

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу**

«На правах рукопису»
УДК 007:681.3.06

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
_____ О.Л. Тимощук
«__» _____ 20__ р.

**Магістерська дисертація
на здобуття ступеня магістра
зі спеціальності 124 Системний аналіз
на тему: «Метод і моделі прогнозування сонячної активності»**

Виконав:
студент II курсу, групи КА-62м
Варава Владислав Сергійович _____

Керівник:
д.т.н., проф.
Бідюк П.І. _____

Рецензент:
д.т.н., проф.
Архипов О.Е. _____

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних посилань.
Студент _____

Київ
2018

РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація: 185 с., 84 рис., 40 табл., 20 джерел, 2 додатки.

Актуальність теми: прогнозування сонячної активності є дуже важливою задачею в сучасному світі, адже космічна погода дуже сильно впливає як на навколоземні супутники та космічні станції, так і на різні процеси на Землі

Об'єктом дослідження є процеси сонячної активності, представлені статистичними даними.

Предмет дослідження: математичні моделі для формального опису процесів сонячної активності, методи фільтрації, згладжування і прогнозування на основі статистичних даних.

Мета дослідження полягає у побудові та аналізі характеристик адаптивного фільтра Калмана і гранулярного фільтра, а також їх використання для прогнозування сонячної активності, у тому числі: виконання теоретичних досліджень та створення програмного продукту, що реалізовує вказані методи.

Методи дослідження: оптимальний адаптивний фільтр Калмана, гранулярний фільтр, експоненційне згладжування, згладжування за Калманом; програмна реалізація методів виконана в середовищі Matlab R2017b, Python3 та C#.

Отримані результати: розроблено метод для прогнозування сонячної активності на основі адаптивного оптимального та гранулярного фільтрів. Зроблено порівняння отриманих результатів.

Наукова новизна: новий метод і моделі для фільтрації та прогнозування нестационарних часових рядів на основі оптимального адаптивного фільтра Калмана та гранулярного фільтра.

ФІЛЬТР КАЛМАНА, ГРАНУЛЯРНИЙ ФІЛЬТР, ПРОГНОЗУВАННЯ, СОНЯЧНА АКТИВНІСТЬ, ІНДЕКС F10.7, ПОТІК РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ.

ABSTRACT

The theme: Method and models for solar activity forecasting

A master dissertation contains 185 pages, 84 drawings, 40 tables, 20 sources, 2 appendixes.

Actuality of topic: forecasting of solar activity is a very important issue in a modern world because space weather has a great impact on Earth observation satellites and space stations as well as on different processes on Earth.

The research object: processes of solar activity represented by statistical data.

The research subject: mathematical models for the formal description of solar activity processes, methods of filtration, smoothing and forecasting on the basis of statistical data.

The purpose of the research is to construct and analyze the characteristics of an adaptive Kalman and particle filter, as well as their use for prediction of solar activity, including: performing theoretical studies and creating a software product that implements these methods.

Research methods: optimal adaptive Kalman filtering techniques, particle filter, exponential smoothing, Kalman smoothing; the software implementation of the methods mentioned in the environment of Matlab R2017b, Python3 and C#.

Results: the method for forecasting of solar activity on the basis of adaptive optimal and particle filters is developed. A comparison of the experimental results was performed.

What is new: new method and models for filtering and forecasting nonstationary time series on the basis of optimal adaptive Kalman filter and particle filter.

KALMAN FILTER, PARTICLE FILTER, FORECASTING, SOLAR ACTIVITY, INDEX F10.7, RADIOFLUX.

Зміст

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ.....	8
ВСТУП.....	9
Розділ 1 АКТУАЛЬНІСТЬ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПРОГНОЗУВАННЯ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ	11
1.1 Загальна проблема аналізу сонячної активності.....	11
1.2 Особливості протікання процесів сонячної активності і методи їх опису.....	17
1.3 Існуючі системи для аналізу даних сонячної активності.....	36
Постановка завдання і висновки до розділу	38
Розділ 2 ВИБІР ТА ОПИС МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ	40
2.1 Попередня обробка і аналіз статистичних даних	40
2.2 Оптимальний адаптивний фільтр Калмана	50
2.3 Адаптивний фільтр Калмана з оцінюванням параметрів моделі за методом максимальної правдоподібності	65
2.4 Гранулярний фільтр	67
Висновки до розділу	76
Розділ 3 ПОБУДОВА МОДЕЛЕЙ ТА ОЦІНЮВАННЯ ПРОГНОЗІВ ПРОЦЕСІВ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ	78
3.1 Застосування оптимального адаптивного фільтра Калмана.....	78
3.2 Застосування адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності.....	90
3.3 Застосування гранулярного фільтра.....	108
3.4 Порівняльний аналіз отриманих результатів	137
Висновки до розділу	148

Розділ 4 РОЗРОБКА СТАРТАП-ПРОЕКТУ.....	150
4.1 Опис ідеї проекту	151
4.2 Технологічний аудит ідеї проекту.....	152
4.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту.....	153
4.4 Розроблення ринкової стратегії проекту	159
4.5 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту.....	162
Висновки до розділу	165
ВИСНОВКИ ПО РОБОТІ.....	167
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	168
ДОДАТОК А ГРАФІЧНІ МАТЕРІАЛИ ДОПОВІДІ.....	170
ДОДАТОК Б ПРИКЛАД ТЕКСТУ ПРОГРАМИ.....	183

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

F10.7 – потік сонячного радіовипромінювання на хвилі довжиною 10,7 см
(частота 2800 МГц)

АФК – адаптивний фільтр Калмана

ГФ – гранулярний фільтр

ЕЗ – експоненційне згладжування

ММП – метод максимальної правдоподібності

МНК – метод найменших квадратів

МПС – модель у просторі станів

НДР – науково-дослідницька робота

ПП – програмний продукт

ПС – простір станів

РКФ – розширений фільтр Калмана

СА – сонячна активність

ФК – фільтр Калмана

ВСТУП

Магістерська робота присвячена розробці методу та моделей прогнозування сонячної активності, а саме індексу F10,7.

Дослідження присвячене аналізу сонячної активності за допомогою фільтра Калмана, гранулярного фільтра, експоненційного згладжування та згладжування за Калманом з використанням статистичних даних.

Об'єкт дослідження: процеси сонячної активності, представлені статистичними даними.

Предмет дослідження: математичні моделі для формального опису процесів сонячної активності, методи фільтрації, згладжування і прогнозування на основі статистичних даних.

Методи дослідження: оптимальний адаптивний фільтр Калмана, фільтр Калмана з оцінюванням параметрів моделі за методом максимальної правдоподібності, гранулярний фільтр, експоненційне згладжування, згладжування за Калманом.

Публікації. За матеріалами магістерського дослідження опубліковано 2 наукові праці: дві статті у студентському збірнику ІІСА «Системні науки і кібернетика».

Впровадження: результати виконання магістерського дослідження, а саме програмна реалізація адаптивного оптимального та гранулярного фільтрів, впроваджені у навчальний процес кафедри математичних методів системного аналізу у курсах: аналіз часових рядів, прогнозування в економічній та фінансовій сферах.

Пояснювальна записка складається з чотирьох розділів. У першому розділі висвітлено актуальність дослідження сонячної активності, розглянуто існуючі системи для прогнозування сонячної активності та виявлено їх недоліки, зроблено постановку завдання магістерського дослідження. Встановлено, що існуючі системи

не містять функцій, які реалізують адаптивний оптимальний фільтр Калмана та гранулярний фільтр. У другому розділі розглянуто множину математичних моделей, за допомогою яких обробляють статистичні дані та отримують короткострокові прогнози. У третьому розділі описано процес побудови моделей, а також у ньому аналізуються результати практичного застосування цих моделей для обчислення оцінок прогнозів. Четвертий розділ присвячено розробці стартап-проекту за матеріалами дослідження.

Розділ 1

АКТУАЛЬНІСТЬ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПРОГНОЗУВАННЯ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ

В даному розділі розглядається проблема сонячної активності. Наведено опис особливостей протікання сонячної активності та методи їх опису, а також огляд існуючих систем для аналізу сонячної активності. Виконана постановка завдання.

1.1 Загальна проблема аналізу сонячної активності

Сонячна активність – сукупність явищ, які періодично виникають в сонячній атмосфері. Прояв сонячної активності тісно пов'язаний з магнітними властивостями сонячної плазми. Виникнення активної області починається з поступового збільшення магнітного потоку в деякій області фотосфери. У відповідних місцях хромосфери після цього спостерігається збільшення яскравості.

Прогнозування особливостей сонячного циклу допоможе передбачати появу сонячних плям і виникнення сонячних бурь, а також мінімізувати проблеми, що виникають при їх впливі на нашу планету.

Зацікавленість вчених проблемою сонячно-земних зв'язків (часто її називають скорочено проблемою «Сонце – Земля») викликана декількома причинами. По мірі з'ясування фізичних сторін впливу Сонця на Землю виявилось величезне прикладне значення цієї проблеми для радіозв'язку, магнітної навігації, безпеки космічних польотів, прогнозування погоди і т.п. Наведу лише два приклади.

В результаті одного з численних «експериментів», поставлених самою природою, – потужного сонячного спалаху 4 серпня 1972 р. – протягом 90 хвилин в іоносфері спостерігалось повне поглинання радіохвиль на всіх частотах. Одночасно в Канаді і США помічені коливання напруги в високовольтних електричних лініях і порушення в роботі кабельних систем зв'язку – телетайпа і телефону.

В іншому, реальному експерименті – під час вибуху американської водневої бомби 16 липня 1962 року в стратосфері (експеримент «Старфін!») – в магнітосфері утворився штучний пояс заряджених частинок. Інтенсивність цього випромінювання була порівнянна з інтенсивністю потоку частинок природних радіаційних поясів Землі. При цьому, однак, енергія електронів в штучному поясі була значно вище, ніж в природному. Це призвело до різкого зростання радіаційної небезпеки на орбітах космічних кораблів. Зокрема, супутник «Аріель» перестав функціонувати через приблизно тиждень після ядерного вибуху, а два інших американських супутника протягом місяця не передавали даних.

Проблема «Сонце – Земля» стосується також ряду фундаментальних питань фізики Сонця, міжпланетного простору і геофізики. Йдеться про властивості плазми в різних космічних умовах, про способи перетворення енергії магнітних полів в енергію прискорених частинок і ударних хвиль, про механізми передачі енергії сонячних збурень через міжпланетне середовище в навколосемний простір, всередину магнітосфери Землі, в її атмосферу і т.д.

Є ще один, космогонічний аспект проблеми, що має важливе методологічне і світоглядне значення. Дійсно, при всебічному ознайомленні з великою різноманітністю явищ, що відбуваються в Сонячній системі в цілому, створюється враження, що нинішній стан сонячної активності (і сонячно-планетних зв'язків) є не що інше, як прояв поточного етапу еволюції нашої планетної системи. Іншими словами, взаємодія в системі Сонце-міжпланетне середовище-планети призводить до змін орбіт, фізичних характеристик планет і, в меншій мірі, самого Сонця, тобто Сонячна система продовжує еволюціонувати, хоча і досягла певного рівня еволюційної зрілості і стійкості.

Особливе положення займає питання про можливий вплив сонячної активності на обертання Землі і процеси, що протікають в земних глибинах. Йдеться про нерівномірність добового обертання Землі і землетруси.

Чи постійна довжина доби? Це питання почало цікавити вчених ще з середини XVIII ст. Але лише в 40-х роках минулого століття було отримано переконливу відповідь: довжина доби мінлива. Так, за період 1892-1974 рр. середньорічне

значення довжини доби T систематично збільшувалося, причому середньорічні значення зміни T коливалися в межах $\Delta T = (8 - 482) \cdot 10^{-5} \text{с}$. Виняток склали лише 1896, 1927, 1935 і 1936 рр., коли середньорічні значення ΔT були негативними, а також 1928 рік, коли $\Delta T = 0$. Ці дані вказують на систематичне («вікове») уповільнення обертання Землі в сучасну епоху. У більш віддаленому минулому (аж до 1664 р., починаючи з якого є дані про ΔT) спостерігалися епохи як з позитивними, так і негативними значеннями ΔT .

Хоча точність спостережень ΔT до середини ХХ ст. була невисокою, не викликає сумнівів, що обертання Землі відбувається нерівномірно, стрибками. Різкі зміни кутової швидкості ω можуть відбуватися за досить короткі проміжки часу – рік, півроку, а іноді й менше. Також виявлені нові особливості обертання Землі. Виявилося, що і протягом року наша планета обертається нерівномірно – швидше за все в серпні і найбільш повільно в березні (сезонні коливання ω). Більш того, навіть протягом півроку, місяця і половини місяця її обертання не відрізняється постійністю. Флуктуації (нерегулярні зміни) кутової швидкості можна виявити (хоча і з меншою точністю) також кожного дня.

З кінця 50-х років А. Данжона (Франція) неодноразово повідомляв, що після спалахів на Сонці відбуваються стрибкоподібні зміни ω . За його даними, особливо різкі зміни ω спостерігалися після потужних сонячних спалахів 23 лютого 1956 року та 20 липня 1959 року (в останньому випадку довжина доби стрибком збільшилася на $8,5 \cdot 10^{-4} \text{с}$).

Існує циклічний зв'язок між розвитком деяких епідемій і виникненням плям на Сонці. Показано, зокрема, що максимуму виникнення плям відповідають холерні епідемії, а на періоди наростання і зменшення виникнення плям припадають епідемії грипу.

На рис. 1.1 показано зв'язок між активністю Сонця і захворюваністю на дифтерію в Данії в кінці XVII – початку XIX століття. Між частотою захворювань і сонячною активністю на графіках вийшла зворотна залежність: максимум однієї кривої збігався з мінімумом іншої (для зручності розгляду крива дифтерії зміщена на 5 років вправо). Стрілкою позначений 1894 рік, коли арсенал медицини

поповнився дієвою зброєю – протидифтерійною сироваткою, яка змінила стихійний перебіг захворювання.

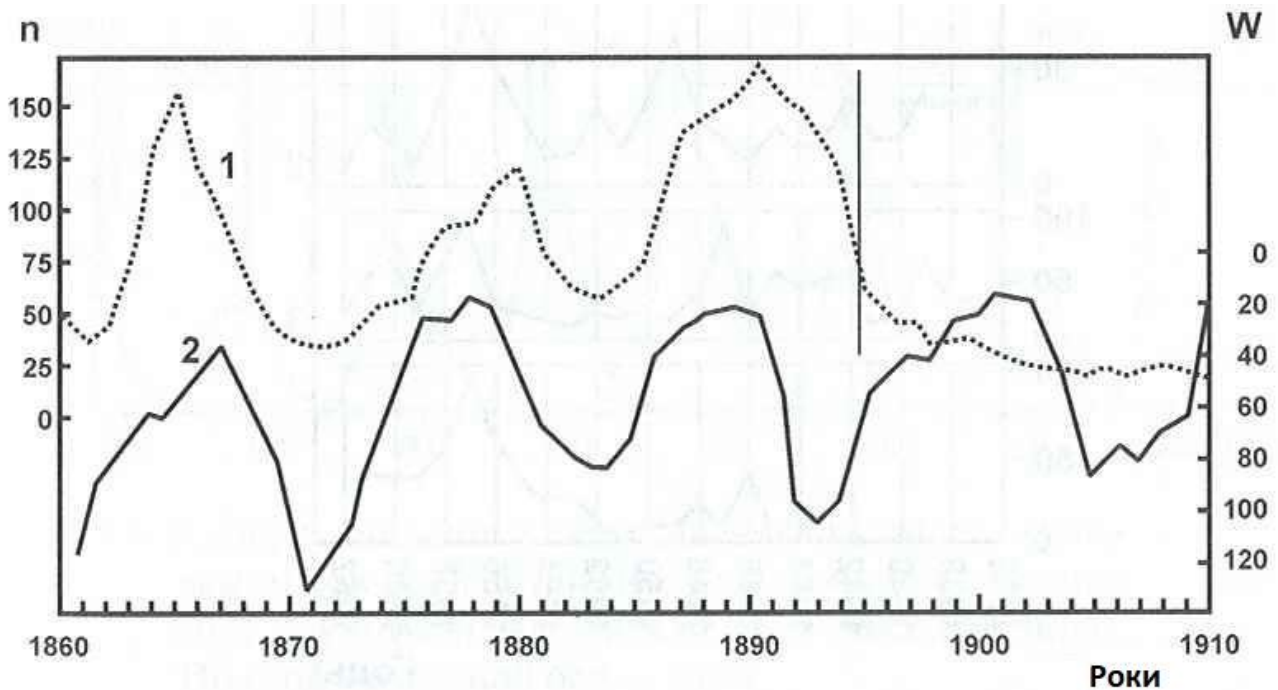


Рисунок 1.1 – Захворюваність дифтерією в Данії (крива 1) та сонячна активність (крива 2)

Розглянемо що відбувається після потужного сонячного спалаху. На самому початку спалаху, коли за рахунок жорсткого (ультрафіолетового і рентгенівського) випромінювання відбувається додаткова іонізація іоносфери, з'являються коливання на частоті близько 0,04 Гц. Через приблизно 40 годин після спалаху, коли до Землі приходить ударна хвиля і потужний корпускулярний потік, починається магнітна буря. У цей момент зростає амплітуда коливань відразу в декількох частотних смугах від 5 Гц до декількох тисячних герца.

Під час головної фази бурі (в період максимального зменшення геомагнітного поля) збільшується напруженість поля у всьому наднизькочастотному діапазоні, з'являються шуми на звукових частотах. В кінці магнітної бурі виникають коливання на частоті 5-0,3 Гц.

Виникнення найбільш поширеного з захворювань серцево-судинної системи – інфаркту міокарда – зводиться до поразки серцевого м'яза (міокарда) через недостатнє кровопостачання. У свою чергу недостатнє кровопостачання може бути

наслідком тромбу (закупорки) кровоносної судини, викликаного або спазмом судини, або зміною згортання крові. Значить, якщо зв'язок сонячна активність – інфаркт міокарда реальний, ми вправі очікувати, що сонячна активність впливає на систему крові і нервову систему, яка несе відповідальність за спазм судини. Такий вплив дійсно було знайдено: під час магнітних бурь спостерігається зростання числа інфарктів міокарда та інсультів, а також смертельних випадків від інфаркту міокарда. Зокрема, за даними Б. І. Горохівського, А. А. Дмитрієва та ін., при підвищенні геомагнітної активності, число смертельних випадків від інфаркту міокарда взимку збільшувалася в 1,5 рази на 4-й день після магнітної бурі. Якщо буря була з раптовим початком, то на 3-й день після її початку летальність підвищувалася до 165% [1].

Під час дослідження реакції Ф – виділення з крові білків (альбумінів) під дією деяких хімічних речовин, було показано, що хід цієї реакції (швидкість осадження білків) корелює з сонячними спалахами і виявляє 27-денну і 11-річну циклічності.

Багато прикладів показують, що статистичний зв'язок з сонячною активністю спостерігається для вельми широкого кола явищ біологічного світу. Для їх опису виник навіть спеціальний термін «геліобіологія».

З сонячною активністю тісно пов'язані інфразвукові сигнали, що генеруються при розвитку полярних сьйв і магнітних бурь. Виявилось, що якщо в період магнітної бурі індекс магнітної активності був не менше восьми (вельми потужне обурення), то магнітна буря супроводжувалась акустичною інфразвуковою бурею в смузі частот 0,05-0,01 Гц з вірогідністю 100%. Зазвичай через кілька годин після початку бурі амплітуда інфразвукових коливань починає зростати, залишається підвищеною близько чверті доби, а потім поступово зменшується. Описані ефекти досягають максимуму найчастіше після півночі за місцевим часом.

Нажаль, біологічна дія інфразвуку малої амплітуди погано вивчена. Проте результати експериментів групи французьких учених (В. Тавро і ін.) дають підставу вважати, що в окремих частотних смугах акустичні коливання наднизьких частот біологічно ефективні. Якщо це, так, то атмосферні інфразвуки – ще один фактор-посередник, який реалізує вплив сонячної активності на біологічні процеси на Землі.

В геліобіології існує напрям досліджень, пов'язаний з так званим захопленням частоти. Загальноновизнано, що всі біологічні системи на всіх рівнях організації функціонують в режимі автоколивань. Останні зовні виявляються як біологічні ритми – циклічні зміни показників життєдіяльності організму (фізіологічних, біологічних і т.д.). Накопичено безліч спостережень з періодичними змінами різного роду параметрів в широкому діапазоні частот. Найбільш докладно вивчені для багатьох організмів півдобовий і добовий ритми.

Виявлення ритму з періодом близько семи днів дало привід поставити питання про природне (а не історичне) походження календарного тижня. Деякі дослідники надають цьому періоду особливе значення, вважаючи його еволюційно обумовленим. У давнину багато народів вірили в магічну силу числа 7, а в наші дні психологи знаходять сліди цього «магічного» числа в особливостях людського сприйняття інформації.

Для людини, крім згаданих ритмів, відомі циклічні зміни показників життєдіяльності з періодами близько місяця (26-29 днів), півроку, року, близько трьох років, близько семи років (так звані макроритми). На рівні систем організмів добре відомі вже згадувані коливання чисельності деяких популяцій. Ці «хвилі життя» найбільш чітко спостерігаються з періодами близько трьох-чотирьох і десяти років.

На біологічні автоколивальні системи можуть впливати будь-які періодично змінювані фактори зовнішнього середовища. До їх числа слід віднести погодно-кліматичні зміни (опади, середні температури певних місяців) і, звичайно, електромагнітні поля, інфразвук і т.п. Всі ці параметри середовища модульовані змінами сонячної активності.

Всі рухи в атмосфері – атмосферна циркуляція – обумовлені безперервним потоком сонячної радіації, а саму атмосферу можна уподібнити гігантській теплової машині. Нагрівачем її служать тропіки, а холодильником – полярні області. Атмосфера перетворює променисту енергію що надходить від Сонця в кінетичну енергію – енергію руху повітря (вітру). Її ККД прямо пропорційний різниці

температур між нагрівачем (екватор) і холодильником (полюса) і обернено пропорційний температурі нагрівача.

1.2 Особливості протікання процесів сонячної активності і методи їх опису

Думка про зв'язок між космічними і земними явищами зародилася, мабуть, ще в глибоку давнину. Однак тлумачення зв'язків, що спостерігалися (дійсних і уявних) супроводжувалося безліччю містичних помилок, починаючи від обоження Сонця і закінчуючи астрологією.

Наукове дослідження сонячно-земних зв'язків стало можливим тільки після винаходу простих приладів – компаса, телескопа і ін. Удосконалення засобів спостереження розкрило перед дослідниками всю глибину і тонкість космофізичних явищ при всій їх складності і найрізноманітніших тимчасових і просторових масштабах.

Як уже зазначалося, енергетичною базою сонячно-земних зв'язків служить енергія сонячних збурень. Вона виділяється Сонцем у вигляді електромагнітного і корпускулярного випромінювань, у вигляді ударних хвиль і викидів речовини.

Щоб уявити взаємозв'язок окремих ланок у ланцюзі цих зв'язків, розглянемо схему, показану на рис. 1.2, де дано умовне (без дотримання Масштабів) зображено систему Сонце-міжпланетне середовище-Земля.

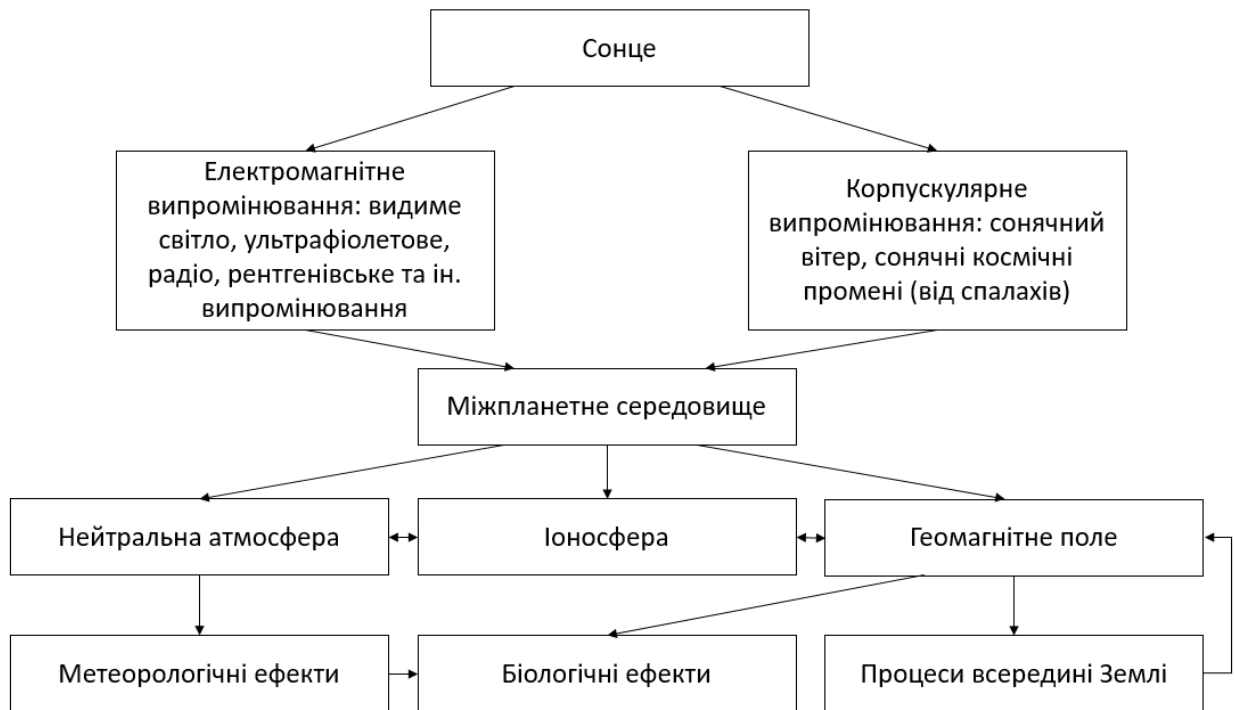


Рисунок 1.2 – Система Сонце-міжпланетне середовище-Земля

З рис. 1.2 видно, що різні види сонячного випромінювання (електромагнітне та корпускулярне) на шляху до поверхні Землі повинні подолати кілька перешкод. Для електромагнітних хвиль міжпланетне середовище практично прозоре. Геомagnetне поле на них також не впливає. Основне поглинання або – трансформацію вони відчують в іоносфері і нейтральній атмосфері Землі. Зауважимо, що з усього спектра електромагнітного випромінювання Сонця (від гамма-променів з довжиною хвилі приблизно $2 \cdot 10^{-10}$ м до кілометрових радіохвиль) поверхні Землі досягають лише промені, які відповідають вузькій смужці в області ближнього ультрафіолету, видимого і інфрачервоного випромінювання (від 300 до 520 нм), а також невелику ділянку радіоспектра (в інтервалі довжин хвиль приблизно від 1 мм до 30 м). Важливо відзначити, що інтенсивність випромінювання в оптичному «вікні прозорості» земної атмосфери практично не залежить від сонячної активності, а інтенсивність проникаючого радіовипромінювання, що залежить від активності Сонця, дуже мала.

Частинкам, прискореним у спалахах (сонячним космічним променям) доводиться долати магнітні поля в атмосфері Сонця, в міжпланетному і

навколоземному просторі. В околиці Землі ці частинки вступають в безпосередню взаємодію з частинками іоносфери і нейтральної атмосфери, викликаючи ряд цікавих геофізичних явищ (наприклад, посилене поглинання коротких радіохвиль, що приходять від космічних джерел).

Радіаційні пояси Землі займають велику область навколоземного простору, заповнену енергійними протонами і електронами. Пояси не є перешкодою для електромагнітного випромінювання Сонця і сонячних космічних променів. Цікава особливість радіаційних поясів – їх відносна стійкість: магнітне поле Землі є своєрідною пасткою для захоплених частинок, які можуть існувати в ній тривалий час. Разом з тим під час світових, магнітних бурь ця внутрішня частина магнітосфери (включаючи радіаційні пояси) стає місцем важливих, якщо не основних, подій.

Вельми динамічною і складною ланкою в ланцюзі сонячно-земних зв'язків є сонячний вітер – неперервний потік іонізованого газу (плазми) від Сонця. Відзначимо одне з його найважливіших властивостей: він переносить «вморожені» магнітні поля сонячного походження («вмороженість» магнітного поля означає, що його силові лінії переносяться в міжпланетному просторі разом з сонячним вітром). Саме варіації потужності сонячного вітру, напруженості і напрямів міжпланетних магнітних полів служать безпосередньою причиною магнітосферних збурень.

Немає нічого дивного в тому, що окремі ланки ланцюжка, показаного на рис. 1.2, вивчені неоднаково. Краще за інших, мабуть, досліджені явища так званого електромагнітного комплексу: магнітні бурі, полярні сяйва, збурення іоносфери і т.п. Відомі способи передачі енергії геомагнітних збурень в нижню частину атмосфери (тропосферу), де розігруються метеоявища, вивчені досить добре. Вплив слабких електромагнітних полів на біологічні об'єкти було підтверджено експериментально відносно нещодавно. А зв'язок процесів в надрах Землі зі збуреннями магнітосфери настільки складний, що навіть найдостовірніші дані з цього питання можна поставити під сумнів.

Нині важливо не тільки накопичувати нові факти, а й піддавати наявний величезний спостережний матеріал причинно-наслідковому аналізу. При цьому

вирішальне значення має методика такого аналізу. Вплив сонячної активності на Землю слід розглядати, на мій погляд, в двох аспектах – енергетичному та інформаційному. У першому випадку мова йде про перенесення енергії сонячних збурень до землі, у другому – про перерозподілені вже накопиченої енергії в магнітосфері, іоносфері та нейтральній атмосфері. Перерозподіл енергії може відбуватися або плавно (ритмічні коливання геофізичних параметрів), або стрибкоподібно (критичний, або спусковий механізм). Тільки такий всесторонній підхід дозволить підвести серйозний фізичний фундамент під проблему сонячно-земних зв'язків.

Відзначимо дві властивості сонячної атмосфери – її високу температуру і динамічність. Висока температура призводить до того, що атоми хімічних елементів перебувають у незвичному (іонізованому) стані, коли вони втратили всі або значну частину своїх електронів. Оскільки сонячна атмосфера сильно розріджена, то газ в ній існує у вигляді плазми – суміші позитивно і негативно заряджених частинок (іонів і електронів). Плазма знаходиться в центрі уваги фізиків, які працюють над проблемою керованих термоядерних реакцій, і космофізиків, які вивчають електромагнітні та динамічні процеси на Сонці, в міжпланетному середовищі і в навколоземному просторі.

Сонячна атмосфера досить неоднорідна за своїми фізичними характеристиками. Між окремими її частинами відмінності настільки значні, що астрономи розділили її на кілька шарів – фотосферу, хромосферу і корону. Найближчий до Сонця шар – фотосферу – умовно вважають поверхнею Сонця. Щільність плазми в фотосфері перевищує 10^{13} см⁻³, а температура близько 6000 К. Спостерігати фотосферу можна в звичайному білому світлі або із застосуванням різних фільтрів, які виділяють з сонячного спектра промені різного «забарвлення». Під фотосферою знаходиться так званий конвективний шар товщиною приблизно 100-100000 км. Фізичні умови в цьому шарі недостатньо добре вивчені, проте не викликає сумнівів, що він грає важливу роль в процесах народження і розвитку плям і в довготривалих варіаціях сонячної активності.

Під час сонячних затемнень, в ті нечисленні хвилини, коли Місяць закриває сонячний диск, можна бачити обрамлююче його вузьке розувате кільце. Це сонячна хромосфера, що займає приблизно 2000 км над рівнем фотосфери. Щільність хромосфери змінюється з висотою в межах $10^9 - 10^{12} \text{ см}^{-3}$, а температура на кордоні з короною (в так званому перехідному шарі) досягає 10^5 К .

Найбільшу зовнішню частину атмосфери Сонця називають короною. Її щільність не перевищує 10^9 см^{-3} , але температура висока (близько мільйона градусів) в порівнянні з температурами хромосфери і фотосфери. Цей факт пояснюється нагріванням корони плазмовими хвилями, що йдуть знизу. Висока температура корони має вирішальне значення для одного з найцікавіших явищ фізики Сонця – «випаровування» корони і її розширення в міжпланетний простір у вигляді сонячного вітру.

Процеси, що відбуваються в різних шарах атмосфери Сонця, дуже різноманітні. Плазма на Сонці знаходиться в особливих умовах – в магнітному полі. Воно впливає на характер руху плазми, на розподіл температури, густини і інші характеристики сонячної атмосфери. Зосередимося тільки на тих явищах в атмосфері Сонця, які змінюють звичайний стан магнітосфери і різних шарів атмосфери Землі. Сукупність цих явищ отримала назву сонячної активності.

Зрозуміло, границю між спокійним і активним Сонцем слід вважати умовною. Справа в тому, що, хоча між багатьма сонячними та земними явищами вдалося встановити зв'язок, в більшості випадків мова йде про кореляцію, тобто про більшою чи меншою мірою взаємну відповідність, а аж ніяк не про причинно-наслідкову залежність явищ. Тому не виключено, що деякі явища, яким приписуються геофізичні ефекти, є лише супутніми, тоді як вирішальну роль можуть грати інші, поки не відомі нам процеси на Сонці. З іншого боку, до проблеми сонячно-земних зв'язків можуть мати безпосереднє відношення деякі фундаментальні питання фізики Сонця (наприклад, питання про природу сонячної циклічності).

Незважаючи на зазначену невизначеність, ясно одне: всі прояви активності на Сонці пов'язані з виникненням і розвитком магнітних полів. Магнітні поля

спостерігаються на рівні фотосфери, однак явища активності (спалахи, протуберанці і ін.) протікають в основному в хромосфері та короні. При цьому переважна більшість цих явищ пов'язана з розвитком на Сонці активних областей. Центр активності з'являється на диску за час від декількох годин до доби і може існувати кілька місяців (до року). Тому ряд явищ на Землі повторюються з періодом обертання Сонця (близько 27 днів). До подібних явищ належать, наприклад, так звані рекурентні, тобто періодично повторювані, магнітні бурі. Крім процесів великого часового масштабу, в активній області часто спостерігаються спорадичні (раптово розвиваються) явища, пов'язані з нестационарними процесами – сонячними спалахами.

Сонячний цикл – це періодичний процес появи і розвитку активних областей. Він стосується всього Сонця і може бути простеженим по змінам будь-яких характеристик активної області. Однак найбільш наочним проявом сонячного циклу є зміна числа сонячних плям із середнім періодом близько 11,2 року. Тому не випадково, коли говорять про сонячну активність, мають на увазі перш за все сонячні плями.

Температура плям приблизно на 1500 К нижче температури навколишньої фотосфери, через контраст вони здаються більш темними. Зовні плями нагадують «западини» в фотосфері глибиною 700-1000 км і діаметром від 2 до 50 тис. км. На початку минулого століття було виявлено, що сонячні плями являють собою гігантські електромагніти. Напруженість магнітного поля плям зазвичай знаходиться в межах $(1,6 - 2,4) \cdot 10^5$ А / м, але іноді досягає $4 \cdot 10^5$ А / м (для порівняння зазначимо, що на геомагнітному екваторі напруженість горизонтальної складової поля становить всього 25,6 А / м).

Плями неправильної форми зустрічаються вкрай рідко, до того ж вони зазвичай з'являються групами (рис. 1.3). Групи плям спостерігаються не по всьому диску Сонця. Зазвичай вони з'являються на широті не більше 45° по обидва боки від сонячного екватора. Поблизу самого екватора (до широти $\pm 5^\circ$), а також на широтах більш $\pm 45^\circ$ плями виникають рідко.

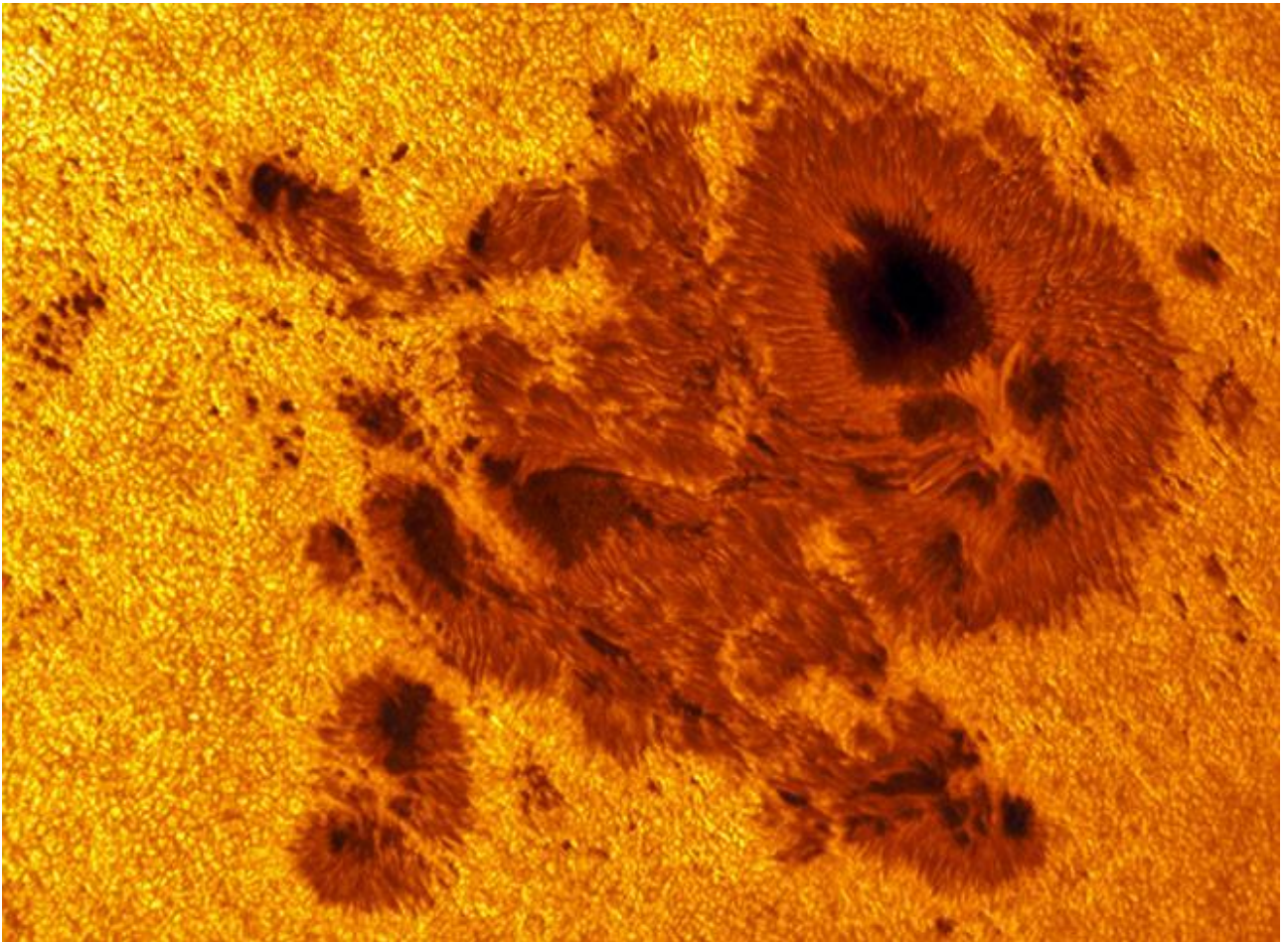


Рисунок 1.3 – Група сонячних плям

Зазвичай в групах є дві основних плями (провідна і хвостова), які володіють магнітними полями протилежних знаків. У міру розвитку групи зростає площа плям й напруженість магнітного поля, а самі плями поступово віддаляються одна від одної. Після того як група досягає максимального розвитку, – її площа починає досить швидко спадати, що нерідко приводить до швидкого її руйнування. Залежно від розмірів групи, площі плям, напруженості магнітного поля, а також розташування групи на диску Сонця вона існує від декількох годин до декількох місяців.

Завдяки зусиллям астрономів багатьох країн до теперішнього часу вдалося отримати безперервний ряд даних про кількість сонячних плям починаючи з 1749 р. Великий внесок у цю роботу внесли цюріхські астрономи. Один з них – Рудольф Вольф – в середині позаминулого століття запропонував характеризувати рівень сонячної активності відносними числами плям (числа Вольфа) $W = k(10g + f)$, де

g – число груп; f – загальне число окремих плям; k – множник, характерний для даної обсерваторії і залежить від умов спостереження [1].

Для зручності сонячні цикли перенумеровані. Першим вважається цикл, що почався в 1755 р.

Крім чисел W існує ще більше десятка індексів сонячної активності. Перерахуємо лише ті індекси, які в даний час вважаються найбільш істотними для проблеми сонячно-земних зв'язків. Серед них слід відзначити перш за все сумарну площу плям S і максимальну напруженість їх магнітного поля B . Індекс S одержують додаванням площ плям всієї групи на видимому диску Сонця. В якійсь мірі сумарна площа плям відображає сумарний рівень напруженості їх магнітних полів (магнітний потік). Відзначимо, що з трьох згаданих індексів лише напруженість магнітного поля має цілком ясний фізичний сенс. Це дозволяє робити оцінки енергетики сонячних процесів, зокрема визначати щільність магнітної енергії $\rho_H = B^2/8\pi$ (в розрахунку на 1 см^3) і повної енергії магнітного поля $W_B = \int (B^2/8\pi) dV$ в обсязі, що розглядається V [1].

Серед явищ сонячної активності абсолютно особливе, виняткове місце займають спалахи – вищий прояв сонячної активності (рис. 1.4). Вони являють собою грандіозні вибухи в атмосфері Сонця, які супроводжуються виділенням величезної енергії (приблизно 10^{25} Дж). Ця енергія розподіляється між електромагнітними хвилями (в оптичному, радіо- та інших, діапазонах), прискореними частинками (в основному протонами та електронами), газодинамічними рухами (викидами) над хромосферою і міжпланетними ударними хвилями.

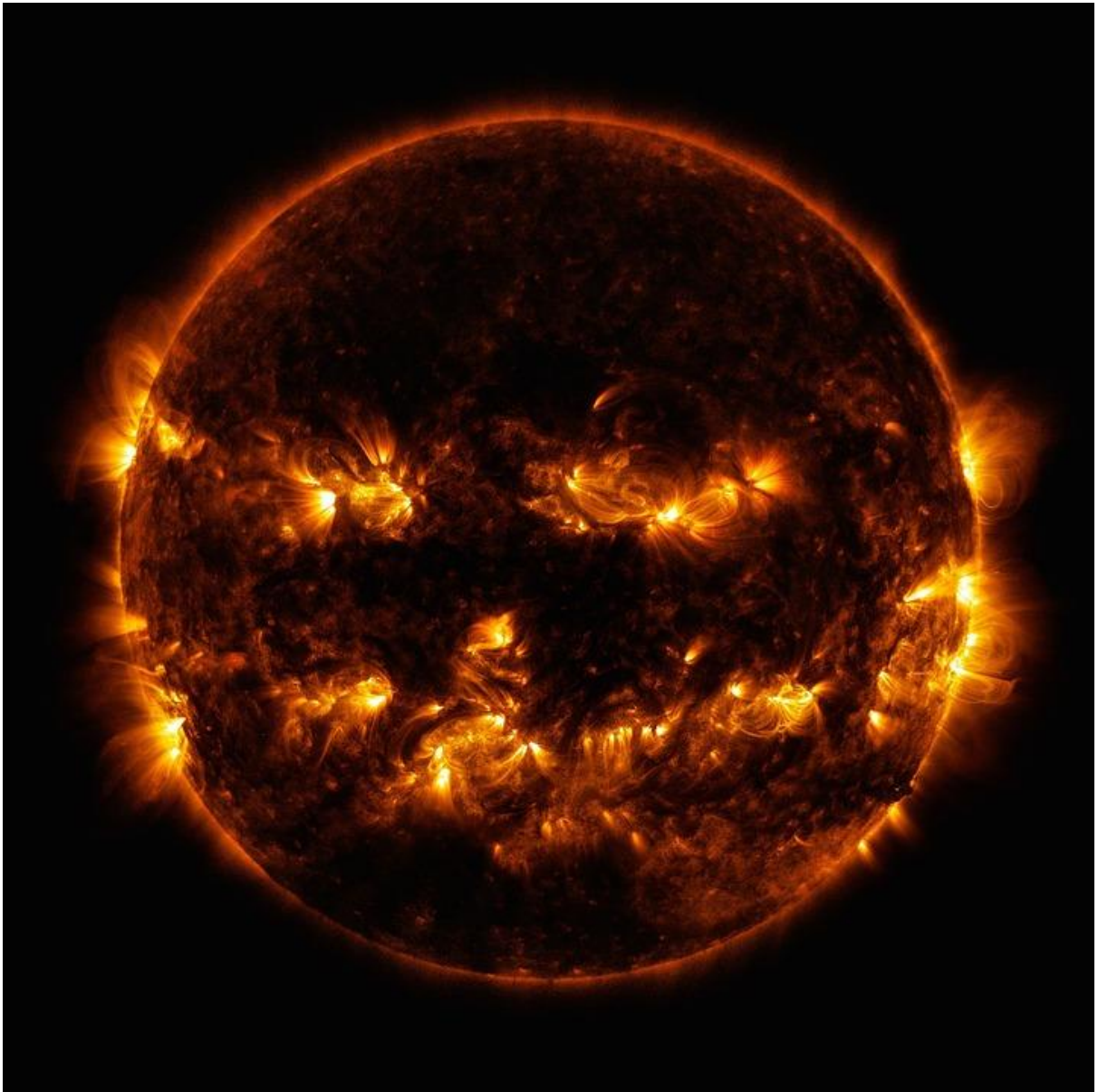


Рисунок 1.4 – Фотографія типовою сонячного спалаху на тлі більш темного газу фотосфери Сонця

Зазвичай спалахи відбуваються на стику плям протилежних полярностей в групах плям зі складною структурою. За сучасними уявленнями, передспалахова ситуація виникає в активній області за два-три дні до появи спалаху. Сам спалах астрономи фіксують по різкому посиленню яскравості окремих ділянок поверхні Сонця в променях червоної водородної лінії H_{α} (6563 А). Займання спалаху триває від хвилини до десятків хвилин, згасання може тривати кілька годин. Спалахи сильно відрізняються одне від одного по потужності світіння в лінії H_{α} (f - сильна, n - нормальна, b - яскравий спалах). Для повної характеристики необхідно врахувати

також площу спалаху (в квадратних кутових градусах). Дуже слабкі спалахи (субспалахи) мають площу не більше 2. Спалахам з площею 2,1-5,1 приписується бал $1f$, $1n$ або $1b$ залежно від яскравості світіння. Аналогічно класифікуються спалахи з площею 5,2-12,4 ($2f$, $2n$, $2b$) і 12,5-24,7 ($3f$, $3n$, $3b$). Найбільш потужні спалахи мають площу понад 24,7. Помноживши кількість спалахів певного бала на деякий коефіцієнт, що враховує їх потужність, і сумуючи такі добутки по всім спалахам, можна отримати спалаховий індекс. Ця характеристика нагадує числа Вольфа. В якійсь мірі по ній можна судити про енерговиділення Сонця під час спалахів.

Коли з'явилася можливість регулярно спостерігати зелену і червону лінії світіння корони, то астрономи стали користуватися ще одним індексом сонячної активності – середньою інтенсивністю зеленої (або червоної) корональної лінії. Цей індекс має певний фізичний зміст. Він відображає часові варіації енерговиділення корони.

Ще одним важливим індексом є індекс потоку радіовипромінювання Сонця. Цей індекс визначається для різних довжин хвиль – від метрів до сантиметрів. Особливо широко застосовується індекс потоку радіовипромінювання Сонця на хвилі 10,7 см ($F_{10.7\text{см}}$). Визначення цього індексу на відміну від індексу спалахової активності не залежить від погодних умов. Крім того, індекс потоку радіовипромінювання виявився тісно пов'язаним з ходом зміни чисел Вольфа, що робить його вельми привабливою характеристикою сонячної активності.

Сонце є газовою кулею, тому немає нічого дивного в тому, що швидкість його обертання різна на різних широтах (це стосується принаймні менш щільних його верств, починаючи з фотосфери і вище). Спостерігачами встановлено, що 27 діб – це усереднене значення періоду обертання Сонця. Насправді період обертання становить близько 26 діб на екваторі і поступово зростає, досягаючи приблизно 34 діб біля полюсів. Таке обертання називається диференціальним на відміну від жорсткого, при якому кутова швидкість обертання постійна для всіх точок розглянутого тіла. Вивчаючи положення груп плям на сонячному диску день за днем, вдалося показати, що фотосферні шари, в яких спостерігаються плями,

обертаються диференційно. Звідси астрономи (зокрема, Ю. І. Вітинський з Пулковської обсерваторії) роблять дуже важливий висновок, що активні довготи відображають фізичний стан підфотосферних шарів Сонця, де переважає жорстке обертання. Таким чином, з активними довготами, мабуть, пов'язані більш фундаментальні закономірності в житті Сонця, ніж 11-річний цикл.

Ще в 1936 р. основоположник геліобіології А. Л. Чижевський писав: «У нас глибоко вкоренилася звичка вважати, що Сонце надзвичайно віддалене від нас. Проте даний погляд в корені невірний. Його помилковість походить від того, що ми не враховуємо одного найважливішого фактора – розмірів самого світила й пов'язаних з цим розміром маси тіла і величини випромінюючої поверхні, тобто сили тяжіння Сонця і сили його радіації»[1]. Дійсно, Земля віддалена від Сонця всього на 107 сонячних діаметрів. Якщо врахувати величезну міць термоядерних процесів, що відбуваються в сонячних надрах, і їх видимі наслідки, то доведеться визнати, що Земля постійно знаходиться під впливом Сонця. Воно не тільки чітко тримає Землю силою тяжіння, але оточує її своїми магнітними «щупальцями» і обдуває безперервним потоком сонячного вітру.

Майже до початку минулого століття астрономи були впевнені, що міжпланетний простір являє собою злегка запилений вакуум. У 1896 р. норвезький фізик О. К. Біркеланд висловив припущення, що Сонце, крім хвильового випромінювання, випромінює також частинки, швидкість яких майже в тисячу разів менше швидкості світла. Синхронність багатьох геліо- і геофізичних явищ також наводила на думку, що в міжпланетному просторі є агент, що передає сонячні збурення до Землі. Крім того, витягування кометних хвостів, що спостерігаються, можна було пояснити тільки впливом якогось загального потоку частинок від Сонця. В кінці 1950-х років за пропозицією американського фізика-теоретика Е. Паркера це гіпотетичне випромінювання отримало назву сонячного вітру. Але лише на початку 1960-х років його існування було доведено експериментально завдяки вимірам на автоматичних міжпланетних станціях.

Як виникає сонячний вітер? Вже відзначалося, що верхня частина сонячної атмосфери (корона) має дуже високу температуру. Завдяки цьому корона зазнає

безперервного розширення, подібне випаровуванню окропу. В результаті утворюється спрямований від Сонця потік плазми (в основному протонів та електронів), названий сонячним вітром.

Властивості сонячного вітру дуже мінливі і своєрідні. Зокрема, сонячний вітер «пронизаний» магнітним полем, яке грає важливу роль в сонячно-земних зв'язках. Крім того, в плазмі сонячного вітру, що містить магнітне поле, виникають особливого роду коливання (хвилі Альфвена), які поширюються уздовж силових ліній. Ці хвилі (наряду з іншими типами плазмових коливань) дуже важливі для розуміння динамічних процесів в міжпланетному середовищі.

Сонце випускає частки плазми подібно до того, як садовий насос викидає струмінь води. Частинки, що вилітають з однаковою швидкістю з однієї і тієї ж області, але в різні (послідовні) моменти часу, «шикуюються» в ланцюжок вздовж кривої, що має форму архімедової спіралі. Легко зрозуміти, що при розширенні корони магнітні силові лінії, «вморожені» у плазму, будуть витягатися в міжпланетний простір і також приймати форму спіралі. Безпосередні вимірювання міжпланетного магнітного поля (ММП) поблизу площини екліптики в загальних рисах не суперечать цій картині. Залежно від напрямку поля в джерелі магнітне поле поблизу Землі може бути направлено від Сонця (плюс) або до Сонця (мінус). Сонячний вітер і спіралевидне магнітне поле простягаються далеко за орбіту Землі, так що наша планета, по суті, знаходиться в самій зовнішньої, дуже розрідженій області сонячної атмосфери.

Це ілюструється унікальним рис. 1.5, який став уже «класичним» після його першої публікації в 1965 р. На рис. 1.5, побудованому американськими вченими Дж. Вілкокс і Н. Нессом, наведені дані вимірювань в грудні 1964 р. Добре видна не тільки спіральна форма поля, а й своєрідне чергування позитивної та негативної полярностей протягом одного оберту Сонця. У грудні 1964 р. можна чітко виділити чотири сектори, в яких поле одного знаку переважає протягом чотирьох - восьми днів.

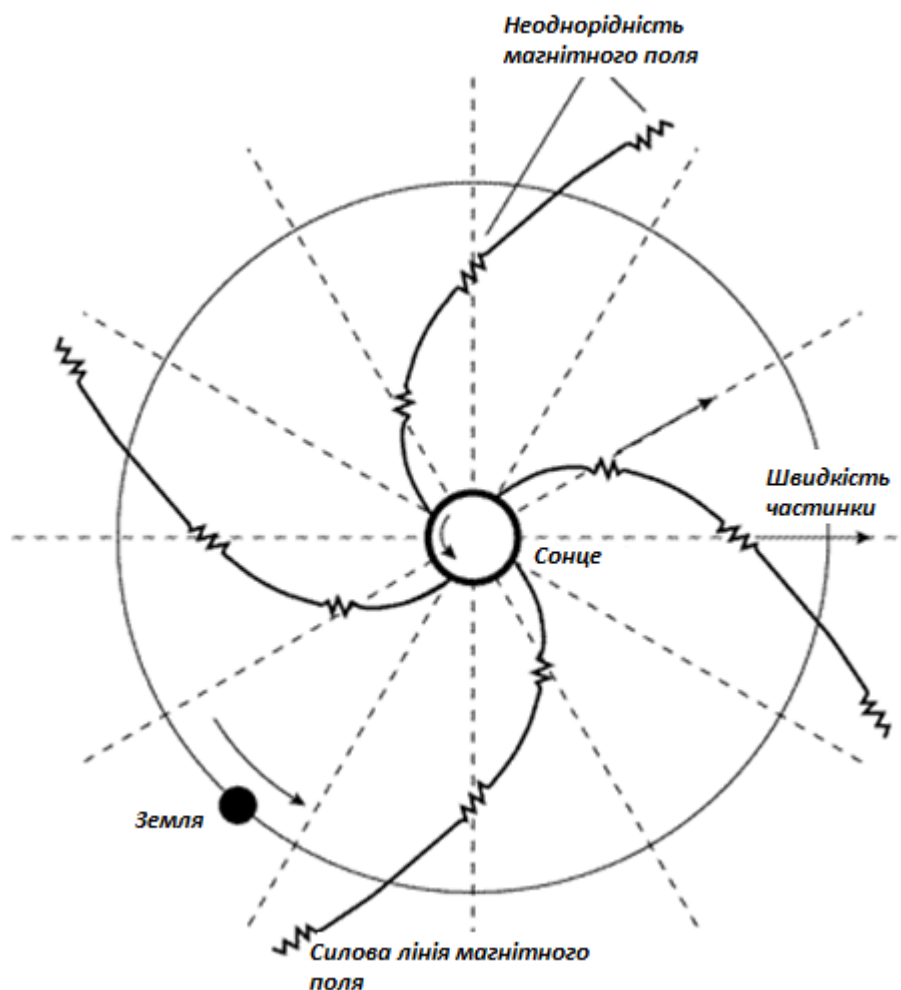


Рисунок 1.5 – Секторна структура міжпланетного магнітного поля за вимірюваннями на американському супутнику Землі IMP-1 в грудні 1964 р.

Така структура, однак, не є стаціонарною: при зміні картини магнітних полів на Сонці сектора еволюціонують (змінюється їх кількість і ширина) і, крім того, всередині сектора однієї полярності можуть з'являтися вкраплення поля іншого знаку (така ситуація спостерігалася, зокрема, у час геомагнітної бурі 2 грудня 1964 року).

У зв'язку з цим підкреслимо, що для проблеми «Сонце - Земля» при наявності знакозмінними ММП дуже важливим є момент перетину Землею кордону між секторами. Цей момент часто використовують як реперну точку відліку або прив'язки в багатьох геофізичних дослідженнях, оскільки зміна знаку ММП призводить до істотної перебудови картини струмів і полів в магнітосфері Землі.

Спрощена картина сонячного вітру, описана вище, не відображає всієї складності процесу розширення корони. Закінченої теорії сонячного вітру поки немає, але основні його властивості вивчені досить детально (щонайменше поблизу площини екліптики). Для проблеми «Сонце - Земля» важливо, що сонячний вітер досить однозначно передає картину сонячних збурень до Землі, зокрема, розподіл напрямків ММП у Землі добре узгоджується з розподілом магнітних полярностей у відповідних областях фотосфери. При цьому основну роль в геофізичних збуреннях (особливо в збуреннях геомагнітного поля) грають зміни властивостей сонячного вітру, в першу чергу коливання його швидкості та щільності. Іншими словами, геоєфективність сонячного вітру визначається просторово-часовою неоднорідністю його властивостей, зокрема існуванням високошвидкісних потоків і спалахових викидів плазми. Хоча на геомагнітну активність впливають і інші фактори міжпланетного середовища, особливо напруженість і знак ММП, виявляється, що більшість з них обумовлені тимчасовими або просторовими варіаціями швидкості сонячного вітру.

Високошвидкісним вважають такий потік, швидкість якого принаймні на 150 км/с вище, ніж швидкість спокійного сонячного вітру (300 км/с). Кутовий розмір потоку на орбіті Землі може досягати 60° , швидкість – 800 км/с, а область його поширення – щонайменше 5 а.о. При поширенні від Сонця високошвидкісний потік істотно змінює свою форму за рахунок взаємодії із спокійним сонячним вітром. На ведучому краю потоку спостерігається збільшення швидкості, щільності, температури плазми і напруженості ММП, а в частині, що відстає – відносно повільне зменшення тих же параметрів. Область стиснення переднього фронту несе в собі основну частку енергії потоку і є найбільш геоєфективною.

Хоча число таких потоків в середньому за рік невелике (до 50), їх роль в рекурентних геомагнітних збуреннях істотна, оскільки потоки можуть існувати протягом декількох обертів Сонця. Найбільш потужні високошвидкісні потоки спостерігалися в 1962 та 1973-1974 рр., тобто, на спаді сонячної активності, поблизу її мінімумів. Джерелами високошвидкісних потоків сонячного вітру є так звані корональні діри – області корони з незамкненими (розбіжними) силовими лініями

магнітного поля і низькою інтенсивністю електромагнітного випромінювання. Найбільш переконливі докази існування корональних дір були отримані при фотографуванні Сонця в рентгенівських променях з борта американської космічної станції «Скайлеб» в 1973 р.

Особливий інтерес представляють потоки, пов'язані зі спорадичними викидами сонячної плазми під час потужних сонячних спалахів. Швидкість таких потоків перевищує 1000 км/с, кутовий розмір на орбіті Землі може досягати 120°, маса речовини, що виноситься з сонячної атмосфери – близько 10^{17} г, а повна енергія – приблизно 10^{25} Дж. Частота таких подій, званих трансзенітами, на відміну від потоків зі швидкістю 800 км/с, зростає зі збільшенням сонячної активності. Міжпланетне магнітне поле перед спалаховим потоком стискається і посилюється щонайменше в 4 рази в порівнянні з необуреним станом. Крім того, від найбільш потужних спалахів в міжпланетному просторі поширюються сильні ударні хвилі. Їх прихід до Землі супроводжується раптовими, і дуже великими збуреннями магнітосфери – магнітними бурями.

В останні роки була встановлена складна внутрішня структура спалахових викидів (А. Хундхаузен, К. Г. Іванов та ін.). Крім того, К. Г. Івановим та ін. показано, що спалаховий потік сильно сплющений до площини великого кола, що проходить через спалах паралельно магнітній осі тієї біполярної групи плям, де стався спалах. Легко здогадатися, що в залежності від сплющеності потоку змінюється ймовірність попадання Землі всередину спалахового викиду, тобто змінюється його геоєфективність. Іншими словами, амплітуда геомагнітного збурення буде залежати від попадання Землі в центральну частину потоку або в його периферійну область.

Крім потоків сонячного вітру, в міжпланетному просторі постійно присутні галактичні космічні промені – частинки з енергією, що на багато порядків перевищує енергію частинок сонячної плазми. Їх концентрація, однак, невелика – всього близько 10^{-10} см⁻³, тому роль цього випромінювання в сонячно-земних зв'язках в цілому незначна, хоча нехтувати нею, в деяких випадках не можна.

Сонячні космічні промені – частинки з енергією більше 10^6 еВ, що генеруються під час спалахів (названі так через їх близьку подібність із справжніми космічними променями галактичного походження). Характерний час життя сонячних космічних променів порядку декількох годин. Повна щільність їх енергії на орбіті Землі приблизно за годину після потужного спалаху може досягати $10^{-16} \frac{\text{Дж}}{\text{см}^3}$ (приблизно в 10^3 - 10^4 разів більше щільності енергії галактичних космічних променів). Через малу концентрацію (менше 10^{-8}см^{-3}) сонячні космічні промені в більшості випадків не відіграють істотної ролі в динаміці міжпланетного середовища. Однак їхній внесок в розвиток деяких геофізичних збурювань (порушення короткохвильового зв'язку в полярних областях, часткове спустошення озонового шару та ін.) досить значний.

Один з найвидатніших дослідників геомагнетизму С. Чепмен і його учень В. Ферраро ще в 1940 р. показали, що магнітне поле Землі починає відчувати вплив зовнішнього потоку заряджених частинок, якщо їх щільність перевищує критичну величину $n_c \sim 10^{-8} \text{см}^{-3}$. Щільність частинок в сонячному вітрі явно перевищує критичну межу. Звідси випливають важливі наслідки для магнітосфери.

Магнітне поле Землі є дипольним за своєю природою, тобто нагадує поле простого магніту з двома полюсами. Для потоку сонячної плазми воно служить деякою перешкодою. Оскільки швидкість потоку значно вище швидкості звуку в сонячному вітрі (надзвукове обтікання перешкоди), то відповідно до законів гідродинаміки перед магнітосферою з'являється ударна хвиля. Фронт ударної хвилі має форму параболоїда (рис. 1.6). Сонячна плазма, проходячи через ударну хвилю, ущільнюється і уповільнює свій рух. При цьому її кінетична енергія перетворюється на теплову, тобто температура плазми підвищується.

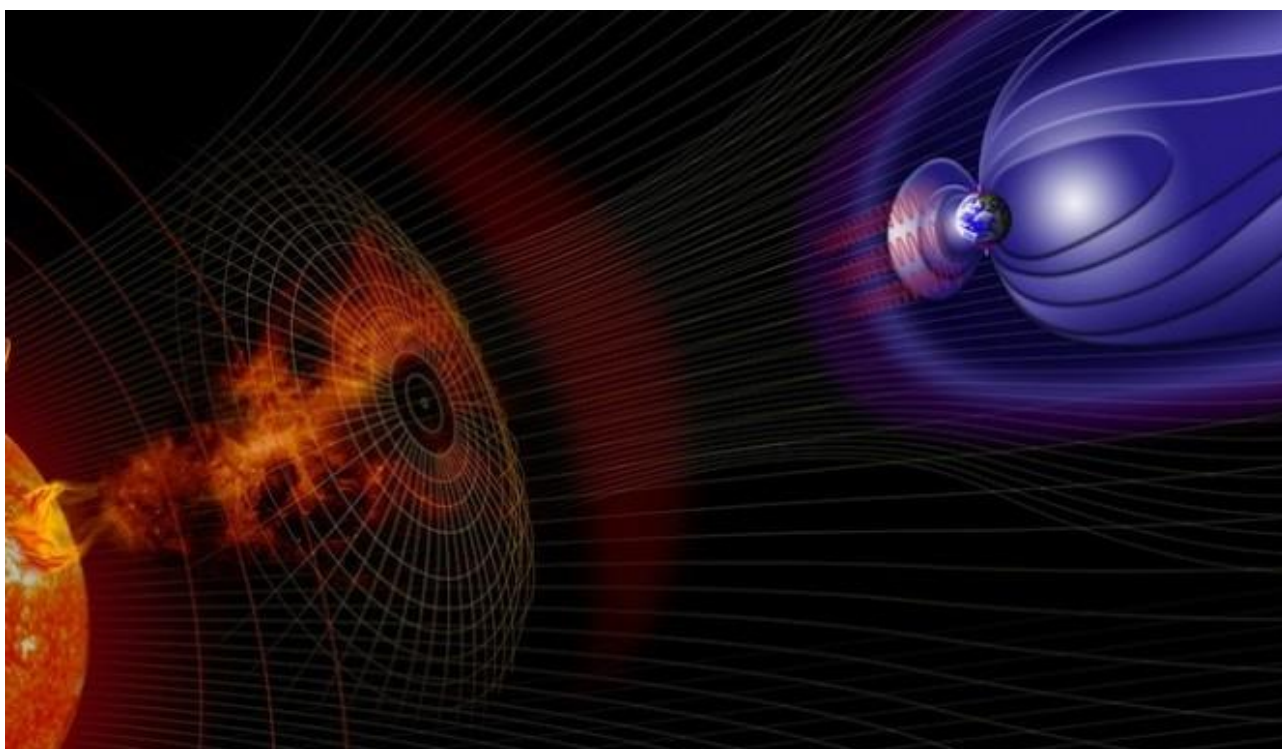


Рисунок 1.6 – Навколоземний космічний простір при обтіканні землі сонячним вітром

Щільна «гаряча» плазма обтікає геомагнітне поле, здійснюючи на нього тиск. Завдяки цьому геомагнітне поле стискається і приймає форму витягнутої порожнини – магнітосфери. Стиснення поля відбувається до тих пір, поки тиск поля не врівноважується тиском плазми. Кордон, на якому вирівнюються ці тиски, називається кордоном магнітосфери, або магнітопауза. Розрахунки показують, що при швидкості сонячного вітру 500 км/с і щільності $2,5 \text{ см}^{-3}$ магнітопауза в любій (підсонячній) точці знаходиться на відстані близько 10 земних радіусів від Землі. При посиленні вітру ця відстань повинна зменшуватися, а при ослабленні – збільшуватися. Спостереження на космічних апаратах повністю підтверджують цю картину.

Під тиском сонячного вітру силові лінії геомагнітного поля, що виходять з полярних шапок, зносяться з денної на нічну сторону Землі. В результаті знесення утворюється сильно витягнутий в антисонячному напрямку «хвіст» магнітосфери. Легко здогадатися, що силові лінії хвоста, що виходять з різних полярних шапок, відповідають різним напрямкам магнітного поля. Тому немає нічого дивного в тому,

що на деякій відстані L при зближенні магнітних силових ліній протилежної полярності утворюється нейтральний шар плазми. Напруженість магнітного поля в шарі близька до нуля. Діаметр хвоста становить близько 40 радіусів Землі, а довжина – кілька сотень радіусів Землі. Особливий інтерес представляють «щілини» (або каспи), розташовані між силовими лініями, що йдуть вперед на денну сторону, і силовими лініями, що зносяться в хвіст на нічну сторону магнітосфери. Саме через щілини і нейтральний шар можливий безпосередній прорив ущільненої гарячої сонячної плазми до верхніх шарів атмосфери. У всіх інших областях магнітосфери, мабуть, відбувається лише повільне «просочування» (дифузія) частинок сонячної плазми. Як би там не було, в магнітосфері постійно існує великий плазмовий шар (рис. 1.6).

Тут доречно торкнутися питання про те, як поведуться частинки, що заповнюють магнітосферу. Магнітне поле Землі є своєрідною пасткою для заряджених частинок. Залежно від тривалості утримання в магнітосфері частки умовно називають захопленими і квазізахопленими.

Захоплена радіація – це частинки, які проникли у внутрішню частину магнітосфери до висот приблизно 500 км від поверхні Землі і вище. У цій області силові лінії замкнуті, а поле має дипольну конфігурацію. В таких умовах частка міцно утримується геомагнітним полем. При цьому, обертаючись навколо силової лінії, частинка рухається також уздовж неї між точками дзеркального відображення і дрейфує вздовж паралелі навколо Землі. Якщо на захоплену частинку не діють зовнішні збурення, то вона може рухатися в магнітосфері необмежено довго. В залежності від своєї енергії частка потрапляє на ту або іншу силову лінію. Оскільки протон і електрон мають різні маси, то при однаковій швидкості їх жорсткості сильно розрізняються. Ось чому захоплена радіація утворює два пояси – внутрішній протонний (з енергією протонів порядку десятків МеВ) і зовнішній електронний (з енергією електронів порядку десятків кеВ).

Квазізахоплена радіація, або радіація полярних сьайв, заповнює зовнішню частину магнітосфери і нейтральний шар. На відміну від захоплених частинок, квазізахоплені можуть здійснювати тільки обертання навколо силової лінії і

коливальний рух між точками дзеркального відображення. Дрейф у квазізахоплених частинок або дуже малий, або в результаті дрейфу вони йдуть в хвіст магнітосфери і там губляться. Важливо відзначити, що енергія квазізахоплених частинок ($> 0,1$ кеВ для електронів і > 1 кеВ для протонів) в сотні і тисячі разів перевищує енергію частинок сонячного вітру. Механізм прискорення квазізахоплених частинок в магнітосфері поки не цілком ясний; він тісно пов'язаний із загальним процесом розвитку геомагнітного збурення.

Невід'ємною рисою сонячно-земних зв'язків є певна ритмічність (циклічність) багатьох геліогеофізичних процесів. Існування добових, 27-денних, сезонних, річних, 11-річних і інших ритмів здається цілком природним і легко зрозумілою. Наприклад, добові коливання ряду геофізичних параметрів пояснюють обертанням Землі, 27-денну повторюваність будь-якого явища – обертанням Сонця, сезонні і річні варіації – рухом Землі по орбіті навколо Сонця і т.д.

Багато геофізичних явищ електромагнітного комплексу більш-менш закономірно пов'язані з фазами 11-літнього циклу сонячної активності. Сюди можна віднести полярні саява і магнітні бурі з раптовим початком, рівень збуреності іоносфери (наприклад, зміна критичних частот відображення радіохвиль різними шарами), полярні поглинання коротких радіохвиль і ін. З тим чи іншим зсувом за часом щодо максимуму сонячної активності частота і потужність цих явищ повторюють хід чисел Вольфа (W), тобто по мірі зростання W інтенсивність явищ наростає, а при переході до мінімуму активності – зменшується.

Оглядове радіоспостереження Сонця почалося в Канаді в листопаді 1946 року, коли Ковінгтон використовував 4-футовий рефлектор від радіолокаційної станції гарматного наведення Туре ІІІС, щоб почати запис сонячного потоку на довжині хвилі 3 см.

У 1947 році вимірювання Ковінгтона переросли в регулярну програму спостережень на довжині хвилі 10,7 см. Щоденні вимірювання потоку відбувалися в Алгонкінській радіо обсерваторії, Оттава, до червня 1991 року, потім програма була перенесена в Доміньонську астрофізичну обсерваторію, Пентіктон, що на три часових пояси західніше, де вона триває і сьогодні.

Протягом 1947 року, оглядові вимірювання почалися і в Сідней, але їх не продовжували після 1950-х років. В кінці 1951 року регулярні спостереження почалися в Японії на 3750 МГц (8,0 см), а в 1956 р вони були доповнені спостереженнями на 1000, 2000 і 9400 МГц (30; 15 і 3,2 см, відповідно). Ці дані продовжують безперервно записуватися до наших днів. До 1958 року кілька інших обсерваторій почали оглядові програми, і їх кількість збільшувалася в багато разів протягом 1960-х років.

Сонячна радіо обсерваторія Сагамор Хілл почала працювати на частотах 8800, 4995, 2695, 1415 і 609 МГц в 1966 році, до яких додали 15400 МГц в 1967 році, 242 МГц на початку 1969, і 410 МГц на початку 1971 року.

У середині 1960-х років стало очевидним, що існують серйозні розбіжності в вимірах потоку, зроблених в різних обсерваторіях, в зв'язку з цим була зібрана комісія URSI для досягнення рівномірного калібрування. Робоча група, на чолі з Х. Танака, погодилася, що пірамідальна рупорна антена в поєднанні з фоновими вимірами забезпечать точне і стабільне калібрування. Спостерігачі в Тойокава прийняли цю техніку в 1965 році, і в більш ранніх вимірах були виправлені похибки близько 5%. Згодом, більшість обсерваторій мали розбіжності менш ніж на $\pm 1\%$.

Індекс F10,7 – потік сонячного радіовипромінювання на хвилі довжиною 10,7 см (частота 2800 МГц), виражений в сонячних одиницях потоку (с.о.п.), причому

$$1\text{с.о.п.} = 10^{-22} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{Гц}}.$$

1.3 Існуючі системи для аналізу даних сонячної активності

Було встановлено, що індекс F10,7 добре корелює з багатьма сонячними показниками і властивостями. Серед них:

Кількість сонячних плям: використовуючи вимірювання за 40 років, Теппінг отримав наступне співвідношення між 10,7 см потоком і кількістю сонячних плям: $SN = 1.147 F_{10,7} - 73,21$ [2].

Площа сонячних плям: Денісе (1948) виявив 76% кореляцію між 10,7 см потоком і площею сонячних плям [3].

Іонізація Е-шару: Денісе і Кунду (1957) виявили хорошу кореляцію між індексом іонізації Е-шару Землі і 10,7 см потоком [3].

Виявлена залежність між 10,7 см потоком та даними, отриманими за допомогою двох бортових магнітографів: MDI на SOHO (Solar & Heliospheric Observatory), яка обертається навколо точки Лагранжа L1 (тут сила земного тяжіння рівна силі сонячного тяжіння) на відстані приблизно 1,5 млн. км від Землі, та HMI на SDO (Solar Dynamics Observatory), яка знаходиться на геосинхронній орбіті Землі на висоті 36000 км [4].

Досліджувалась залежність між сонячними випромінюваннями на п'яти різних довжинах хвилі (30; 15; 10,7; 8 та 3,2 см). Виявилось, що найкращий компроміс між складністю моделі та кореляцією виходить при комбінації двох довжин хвиль. Хороші результати отримані при використанні 10,7 см з 30 см потоків [5].

Побудовані алгоритми передбачення сонячної активності (індекс F10,7) за зображеннями Сонця [6].

Але всі ці результати отримані для величезних вибірок, довжиною не менше одного сонячного циклу (11 років). Для таких вибірок часто використовують не денні значення активності сонця, а середньомісячні. В таких масштабах дійсно проглядається гарна залежність між різними сонячними показниками. Але при прогнозуванні сонячної активності на 1 день, ці залежності несуттєві, і часто внесення їх до моделі погіршують результати.

Постановка завдання і висновки до розділу

Сонячна активність – це сукупність активних змін на Сонці, які включають в себе розвиток і поведінку плям на Сонці (областей з сильним магнітним полем), сонячні спалахи (сильні, але короткочасні вибухові процеси на поверхні Сонця), корональні діри (відкриті в космос магнітні «труби», що викидають потоки заряджених частинок). Сонячна активність вивчається багатьма провідними обсерваторіями, вченими багатьох країн, тому що вона дуже сильно впливає на життя на нашій планеті. Фізично магнітні бурі, викликані підвищеною активністю Сонця, можуть впливати як на наше власне самопочуття, психологію (через вплив на нейрони головного мозку), так і викликати серйозні наслідки як, наприклад, для багатьох електричних приладів, так і на ріст рослин, наприклад. Геліомагнітна поведінка Сонця часто сильно впливає на геологічні процеси Землі, часто стимулюючи зміни магнітного поля планети. Наша залежність від поведінки Сонця величезна.

Існує таке поняття, як спалахи сонячної активності. Вони, як правило, циклічні і повторюються раз в 11 і 22 роки. Існує багато теорій про інші тимчасові періоди зміни сонячної активності, але на сьогоднішній день доведено існування лише двох вищеназваних. У подібних циклах спостерігається наявність періодів максимуму (пік) і мінімуму. Спалахи і зони підвищеної активності на Сонці розташовуються по всій поверхні зірки в періоди максимуму і тільки в районі екватора, причому несильно виражені, в періоди мінімуму. У періоди максимуму, історично, частіше трапляються світові війни, природні катаклізми, збільшується кількість поломок електронних приладів і погіршується самопочуття.

Прогнозування сонячної активності є актуальною задачею та сприяє запобіганню аварій та катастроф космічних апаратів та супутників. Крім того, сонячна активність дуже сильно впливає і на процеси, які відбуваються на Землі, зокрема на роботу нафтопроводів, ліній електропередачі, водопостачання та інше. В 1849 році Цюрихська обсерваторія почала публікувати числа Вольфа, які

характеризують сонячну активність. Але в 1947 році почали вимірювати індекс F10,7, який сьогодні є одним з основних показників сонячної активності. При аналізі процесів сонячної активності слід відділяти внутрішні шуми процесу від зовнішніх шумів вимірювання.

Процеси сонячної активності є нелінійними та нестационарними, що робить задачу їх прогнозування ще більш цікавою та складною.

Постановка задачі

1. Виконати аналіз проблеми моделювання індексу F10,7, огляд існуючих систем для аналізу сонячних даних і зібрати необхідні дані для виконання обчислювальних експериментів.

2. Розробити ефективну методику прогнозування індексу F10,7 (потік випромінювання Сонця на довжині хвилі 10,7 см) на 1 день.

3. Виконати обчислювальні експерименти з побудови математичних прогнозуючих моделей та застосувати їх до короткострокового прогнозування індексу F10,7. Виконати порівняльний аналіз отриманих результатів.

4. Створити стартап на основі результатів виконаного дослідження.

Розділ 2

ВИБІР ТА ОПИС МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ

В даному розділі розглядається задача попередньої обробки даних. Також описано два підходи до адаптації фільтра Калмана до вхідних даних, а також гранулярний фільтр ймовірнісного типу.

2.1 Попередня обробка і аналіз статистичних даних

Попередня обробка даних – процедура підготовки даних до аналізу, в процесі якої вони приводяться у відповідність до вимог, обумовлених специфікою розв'язуваної задачі.

Попередня обробка даних включає два напрями: очищення і оптимізацію. Очищення проводиться з метою виключення факторів, що знижують якість даних і заважають роботі аналітичних алгоритмів. Воно включає обробку дублікатів, протиріч і фіктивних значень, відновлення і заповнення пропусків, згладжування і очищення даних від шуму, придушення і редагування аномальних значень. Крім цього, в процесі очищення відновлюються порушення структури, повноти і цілісності даних, перетворюються некоректні формати.

Оптимізація даних, як елемент попередньої обробки, включає зниження розмірності вхідних даних, виявлення та вилучення незначущих ознак. Основна відмінність оптимізації від очищення в тому, що фактори, які усуваються в процесі очищення, істотно знижують точність розв'язання задачі або роблять роботу аналітичних алгоритмів неможливою. Задачі, які розв'язуються при оптимізації, адаптують дані до конкретної задачі і підвищують ефективність їх аналізу.

Процес попередньої обробки експериментальних (статистичних) даних, як правило, включає такі операції:

- нормування та візуальну перевірку даних i , при необхідності, їх корегування; нормування даних означає їх логарифмування або приведення до зручного діапазону їх зміни, наприклад, від 0 до 1; від -1 до $+1$; від $+10$ до -10 і т. ін.;
- корегування даних полягає у заповненні пропусків та зменшенні викидів (екстремальних значень), що виходять за основний діапазон значень змінних.
- формування перших різниць або різниць вищих порядків, які необхідні для аналізу відповідних складових часового ряду.

Поширеним методом нормування даних є їх логарифмування з подальшим формуванням додаткових часових рядів з перших чи других різниць. Нагадаємо, що перші різниці представляють собою наближений дискретний аналог першої похідної, а другі різниці – другої похідної. Часто із значень ряду віднімають його середнє для того щоб отримати можливість працювати з відхиленнями, а не повними значеннями змінних. Застосування того чи іншого методу нормування даних визначається в кожному випадку по-своєму.

Виявлення та обробка екстремальних значень є важливим етапом попередньої обробки даних. Будемо вважати дані аномальними, якщо вони виникли внаслідок впливу значних похибок вимірів або похибок, пов'язаних з некоректним збором статистичних даних. Якщо можна встановити факт наявності аномальних даних, то їх просто видаляють з розподілу.

Екстремальні значення – це правильно виміряні (зібрані) дані, які характеризують фактичні раптові (стрибкоподібні) зміни процесу. Можна по-різному підходити до розв'язку задачі дослідження екстремальних значень спостережень в залежності від конкретної задачі. Якщо досліджується факт наявності таких значень (наприклад, якщо поставлена задача виявити умови, що приводять до появи екстремальних значень), то досить мати надійний критерій для виявлення таких спостережень.

Якщо ж ставиться задача виявлення і виключення екстремальних значень (наприклад, з метою покращення оцінок статистичних параметрів і моделей), то виникає задача – як правильно виконати обробку даних. Спираючись на критерій

для визначення екстремальних значень, можна було б визначити величину зміщення оцінок параметрів.

Критерії аналізу екстремальних значень застосовують з метою:

- вирівняти спостереження перед аналізом (як правило, суттєво зменшити) великі значення з метою наближення вибірки до стаціонарного процесу;
- переконатись, що дані містять аномальні значення, що свідчить про необхідність перегляду процедури отримання даних;
- виділити спостереження, які є цікавими з точки зору їх аномальності та, по можливості, описати встановлений ефект математично.

Класичний підхід до виявлення аномальних спостережень полягає в тому, що вибіркові спостереження розглядають як випадкові, нормально розподілені величини. При цьому для аналізу (виявлення екстремальних значень) створюється статистика (статистичний тест), яка є чутливою до різких відхилень такого типу. Необхідно встановити розподіл цієї статистики при нульовій гіпотезі, що всі спостереження належать нормальній сукупності, а потім відхилити цю гіпотезу, якщо виявиться, що обчислена статистика їй протирічить.

Розглянемо можливий критерій відкидання екстремальних значень. Нехай дана деяка вибірка $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, $N \geq 3$, яка, за припущенням, є випадковою для випадкової змінної X з нормальним розподілом: $\{X\} \sim (\mu_x, \sigma_x^2)$. Позначимо відхилення від середнього через

$$\tilde{x}_i = x_i - \bar{x}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad \text{де } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x(k).$$

Якщо виділити одне значення із спостережень, то вибіркоче середнє для спостережень, що залишились, визначається як

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{x_k}{N-1} = \bar{x} - \frac{\tilde{x}_i}{N-1}. \quad (2.1)$$

Якщо виділити декілька значень x_1, x_2, \dots, x_r , то вибіркоче середнє дорівнює:

$$\bar{x} = \frac{\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 + \dots + \tilde{x}_r}{N - r}. \quad (2.2)$$

Позначимо максимальне відхилення через $\tilde{x}_m = x_m - \bar{x}$. Тепер правило визначення екстремального значення можна сформулювати так: при заданому значенні c спостереження x_m відкидається, якщо $|\tilde{x}_m| > c S_x$, де S_x – вибіркоче стандартне відхилення змінної X .

Якщо вибірка має досить великий об'єм, то значення x_m видаляється і аналіз продовжується. Величина константи c може змінюватись із зміною довжини вибірки; вона зв'язана неявно з t – статистикою:

$$\sqrt{\frac{N c^2 (v + v_0 - 1)}{v(v + v_0 - \frac{N c^2}{v})}} \approx t_{1-\alpha/2}^{v_0+v-1}, \quad (2.3)$$

де $v = N - 1$; α – рівень значимості; v_0 – будь-яке інше число додаткових ступенів свободи, яке зв'язане з оцінюванням σ_x^2 за вибіркою, об'єм якої не дорівнює N ($v_0 = 0$, якщо такої інформації немає). Також існує наближений вираз для c через розподіл F :

$$c \approx \left(\frac{v}{N}\right)^{1/2} \left(\frac{3F_{1-q}}{1 + [3F_{1-q} - 1]/(v + v_0)}\right)^{1/2}, \quad (2.4)$$

де $q = \Delta \hat{\sigma}_x^2 \frac{v}{N}$; $\Delta \hat{\sigma}_x^2$ – очікуваний приріст дисперсії внаслідок появи екстремальних значень. При використанні (2.4) значення c визначається додатнім значенням квадратного кореня.

Виразом (2.4) можна скористатись таким чином: якщо з ряду значення не видалялись, то допустимий (очікуваний) відносний приріст дисперсії (“премію”) $\Delta\hat{\sigma}_x^2$ необхідно помножити на ν/N і, таким чином, отримаємо q . За його допомогою знайдемо відповідну верхню процентну точку для відношення дисперсій F_{1-q} при трьох і $\nu + \nu_0 - 1$ ступенях свободи. За виразом (2.4) обчислимо значення s і застосуємо критерій до x_m . Очікуваний відносний приріст дисперсії (“премію”) залежить від того, наскільки ймовірною є поява екстремальних значень, наприклад, можна прийняти невеликий відносний приріст $\Delta\hat{\sigma}_x^2 = 0,01 \div 0,03$ [7].

Можливі інші підходи до аналізу екстремальних значень.

Згладжування також може суттєво полегшити подальший аналіз даних. Ефективним з точки зору отримання остаточного результату методом згладжування даних є згладжувач Калмана (Kalman Smoother). Розглянемо його детальніше.

Згладжувач Калмана являє собою алгоритм пост-обробки повної вибірки.

Нехай є модель процесу в просторі станів:

$$\begin{aligned} X_{t+1} &= AX_t + W_t, W_t = N(0, Q), \\ Y_t &= CX_t + V_t, V_t = N(0, R). \end{aligned}$$

Алгоритм згладжувача Калмана:

– спочатку запускається етап фільтрації Калмана для всіх моментів часу $t = 0..T$:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{t+1|t} &= A\hat{x}_{t|t}, \\ P_{t+1|t} &= AP_{t|t}A^T + Q, \\ K_{t+1} &= P_{t+1|t}C^T(CP_{t+1|t}C^T + R)^{-1}, \\ \hat{x}_{t+1|t+1} &= \hat{x}_{t+1|t} + K_{t+1}(y_{t+1} - C\hat{x}_{t+1|t}), \\ P_{t+1|t+1} &= P_{t+1|t} - K_{t+1}CP_{t+1|t}. \end{aligned}$$

– далі запускається зворотній прохід для всіх моментів часу $t = T..0$:

$$L_t = P_{t|t}A^T P_{t+1|t}^{-1},$$

$$\hat{x}_{t|T} = \hat{x}_{t|t} + L_t(\hat{x}_{t+1|T} - \hat{x}_{t+1|t}),$$

$$P_{t|T} = P_{t|t} + L_t(P_{t+1|T} - P_{t+1|t})L_t^T.$$

На рис. 2.1 показано приклад роботи згладжувача Калмана для індексу F10,7. Як бачимо, в результаті застосування оптимального алгоритму згладжування характер зміни індексу став більш плавним.

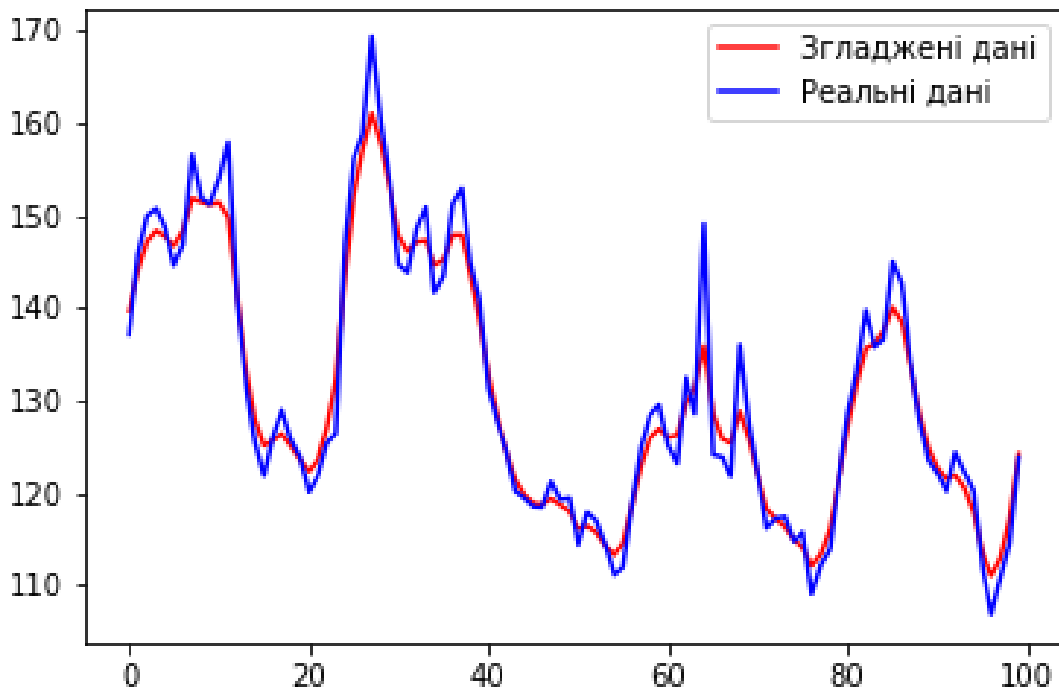


Рисунок 2.1 – Приклад згладжування даних: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Експоненційне згладжування також є одним з найбільш поширених прийомів, використовуваних для згладжування часових рядів, а також для прогнозування. В основі процедури згладжування лежить розрахунок експоненційних ковзних середніх згладжуваного ряду.

Головна перевага прогнозної моделі, заснованої на експоненційних середніх, полягає в тому, що вона здатна послідовно адаптуватися до нового рівня процесу без значного реагування на випадкові відхилення.

Історично метод незалежно був розроблений Брауном і Холтом. Холт також розробив моделі експоненційного згладжування для процесів з постійним рівнем, процесів з лінійним зростанням і процесів з сезонними ефектами.

Нехай $X = \{X_0, \dots, X_T\}$ – часовий ряд. Процедура простого експоненційного згладжування здійснюється за такими формулами:

$$S_1 = X_0,$$

$$S_t = \alpha \cdot X_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1},$$

де

- X_t – фактичне спостереження в момент t ;
- S_t – значення експоненційного середнього в момент t ;
- α – параметр згладжування, $\alpha = const, \alpha \in (0; 1]$.

Експоненційне середнє в момент t тут виражено як зважена сума поточного спостереження і експоненціального середнього минулого спостереження з вагами α і $(1 - \alpha)$ відповідно. Якщо послідовно використовувати дане рекурентне співвідношення, то значення S_t можна виразити через значення часового ряду X :

$$S_t = \alpha \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \alpha)^i \cdot X_{t-i}.$$

Таким чином, величина S_t виявляється зваженою сумою всіх членів ряду. Причому значення ваг зменшуються експоненційно залежно від віддаленості спостереження щодо моменту t . Це і пояснює назву «експоненційне середнє».

Експоненційне згладжування можна представити як фільтр, на вхід якого у вигляді потоку послідовно надходять члени вихідного ряду, а на виході формуються

значення експоненційних середніх. Причому, згладжений ряд S_t має теж математичне очікування, що і ряд X , але меншу дисперсію.

При високому значенні α дисперсія згладженого ряду не сильно відрізняється від дисперсії ряду X . Чим менше α , тим більше зменшується дисперсія згладженого ряду (тобто подавляються коливання вихідного ряду).

Далі експоненційне середнє можна використовувати для побудови короткострокових прогнозів. У цьому випадку передбачається, що вихідний ряд описується моделлю:

$$X_t = a_t + err_t,$$

де

- a_t – середній рівень ряду, що змінюється у часі;
- err_t – випадкові некорельовані відхилення з нульовим математичним сподіванням.

Прогнозна модель має вигляд:

$$\tilde{X}_{T+\tau} = \tilde{a}_T,$$

де

- $\tilde{X}_{T+\tau}$ – прогноз, зроблений в момент T на τ одиниць часу (кроків) вперед;
- \tilde{a}_T – оцінка a_T .

Оцінкою параметра моделі a_T служить експоненційне середнє ряду S_T . Таким чином, всі властивості експоненційного середнього поширюються на прогнозну модель. Зокрема, якщо привести рекурентну формулу до наступного вигляду:

$$S_t = S_{t-1} + \alpha \cdot (X_{t-1} - S_{t-1}),$$

і розглядати S_t як прогноз на один крок вперед, то величина $(X_t - S_t)$ є похибка цього прогнозу, а новий прогноз S_{t+1} виходить в результаті коригування попереднього прогнозу з урахуванням його похибки. В цьому і полягає суть адаптації.

На основі простого експоненційного згладжування були розроблені більш складні моделі згладжування часових рядів, що містять періодичні сезонні коливання і/або мають тенденцію зростання.

Дана система дозволяє будувати поряд з простим експоненційним згладжуванням моделі, що відображають ефекти зростання (лінійного, експоненційного або затухаючого) і сезонності (адитивного або мультиплікативного), якими володіє вихідний ряд.

У загальному вигляді рекурентна формула експоненційного згладжування записується в такий спосіб:

$$S_t = \alpha \cdot d_1 + (1 - \alpha) \cdot d_2,$$

де множники d_1 і d_2 визначаються в залежності від обраної моделі згладжування. Наприклад, при простому експоненційному згладжуванні, розглянутому вище, $d_1 = X_t, d_2 = S_{t-1}$.

Нижче на рис. 2.2 наведено функціональну схему процесу фільтрації і короткострокового прогнозування даних у формі часового ряду. Дані поступають на вхід трьох фільтрів. Перший з них – Адаптивний фільтр Калмана, який не потребує початкових оцінок параметрів.

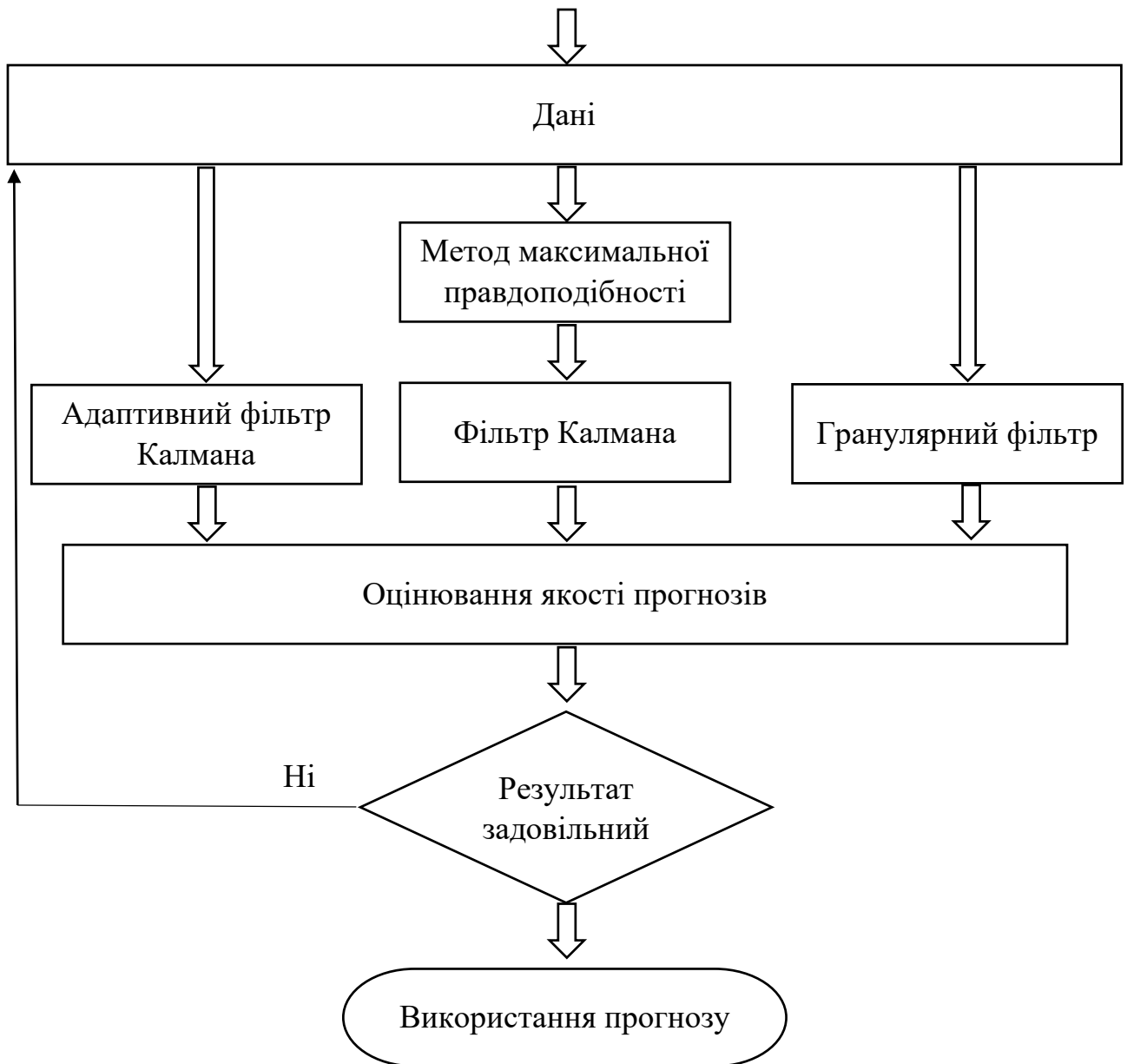


Рисунок 2.2 – Функціональна схема процесу фільтрації і короткострокового прогнозування

Перед початком роботи другого фільтра, за допомогою метода максимальної правдоподібності, визначаються всі початкові параметри, необхідні для роботи фільтра Калмана. Третій фільтр – це гранулярний фільтр ймовірнісного типу.

Далі, за допомогою статистик оцінювання якості прогнозу, які будуть розглянуті у третьому розділі, визначається найкращий прогноз.

2.2 Оптимальний адаптивний фільтр Калмана

Фільтри Калмана базуються на дискретизованих за часом лінійних динамічних системах. Стан системи описується вектором кінцевої розмірності - вектором стану. У кожен такт часу лінійний оператор діє на вектор стану і переводить його в інший вектор стану (детермінована зміна стану), додається певний вектор нормального шуму (випадкові чинники) і в загальному випадку вектор управління, що моделює вплив системи управління.

При використанні фільтра Калмана для отримання оцінок вектору стану процесу по серії зашумлених вимірювань необхідно представити модель даного процесу відповідно до структури фільтра – у вигляді матричного рівняння певного типу. Для кожного такту k роботи фільтра необхідно відповідно до наведеного нижче опису визначити матриці: еволюції процесу F_k ; матрицю спостережень H_k ; коваріаційну матрицю процесу Q_k ; коваріаційну матрицю шуму вимірювань R_k ; при наявності керуючих впливів – матрицю їх коефіцієнтів B_k .

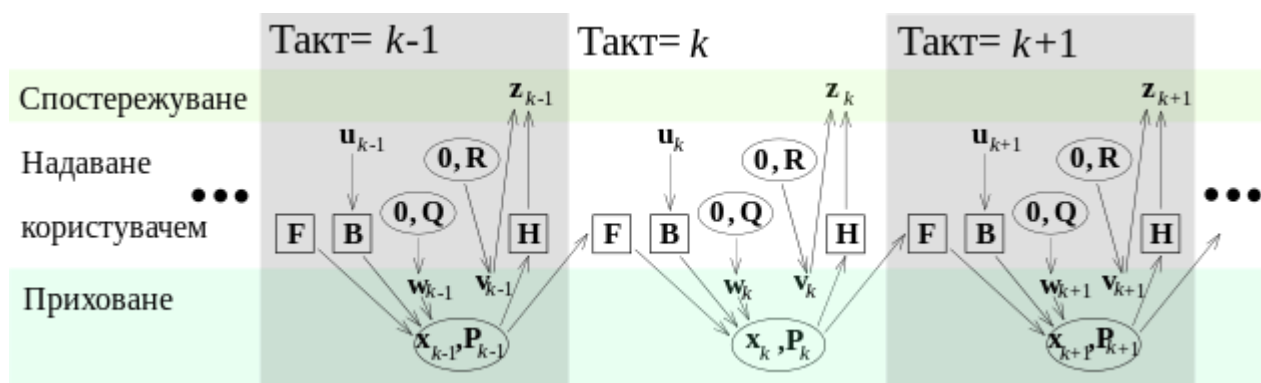


Рисунок 2.3 – Базова модель фільтра Калмана

Модель системи/процесу припускає, що справжній стан в момент часу k виводиться з істинного стану в момент $k - 1$ відповідно до рівняння:

$$x_k = F_k x_{k-1} + B_k u_k + w_k,$$

де

- F_k – матриця еволюції процесу/системи, яка впливає на вектор x_{k-1} (вектор стану в момент $k - 1$);
- B_k – матриця управління, яка застосовується до вектору керуючих впливів u_k ;
- w_k – нормальний випадковий процес з нульовим математичним очікуванням і коваріаційною матрицею Q_k , який описує випадковий характер еволюції системи/процесу і спричиняється зовнішнім випадковим збуренням:

$$w_k \sim N(0, Q_k).$$

У момент часу k проводиться спостереження (вимір) z_k справжнього вектору стану x_k , які пов'язані між собою рівнянням:

$$z_k = H_k x_k + v_k,$$

де H_k – матриця вимірювань, що зв'язує істинний вектор стану і вектор проведених вимірювань, v_k – білий гаусів шум вимірювань з нульовим математичним сподіванням і коваріаційною матрицею R_k :

$$v_k \sim N(0, R_k).$$

Початковий стан і вектори випадкових процесів на кожному такті $\{x_0, w_1, \dots, w_k, v_1, \dots, v_k\}$ вважаються незалежними.

Фільтр Калмана є різновидом рекурсивних фільтрів. Для обчислення оцінки стану системи на поточний такт роботи йому необхідна оцінка стану (у вигляді оцінки стану системи і оцінки похибки визначення цього стану) на попередньому такті роботи і вимірювання на поточному такті. Дана властивість відрізняє його від

пакетних фільтрів, які потребують в поточний такт роботи знання історії вимірювань та/або оцінок. Далі під записом $\hat{x}_{n|m}$ будемо розуміти оцінку істинного вектору x в момент n з урахуванням вимірів з моменту початку роботи і по момент m включно.

Стан фільтра задається двома змінними:

- $\hat{x}_{k|k}$ – апостеріорна оцінка стану об'єкта в момент k отримана за результатами спостережень аж до моменту k включно;
- $P_{k|k}$ – апостеріорна коваріаційна матриця похибок, що задає оцінку точності отриманої оцінки вектору стану і включає в себе оцінку дисперсій похибки обчисленого стану і коваріації, що показують виявлені взаємозв'язки між параметрами стану системи.

Кожна ітерація фільтра Калмана ділиться на дві фази: екстраполяція (прогноз) і корекція. Під час екстраполяції фільтр отримує попередню оцінку стану системи $\hat{x}_{k|k-1}$ на поточний крок за підсумковою оцінкою стану з попереднього кроку (або попередню оцінку на наступний такт за підсумковою оцінкою поточного кроку, залежно від інтерпретації). Цю попередню оцінку також називають апріорною оцінкою стану, так як для її отримання не використовуються спостереження відповідного кроку. У фазі корекції завжди апріорна екстраполяція доповнюється відповідними поточними вимірами для корекції оцінки. Скоригована оцінка також називається апостеріорною оцінкою стану, або просто оцінкою вектору стану \hat{x}_k . Зазвичай ці дві фази чергуються: екстраполяція проводиться за результатами корекції до наступного спостереження, а корекція проводиться спільно з доступними на наступному кроці спостереженнями, і т.д. Однак можливий також інший розвиток подій, якщо з деякої причини спостереження виявилось недоступним, то етап корекції може бути пропущений і виконана екстраполяція за нескоригованою оцінкою (апріорною екстраполяцією). Аналогічно, якщо незалежні вимірювання доступні лише в окремі такти роботи, все одно можливі корекції (зазвичай з використанням іншої матриці спостережень H_k).

Далі розглянемо роботу класичного оптимального фільтра Калмана.

Етап екстраполяції:

Екстраполяція (прогноз) вектору стану системи за оцінкою вектору стану і застосованого вектору управління з кроку $k - 1$ на крок k :

$$\hat{x}_{k|k-1} = F_k \hat{x}_{k-1|k-1} + B_k u_k.$$

Коваріаційна матриця для екстрапольованого вектору стану:

$$P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k.$$

Етап корекції:

Відхилення отриманого на кроці k спостереження від спостереження, очікуваного при виконаній екстраполяції:

$$\tilde{y}_k = z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}.$$

Коваріаційна матриця для вектору відхилення (вектору похибки):

$$S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k.$$

Оптимальна по Калману матриця коефіцієнтів посилення, що формується на підставі коваріаційних матриць наявної екстраполяції вектору стану та отриманих вимірювань (за допомогою коваріаційної матриці вектору відхилення):

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1}.$$

Корекція раніше отриманої екстраполяції вектору стану – отримання оцінки вектору стану системи:

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k \tilde{y}_k.$$

Розрахунок коваріаційної матриці оцінки вектору стану системи:

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1}.$$

Традиційний підхід до ідентифікації параметрів на основі нев'язок фільтра передбачає побудову фільтра Калмана для вихідної моделі з передбачуваними (розрахунковими) значеннями параметрів. Нев'язки такого фільтра є похибками при прогнозі вимірювань. Дані про відхилення і поведінку нев'язок в порівнянні з оптимальною моделлю використовуються для того, щоб обґрунтувати або перебудувати параметри системи. Нев'язки фільтра Калмана в загальному містять інформацію про фактичні параметри в неявному вигляді. Це обумовлює громіздкість процедури ідентифікації, використання у багатьох випадках чисельних ітеративних методів.

Однак при розв'язанні задачі ідентифікації фільтр Калмана, побудований для системи з неточно заданими параметрами, можна розглядати лише як допоміжний фільтр, який використовується для формування послідовності нев'язок. Тому при виборі початкових значень невідомих параметрів при побудові такого фільтра більш істотними можуть виявитися вимоги до його структурної простоти, що забезпечує ефективну в обчислювальному відношенні процедуру ідентифікації в реальному масштабі часу, в порівнянні з вимогами до більш точного наближення початкових розрахункових значень невідомих параметрів до їх фактичних значень.

Вказаній вимозі до структурної простоти задовольняє фільтр Калмана, оптимальний для моделі динамічної системи, вільної від шуму стану. Такий допоміжний фільтр дозволяє аналітично представити статистичні характеристики похибок фільтрації, а значить і його нев'язок у вигляді явних функцій невідомих середніх значень і коваріаційних матриць шумів стану і вимірів.

Припустимо, модель системи описується рівняннями:

$$\begin{aligned}
X_{i+1} &= F_{i+1,i}X_i + G_iW_i, \\
z_i &= H_iX_i + V_i. \\
E[W_i] &= q_i^*, E[(W_i - q_i^*)(W_k - q_k^*)^T] = Q_i^*\delta(i - k), \\
E[V_i] &= r_i^*, E[(V_i - r_i^*)(V_k - r_k^*)^T] = R_i^*\delta(i - k).
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Розмірності векторів X, W, z та V рівні n, m, p та p відповідно. Нев'язки формуються на основі фільтра, оптимального для моделі вільної динамічної системи:

$$\begin{aligned}
X_{i+1} &= F_{i+1,i}X_i, \\
z_{i+1} &= H_iX_i + V_i. \\
E[V_i] &= r_i, E[(V_i - r_i)(V_k - r_k)^T] = R_i\delta(i - k).
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Нев'язка фільтра, яка визначається як відхилення від прогнозу вимірювань, має вигляд:

$$v_i = z_i - H_i\hat{X}_{i,i-1} = H_i\tilde{X}_{i,i-1} + V_i,$$

де $\hat{X}_{i,i-1}$ – екстрапольоване значення вектору стану, $\tilde{X}_{i,i-1}$ – фактична похибка екстраполяції, яку можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}_{i,i-1} &= (X_i - \hat{X}_{i,i-1}) = F_{i,i-1}X_{i-1} + G_{i-1}W_{i-1} - \\
&\quad - F_{i,i-1}\hat{X}_{i,i-1} = F_{i,i-1}\tilde{X}_{i-1,i-1} + G_{i-1}W_{i-1}.
\end{aligned}$$

Можна отримати явний вигляд фактичної похибки фільтрації:

$$\tilde{X}_{i,i-1} = F_{i,i-1}\Psi_{i-1,0}\tilde{X}_{0,0} + F_{i,i-1}\sum_{j=1}^{i-1}\Psi_{i-1,j-1}F_{j-1,j}G_{j-1}W_{j-1} +$$

$$+G_{i-1}W_{i-1} - F_{i,i-1} \sum_{j=1}^{i-1} \Psi_{i-1,j} K_j V_j.$$

За припущення, що коваріаційна матриця похибки оцінки початкового стану $P_{0,0}^{-1} = 0$, перехідна матриця фільтра визначається формулою:

$$\Psi_{i,j} = P_{i,i} F_{j,i}^T P_{j,j}^T,$$

де $P_{i,i}$ – розрахункова коваріація похибки фільтрації.

З огляду на те, що розрахунковий коефіцієнт посилення $K_i = P_{i,i} H_i^T R_i^{-1}$, отримуємо такий вираз для нев'язки фільтра:

$$\begin{aligned} v_i = & H_i F_{i,i-1} P_{i-1,i-1} \sum_{j=2}^i F_{j-1,i-1}^T P_{j-1,j-1}^{-1} F_{j-1,j} G_{j-1} W_{j-1} - \\ & - H_i F_{i-1,i} P_{i-1,i-1} \sum_{j=2}^i F_{j,i-1}^T H_j^T R_j^{-1} V_j + V_i. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Позначимо:

$$\begin{aligned} \Omega_{i-1,j-1} &= H_i F_{i,i-1} P_{i-1,i-1} F_{j-1,i-1}^T P_{j-1,j-1}^{-1} F_{j-1,j} G_{j-1}, \\ S_{i-1,j} &= H_i F_{i,i-1} P_{i-1,i-1} F_{j,i-1}^T H_j^T R_j^{-1}. \end{aligned}$$

Тоді середнє значення нев'язки фільтра може бути представлено у вигляді явної функції невідомих середніх значень та:

$$E[v_i] = \sum_{j=2}^i \Omega_{i-1,j-1} q_{i-1}^* - \sum_{j=1}^{i-1} S_{i-1,j} r_j^* + r_i^*. \quad (2.8)$$

Визначимо коваріаційну матрицю нев'язок фільтра у вигляді $E[(v_i - E[v_i])(v_i - E[v_i])^T] = H_i P_{\text{факт.}i,i-1} H_i^T + R_i^*$. Тут $P_{\text{факт.}i,i-1} = F_{i,i-1} P_{\text{факт.}i-1,i-1} F_{i,i-1}^T + G_{i-1} Q_{i-1}^* G_{i-1}^T$ – коваріаційна матриця фактичної похибки екстраполяції; $P_{\text{факт.}i-1,i-1} = P_{i-1,i-1} + \Delta P_{i-1,i-1}$ – коваріаційна матриця фактичної похибки фільтрації.

$$P_{k,k} = \left(\sum_{i=1}^k F_{i,k}^T H_i^T R_i^{-1} H_i F_{i,k} + F_{0,k}^T P_{0,0}^{-1} F_{0,k} \right)^{-1}, \quad (2.9)$$

$$\Delta P_{k,k} = P_{k,k} \sum_{i=1}^k F_{i-1,k}^T P_{i-1,i-1}^{-1} F_{i-1,i} G_{i-1} Q_{i-1}^T F_{i-1,i} P_{i-1,i-1}^{-1} F_{i-1,k} P_{k,k} +$$

$$+ P_{k,k} \sum_{i=1}^k F_{i,k}^T H_i^T R_i^{-1} (R_i^* - R_i) R_i^{-1} H_i F_{i,k} P_{k,k}.$$

Тоді коваріаційну матрицю нев'язок фільтра можна записати у вигляді явної функції невідомих коваріаційних матриць Q^* та R^* :

$$E[(v_i - E[v_i])(v_i - E[v_i])^T] = \sum_{j=2}^i \Omega_{i-1,j-1} Q_{j-1}^* \Omega_{i-1,j-1}^T +$$

$$+ \sum_{j=1}^{i-1} S_{i-1,j} R_j^* S_{i-1,j}^T + R_i^*. \quad (2.10)$$

За припущення, що коваріаційна матриця R відома з точністю до константи $R^* = cR$, два останніх доданки у виразі (2.10) можна спростити і записати таким чином: $cH_i F_{i,i-1} P_{i-1,i-1} F_{i,i-1}^T H_i^T + cR_i$. Тому коваріаційна матриця нев'язок має вигляд:

$$E[(v_i - E[v_i])(v_i - E[v_i])^T] = \sum_{j=2}^i \Omega_{i-1,j-1} Q_{j-1}^* \Omega_{i-1,j-1}^T + \\ + cH_i F_{i,i-1} P_{i-1,i-1} F_{i,i-1}^T H_i^T + cR_i. \quad (2.11)$$

Враховуючи (2.7) та (2.8), знаходимо центроване значення нев'язок:

$$v_i - E[v_i] = \sum_{j=2}^i \Omega_{i-1,j-1} (W_{j-1} - q_{j-1}^*) - \sum_{j=1}^{i-1} S_{i-1,j} (V_j - r_j^*) + V_i - r_i^*.$$

Тоді кореляція нев'язок може бути представлена у вигляді явної функції параметрів Q^* та R^* :

$$E[(v_i - E[v_i])(v_k - E[v_k])^T] = \sum_{j=2}^k \Omega_{i-1,j-1} Q_{j-1}^* \Omega_{k-1,j-1}^T + \\ + \sum_{j=1}^{k-1} S_{i-1,j} R_i^* S_{k-1,j}^T - S_{i-1,k} R_k^*, \quad (i > k). \quad (2.12)$$

Враховуючи те, що $R^* = cR$, останні два доданки можна переписати у вигляді $c(\sum_{j=1}^{k-1} S_{i-1,j} R S_{k-1,j}^T - S_{i-1,k} R_k)$.

Вираз в дужках є кореляцією нев'язок оптимального фільтра, який побудований для моделі, описуваної рівняннями (2.6).

Враховуючи властивість некорельованості нев'язок оптимального фільтра Калмана [8], представимо кореляцію нев'язок фільтра у вигляді явної функції одного невідомого параметра:

$$E[(v_i - E[v_i])(v_k - E[v_k])^T] = \sum_{j=2}^k \Omega_{i-1,j-1} Q_{j-1}^* \Omega_{k-1,j-1}^T. \quad (2.13)$$

Таким чином, вирази (2.8), (2.10) та (2.12) описують лінійну залежність статистичних характеристик нев'язок фільтра, побудованого для моделі вільної динамічної системи (2.6), від невідомих середніх значень і коваріаційних матриць шумів моделі вихідної динамічної системи (2.5). Явне представлення для матриці $P_{i,i}$ описується виразом (2.9) при $P_{0,0}^{-1} = 0$.

Якщо коваріаційна матриця шуму вимірювання R відома з точністю до константи, тобто $R^* = cR$, то явний вид залежності коваріації та кореляції нев'язок від невідомих параметрів істотно спрощується і описується співвідношеннями (2.11) та (2.13).

Розглянутий фільтр може бути модифікований таким чином, щоб забезпечити сталий режим його роботи при постійних параметрах системи і формування стаціонарної послідовності нев'язок, що володіє ергодичною властивістю. Покажемо, що існує такий постійний коефіцієнт посилення K , використання якого при побудові фільтра дозволяє забезпечити встановлення процесу фільтрації, починаючи з n -го кроку (n – розмірність вектора стану).

Оцінку вектору стану, побудовану для моделі (2.6) при $P_{0,0}^{-1} = 0$, можна записати у вигляді:

$$\hat{X}_{n,n}^{(n)} = P_{n,n} \sum_{j=1}^n (F^{j-n})^T H^T R^{-1} z_j. \quad (2.14)$$

Індекс n вгорі показує, що оцінка отримана за вибіркою розмірності n , $P_{n,n}$ – розрахункова коваріаційна матриця похибки оцінювання вектору $\hat{X}_{n,n}$, яка має вигляд:

$$P_{n,n}^{-1} = \sum_{j=1}^n (F^{j-n})^T H^T R^{-1} H (F^{j-n})^T. \quad (2.15)$$

Враховуючи, що $P_{n,n}^{-1}$ можна представити таким чином:

$$P_{n,n}^{-1} = \begin{bmatrix} H \\ HF^{-1} \\ \dots \\ HF^{1-n} \end{bmatrix}^T R^{-1} \begin{bmatrix} H \\ HF^{-1} \\ \dots \\ HF^{1-n} \end{bmatrix},$$

$$\sum_{j=1}^n (F^{j-n})^T H^T R^{-1} z_j = \begin{bmatrix} H \\ HF^{-1} \\ \dots \\ HF^{1-n} \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} z_n \\ x_{n-1} \\ \dots \\ z_1 \end{bmatrix},$$

та підставити ці вирази в (2.14), отримаємо:

$$\hat{X}_{n,n}^{(n)} = \begin{bmatrix} H \\ HF^{-1} \\ \dots \\ HF^{1-n} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} z_n \\ x_{n-1} \\ \dots \\ z_1 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

За припущення, що $\begin{bmatrix} H \\ HF^{-1} \\ \dots \\ HF^{1-n} \end{bmatrix}$ – квадратна матриця.

З умови спостережуваності системи (2.6) випливає обмеженість коваріаційної матриці $P_{n,n}$ похибок оцінки $\hat{X}_{n,n}^{(n)}$ [9].

Покажемо, що використання постійного коефіцієнта $K = P_{n,n} H^T R^{-1}$ на всіх наступних кроках роботи фільтра забезпечує сталий режим його роботи, якщо всі параметри системи постійні.

Дійсно, оцінка $(n + 1)$ -го стану в цьому випадку дорівнює

$$\hat{X}_{n+1,n+1} = F \hat{X}_{n,n}^{(n)} + K (z_{n+1} - HF \hat{X}_{n,n}^{(n)}),$$

або

$$\hat{X}_{n+1,n+1} = (I - P_{n,n} H^T R^{-1} H) F \hat{X}_{n,n} + P_{n,n} H^T R^{-1} z_{n+1}.$$

Помноживши справа обидві частини отриманого співвідношення на $P_{n,n}^{-1}$ та враховуючи вирази (2.14), (2.15), знаходимо

$$P_{n,n}^{-1} \hat{X}_{n+1,n+1} = ((F^{1-n})^T H^T R^{-1} H F^{1-n} + \dots + (F^{-1})^T H^T R^{-1} H F^{-1}) F P_{n,n} \cdot \\ \cdot (H^T R^{-1} z_n + (F^{-1})^T H^T R^{-1} z_{n-1} + \dots + (F^{1-n})^T H^T R^{-1} z_1 + H^T R^{-1} z_{n-1}). \quad (2.17)$$

З рівняння (2.16) маємо

$$\begin{bmatrix} z_n \\ x_{n-1} \\ \dots \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ HF^{-1} \\ \dots \\ HF^{1-n} \end{bmatrix} \hat{X}_{n,n}^{(n)},$$

або

$$z_n = H \hat{X}_{n,n}^{(n)} = H P_{n,n} (H^T R^{-1} z_n + (F^{-1})^T H^T R^{-1} z_{n-1} + \dots + (F^{1-n})^T H^T R^{-1} z_1), \\ z_{n-1} = H F^{-1} \hat{X}_{n,n}^{(n)} = \\ = H F^{-1} P_{n,n} (H^T R^{-1} z_n + (F^{-1})^T H^T R^{-1} z_{n-1} + \dots + (F^{1-n})^T H^T R^{-1} z_1), \\ \dots \\ z_1 = H F^{1-n} \hat{X}_{n,n}^{(n)} = \\ = H F^{1-n} P_{n,n} (H^T R^{-1} z_n + (F^{-1})^T H^T R^{-1} z_{n-1} + \dots + (F^{1-n})^T H^T R^{-1} z_1).$$

Прирівнюючи коефіцієнти при статистично незалежних вимірюваннях z_n, z_{n-1}, \dots, z_1 в обох частинах приведених рівностей, отримуємо

$$H F^{-i} P_{n,n} (F^{-j})^T H^T = \begin{cases} R, \text{ якщо } i = j = 0, 1, \dots, n-1, \\ 0, \text{ якщо } i \neq j = 0, 1, \dots, n-1. \end{cases} \quad (2.18)$$

Із співвідношення (2.17) та рівностей (2.18) випливає, що

$$\hat{X}_{n+1,n+1} = \hat{X}_{n+1,n+1}^{(n)} = P_{n,n} \sum_{j=1}^n (F^{j-n})^T H^T R^{-1} z_{j+1},$$

при використанні обраного значення коефіцієнту посилення фільтра. При $i > n$ оцінка вектору стану $\hat{X}_{i,i}^{(n)}$ будується по фіксованій вибірці вимірів $z_{i-n+1}, \dots, z_{i-1}, z_i$:

$$\hat{X}_{i,i}^{(n)} = F \hat{X}_{i-1,i-1}^{(n)} + K v_i^{(n)}. \quad (2.19)$$

Статистичні характеристики нев'язок такого фільтра $v_i^{(n)} = z_i - HF \hat{X}_{i-1,i-1}^{(n)}$ постійні. Крім того, часова кореляція нев'язок $v_i^{(n)}$ зменшується і на інтервалі $i > n$ рівна нулю.

Опишемо статистичні характеристики нев'язок цього фільтра. Аналогічно виразу (2.7) з урахуванням виразів (2.5) маємо:

$$v_i^{(n)} = \sum_{j=2}^{n+1} \Omega_{n,j-1} W_{i-n-2+j} - \sum_{j=1}^n S_{n,j} V_{i-n-1+j} + V_i,$$

або

$$v_i^{(n)} = \sum_{j=1}^n \Omega_{n,j} W_{i-n-1+j} - \sum_{j=1}^n S_{n,j} V_{i-n-1+j} + V_i. \quad (2.20)$$

Тоді середнє значення нев'язки

$$E[v_i^{(n)}] = \sum_{j=1}^n \Omega_{n,j} q_{i-n-1+j}^* - \sum_{j=1}^n S_{n,j} r_{i-n-1+j}^* + r_i^*. \quad (2.21)$$

Кореляційна матриця нев'язки відповідно до (2.10) має вигляд

$$\begin{aligned}
C_0 &= E \left[\left(v_i^{(n)} - E \left[v_i^{(n)} \right] \right) \left(v_i^{(n)} - E \left[v_i^{(n)} \right] \right)^T \right] = \\
&= \sum_{j=1}^n \Omega_{n,j} Q^* \Omega_{n,j}^T + \sum_{j=1}^n S_{n,j} R^* S_{n,j}^T + R^*.
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Якщо фактичне значення матриці R^* відоме з точністю до константи, тобто $R^* = cR$, то

$$\begin{aligned}
C_0 &= E \left[\left(v_i^{(n)} - E \left[v_i^{(n)} \right] \right) \left(v_i^{(n)} - E \left[v_i^{(n)} \right] \right)^T \right] = \\
&= \sum_{j=1}^n \Omega_{n,j} Q^* \Omega_{n,j}^T + c H F P_{n,n} F^T H^T + c R,
\end{aligned} \tag{2.23}$$

де $P_{n,n}$ визначається виразом (2.15)

Для побудови залежності, аналогічної виразам (2.12) та (2.13), визначимо нев'язку фільтра з пам'яттю $n + s$:

$$v_i^{(n+s)} = z_i - H \hat{X}_{i,i-1}^{(n+s)} = z_i - H F \hat{X}_{i-1,i-1}^{(n+s)}, \tag{2.24}$$

де

$$\hat{X}_{i,i}^{(n+s)} = F \hat{X}_{i-1,i-1}^{(n+s-1)} + K_s v_i^{(n+s-1)}, \quad K_s = P_{n+s,n+s} H^T R^{-1}.$$

Послідовність нев'язок $v_i^{(n+s)}$ може генеруватися паралельно з послідовністю $v_i^{(n)}$.

Аналогічно виразам (2.20) та (2.21) маємо:

$$v_i^{(n+s)} = \sum_{j=1}^{n+s} \Omega_{n+s,j} W_{i-n-s-1+j} - \sum_{j=1}^{n+s} S_{n+s,j} V_{i-n-s-1+j} + V_i, \tag{2.25}$$

$$E \left[v_i^{(n+s)} \right] = \sum_{j=1}^{n+s} \Omega_{n+s,j} q_{i-n-s-1+j}^* - \sum_{j=1}^{n+s} S_{n+s,j} r_{i-n-s-1+j}^* + r_i^*. \quad (2.26)$$

Розглянемо кореляцію нев'язок $v_i^{(n+i-k)}$, сформовану по даним вимірів $z_i, z_{i-1} \dots z_{k-n}$ ($i > k$) та $v_k^{(n)}$, визначену за вибіркою $z_k, z_{k-1} \dots z_{k-n}$. З урахуванням виразів (2.20), (2.21), (2.25) та (2.26) отримуємо

$$\begin{aligned} C_{i-k} &= E \left[\left(v_i^{(n+i-k)} - E \left[v_i^{(n+i-k)} \right] \right) \left(v_k^{(n)} - E \left[v_k^{(n)} \right] \right)^T \right] = \\ &= \sum_{j=1}^n \Omega_{n+i-k,j} Q^* \Omega_{n,j}^T + \sum_{j=1}^n S_{n+i-k,j} R^* S_{n,j}^T - S_{n+i-k,n+1} R^*. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Якщо $R^* = cR$, то аналогічно виразу (2.13) маємо:

$$C_{i-k} = \sum_{j=1}^n \Omega_{n+i-k,j} Q^* \Omega_{n,j}^T. \quad (2.28)$$

Співвідношення (2.21) – (2.23), (2.27) та (2.28) визначають явний вигляд залежності статистичних характеристик нев'язок фільтра від підлягаючих ідентифікації середніх значень q^* та r^* та коваріаційних матриць Q^* та R^* шумів моделі лінійної динамічної системи. Матриці $\Omega_{i,j}$ та $S_{i,j}$ розраховуються по формулі (2.8), де $P_{i,i} = \left(\sum_{j=1}^i (F^{i-j})^T H^T R^{-1} H F^{i-j} \right)^{-1}$. Послідовності нев'язок запропонованих фільтрів є стаціонарними та мають властивості ергодичності [9].

2.3 Адаптивний фільтр Калмана з оцінюванням параметрів моделі за методом максимальної правдоподібності

Нехай модель системи описана у просторі станів:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= F_k X_k + W_{k+1}, & W_k &\sim N(0, Q_k), \\ Z_k &= H_k X_k + V_k, & V_k &\sim N(0, R_k). \end{aligned}$$

X_k – вектор стану, $k = 1, 2, \dots, N$.

Z_k – спостережувана змінна, $k = 1, 2, \dots, N$.

$X_0 \sim N(X_0, P_0)$.

$\theta = [X_0, P_0, F, H, Q, R]$ – невідомі. Необхідно визначити θ .

Рівняння прогнозування на один крок:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1|k} &= F_k \hat{X}_{k|k}, \\ P_{k+1|k} &= F_k P_{k|k} F_k^T + Q_{k+1}. \end{aligned}$$

Рівняння інновацій:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{k+1} &= Z_{k+1} - H_{k+1} \hat{X}_{k+1|k}, \\ S_{k+1|k} &= H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1}. \end{aligned}$$

Оптимальний коефіцієнт підсилення Калмана:

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} H_{k+1}^T S_{k+1|k}^{-1}$$

Рівняння коригування вектора стану системи:

$$\begin{aligned}\hat{X}_{k+1|k+1} &= \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1} \tilde{Y}_{k+1}. \\ P_{k+1|k+1} &= (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1|k}.\end{aligned}$$

Згладжування за допомогою фільтра Калмана:

$$\begin{aligned}L_k &= P_{k|k} F_k^T P_{k+1|k}^{-1}. \\ \hat{X}_{k|N} &= \hat{x}_{k|k} + L_k (\hat{X}_{k+1|N} - \hat{X}_{k+1|k}). \\ P_{k|N} &= P_{k|k} + L_k (P_{k+1|N} - P_{k+1|k}) L_k^T.\end{aligned}$$

Знаючи оцінку вектора параметрів θ на попередньому кроці:

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_k(\theta) &= Z_{k+1} - H \hat{X}_{k|k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \\ S_{k|k-1}(\theta) &= H P_{k|k-1} H^T + R.\end{aligned}$$

Далі будується функція правдоподібності для інновацій:

$$L(\theta) = \prod_{k=1}^N \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} |S_{k|k-1}(\theta)|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \tilde{Y}_k(\theta)^T S_{k|k-1}^{-1} \tilde{Y}_k(\theta)\right).$$

Максимізуючи даний вираз отримуємо нову оцінку $\hat{\theta}$ [10].

Алгоритм оцінювання:

1. $\theta^{(0)}, i = 0$

2. За допомогою фільтра Калмана обчислюються $\tilde{Y}_k(\theta^{(i)})$ та $S_{k|k-1}(\theta^{(i)})$

для $k = 1, 2, \dots, N$. Обчислюється функція правдоподібності.

3. Отримана функція максимізується по вектору параметрів (θ) .

4. Отримуємо новий вектор параметрів $\theta^{(i+1)}, i = i + 1$.

5. Маючи новий вектор параметрів, кроки 2-4 повторюються до збіжності.

$$\begin{aligned}
 X_0 &= \hat{X}_{0|N}. \\
 H &= \sum_{k=0}^N Z_k \hat{X}_{k|N}^T \left(\sum_{k=0}^N (P_{k|N} + \hat{X}_{k|N} \hat{X}_{k|N}^T) \right)^{-1}. \\
 F &= \left(\sum_{k=1}^N (P_{k|N} + \hat{X}_{k|N} \hat{X}_{k-1|N}^T) \right) \left(\sum_{k=1}^N (P_{k-1|N} + \hat{X}_{k-1|N} \hat{X}_{k-1|N}^T) \right)^{-1}. \\
 P_0 &= P_{0|N}. \\
 R &= \frac{1}{N+1} \left(\sum_{k=0}^N Z_k Z_k^T - \sum_{k=0}^N Z_k \hat{X}_{k|N}^T \left(\sum_{k=0}^N (P_{k|N} + \hat{X}_{k|N} \hat{X}_{k|N}^T) \right)^{-1} \hat{X}_{k|N} Z_k^T \right). \\
 Q &= \frac{1}{N} \left(\sum_{k=0}^N (P_{k|N} + \hat{X}_{k|N} \hat{X}_{k|N}^T) - \sum_{k=1}^N (P_{k-1|N} + \hat{X}_{k-1|N} \hat{X}_{k-1|N}^T) \cdot \right. \\
 &\quad \left. \cdot \left(\sum_{k=0}^N (P_{k-1|N} + \hat{X}_{k-1|N} \hat{X}_{k-1|N}^T) \right)^{-1} \sum_{k=1}^N (P_{k|N} + \hat{X}_{k|N} \hat{X}_{k-1|N}^T) \right).
 \end{aligned}$$

2.4 Гранулярний фільтр

Метод гранулярного (particle) фільтра – це метод застосування модифікованого методу Монте-Карло для розв'язання задачі оцінювання стану. Гранулярний фільтр також відомий як бутстреп (bootstrap) фільтр, алгоритм конденсації, наближення взаємодіючих частинок та виживання найбільш придатних [11]. Ключовою ідеєю є представлення необхідної функції апостеріорної щільності набором випадкових зразків (частинок) з відповідними вагами та обчислення оцінок на основі цих частинок і вагових коефіцієнтів. Коли кількість частинок стає дуже великою, ця характеристика методу Монте-Карло стає еквівалентним

представленням функції апіорної імовірності, і розв'язання підходить до оптимальної байєсової оцінки.

Гранулярний фільтр – послідовний метод Монте-Карло – рекурсивний алгоритм для чисельного розв'язання задач оцінювання (фільтрації, згладжування), особливо для нелінійних та негаусівських випадків.

В порівнянні зі звичайно застосовними для подібних завдань методами – розширеними фільтрами Калмана (РКФ, ЕКФ) – гранулярні фільтри не залежать від методів лінеаризації або апроксимації. Звичайний РКФ погано справляється з суттєво нелінійними моделями, а також у випадку шумів системи і вимірів, що сильно відрізняються від гаусівських. Потрібно відзначити, що в свою чергу гранулярні фільтри більш вимогливі до обчислювальних ресурсів.

Гранулярний фільтр призначений для оцінювання послідовності прихованих змінних x_n для $n = 1, 2, \dots$ на основі спостережень y_n при $n = 1, 2, \dots$. Будемо вважати, що розглядається динамічна система, і x_n та y_n – дійсні вектори стану і вимірювань відповідно.

Стохастичне рівняння стану системи має вигляд:

$$x_k = f_k(x_{k-1}, v_k),$$

де f_k – функція зміни стану системи, v_k – випадкова величина, збуджуючий вплив (збурення).

Рівняння вимірів:

$$y_k = h_k(x_k, w_k),$$

де h_k – функція вимірювання, w_k – випадкова величина, шум вимірювань.

Функції f_k та h_k в загальному випадку нелінійні, а статистичні характеристики шуму системи (v_k) та вимірювань (w_k) вважаються відомими.

Завданням фільтрації є отримання оцінки \hat{x}_k на основі відомих до моменту k результатів вимірювань $y_{1:k}$.

Розглянемо дискретний марковський процес $\{X_n\}_{n \geq 1}$ з такими розподілами ймовірностей:

$$X_1 \sim \mu(x_1) \text{ та} \\ X_n | (X_{n-1} = x_{n-1}) \sim f(x_n | x_{n-1}), \quad (2.29)$$

де $\mu(x)$ – щільність ймовірності, $f(x_n | x_{n-1})$ – умовна щільність ймовірності.

Нотація $X|Y \sim f(\dots)$ означає, що X за умови Y розподілено як $f(\dots)$.

Реалізації процесу $\{X_n\}$ (приховані змінні x_n) спостерігаються за допомогою іншого випадкового процесу $\{Y_n\}_{n \geq 1}$ – процесу вимірювань – з маргінальними щільностями:

$$Y_n | (X_n = x_n) \sim h(y_n | x_n), \quad (2.30)$$

де $h(y_n | x_n)$ – умовна щільність ймовірності, виміри вважаються статистично незалежними.

Визначена таким чином модель системи і вимірювань відома як прихована марковська модель.

Рівняння (2.29) визначає апіорний розподіл для процесу $\{X_n\}$:

$$p(x_{1:n}) = \mu(x_1) \prod_{k=2}^n f(x_k | x_{k-1}).$$

Аналогічно (2.30) задає функцію правдоподібності:

$$p(x_{1:n}) = \prod_{k=1}^n h(y_k | x_k).$$

Нотація $x_{k:l}$ для $k \leq l$ позначає (x_k, \dots, x_l) .

Таким чином, байєсове виведення для $\{X_{1:n}\}$ при відомих реалізаціях вимірювань $\{Y_{1:n}\}$, позначених відповідно як $\{x_{1:n}\}$ та $\{y_{1:n}\}$, буде спиратися на апостеріорний розподіл

$$p(x_{1:n}|y_{1:n}) = \frac{p(x_{1:n})p(y_{1:n}|x_{1:n})}{p(y_{1:n})},$$

де $p(y_{1:n}) = \int p(x_{1:n})p(y_{1:n}|x_{1:n})dx_{1:n}$.

Метод Монте-Карло дозволяє оцінювати властивості досить складних розподілів ймовірностей, наприклад, шляхом обчислення середніх і дисперсії у вигляді інтегралу:

$$\bar{\theta} = \int \theta(x)p(x)dx,$$

де $\theta(x)$ – функція для оцінювання. Наприклад, для середнього можна покласти: $\theta(x) = x$.

У разі неможливості аналітичного розв'язання, завдання може бути розв'язане чисельно генеруванням випадкових вибірок з щільністю $p(x)$, позначимо їх як $x^{(i)}_{1 \leq i \leq N}$, і отриманням середнього арифметичного по точках вибірки:

$$\bar{\theta} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta(x^{(i)}).$$

У більш загальному випадку, коли вибірка з p ускладнена, застосовується інший розподіл q , а для збереження незміщеності оцінки вводяться вагові коефіцієнти w_i на основі відношення $r(x^{(i)}) = p(x^{(i)})/q(x^{(i)})$:

$$w_i = \frac{r(x^{(i)})}{\sum_{j=1}^N r(x^{(j)})},$$

після чого обраховується зважене середнє:

$$\bar{\theta} = \int \theta(x)r(x)q(x)dx \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i \theta(x^i).$$

Хоча допоміжний розподіл використовується в основному для спрощення вибірки з основного розподілу p , часто застосовується процедура вибірки і повторної вибірки за значимістю. Ця процедура складається з двох етапів: власне вибірки за значимістю з обчисленням ваг w_i , і додаткової вибірки точок, які враховують ці ваги.

Повторна вибірка особливо необхідна для послідовних фільтрів.

Методи гранулярної фільтрації і згладжування є найбільш відомими прикладами алгоритмів послідовного методу Монте-Карло (на основі яких будуються алгоритми байєсівського програмування). До такої міри, що в літературі часто не роблять між ними відмінності. Проте послідовний метод Монте-Карло включає в себе більш широкий клас алгоритмів, які можна застосувати для опису більш складних приблизних методів фільтрації і згладжування.

Послідовні методи Монте-Карло є класом методів Монте-Карло, які виробляють послідовну вибірку з послідовності цільових щільності ймовірностей $\{f_n(x_{1:n})\}$ розмірності що збільшується, де кожне $f_n(x_{1:n})$ визначено на декартовій ступені X^n .

Якщо записати щільність як:

$$f_n(x_{1:n}) = \frac{\phi_n(x_{1:n})}{Z_n},$$

де $\phi_n: X^n \rightarrow \mathbb{R}^+$ відомо поточно, а

$Z_n = \int \phi_n(x_{1:n})dx_{1:n}$ – нормалізуюча, можливо невідома, константа, то алгоритм послідовного методу Монте-Карло буде знаходити наближення $f_k(x_{1:k})$ та оцінки Z_k для $k = 1, 2, \dots$

Наприклад, для випадку фільтрації можна покласти:

$$\phi_n(x_{1:n}) = p(x_{1:n})p(y_{1:n}|x_{1:n}) \text{ та}$$

$$Z_n = p(y_{1:n}),$$

з чого будемо мати:

$$f_n(x_{1:n}) = \frac{p(x_{1:n})p(y_{1:n}|x_{1:n})}{p(y_{1:n})} = p(x_{1:n}|y_{1:n}).$$

Схему предиктор-коректор можна представити у вигляді:

$$p(x_{1:n}|y_{1:n-1}) = p(x_{1:n-1}|y_{1:n-1})f(x_n|x_{n-1}) - \text{предиктор,}$$

$$p(x_{1:n}|y_{1:n}) = \frac{h(y_n|x_n)p(x_{1:n}|y_{1:n-1})}{p(y_n|y_{1:n-1})} - \text{коректор.}$$

Множник $p(y_n|y_{1:n-1})^{-1}$ – нормуюча константа, яка не вимагається для звичайного алгоритму послідовного методу Монте-Карло.

Точність гранулярного фільтра залежить від кількості частинок N – більша кількість частинок, точніша апостеріорна щільність.

Покажемо алгоритм роботи гранулярного фільтра:

1. *Ініціалізація.* Генеруються частинки з початкової функції щільності ймовірності $x^{i,(0)} \sim p(x^{(0)})$, встановлюється номер часового кроку $k = 1$.

2. *Прогнозування.* Обраховуються N нових частинок з моделі переходу $x^{i,(k)} \sim p(x^{(k)}|x^{i,(k-1)})$.

3. *Оновлення.* Обчислюються ваги частинок на основі моделі вимірювання $w^{i,(k)} = w^{i,(k-1)}p(y^{(k)}|x^{i,(k)})$.

4. *Нормалізація.* Ваги частинок нормалізуються – їх сума має дорівнювати 1.

5. *Повторна вибірка.* Обраховуються N нових частинок на основі апостеріорної функції щільності ймовірності, отриманої на кроках 2-4.

6. *Кінець ітерації.* Обраховується оцінюване значення вектору стану $\hat{x}^{(k)}$, збільшується часовий крок $k = k + 1$, перехід на крок 2.

Приведений алгоритм не є загальною формою алгоритму, оскільки на кроці 2 можна генерувати частинки з будь-якої функції щільності ймовірності, однак у цьому випадку вираз обчислення ваг на етапі 3 буде більш складним. Як бачимо, це один з багатьох можливих алгоритмів гранулярного фільтра, але одночасно він є одним із самих простих для реалізації. Є багато інших алгоритмів гранулярного фільтра (ГФ), які можна знайти в літературі.

Загальна проблема гранулярного фільтра – це явище виродження, коли після декількох кроків, всі, крім однієї частинки, будуть мати незначні ваги [11]. Це виродження означає, що багато обчислювальної потужності присвячено оновленню частинок, внесок яких в наближення функції апостеріорної щільності майже дорівнює нулю. Цю проблему можна подолати, наприклад, шляхом збільшення кількості частинок. Крім того, рекомендується використовувати метод повторної вибірки, щоб уникнути виродження частинок.

Повторна вибірка передбачає відображення випадкової величини $\{x_k^{(i)}, w_k^{(i)}\}$ у випадкову величину $\{x_k^{(i)*}, N^{-1}\}$ з рівномірними вагами. Це можна виконувати, якщо кількість ефективних частинок з великими вагами падає нижче певного порогового числа. Як альтернатива, повторна вибірка також може бути застосована несистемно на кожному моменті t_k .

Розглянемо кілька методів повторної вибірки.

Мультиномальна повторна вибірка

Мультиномальна повторна вибірка, також відома як проста випадкова повторна вибірка, була запропонована разом з першим гранулярним фільтром у [12]. Вона складається з генерації N чисел з рівномірного розподілу

$$u^i \sim U[0,1) \quad i = 1, \dots, N$$

та вибору частинки x^j для копіювання, такої що

$$u^i \in \left(\sum_{p=1}^{j-1} w^p, \sum_{p=1}^j w^p \right). \quad (2.31)$$

Можна розрізняти дві реалізації:

- сортування за зростанням згенерованих чисел u для отримання впорядкованого набору u_0 , а потім порівнювати з послідовними діапазонами ваги,
- створення додаткового набору чисел $Q = [Q_1, \dots, Q_N]$ на основі виразу

$$Q_j = \sum_{p=1}^j w^p = Q_{j-1} + w^j,$$

а потім, використовуючи бінарний пошук, вибрати для копіювання частинки x_j такої, що $u^i \in [Q_{j-1}, Q_j)$.

Стратифікована повторна вибірка

У цьому алгоритмі передбачається, що виконується поділ на страти (шари). У кожному шарі повторна вибірка може виконуватися одночасно. Однак і в цьому випадку з'явилися варіації методу.

Підхід, який можна легко застосувати передбачає, що діапазон $[0,1)$ підрозділяється на N рівних частин, і генерування відбувається у кожному такому шарі.

$$u^i \sim \left[\frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} \right).$$

Частинки x^j вибираються для реплікації таким чином, щоб виконувався вираз (2.31).

Інший метод полягає в розщепленні частинок на n_s -страти – у j -й страті є N_j частинок з загальною вагою W_j . Це більш загальний підхід, проте слід зазначити, що якщо умова

$$\frac{W_i}{N_i} = \frac{W_j}{N_j}$$

не задовольняється для будь-яких i і j , ваги частинок після повторної вибірки відрізняються. Це означає, що на кроці 3 приведенного алгоритму слід враховувати ваги з попереднього часового кроку.

Цей метод слід вибирати, коли можна здійснити паралельне обчислення. Розподіл на шари може бути виконаний відповідно до кількості частинок (однак у першому шарі можуть опинитися частинки тільки з нульовими або майже нульовими вагами) або відповідно до ваг шарів W_j .

Систематична повторна вибірка

Метод систематичного формування повторної вибірки був запропонований Карпентером у 1999 році і названий ним "стратифікованою" вибіркою [13]. Але все ж було прийнято назву «систематична».

Її принцип роботи дуже схожий на стратифіковану повторну вибірку, описану вище. Різниця полягає в тому, що на всьому кроці повторної вибірки випадкове число генерується лише один раз:

$$u_s \sim U\left[0, \frac{1}{N}\right),$$

$$u^i = \frac{i-1}{N} + u_s.$$

Частинки x^j вибираються для реплікації таким чином, щоб виконувався вираз (2.31).

Залишкова повторна вибірка

Тут передбачається, що для частинок з великою вагою нові частинки можуть бути призначені без генерування.

Алгоритм ділиться на дві основні частини. У першій частині виділяються частинки з масою більше $\frac{1}{N}$, і вони переносяться для копіювання без генерації. Для цих частинок їх вхідні ваги зменшуються кратними $\frac{1}{N}$. У другій частині виконується нормалізація вагів та проста повторна вибірка – одна з описаних вище. Це призводить до того, що кількість варіантів повторної вибірки може бути такою ж великою, як і всі інші способи повторної вибірки.

Висновки до розділу

Процес попередньої обробки даних є дуже важливим етапом аналізу даних. Як правило, застосування методів, описаних в цьому розділі, допомагає суттєво покращити результати досліджень. Іноколи без застосування методів попередньої обробки неможливо застосовувати подальшу обробку даних, оскільки це призводить до результатів низької якості, наприклад, оцінки прогнозів характеризуються великими похибками.

Розглянуто оптимальний фільтр Калмана та виявлено одну з його проблем: необхідність знати початкові умови і вектор параметрів $\theta = [X_0, P_0, F, H, Q, R]$, який може мати високу розмірність. Запропоновано два підходи до адаптації фільтра Калмана.

В першому підході передбачається, що матриці F та H – відомі. В процесі адаптації ідентифікуються невідомі параметри X_0, P_0 , а також параметри розподілу шумів системи та вимірів $E[W_i] = q_i^*$, $E[(W_i - q_i^*)(W_k - q_k^*)^T] = Q_i^* \delta(i - k)$, $E[V_i] = r_i^*$, $E[(V_i - r_i^*)(V_k - r_k^*)^T] = R_i^* \delta(i - k)$.

В другому підході запропоновано визначати вектор параметрів θ за допомогою методу максимальної правдоподібності, тобто оцінки визначаються за оптимальною процедурою.

Також розглянуто гранулярний фільтр, алгоритм його реалізації та шляхи підходу до повторного генерування вибірки, яке необхідне для вирішення проблеми виродженості вибірки. У подальшому будуть використані всі розглянуті методи, описані у даному розділі.

Розділ 3

ПОБУДОВА МОДЕЛЕЙ ТА ОЦІНЮВАННЯ ПРОГНОЗІВ ПРОЦЕСІВ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ

В даному розділі розглядається застосування описаних вище методів для задачі прогнозування сонячної активності. Також буде проведено порівняльний аналіз отриманих результатів.

3.1 Застосування оптимального адаптивного фільтра Калмана

Спостереження сонячної активності виконується в умовах похибок, неповної та фрагментарної інформації. Як правило, динаміка стану сонячної активності не є достатньо визначеною. Якщо невизначені параметри, з якими доводиться мати справу на практиці, можна представити через детерміновані і випадкові величини у вигляді лінійної моделі, то така ситуація відповідає можливості застосування фільтра Калмана, що забезпечує незміщену оцінку стану системи з мінімальною дисперсією похибки цієї оцінки.

Однак процедура калмановської фільтрації повинна бути побудована на основі апріорних даних або припущень щодо статистик моделей, що розглядаються.

Статистична невизначеність значною мірою характерна для процесів моделювання сонячної активності, оскільки ці процеси схильні до впливу безлічі непередбачуваних випадкових факторів, що накладаються на основні тенденції, спотворюючи, послаблюючи або посилюючи їх. Тому природно припущення стосовно випадкового характеру процесів сонячної активності, що зберігають, однак, постійну тенденцію в еволюції їх зміни. Неточності в завданні моделі сонячної активності тут передбачаються зумовленими швидше неповнотою інформації про випадкові, ніж детерміновані складові моделі.

При оптимізації стану сонячної активності важливе значення має максимально можливе використання апріорної інформації про її початковий стан. Як правило, на практиці фактичне значення коваріаційної матриці похибки оцінки початкового стану $P_{0|0}^*$ точно невідоме. Тому в ряді випадків для того щоб забезпечити монотонність похибок оцінювання в перехідному режимі роботи фільтра, вибирають початкову коваріацію у вигляді діагональної матриці з дуже великими, практично нескінченними елементами.

При моделюванні еволюції сонячної активності природно припущення про наявність тенденції її зміни. Однак внаслідок впливу безлічі непередбачуваних випадкових факторів, що накладаються на основні тенденції, вони можуть бути спотворені.

Невизначений характер спотворення основних тенденцій, їх ослаблення або посилення може бути враховано в моделі введенням вектора шуму стану, середнє значення і коваріаційна матриця якого апріорно невідомі і підлягають оцінюванню.

На процеси сонячної активності впливають одночасно різні фактори. Одні з них з тих чи інших причин впливають на зміну процесу в середньому, інші не змінюють основну тенденцію. Тому модель повинна забезпечувати відображення тенденції і одночасно фільтрацію випадкових відхилень. Така ситуація може бути врахована в моделі введенням шуму вимірювань, статистичні характеристики якого можуть бути точно невідомі. Якщо в просторі станів описується часовий ряд сонячної активності, то вказані допущення відповідають апріорній невизначеності інформації про статистику часового ряду.

Припустимо, що часовий ряд z_i можна представити у вигляді двох компонент

$$z_i = X_i + V_i, \quad (3.1)$$

де величина V_i генерується випадковим некорельованим процесом з нульовим математичним сподіванням та скінченною дисперсією, а величина X_i , яка називається рівнем ряду, може бути генерована або детермінованою функцією, або випадковим процесом, або їх комбінацією. Величини X_i та V_i відрізняються

характером впливу на значення наступних членів ряду. Змінна V_i не впливає на закон еволюції рівня ряду, тобто на його тренд, в той час як величина X_i визначає значення декількох або всіх наступних членів ряду та містить інформацію, необхідну для отримання прогнозу.

Співвідношення (3.1) може бути розглянуто як рівняння вимірювання рівня ряду, а закон еволюції рівня описаний моделлю стану.

Ефективність адаптивних методів прогнозування часового ряду визначається їх гнучкістю, простотою реалізації, а також здатністю до навчання моделі, які полягають у виборі найкращого параметра адаптації на основі проб по ретроспективній вибірці. Структура динамічного процесу, що описується в термінах простору станів з невідомими середніми значеннями і дисперсіями шумів стану і вимірювання є досить гнучкою. Запропонований адаптивний фільтр, заснований на ідентифікації невідомих статистичних характеристик шумів, простий і економічний у реалізації, має високу швидкість збіжності, легко може бути модифікований на випадок змінюваних в часі параметрів, якщо нев'язки пропонованого фільтра розглядати як вимірювання середніх значень шумів, а добуток нев'язок як вимірювання дисперсії.

Представимо модель часового ряду в термінах простору станів

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= X_i + W_i, \\ z_i &= X_i + V_i, \end{aligned}$$

де X_i – значення рівня часового ряду z_i в момент i , W_i – приріст рівня від моменту i до моменту $i + 1$, часова некорельована послідовність з невідомим середнім значенням $E[W_i] = q^*$ та дисперсією $E[(W_i - q^*)^2] = (\sigma_w^*)^2$, V_i – випадкова послідовність з нульовим середнім значенням та невідомою дисперсією $(\sigma^*)^2$. Послідовність нев'язок фільтра описується виразами (2.19) при $n = 1$ та має вигляд

$$v_i^{(1)} = z_i - z_{i-1}. \quad (3.2)$$

Ґрунтуючись на виразі (2.20) рівняння вимірів середнього значення q^* запишемо у вигляді

$$v_i^{(1)} = \check{H}_q + \check{V}_i, \quad i > 1,$$

де $\check{H} = 1$, а $\check{V}_i = V_i - V_{i-1} + (W_{i-1} - q^*)$.

Оцінка середнього значення q^* в допущенні про його постійність розраховується за формулою

$$\begin{aligned} \hat{q}^{(i)} &= \hat{q}^{(i-1)} + \frac{1}{i-1} \left(v_i^{(1)} - \hat{q}^{(i-1)} \right), \quad i = 2, 3, \dots \\ \hat{q}^{(1)} &= 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Нев'язки фільтра за трьома спостереженнями у відповідності до виразу (2.24) мають вигляд

$$v_i^{(2)} = z_i - \frac{1}{2}z_{i-1} - \frac{1}{2}z_{i-2}. \quad (3.4)$$

Середнє значення нев'язок $E [v_i^{(1)}] = q^*$ та $E [v_i^{(2)}] = \frac{3}{2}q^*$.

На основі виразу (2.28)

$$E \left[\left(v_i^{(2)} - \frac{3}{2}q^* \right) \left(v_{i-1}^{(1)} - q^* \right) \right] = \frac{1}{2}(\sigma_W^*)^2.$$

Таким чином, послідовність вимірів дисперсії $(\sigma_W^*)^2$ визначається наступним чином:

$$\tilde{\sigma}_{W_i}^2 = 2 \left(v_i^{(2)} - \frac{3}{2}\hat{q}^{(i)} \right) \left(v_{i-1}^{(1)} - \hat{q}^{(i)} \right), \quad (3.5)$$

а оцінка постійної дисперсії $(\sigma_W^*)^2$ може бути розрахована по формулі

$$\begin{aligned} (\hat{\sigma}_W^{(i)})^2 &= (\hat{\sigma}_W^{(i-1)})^2 + \frac{1}{i-2} \left(\tilde{\sigma}_{W_i}^2 - (\hat{\sigma}_W^{(i-1)})^2 \right), i = 3, 4, \dots \\ (\hat{\sigma}_W^{(2)})^2 &= 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

У відповідності до виразу (2.23)

$$E \left[\left(v_i^{(1)} - q^* \right)^2 \right] = 2(\sigma^*)^2 + (\sigma_W^*)^2.$$

Тому послідовність

$$\tilde{\sigma}_i^2 = \frac{1}{2} \left[\left(v_i^{(1)} - \hat{q}^{(i)} \right)^2 - \left(\hat{\sigma}_W^{(i)} \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

може розглядатись як послідовність вимірів дисперсії $(\sigma^*)^2$, оцінка якої при прийнятому припущенні про її постійність розраховується по рекурентній формулі:

$$\begin{aligned} (\hat{\sigma}^{(i)})^2 &= (\hat{\sigma}^{(i-1)})^2 + \frac{1}{i-2} \left(\tilde{\sigma}_i^2 - (\hat{\sigma}^{(i-1)})^2 \right), i = 3, 4, \dots \\ (\hat{\sigma}^{(2)})^2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Прогнозоване значення рівня ряду на один крок $\hat{X}_{i+1,i}$ розраховується у відповідності з алгоритмом калманівського фільтру за формулами:

$$\hat{X}_{i+1,i} = \hat{X}_{i,i} + \hat{q}^{(i)}, i = 3, 4, \dots \quad (3.9)$$

де $\hat{X}_{i,i} = \hat{X}_{i,i-1} + \hat{K}_i(z_i - \hat{X}_{i,i-1})$, $\hat{X}_{2,2} = z_2$.

Коефіцієнт підсилення фільтра розраховується за формулою

$$\hat{K}_i = \frac{\hat{p}_{i,i-1}}{\hat{p}_{i,i-1} + (\hat{\sigma}^{(i)})^2},$$

$$\text{де } \hat{p}_{i,i-1} = \hat{p}_{i-1,i-1} + (\hat{\sigma}_W^{(i)})^2;$$

$$\hat{p}_{i,i} = (1 - \hat{K}_i)\hat{p}_{i,i-1};$$

$$\hat{p}_{2,2} = (\hat{\sigma}^{(3)})^2.$$

Приклад даних, що використовуються для аналізу, подано у таблиці 3.1. Як бачимо, для кожного дня маємо по три виміри. Будемо аналізувати середнє значення для кожного дня. Графічно цей ряд подано на рис. 3.1.

Таблиця 3.1 – Приклад даних

Date	Time	Observed Flux
01.01.2017	18:00:00	72,8
01.01.2017	20:00:00	72,5
01.01.2017	22:00:00	72,7
02.01.2017	18:00:00	72,4
02.01.2017	20:00:00	73,0
02.01.2017	22:00:00	72,5

В таблицях 3.2 – 3.13 подано характеристики прогнозів для побудованих моделей.

На рис. 3.2 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за припущення, що зміщення рівня ряду q^* присутнє. Для цього прогнозу $MAPE = 2,5942\%$ та $R^2 = 0,7215$.

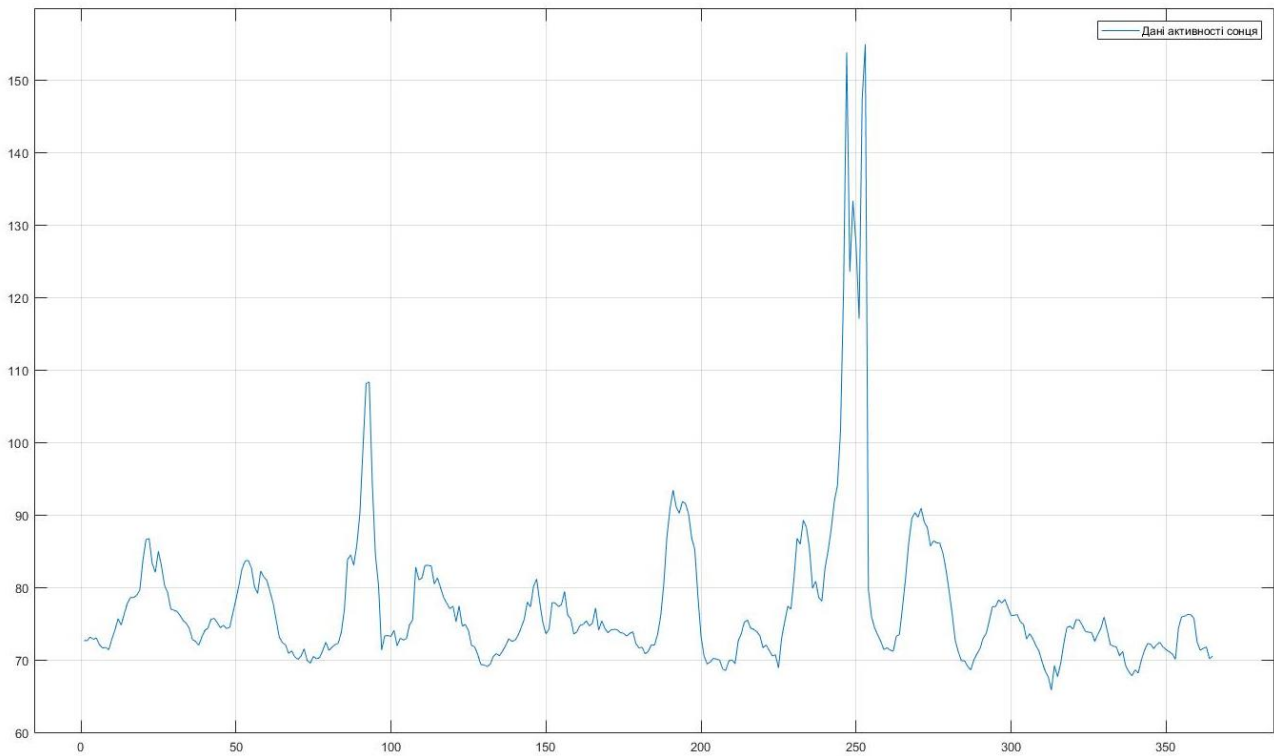


Рисунок 3.1 – Дані сонячної активності за 2017 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

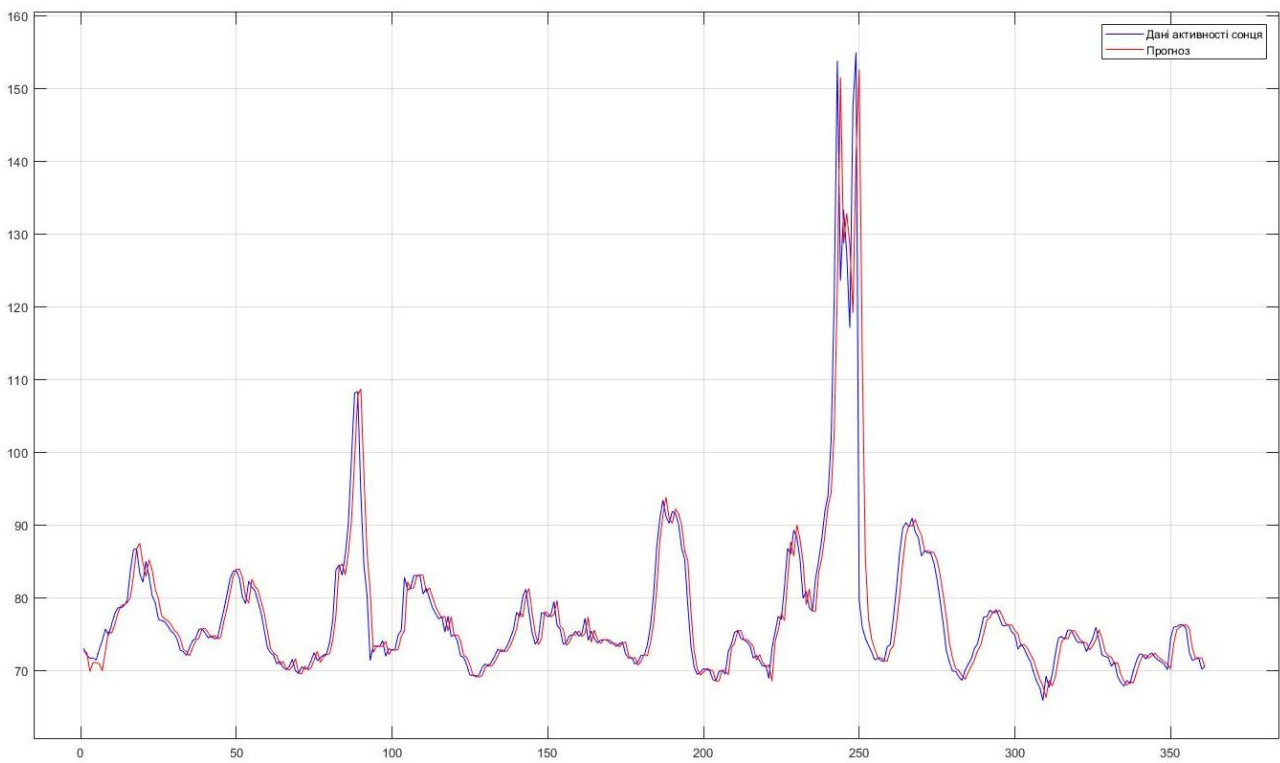


Рисунок 3.2 – Короткостроковий прогноз сонячної активності при $q^* \neq 0$: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.3 графічно подано згладжені за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$ дані сонячної активності за 2017 рік.

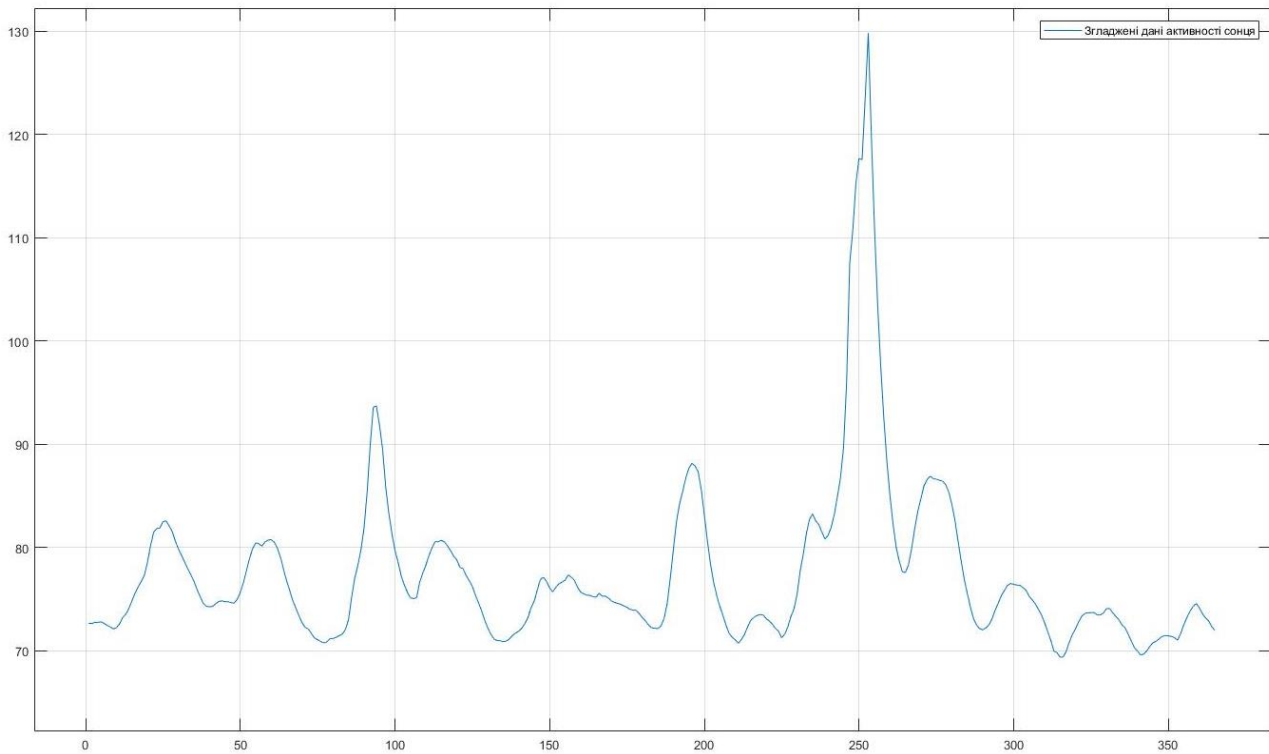


Рисунок 3.3 – Згладжені за допомогою експоненційного згладжування дані сонячної активності за 2017 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.4 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за припущення, що зміщення рівня ряду q^* присутнє. Для цього прогнозу статистичні характеристики якості такі: $MAPE = 0,9870$ та $R^2 = 0,9645$.

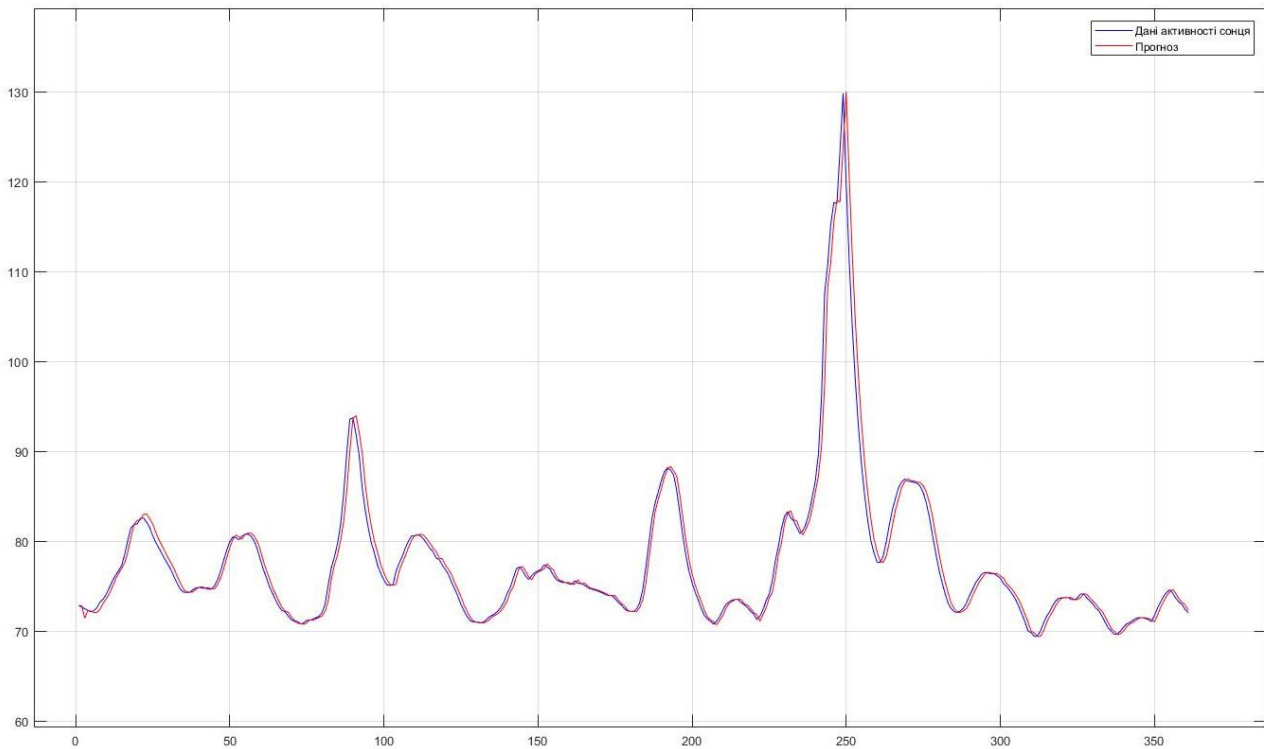


Рисунок 3.4 – Короткостроковий прогноз сонячної активності при $q^* \neq 0$ для згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.5 графічно подано згладжені за допомогою згладжувача Калмана дані сонячної активності за 2017 рік. Параметри фільтра Калмана ідентифікувалися за допомогою методу максимальної правдоподібності, навчання проводилось на всій вибірці.

На рис. 3.6 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за припущення, що зміщення рівня ряду q^* присутнє. Для цього прогнозу $MAPE = 1,9175$ та $R^2 = 0,8499$.

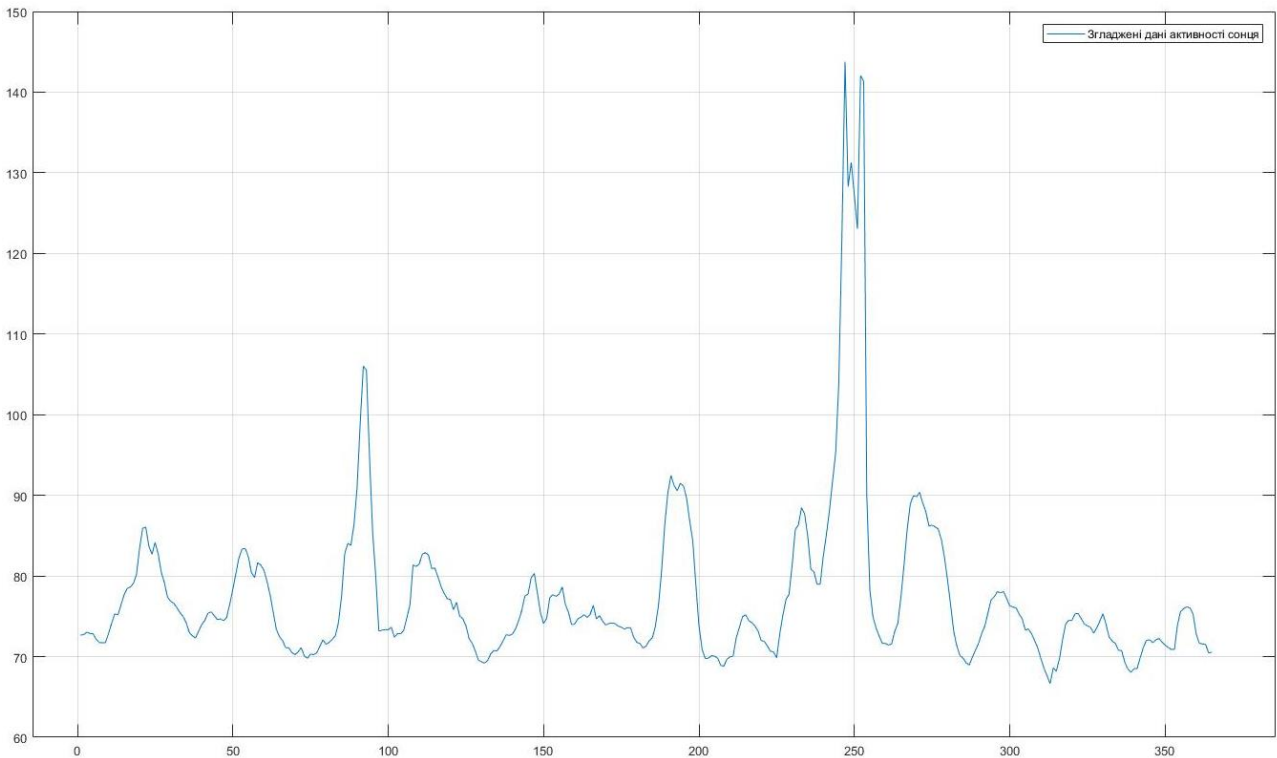


Рисунок 3.5 – Згладжені за допомогою згладжувача Калмана дані сонячної активності за 2017 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

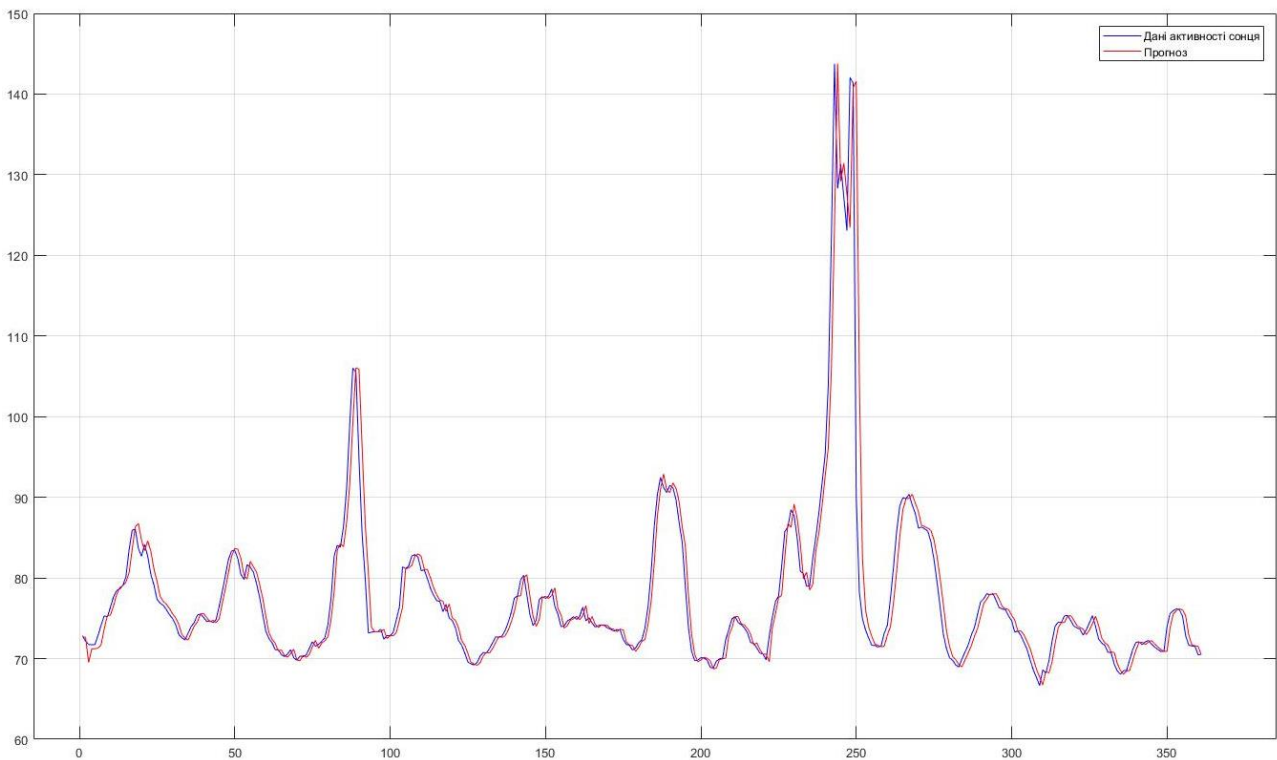


Рисунок 3.6 – Короткостроковий прогноз сонячної активності при $q^* \neq 0$ для згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Тепер спробуємо припустити, що зміщення рівня ряду q^* відсутнє, і тому оцінка середнього значення $\hat{q}^{(i)}$ передбачається рівною нулю. Прогнозування рівня ряду виконується у відповідності до формул (3.5) – (3.9) при $i \geq 3$ та $q^{(i)} = 0$.

На рис. 3.7 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за припущення, що зміщення рівня ряду q^* відсутнє. Для цього прогнозу $MAPE = 2,5447$ та $R^2 = 0,7261$.

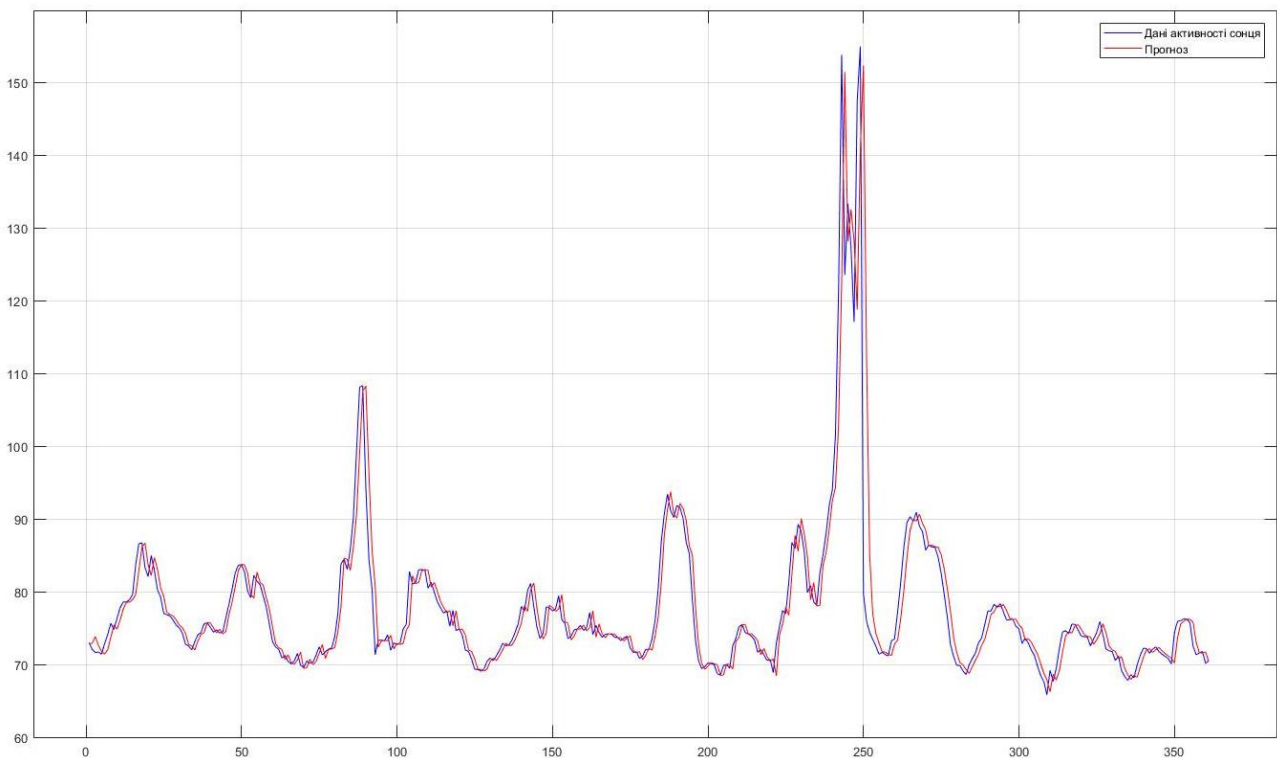


Рисунок 3.7 – Короткостроковий прогноз сонячної активності при $q^* = 0$: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.8 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за припущення, що зміщення рівня ряду q^* відсутнє. Для цього прогнозу $MAPE = 0,9453$ та $R^2 = 0,9660$.

На рис. 3.9 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за припущення, що зміщення рівня ряду q^* відсутнє. Для цього прогнозу $MAPE = 1,8486$ та $R^2 = 0,8538$.

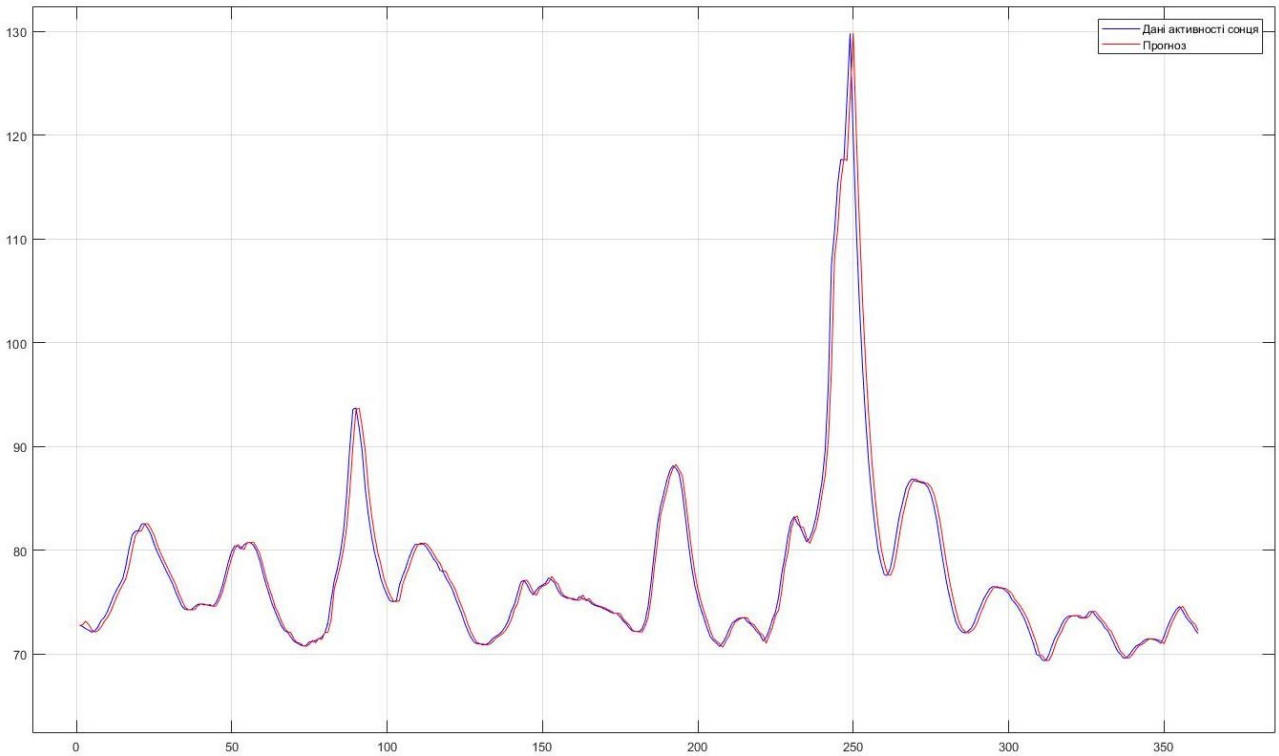


Рисунок 3.8 – Короткостроковий прогноз сонячної активності при $q^* = 0$ для згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

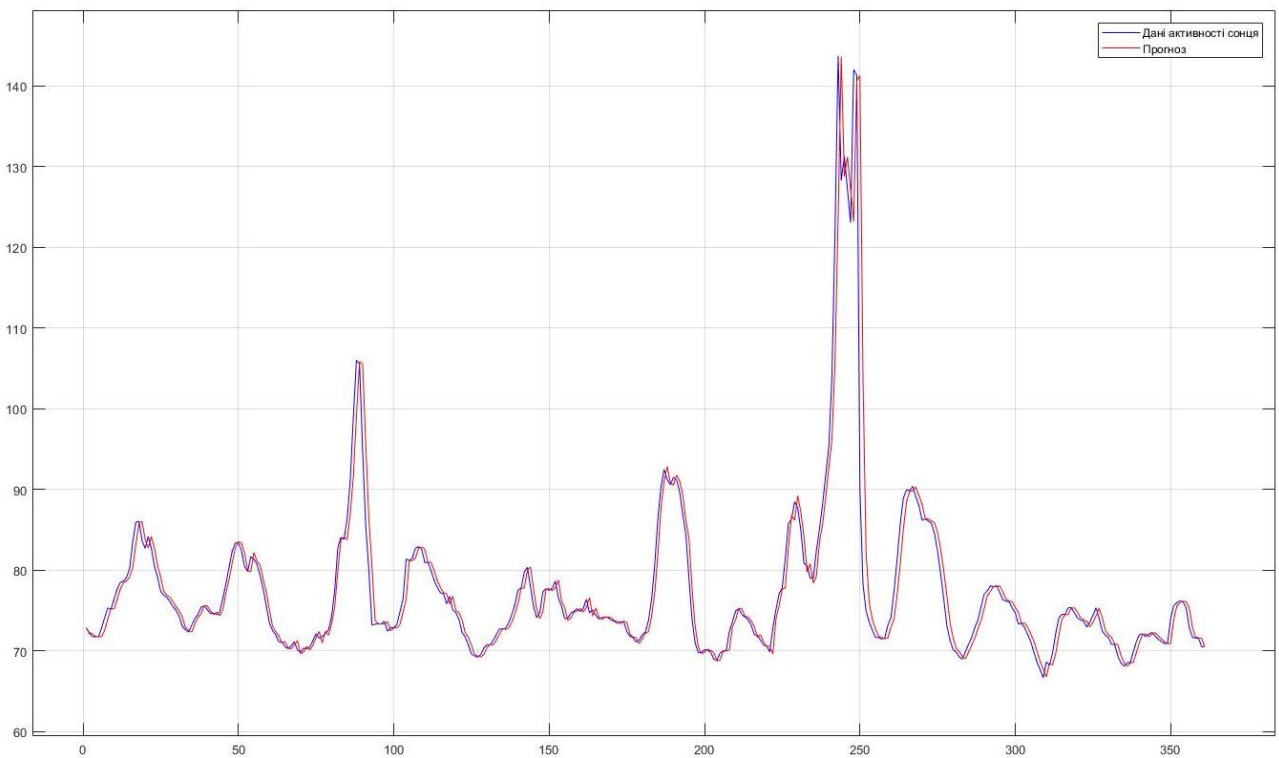


Рисунок 3.9 – Короткостроковий прогноз сонячної активності при $q^* = 0$ для згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

3.2 Застосування адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності

На рис. 3.10 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів фільтра за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 20 точках вихідного ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 2,7281$ та $R^2 = 0,7359$.

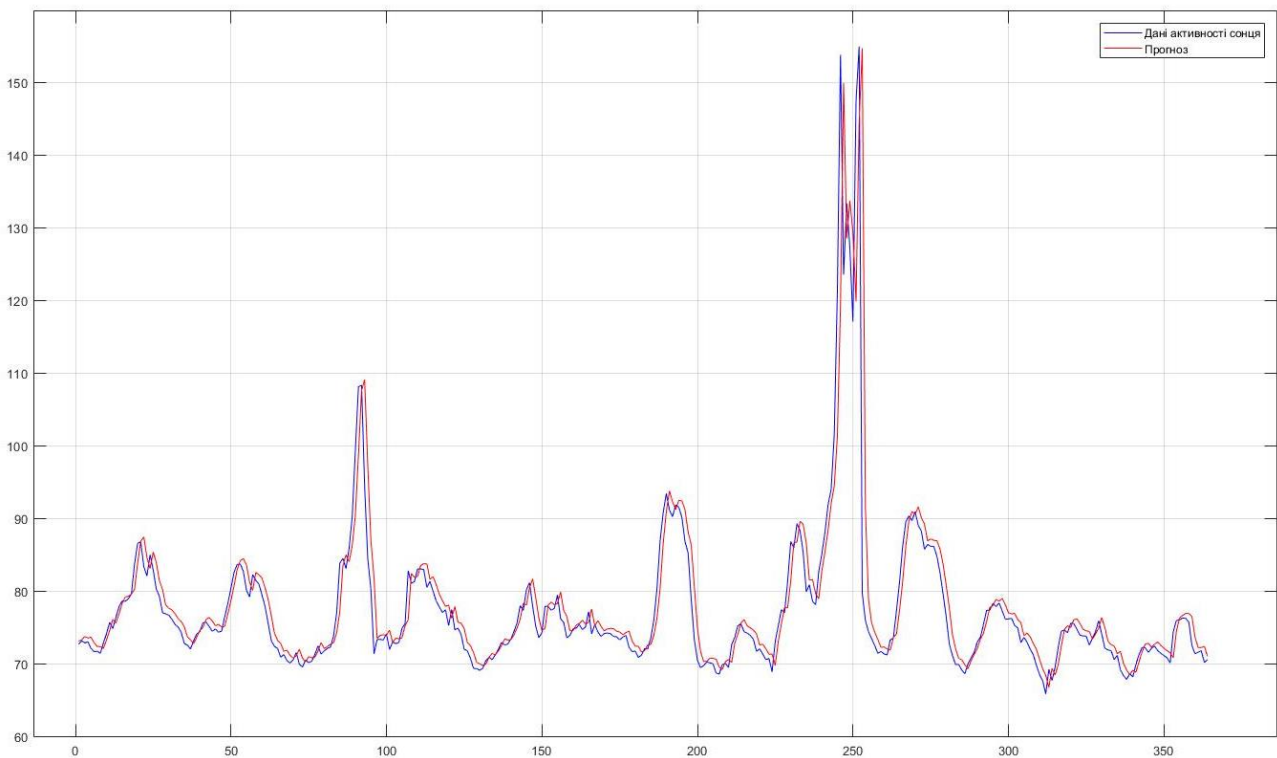


Рисунок 3.10 – Короткостроковий прогноз сонячної активності, навчання проводилося на 20 точках вихідного ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.11 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 100 точках вихідного ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 2,3977$ та $R^2 = 0,7470$.

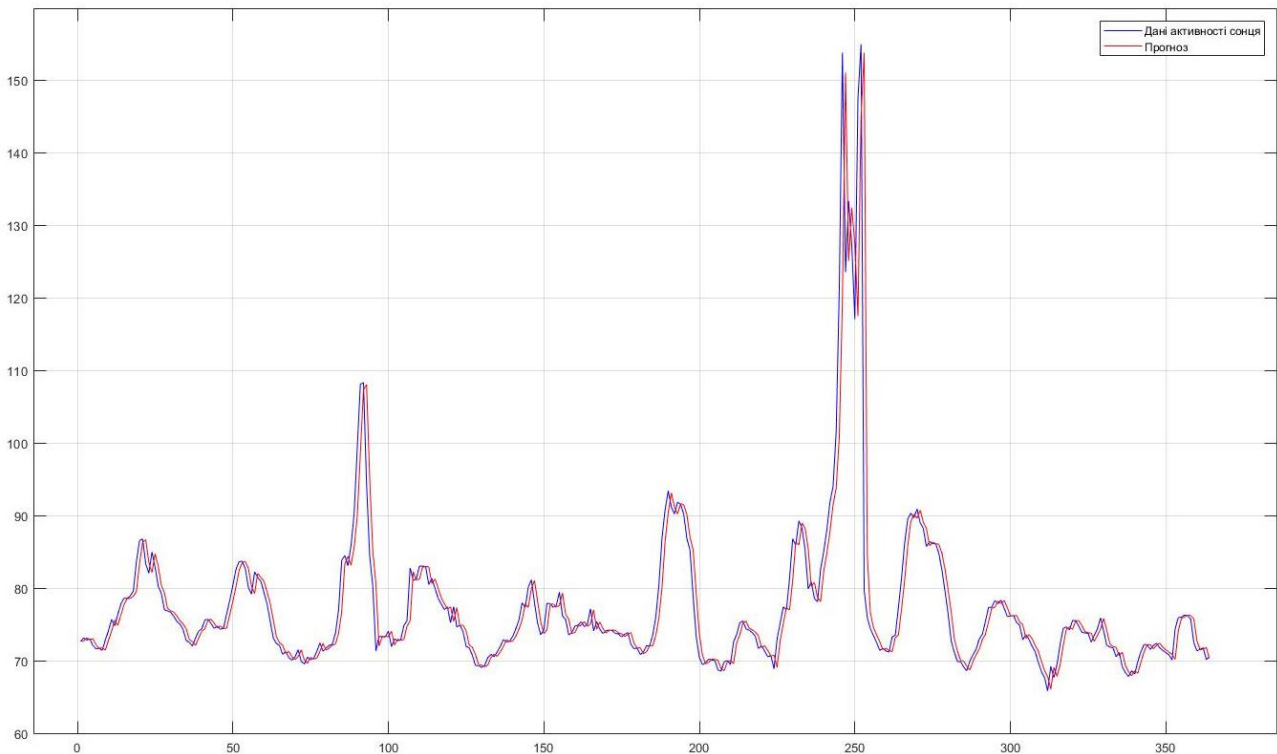


Рисунок 3.11 – Прогноз сонячної активності, навчання проводилося на 100 точках вихідного ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.12 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 200 точках вихідного ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 2,4060$ та $R^2 = 0,7464$.

На рис. 3.13 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на всій вихідній вибірці. Для цього прогнозу $MAPE = 2,5271$ та $R^2 = 0,7445$.

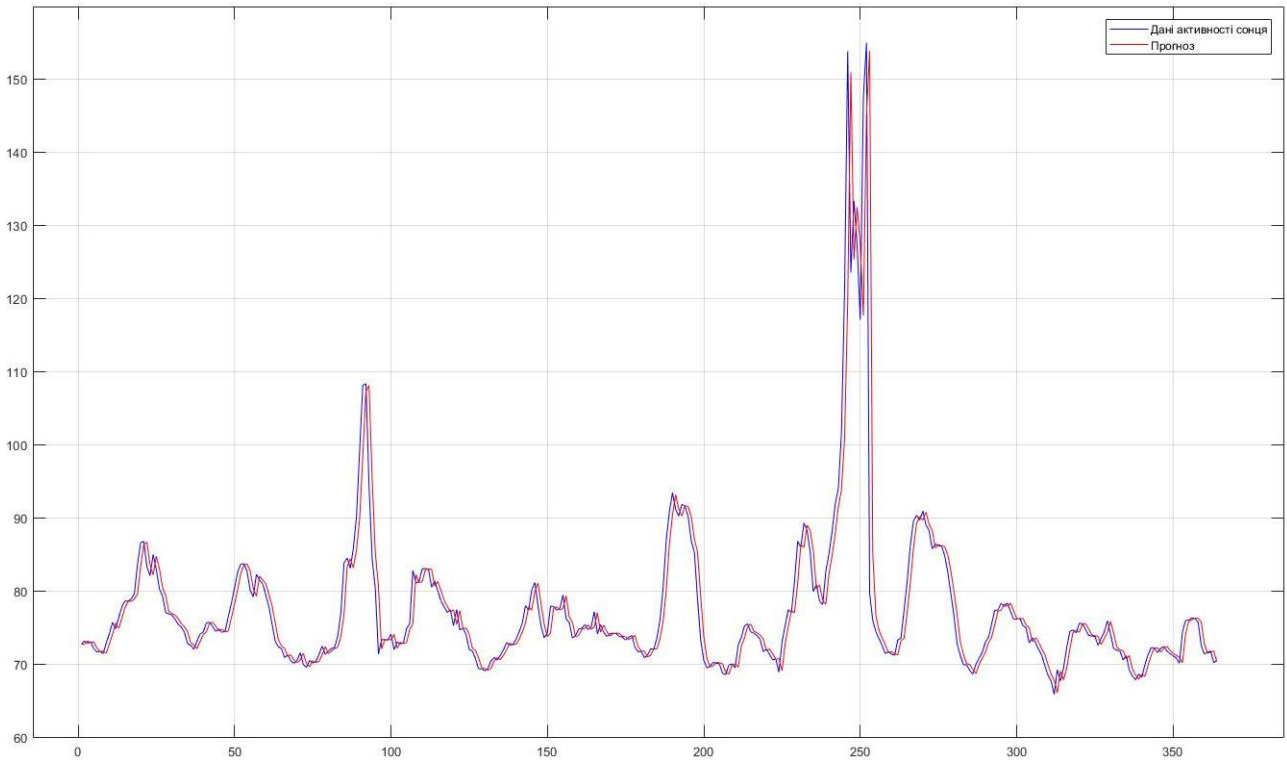


Рисунок 3.12 – Прогноз сонячної активності, навчання проводилося на 200 точках вихідного ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

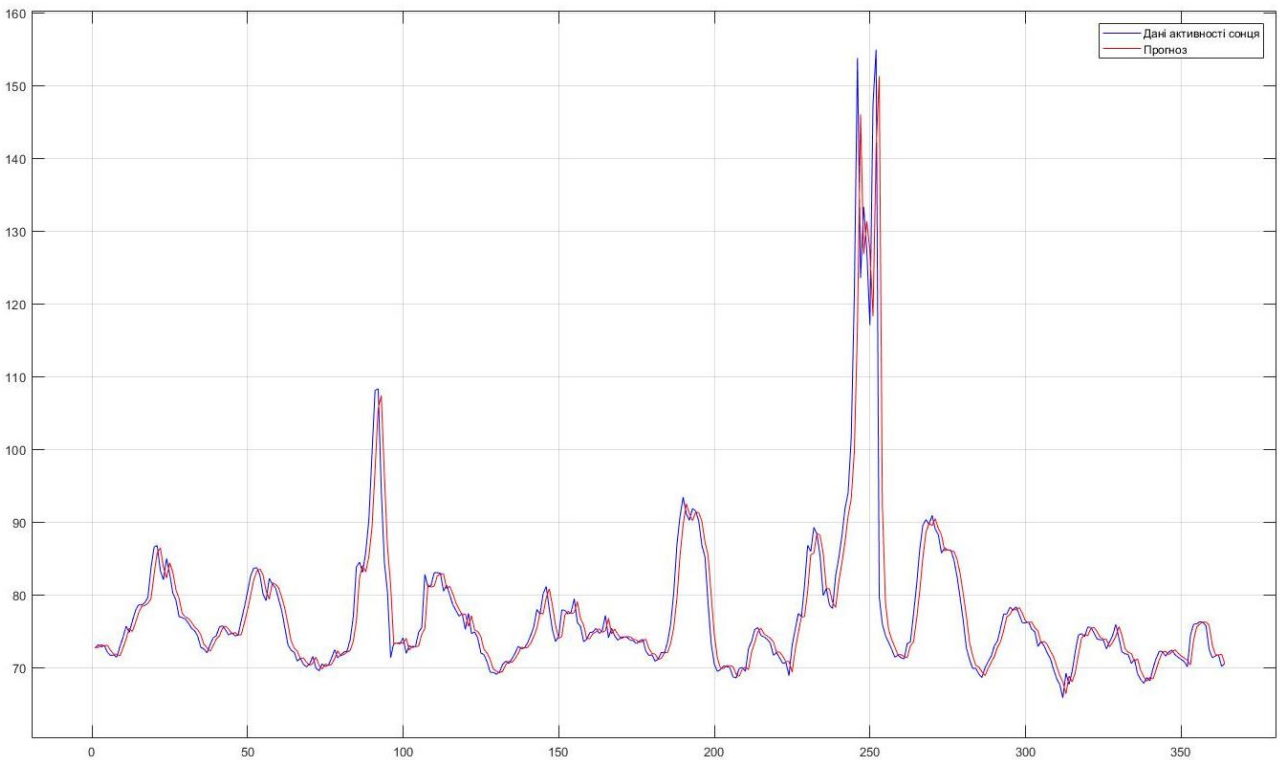


Рисунок 3.13 – Прогноз сонячної активності, навчання проводилося на всій вихідній вибірці: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Далі навчання буде проводитись на даних сонячної активності за 2015 рік. На рис. 3.14 графічно подано цей ряд.

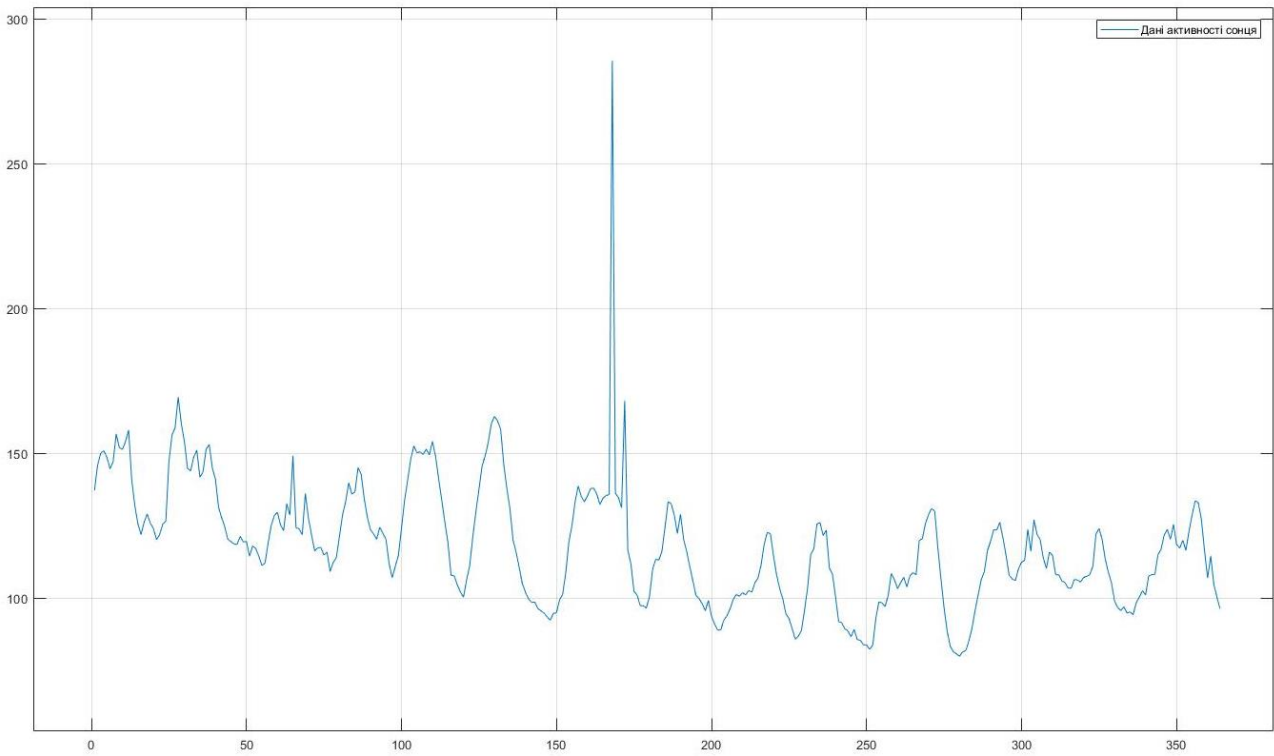


Рисунок 3.14 – Дані сонячної активності за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.15 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 20 точках ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 3,0988$ та $R^2 = 0,7295$.

На рис. 3.16 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 100 точках ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 2,5189$ та $R^2 = 0,7454$.

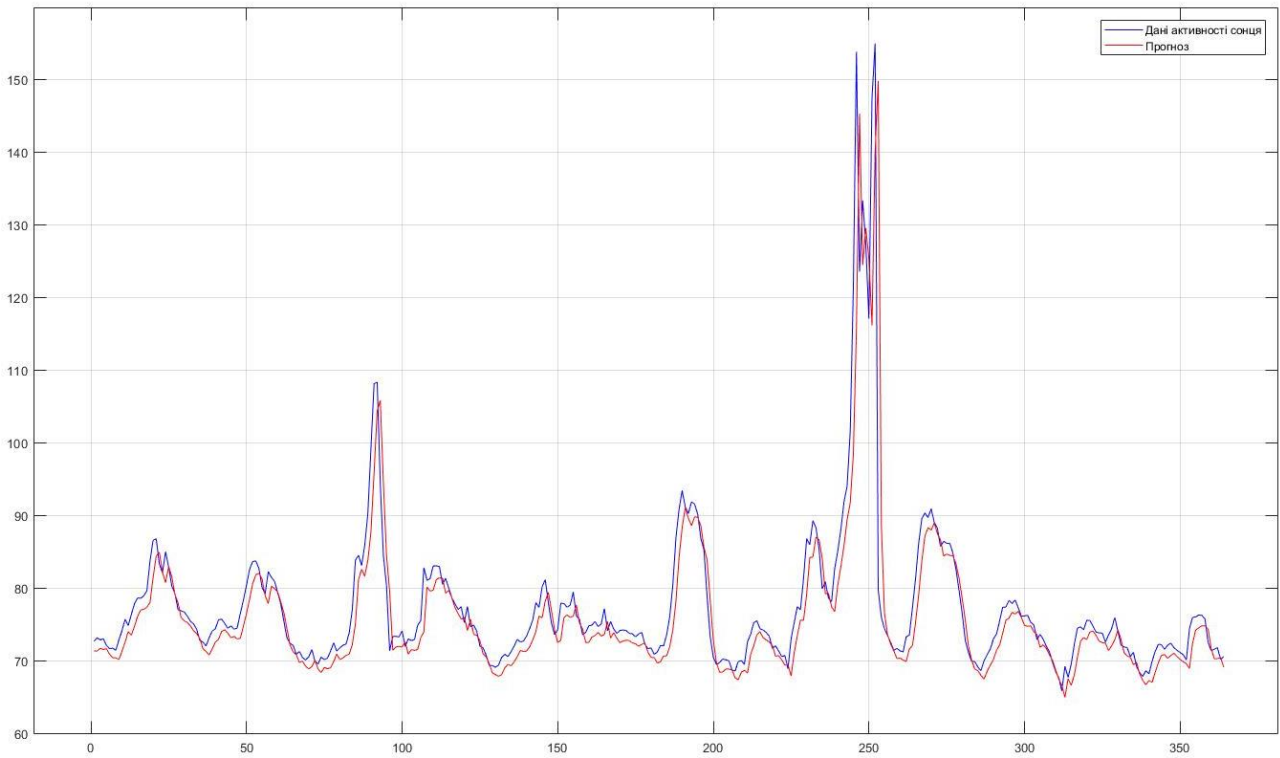


Рисунок 3.15 – Прогноз сонячної активності, навчання проводилося на 20 точках ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

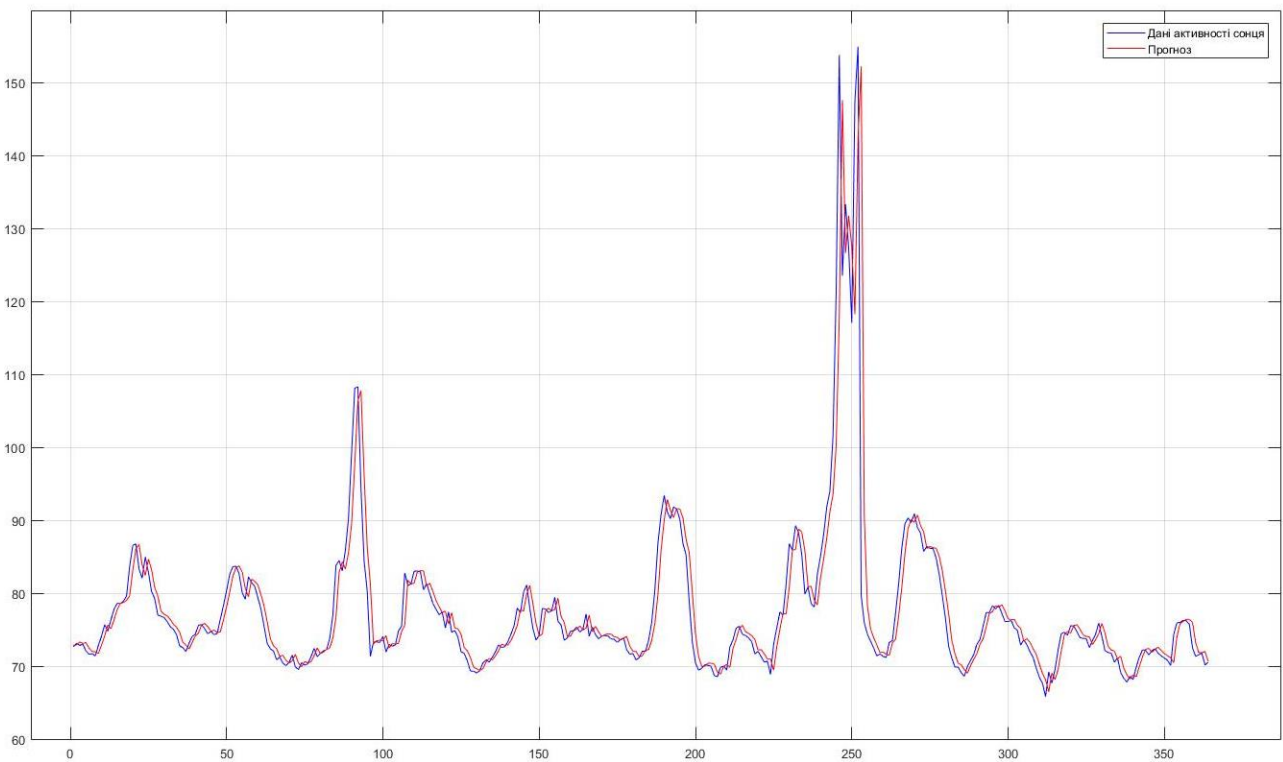


Рисунок 3.16 – Прогноз сонячної активності, навчання проводилося на 100 точках ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.17 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 200 точках ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 3,7064$ та $R^2 = 0,6961$.

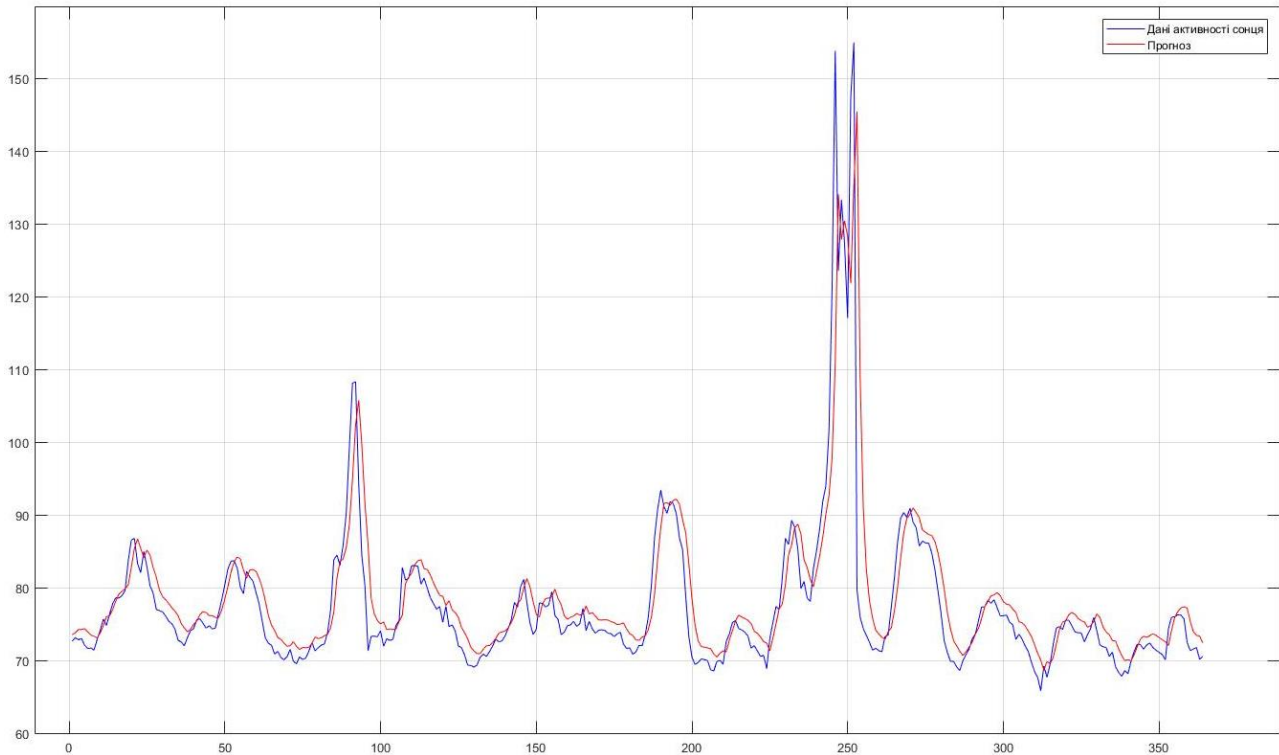


Рисунок 3.17 – Прогноз сонячної активності, навчання проводилося на 200 точках ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.18 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на всіх точках ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 3,2916$ та $R^2 = 0,7176$.

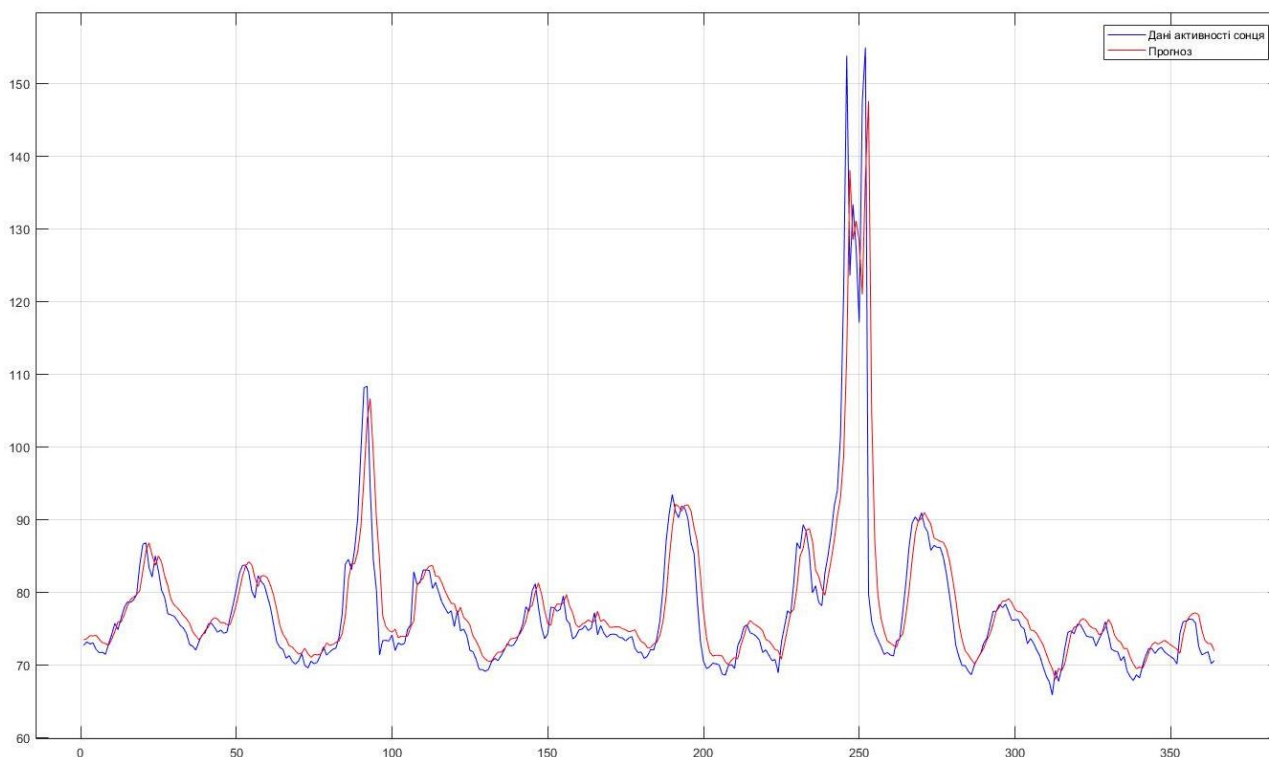


Рисунок 3.18 – Прогноз сонячної активності, навчання проводилося на всіх точках ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.19 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 20 точках вихідного згладженого ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 1,2465$ та $R^2 = 0,9546$.

На рис. 3.20 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 100 точках вихідного згладженого ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 1,1065$ та $R^2 = 0,9591$.

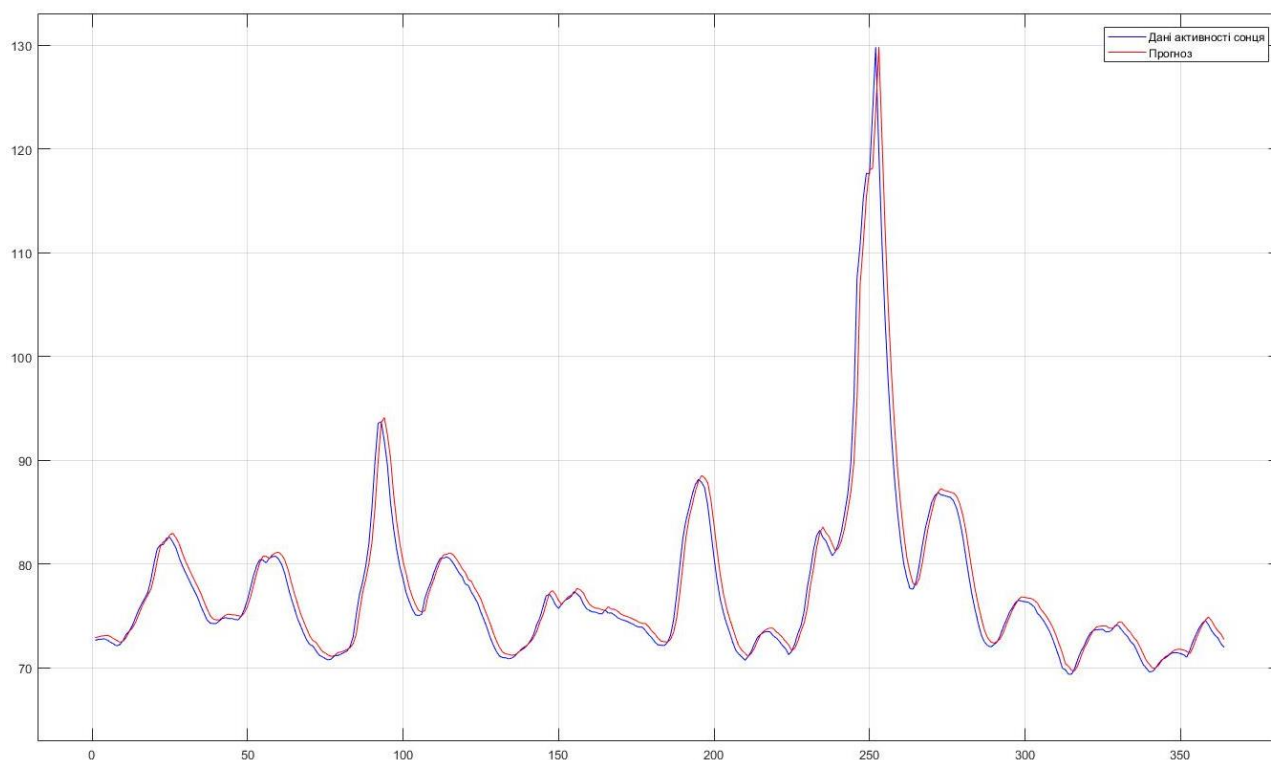


Рисунок 3.19 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 20 точках вихідного згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

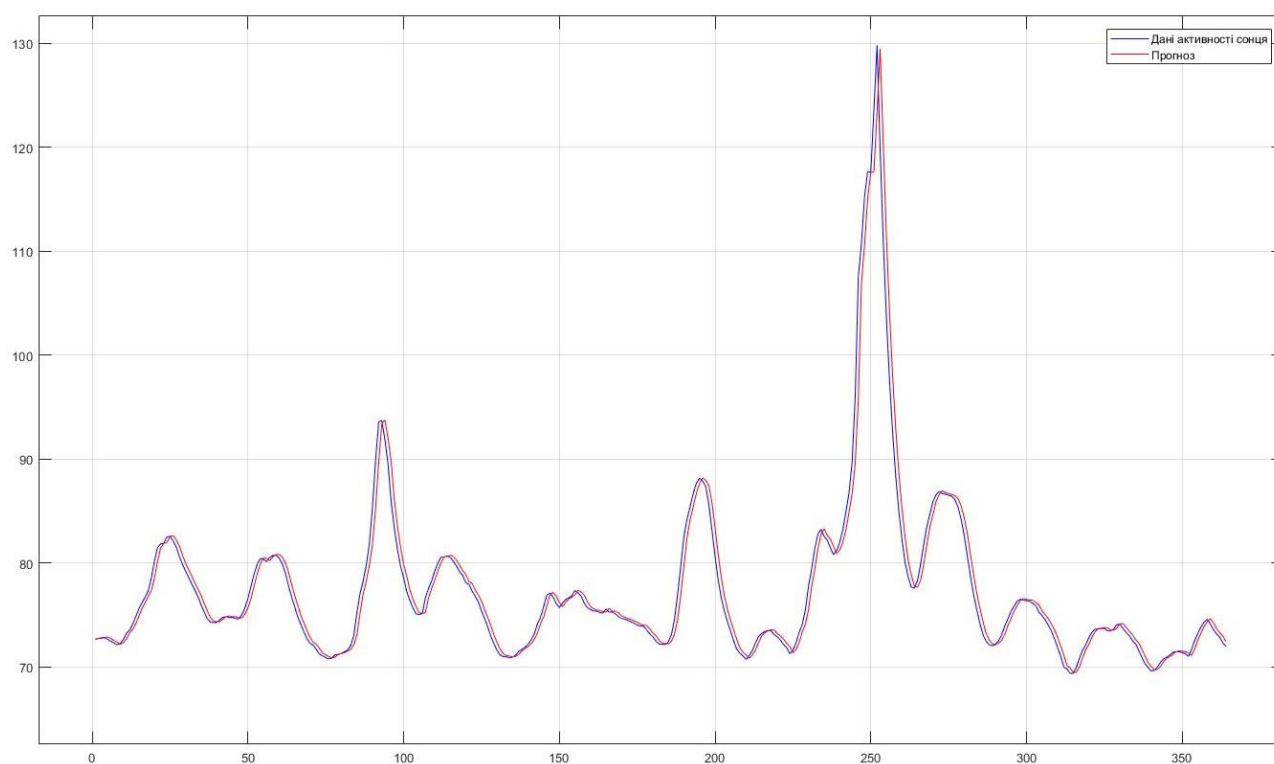


Рисунок 3.20 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 100 точках вихідного згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.21 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 200 точках вихідного згладженого ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 1,1059$ та $R^2 = 0,9589$.

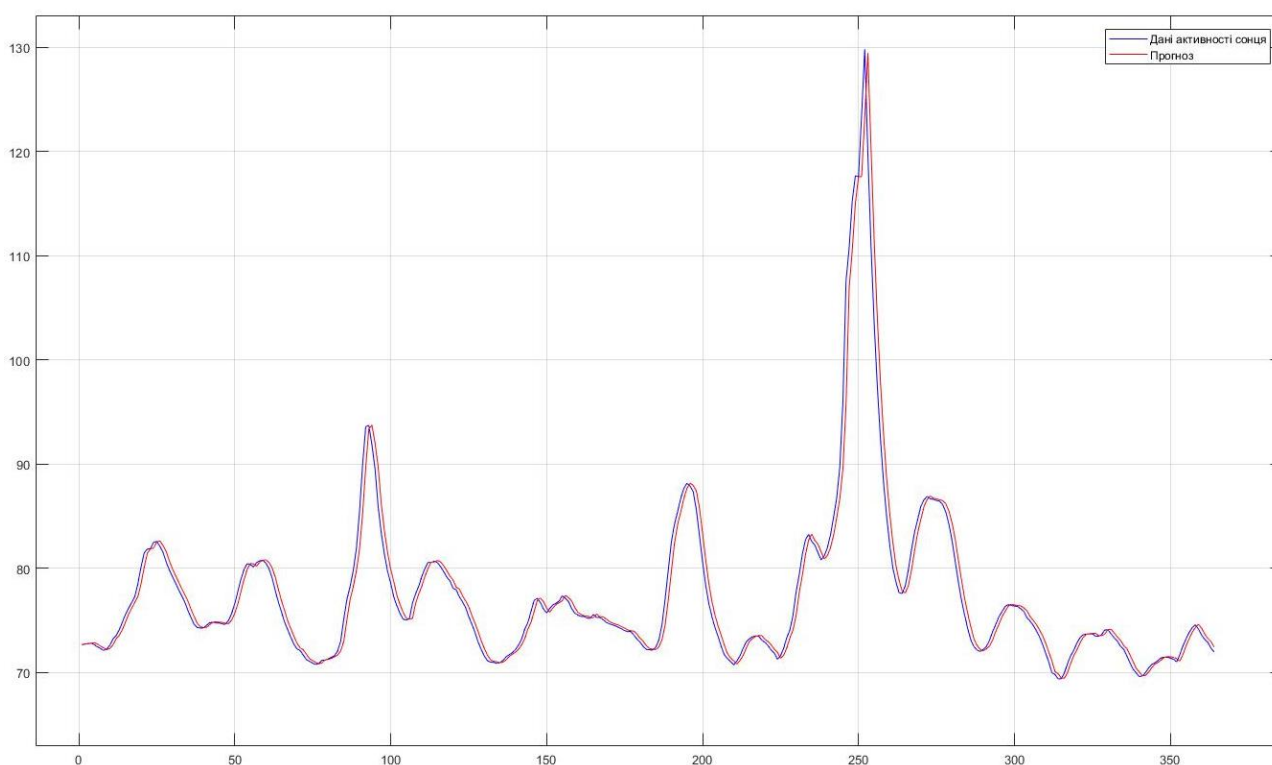


Рисунок 3.21 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 200 точках вихідного згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.22 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на всіх точках вихідного згладженого ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 1,0905$ та $R^2 = 0,9593$.

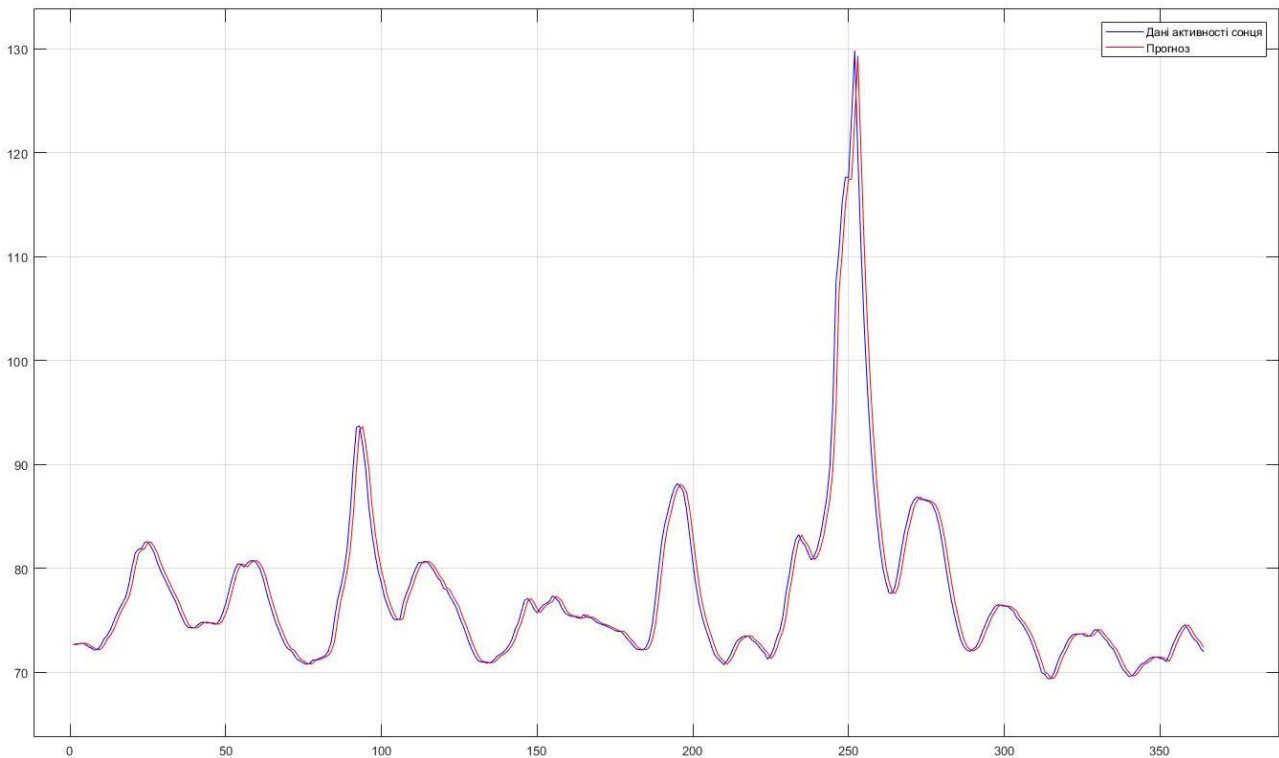


Рисунок 3.22 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на всіх точках вихідного згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.23 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 20 точках згладженого ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 2,0656$ та $R^2 = 0,9279$.

На рис. 3.24 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 100 точках згладженого ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 1,1522$ та $R^2 = 0,9564$.

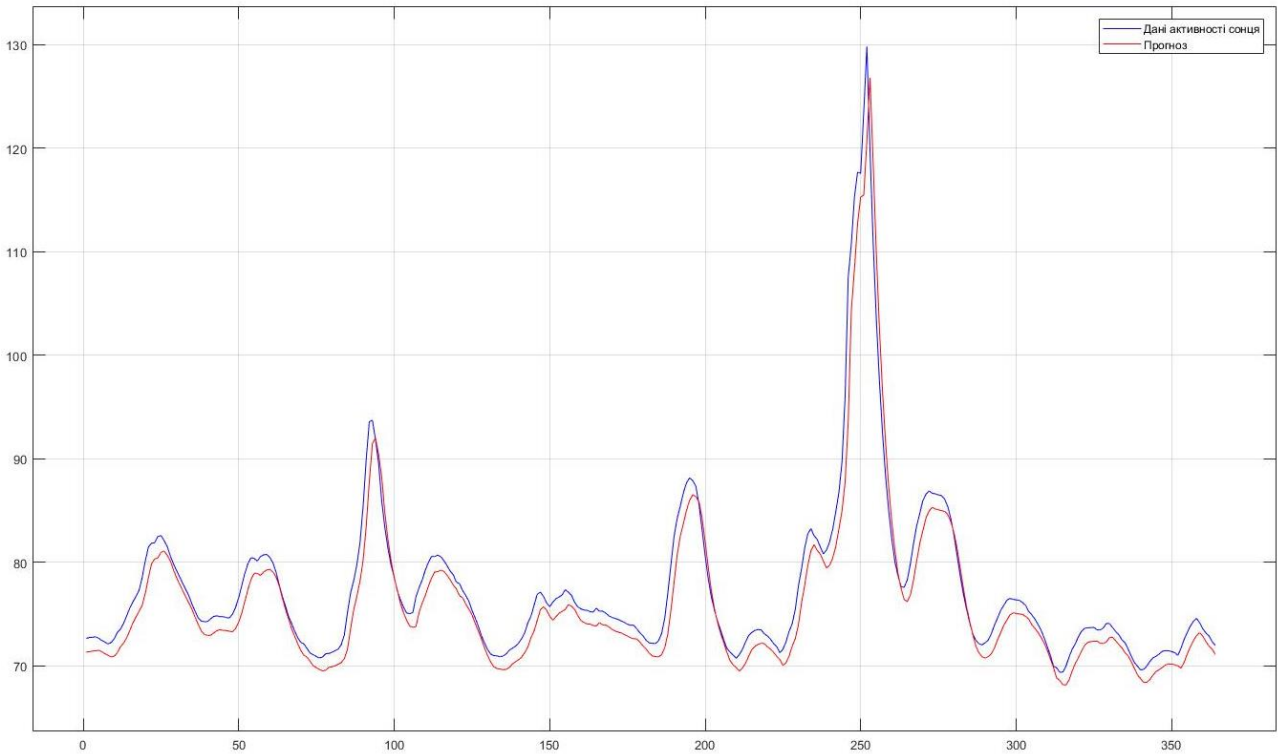


Рисунок 3.23 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 20 точках згладженого ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

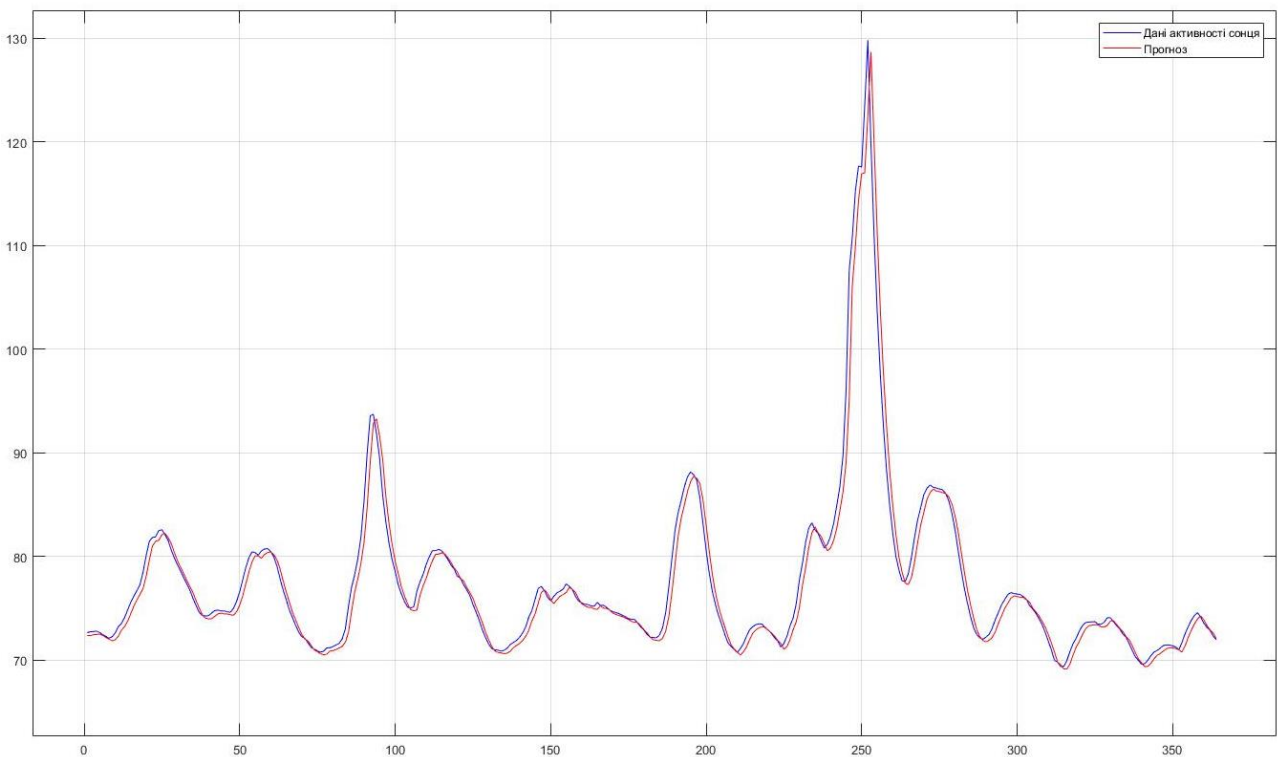


Рисунок 3.24 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 100 точках згладженого ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.25 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 200 точках згладженого ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 1,1068$ та $R^2 = 0,9579$.

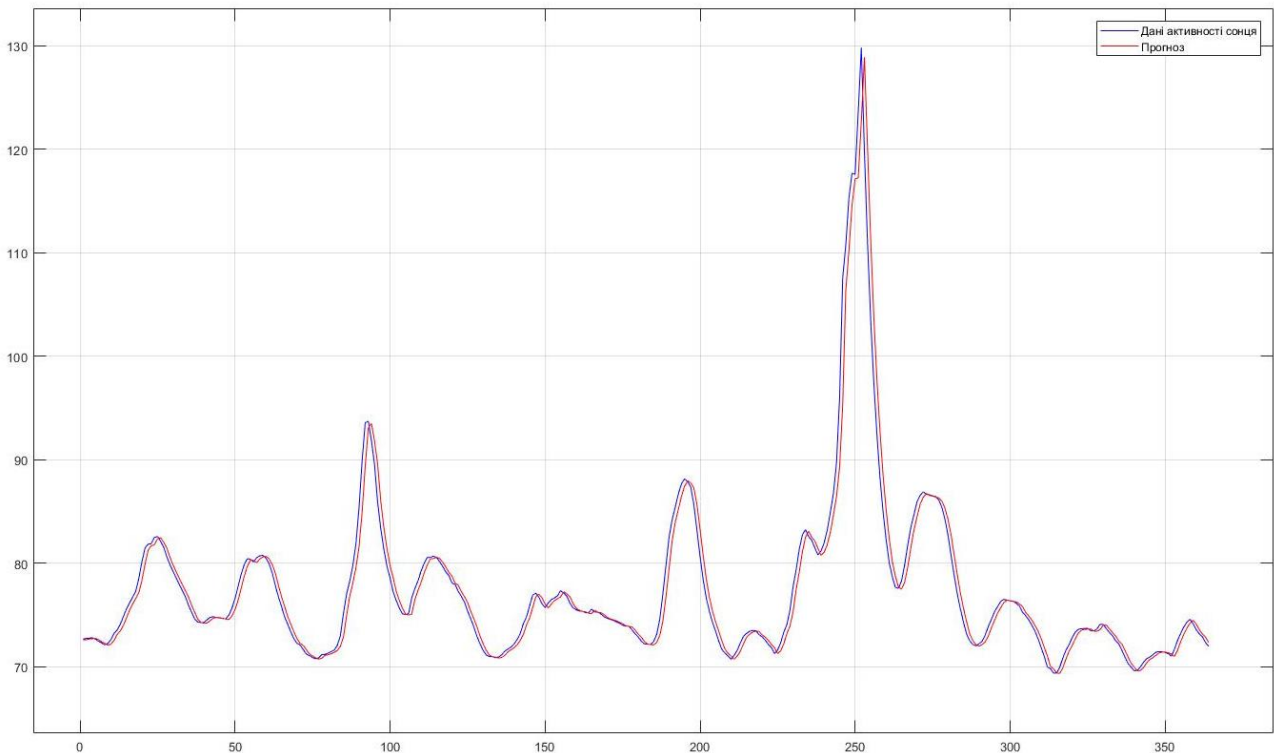


Рисунок 3.25 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 200 точках згладженого ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.26 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування з коефіцієнтом $\alpha = 0,2$) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на всіх точках згладженого ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 1,1082$ та $R^2 = 0,9585$.

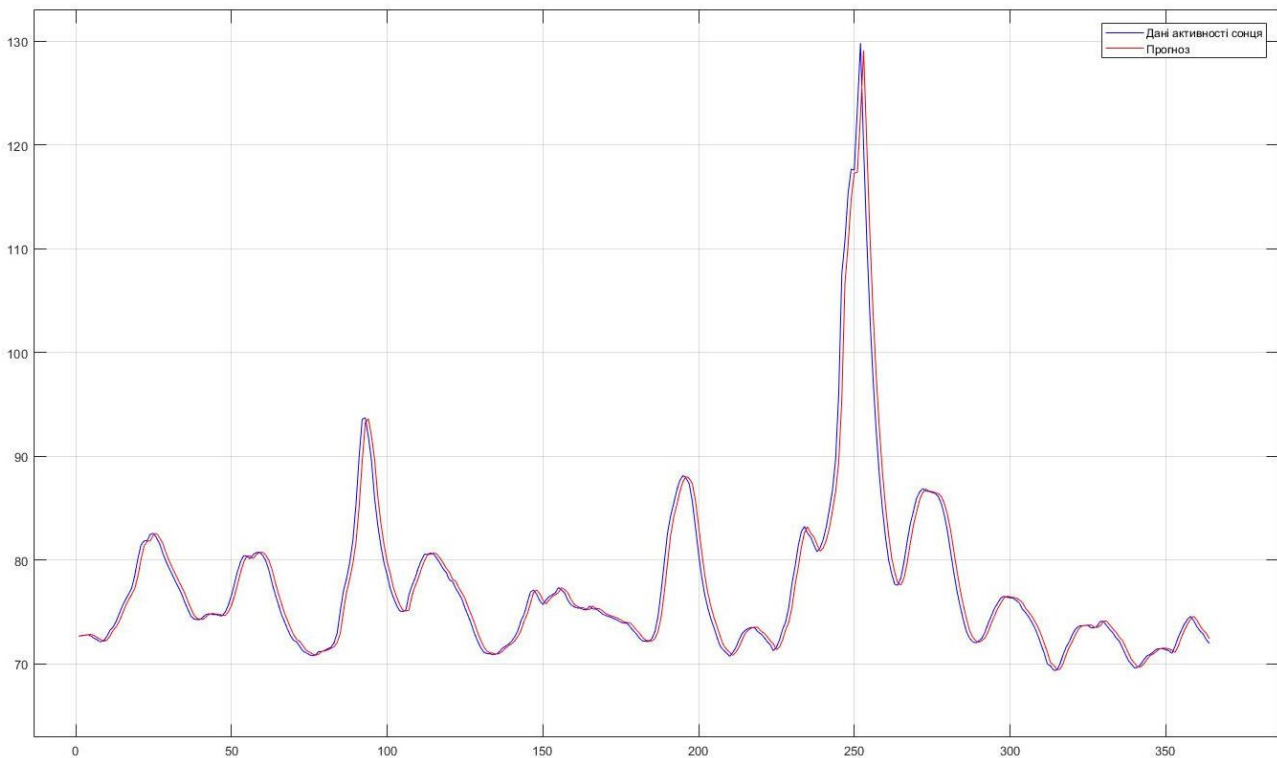


Рисунок 3.26 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на всіх точках згладженого ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.27 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 20 точках вихідного згладженого ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 2,2232$ та $R^2 = 0,8463$.

На рис. 3.28 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 100 точках вихідного згладженого ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 1,9076$ та $R^2 = 0,8577$.

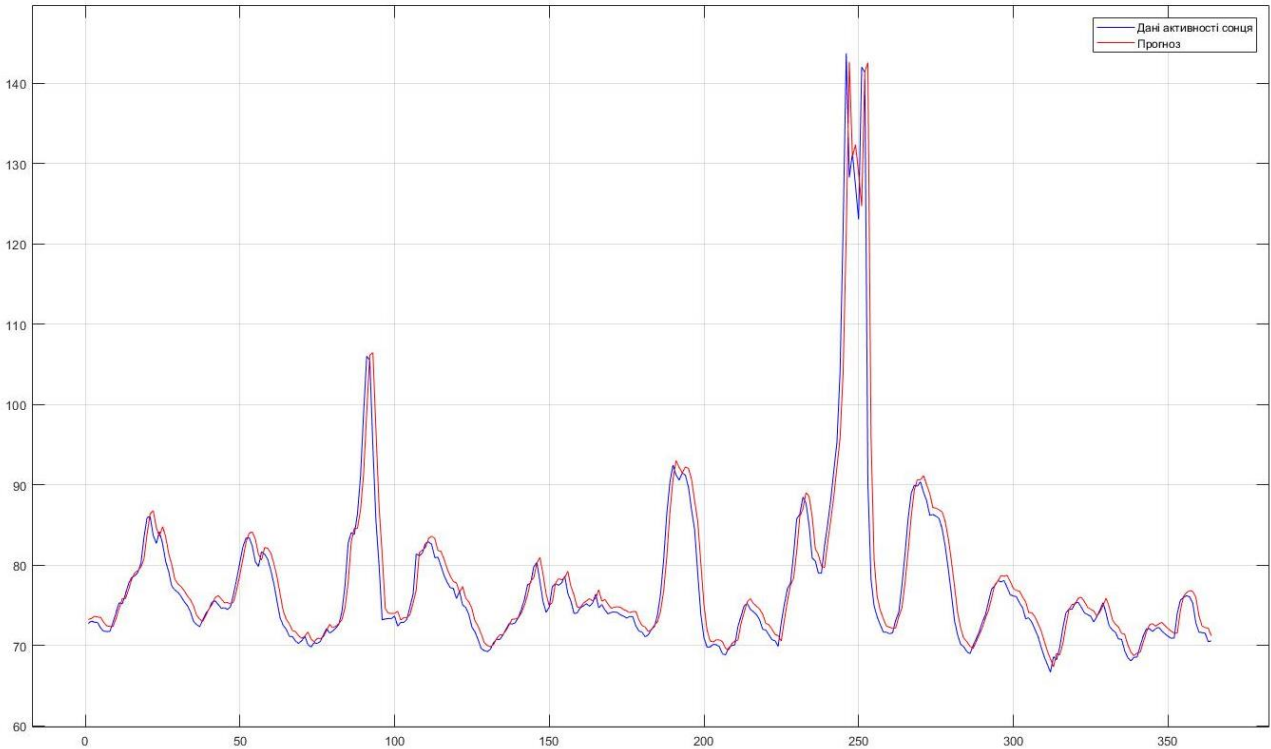


Рисунок 3.27 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 20 точках вихідного згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

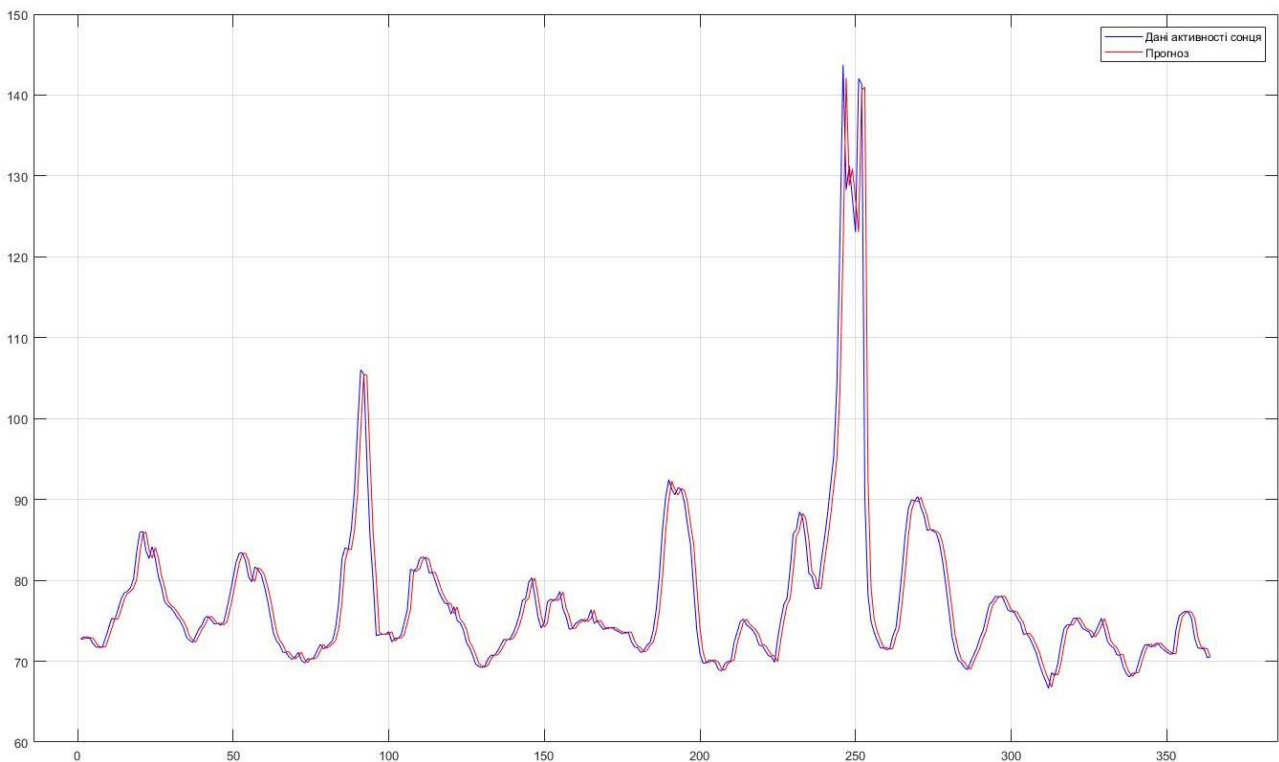


Рисунок 3.28 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 100 точках вихідного згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.29 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 200 точках вихідного згладженого ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 1,9132$ та $R^2 = 0,8571$.

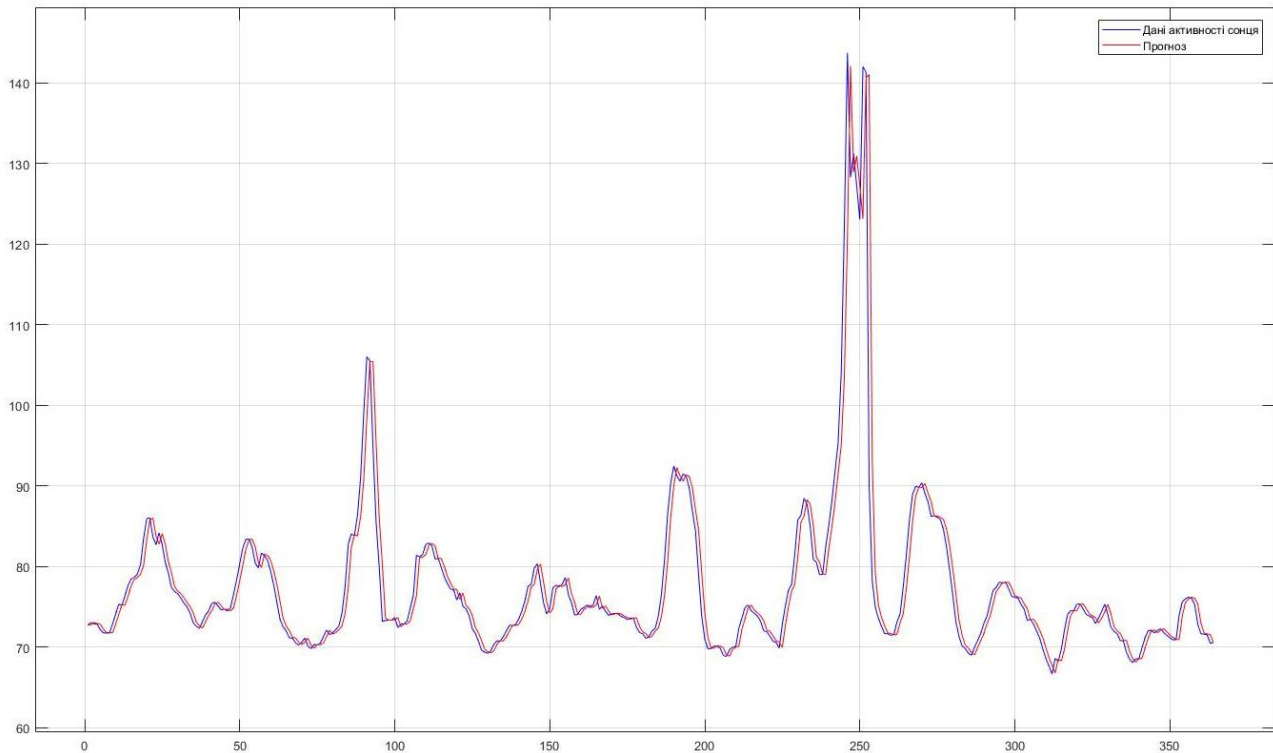


Рисунок 3.29 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 200 точках вихідного згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.30 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на всіх точках вихідного згладженого ряду. Для цього прогнозу $MAPE = 1,9548$ та $R^2 = 0,8551$.

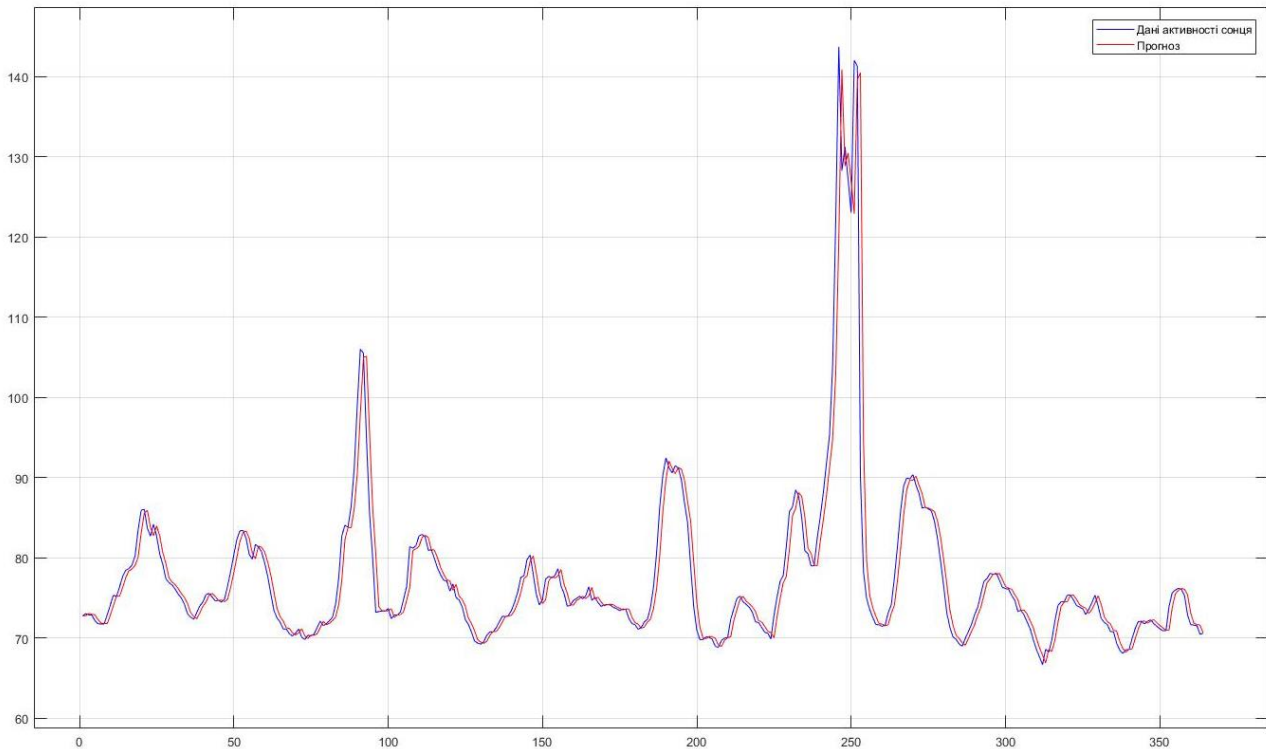


Рисунок 3.30 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на всіх точках вихідного згладженого ряду: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.31 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 20 точках згладженого ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 3,0608$ та $R^2 = 0,8244$.

На рис. 3.32 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 100 точках згладженого ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 1,9328$ та $R^2 = 0,8558$.

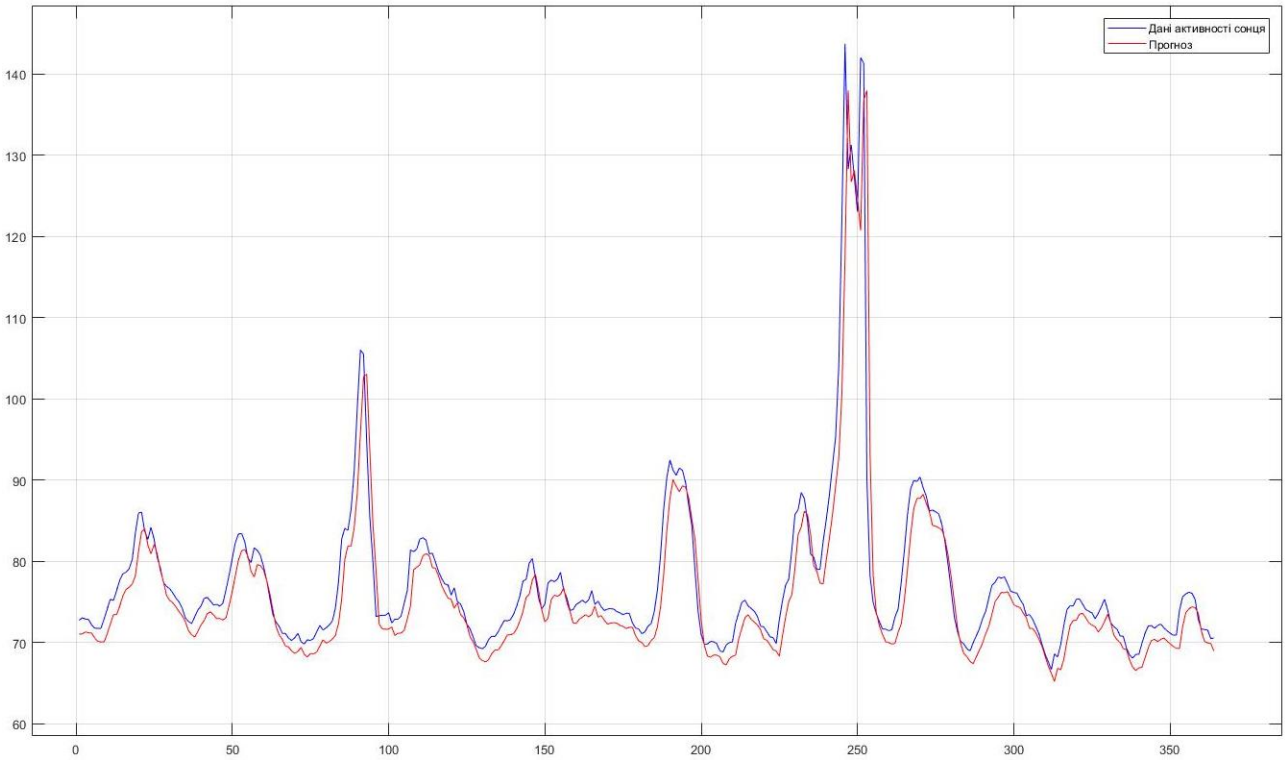


Рисунок 3.31 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 20 точках згладженого ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

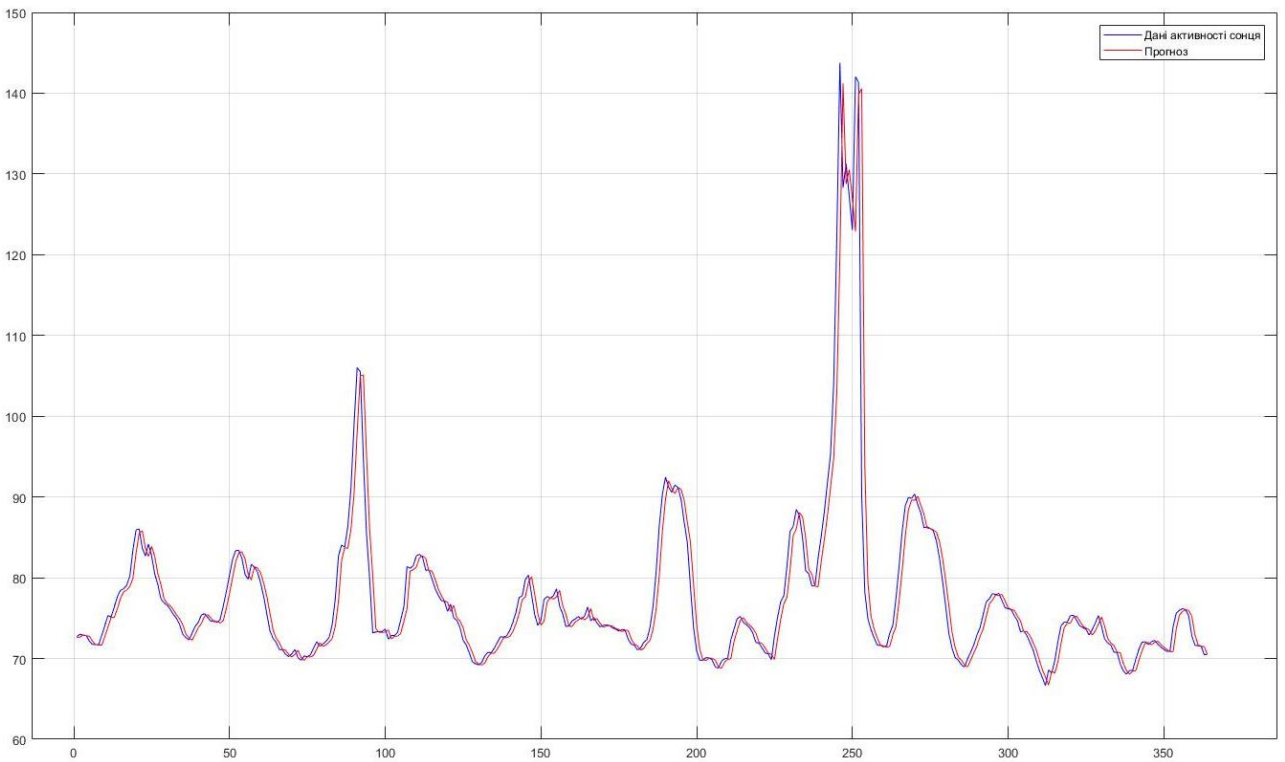


Рисунок 3.32 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 100 точках згладженого ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.33 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на перших 200 точках згладженого ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 2,0126$ та $R^2 = 0,8548$.

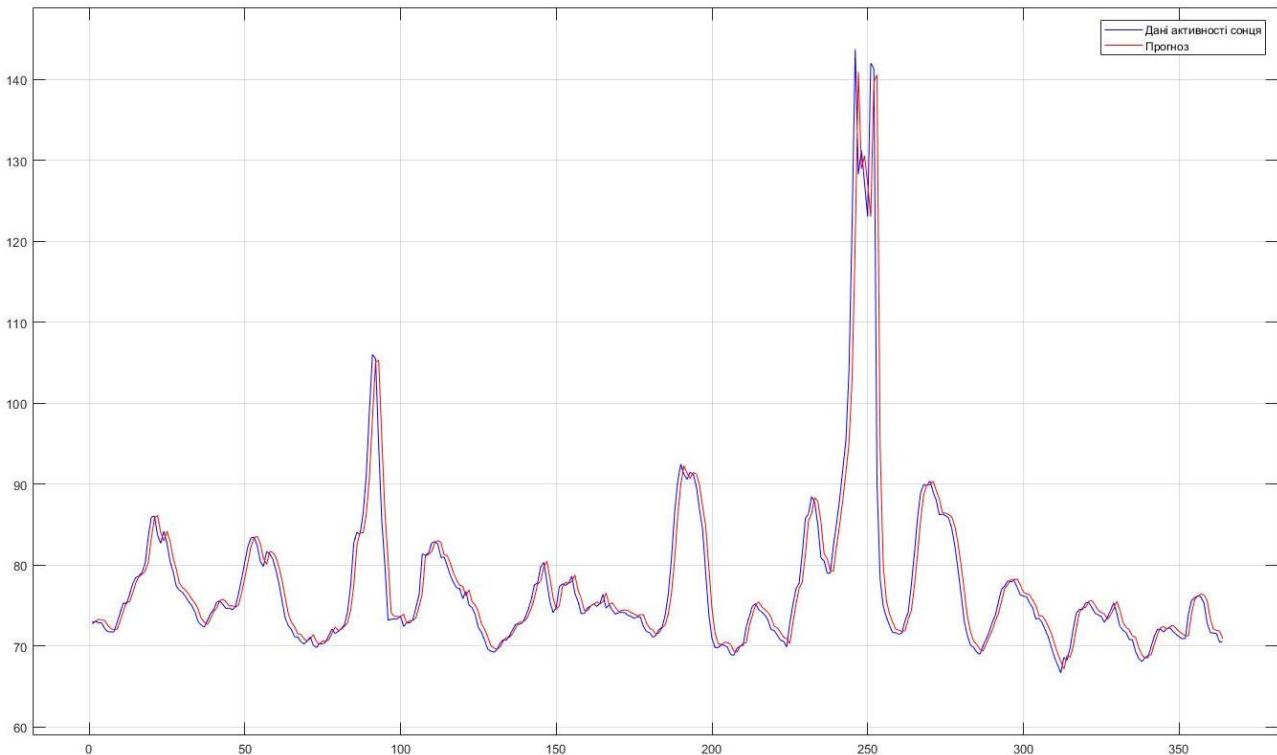


Рисунок 3.33 – Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на 200 точках згладженого ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.34 графічно подано результати прогнозування сонячної активності (дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана) за допомогою адаптивного фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності. Навчання проводиться на всіх точках згладженого ряду за 2015 рік. Для цього прогнозу $MAPE = 1,9906$ та $R^2 = 0,8559$.

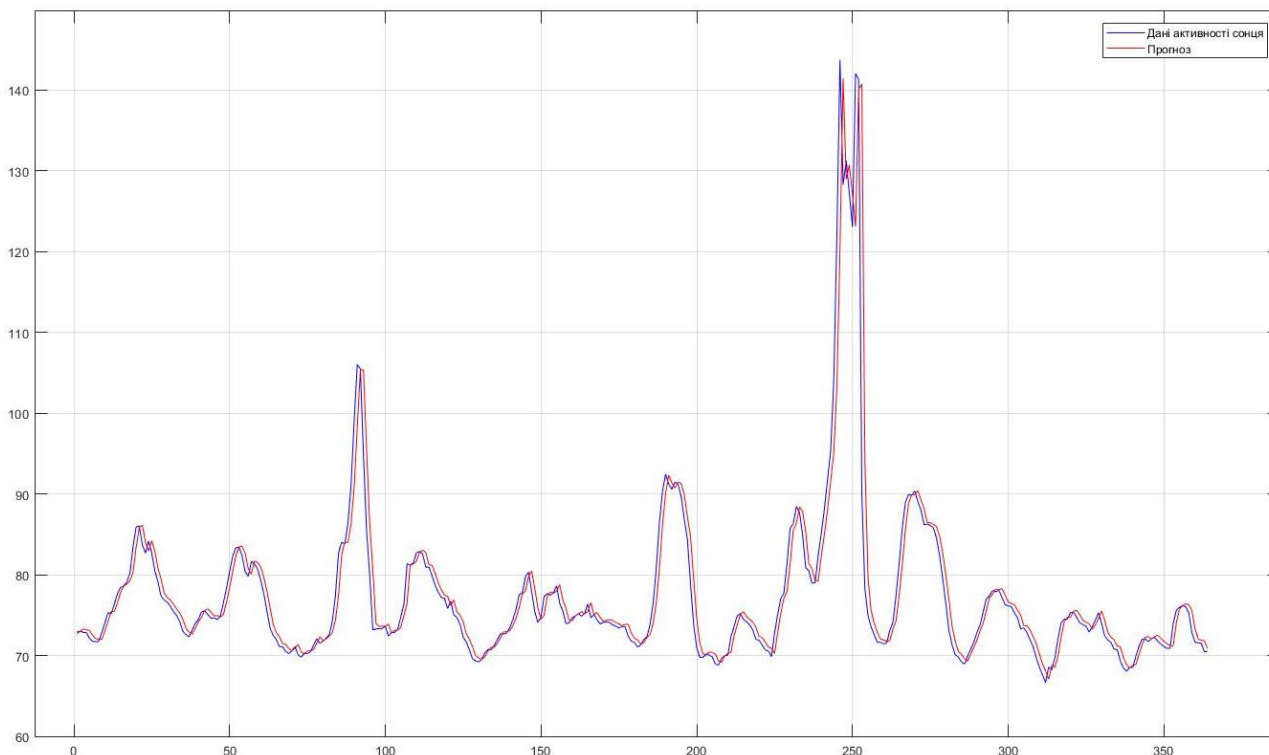


Рис. 3.34. Прогноз сонячної активності для згладженого ряду, навчання проводилося на всіх точках згладженого ряду за 2015 рік: по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

3.3 Застосування гранулярного фільтра

Перерозподіл частинок є важливим кроком для безперервного відстеження об'єктів. Це дає змогу вибирати частинки на основі поточного стану, замість використання розподілу часток, що надається при ініціалізації. Постійно генеруючи частинки навколо поточної оцінки, можна отримати більш точний результат та покращити довгострокову продуктивність.

Будемо розглядати два типи повторної вибірки: пропорційну та інтервальну. При інтервальному методі повторна вибірка проводиться через регулярні інтервали – інтервали повторної вибірки. При пропорційному методі повторна вибірка проводиться коли досягнуто мінімальне співвідношення ефективних частинок до загальної кількості частинок.

Мінімальне ефективне співвідношення частинок - це показник того, наскільки добре поточний набір частинок наближається до апіорного розподілу. Кількість ефективних частинок розраховується за формулою:

$$N_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (\omega^i)^2},$$

де N – кількість частинок, а ω^i – нормалізована вага i -ї частинки. Ефективним співвідношенням частинок є $\frac{N_{\text{eff}}}{N}$. Тому ефективне співвідношення частинок є функцією ваг всіх частинок. Після того, як ваги частинок досягають досить низького значення, вони не беруть участь в оцінюванні стану.

На рис. 3.35 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – залишковий. Кількість частинок – 100.

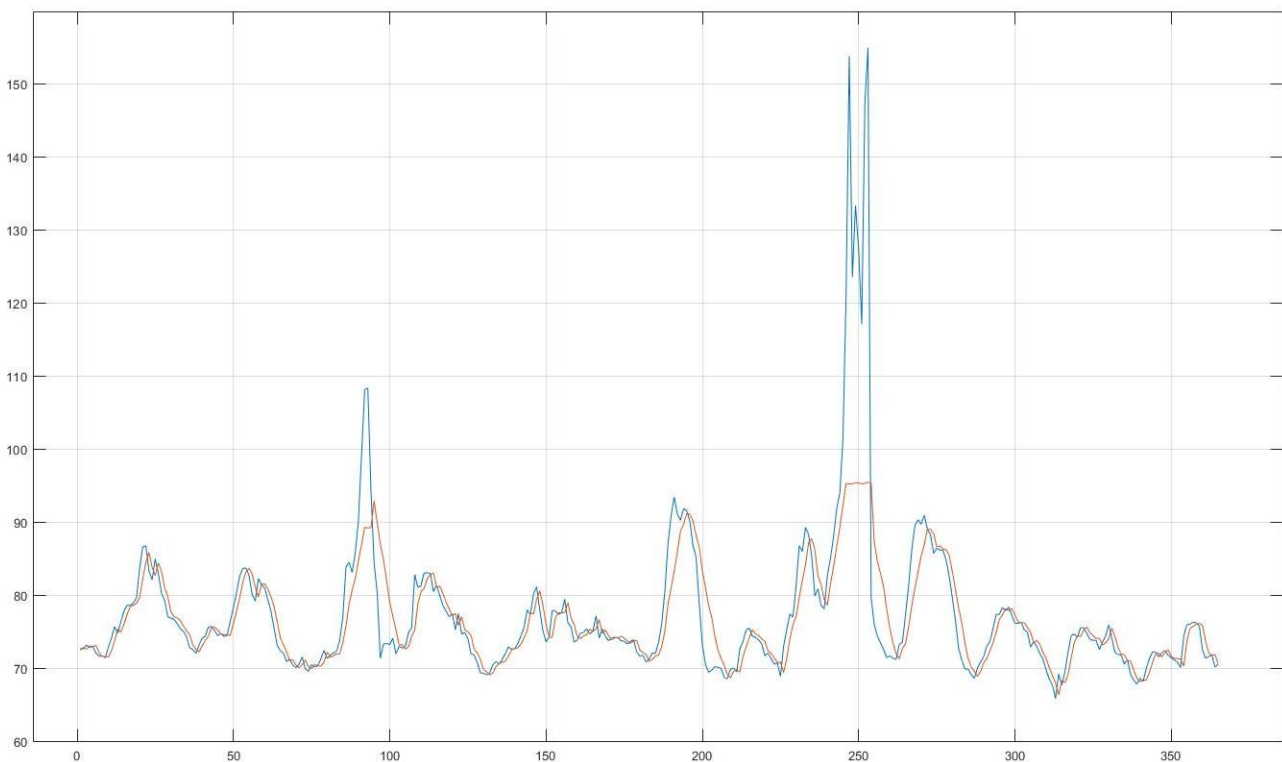


Рисунок 3.35 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; залишковий; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.36 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – залишковий. Кількість частинок – 1000.

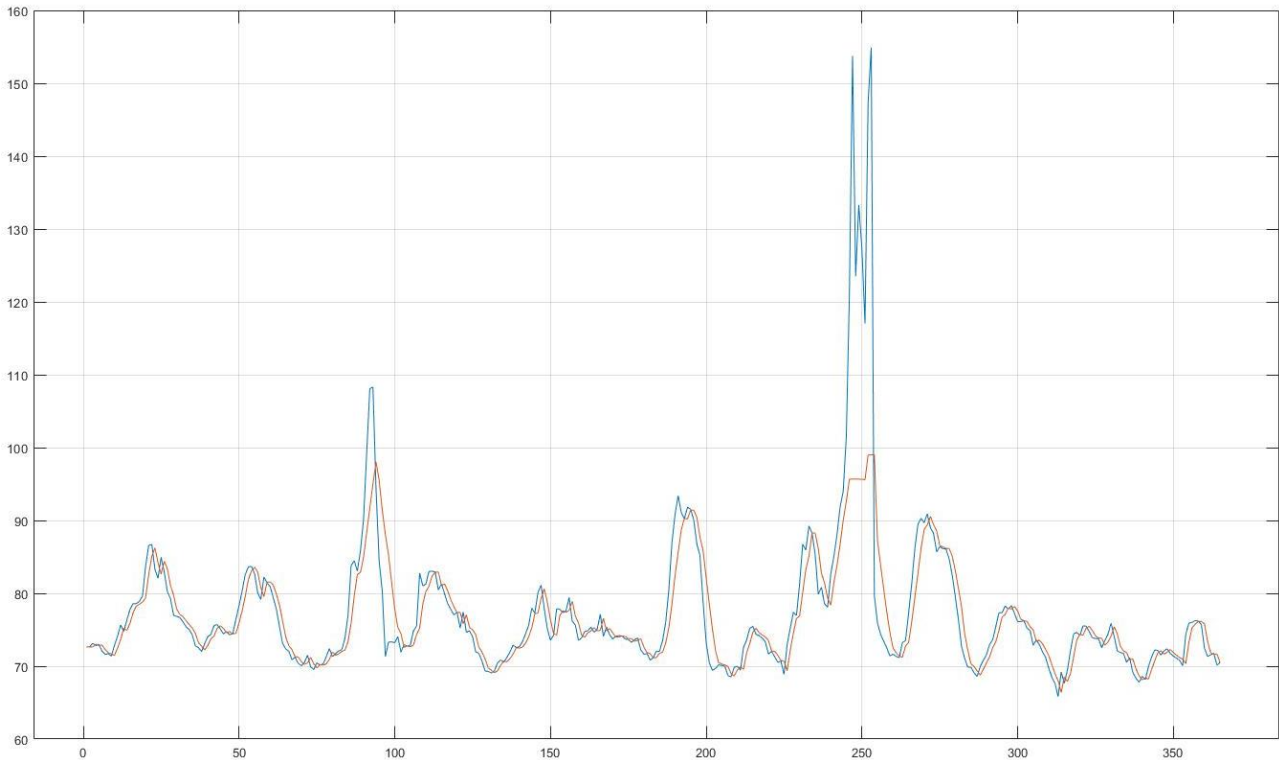


Рисунок 3.36 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; залишковий; 1000):
по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.37 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 100000.

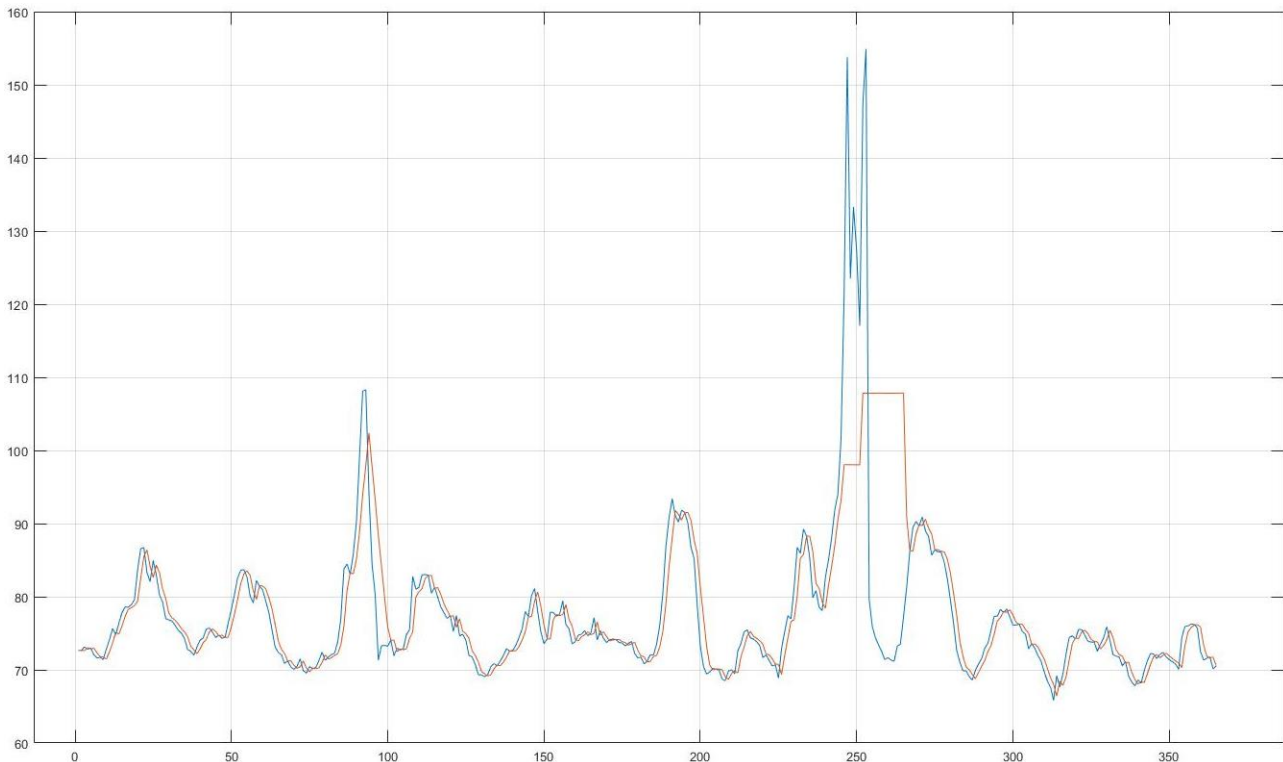


Рисунок 3.37 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; стратифікований; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.2 – Характеристики прогнозів для незгладжених даних (пропорційна; 0,5)

0.5	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	3.3849	3.358	3.3067	3.4748
R ²		0.5511	0.5667	0.5559	0.5492
MAPE	1000	3.1751	3.083	4.1741	4.2268
R ²		0.6036	0.6057	0.388	0.387
MAPE	100000	4.3078	4.319	4.1949	4.222
R ²		0.3335	0.3245	0.3655	0.359

На рис. 3.38 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – систематичний. Кількість частинок – 100.

На рис. 3.39 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – мультиномальний. Кількість частинок – 1000.

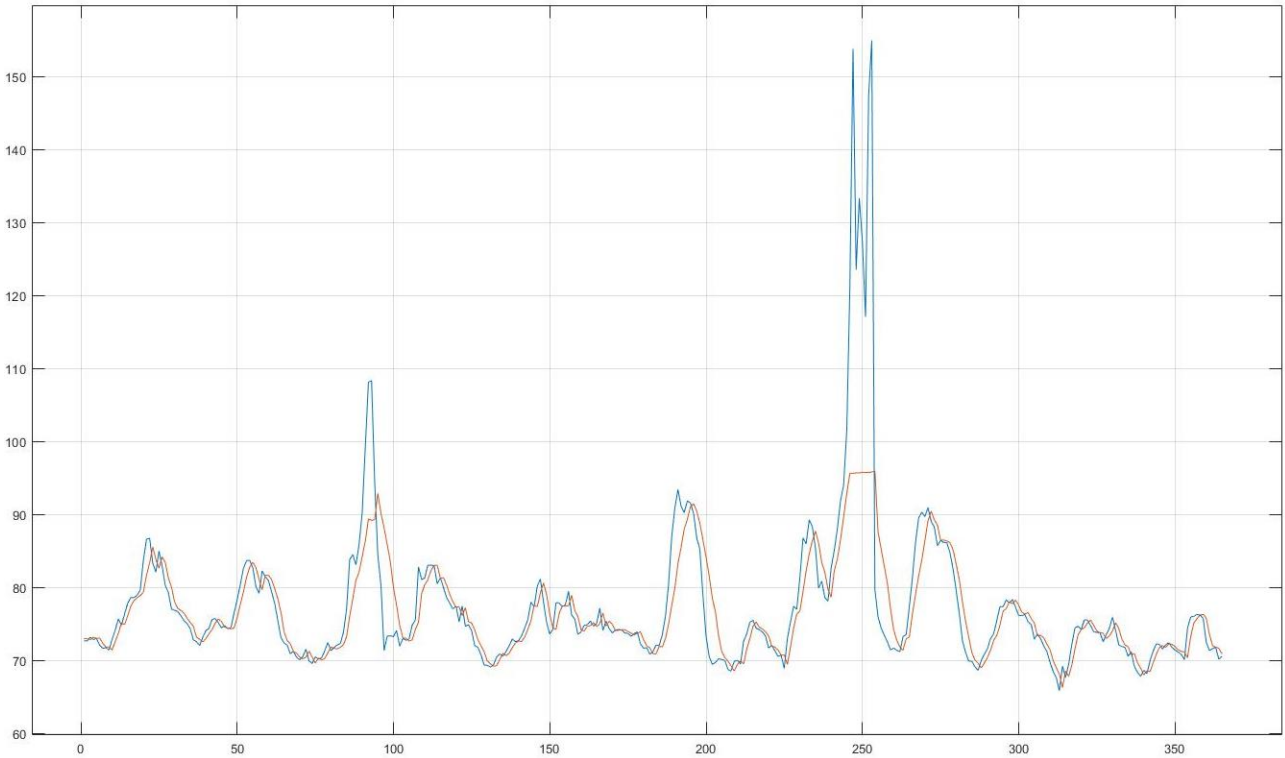


Рисунок 3.38 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; систематичний; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

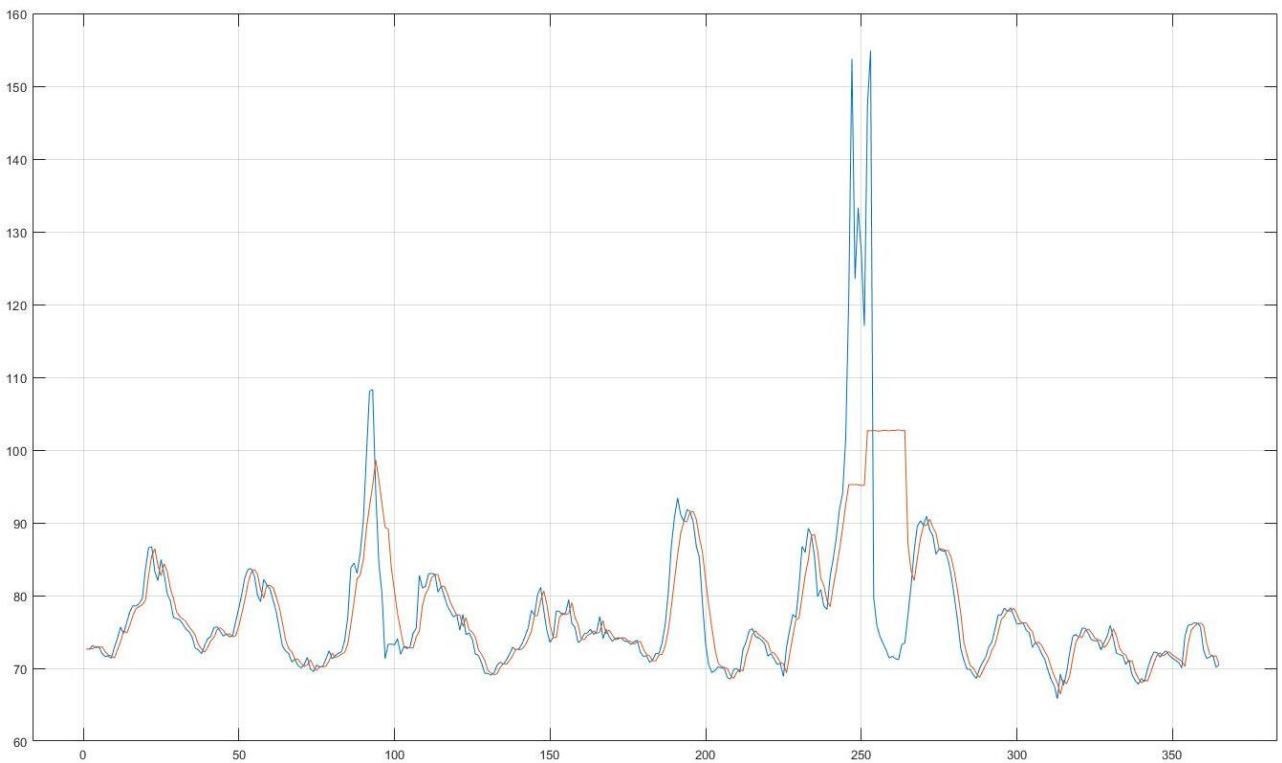


Рисунок 3.39 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; мультиномальний; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.40 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 100000.

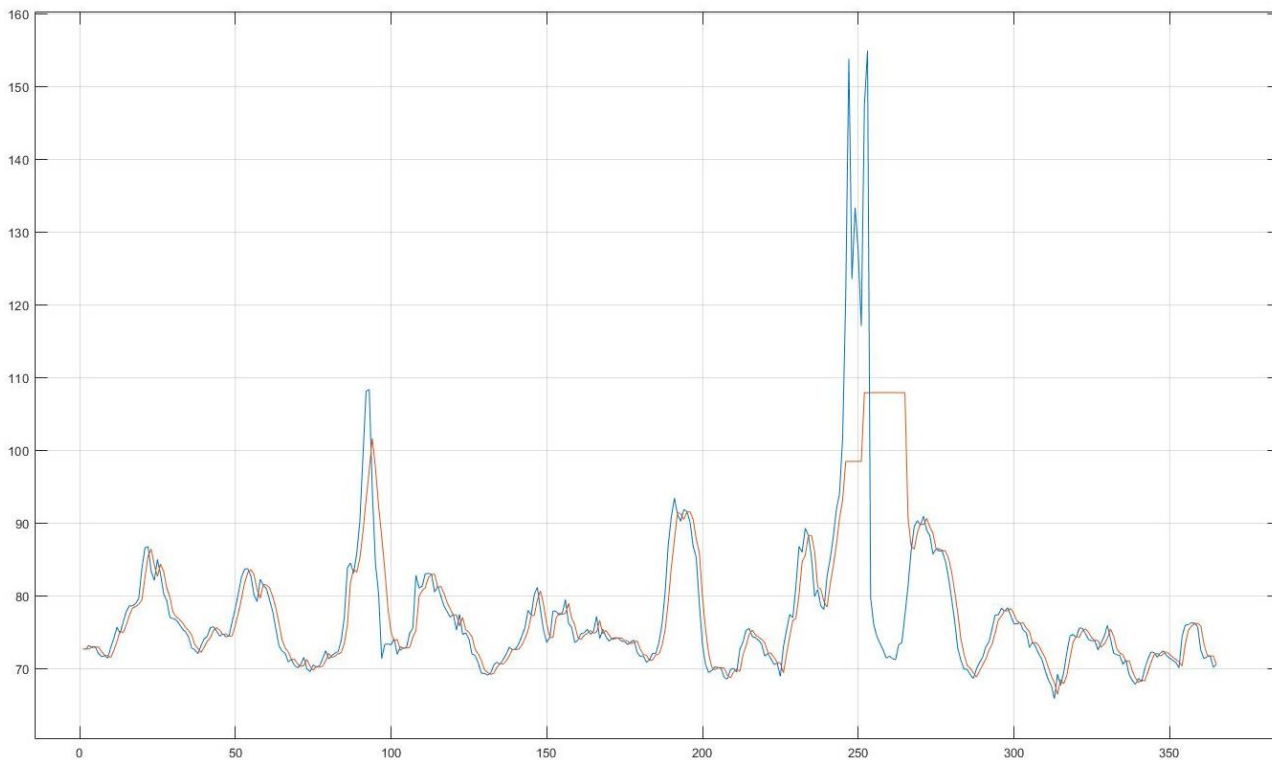


Рисунок 3.40 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; стратифікований; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.3 – Характеристики прогнозів для незгладжених даних (інтервальна; 1)

1	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	3.3702	3.2995	3.3187	3.3659
R ²		0.5604	0.546	0.568	0.5691
MAPE	1000	4.1053	4.1702	4.2015	4.1119
R ²		0.4098	0.3965	0.3933	0.4072
MAPE	100000	4.2433	4.2252	4.156	4.2069
R ²		0.3492	0.3605	0.3705	0.3642

На рис. 3.41 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – мультиномальний. Кількість частинок – 100.

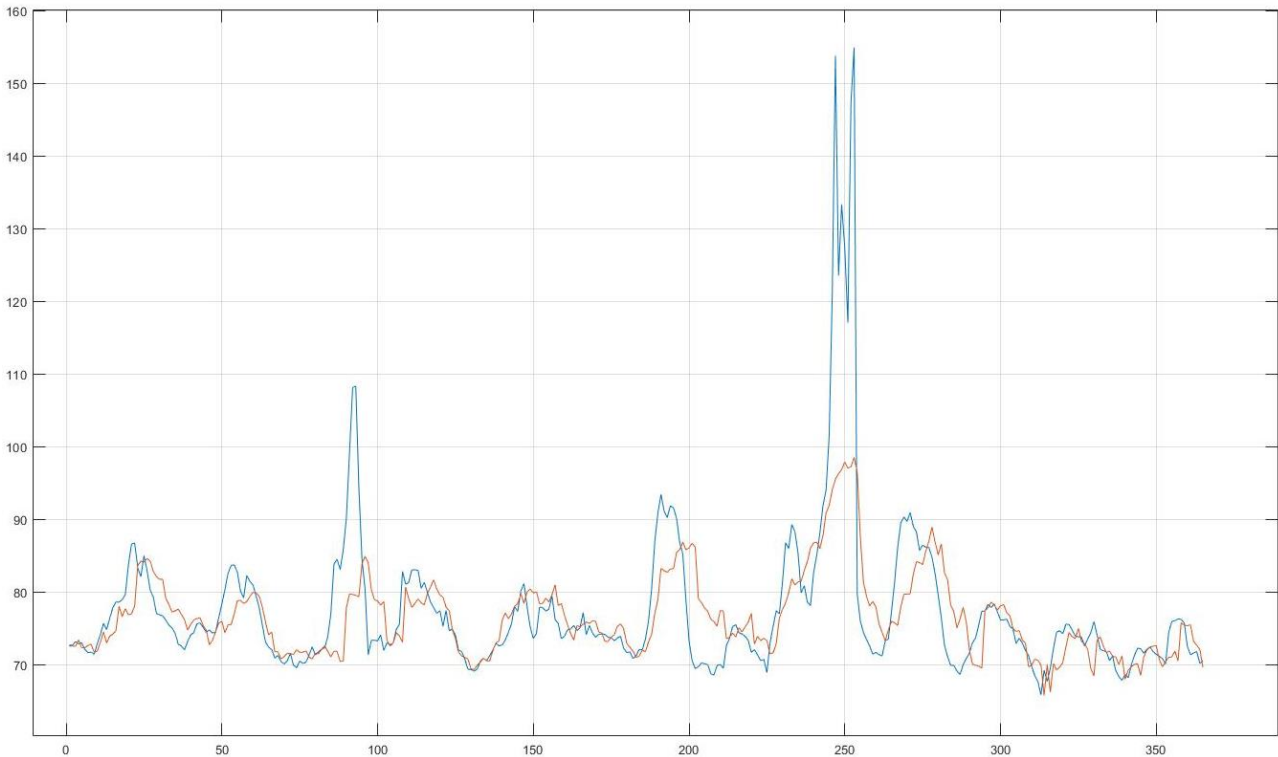


Рисунок 3.41 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; мультинормальний; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.42 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – мультинормальний. Кількість частинок – 1000.

На рис. 3.43 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 100000.

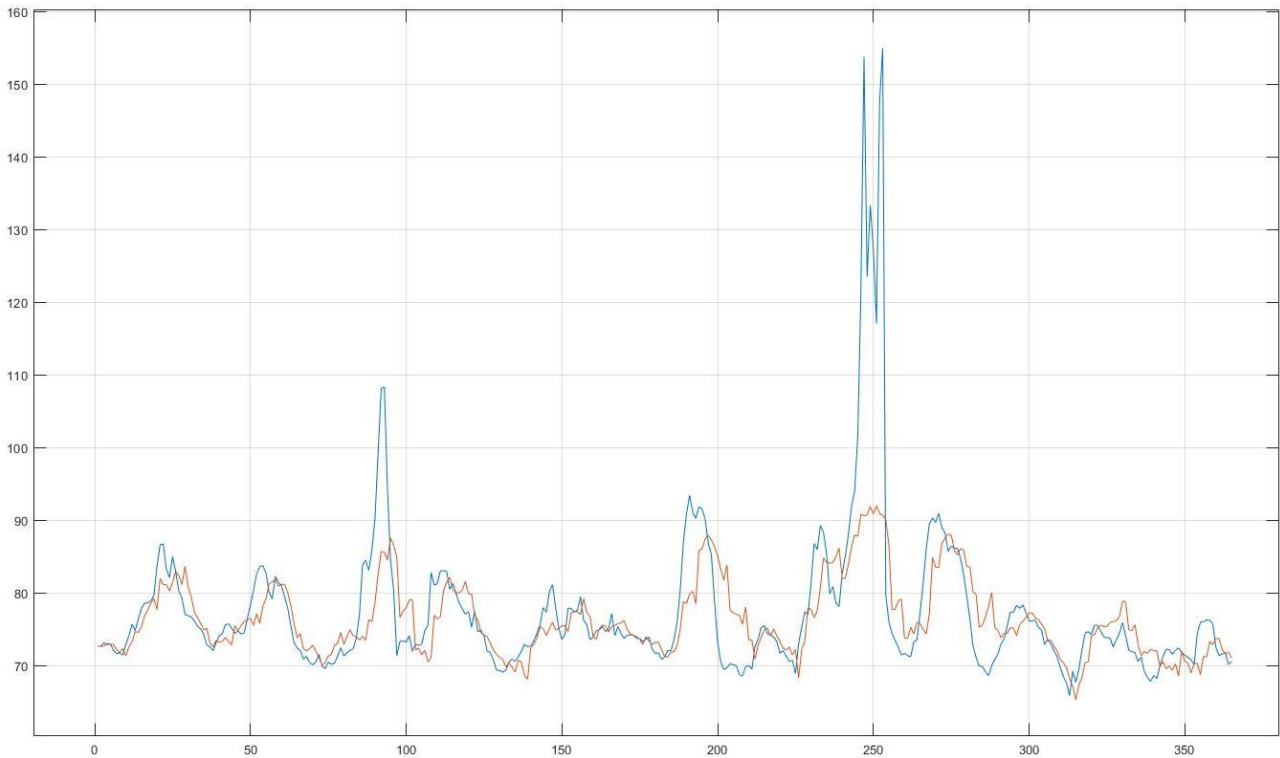


Рисунок 3.42 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; мультинормальний; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

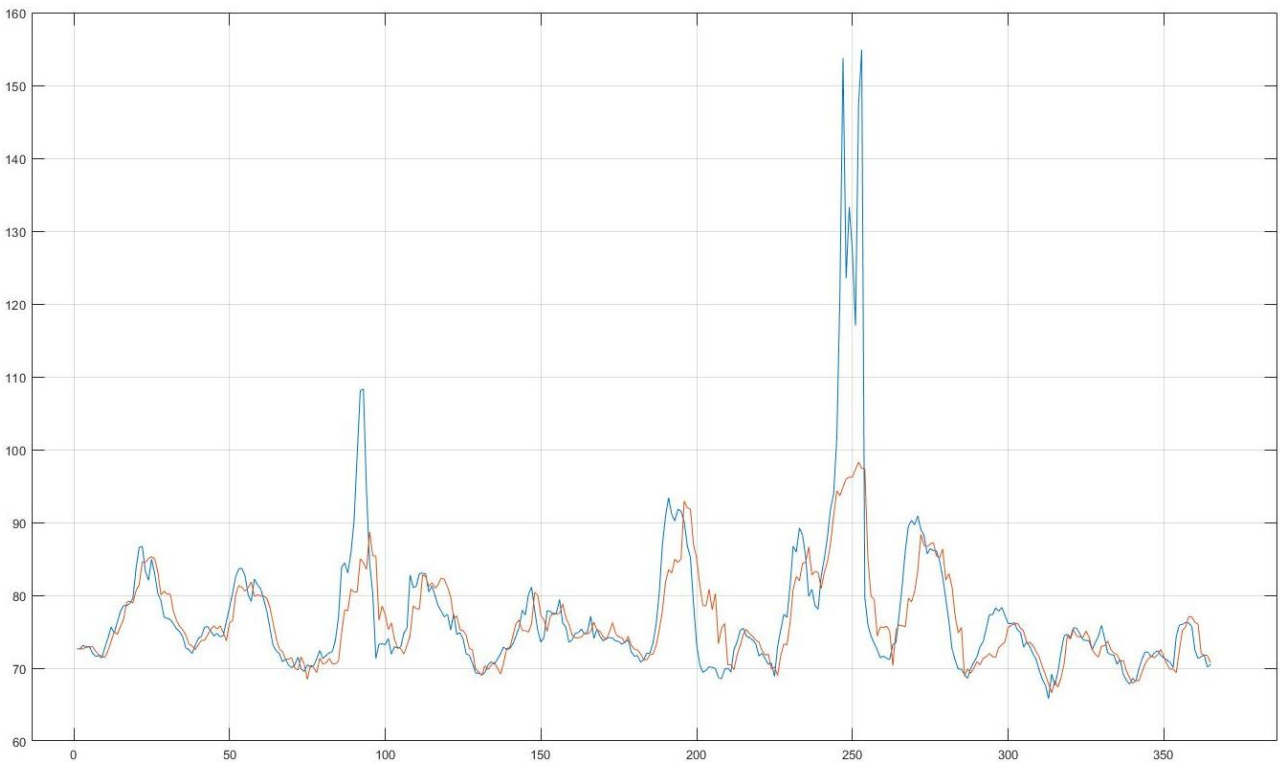


Рисунок 3.43 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; стратифікований; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.4 – Характеристики прогнозів для незгладжених даних (інтервальна; 30)

30	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	4.8714	4.8151	4.7611	4.964
R ²		0.466	0.4321	0.4002	0.3619
MAPE	1000	4.631	4.6024	4.5942	4.5021
R ²		0.4262	0.4145	0.419	0.3982
MAPE	100000	4.1562	4.133	3.9897	3.9083
R ²		0.4199	0.4529	0.5404	0.509

На рис. 3.44 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 100.

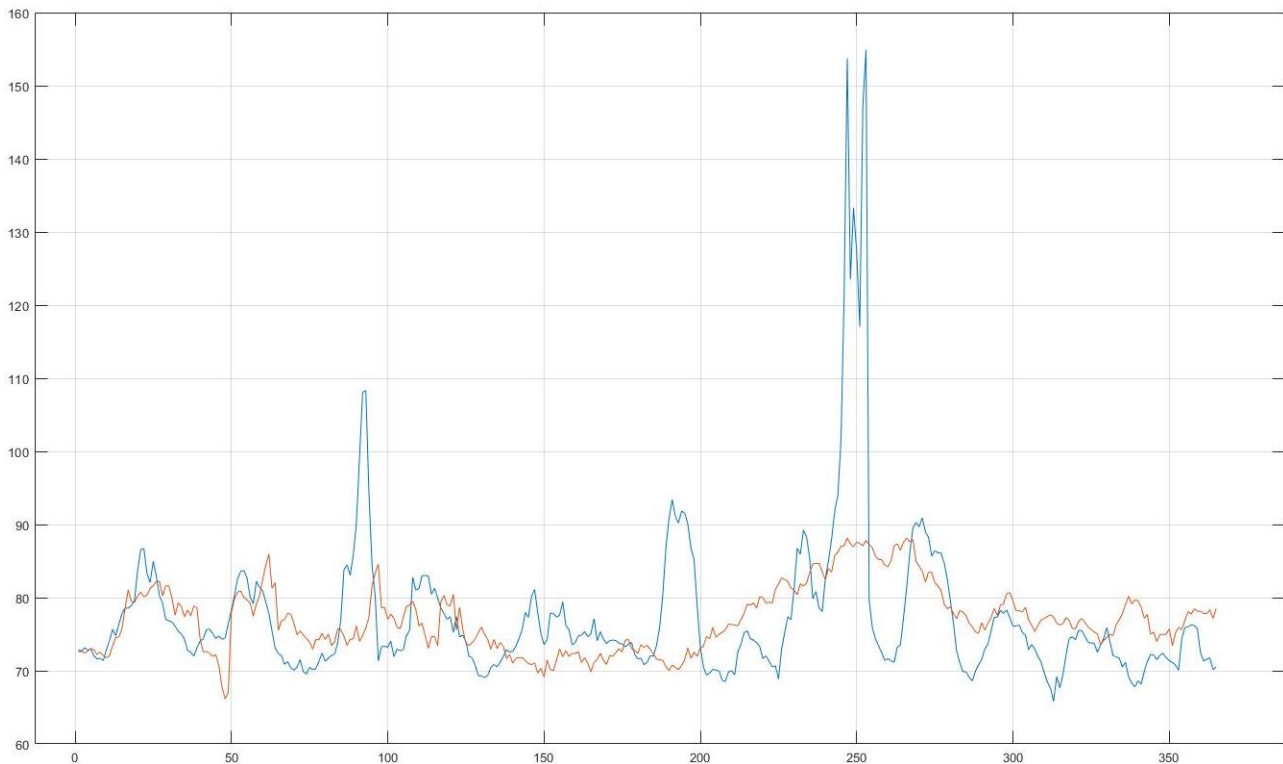


Рисунок 3.44 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.45 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 1000.

На рис. 3.46 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 100000.

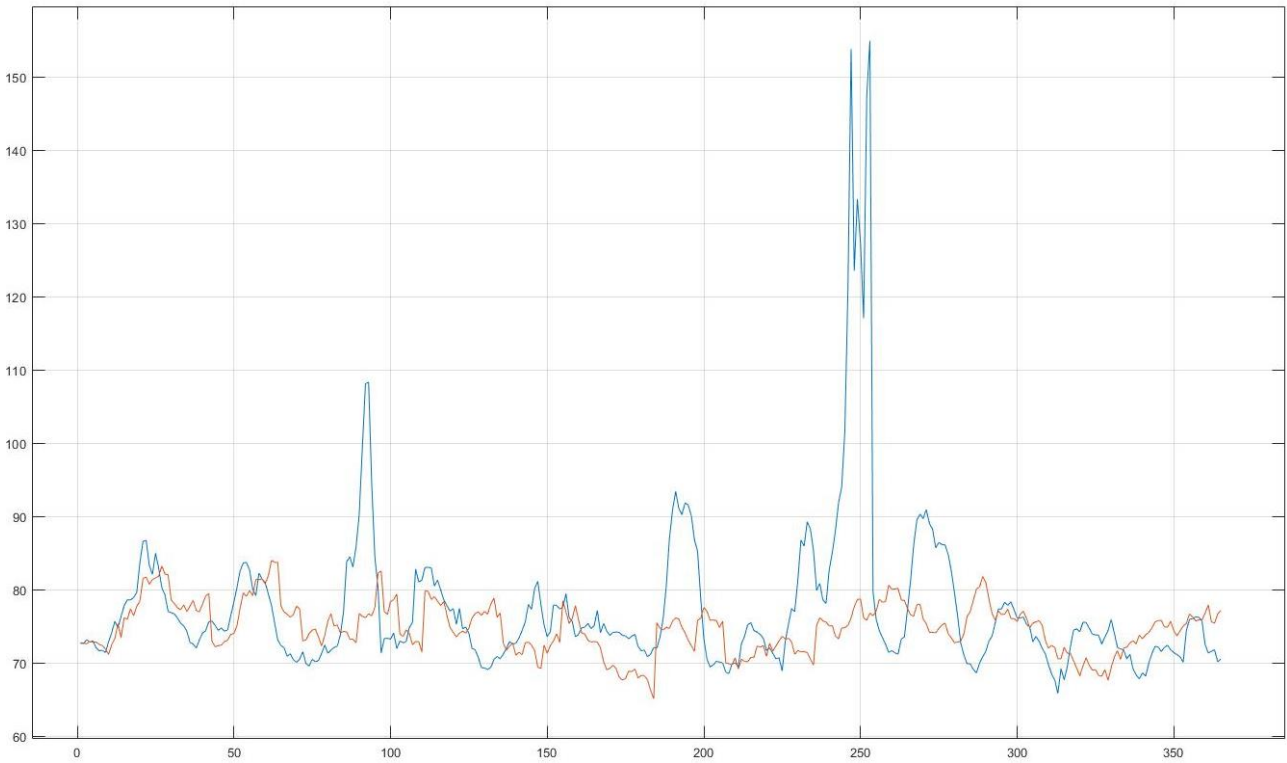


Рисунок 3.45 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

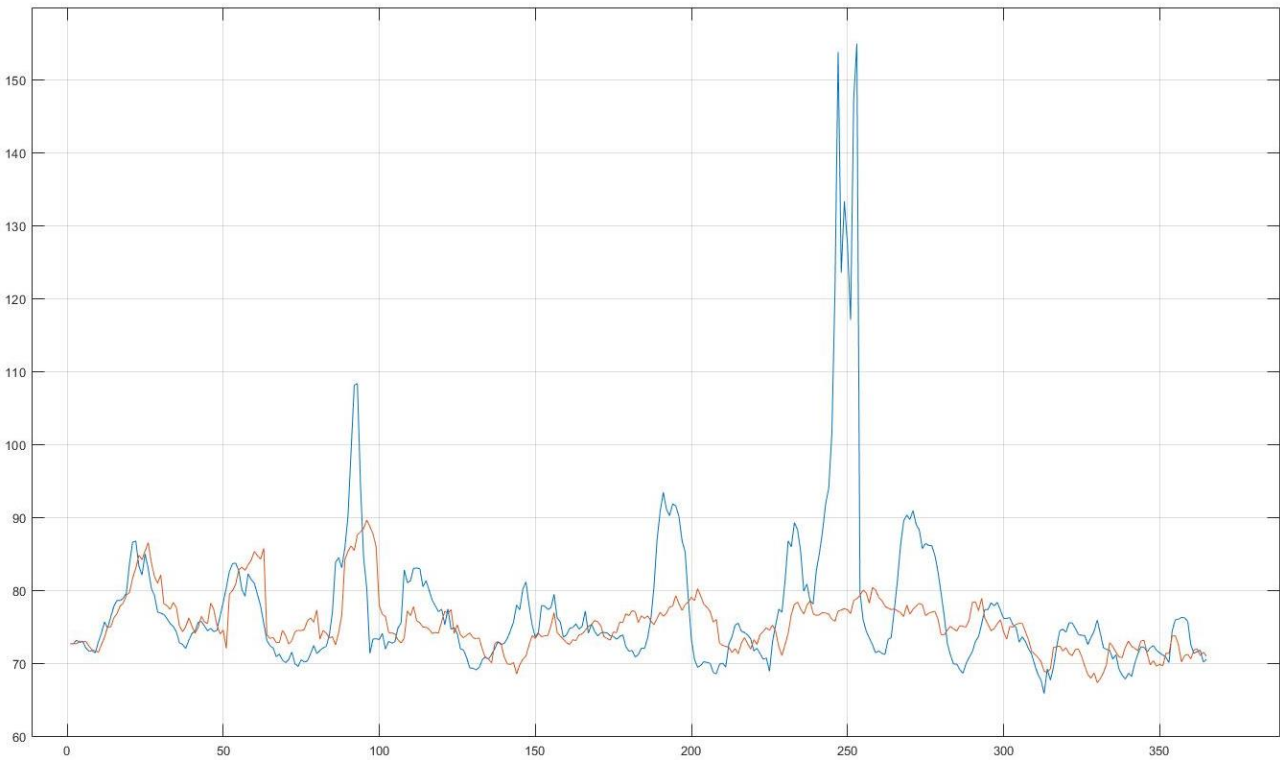


Рисунок 3.46 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.5 – Характеристики прогнозів для незгладжених даних (без повторної вибірки)

-	кількість частинок \ експеримент	I	II	III	IV
MAPE	100	9.8849	7.1818	8.6364	6.6153
R ²		0	0.1553	0	0
MAPE	1000	7.6786	8.1404	7.0533	7.593
R ²		0	0	0	0
MAPE	100000	7.091	7.8164	6.0015	6.5565
R ²		0.0719	0	0.0884	0

На рис. 3.47 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – систематичний. Кількість частинок – 100.

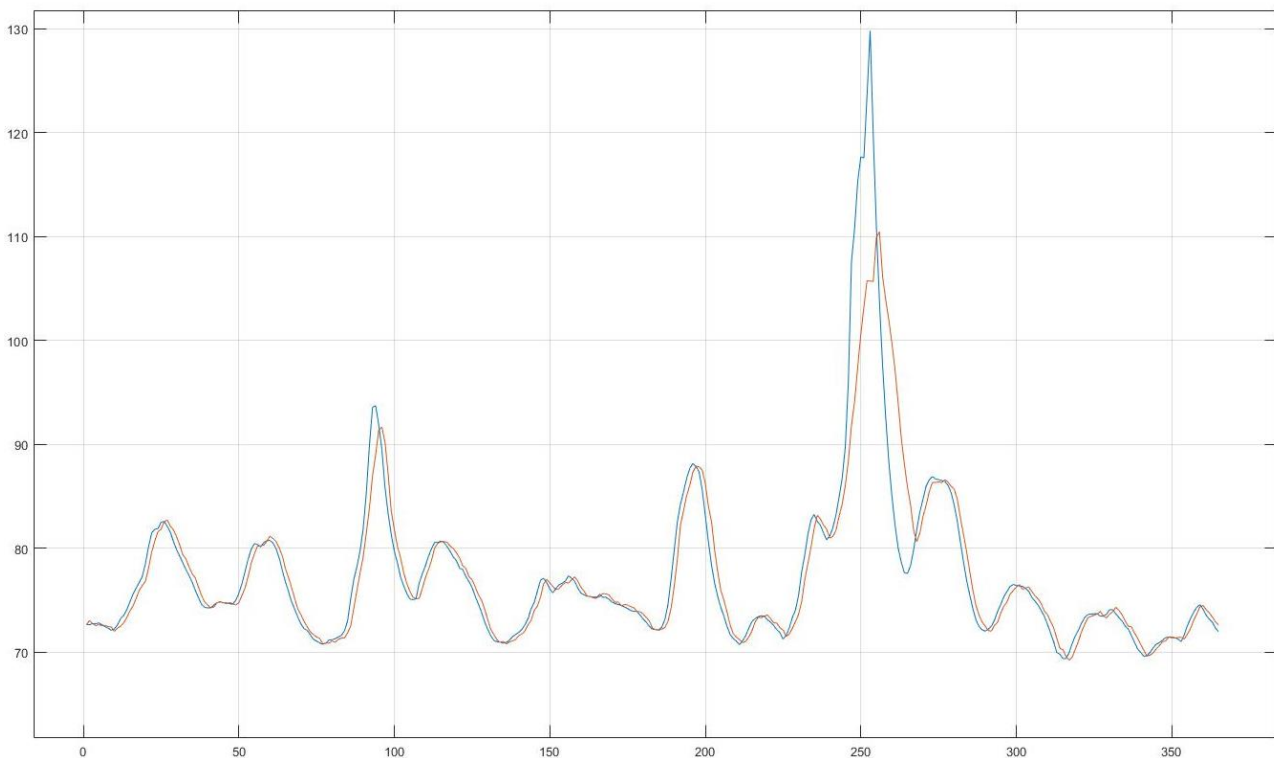


Рисунок 3.47 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; систематичний; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.48 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – мультинормальний. Кількість частинок – 1000.

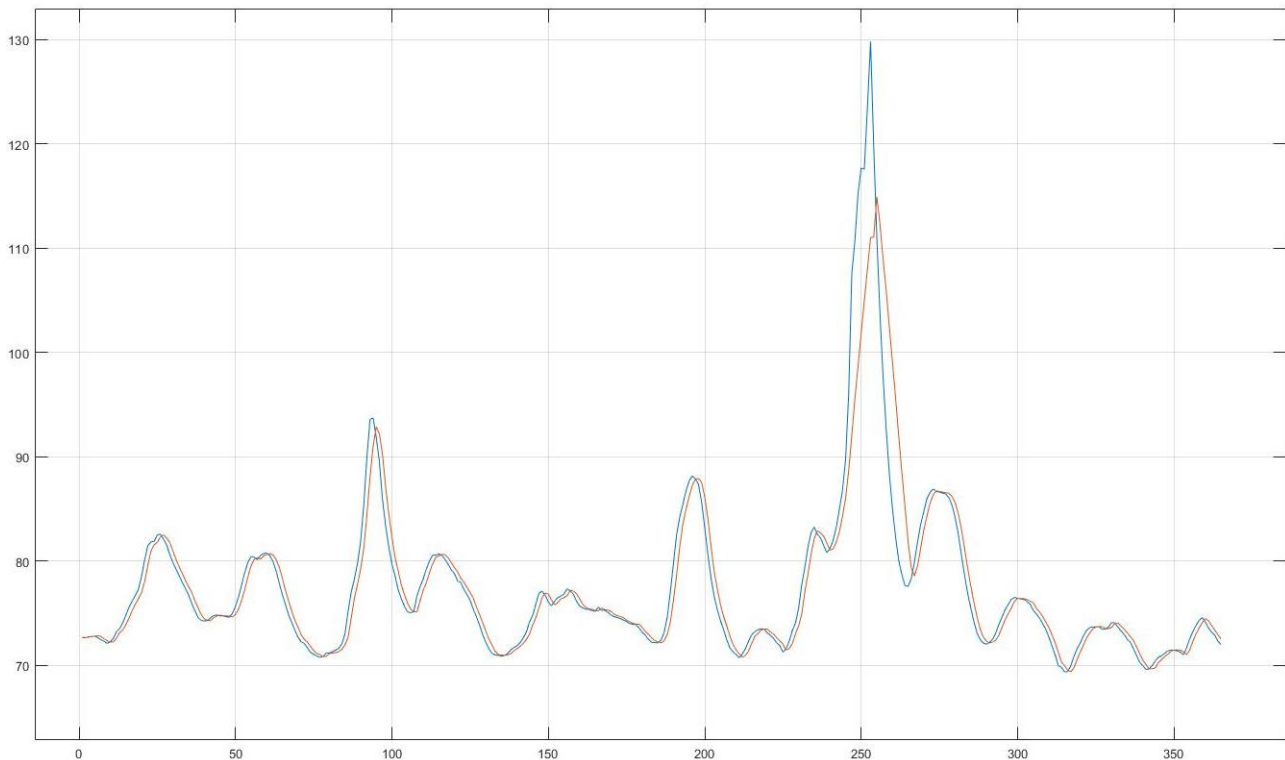


Рисунок 3.48 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; мультинормальний; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.49 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – залишковий. Кількість частинок – 100000.

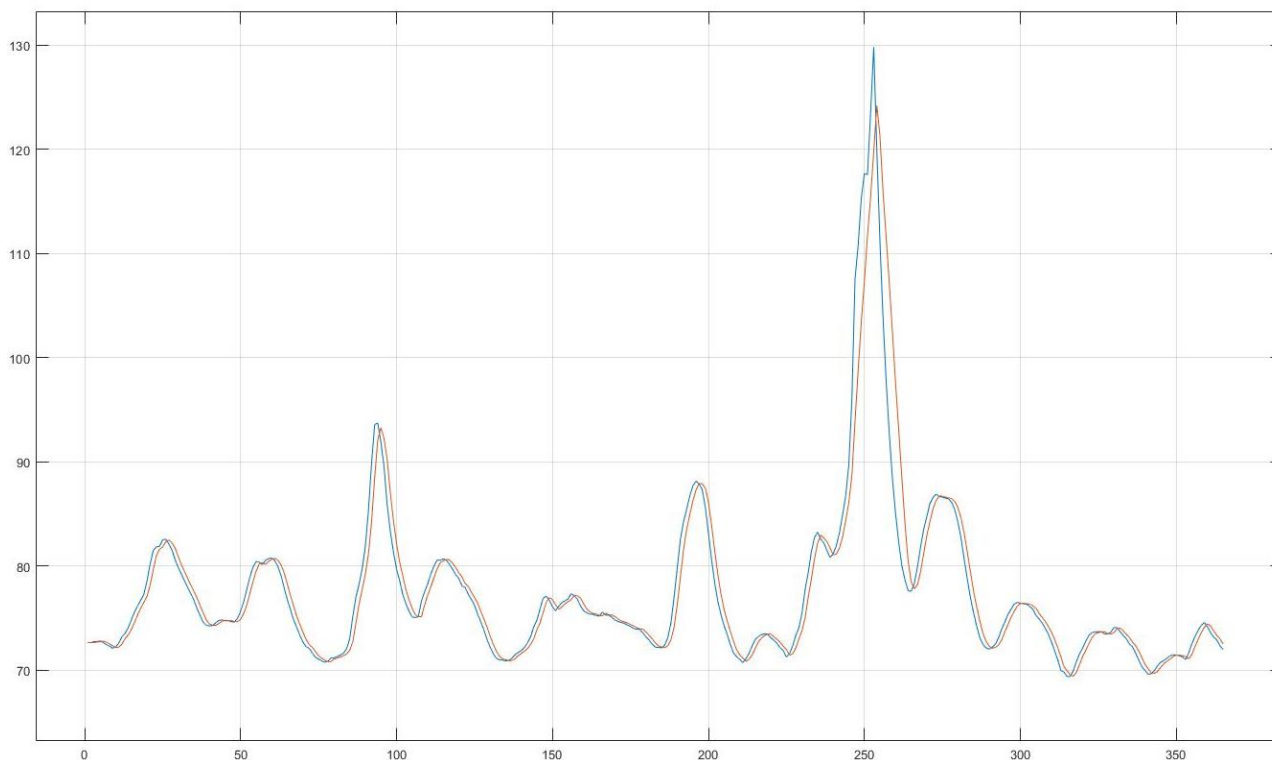


Рисунок 3.49 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; залишковий; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.6 – Характеристики прогнозів для згладжених за допомогою експоненційного згладжування даних (пропорційна; 0,5)

0.5	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	1.777	1.7902	1.7302	1.7942
R ²		0.792	0.776	0.7792	0.8186
MAPE	1000	1.6985	1.7651	1.7021	1.7464
R ²		0.851	0.8337	0.8451	0.844
MAPE	100000	1.5804	1.5571	1.5665	1.5728
R ²		0.8886	0.8949	0.893	0.8913

На рис. 3.50 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 100.

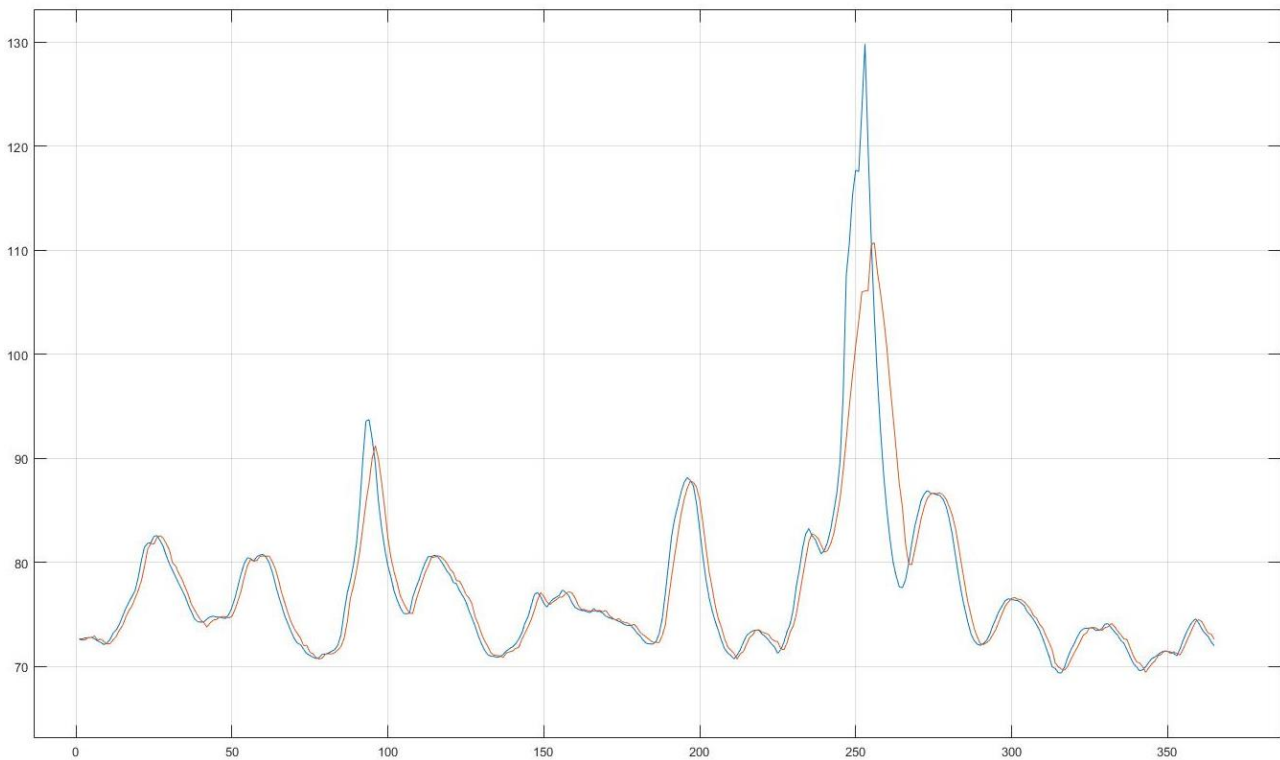


Рисунок 3.50 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; стратифікований; 100):
по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.51 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 1000.

На рис. 3.52 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – систематичний. Кількість частинок – 100000.

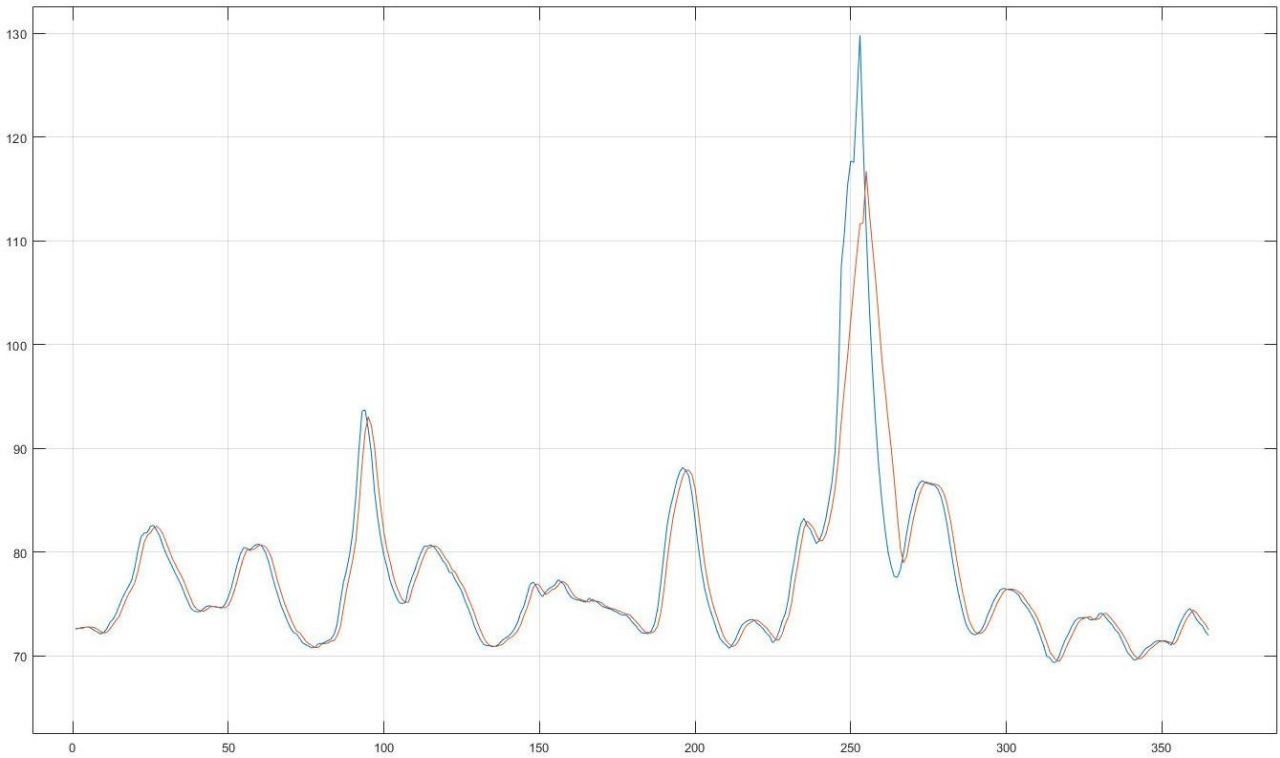


Рисунок 3.51 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; стратифікований; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

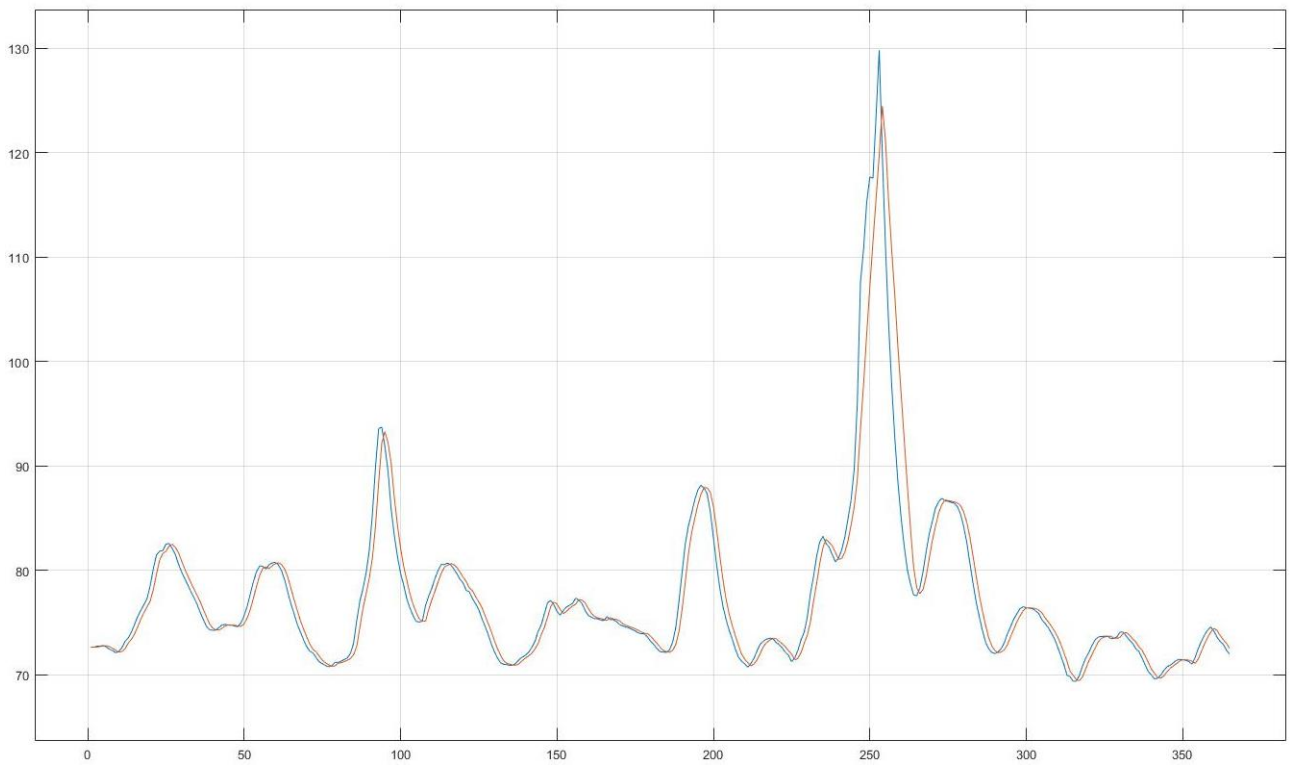


Рисунок 3.52 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; систематичний; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.7 – Характеристики прогнозів для згладжених за допомогою експоненційного згладжування даних (інтервальна; 1)

1	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	1.7981	1.9117	1.8134	1.8366
R ²		0.7901	0.7903	0.8159	0.8087
MAPE	1000	1.76	1.6901	1.7057	1.6931
R ²		0.8337	0.849	0.8498	0.8462
MAPE	100000	1.6048	1.581	1.5995	1.5472
R ²		0.8818	0.8894	0.8853	0.8976

На рис. 3.53 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – залишковий. Кількість частинок – 100.

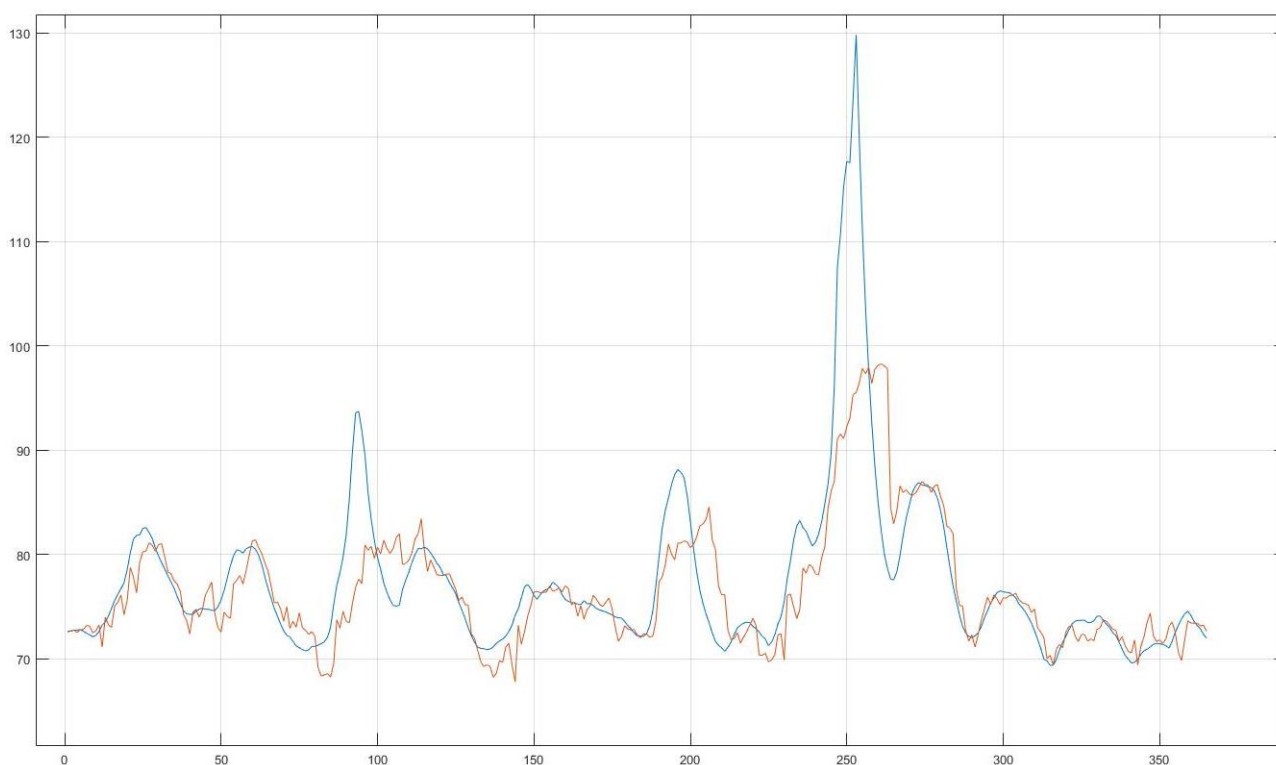


Рисунок 3.53 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; залишковий; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.54 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного

згладжування. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 1000.

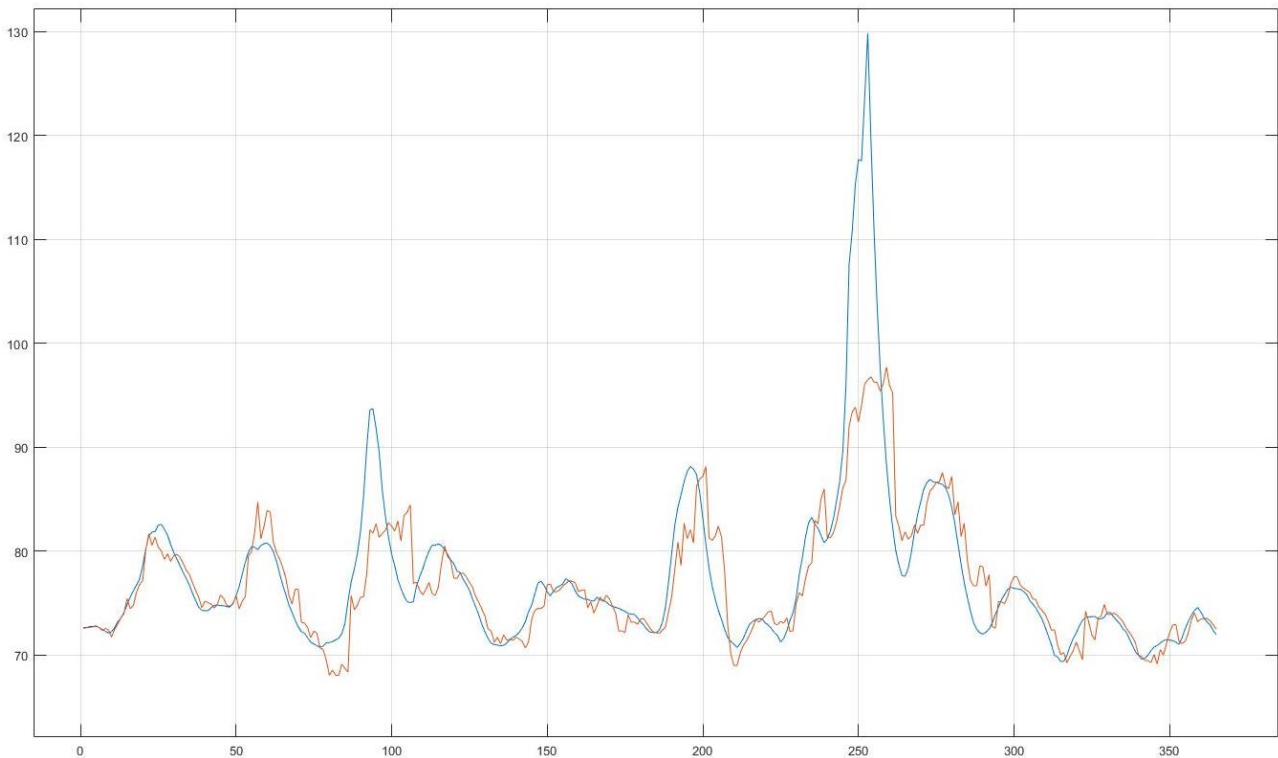


Рисунок 3.54 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; стратифікований; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.55 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – систематичний. Кількість частинок – 100000.

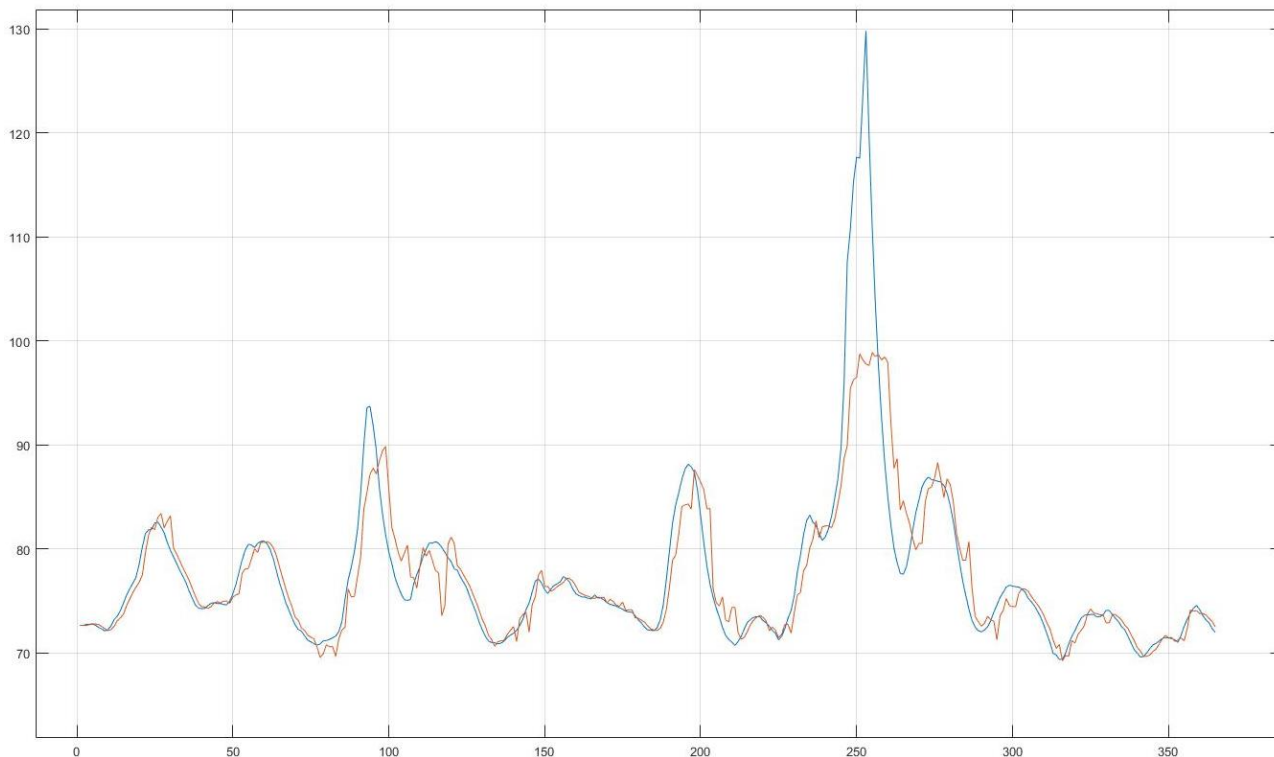


Рисунок 3.55 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; систематичний; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.8 – Характеристики прогнозів для згладжених за допомогою експоненційного згладжування даних (інтервальна; 30)

30	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	3.435	3.3447	3.384	3.4349
R ²		0.5455	0.5853	0.5492	0.5582
MAPE	1000	3.0338	2.9824	2.82	3.0581
R ²		0.6236	0.62	0.6772	0.6271
MAPE	100000	2.1841	2.3715	2.3207	2.2434
R ²		0.7364	0.7179	0.7142	0.753

На рис. 3.56 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 100.

На рис. 3.57 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 1000.

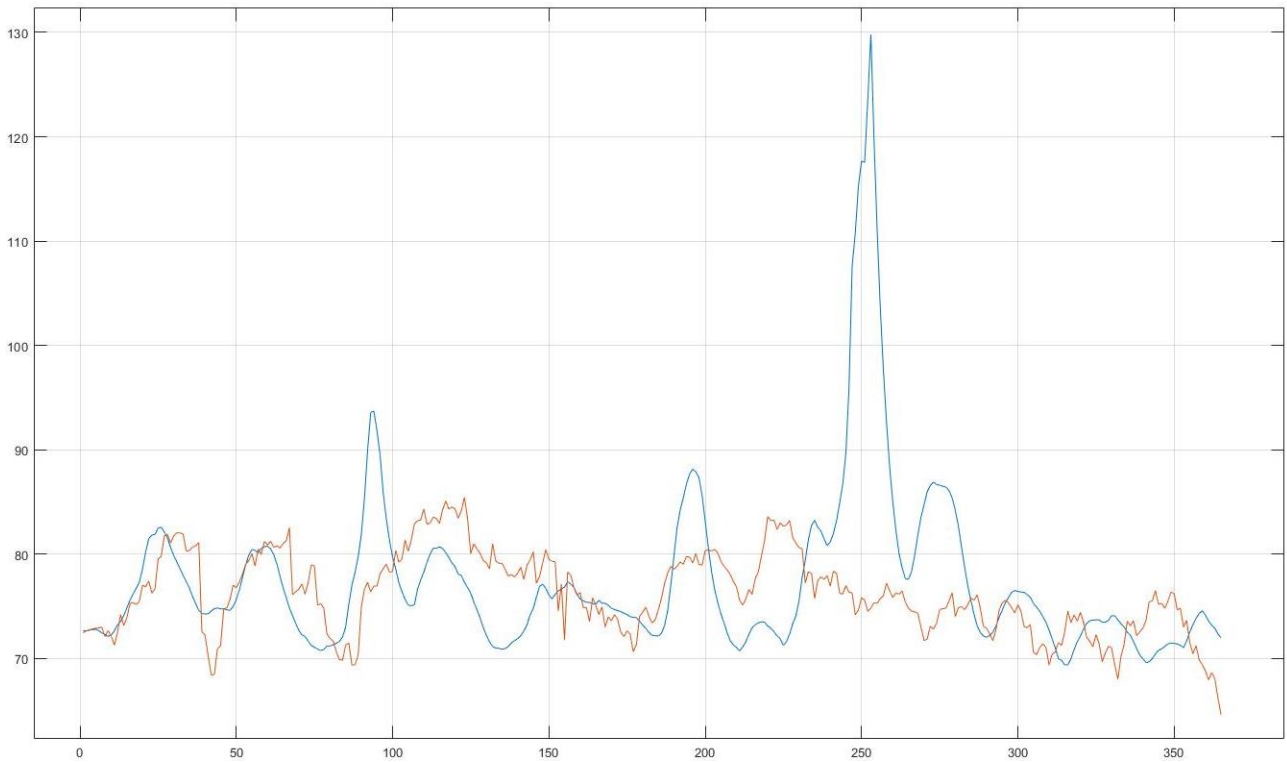


Рисунок 3.56 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

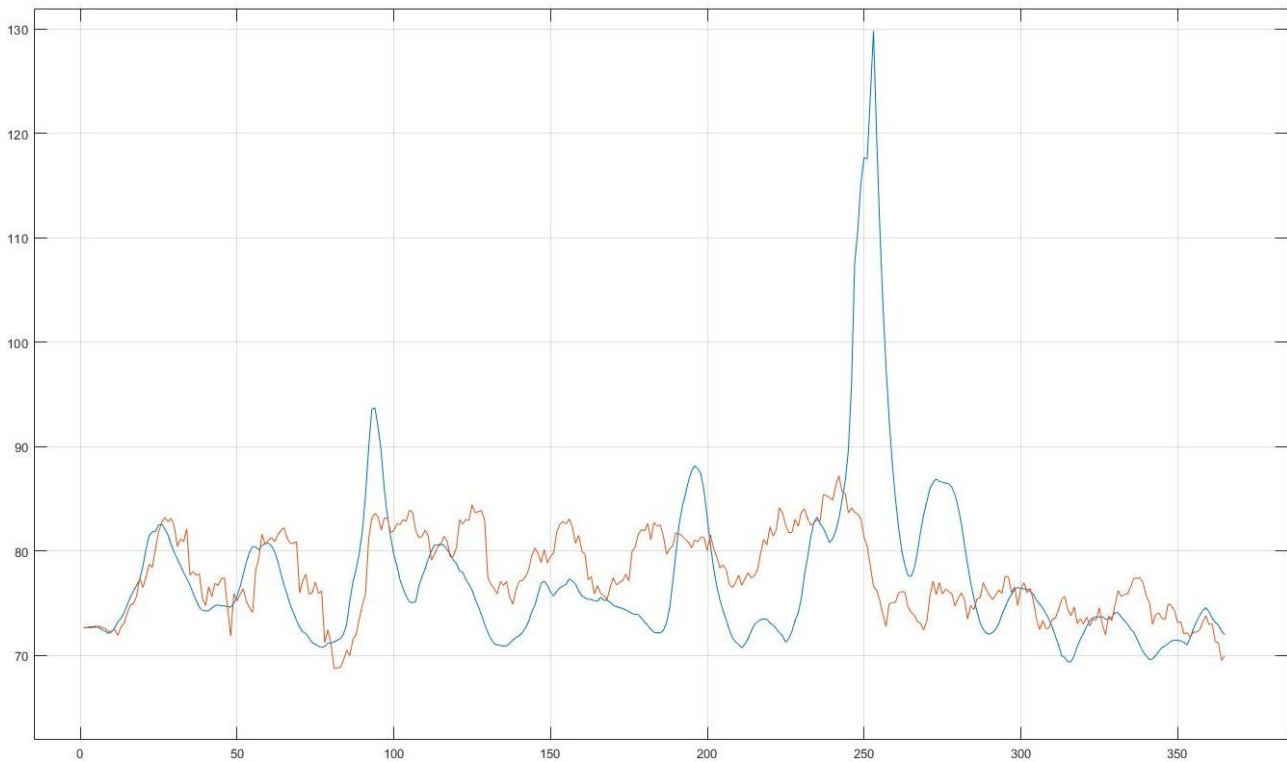


Рисунок 3.57 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.58 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою експоненційного згладжування. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 100000.

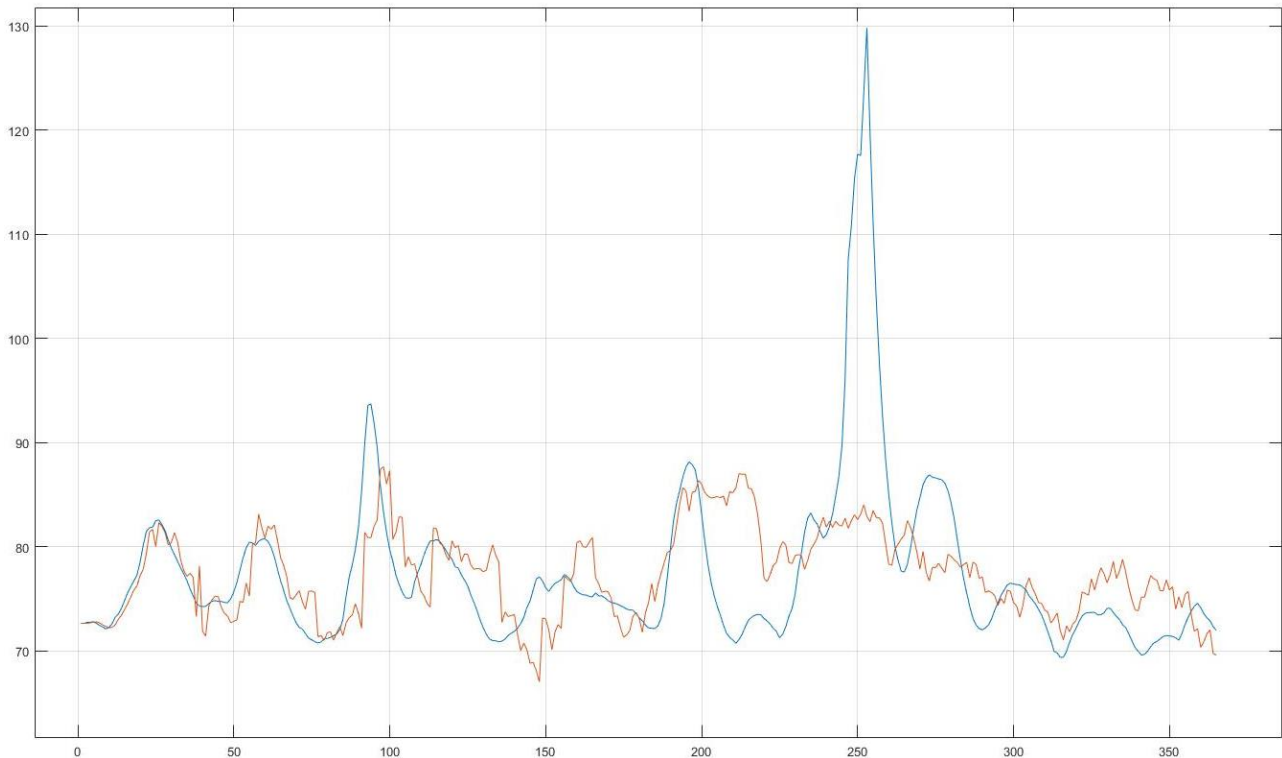


Рисунок 3.58 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.9 – Характеристики прогнозів для згладжених за допомогою експоненційного згладжування даних (без повторної вибірки)

-	кількість частинок \ експеримент	I	II	III	IV
MAPE	100	6.4569	6.2968	6.4443	6.2338
R ²		0	0	0	0
MAPE	1000	5.9589	5.9535	6.8527	6.0463
R ²		0	0.0402	0.0215	0
MAPE	100000	5.2641	5.1312	6.5413	6.4598
R ²		0.2095	0.0073	0.0129	0.0808

На рис. 3.59 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних

частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 100.

На рис. 3.60 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 1000.

На рис. 3.61 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Тип повторної вибірки – пропорційна. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх – 0,5. Метод повторної вибірки – залишковий. Кількість частинок – 100000.

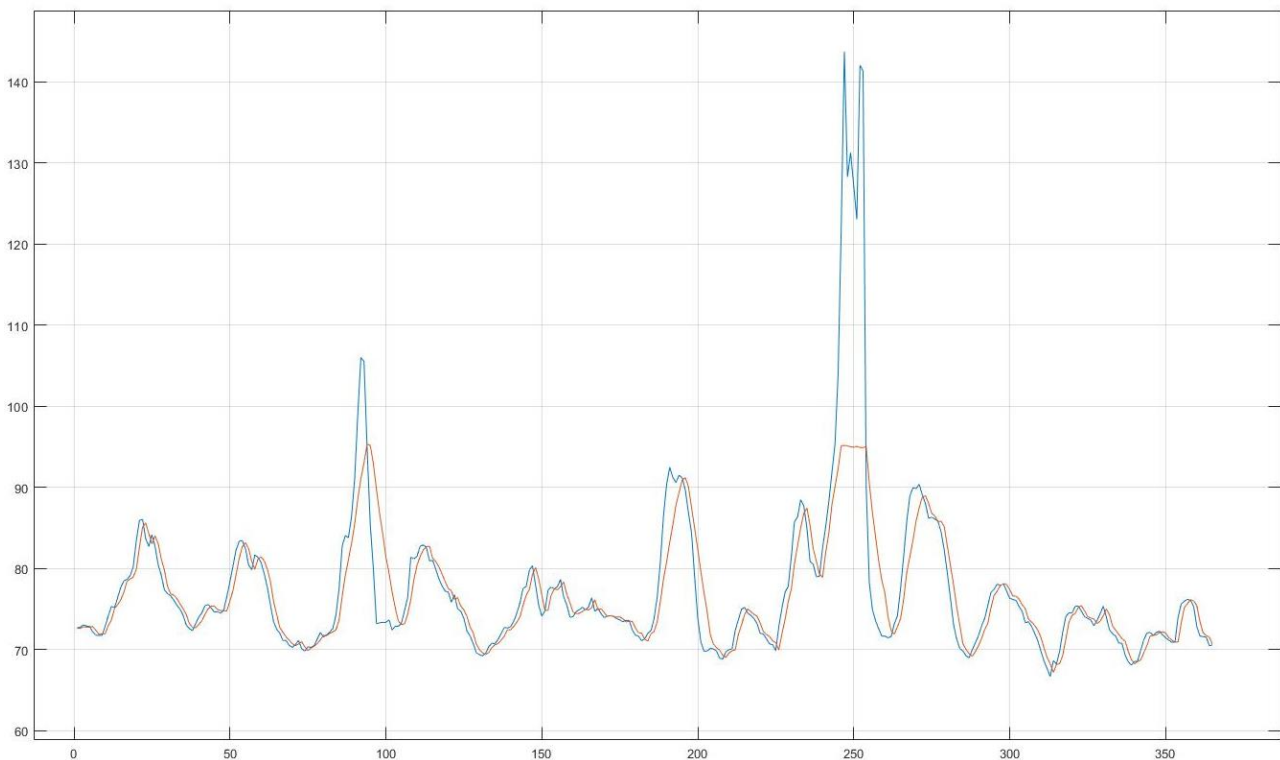


Рисунок 3.59 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; стратифікований; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

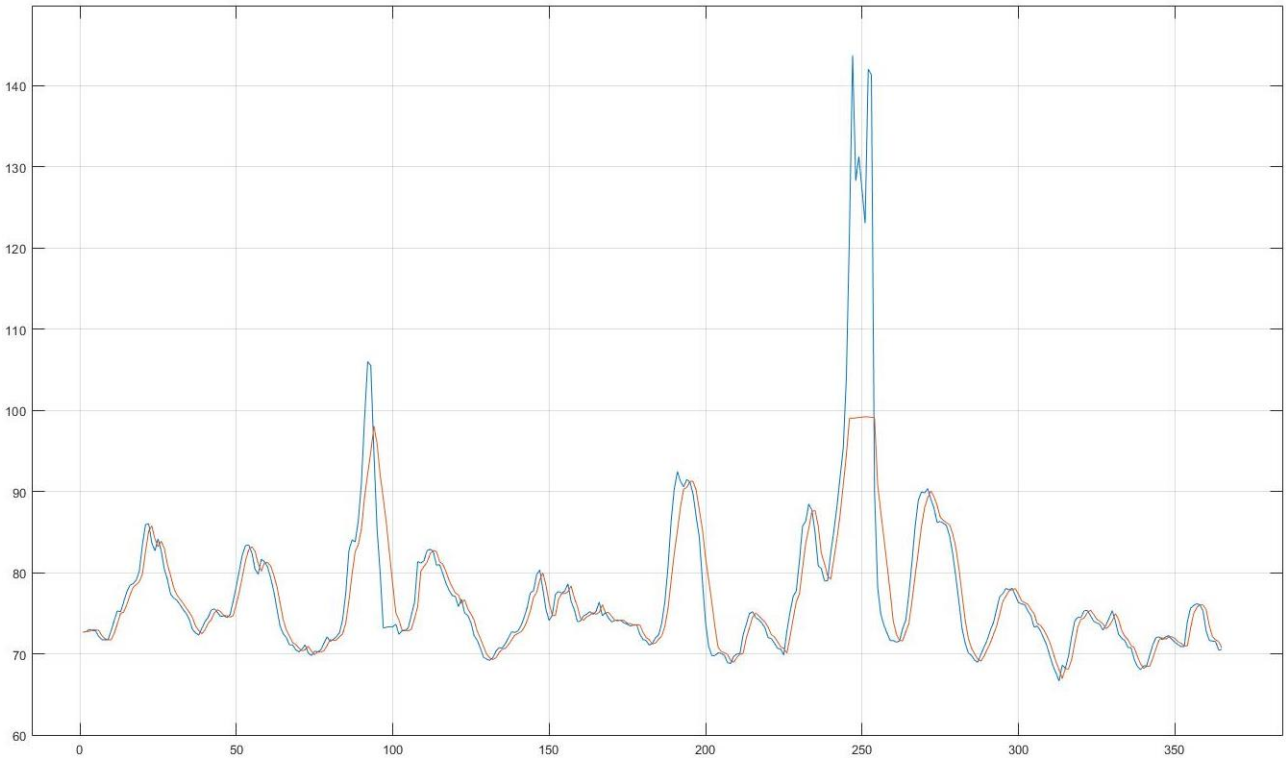


Рисунок 3.60 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; стратифікований; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

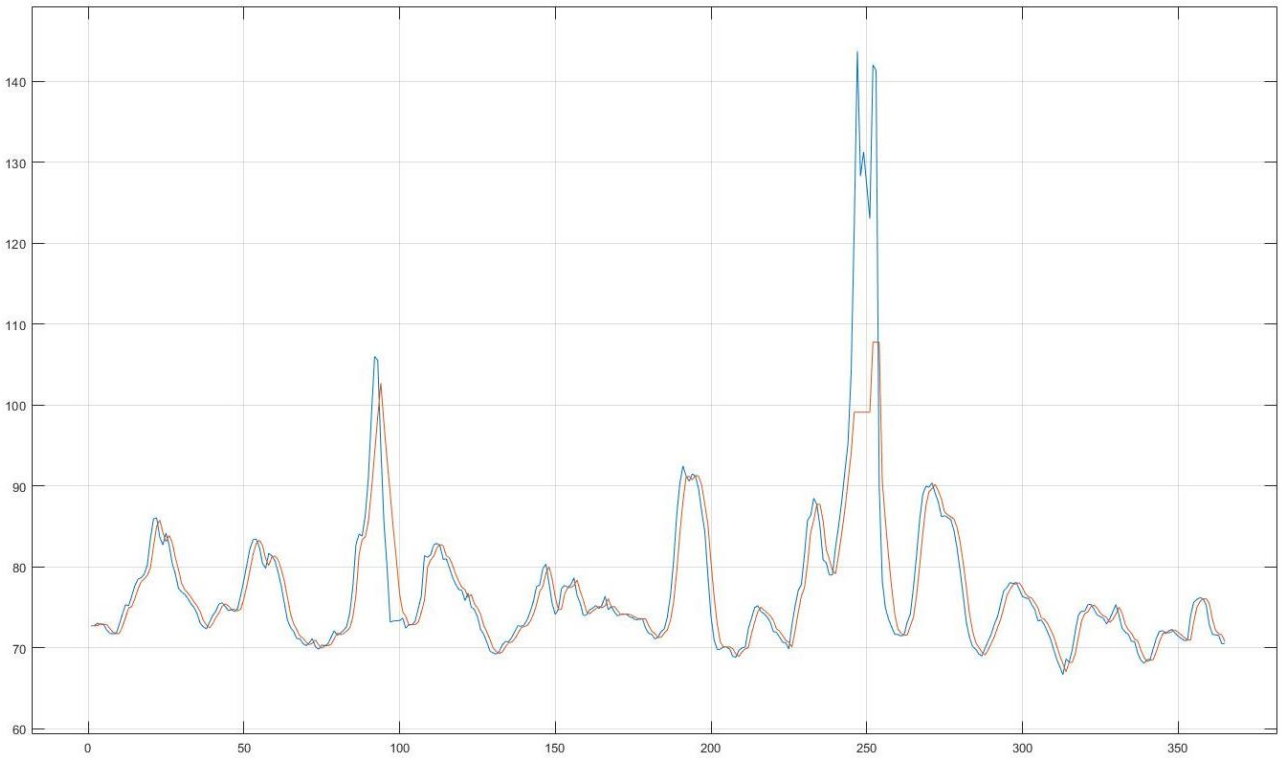


Рисунок 3.61 – Прогноз сонячної активності (пропорційна; 0,5; залишковий; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.10 – Характеристики прогнозів для згладжених за допомогою калманівського згладжування даних (пропорційна; 0,5)

0.5	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	3.1655	3.2035	3.045	3.1244
R ²		0.5753	0.5731	0.6072	0.6024
MAPE	1000	2.829	2.83	2.8106	2.8301
R ²		0.6463	0.6552	0.6786	0.6611
MAPE	100000	2.6531	2.6473	2.6664	2.6338
R ²		0.7155	0.718	0.679	0.6876

На рис. 3.62 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – мультиномальний. Кількість частинок – 100.

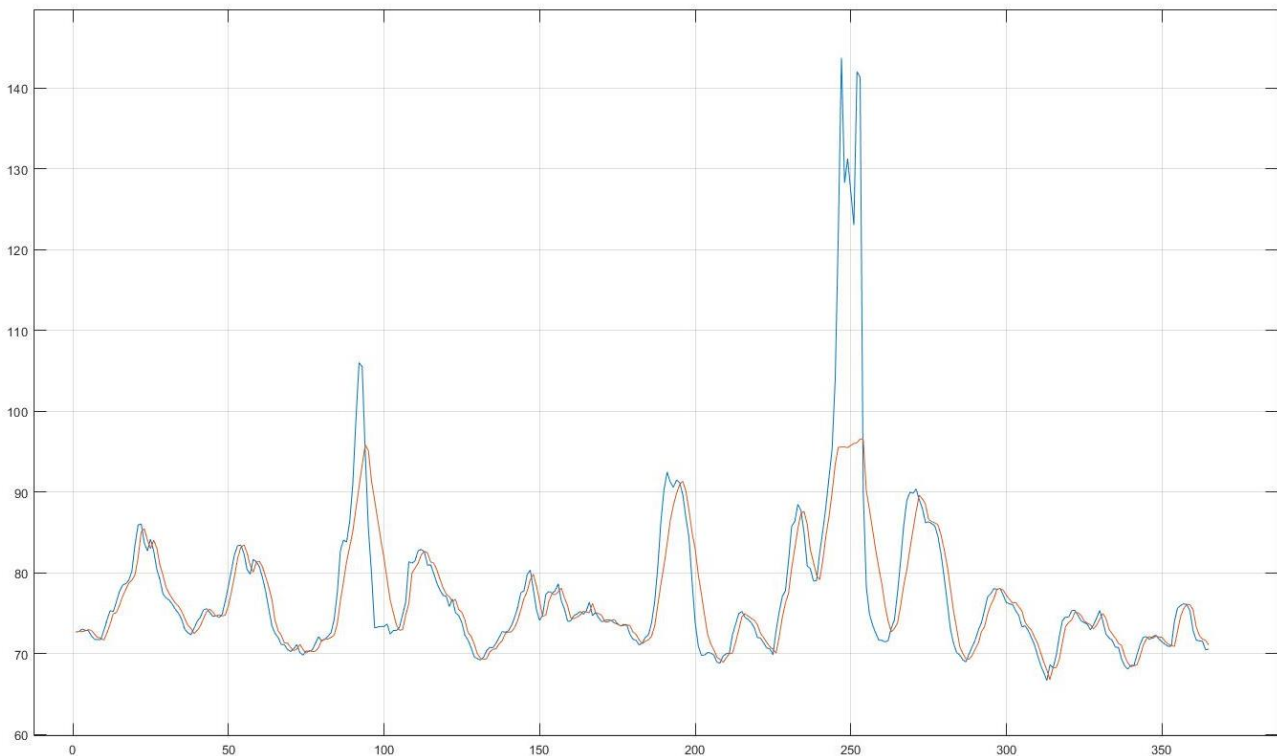


Рисунок 3.62 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; мультиномальний; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.63 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача

Калмана. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – залишковий. Кількість частинок – 1000.

На рис. 3.64 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 1. Метод повторної вибірки – систематичний. Кількість частинок – 100000.

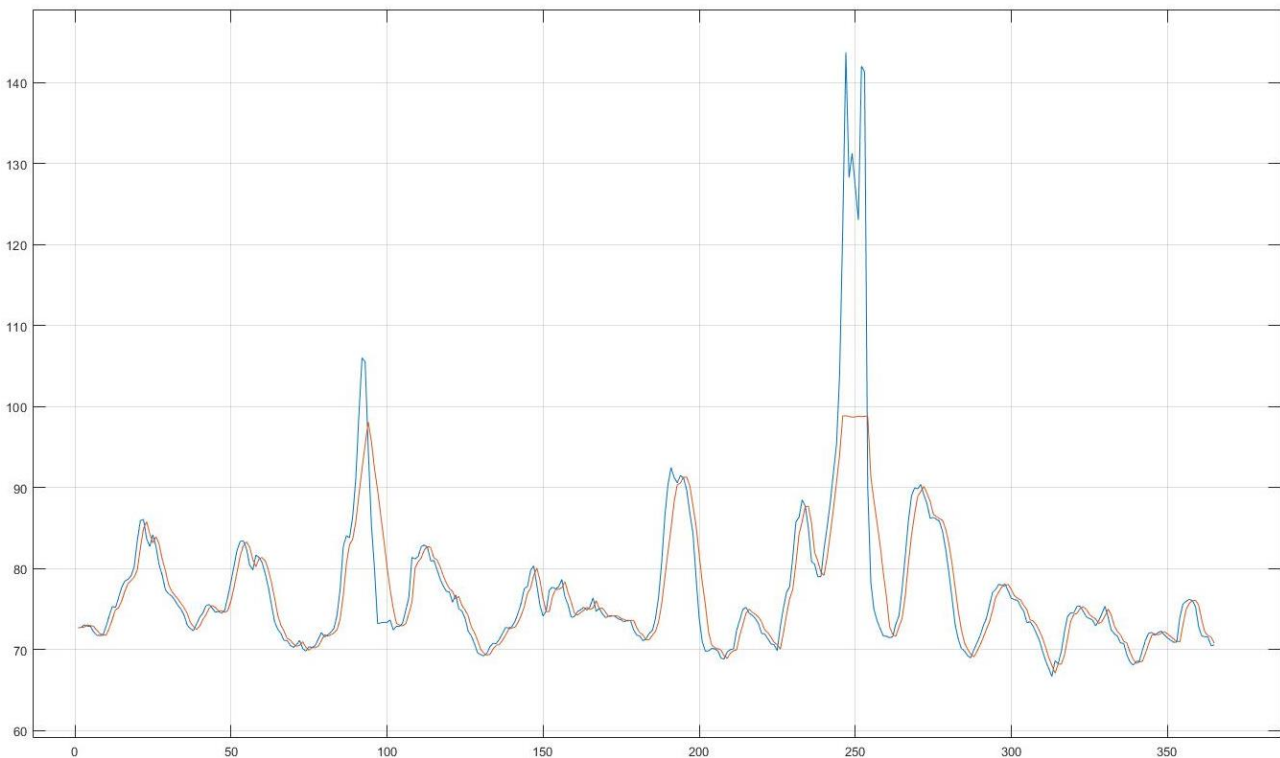


Рисунок 3.63 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; залишковий; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

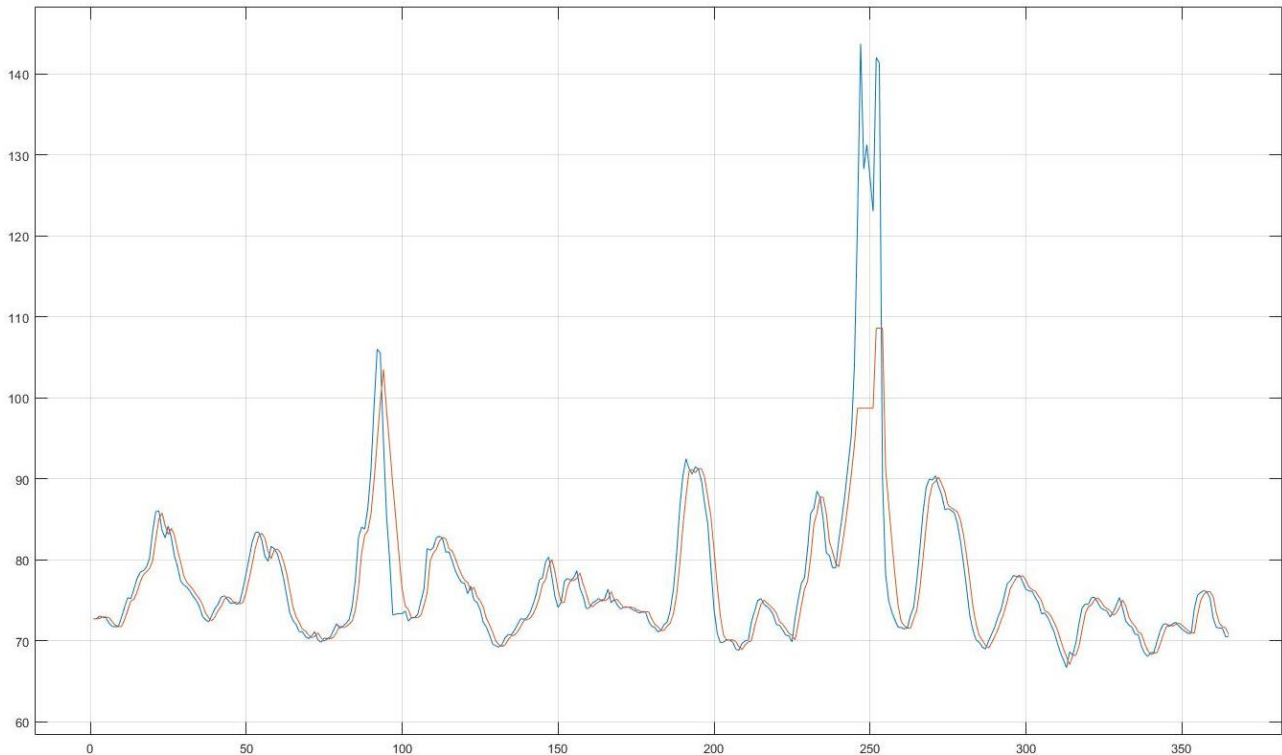


Рисунок 3.64 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 1; систематичний; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.11 – Характеристики прогнозів для згладжених за допомогою калманівського згладжування даних (інтервальна; 1)

1	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	3.101	3.0588	3.1309	3.0544
R ²		0.6157	0.6112	0.6041	0.605
MAPE	1000	2.8263	2.8595	2.769	2.8163
R ²		0.6618	0.6696	0.6681	0.6619
MAPE	100000	2.7608	2.7195	2.7315	2.677
R ²		0.7016	0.7077	0.7062	0.7135

На рис. 3.65 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – стратифікований. Кількість частинок – 100.

На рис. 3.66 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача

Калмана. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – залишковий. Кількість частинок – 1000.

На рис. 3.67 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Тип повторної вибірки – інтервальна. Інтервал – 30. Метод повторної вибірки – мультинормальний. Кількість частинок – 100000.

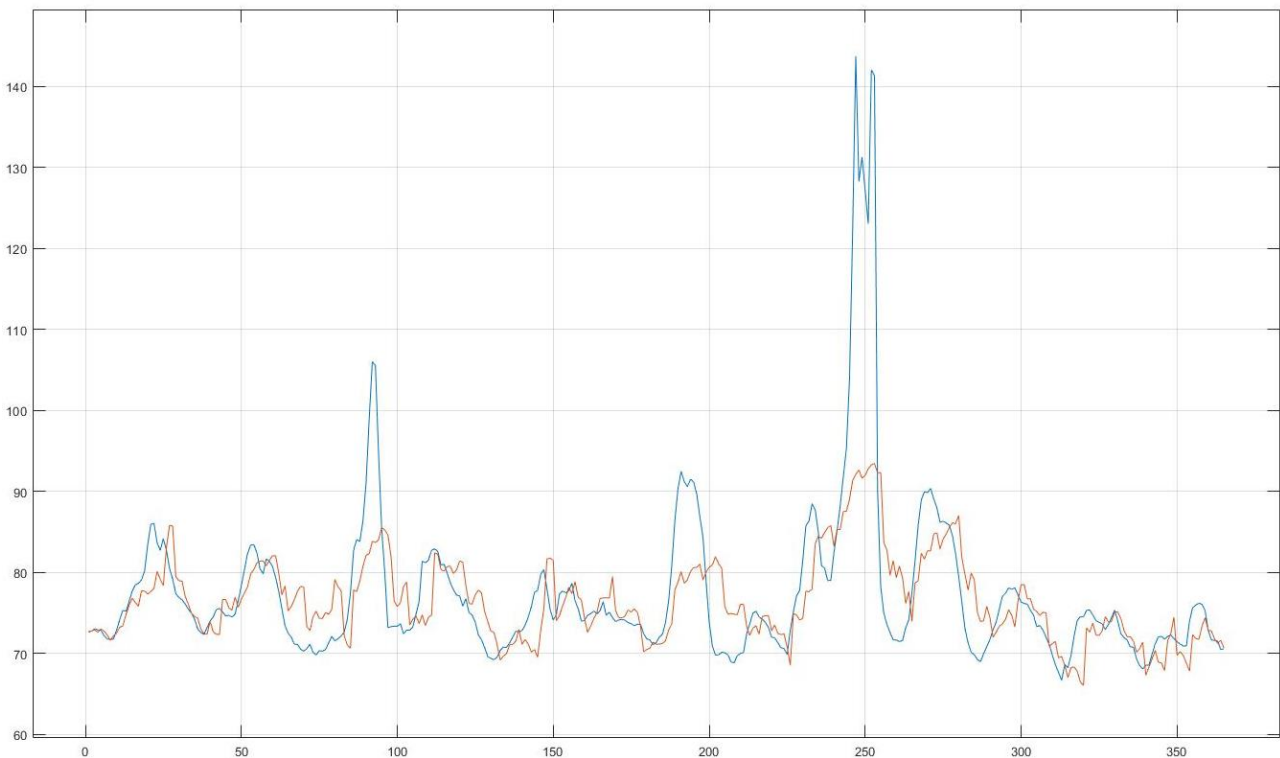


Рисунок 3.65 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; стратифікований; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

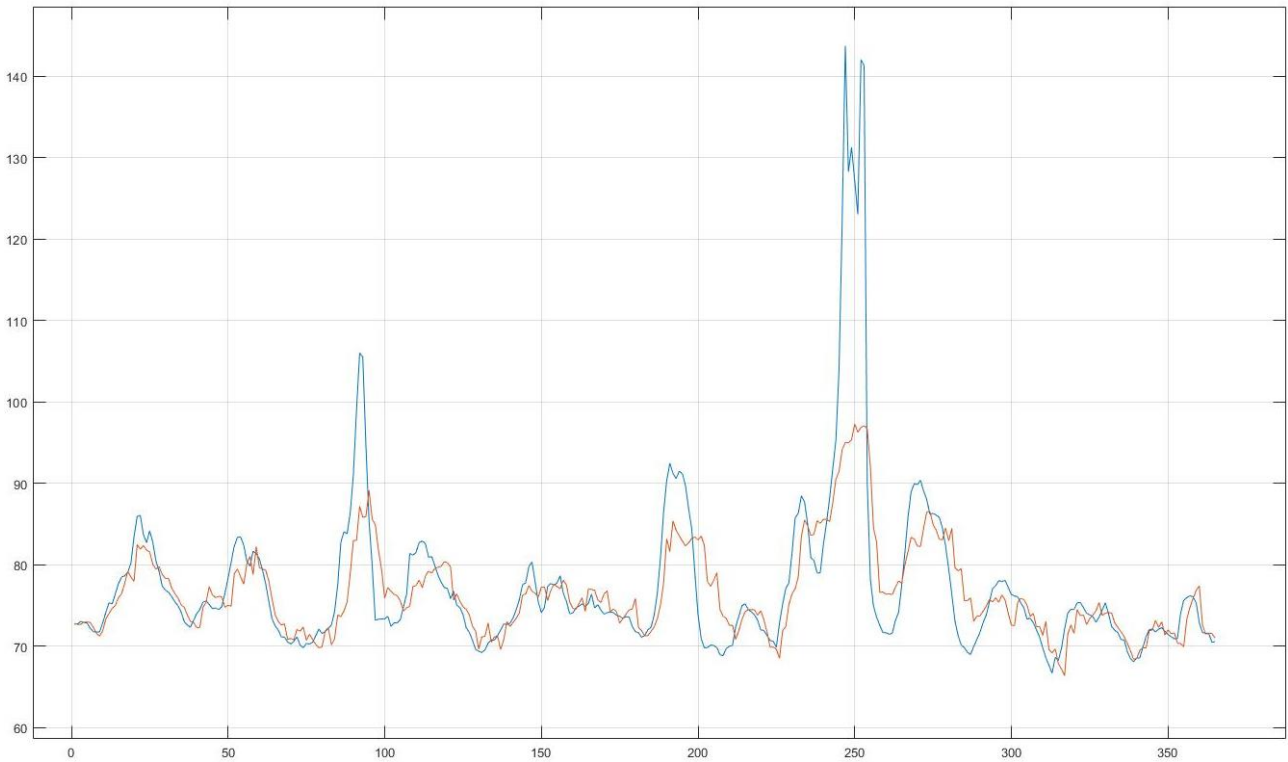


Рисунок 3.66 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; залишковий; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

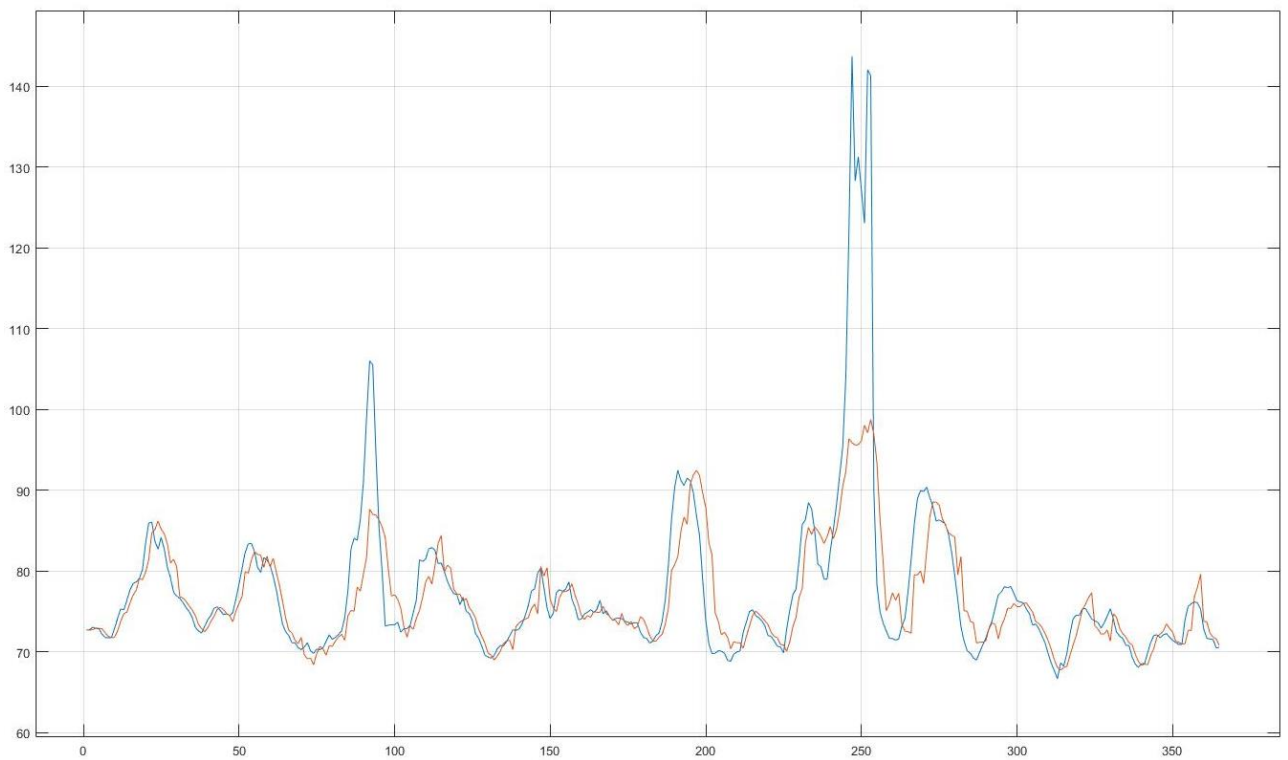


Рисунок 3.67 – Прогноз сонячної активності (інтервальна; 30; мультинормальний; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.12 – Характеристики прогнозів для згладжених за допомогою калманівського згладжування даних (інтервальна; 30)

30	кількість частинок \ метод	multinomial	residual	stratified	systematic
MAPE	100	5.0842	5.1557	5.0505	4.9808
R ²		0.4422	0.4007	0.4483	0.4123
MAPE	1000	4.7258	4.011	4.1477	4.4096
R ²		0.5168	0.5683	0.5187	0.5272
MAPE	100000	3.5777	3.7559	3.6012	3.6156
R ²		0.5941	0.5705	0.5763	0.5895

На рис. 3.68 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 100.

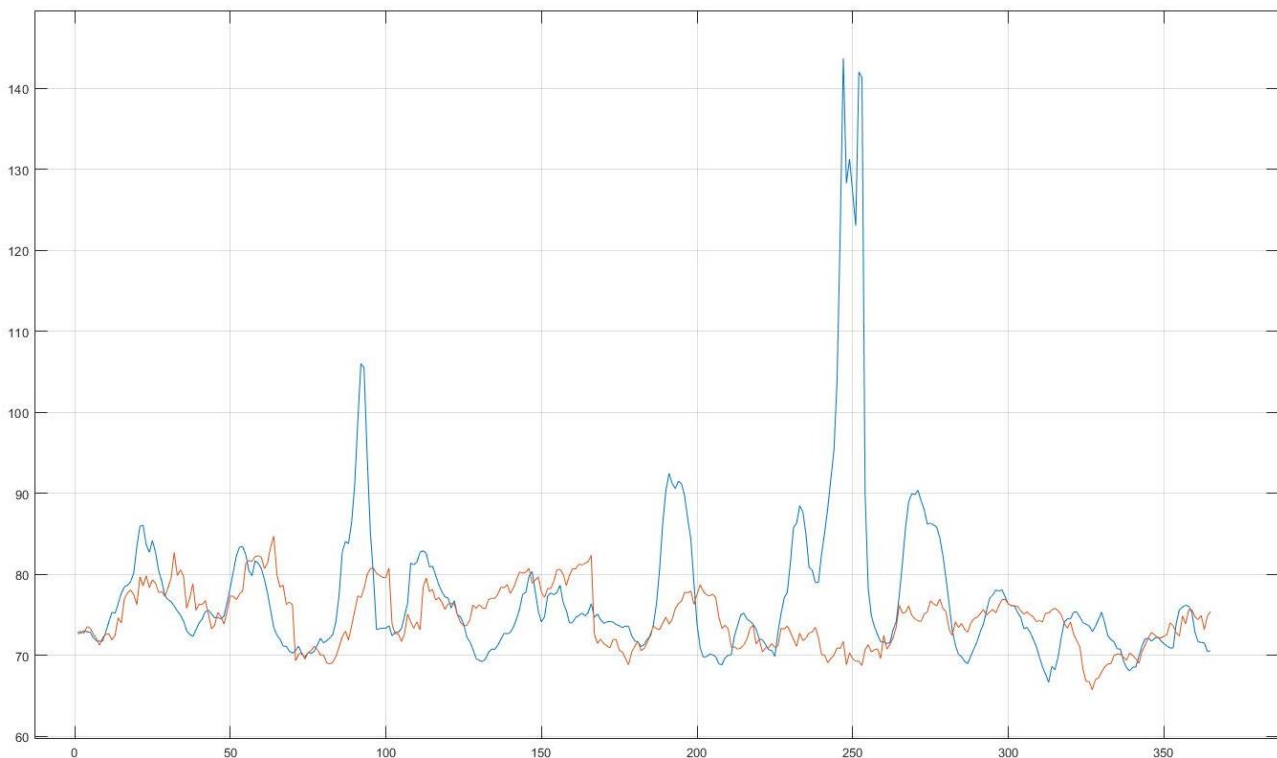


Рисунок 3.68 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 100): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.69 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 1000.

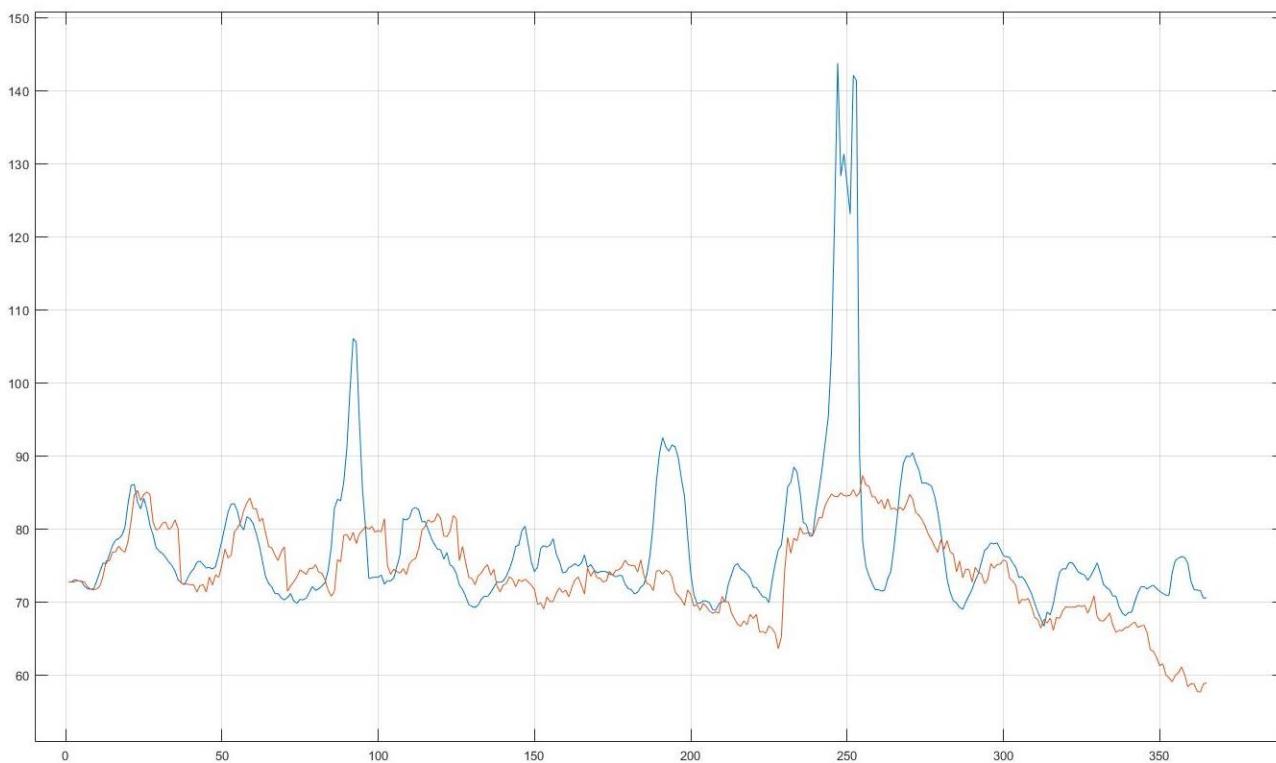


Рисунок 3.69 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 1000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

На рис. 3.70 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Дані згладжено за допомогою згладжувача Калмана. Без повторної вибірки. Кількість частинок – 100000.

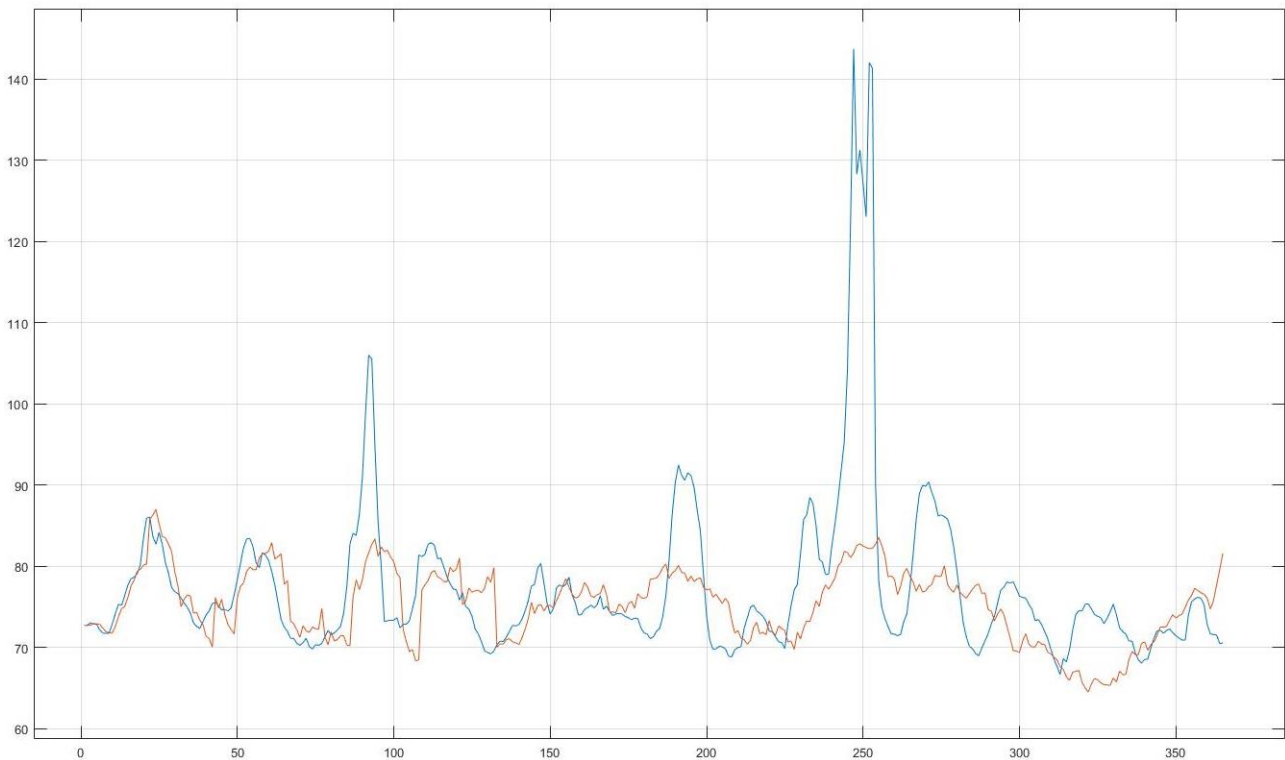


Рисунок 3.70 – Прогноз сонячної активності (без повторної вибірки; 100000): по осі абсцис кількість днів; по осі ординат – значення індексу F10,7

Таблиця 3.13 – Характеристики прогнозів для згладжених за допомогою калманівського згладжування даних (без повторної вибірки)

-	кількість частинок \ експеримент	I	II	III	IV
MAPE	100	7.9319	6.8832	7.2343	6.6209
R ²		0	0	0	0
MAPE	1000	7.0858	6.7874	7.6976	7.1054
R ²		0.014	0.0722	0.012	0.1116
MAPE	100000	7.1223	7.5021	6.0948	7.637
R ²		0.1513	0.1027	0.1739	0.171

3.4 Порівняльний аналіз отриманих результатів

В таблиці 3.14 подано значення середньої абсолютної відсоткової похибки (MAPE) та статистики R^2 для прогнозів сонячної активності за допомогою оптимального адаптивного фільтра Калмана. У стовпчику деталі експерименту

вказано припущення про наявність або відсутність зміщення q^* , а також тип згладжування даних або його відсутність.

Таблиця 3.14 – Результати прогнозування за допомогою оптимального адаптивного фільтра Калмана

Деталі експерименту	MAPE	R ²
q≠0	2.5942	0.7215
q≠0, експоненційне згладжування	0.987	0.9645
q≠0, калманівське згладжування	1.9175	0.8499
q=0	2.5447	0.7261
q=0, експоненційне згладжування	0.9453	0.966
q=0, калманівське згладжування	1.8486	0.8538

На рис. 3.71 графічно подано результати прогнозування сонячної активності. Для згладжених за допомогою експоненційного згладжування даних отримали мінімальне значення MAPE та максимальне значення статистики R^2 . Максимальне значення MAPE та мінімальне значення статистики R^2 отримали для вихідного ряду. Найменше значення MAPE та найбільше значення статистики R^2 отримали для фільтра з припущенням про відсутність зміщення рівня ряду q^* .

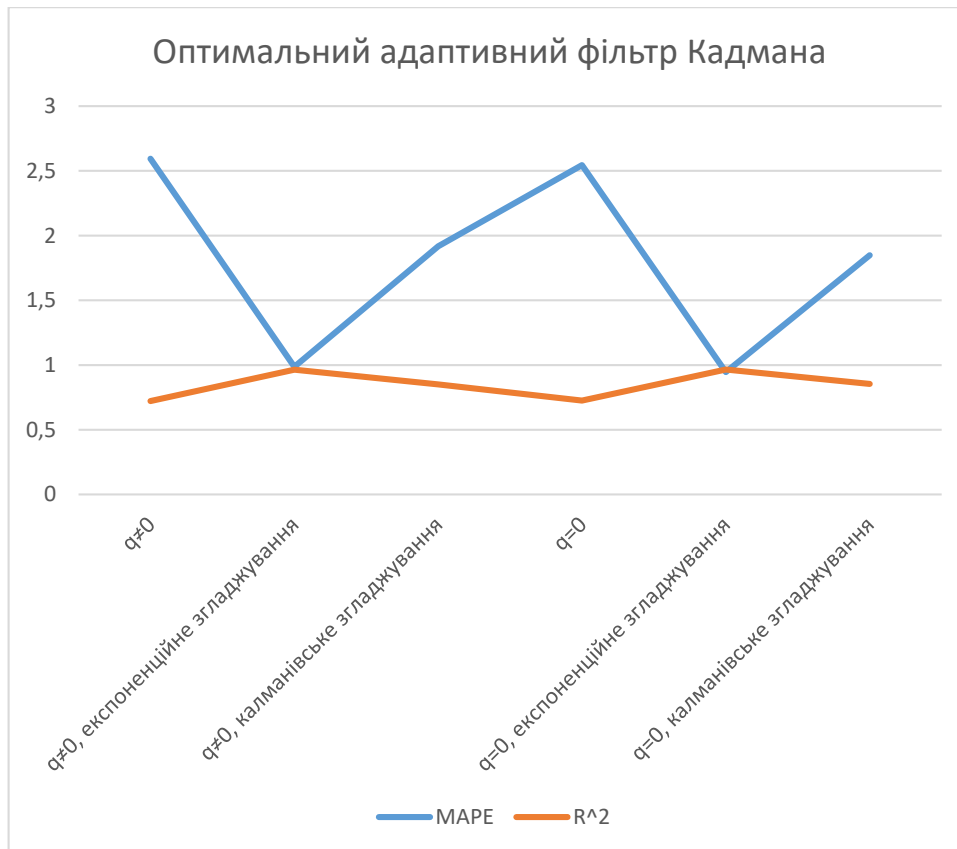


Рисунок 3.71 – Результати прогнозування за допомогою оптимального адаптивного фільтра Калмана: по осі абсцис деталі експерименту; по осі ординат – значення статистик

В таблиці 3.15 подано значення середньої абсолютної відсоткової похибки (MAPE) та статистики R^2 для прогнозів сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана. В стовпчику деталі експерименту вказано довжину вибірки, яка використовувалася в ММП для визначення параметрів фільтра (2015 означає, що для визначення параметрів фільтра використовувалася вибірка за 2015 рік) та тип згладжування даних або його відсутність.

Таблиця 3.15 – Результати прогнозування за допомогою адаптивного фільтра
Калмана з використанням ММП

Деталі експерименту	MAPE	R ²
20	2.7281	0.7359
100	2.3977	0.747
200	2.406	0.7464
вся вибірка	2.5271	0.7445
20_2015	3.0988	0.7295
100_2015	2.5189	0.7454
200_2015	3.7064	0.6961
вся вибірка_2015	3.2916	0.7176
20_експ.зглад	1.2465	0.9546
100_експ.зглад	1.1065	0.9591
200_експ.зглад	1.1059	0.9589
вся вибірка_експ.зглад	1.0905	0.9593
20_експ.зглад_2015	2.0656	0.9279
100_експ.зглад_2015	1.1522	0.9564
200_експ.зглад_2015	1.1068	0.9579
вся вибірка_експ.зглад_2015	1.1082	0.9585
20_калман.зглад	2.2232	0.8463
100_калман.зглад	1.9076	0.8577
200_калман.зглад	1.9132	0.8571
вся вибірка_калман.зглад	1.9548	0.8551
20_калман.зглад_2015	3.0608	0.8244
100_калман.зглад_2015	1.9328	0.8558
200_калман.зглад_2015	2.0126	0.8548
вся вибірка_калман.зглад_2015	1.9906	0.8559

На рис. 3.72 графічно подано результати прогнозування сонячної активності. Для експерименту, в якому навчання проводилось на всій вихідній вибірці та згладжених за допомогою експоненційного згладжування даних отримали мінімальне значення MAPE та максимальне значення статистики R^2 . Максимальне значення MAPE та мінімальне значення статистики R^2 отримали для експерименту, в якому навчання проводилось на перших 200 значеннях ряду за 2015 рік, без згладжування вихідного ряду. Для експоненційно згладженого ряду отримали максимальне значення MAPE та мінімальне значення статистики R^2 .

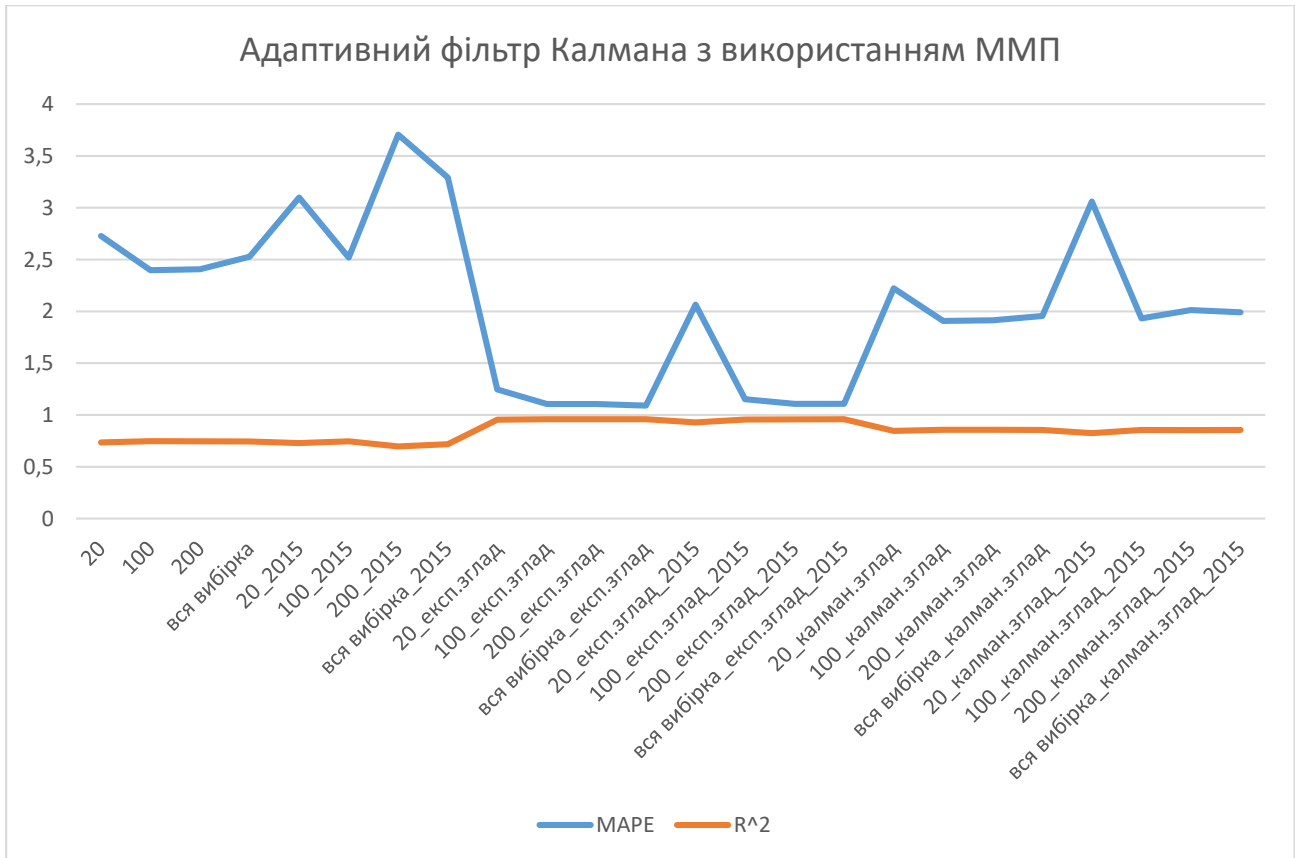


Рисунок 3.72 – Результати прогнозування за допомогою адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП: по осі абсцис деталі експерименту; по осі ординат – значення статистик

В таблиці 3.16 подано значення середньої абсолютної відсоткової похибки (MAPE) та статистики R^2 для прогнозів сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Виявилось, що тип повторної вибірки несуттєво впливає на якість прогнозу, тому в таблиці подано лише результати прогнозу з найбільшим значенням статистики R^2 . В стовпчику деталі експерименту вказано мінімальне відношення ефективних частинок до всіх або довжину інтервалу для інтервального типу повторної вибірки (значення, менші за 1 відносяться до частоти, більші – до довжини інтервалу) та кількість частинок.

Таблиця 3.16 – Результати прогнозування за допомогою гранулярного фільтра
(вихідна вибірка)

	MAPE	R ²
0.5_100	3.358	0.5667
0.5_1000	3.083	0.6057
0.5_100000	4.1949	0.3655
1_100	3.3659	0.5691
1_1000	4.1053	0.4098
1_100000	4.156	0.3705
30_100	4.8714	0.466
30_1000	4.631	0.4262
30_100000	3.9897	0.5404
-100	7.1818	0.1553
-1000	7.0533	0
-100000	6.0015	0.0884

На рис. 3.73 графічно подано результати прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Для експериментів, в яких не проводилась повторна вибірка, отримали найгіршу якість прогнозів (максимальне MAPE та мінімальне значення статистики R^2). Мінімальне значення MAPE та максимальне значення статистики R^2 отримали для пропорційної повторної вибірки з 1000 частинками.

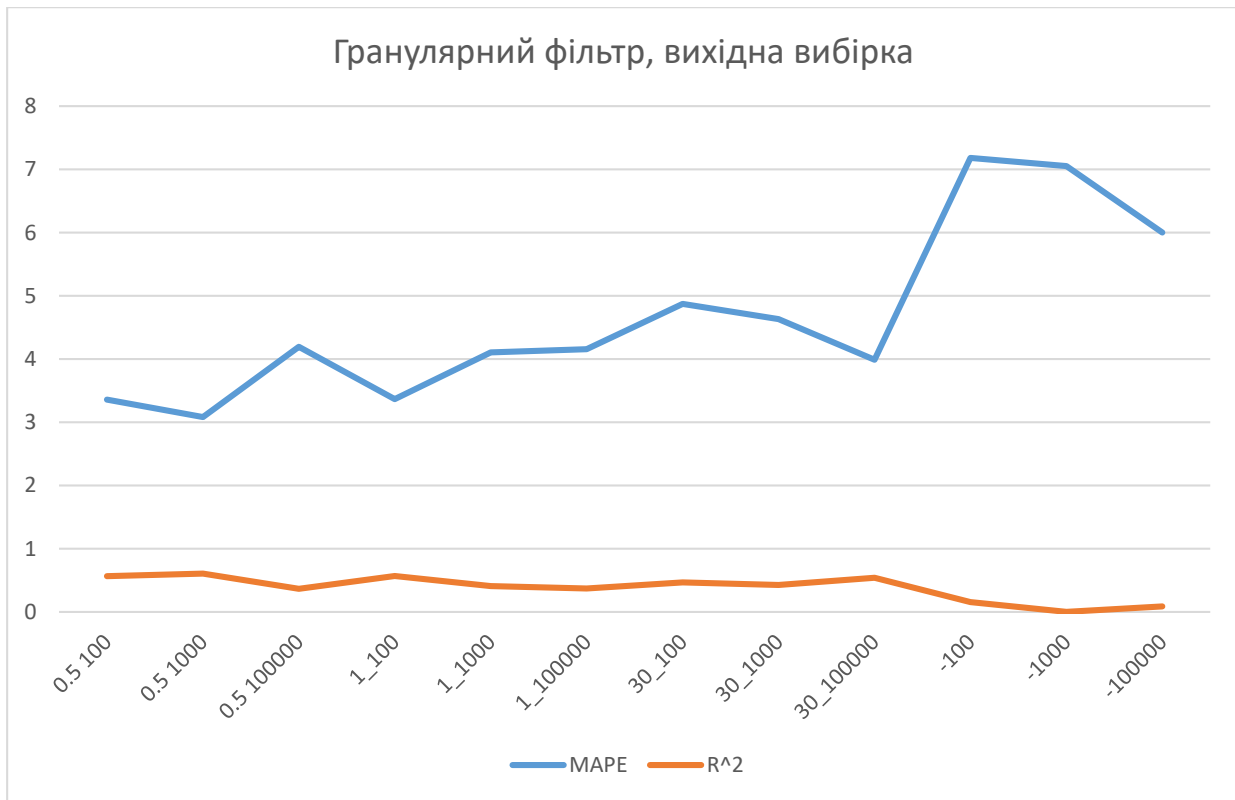


Рисунок 3.73 – Результати прогнозування за допомогою гранулярного фільтра: по осі абсцис деталі експерименту; по осі ординат – значення статистик

В таблиці 3.17 подано значення середньої абсолютної відсоткової похибки (MAPE) та статистики R^2 для прогнозів експоненційно згладженої сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Виявилось, що тип повторної вибірки несуттєво впливає на якість прогнозу, тому в таблиці подано лише результати прогнозу з найбільшим значенням статистики R^2 . В стовпчику деталі експерименту вказано мінімальне відношення ефективних частинок до всіх або довжину інтервалу для інтервального типу повторної вибірки (значення, менші за 1 відносяться до частоти, більші – до довжини інтервалу) та кількість частинок.

Таблиця 3.17 – Результати прогнозування за допомогою гранулярного фільтра
(експоненційно згладжена вибірка)

	MAPE	R ²
0.5_100	1.7942	0.8186
0.5_1000	1.6985	0.851
0.5_100000	1.5571	0.8949
1_100	1.8134	0.8159
1_1000	1.7057	0.8498
1_100000	1.5472	0.8976
30_100	3.3447	0.5853
30_1000	2.82	0.6772
30_100000	2.2434	0.753
-100	6.2338	0
-1000	5.9535	0.0402
-100000	5.2641	0.2095

На рис. 3.74 графічно подано результати прогнозування експоненційно згладженої сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Для експериментів, в яких не проводилась повторна вибірка, отримали найгіршу якість прогнозів (максимальне MAPE та мінімальне значення статистики R^2). Мінімальне значення MAPE та максимальне значення статистики R^2 отримали для інтервальної повторної вибірки з довжиною інтервалу 1 та 100000 частинками.

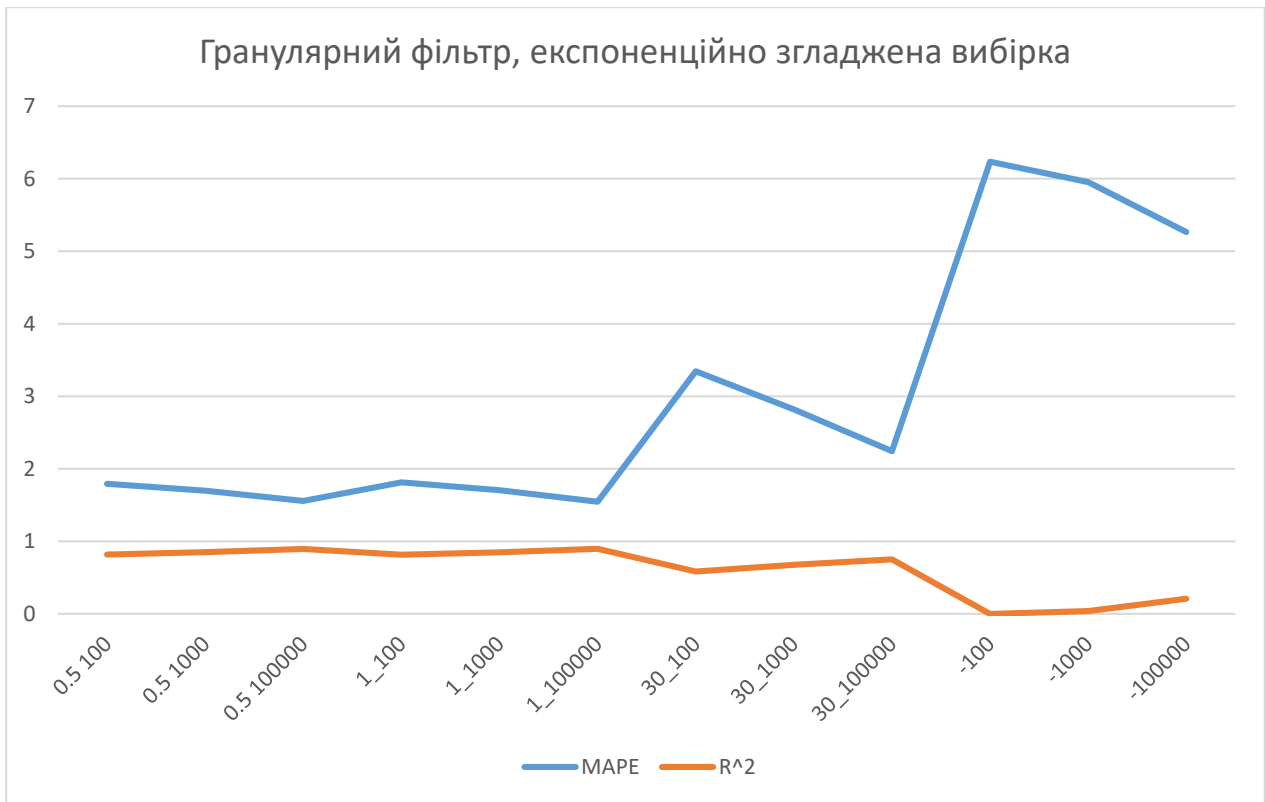


Рисунок 3.74 – Результати прогнозування експоненційно згладжених даних за допомогою гранулярного фільтра: по осі абсцис деталі експерименту; по осі ординат – значення статистик

В таблиці 3.18 подано значення середньої абсолютної відсоткової похибки (MAPE) та статистики R^2 для прогнозів згладженої за Калманом сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Виявилось, що тип повторної вибірки несуттєво впливає на якість прогнозу, тому в таблиці подано лише результати прогнозу з найбільшим значенням статистики R^2 . В стовпчику деталі експерименту вказано мінімальне відношення ефективних частинок до всіх або довжину інтервалу для інтервального типу повторної вибірки (значення, менші за 1 відносяться до частоти, більші – до довжини інтервалу) та кількість частинок.

Таблиця 3.18 – Результати прогнозування за допомогою гранулярного фільтра (згладжена за Калманом вибірка)

	MAPE	R ²
0.5_100	3.045	0.6072
0.5_1000	2.8106	0.6786
0.5_100000	2.6473	0.718
1_100	3.101	0.6157
1_1000	2.8595	0.6696
1_100000	2.677	0.7135
30_100	5.0505	0.4483
30_1000	4.011	0.5683
30_100000	3.5777	0.5941
-100	6.6209	0
-1000	7.1054	0.1116
-100000	6.0948	0.1739

На рис. 3.75 графічно подано результати прогнозування згладженої за Калманом сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра. Для експериментів, в яких не проводилась повторна вибірка, отримали найгіршу якість прогнозів (максимальне MAPE та мінімальне значення статистики R^2). Мінімальне значення MAPE та максимальне значення статистики R^2 отримали для пропорційної повторної вибірки з 100000 частинками.



Рисунок 3.75 – Результати прогнозування згладжених за Калманом даних за допомогою гранулярного фільтра: по осі абсцис деталі експерименту; по осі ординат – значення статистик

Отже, найкращий прогноз (мінімальна MAPE та максимальне значення статистики R^2) отримали для оптимального адаптивного фільтра Калмана з припущенням про відсутність зміщення рівня ряду q^* та експоненційно згладженими даними.

Для вихідного ряду найкращий прогноз (мінімальна MAPE та максимальне значення статистики R^2) отримали для адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП при навчанні на 100 перших точках вихідної вибірки.

Для згладженого за Калманом ряду мінімальну MAPE отримали для оптимального адаптивного фільтра Калмана з припущенням про відсутність зміщення рівня ряду q^* .

Для згладженого за Калманом ряду максимальне значення статистики R^2 отримали для адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП при навчанні на 100 перших точках вихідної вибірки.

Висновки до розділу

В даному розділі проводилось моделювання описаних в другому розділі методів прогнозування сонячної активності – за допомогою експоненційного згладжування, адаптивного фільтра Калмана і гранулярного фільтра.

У всіх випадках найкращий (мінімальна MAPE та максимальне значення статистики R^2) прогноз отримували на експоненційно згладженій вибірці. Для вихідної вибірки отримали найгіршу якість прогнозу (максимальна MAPE та мінімальне значення статистики R^2). Це цілком передбачувані результати, адже згладжування даних має приводити до збільшення якості прогнозу.

Виявилось, що оптимальний адаптивний фільтр Калмана з припущенням про відсутність зміщення рівня ряду q^* для дає трохи кращі результати, ніж фільтр з припущенням про його присутність.

Для адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП кращі результати (мінімальна MAPE та максимальне значення статистики R^2) отримували у випадку, коли навчання параметрів за ММП проводилось на не згладженій річній вихідній вибірці.

При дослідженні гранулярного фільтра виявилось, що тип повторної вибірки несуттєво впливає на якість прогнозу для даного процесу. Також зі збільшенням кількості частинок, збільшувався час роботи програми. Тому необхідно знаходити компроміс між кількістю частинок та якістю прогнозу у випадках, коли збільшення кількості частинок призводить до покращення прогнозу. Гранулярний фільтр давав найкращі результати для пропорційної повторної вибірки з частотою 0,5 та для інтервальної повторної вибірки з довжиною інтервалу 1. Також виявилось, що

проводити повторну вибірку в гранулярному фільтрі дійсно важливо, адже якщо її не проводити, якість прогнозу суттєво зменшується.

Розділ 4

РОЗРОБКА СТАРТАП-ПРОЕКТУ

Стартап – це тимчасова організація, створена для пошуку повторюваної, масштабованої і стійкої бізнес-моделі. Стартап не є маленькою копією великої компанії. Це бізнес, який будується для подальшого продажу і ґрунтується на децю інших правилах. Цим він і відрізняється від традиційного бізнесу. Стартап спочатку передбачає наявність якоїсь інновації, наприклад, заснованої на новій технології, або інновації в бізнес-процесах, або адаптації рішення, якого до цього не було на локальному ринку. Це означає, що стартапер перебуває в стані високої невизначеності. Тобто існують припущення щодо майбутніх клієнтів і партнерів, постачальників, зв'язків тощо. Відповідно, інструментарій і кроки, які потрібно буде зробити, децю відрізняються від традиційного бізнесу.

Після того як буде знайдено повторювану бізнес-модель, бізнес потрібно масштабувати. Ось тут і знадобляться інвестиції, які стануть необхідним паливом для стрімкого зростання. Адже пройти шлях від компанії в гаражі до компанії вартістю кілька мільйонів або мільярдів доларів без зовнішніх інвестицій у більшості випадків майже неможливо. Розроблення та виведення стартап-проекту на ринок передбачає здійснення чотирьох етапів: маркетинговий аналіз, організація, фінансово-економічний аналіз та заходи з комерціалізації стартап-проекту.

Даний розділ магістерської дисертації присвячено реалізації першого етапу розробки стартап-проекту, а саме висвітленню маркетингових аспектів створення стартапу: відбору ідей, створенню концепції продукту, визначення перспектив ринкової реалізації проекту та розроблення маркетингової стратегії.

Метою розділу є проведення маркетингового аналізу стартап проекту задля визначення принципової можливості його ринкового впровадження та можливих напрямів реалізації цього впровадження.

4.1 Опис ідеї проекту

Даний стартап-проект стосується розробки та реалізації програмного забезпечення для прогнозування сонячної активності на основі адаптивного фільтра Калмана та гранулярного фільтра ймовірнісного типу. Системи з використанням цих алгоритмів для зазначеної задачі раніше розроблені не були. Реалізація алгоритмів буде проводитись на мовах програмування Python та Matlab. Переваги та вигоди від продукту наведено у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Розробка ПО для прогнозування сонячної активності	Космічні агенції: NASA ЕКА Роскосмос JAXA NSPO ISRO CSA / ASC KARI NSAU	Комплексний підхід до вирішення проблем користувача Інформативність Швидкодія Доступність Точність Зручність Новизна Можливість отримання якісних прогнозів.

Для аналізу відмінностей даного продукту від аналогів було визначено перелік техніко-економічних властивостей та характеристик ідеї, а також означено попереднє коло конкурентів.

На даний момент продукт не має конкурентів на ринку. Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту наведено у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№	Техніко-економічні характеристики ідеї	Мій проект	Слабка сторона	Нейтральна сторона	Сильна сторона
1	Ціна додатків, створених за допомогою платформи	20 000 – 40 000			Низька ціна
2	Час створення додатку за допомогою платформи	3 місяці			Швидкість розробки
3	Сумісність з іншими ОС	Сумісність з Windows		Можливість створення для різних операційних систем	

4.2 Технологічний аудит ідеї проекту

Маркетинговий аналіз стартап-проекту передбачає проведення аудиту технології, за допомогою якої можна реалізувати ідею проекту. Результати аналізу технологічної здійсненності проекту наведено у таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Технологічна здійсненність ідеї проекту

№	Ідея проекту	Технологія реалізація	Наявність технології	Доступність
1	Розробка ПО для прогнозування сонячної активності	мова програмування – Python (середовище розробки – Spyder) та Matlab	Наявна	Доступна

За результатами таблиці 4.3 можна зробити наступні висновки: для реалізації головної ідеї стартап-проекту наявне на ринку та доступне середовище програмування Spyder, яке дозволяє легко реалізувати моделі, необхідні для досягнення мети та ідеї проекту та є безкоштовним. Тому для реалізації ідеї стартапу було використано середовище розробки Spyder. Деякі алгоритми зручніше реалізовувати у середовищі Matlab, тому воно також було вибране для розробки.

4.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту

Для того щоб спланувати напрями розвитку проекту із урахуванням стану ринкового середовища, необхідно визначити ринкові можливості, які можна використати під час ринкового впровадження проекту та ринкові загрози, що можуть перешкодити реалізації проекту.

Спочатку проводиться аналіз попиту. Результати вказані у таблиці 4.4.

Таблиця 4.4 – Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проекту

№	Показники стану ринку (найменування)	Характеристика
1	Кількість головних гравців, од	Відсутні
2	Загальний обсяг продаж, грн/ум.од	-
3	Динаміка ринку (якісна оцінка)	Стагнація
4	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень)	Тендер
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	-
6	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %	-

За результатами таблиці 4.4 можна зробити висновок про те, що ринок є привабливим для входження.

Надалі визначаються потенційні групи клієнтів, їх характеристики, та формується орієнтовний перелік вимог до товару для кожної групи (табл. 4.5).

Таблиця 4.5 – Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп	Вимоги споживачів до товару
	Прогнозування сонячної активності	Космічні агенції		Інформативність Швидкодія Точність Зручність Безпека

Після визначення потенційних груп клієнтів проводиться аналіз ринкового середовища: складаються таблиці факторів, що сприяють ринковому впровадженню проекту, та факторів, що йому перешкоджають (таблиці 4.6 - 4.8).

Таблиця 4.6 – Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1	Ліцензування	Можливі складності з отриманням ліцензій	Намагатись виконати всі умови щодо ліцензування
2	Тендер	Україна не випустить на міжнародний тендер	Зареєструвати компанію за кордоном

Таблиця 4.7 – Фактори можливостей

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1	Конкуренція	Наразі конкуренція відсутня	Вільний вхід на ринок
2	Попит	Існує попит на якісний прогноз сонячної активності	Надати якісний прогноз

Таблиця 4.8 – Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства (можливі дії компанії, щоб бути конкурентоспроможною)
1. Тип конкуренції	Окремі покупці і продавці не можуть впливати на ціну	Розробка продукту та вихід на ринок
2. За рівнем конкурентної боротьби	В тендері беруть участь компанії з всього світу	Забезпечити високу якість продукту
3. За галузевою ознакою	Галузь – прогнозування сонячної активності	Розробка ефективного алгоритму
4. Конкуренція за видами товарів:	Конкуренція між продуктами для прогнозування сонячної активності	Мінімізація похибки прогнозу

Продовження таблиці 4.8

5. За характером конкурентних переваг	Конкуренція проводиться завдяки вдосконаленню продукту	Розробка інноваційного підходу
6. За інтенсивністю	Торгова марка не має важливості	Акцент не на торговій марці, а на продукті

Далі проводиться детальний аналіз умов конкуренції в галузі (таблиця 4.9), що дозволяє визначити найкращу відповідність між внутрішнім станом організації і дією сил у її зовнішньому оточенні.

Суперництво між існуючими фірмами. Конкуренція між фірмами, що суперничають і які пропонують однотипні товари і послуги, виникає у зв'язку з тим, що в одній чи декількох фірм з'являється можливість краще задовольнити потреби споживача або необхідність поліпшити свою діяльність. До основних засобів конкурентної боротьби можна віднести: більш низькі ціни; поліпшені характеристики товару; більш високий рівень обслуговування споживачів; тривалі терміни гарантійного періоду; спеціальні способи просування товару на ринок; випуск нових товарів; використання слабкостей конкурентів.

Конкурентна сила покупців зростає з підвищенням їх можливості впливати на ціни і якість товарів, на рівень обслуговування та ін.

Застосування для аналізу конкуренції в галузі моделі п'яти конкурентних сил М. Портера дозволяє визначити структуру цих сил, оцінити кожен силу і приступити до формування конкурентної стратегії.

Таблиця 4.9 – Аналіз конкуренції за Портером

	Постачальники	Клієнти	Товари-замінники
Складові аналізу	Королівська обсерваторія Бельгії, Міністерство природних ресурсів Канади	Космічні агенції	Програми прогнозування за вибіркою(не спеціалізовані)

Продовження таблиці 4.9

Висновки	Надає дані сонячної активності	Проводиться тендер	Можуть забезпечити не дуже високу якість прогнозу
----------	--------------------------------	--------------------	---

З урахуванням характеристик ідеї проекту (таблиця 4.2), вимог споживачів до товару (таблиця 4.5) та факторів маркетингового середовища (таблиці 4.6- 4.7) визначається та обґрунтовується перелік факторів конкурентоспроможності. Конкурентоспроможність - ринкова категорія, що має динамічний, мінливий характер. Так, при незмінних якісних характеристиках товару, його конкурентоспроможність може змінюватися в широких межах залежно від кон'юнктури ринку, дій конкурентів, зміни цін, рекламних заходів тощо.

Конкурентоспроможність підприємства повинна забезпечуватися такими показниками, як висока виробнича ефективність, яка реалізується завдяки сучасному обладнанню, технологіям, кваліфікованими працівниками та здатністю завоювати й тривалий час утримувати стійні позиції на ринку, що забезпечується завдяки ефективному використанню принципів маркетингового управління. Аналіз наводиться в таблиці 4.10.

Таблиця 4.10 – Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1	Інформативність	Легко робити висновки із результатів роботи програми
2	Швидкодія	Прогноз відбувається в режимі реального часу
3	Точність	Забезпечення максимальної точності прогнозу
4	Зручність	Програмний продукт зручний у використанні
5	Новизна	Розробка нового підходу до прогнозування сонячної активності

За визначеними факторами конкурентоспроможності (таблиця 4.10) проводиться аналіз сильних та слабких сторін стартап-проекту (таблиця 4.11).

Таблиця 4.11 – Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін «назва проекту»

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Бали 1-20	Рейтинг товарів-конкурентів у порівнянні з SASSimilarTrajection						
			-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
1	Інформативність	10					+		
2	Швидкодія	18							+
3	Точність	20							+
4	Зручність	10				+			
5	Новизна	15							+

Фінальним етапом ринкового аналізу можливостей впровадження проекту є складання SWOT-аналізу (матриці аналізу сильних (Strength) та слабких (Weak) сторін, загроз (Troubles) та можливостей (Opportunities) (таблиця 4.12) на основі виділених ринкових загроз та можливостей, та сильних і слабких сторін (таблиця 4.11).

Таблиця 4.12 – SWOT аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: – Інформативність – Швидкодія – Точність – Зручність – Новизна	Слабкі сторони: – Брак досвіду виходу на ринок
Можливості: – Конкуренція – Попит	Загрози: – Ліцензування – Тендер

На основі SWOT-аналізу розробляються альтернативи ринкової поведінки для виведення стартап-проекту на ринок та орієнтовний оптимальний час їх ринкової реалізації.

Визначені альтернативи аналізуються з точки зору строків та ймовірності отримання ресурсів (таблиця 4.13).

Таблиця 4.13 – Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№ п/п	Альтернатива (орієнтовний комплекс заходів) ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Якщо продукт не виграє тендер у космічних агенцій, слід переорієнтуватися на страхові компанії. Вони можуть бути зацікавлені у прогнозуванні сонячної активності, адже, наприклад, сонячні спалахи впливають на електроніку.	Ймовірність отримання ресурсів досить висока, адже аналіз сонячної активності поліпшить роботу страхових компаній.	6 місяців.

4.4 Розроблення ринкової стратегії проекту

Стратегія маркетингу – це комплекс базових рішень, спрямованих на досягнення генеральної мети фірми і вихідних з оцінки ринкової ситуації і власних можливостей, а також інших факторів та сил навколишнього середовища маркетингу. Маркетингова стратегія компанії на сучасному ринку формується під впливом безлічі факторів. Реалізація стратегії сприяє перетворенню продукту в товар. Розроблення ринкової стратегії першим кроком передбачає визначення стратегії охоплення ринку: опис цільових груп потенційних споживачів (таблиця 4.14).

Таблиця 4.14 – Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи (сегменту)	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
	Космічні агенції	Готові	Високий	Відсутня	Простий вхід
Які цільові групи обрано: Космічні агенції					

За результатами аналізу потенційних груп споживачів (сегментів) доцільно вибрати конкретну цільову групу та відповідно до неї визначити стратегію охоплення ринку. Оскільки, цільовою аудиторією на яку розрахований продукт, можуть бути організації, зацікавлені в отриманні максимальному прибутку від проведення матчу є вибір стратегії цільового маркетингу.

Вибір стратегії-центральний момент стратегічного планування. Кульмінаційним моментом вибору стратегії є аналіз і оцінка альтернативних варіантів. Завдання оцінки полягає у розробці такої стратегії, що забезпечувала б максимальну ефективність роботи в майбутньому.

Стратегічний вибір повинен бути заснований на чіткій концепції розвитку проекту, а саме: формулювання - однозначним і ясним, тому що обрана стратегія на тривалий час обмежує волю дій керівництва і впливає на всі прийняті ним рішення. Тому обрана альтернатива ретельно досліджується й оцінюється. При цьому мають братися до уваги численні фактори: ризик, досвід минулих стратегій, вплив власників акцій, фактор часу тощо.

Для роботи в обраних сегментах ринку необхідно сформувати базову стратегію розвитку (таблиця 4.15).

Таблиця 4.15 – Визначення базової стратегії розвитку

№ п/п	Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку
	Інвестиційна стратегія	Ексклюзивний розподіл	Досягнення максимальної якості та точності прогнозу	Стратегія розвитку

Наступним кроком є вибір стратегії конкурентної поведінки (таблиця 4.16). Розробляючи конкурентну стратегію, керівники прагнуть знайти і втілити спосіб вигідно і довготривало конкурувати в своїй галузі. Універсальної конкурентної стратегії не існує; лише стратегія, що узгоджена з умовами конкретної галузі, досвідом та бюджетом, яким володіє конкретний проект, може принести успіх.

Таблиця 4.16 – Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

№ п/п	Чи є проект «першопрохідцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки
	Так	Буде шукати нових споживачів	Ні	Наступальна

На основі вимог споживачів з обраних сегментів до постачальника (стартап-компанії) та до продукту (таблиця 4.5), а також в залежності від обраної базової стратегії розвитку (таблиця 4.15) та стратегії конкурентної поведінки (таблиця 4.16) розробляється стратегія позиціонування (таблиця 4.17), що полягає у формуванні

ринкової позиції (комплексу асоціацій), за яким споживачі мають ідентифікувати торговельну марку/проект.

Таблиця 4.17 – Визначення стратегії позиціонування

№ п/п	Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитку	Ключові конкурентоспроможні позиції власного стартап-проекту	Вибір асоціацій, які мають сформувану комплексну позицію власного проекту (три ключових)
	Інформативність Швидкодія Точність Зручність Безпека	Стратегія розвитку	Інформативність Швидкодія Точність Зручність Безпека	Ванга Сонце Супутник

Позиціонування залежить від вибору цільового ринку та створення комплексної пропозиції для залучення й задоволення цього (цільового) ринку краще, ніж це роблять конкуренти. Після визначення поточної позиції та спрямованості її розвитку розглядаються кілька основних стратегічних альтернатив.

4.5 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

Першим кроком є формування маркетингової концепції товару, який отримає споживач. Для цього у таблиці 4.18 потрібно підсумувати результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

Таблиця 4.18 – Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№ п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами (існуючі або такі, що потрібно створити)
	Потреба точного прогнозу сонячної активності	Високоточний прогноз	Максимальна якість та точність прогнозу

Надалі розробляється трирівнева маркетингова модель товару: уточнюється ідея продукту та/або послуги, його фізичні складові, особливості процесу його надання (таблиця 4.19).

Таблиця 4.19 – Опис трьох рівнів моделі товару

Рівні товару	Сутність та складові
I. Товар за задумом	Точний прогноз сонячної активності
II. Товар у реальному виконанні	Властивості/характеристики
	– Інформативність
	– Швидкодія
	– Точність
	– Зручність
	– Безпека
	Якість: досягнення найвищої точності прогнозу
	Марка: Варава В.С. ‘Сонце +’
III. Товар із підкріпленням	Цифрове поширення через інтернет, онлайн оплата
	Консультативна підтримка
За рахунок чого потенційний товар буде захищено від копіювання:	
Ліцензування (за допомогою ключів)	

Після формування маркетингової моделі товару слід особливо відмітити – чим саме проект буде захищено від копіювання. Захист може бути організовано за рахунок захисту ідеї товару (захист інтелектуальної власності), або ноу-хау, чи

комплексне поєднання властивостей і характеристик, закладене на другому та третьому рівнях товару.

Наступним кроком є визначення цінових меж, якими необхідно керуватись при встановленні ціни на потенційний товар (остаточне визначення ціни відбувається під час фінансово-економічного аналізу проекту), яке передбачає аналіз ціни на товари-аналоги або товари субститути, а також аналіз рівня доходів цільової групи споживачів (таблиця 4.20). Аналіз проводиться експертним методом.

Таблиця 4.20 – Визначення меж встановлення ціни

№ п/п	Рівень цін на товари-замінники	Рівень цін на товари-аналоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижня межі встановлення ціни на товар/послугу
	Високий	-	Високий	1000\$-10000\$

Наступним кроком є визначення оптимальної системи збуту, в межах якої приймається рішення (таблиця 4.21):

- проводити збут власними силами або залучати сторонніх посередників (власна або залучена система збуту);
- вибір та обґрунтування оптимальної глибини каналу збуту;
- вибір та обґрунтування виду посередників.

Таблиця 4.21 – Формування системи збуту

№ п/п	Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
	Проведення тендеру	Моніторинг тендерних замовлень	0	Ексклюзивний розподіл

Останньою складової маркетингової програми є розроблення концепції маркетингових комунікацій, що спирається на попередньо обрану основу для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів (таблиця 4.22).

Таблиця 4.22 – Концепція маркетингових комунікацій

№ п/п	Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції	Завдання	Концепція рекламного звернення
	Проведення тендеру	Публікації	-	Інформування про існування	Ознайомлення

Результатом є ринкова (маркетингова) програма, що включає в себе концепції товару, збуту, просування та попередній аналіз можливостей ціноутворення, спирається на цінності та потреби потенційних клієнтів, конкурентні переваги ідеї, стан та динаміку ринкового середовища, в межах якого буде впроваджено проект, та відповідну обрану альтернативу ринкової поведінки.

Висновки до розділу

Розділ мав на меті проведення маркетингового аналізу стартап-проекту з метою визначення принципової можливості його ринкового впровадження та можливих напрямів реалізації цього впровадження.

Проведений аналіз має визначальне значення для оцінки життєздатності проекту, тому що дозволяє одержати стратегічно важливу ринкову інформацію.

Виявлено можливість ринкової комерціалізації проекту. На ринку наявний попит на запропонований продукт. Поточна динаміка ринку – стагнація.

З огляду на потенційні групи клієнтів, бар'єри входження, стан конкуренції та конкурентоспроможність проекту, перспективи впровадження запропонованої мною розробки є позитивними.

Якщо продукт не виграє тендер у космічних агенцій, слід переорієнтуватися на страхові компанії. Вони можуть бути зацікавлені у прогнозуванні сонячної активності та інших нелінійних нестационарних процесів, адже, наприклад, сонячні спалахи впливають на електроніку і на персонал.

Отже, подальша імплементація проекту є доцільною.

ВИСНОВКИ ПО РОБОТІ

Розроблено новий метод та моделі для прогнозування сонячної активності. Досліджено функціонування оптимального адаптивного фільтра Калмана, фільтра Калмана з оцінюванням параметрів моделі за допомогою методу максимальної правдоподібності, а також ймовірнісного гранулярного (байєсівського) фільтра. Також використовувався метод експоненційного згладжування та згладжування за Калманом.

Отримані результати свідчать, що найкращим з точки зору статистик R^2 та $MAPE$ є оптимальний адаптивний фільтр Калмана ($R^2 = 0,966$ та $MAPE = 0,9453$). Також встановлено, що згладжування даних поліпшує результати. Ці результати ще раз підтверджують доцільність використання процедур згладжування даних, зокрема експоненційного згладжування та згладжування за Калманом.

Для побудованого адаптивного фільтра Калмана з використанням методу максимальної правдоподібності кращі результати (мінімальна $MAPE$ та максимальне значення статистики R^2) отримано у випадку, коли навчання параметрів за ММП проводилось на не згладженій щорічній вихідній вибірці статистичних даних.

У процесі дослідженні гранулярного фільтра встановлено, що тип повторної вибірки несуттєво впливає на якість прогнозу для даного процесу. Гранулярний фільтр давав найкращі результати для пропорційної повторної вибірки з частотою 0,5 та для інтервальної повторної вибірки з довжиною інтервалу 1. Також виявилось, що виконувати повторну вибірку в гранулярному фільтрі дійсно важливо, адже якщо її не проводити, якість прогнозу суттєво зменшується.

Розроблено авторське програмне забезпечення на мовах програмування Matlab R2017b, Python 3 та C#, яке реалізує теоретичні розробки, а саме: адаптивний оптимальний фільтр Калмана та гранулярний фільтр.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Мирошниченко Л.И. Солнечная активность и Земля / Мирошниченко Л.И. – М.: Наука, 1981. – 145 с.
2. Tapping K. F. Recent solar radio astronomy at centimeter wavelengths: The temporal variability of the 10.7-cm flux / Tapping K. F. // Journal of Geophysical Research: Atmospheres. – 1987. – P. 829-838.
3. Schmahl E. J. Synoptic radio observations / Schmahl E. J., Kundu M. R. // Synoptic Solar Physics. – 1998. – P. 387-400.
4. Svalgaard L. F10.7 Microwave Flux Matches the Total Disk Unsigned Magnetic Flux from MDI and HMI / Svalgaard L., Sun X. // Hansen Experimental Physics Laboratory. – 2016. – CA 94305. – P.29-36.
5. Dudok deWit T. Synoptic radio observations as proxies for upper atmosphere modelling / Dudok deWit T., Bruinsma S., Shibasaki K. // Journal of Space Weather and Space Climate. – 2014. – P. 13-26.
6. Coronal Sources of the Solar F10.7 Radio Flux / [Schonfeld, S. J., White, S. M., Henney, C. J. and others] // The Astrophysical Journal. – 2015. – P. 29-39.
7. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами / Химмельблау Д. – М.: Мир, 1973. – 957 с.
8. Бар-Шалом Я. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Бар-Шалом Я., Бреввер Г., Джонсон С. – М.: Мир, 1980. – 407 с.
9. Згуровский М.З. Аналитические методы калмановской фильтрации для систем с априорной неопределенностью / Згуровский М.З., Подладчиков В.Н. – К.: Наукова думка, 1995. – 298с.
10. Konakov V. Limits of Kalman Filter application in heavy tailed problems / Konakov V., Mozgunov P. // Cornell University, №1505.07981. – 2015. – P. 1-23
11. A Tutorial on Particle Filters for on-line Non-linear Non-Gaussian Bayesian Tracking / [Arulampalam, S., Maskell, S., Gordon, N., Clapp, T.] // IEEE Trans. Signal Processing. – 2001. – vol. 50. – P. 174-188.

12. Gordon N. J. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation / Gordon N. J., Salmond D. J., Smith A. F. M. // IEE Proceedings-F. – 1993. – vol. 140, No. 2. – P. 107-113.
13. Koziarski P. Resampling in particle filtering – comparison / Koziarski P., Lis M., Zietkiewicz J. // Studia z automatyki informatyki. – 2013. – tom 38. – P. 35-64.
14. Brown R.G. Smoothing forecasting and prediction if discrete time series / Brown R.G. – New York: Courier Corporation, 1963. – 468p.
15. Чуев Ю. В. Прогнозирование количественных характеристик процессов / Чуев Ю. В., Михайлов Ю. Б., Кузьмин В. И. – М.: Сов. радио, 1975. – 205 с.
16. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов / Лукашин Ю.П. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 413 с.
17. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления / Брайсон А., Хо Юши. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
18. Petrukovich A.A. The use of solar wind measurements for the analysis and prediction of geomagnetic activity / Petrukovich A.A., Klimov S.I. // Cosmic Research. – 2000. – Vol. 38, No. 5. – P. 433-438.
19. Odelson B.J. A new autocovariance least-square method for estimating noise covariances / Odelson B.J., Rawlings J.B. // Texas-Wisconsin Modeling and Control Consortium. – 2004. – number 2003-04. – P.105-112.
20. Lantos P. The skewness of a solar cycle as a precursor of the amplitude of the next / Lantos P. // Solar Physics. – 2006. – Volume 236, Issue 1. – p. 199-205.

ДОДАТОК А ГРАФІЧНІ МАТЕРІАЛИ ДОПОВІДІ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ім. І. Сікорського»
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

ТЕМА: Метод і моделі прогнозування сонячної активності

Роботу виконав:
Студент
Групи КА-63м
Варава Владислав Сергійович

Науковий керівник:
д.т.н., проф.
Бідюк Петро Іванович

Київ - 2018

Слайд 1

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ: прогнозування сонячної активності є дуже важливою задачею в сучасному світі, адже космічна погода дуже сильно впливає як на навколоземні супутники та космічні станції, так і на різні процеси на Землі.

ОБ'ЄКТ ДОСЛІДЖЕННЯ: процеси сонячної активності, представлені статистичними даними.

ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ: математичні моделі для формального опису процесів сонячної активності, методи фільтрації, згладжування і короткострокового прогнозування на основі статистичних даних.

Слайд 2

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

- Виконати аналіз проблеми моделювання індексу сонячної активності F10,7, огляд існуючих систем для аналізу сонячних даних і зібрати необхідні дані для виконання обчислювальних експериментів.
- Розробити ефективну методику прогнозування індексу F10,7 (потік випромінювання Сонця на довжині хвилі 10,7 см) на 1 день.
- Розробити програмне забезпечення для виконання обчислювальних експериментів з використанням статистичних даних та інструментальних платформ: Python, Matlab і C#.
- Виконати обчислювальні експерименти з побудови математичних прогнозуючих моделей та застосувати їх до короткострокового прогнозування індексу F10,7. Виконати порівняльний аналіз отриманих результатів.
- Створити стартап на основі результатів виконаного дослідження.

3

Слайд 3



4

Слайд 4



PJM Public Service
Step Up Transformer
Severe internal damage caused by
the space storm of 13 March, 1989.

- ✓ Магнітна буря в 1989 р. навела струми, які зруйнували трансформатор. Це відключило світло у 6 мільйонів людей в Квебеку (Канада) на 9 годин.
- ✓ В результаті потужного сонячного спалаху 4 серпня 1972 р. – протягом 90 хвилин в іоносфері (за даними ст. Москва) спостерігалось повне поглинання радіохвиль на всіх частотах.
- ✓ Одночасно в Канаді і США помічені коливання напруги в високовольних електричних лініях і порушення в роботі кабельних систем зв'язку - телетайпа і телефону.

5

Слайд 5

ІНДЕКС ПОТОКУ РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ СОНЦЯ

Визначається для різних довжин хвиль - від метрів до сантиметрів.

Індекс потоку радіовипромінювання Сонця на хвилі 10,7 см (F10.7см) (2800 МГц).

- Не залежить від погодних умов,
- Тісно пов'язаний з ходом зміни чисел Вольфа,
- Вельми приваблива характеристика сонячної активності.

6

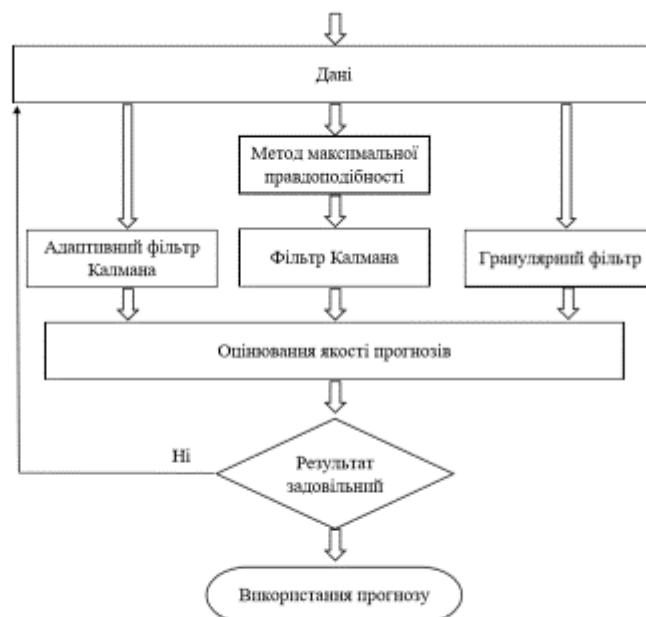
Слайд 6

Методи і моделі, використані у дослідженні

- Метод експоненційного згладжування;
- Згладжувач Калмана;
- Оптимальний адаптивний фільтр Калмана;
- Фільтр Калмана з використанням методу максимальної правдоподібності;
- Гранулярний (ймовірнісний) фільтр.

7

Слайд 7

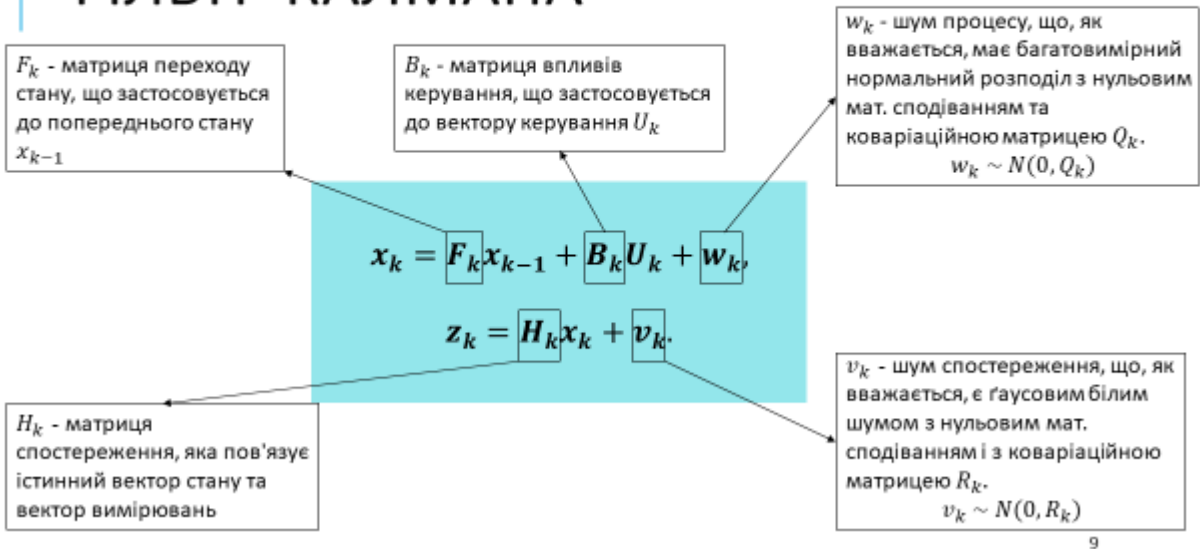


Функціональна схема процесу фільтрації і короткострокового прогнозування

8

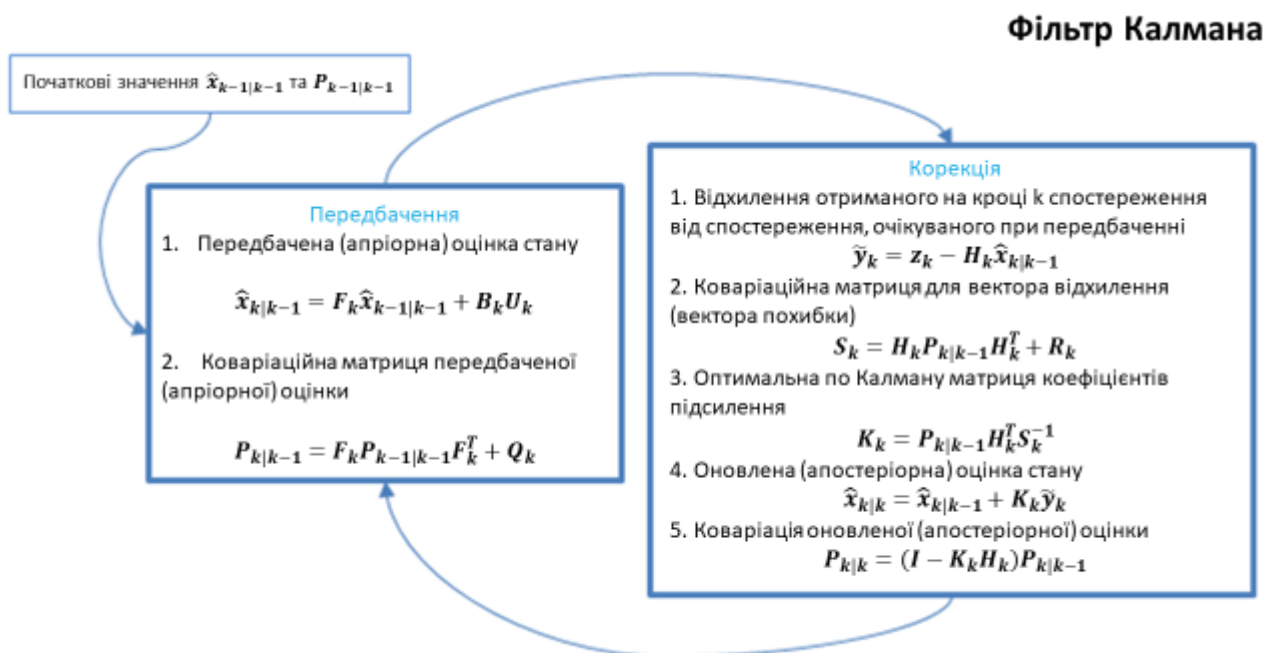
Слайд 8

ФІЛЬТР КАЛМАНА



9

Слайд 9



10

Слайд 10

Задачі, які розв'язуються за допомогою фільтра Калмана

- Оптимальне оцінювання станів динамічних об'єктів;
- Згладжування даних;
- Короткострокове прогнозування станів;
- Оцінювання невимірюваних компонент вектора стану;
- Оцінювання статистичних параметрів випадкових процесів.

11

Слайд 11

Використаний математичний апарат (1)

Оптимальний адаптивний фільтр Калмана

$$v_i^{(1)} = z_i - z_{i-1}$$

$$\bar{q}^{(i)} = \bar{q}^{(i-1)} + \frac{1}{i-1} (v_i^{(1)} - \bar{q}^{(i-1)}), i = 2, 3, \dots \quad q^{(1)} = 0.$$

$$v_i^{(2)} = z_i - \frac{1}{2} z_{i-1} - \frac{1}{2} z_{i-2}$$

$$\bar{\sigma}_{W_i}^2 = 2 \left(v_i^{(2)} - \frac{3}{2} \bar{q}^{(i)} \right) \left(v_{i-1}^{(1)} - \bar{q}^{(i)} \right)$$

$$(\hat{\sigma}_W^{(i)})^2 = (\hat{\sigma}_W^{(i-1)})^2 + \frac{1}{i-2} \left(\bar{\sigma}_{W_i}^2 - (\hat{\sigma}_W^{(i-1)})^2 \right), i = 3, 4, \dots \quad (\hat{\sigma}_W^{(2)})^2 = 0$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{2} \left[\left(v_i^{(1)} - \bar{q}^{(i)} \right)^2 - (\hat{\sigma}_W^{(i)})^2 \right]$$

$$(\hat{\sigma}^{(i)})^2 = (\hat{\sigma}^{(i-1)})^2 + \frac{1}{i-2} \left(\hat{\sigma}_i^2 - (\hat{\sigma}^{(i-1)})^2 \right), i = 3, 4, \dots \quad (\hat{\sigma}^{(2)})^2 = 0$$

Адаптація параметрів

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= X_i + W_i, & W_i &\in N(q^*, (\sigma_W^*)^2) \\ z_i &= X_i + V_i, & V_i &\in N(0, (\sigma^*)^2) \end{aligned}$$

$$\hat{X}_{i+1|1} = \hat{X}_{i|1} + \bar{q}^{(i)}, i = 3, 4, \dots$$

$$\hat{X}_{i|1} = \hat{X}_{i-1|1} + \bar{K}_i (z_i - \hat{X}_{i-1|1}) \quad \bar{X}_{2,2} = z_2.$$

$$\bar{K}_i = \frac{\hat{p}_{i-1}}{\hat{p}_{i-1} + (\hat{\sigma}^{(i)})^2}$$

$$\text{де } \hat{p}_{i-1} = \hat{p}_{i-1|1} + (\hat{\sigma}_W^{(i)})^2$$

$$\hat{p}_{i|1} = (1 - \bar{K}_i) \hat{p}_{i-1|1}$$

$$\hat{p}_{2,2} = (\hat{\sigma}^{(3)})^2$$

Фільтр Калмана

12

Слайд 12

Використаний математичний апарат (2)

Адаптивний фільтр Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності:

$$X_{k+1} = F_k X_k + W_{k+1}, \quad W_k \sim N(0, Q_k),$$

$$Z_k = H_k X_k + V_k, \quad V_k \sim N(0, R_k).$$

$\theta = [X_0, P_0, F_k, H_k, Q_k, R_k]$ – невідомі. Необхідно визначити θ .

Функція правдоподібності для інновації:

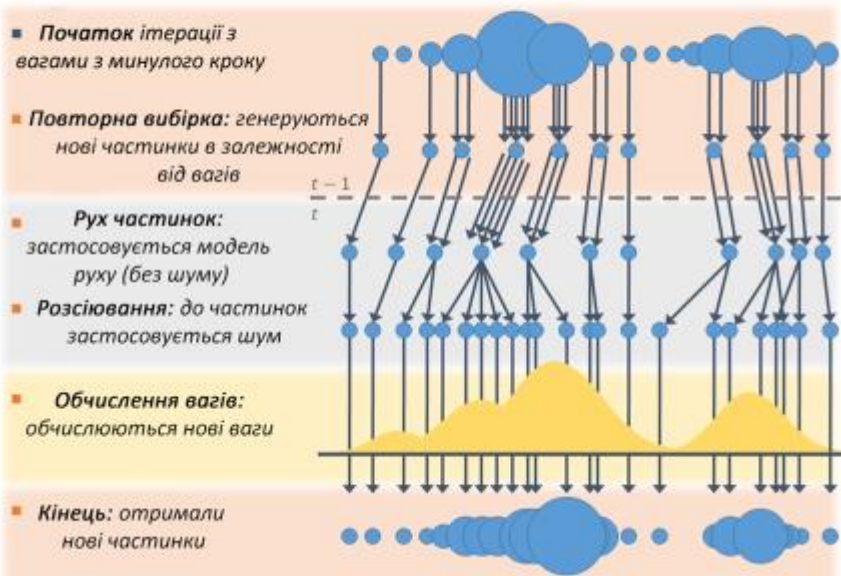
$$L(\theta) = \prod_{k=1}^N \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} |S_{k|k-1}(\theta)|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \tilde{Y}_k(\theta)^T S_{k|k-1}^{-1} \tilde{Y}_k(\theta)\right).$$

13

Слайд 13

Використаний математичний апарат (3)

Гранулярний фільтр:

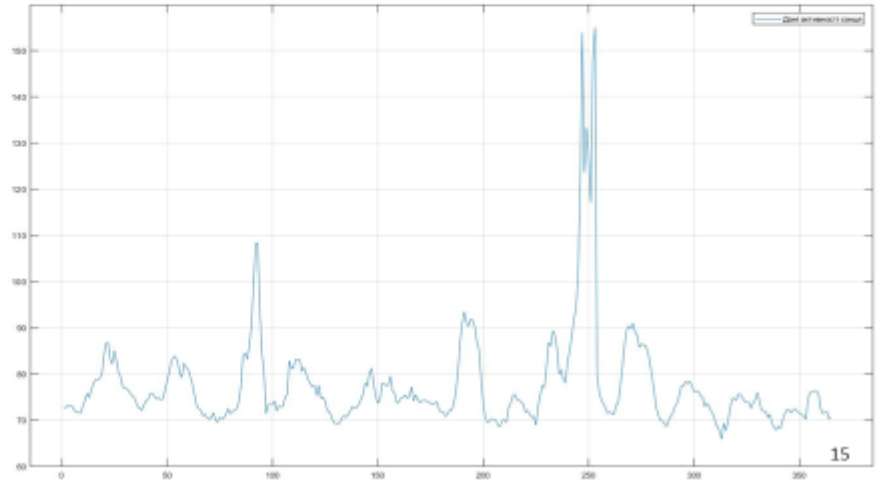


14

Слайд 14

Використані дані

Date	Time	Observed Flux
01.01.2017	18:00:00	72,8
01.01.2017	20:00:00	72,5
01.01.2017	22:00:00	72,7
02.01.2017	18:00:00	72,4
02.01.2017	20:00:00	73,0
02.01.2017	22:00:00	72,5



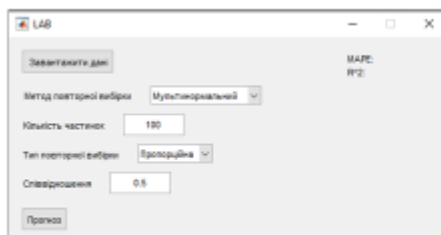
Слайд 15

Розроблене програмне забезпечення



Програма для моделювання за допомогою оптимального адаптивного фільтра Калмана написана на мові програмування C#.

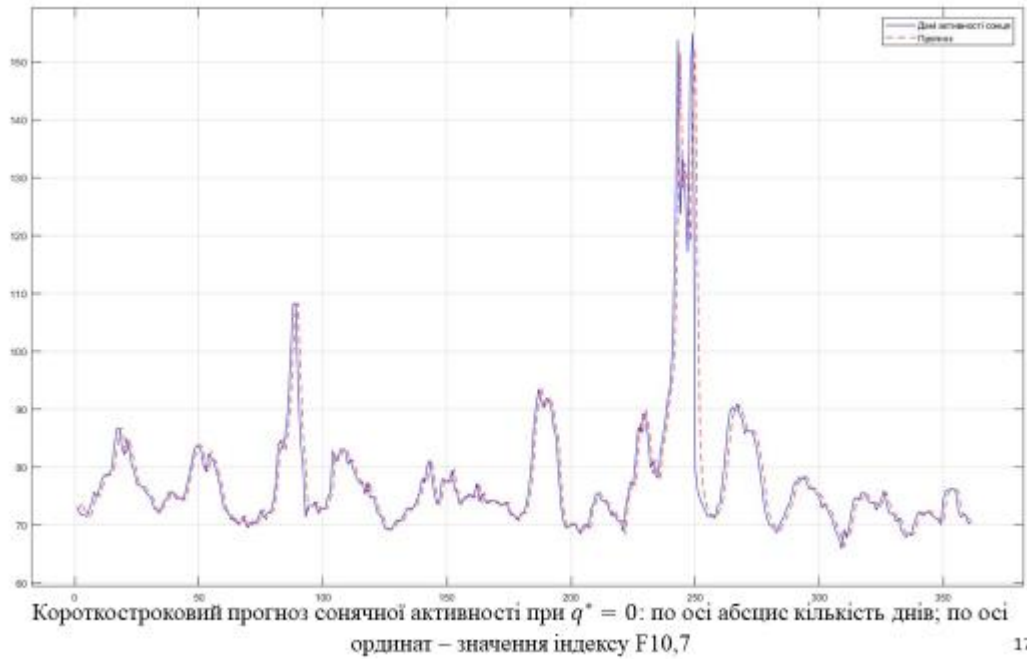
Програма для моделювання за допомогою адаптивного фільтра Калмана з навчанням параметрів за допомогою ММП написана на мові програмування Python3.



Програма для моделювання за допомогою гранулярного фільтра написана на мові програмування Matlab 2017b.

Слайд 16

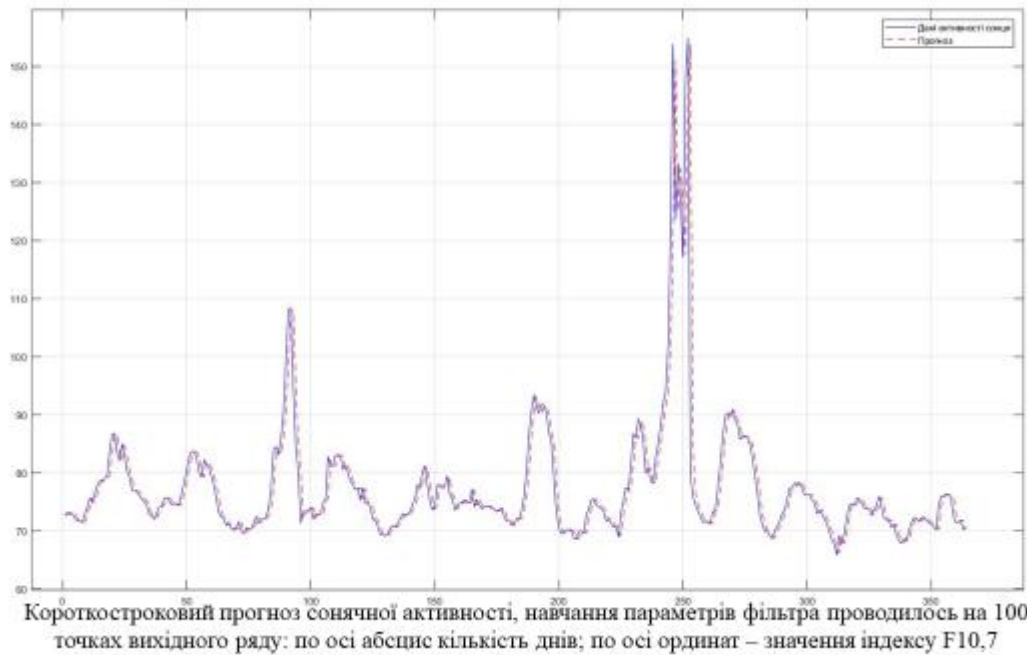
Оптимальний адаптивний фільтр Калмана



17

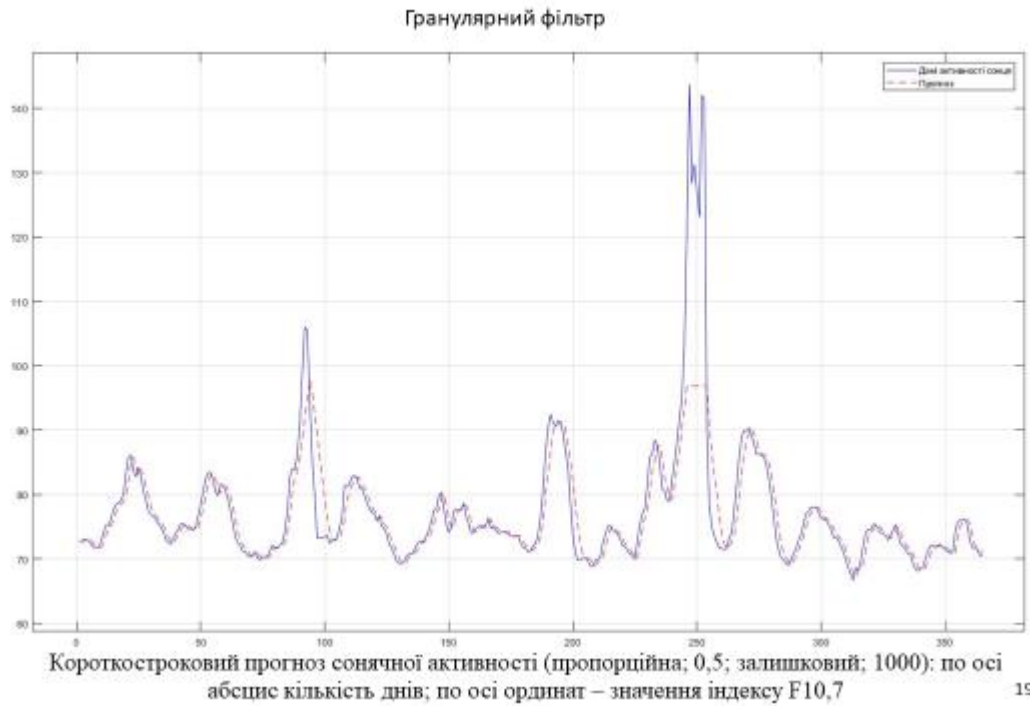
Слайд 17

Адаптивний фільтр Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності



18

Слайд 18



19

Слайд 19

Результати обчислювальних експериментів

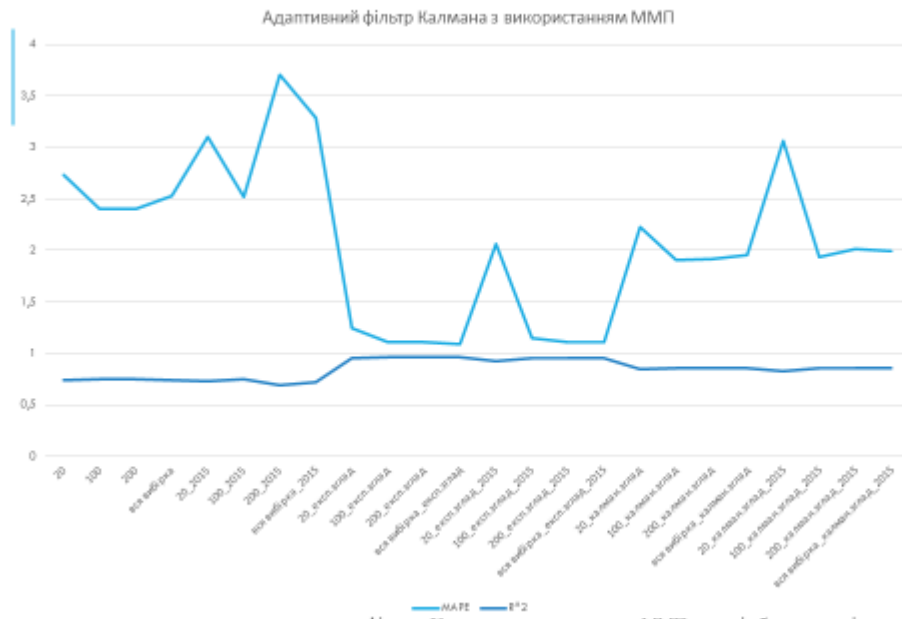


Результати прогнозування за допомогою оптимального адаптивного фільтра Калмана: по осі абсцис деталі експерименту; по осі ординат – значення статистик

Деталі експерименту	MAPE	R ²
q=0	2.594	0.722
q=0, експоненційне згладжування	0.987	0.965
q=0, калманівське згладжування	1.918	0.85
q=0	2.545	0.726
q=0, експоненційне згладжування	0.945	0.966
q=0, калманівське згладжування	1.849	0.854

20

Слайд 20



Деталі експерименту	MAPE	R ²
20	2.728	0.736
100	2.398	0.747
200	2.406	0.746
всі вибірки	2.527	0.745
20_2015	3.099	0.73
100_2015	3.519	0.745
200_2015	3.706	0.696
всі вибірки_2015	3.292	0.718
20_експ.зглад.	1.247	0.955
100_експ.зглад.	1.107	0.959
200_експ.зглад.	1.106	0.959
всі вибірки_експ.зглад.	1.091	0.959
20_експ.зглад_2015	2.046	0.929
100_експ.зглад_2015	1.132	0.956
200_експ.зглад_2015	1.107	0.958
всі вибірки_експ.зглад_2015	1.108	0.959
20_калман.зглад.	2.223	0.846
100_калман.зглад.	1.908	0.858
200_калман.зглад.	1.913	0.857
всі вибірки_калман.зглад.	1.955	0.855
20_калман.зглад_2015	3.061	0.824
100_калман.зглад_2015	1.933	0.856
200_калман.зглад_2015	2.013	0.855
всі вибірки_калман.зглад_2015	1.991	0.856

Результати прогнозування за допомогою адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП: по осі абсцис деталі експерименту; по осі ординат – значення статистик

Слайд 21

real	MAPE	R ²	exp_sm	MAPE	R ²	Kalman_sm	MAPE	R ²
0.5 100	3.358	0.567	0.5 100	1.79	0.82	0.5 100	3.05	0.61
0.5 1000	3.083	0.606	0.5 1000	1.7	0.85	0.5 1000	2.81	0.68
0.5 100000	4.195	0.366	0.5 100000	1.56	0.9	0.5 100000	2.65	0.72
1_100	3.366	0.569	1_100	1.81	0.82	1_100	3.1	0.62
1_1000	4.105	0.41	1_1000	1.71	0.85	1_1000	2.86	0.67
1_100000	4.156	0.371	1_100000	1.55	0.9	1_100000	2.68	0.71
30_100	4.871	0.466	30_100	3.35	0.59	30_100	5.05	0.45
30_1000	4.631	0.426	30_1000	2.82	0.68	30_1000	4.01	0.57
30_100000	3.99	0.54	30_100000	2.24	0.75	30_100000	3.58	0.59
-100	7.182	0.155	-100	6.23	0	-100	6.62	0
-1000	7.053	0	-1000	5.95	0.04	-1000	7.11	0.11
-100000	6.002	0.088	-100000	5.26	0.21	-100000	6.1	0.17



Слайд 22

Наукова новизна

- Новий адаптивний оптимальний фільтр Калмана, який відрізняється тим, що статистичні параметри випадкових збурень і шуму вимірів оцінюються одночасно з реалізацією алгоритму фільтрації, що забезпечує підвищення якості оцінок прогнозів.
- Новий адаптивний фільтр Калмана з оцінюванням параметрів моделі за методом максимальної правдоподібності, який відрізняється тим, що статистичні параметри моделі оцінюються за допомогою методу максимальної правдоподібності, що забезпечує підвищення якості оцінок прогнозів.
- Запропоновано реалізацію гранулярного (ймовірнісного) фільтра до розв'язання задач прогнозування сонячної активності, який забезпечує обчислення оцінок короткострокових прогнозів сонячної активності прийнятної якості.

23

Слайд 23

Висновки

- Таким чином, створений програмний продукт дав можливість виконати множину обчислювальних експериментів з використанням фактичних даних стосовно сонячної активності і математичного апарату, розглянутого вище;
- Встановлено, що у всіх випадках найкращий (мінімальна MAPE та максимальне значення статистики R^2) прогноз отримували на експоненційно згладженій вибірці;
- Оптимальний адаптивний фільтр Калмана з припущенням про відсутність зміщення рівня ряду q^* дає трохи кращі результати, ніж фільтр з припущенням про його присутність;

24

Слайд 24

Висновки

- Для адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП кращі результати (мінімальна MAPE та максимальне значення статистики R^2) отримували у випадку, коли навчання параметрів за ММП проводилось на вихідній вибірці;
- Тип повторної вибірки для гранулярного фільтра несуттєво впливає на якість прогнозу для даного процесу;
- Гранулярний фільтр давав найкращі результати для пропорційної повторної вибірки з частотою 0,5 та для інтервальної повторної вибірки з довжиною інтервалу 1;
- Розроблено стартап на основі виконаного дослідження.

25

Слайд 25



Слайд 26

ДОДАТОК Б ПРИКЛАД ТЕКСТУ ПРОГРАМИ

```

import pandas as pd
from exp_smooth import exp_smooth
from mape import mape
from sklearn.metrics import r2_score

flux_r = pd.ExcelFile('2017 flux.xlsx')
flux = flux_r.parse()

means1 = flux.groupby(['Date'])['Observed Flux'].mean()

means = exp_smooth(means1, 0.2)

v1 = []
for i in range(1, len(means)):
    v1.append(means[i]-means[i-1])

q = [0,0]
for i in range(2, len(v1)):
    q.append(q[i-1] + (1/(i-1))*(v1[i]-q[i-1]))

v2 = [0]
for i in range(2, len(means)):
    v2.append(means[i]-(1/2)*means[i-1]-(1/2)*means[i-2])

sig_w = [0,0]
for i in range(2, len(v1)):
    sig_w.append(2*(v2[i]-(3/2)*q[i])*(v1[i-1]-q[i]))

sigma_w = [0,0,0]
for i in range(3, len(sig_w)):
    sigma_w.append(sigma_w[i-1]+1/(i-2)*(sig_w[i]-sigma_w[i-1]))

sig = [0,0,0]
for i in range(3, len(sigma_w)):
    sig.append((1/2)*(pow(v1[i]-q[i],2)-sigma_w[i]))

sigma = [0,0,0]
for i in range(3, len(sig)):
    sigma.append(sigma[i-1]+1/(i-2)*(sig[i]-sigma[i-1]))

p = [0,0,sigma[3]]
p_ = [0,0,0]
k = [0,0,0]
x = [0,0,float("{0:.3f}".format(means[3]))]
x_p = [0,0]
x_p.append(float("{0:.3f}".format(x[2]+q[2])))
for i in range(3, len(sig)):
    p_.append(float("{0:.3f}".format(p[i-1]+sigma_w[i])))
    k.append(float("{0:.3f}".format(p_[i]/(p_[i]+sigma[i]))))
    p.append(float("{0:.3f}".format((1-k[i])*p_[i])))
    x.append(float("{0:.3f}".format(x_p[i-1]+k[i]*(means[i+1]-x_p[i-1]))))
    x_p.append(float("{0:.3f}".format(x[i]+q[i])))

mape_ = mape(means[4:], x_p[2:-1])
r2 = r2_score(means[4:], x_p[2:-1])

write = ''
for i in range(0, len(x_p)):
    write += str(x_p[i]) + '\n'
f = open('exp_smooth_adapt_kalman.txt', 'w')
f.write(write)
f.close()

```

```

import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from pykalman import KalmanFilter
from mape import mape
from sklearn.metrics import r2_score

flux_r = pd.ExcelFile('2017 flux.xlsx')
flux = flux_r.parse()

means11 = flux.groupby(['Date'])['Observed Flux'].mean()
kf = KalmanFilter(initial_state_mean=means11[0])
kf.em(means11, em_vars = 'all')
means111 = kf.smooth(means11)[0]
means = []
for i in range(0, len(means111)):
    means.append(means111[i][0])

flux_r1 = pd.ExcelFile('2015 flux.xlsx')
flux1 = flux_r1.parse()

means22 = flux1.groupby(['Date'])['Observed Flux'].mean()
kf = KalmanFilter(initial_state_mean=means22[0])
kf.em(means22, em_vars = 'all')
means222 = kf.smooth(means22)[0]
means1 = []
for i in range(0, len(means222)):
    means1.append(means222[i][0])

kf = KalmanFilter(initial_state_mean=means[0])
kf.em(means1, em_vars = ['transition_matrices', 'observation_matrices', 'transition_offsets',
'observation_offsets', 'transition_covariance', 'observation_covariance',
'initial_state_covariance'])
mean, covariance = kf.filter(means)
forecast1 = []
i = 1
while i < len(means):
    next_mean, next_covariance = kf.filter_update(mean[i-1], covariance[i-1])
    forecast1.append(next_mean[0])
    i += 1

real = []
for i in range(1, len(means)):
    real.append(means[i])
line1 = plt.plot(forecast1, 'r-', label = 'Прогноз')
line2 = plt.plot(real, 'b-', label = 'Реальні дані')
plt.legend(loc = 'best')

mape_ = mape(real, forecast1)
r2 = r2_score(real, forecast1)

write = ''
for i in range(0, len(forecast1)):
    write += str(forecast1[i]) + '\n'
f = open('EM_all_kal_sm_learn_2015.txt', 'w')
f.write(write)
f.close()

```

```

fileID = fopen('means2017.txt','r');
means = fscanf(fileID,'%f');
fclose(fileID);

pf = robotics.ParticleFilter;
pf.StateEstimationMethod = 'mean';
pf.ResamplingMethod = 'systematic';
initialize(pf,1000,means(1),1);
policy = robotics.ResamplingPolicy;
policy.TriggerMethod = 'ratio';
policy.SamplingInterval = 400;
policy.MinEffectiveParticleRatio = 0.5;
pf.ResamplingPolicy = policy;

robotPred = zeros(length(means),1);
robotCorrected = zeros(length(means),1);

for i = 1:length(means)
    % Predict next position. Resample particles if necessary.
    [robotPred(i),robotCov] = predict(pf);
    % Correct position based on the given measurement to get best estimation.
    % Actual dot position is not used. Store corrected position in data array.
    [robotCorrected(i),robotCov] = correct(pf,means(i));
end

% plot(m, means, m, robotPred)
% grid on

figure
plot(means(1:365), 'b')
grid on
hold on
plot(robotPred(1:365), 'r')
legend('Дані активності сонця', 'Прогноз')

mape = errperf(means,robotPred,'mape')
r2 = rsquare(means,robotPred)

```