
    elseif(probabilityOfError<outReliability &
probabilityOfErrorPrev>outReliability)
        x=mid;
        break;
    else
        hi = mid-1;
    end
end
correctingVektor(i)=x;
x=0;
end

```

getShannonRate.m

```

function Rsh = getShannonBound(channelProbability)
Rsh=1+(channelProbability.*log2(channelProbability)+(1-
channelProbability).*log2(1-channelProbability))

```

getPlotkinRate.m

```

function [ codeRate ] = getPlotkinRate( blockLength, dmin, M )
codeRate=1-(( M*dmin-1)/( M-1) -1-log2(dmin))/blockLength;
end

```

getReedSolomon.m

```

K=m:m:(blockLength-m);
Rrs(K) = K/blockLength;
Trs(K) = (blockLength-K)/(2*m);
Xrs(K) = (2*Trs(K)+1)/(2*blockLength);

```

boundsCorrectingVektorSizeNormalization.m

```

X=(2*correctingVektor+1)/(2*blockLength);
for i=1:length(X)
for j=1:length(Rp1)
if(correctingVektor(i)+1==j)
Rplfin(i)=Rp1(j);
Rvgfin(i)=Rvg(j);
end
end
end

```

getVarshamovRate.m

```
function [ Rvg, Xvg ] = getVarshamovRate( blockLength, dmin)
for i=1:1:dmin-1
if (blockLength-1>=i)
A2(i)=nchoosek(blockLength-1,i-1);
else
A2(i)=0;
end
end
B=cumsum(A2);
C=log2(B);
Rvg(1)=1;
Rvg1=(blockLength-C)/blockLength;
for i=2:1:length(Rvg1)/2
Rvg(i)=Rvg1(2*i-2);
end
t1=0:1:length(Rvg)-1 ;
Xvg=(2*t1+1)/(2*blockLength);
```

plotAllInOneAlgorithm.m

```
Hmax=40;
Hstep = 10;
Hmin=0;
Pmax=0.2;
Pmin=10^-4;
Pstep = Pmax/10;
Xmax = 0.25;
Xstep=Xmax/5
LineWidth = 3;
fontSize = 10;
labelsFontSize=18;
color='k';
figure
subplot(4,2,1);Gr2plot=semilogx(channelProbability,Rplfin,'r-
',channelProbability,Rvgfin,'b-',channelProbability,Rsh,'m-');
set( Gr2plot, 'LineWidth', LineWidth );
grid on;
set(gca, 'YTick',0 : 0.25 : 1);
set(gca, 'fontSize',fontSize);
axis([Pmin Pmax 0 1])
subplot(4,2,2);Grplot=plot(Xvg,Rpl,'r-',Xvg,Rvg,'b-');
set( Grplot, 'LineWidth', LineWidth );
grid on;
set(gca, 'XTick',0 : Xstep : Xmax);
set(gca, 'YTick',0 : 0.25 : 1);
set(gca, 'fontSize',fontSize);
axis([0 Xmax 0 1])
subplot(4,2,3);dplot=semilogx(channelProbability,X,'g-');
set( dplot, 'LineWidth', LineWidth );
grid on;
set(gca, 'YTick',0 : Xstep : Xmax);
set(gca, 'fontSize',fontSize);
axis([Pmin Pmax 0 Xmax])
subplot(4,2,4);dplot=plot(X,X,'k-');
set( dplot, 'LineWidth', LineWidth );
grid on;
set(gca, 'XTick',0 : Xstep : Xmax);
set(gca, 'YTick',0 : Xstep : Xmax);
set(gca, 'fontSize',fontSize);
```

```

axis([0 Xmax 0 Xmax])
subplot(4,2,5);tplot=semilogx(channelProbability,correctingVektor,'g-');
set( tplot, 'LineWidth', 3 );
grid on;
set(gca, 'YTick',0 : 50 : 200);
set(gca,'fontsize',fontSize);
axis([Pmin Pmax 0 200])
subplot(4,2,7);
P=semilogx(pQPSKb, hkv0, 'c-', pQAM16b, hkv0, 'k-', pQAM64b, hkv0, 'g-');
set( P, 'LineWidth', 3 );
grid on;
set(gca, 'YTick',Hmin : Hstep : Hmax);
set(gca,'fontsize',fontSize);
axis([Pmin Pmax Hmin Hmax])
set(gcf,'Color',[1,1,1]);

```

findSCC.m

```

blockLength=1023;
outReliability=10^-6;
energyStep=1;
energyVektor=1:energyStep:100;

M_PSK=1;
M_QPSK=2;
M_QAM16=4;
M_QAM64=6;

plotBounds;

for i=1:length(energyVektor)
    berQPSK = findQAM_Berawgn(energyVektor(i), M_QPSK);
    Posh_QPSK(i)=berQPSK(:,1);
    berQAM16 = findQAM_Berawgn(energyVektor(i), M_QAM16);
    Posh_QAM16(i)=berQAM16(:,1);
    berQAM64 = findQAM_Berawgn(energyVektor(i), M_QAM64);
    Posh_QAM64(i)=berQAM64(:,1);
    Posh_PSK(i) = getPSK(energyVektor(i));
end

correctingVektorPSK =
findCorrectingAbility3(Posh_PSK,blockLength,outReliability);
correctingVektorQPSK =
findCorrectingAbility3(Posh_QPSK,blockLength,outReliability);
correctingVektorQAM16 =
findCorrectingAbility3(Posh_QAM16,blockLength,outReliability);
correctingVektorQAM64 =
findCorrectingAbility3(Posh_QAM64,blockLength,outReliability);

efficiency_minQPSK=zeros(1,length(energyVektor));
efficiency_minQAM16 = efficiency_minQPSK;
efficiency_minQAM64=efficiency_minQAM16;
efficiency_minPSK = efficiency_minQAM64;
result = efficiency_minQPSK;
efficiency = result;

```

```

for i=1:1:length(energyVektor)
    if(correctingVektorPSK(i)>0)
        ratePSK(i) = Rvg(correctingVektorPSK(i));
    else
        ratePSK(i)=1;
    end
    efficiency_minPSK(i) = ratePSK(i)*M_PSK;
    if(correctingVektorQPSK(i)>0)
        rateQPSK(i) = Rvg(correctingVektorQPSK(i));
    else
        rateQPSK(i)=1;
    end
    efficiency_minQPSK(i) = rateQPSK(i)*M_QPSK;
    if(correctingVektorQAM16(i)>0)
        rateQAM16(i) = Rvg(correctingVektorQAM16(i));
    else
        rateQAM16(i)=1;
    end
    efficiency_minQAM16(i) = rateQAM16(i)*M_QAM16;
    if(correctingVektorQAM64(i)>0)
        rateQAM64(i) = Rvg(correctingVektorQAM64(i));
    else
        rateQAM64(i)=1;
    end
    efficiency_minQAM64(i) = rateQAM64(i)*M_QAM64;
    maxEfficiency = max([efficiency_minPSK(i), efficiency_minQPSK(i),
efficiency_minQAM16(i), efficiency_minQAM64(i)]);
    if(maxEfficiency == efficiency_minPSK(i))
        result(i, 1) = M_PSK;
    elseif(maxEfficiency == efficiency_minQPSK(i))
        result(i, 1) = M_QPSK;
    elseif(maxEfficiency == efficiency_minQAM16(i))
        result(i,1) = M_QAM16;
    else
        result(i,1) = M_QAM64;
    end
    result(i,2) = maxEfficiency;
    efficiency(i)=result(i,2)/log2(1+energyVektor(i));
end

```

findQAM_Berawgn.m

```

function berR = findQAM_Berawgn(hkv0, M_QAM)
    current_EsN0_dB = 10 * log10(hkv0);           % 2 - EsN0 dB
    current_EbN0_dB = current_EsN0_dB - 10*log10(M_QAM); % 3 -
EbN0 dB for berawgn
    [BER,SER] = berawgn(current_EbN0_dB, 'qam', 2^M_QAM);
    berR(:, 1) = BER;
    berR(:, 2) = SER;
end

```


ДОДАТОК Б

ОЦІНКА ВІРНОСТІ ВИРАЗІВ, ЯКІ ВИЗНАЧАЮТЬ ЙМОВІРНІСТЬ ПОМИЛКИ НА ВИХОДІ ДЕКОДЕРА ПРИ ВІДОМИХ ПАРАМЕТРАХ КОДУ ТА КАНАЛЬНІЙ ЙМОВІРНІСТІ ПОМИЛКИ

Для оцінки вірності виразів визначення ймовірності помилки на виході декодера опишемо імітаційну модель. Необхідно сгенерувати послідовність помилкових символів у послідовності інформаційних символів таким чином, щоб середня ймовірність прийому одного символу відповідала заданій каналній ймовірності помилки.

Вирішення.

Нехай задана канална ймовірність помилки $p_6 = 10^{-k}$. Нехай загальна кількість прийнятих символів дорівнює $S = \left(\frac{1}{p_6}\right)^2 = 10^{2k}$. Тоді для послідовності заданої довжини кількість помилкових символів має дорівнювати $E_r = S \cdot p_6 = 10^k$

Необхідно розподілити помилкові символи в послідовності випадковим чином. Для цього сгенеруємо послідовність S з 10^k рівномірно розподілених дробних чисел у проміжку $[0;1]$. Кожне число $S(i)$ являє собою ймовірність того, що в послідовності довжини 10^k виникне рівно 1 помилка.

Якщо $S(i) > 0.5$, то рахуємо, що у блоці № i виникла помилка. Номер символу в загальній послідовності визначається як:

$$N = i \cdot 10^k + \text{random}[0; 10^k - 1] \quad (\text{Б1})$$

Наприклад, якщо $k=3$, $\text{random}[0; 10^k - 1] = 337$ – випадкове число від 0 до 999, номер блоку $i=4$, то помилка виникає в символі 4337

Якщо $S(i) < 0.5$, то помилка зберігається в буфері. Якщо в наступному експерименті $S(i+1) > 0.5$, то в проміжку $(i+1; i+2)$ буде 1 помилка з даного проміжку та всі помилки, накопичені у буфері. Таким чином, на основі попереднього прикладу, якщо в проміжку 4000...5000 немає помилок, а $S(i+1) > 0.5$, то в проміжку 5000...6000 виникло 2 помилки 5337 и 5682

Після того, як знайдені номери помилкових символів в загальній послідовності, весь набір розбивається на блоки довжини n , де n – довжина блоку завадостійкого коду з виправною здатністю t . Якщо в блок попало t' помилок та $t > t'$, то всі помилки рахуються виправленими. Якщо $t < t'$, то помилки рахуються не виправленими. Результуюча ймовірність помилки визначається як сума не виправлених помилок, ділена на довжину послідовності:

$$P = \frac{\sum t'}{10^{2k}} |t' > t \quad (B2)$$

Отримана ймовірність порівнюється з наступними співвідношеннями:

$$P1(t, n, p_0) = \sum_{j=t+1}^n F(n, j, p_0) \frac{j}{n}, \quad (B3)$$

$$P2(t, n, p_0) = \sum_{j=t+1}^n F(n, j, p_0), \quad (B4)$$

де $F(n, j, p_0) = C_n^j \cdot p_0^j \cdot (1 - p_0)^{n-j}$

Результати моделювання:

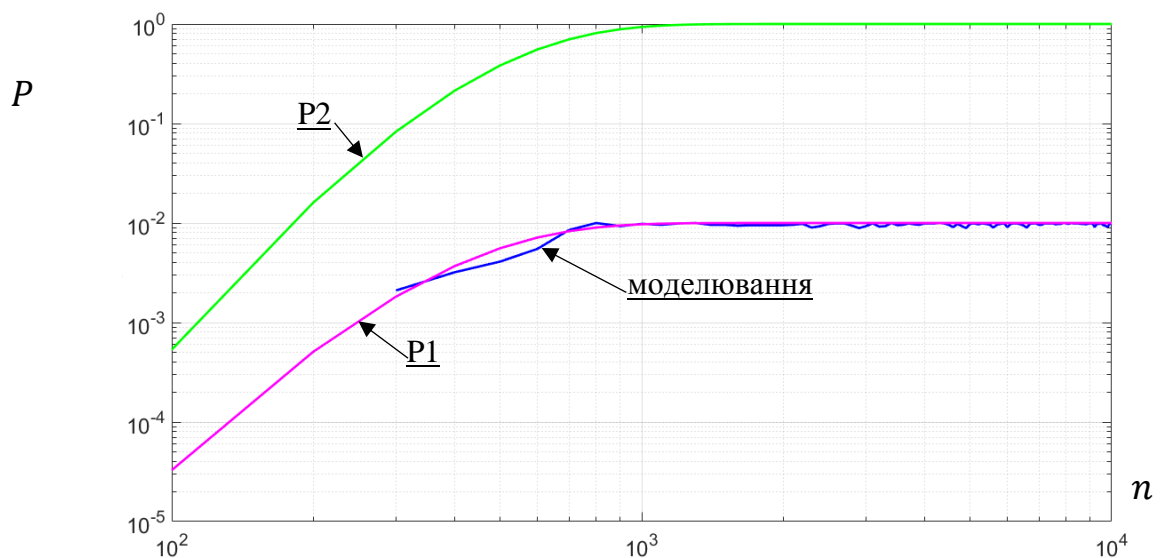


Рис. Б1. Порівняння ймовірностей помилок на виході декодера: $p_0=10^{-2}$; $t=5$

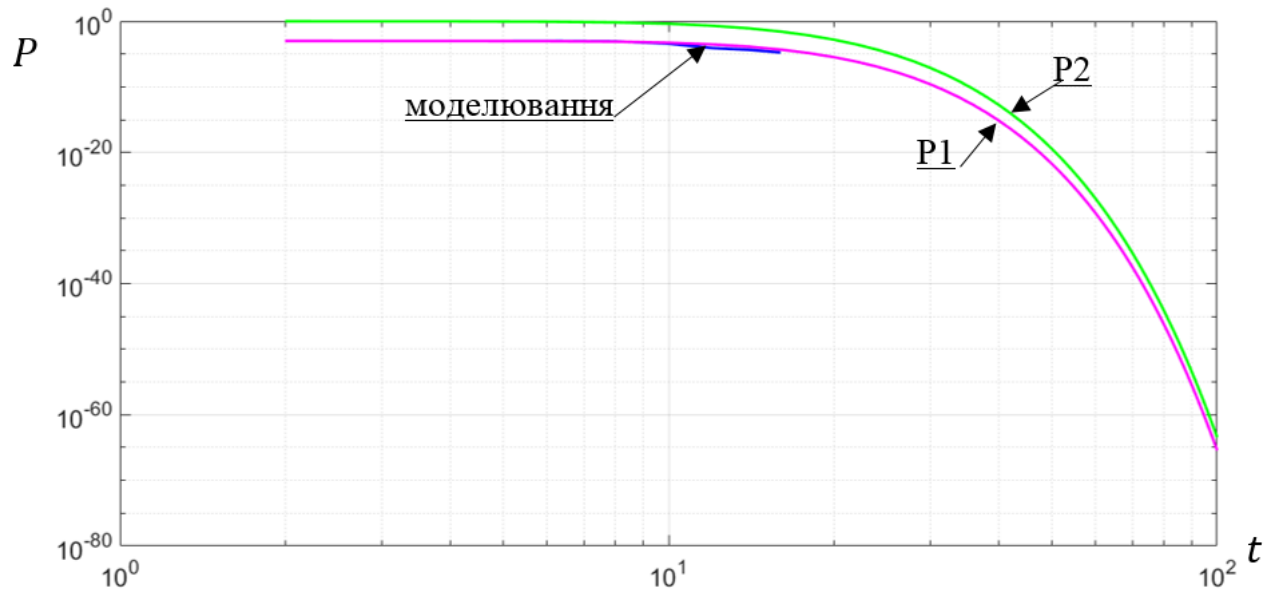


Рис. Б2. Порівняння ймовірностей помилок на виході декодера: $p_6=10^{-3}$;
 $n=10000$; $t=2 \dots 100$

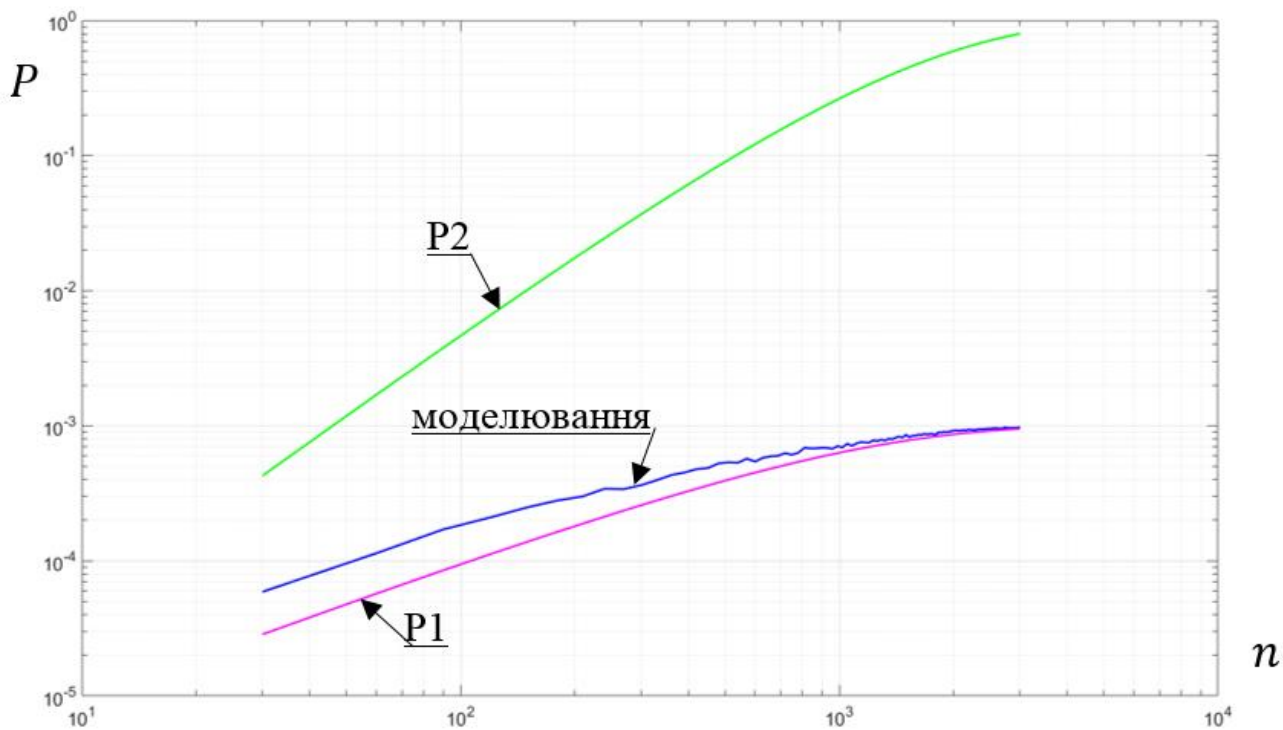


Рис. Б3. Порівняння ймовірностей помилок на виході декодера: $p_6=10^{-3}$;
 $n=30 \dots 3000$; $t=1$

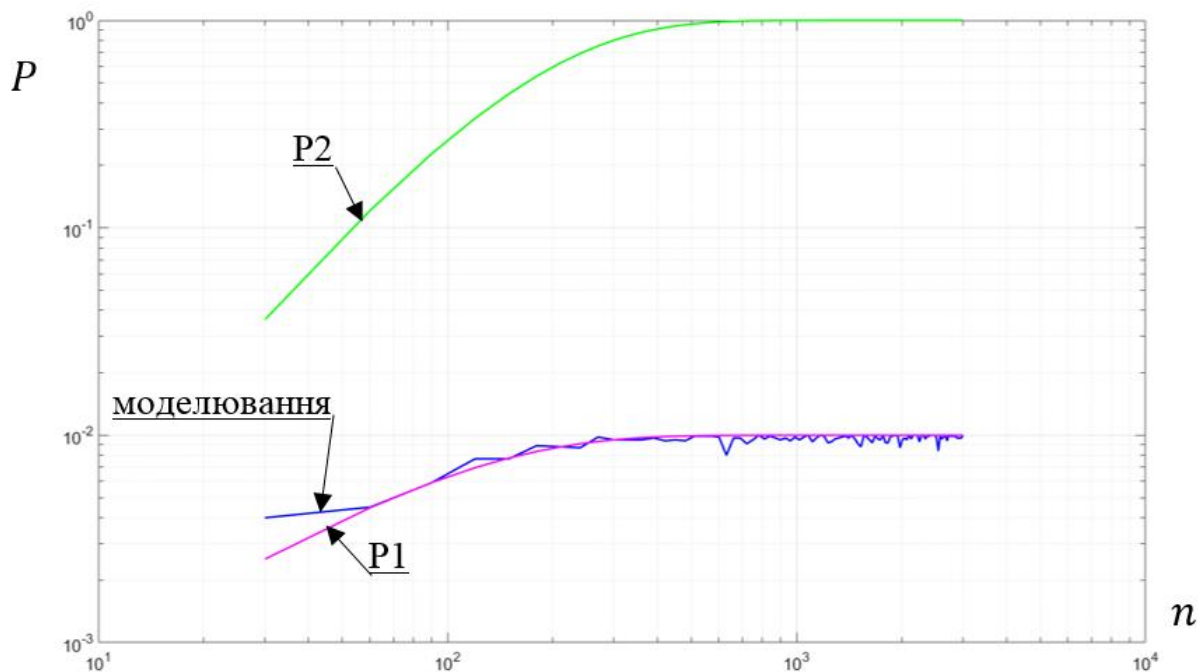


Рис. Б4. Порівняння ймовірностей помилок на виході декодера: $p_6=10^{-2}$;
 $n=30\dots3000$; $t=1$

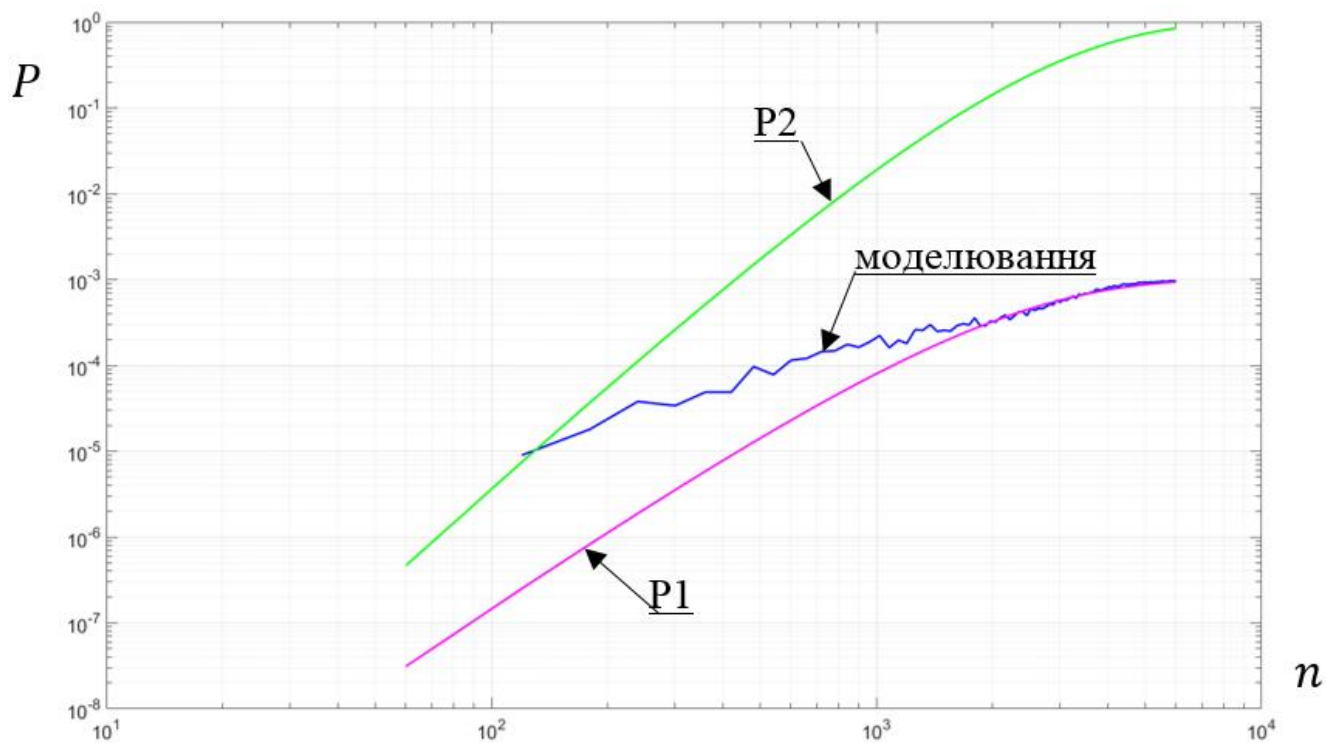


Рис. Б5. Порівняння ймовірностей помилок на виході декодера: $p_6=10^{-2}$;
 $n=60\dots6000$; $t=3$

На основі отриманих результатів можна зробити наступні висновки:

1. При зростанні довжини блоку ймовірність того, що в нього потрапить більша кількість помилок збільшується, кінцева ймовірність (середня кількість помилок в послідовності символів) наближується до співвідношення (Б1).

2. У випадку, коли виправна здатність досягає деякого порогового значення (рис. Б2) по результатам моделювання усі помилки виправлені ($P=0$), в той час, коли в аналітичних співвідношеннях $P>0$.