

Uniwersytet Warszawski

Wydział Fizyki

ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Anna Pastuszczyk

**Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą
nanoukładów plazmonicznych**

Promotor
dr hab. Rafał Kotyński

Warszawa, 2014

Anna Pastuszczak

Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą nanoukładów plazmonicznych

Zakład Optyki Informacyjnej

Wydział Fizyki

Uniwersytet Warszawski

Warszawa 2014

Wydano nakładem Zakładu Optyki Informacyjnej Wydziału Fizyki Uniwersytetu
Warszawskiego

<http://www.igf.fuw.edu.pl/zoi/>

Wszystkie prawa zastrzeżone.

Niniejsza publikacja ani żadna jej część nie może być przedrukowywana ani w jakikolwiek
inny sposób reprodukowana czy powielana mechanicznie, fotooptycznie, zapisywana elektronicznie
lub magnetycznie, ani odczytywana w środkach publicznego przekazu bez pisemnej zgody Autorki.

© Copyright Anna Pastuszczak 2014

Złożono w systemie L^AT_EX

Druk:

Nakład 50 egz.

Zamówienia: biblioteka@igf.fuw.edu.pl

ISBN

Podziękowania

Pragnę serdecznie podziękować mojemu promotorowi dr hab. Rafałowi Kotyńskiemu za nieustające wsparcie i pomoc w trakcie prowadzenia przeze mnie pracy badawczej oraz w czasie powstawania niniejszej rozprawy doktorskiej. W szczególności dziękuję za nieocenioną pomoc merytoryczną, a także za ogromne zaangażowanie, wyrozumiałość, poświęcony czas oraz bezustanną mobilizację do pracy.

Dziękuję Panu prof. dr hab. Tomaszowi Szoplikowi za czteroletnią opiekę nad postępami mojej pracy badawczej oraz pomoc w dążeniu do rozwoju.

Dziękuję kolegom z Zakładu Optyki Informacyjnej za stworzenie wspianiałej atmosfery pracy, a także za cenne uwagi i inspirujące dyskusje merytoryczne (i nie tylko).

Dziękuję Wydziałowi Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego za umożliwienie mi prowadzenia niniejszej pracy badawczej. Ponadto dziękuję Ministerstwu Nauki i Szkolnictwa Wyższego oraz Narodowemu Centrum Nauki za wsparcie finansowe w ramach grantu promotorskiego oraz innych projektów, których byłam współwykonawcą. Dziękuję również Urzędowi Marszałkowskiemu Województwa Mazowieckiego za przyznanie mi „Mazowieckiego Stypendium Doktoranckiego” w ramach Zintegrowanego Programu Operacyjnego Rozwoju Regionalnego.

Na koniec z całego serca dziękuję mojej rodzinie. W szczególności dziękuję Rodzicom za wsparcie i nieustającą wiarę we mnie, nawet wtedy, gdy mnie jej brakowało. Ponadto dziękuję Bartkowi - za wszystko, a zwłaszcza za wsparcie duchowe oraz ciepło i miłość, które pozwoliły mi przetrwać wszystkie trudne chwile.

Streszczenie

Niniejsza rozprawa dotyczy nanostruktur metaliczno-dielektrycznych, w których propagacja światła możliwa jest dzięki wzbudzeniom powierzchniowych plazmonów-polarytonów. W rozpatrywanych układach warstwowych możliwe jest uzyskanie obrazowania nadrozdzielczego. Praca poświęcona jest optymalizacji nadrozdzielczych struktur cienkowarstwowych, ich opisowi przy użyciu teorii ośrodków efektywnych, zastosowaniu teorii układów liniowych do ich projektowania, a także potencjalnym możliwościom ich wykorzystania.

W pracy wykazano, że cienkowarstwowe metaliczno-dielektryczne struktury nadrozdzielcze zaprojektowane przy użyciu teorii ośrodków efektywnych są suboptymalne ze względu na uzyskiwaną rozdzielczość i współczynnik transmisji. Wykazano, że w drodze optymalizacji numerycznej możliwa jest poprawa obu tych wielkości, otrzymując ponadto struktury o grubszych warstwach, które z technologicznego punktu widzenia są łatwiejsze do wykonania. Straty propagacyjne dla struktury cienkowarstwowej przewidywane przez teorię ośrodków efektywnych mogą znacznie odbiegać od wyniku obliczonego ściśle, nawet gdy warstwy z których składa się struktura są kilkukrotnie cieńsze od długości fali. W szczególności, wykazano, że w strukturze o skończonej grubości warstw można uzyskać kilkukrotnie niższe straty niż w strukturze o podobnym składzie o infimezmalnie cienkich warstwach.

Ponadto wykazano, że cienkowarstwowe struktury nadrozdzielcze można łączyć w nanoukłady optyczne pozwalające zmieniać przestrzenny rozkład natężenia wiązki świetlnej bez zaburzenia rozkładu fazy pola. Zaproponowano użycie trzech połączonych ze sobą struktur cienkowarstwowych, do utworzenia struktury, która zmienia rozkład natężenia padającej wiązki gaussowskiej, ogniskując wiązkę w obszarze o podfalowych rozmiarach, oraz pozostawia przy tym niezaburzony, płaski kształt powierzchni stałej fazy.

Abstract

The subject of this thesis are metal-dielectric nano-structures, in which light propagation is possible thanks to the excitation of surface plasmon-polaritons. The layered structures considered in the thesis enable imaging with superresolution. The thesis is devoted to optimization of superresolving layered structures, their description with the use of the effective medium theory, the application of the theory of linear systems to their development, and to their potential applications.

It has been demonstrated that thin layered metal-dielectric superresolving structures developed with use of the effective medium theory are suboptimal with respect to the attainable resolution and transmittance. It has been proven that these two characteristics can be improved simultaneously by means of numerical optimization, and the resultant structures consist of thicker layers, more feasible from the technological point of view. Propagation losses predicted by the effective medium theory for thin layered structures may differ significantly from the precise result, even in the case of structures with very thin layers - several-fold thinner than the free-space wavelength. In particular, a structure with a finite thickness of layers may show also several-fold smaller losses than a respective one with infinitesimally thin layers.

It has also been demonstrated that superresolving layered structures can be combined into optical systems that allow for changing the spatial distribution of intensity of a propagating light beam, while its phase characteristics remains not aberrated. It has been proposed to combine three thin layered stacks to obtain a system capable of focusing the energy of an incident Gaussian beam into a subwavelength area, simultaneously preserving homogeneous and planar phase fronts.

Spis treści

Rozdział 1. Wstęp	9
1.1. Wprowadzenie	9
1.2. Cel i tezy pracy	10
1.3. Struktura pracy	11
Rozdział 2. Elektromagnetyczny opis światła	13
2.1. Własności pól elektromagnetycznych	13
2.1.1. Równania Maxwella w próżni	13
2.1.2. Równania Maxwella w ośrodkach materialnych	14
2.1.3. Równania materiałowe	15
2.1.4. Elektromagnetyczne warunki brzegowe	16
2.2. Fale elektromagnetyczne	17
2.2.1. Równanie falowe	17
2.2.2. Fale elektromagnetyczne w liniowych ośrodkach dielektrycznych	17
2.2.3. Fale elektromagnetyczne w liniowych ośrodkach przewodzących	19
2.2.4. Energia fali elektromagnetycznej, wektor Poyntinga	21
2.2.5. Odbicie i załamanie fali płaskiej na granicy ośrodków	21
2.3. Fale zanikające	24
2.4. Mikroskopowe modele dyspersji dla metali i dielektryków	25
2.4.1. Model dyspersji Lorentza dla dielektryków	25
2.4.2. Model dyspersji Drudego dla metali	27
Rozdział 3. Wybrane elementy optyki fourierowskiej	31
3.1. Widmo przestrzenne	31
3.2. Charakterystyka układów liniowych i niezmienniczych przestrzennie	33
3.2.1. Odpowiedź impulsowa	34
3.2.2. Funkcja przenoszenia	35
3.3. Zdolność rozdzielcza układu optycznego	36
Rozdział 4. Powierzchniowe plazmony-polarytony	39
4.1. Powierzchniowe plazmony-polarytony na pojedynczej powierzchni granicznej	39
4.1.1. Warunki brzegowe	39
4.1.2. Równanie dyspersji	41
4.1.3. Zasięg propagacji i głębokość wnikania	44
4.2. Wzbudzenie powierzchniowego plazmonu-polarytonu	46

4.3.	Powierzchniowe plazmony-polarytony w układach warstwowych	48
4.3.1.	Mody sprzężone w układzie z pojedynczą cienką warstwą	48
4.3.2.	Mody sprzężone w układach wielowarstwowych	52
Rozdział 5. Opis rozchodzenia się fali w metaliczno-dielektrycznych nanoukładach wielowarstwowych		57
5.1.	Model ośrodka efektywnego	57
5.2.	Rezonanse Fabry-Perot w metaliczno-dielektrycznych układach wielowarstwowych	62
5.3.	Model jednowymiarowego kryształu fotonicznego	66
Rozdział 6. Doskonała soczewka płaska		71
6.1.	Soczewka płaska z metamateriału o ujemnej przenikalności elektrycznej i magnetycznej	71
6.2.	Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą cienkiej warstwy metalicznej	73
6.3.	Płaskie soczewki wielowarstwowe	75
6.3.1.	Kanalizacja światła	76
Rozdział 7. Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą metaliczno-dielektrycznych nanoukładów warstwowych		81
7.1.	Wprowadzenie i założenia	81
7.2.	Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą układu wielowarstwowego wykorzystującego zjawisko kanalizacji światła	82
7.2.1.	Głębokość wnikania fali do wielowarstwy	85
7.2.2.	Właściwości obrazujące wielowarstwy w przybliżeniu ośrodka efektywnego	86
7.2.3.	Wpływ skończonej grubości warstw na właściwości obrazujące układu	90
7.3.	Optymalizacja plazmonicznych nanoukładów wielowarstwowych pod kątem wysokiej transmisji światła i obrazowania z podfalową rozdzielczością	92
7.3.1.	Głębokość wnikania fali do wielowarstwy	95
7.3.2.	Optymalizacja właściwości obrazujących wielowarstwy	96
7.3.3.	Funkcja przenoszenia	102
7.3.4.	Dystrybucja energii w strukturze	106
Rozdział 8. Nanoukłady plazmoniczne do koncentracji wiązki światła		109
Rozdział 9. Podsumowanie najważniejszych wyników		115
Dodatek A. Metoda macierzy przejścia		117
Bibliografia		119

Rozdział 1

Wstęp

1.1. Wprowadzenie

Plazmonika [1] jest dynamicznie rozwijającą się gałęzią nanofotoniki, zajmującą się opisem wzbudzeń powierzchniowych na granicach metali i dielektryków, powstających na skutek wzajemnego oddziaływania pomiędzy falą elektromagnetyczną oraz drganiami gęstości powierzchniowego ładunku elektrycznego w przewodniku. Wzbudzenia te stanowią jeden z najważniejszych mechanizmów odpowiedzialnych za wzmocnienie transmisji fal zanikających przez nanoukłady plazmoneczne. Fale zanikające stanowią część widma przestrzennego źródeł promieniowania elektromagnetycznego, których amplituda maleje wykładniczo wraz z odległością od źródła i mogą być obserwowane wyłącznie w bliskim polu. Dzięki wzmocnieniu transmisji tych składowych widma przestrzennego możliwe jest ich wykorzystanie do odtworzenia rozkładu pól z rozdzielczością znacznie lepszą niż wynikałoby z ograniczenia dyfrakcyjnego, stanowiącego jedno z podstawowych ograniczeń stojących na przeszkodzie miniaturyzacji układów fotonicznych. Otwiera to niespotykaną w dotychczasowej optyce możliwość konstrukcji układów pozwalających na obrazowanie przedmiotów znacznie mniejszych od długości fali świetlnej, przy czym zdolność rozdzielcza tych układów jest ograniczona wyłącznie stratami na skutek przewodnictwa elektrycznego metali oraz aspektami technicznymi, takimi jak ciągłość i jednorodność cienkich warstw metalicznych oraz gładkość ich powierzchni.

Wśród licznych potencjalnych zastosowań dla nanoukładów plazmonecznych wymienić należy poprawę rozdzielczości elementów optycznych w nanolitografii oraz skaningowej mikroskopii optycznej bliskiego pola (SNOM) [2], możliwość konstrukcji nowoczesnych detektorów i czujników pozwalających na optyczną identyfikację pojedynczych molekuł [3] oraz poprawę wydajności ogniw fotowoltaicznych [4]. Ważną klasę zastosowań stanowią falowody plazmoneczne pozwalające na prowadzenie światła w rzędni o podfalowych rozmiarach. Mogą one w przyszłości zostać wykorzystane do tworzenia silnie zintegrowanych układów optoelektronicznych oraz złączy pomiędzy układami elektronicznymi a klasycznymi światłowodami [5].

Niniejsza rozprawa poświęcona jest metaliczno-dielektrycznym nanostrukturom wielowarstwowym i ich zastosowaniu do obrazowania nadrozdzielczego w bliskim polu. Mechanizm obrazowania nadrozdzielczego w tych strukturach opiera się na jednoczesnym wykorzystaniu kilku zjawisk: wzbudzeniu sprzężonych modów

plazmonowo-polaritonowych na powierzchniach granicznych pomiędzy warstwami metalu i dielektryka, odpowiedzialnych za wzmocnienie transmisji fal zanikających w widmie przestrzennym fali padającej na strukturę, zjawisku ujemnego załamania światła na powierzchniach granicznych pomiędzy metalem a dielektrykiem, umożliwiającemu częściową kompensację dyfrakcji fali padającej oraz zjawisku rezonansowego tunelowania, pozwalającemu na uzyskanie wysokiego współczynnika transmisji fali przez strukturę pomimo zawartości w niej metalu o łącznej grubości wielokrotnie przekraczającej wartość głębokości wnikania fali dla litego metalu. Takie struktury umożliwiają obrazowanie w zakresie widzialnym widma, na niewielkich, porównywalnych z długością fali odległościach z bardzo wysoką rozdzielczością (rzędu dziesiątej części długości fali).

Jednocześnie właściwości obrazujące rozpatrywanych struktur wielowarstwowych mogą być wyjaśnione w oparciu o teorię ośrodków efektywnych, poprzez przypisanie nanostrukturze tensora efektywnej przenikalności elektrycznej, którego postać wynika z budowy struktury i nie jest prostym uśrednieniem właściwości materiałów składowych. Większość struktur warstwowych rozpatrywanych w pracy ma efektywną wartość przenikalności elektrycznej w kierunku równoległym do powierzchni warstw bliską jedności i charakteryzuje się bardzo wysoką dwójłomnością. Dzięki takim właściwościom efektywnym, poszczególne składowe widma przestrzennego są przenoszone przez strukturę z jednakowymi amplitudami i przesunięciami fazowymi, pozwalając na utworzenie rozkładu przestrzennego fali padającej w obszarze bliskiego pola za strukturą.

1.2. Cel i tezy pracy

Celem pracy było lepsze poznanie właściwości plazmonicznych struktur warstwowych pozwalających na obrazowanie nadrozdzielcze - w szczególności optymalizacja ich budowy, odniesienie się do ograniczeń w stosowaniu teorii ośrodków efektywnych do ich opisu, zbadanie ich właściwości filtracyjnych i sprawdzenie czy możliwe jest ich łączenie w bardziej złożone struktury. Tezy pracy są następujące:

1. Cienkowarstwowe struktury nadrozdzielcze zaprojektowane przy użyciu teorii ośrodków efektywnych są suboptymalne ze względu na uzyskiwaną rozdzielczość i współczynnik transmisji. W drodze optymalizacji numerycznej można uzyskać lepszą rozdzielczość i współczynnik transmisji, otrzymując ponadto struktury o grubszych warstwach, które z technologicznego punktu widzenia są łatwiejsze do wykonania.
2. Straty propagacyjne dla metaliczno-dielektrycznej struktury cienkowarstwowej przewidywane przez teorię ośrodków efektywnych mogą znacznie odbiegać od wyniku obliczonego ściśle, nawet gdy warstwy z których składa się struktura są kilkukrotnie cieńsze od długości fali. W strukturze o skończonej grubości warstw (w praktyce rzędu kilkudziesięciu nanometrów) można uzyskać kilkukrotnie niższe straty niż

w strukturze o podobnej zawartości metalu, ale złożonej z bardzo cienkich warstw.

3. Cienkowarstwowe struktury nadrozdzielcze o niskim współczynniku odbicia można łączyć w nanoukłady optyczne pozwalające zmieniać przestrzenny rozkład natężenia padającej wiązki świetlnej (ogniskować wiązkę) bez zaburzania rozkładu przestrzennego fazy pola. Wiązka wychodząca z układu może charakteryzować się wielokrotnie mniejszą szerokością połówkową niż wiązka padająca, w szczególności szerokość połówkowa wiązki wychodzącej może być mniejsza od długości fali, przy jednoczesnym zachowaniu niezaburzonego płaskiego kształtu frontów falowych.

1.3. Struktura pracy

Rozprawa składa się ze Wstępu, ośmiu rozdziałów, dodatku poświęconego metodzie macierzy przejścia (*ang. transfer matrix method*) i spisu bibliograficznego. Rozdziały 2 i 3 mają charakter rozbudowanego wprowadzenia z odniesieniami do równań Maxwella i ich rozwiązań, w szczególności o charakterze fal zanikających i do wykorzystywanych dalej elementów optyki Fouriera, jak również do teorii układów liniowych i zdolności rozdzielczej układów obrazujących.

Rozdział 4 poświęcony jest właściwościom powierzchniowych plazmonów-polarytonów, które mogą być wzbudzone na granicy warstw metalu i dielektryka i w ośrodkach warstwowych. Oprócz charakteru przeglądowego, rozdział ten zawiera także częściowo oryginalne wyprowadzenie związku dyspersyjnego dla struktury wielowarstwowej i wyniki przeprowadzonej analizy numerycznej, ilustrującej własności tego związku.

Rozdział 5 dotyczy metaliczno-dielektrycznych struktur wielowarstwowych. Autorka odnosi się w nim do teorii ośrodków efektywnych dla struktur cienkowarstwowych i do jej wykorzystania w projektowaniu nadrozdzielczych układów obrazujących, a także w przypadku struktur periodycznych, odwołuje się do modelu jednowymiarowego kryształu fotonicznego i do rozwiązań równań Maxwella w postaci fal Blocha. W rozdziale tym, przedstawiono przykładowe rozkłady amplitudy i fazy pola elektrycznego i magnetycznego w metaliczno-dielektrycznym układzie warstwowym, a także porównano rozkłady pola w układzie opisanym modelem efektywnym, z rozkładami wyznaczonymi w sposób ścisły, za pomocą metody macierzy przejścia.

Rozdział 6 zawiera wprowadzenie do obrazowania nadrozdzielczego przy użyciu tzw. soczewek płaskich (*ang. perfect lens, flat lens*). Przedstawiono w nim koncepcje i mechanizmy obrazowania z podfalową rozdzielczością za pomocą nanoukładów zawierających cienkie warstwy metaliczne. W szczególności omówiony jest mechanizm kanalizacji światła (*ang. canalization*).

Rozdział 7 poświęcony jest obrazowaniu nadrozdzielczemu za pomocą periodycznych nanoukładów wielowarstwowych. Przedstawiono w nim wyniki optymalizacji struktur

wykonanych ze srebra oraz z TiO_2 , SrTiO_3 , GaP. Wyniki zostały porównane z przewidywaniami teorii ośrodków efektywnych. Wykazano, że w strukturach o skończonych grubościach warstw, straty propagacyjne mogą być niższe niż przewidywane przez tę teorię. Pokazano również, że w strukturach o skończonej grubości warstw optymalizacja numeryczna pozwala na uzyskanie struktur o lepszych właściwościach obrazujących niż jest to możliwe w oparciu o model ośrodka efektywnego.

Rozdział 8 dotyczy zaproponowanego i zbadanego numerycznie przez autorkę układu do koncentracji wiązki optycznej, składającego się z trzech nanostruktur warstwowych. Dzięki ich wzajemnemu ułożeniu i odpowiedniemu doborowi właściwości efektywnych, możliwe jest skoncentrowanie w części centralnej układu znacznej części energii wiązki padającej, przy jednoczesnym zachowaniu płaskich powierzchni stałej fazy w całym układzie, łącznie z brzegiem struktury, na który ukośnie pada fala płaska. Ewentualne zastosowanie układu do konstrukcji nowych elementów dyfrakcyjnych, które mogłyby w sposób niezależny modyfikować fazę i amplitudę pola, wymaga jednak przeprowadzenia dalszych prac.

Rozdział 9 zawiera podsumowanie najważniejszych wyników przedstawionych w pracy.

Rozdział 2

Elektromagnetyczny opis światła

W niniejszym rozdziale przedstawiono wybrane elementy opisu światła jako fali elektromagnetycznej. Przedstawiono również elementy opisu oddziaływania światła z materią, ze szczególnym uwzględnieniem liniowych materiałów dielektrycznych oraz metali. Celem niniejszego rozdziału jest uporządkowanie najważniejszych praw, pojęć i modeli fizycznych niezbędnych do przeprowadzenia czytelnika przez kolejne części pracy. Bardziej szczegółowy opis elektromagnetycznej natury światła można znaleźć w pozycjach [6–9].

2.1. Własności pól elektromagnetycznych

2.1.1. Równania Maxwella w próżni

Pola elektromagnetyczne w próżni są w pełni opisane przez układ czterech równań Maxwella, których postać różniczkową w układzie jednostek SI przedstawiają równania:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho, \quad (2.1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.1b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.1d)$$

W równaniach tych wektory $\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ i $\mathbf{B} \equiv \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ reprezentują odpowiednio natężenie pola elektrycznego oraz indukcję magnetyczną w punkcie opisanym wektorem \mathbf{r} i w chwili czasu t . Ponadto $\rho \equiv \rho(\mathbf{r}, t)$ i $\mathbf{J} \equiv \mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ są odpowiednio objętościowymi gęstościami ładunków i prądów elektrycznych, natomiast stałe ε_0 i μ_0 przedstawiają odpowiednio przenikalność elektryczną i przenikalność magnetyczną próżni.

Zgodnie z równaniami (2.1) pola elektryczne wytwarzane są przez ładunki elektryczne ρ oraz zmienne w czasie pola magnetyczne. Analogicznie pola magnetyczne generowane są przez prądy \mathbf{J} oraz zmienne w czasie pola elektryczne. Jednak w przeciwieństwie do pola elektrycznego, dywergencja pola magnetycznego jest zawsze równa 0 (równanie

(2.1b)), dlatego też pola magnetyczne nie posiadają źródeł będących odpowiednikami ładunków elektrycznych.

W równaniach Maxwella zawarta jest zasada zachowania ładunku. Aby to pokazać, wystarczy podzielić operatorem dywergencji na równanie (2.1d). Wówczas lewa strona równania $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$ jest równa 0, natomiast prawa strona przyjmuje postać

$$\mu_0 \nabla \cdot \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{E}). \quad (2.2)$$

Po podstawieniu do powyższego równania (2.1a) otrzymuje się równie ciągłości wyrażające zasadę zachowania ładunku:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (2.3)$$

2.1.2. Równania Maxwella w ośrodkach materialnych

Równania Maxwella w postaci (2.1) są mało wygodne przy opisie pól elektromagnetycznych w ośrodkach materialnych, ponieważ zależą od całkowitych gęstości prądów i ładunków. Jednocześnie w materii pod wpływem polaryzacji elektrycznej lub magnetycznej indukowane są związane ładunki i prądy, których opis bądź pomiar jest bardzo trudny. Dlatego do opisu pól elektromagnetycznych w ośrodkach materialnych stosuje się najczęściej inną postać równań Maxwella, zależną wyłącznie od ładunków i prądów swobodnych ρ_{sw} i \mathbf{J}_{sw} , które są wielkościami łatwo mierzalnymi:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{sw}, \quad (2.4a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.4b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.4c)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{sw} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (2.4d)$$

Wektory $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ i $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ w powyższych równaniach noszą nazwę odpowiednio indukcji elektrycznej oraz natężenia pola magnetycznego i są zdefiniowane poprzez pola podstawowe $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ i $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$, a także poprzez polaryzację $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ i magnetyzację $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ ośrodka na skutek jego oddziaływania z polem elektromagnetycznym:

$$\mathbf{D} \equiv \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{H} \equiv \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}. \quad (2.6)$$

Polaryzacja \mathbf{P} i magnetyzacja \mathbf{M} są wielkościami makroskopowymi będącymi miarą oddziaływania pól elektromagnetycznych z materią. Wielkości te zawierają w sobie pełną informację o ładunkach i prądach związanych indukowanych pod wpływem

tego oddziaływania. Całkowitą gęstość objętościową ładunków można wyrazić poprzez zależność:

$$\rho = \rho_{sw} - \nabla \cdot \mathbf{P}, \quad (2.7)$$

gdzie $\nabla \cdot \mathbf{P}$ jest gęstością ładunków związanych. Jednocześnie całkowitą objętościową gęstość prądów opisuje wyrażenie:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{sw} + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad (2.8)$$

gdzie $\nabla \times \mathbf{M}$ jest prądem związanym generowanym pod wpływem magnetyzacji ośrodka, natomiast $\partial \mathbf{P} / \partial t$ jest prądem polaryzacji powstałym na skutek ruchu ładunków pod wpływem pola elektrycznego.

2.1.3. Równania materiałowe

Równania Maxwella wiążą ze sobą pola \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{D} i \mathbf{H} , natomiast nie opisują sposobu, w jaki pola te oddziałują z materią. Do tego celu konieczne jest zdefiniowanie równań materiałowych opisujących zachowanie się substancji materialnych pod wpływem pola elektromagnetycznego. W ogólności równania te mogą być bardzo złożone. W szczególnym przypadku ośrodków jednorodnych, liniowych i izotropowych przyjmują one postać:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}, \quad (2.10)$$

gdzie χ_e i χ_m są stałymi materiałowymi nazywanymi odpowiednio podatnością elektryczną i podatnością magnetyczną ośrodka, a ich wartości są zależne od substancji, z której wykonano ośrodek. Inną postać tych równań, znacznie częściej używaną w optyce, otrzymuje się podstawiając odpowiednio równania (2.9) i (2.10) do zależności (2.5) i (2.6) oraz definiując nowe stałe materiałowe:

$$\varepsilon = 1 + \chi_e, \quad (2.11)$$

$$\mu = 1 + \chi_m, \quad (2.12)$$

nazywane odpowiednio względną przenikalnością elektryczną i względną przenikalnością magnetyczną ośrodka. Wówczas równania materiałowe przyjmują postać:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} \quad (2.14)$$

i wiążą ze sobą bezpośrednio pola \mathbf{E} i \mathbf{D} oraz \mathbf{B} i \mathbf{H} .

Względne przenikalności elektryczna i magnetyczna są wielkościami charakteryzującymi dany ośrodek materialny i w ogólności mogą być również funkcjami częstotliwości drgań pola elektromagnetycznego. W przypadku ośrodków anizotropowych są one wielkościami tensorowymi wiążącymi ze sobą poszczególne współrzędne pól. Względna przenikalność elektryczna i magnetyczna są wielkościami bezwymiarowymi. Często w literaturze definiuje się również przenikalności bezwzględne $\varepsilon_{\text{bezwzgl}} = \varepsilon\varepsilon_0$ oraz $\mu_{\text{bezwzgl}} = \mu\mu_0$ posiadające wymiar odpowiednio $\frac{C}{V\text{m}}$ dla przenikalności elektrycznej oraz $\frac{Vs}{Am}$ dla przenikalności magnetycznej. Jednak, ze względu na większą wygodę posługiwania się w optyce bezwymiarowymi przenikalnościami względnymi, w dalszym ciągu niniejszej pracy pojęcia przenikalności elektrycznej i magnetycznej będą zawsze oznaczały przenikalności względne.

Do kompletu równań materiałowych dla ośrodków liniowych i przewodzących dołącza się często prawo Ohma wiążące gęstość objętościową prądów swobodnych płynących w materii z natężeniem przyłożonego pola elektrycznego:

$$\mathbf{J}_{\text{sw}} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.15)$$

gdzie σ oznacza przewodność właściwą ośrodka, mierzoną w jednostkach $(\Omega m)^{-1}$.

2.1.4. Elektromagnetyczne warunki brzegowe

Warunki brzegowe określają ciągłość pól elektromagnetycznych na granicy obszarów wykonanych z różnych materiałów. Ponieważ właściwości materii na powierzchni granicznej są nieciągłe, w ogólności również nie wszystkie składowe pól \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{D} i \mathbf{H} zachowują ciągłość na granicy ośrodków. Do wyprowadzenia warunków brzegowych szczególnie użyteczne jest rozważanie równań Maxwella w postaci całkowej, których rozwiązanie w pobliżu nieciągłości nie jest kłopotliwe. Szczegóły wyprowadzenia można znaleźć w pracach [7, 8]. Jeżeli pola po jednej stronie powierzchni granicznej oznaczyć cyfrą „1” natomiast pola po drugiej stronie oznaczyć cyfrą „2” wówczas ciągłość składowych pól \mathbf{B} i \mathbf{D} normalnych do powierzchni granicznej opisana jest zależnościami:

$$D_1^\perp - D_2^\perp = \sigma_{\text{sw}}, \quad (2.16)$$

$$B_1^\perp - B_2^\perp = 0, \quad (2.17)$$

gdzie σ_{sw} oznacza gęstość ładunków swobodnych zgromadzonych na powierzchni rozgraniczającej ośrodków. Ciągłość składowych pól \mathbf{E} i \mathbf{H} stycznych do powierzchni granicznej opisują równania:

$$\mathbf{E}_1^\parallel - \mathbf{E}_2^\parallel = 0, \quad (2.18)$$

$$\mathbf{H}_1^\parallel - \mathbf{H}_2^\parallel = \mathbf{K}_{\text{sw}} \times \hat{\mathbf{n}}, \quad (2.19)$$

w których \mathbf{K}_{sw} jest gęstością swobodnych prądów płynących na powierzchni rozgraniczającej ośrodki, natomiast $\hat{\mathbf{n}}$ jest wektorem jednostkowym normalnym do tej powierzchni.

2.2. Fale elektromagnetyczne

2.2.1. Równanie falowe

Najogólniejszą postać równania fali elektromagnetycznej otrzymuje się poprzez podziałanie operatorem rotacji na dwa ostatnie spośród równań Maxwella (2.4) oraz wykorzystanie zależności (2.5) i (2.6). Po odpowiednich przekształceniach otrzymuje się równania falowe dla pól \mathbf{E} i \mathbf{B} w następującej formie:

$$\Delta \mathbf{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0} \nabla (\rho_{sw} - \nabla \cdot \mathbf{P}) + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{J}_{sw} + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}), \quad (2.20a)$$

$$\Delta \mathbf{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = -\mu_0 \nabla \times (\mathbf{J}_{sw} + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}). \quad (2.20b)$$

Powyższe równania ulegają znacznemu uproszczeniu, gdy rozpatrywana fala elektromagnetyczna rozchodzi się w ośrodku jednorodnym i liniowym, w którym spełnione są związki (2.13) i (2.14). Wówczas równania falowe przyjmują postać:

$$\Delta \mathbf{E} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \nabla \rho_{sw} + \mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{J}_{sw}}{\partial t}, \quad (2.21a)$$

$$\Delta \mathbf{B} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mu \nabla \times \mathbf{J}_{sw}. \quad (2.21b)$$

2.2.2. Fale elektromagnetyczne w liniowych ośrodkach dielektrycznych

W liniowych ośrodkach dielektrycznych nie występują swobodne ładunki ani swobodne prądy. W takiej sytuacji prawe strony obu równań (2.21) zerują się i otrzymuje się:

$$\Delta \mathbf{E} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (2.22a)$$

$$\Delta \mathbf{B} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.22b)$$

Równania te opisują drgania pól \mathbf{E} i \mathbf{B} fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w ośrodku materialnym z prędkością

$$v = (\sqrt{\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon})^{-1}. \quad (2.23)$$

Jeżeli rozchodzi się w próżni, wówczas $\varepsilon \equiv 1$ i $\mu \equiv 1$ i prędkość rozchodzenia się fali jest równa $c = (\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0})^{-1} = 2.99792458 \cdot 10^8$ m/s. Stosunek prędkości światła w próżni do jego prędkości w wybranym ośrodku materialnym jest bardzo ważną w optyce stałą materiałową charakteryzującą dany ośrodek, nazywaną współczynnikiem załamania światła w ośrodku.

$$n \equiv c/v = \sqrt{\mu\varepsilon}. \quad (2.24)$$

Przenikalność magnetyczna dla częstotliwości optycznych jest w większości materiałów równa lub bliska jedności. Można zatem przyjąć, że $n \approx \sqrt{\varepsilon}$.

W ogólności współczynnik załamania danego materiału, a tym samym również jego przenikalność elektryczna, nie są stałe, lecz zależą od częstotliwości fali świetlnej. Źródłem zjawiska dyspersji jest zależny od częstotliwości stopień pobudzenia drgań elektronów w atomach polem elektromagnetycznym. W szczególności, gdy częstotliwość drgań pola jest bliska częstości drgań własnych elektronów danego atomu, polaryzacja ma charakter rezonansowy. Pole wytwarzane przez drgające ładunki interferuje z polem pobudzającym powodując zmniejszenie prędkości rozchodzenia się fali w ośrodku. Dlatego też współczynnik załamania może być uznany za stały wyłącznie dla fal z wąskiego przedziału częstotliwości oraz istotnie odległych od rezonansów elektronów w atomach.

Najprostszym rozwiązaniem równań falowych (2.22) są monochromatyczne fale sinusoidalne, w których rozkład pól \mathbf{E} i \mathbf{B} zmienia się wzdłuż zadanego kierunku propagacji oraz jest stały w płaszczyźnie poprzecznej do tego kierunku. Mają one postać:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \Re[\mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}], \quad (2.25a)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \Re[\mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}], \quad (2.25b)$$

gdzie \mathbf{E}_0 i \mathbf{B}_0 są amplitudami zespolonymi odpowiednio pola elektrycznego i magnetycznego, ω jest częstotliwością drgań fali elektromagnetycznej, natomiast \mathbf{k} jest wektorem falowym o kierunku i zwrocie zgodnym z kierunkiem propagacji fali oraz wartości

$$k = \frac{n\omega}{c} \quad (2.26)$$

nazywanej także liczbą falową. Argument zespolony występujący w wyrażeniach (2.25) określany jest również jako faza fali, natomiast powierzchnie stałej fazy są nazywane frontami falowymi. Najmniejsza odległość pomiędzy dwoma frontami falowymi różniącymi się o kąt fazowy 2π stanowi długość fali opisywaną zależnością:

$$\lambda_n = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi c}{n\omega}. \quad (2.27)$$

W przeciwieństwie do częstotliwości, będącej wielkością charakteryzującą falę elektromagnetyczną niezależnie od ośrodka, w którym ta fala się rozchodzi, długość fali jest funkcją współczynnika załamania ośrodka. W ośrodku o wyższym współczynniku załamania

fala ulega skróceniu. Z tego względu w optyce falę elektromagnetyczną o wybranej częstotliwości często charakteryzuje się za pomocą długości fali w próżni równej

$$\lambda = \frac{\lambda_n}{n} = \frac{2\pi c}{\omega}, \quad (2.28)$$

będącej długością, jaką miałyby fala o takiej samej częstotliwości, gdyby rozchodziła się w próżni. W dalszej części pracy, jeżeli nie zostanie to uściślone inaczej, przez długość fali rozumiana będzie długość fali w próżni opisana zależnością (2.28).

Aby zależności (2.25) spełniały równania Maxwella (2.4) przy założeniu braku swobodnych ładunków i prądów w materii, konieczne jest nałożenie dodatkowych warunków na amplitudy pól \mathbf{E}_0 i \mathbf{B}_0 :

$$\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{k} = \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{k} = 0, \quad (2.29)$$

$$\mathbf{B}_0 = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E}_0. \quad (2.30)$$

Zgodnie z tymi warunkami, dla płaskiej fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w ośrodku dielektrycznym pola \mathbf{E} i \mathbf{B} są zgodne w fazie, ale drgają w kierunkach wzajemnie prostopadłych oraz prostopadłych do kierunku propagacji fali.

Stosunek amplitud pól \mathbf{E} i \mathbf{H} jest wielkością charakterystyczną dla danego ośrodka i nazywany jest impedancją ośrodka. Dla liniowych ośrodków dielektrycznych impedancja wyrażona jest zależnością:

$$Z = \frac{E_0}{H_0} = \frac{\mu_0 \mu \omega}{k} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}}. \quad (2.31)$$

Ponieważ równania falowe (2.22) są liniowe, to zgodnie z zasadą superpozycji dowolne rozwiązanie tych równań można zapisać w postaci liniowej kombinacji monochromatycznych fal płaskich o różnych częstotliwościach, amplitudach, fazach i kierunkach propagacji.

2.2.3. Fale elektromagnetyczne w liniowych ośrodkach przewodzących

W liniowych ośrodkach przewodzących gęstość ładunków swobodnych jest równa 0, natomiast gęstość prądów swobodnych spełnia prawo Ohma (2.15). Podstawiając te założenia do równań (2.21) otrzymuje się postać równania falowego dla liniowych ośrodków przewodzących:

$$\Delta \mathbf{E} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0, \quad (2.32a)$$

$$\Delta \mathbf{B} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} - \mu_0 \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0. \quad (2.32b)$$

Rozwiązania tych równań można przedstawić w postaci liniowej superpozycji fal płaskich, jednakże wartość wektora falowego w ośrodkach przewodzących jest zespolona:

$$\tilde{k}^2 = \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \omega^2 + i \mu_0 \mu \sigma \omega = (k' + ik'')^2, \quad (2.33)$$

gdzie primowanie oznacza część rzeczywistą, natomiast podwójne primowanie oznacza część urojoną liczby falowej. Dla wygody opisu oddziaływania światła z ośrodkami przewodzącymi, często wprowadza się rozszerzoną definicję przenikalności elektrycznej i współczynnika załamania jako zespolonych funkcji częstotliwości zawierających w sobie informację o przewodności ośrodka:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon' + i\varepsilon'' = \varepsilon + i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}, \quad (2.34)$$

$$\tilde{n} = n' + in'' = \sqrt{\tilde{\varepsilon} \mu}. \quad (2.35)$$

Podstawienie tych zależności do równań (2.32) skutkuje otrzymaniem równań identycznych z (2.22) z dokładnością do zamiany $\varepsilon \rightarrow \tilde{\varepsilon}$. Podobnie spełniona jest relacja analogiczna do (2.26), to znaczy

$$\tilde{k} = \frac{\tilde{n}\omega}{c}. \quad (2.36)$$

Podczas gdy część rzeczywista wektora falowego jest składnikiem fazy fali propagującej w ośrodku materialnym, jego część urojona odpowiada za tłumienie. Rozchodzące się w przewodnikach fale płaskie ulegają tłumieniu zgodnie z zależnościami:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \Re[\mathbf{E}_0 e^{-k'' \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r}} e^{i(k' \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}], \quad (2.37a)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \Re[\mathbf{B}_0 e^{-k'' \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r}} e^{i(k' \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}], \quad (2.37b)$$

gdzie $\hat{\mathbf{n}}$ jest wektorem jednostkowym o kierunku zgodnym z kierunkiem propagacji fali. Odległość, po przebyciu której amplituda fali maleje e-krotnie nazywana jest głębokością wnikania fali i jest ona wielkością charakterystyczną dla danego ośrodka, w ogólności zależną od częstotliwości fali. Opisuje ją zależność:

$$\delta = \frac{1}{k''}. \quad (2.38)$$

Zamiennie czasami głębokość wnikania definiuje się jako odległość, po przebyciu której e-krotnie maleje natężenie fali świetlnej.

Aby zależności (2.37) spełniały równania Maxwella, konieczne jest nałożenie warunków na amplitudy pól \mathbf{E}_0 i \mathbf{B}_0 analogicznych do warunków (2.29) i (2.30). Jednakże, ze względu na zespoloną wartość wektora falowego w ośrodkach przewodzących, konsekwencją drugiego z tych warunków jest przesunięcie fazowe między wektorami \mathbf{E}_0

i \mathbf{B}_0 o kąt równy kątowi fazowemu liczby falowej \tilde{k} :

$$\mathbf{B}_0 = \frac{1}{\omega} |\tilde{k}| e^{i \arg(\tilde{k})} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_0, \quad (2.39)$$

gdzie $|\tilde{k}|$ i $\arg(\tilde{k})$ oznaczają odpowiednio moduł i argument zespolonego \tilde{k} .

Zgodnie z powyższymi zależnościami, również impedancja dla liniowych ośrodków przewodzących jest funkcją zespoloną, opisaną formułą identyczną z (2.31) z dokładnością do zamiany $\varepsilon \rightarrow \tilde{\varepsilon}$, to znaczy:

$$\tilde{Z} = \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}}}. \quad (2.40)$$

2.2.4. Energia fali elektromagnetycznej, wektor Poyntinga

Bezpośrednią konsekwencją równań Maxwella (2.4) jest równanie Poyntinga wyrażające zasadę zachowania energii w elektromagnetyzmie. Postać równania Poyntinga w jednorodnym ośrodku liniowym przedstawia zależność:

$$\int_{\partial V} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a} + \frac{\partial}{\partial t} \int_V u_{em} dV + \int_V \mathbf{J}_{sw} \cdot \mathbf{E} dV = 0, \quad (2.41)$$

gdzie ∂V jest powierzchnią zamkniętą ograniczającą obszar V , natomiast $d\mathbf{a}$ jest wektorem normalnym do powierzchni ∂V o długości równej elementowi powierzchni da . Ponadto wielkość u_{em} opisuje gęstość objętościową energii pola elektromagnetycznego:

$$u_{em} = \frac{1}{2} [\varepsilon_0 \varepsilon E^2 + (\mu_0 \mu)^{-1} B^2], \quad (2.42)$$

natomiast wektor Poyntinga \mathbf{S} przedstawia gęstość strumienia energii, rozumianą jako ilość energii przenoszona przez pole elektromagnetyczne w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = (\mu_0 \mu)^{-1} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t). \quad (2.43)$$

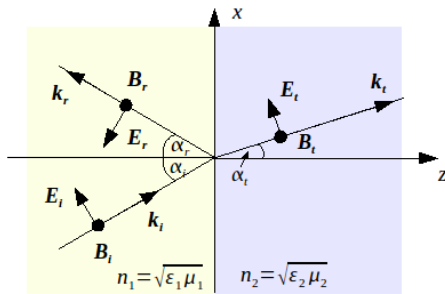
Ostatni wyraz w równaniu (2.41) przedstawia straty energii związane z przewodnictwem w ośrodkach przewodzących.

Średnia w czasie moc przenoszona przez falę elektromagnetyczną nazywana jest natężeniem fali. Dla płaskiej fali monochromatycznej natężenie fali jest równe:

$$I \equiv \langle S \rangle = (2\mu_0 \mu)^{-1} \Re(E_0 B_0). \quad (2.44)$$

2.2.5. Odbicie i załamanie fali płaskiej na granicy ośrodków

Płaska fala monochromatyczna padająca na płaską granicę dwóch różnych ośrodków ulega częściowemu odbiciu od tej granicy oraz częściowej transmisji z pierwszego ośrodka



Rysunek 2.1. Odbicie i załamanie fali płaskiej o polaryzacji TM na granicy dwóch ośrodków.

do drugiego. Ponadto wszystkie składowe pola elektromagnetycznego w otoczeniu granicy ośrodków spełniają warunki brzegowe opisane w sekcji 2.1.4. Jedną z konsekwencji tych warunków jest współpłaszczyznowość wektorów falowych fali padającej, odbitej i załamanej (oznaczonych odpowiednio indeksami i , r oraz t zgodnie z rys. 2.1) oraz normalnej do powierzchni granicznej. Płaszczyzna ta nazywana jest płaszczyzną padania. Ponadto kąty α_r i α_t pod jakimi propagują się fala odbita i fala przechodząca spełniają prawo odbicia:

$$\alpha_i = \alpha_r \quad (2.45)$$

oraz prawo załamania, nazywane również prawem Snella:

$$n_1 \sin \alpha_i = n_2 \sin \alpha_t. \quad (2.46)$$

Amplitudy pól \mathbf{E} i \mathbf{B} fali odbitej i załamanej zależą zarówno od właściwości materiałowych obu ośrodków, jak również od kąta padania i polaryzacji fali padającej. Współczynniki odbicia r i transmisji t opisane są wzorami Fresnela. Dla polaryzacji TM (ang. *transverse magnetic*), w której wektor indukcji magnetycznej \mathbf{B} jest prostopadły do płaszczyzny padania (jak zaznaczono na rys. 2.1) przyjmują one postać:

$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\varepsilon_2 k_{z_i} - \varepsilon_1 k_{z_t}}{\varepsilon_2 k_{z_i} + \varepsilon_1 k_{z_t}}, \quad (2.47a)$$

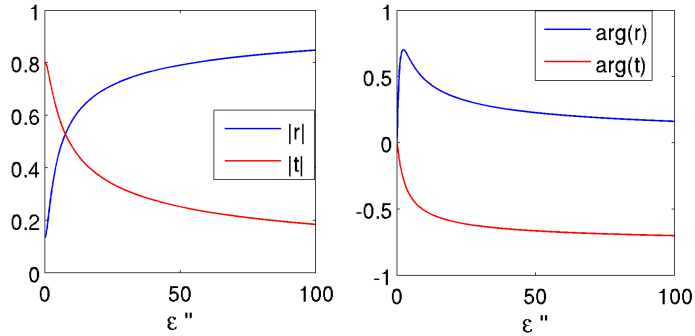
$$t_{TM} = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2\varepsilon_2 k_{z_i}}{\varepsilon_2 k_{z_i} + \varepsilon_1 k_{z_t}} \sqrt{\frac{\mu_2 \varepsilon_1}{\mu_1 \varepsilon_2}}, \quad (2.47b)$$

gdzie

$$k_{z_i} = \sqrt{k_i^2 - k_x^2}, \quad k_{z_t} = \sqrt{k_t^2 - k_x^2} \quad (2.48)$$

są składowymi wektorów falowych \mathbf{k}_i oraz \mathbf{k}_t normalnymi do powierzchni granicznej oraz

$$k_x = k_{x_i} = k_{x_r} = k_{x_t} \quad (2.49)$$



Rysunek 2.2. Przykładowa zależność amplitud i kątów fazowych współczynników odbicia i transmisji na granicy powietrza i ośrodka stratnego w funkcji wartości części urojonej przenikalności elektrycznej ε'' tego ośrodka. Pozostałe parametry: $\mu_2 = 1$, $\varepsilon_2' = 2$, kąt padania $\alpha_i = 30^\circ$, polaryzacja TM.

jest składową poprzeczną wektorów falowych. Analogicznie współczynniki odbicia i transmisji dla fali padającej o polaryzacji TE (ang. *transverse electric*), w której prostopadły do płaszczyzny padania jest wektor natężenia pola elektrycznego \mathbf{E} , przyjmują odpowiednio postać:

$$r_{TE} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\mu_2 k_{z_i} - \mu_1 k_{z_t}}{\mu_2 k_{z_i} + \mu_1 k_{z_t}}, \quad (2.50a)$$

$$t_{TE} = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2\mu_2 k_{z_i}}{\mu_2 k_{z_i} + \mu_1 k_{z_t}}. \quad (2.50b)$$

Relacje (2.47) i (2.50) opisują amplitudowe współczynniki odbicia i transmisji na granicy ośrodków. Współczynniki natężeniowe wyrażają się poprzez stosunki średnich mocy fali odbitej i przechodzącej do fali padającej przypadających na jednostkę pola powierzchni granicznej:

$$R = \frac{I_r \cos \alpha_r}{I_i \cos \alpha_i} = |r|^2, \quad (2.51a)$$

$$T = \frac{I_t \cos \alpha_t}{I_i \cos \alpha_i} = \frac{\mu_1 k_{z_t}}{\mu_2 k_{z_i}} |t|^2, \quad (2.51b)$$

gdzie r i t są odpowiednimi współczynnikami amplitudowymi.

Relacje Fresnela pozostają w mocy również, gdy jeden lub oba ośrodki absorbują lub rozpraszają energię rozchodzącej się w nich fali, natomiast przenikalności elektryczne i współczynniki załamania tych ośrodków oraz wektory falowe zostaną zastąpione ich zespolonymi odpowiednikami. W takiej sytuacji fala odbita i załamana (o ile występuje) doświadczają dodatkowego przesunięcia fazowego na granicy ośrodków, związanego z częścią fazową zespolonych współczynników odbicia i transmisji. Ponadto, jeżeli ośrodki charakteryzują się różnymi impedancjami, silniejsza dyssypacja w drugim ośrodku

powoduje, że większa część energii fali ulega odbiciu, co zilustrowane zostało na przykładowym wykresie na rys. 2.2. W skrajnym przypadku doskonałego przewodnika, gdy $\sigma \rightarrow \infty$, a tym samym $\varepsilon'' \rightarrow \infty$, wówczas również $\tilde{k}_t \rightarrow \infty$ i fala ulega całkowitemu odbiciu.

2.3. Fale zanikające

Fale zanikające są rozwiązaniami równania falowego przypominającymi monochromatyczne fale płaskie, w których składowa wektora falowego w jednym wyróżnionym kierunku jest czysto urojona. W związku z tym pola elektromagnetyczne w tym kierunku nie oscylują, jak ma to miejsce w jednorodnej płaskiej fali elektromagnetycznej, ale ulegają wykładniczemu zanikowi. Takie rozwiązania nazywane są również falami niejednorodnymi lub falami ewanescentnymi (ang. *evanescent waves*).

Fale zanikające w ogólności nie rozchodzą się w przestrzeni jednorodnej. Są one składowymi widma przestrzennego źródeł promieniowania elektromagnetycznego, jednak ze względu na swój szybki zanik mogą być obserwowane jedynie w bliskim polu, to znaczy w odległościach od źródła mniejszych lub porównywalnych z długością fali. Innym przykładem sytuacji, w której obserwuje się fale zanikające, jest zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Zachodzi ono, gdy fala rozchodząca się w ośrodku o wyższym współczynniku załamania (gęstszym optycznie) pada na powierzchnię graniczną z ośrodkiem o niższym współczynniku załamania (rzadszym optycznie) pod kątem większym od wartości krytycznej:

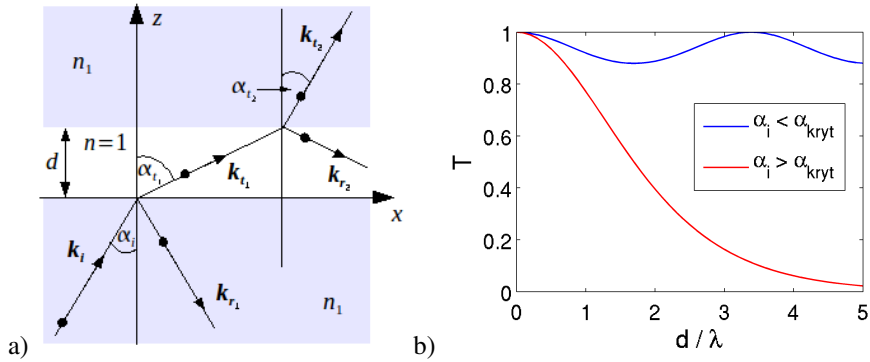
$$\alpha_{kryt} = \arcsin(n_2/n_1), \quad (2.52)$$

gdzie n_1 i n_2 są współczynnikami załamania odpowiednio pierwszego i drugiego ośrodka. Składowa wektora falowego k_{z_t} fali przechodzącej, zgodnie z prawem Snella (2.46) jest opisana wzorem:

$$k_{z_t} = k_t \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \alpha_i}, \quad (2.53)$$

w którym α_i jest kątem padania. Dla $\alpha_i > \alpha_{kryt}$ staje się ona czysto urojona. Oznacza to, że pola elektromagnetyczne w drugim ośrodku nie posiadają charakteru falowego, a jedynie zanikają wykładniczo wraz z odległością.

Ponadto, z analizy wartości poszczególnych składowych wektora Poyntinga (2.43) w drugim ośrodku wynika, że średni w czasie strumień energii wzdłuż osi z w bezpośrednim otoczeniu płaszczyzny granicznej jest równy 0. Zatem energia nie propaguje się w głąb drugiego ośrodka, pomimo istnienia w nim pola elektromagnetycznego. Nie oznacza to jednak, że w fali zanikającej nie jest zawarta żadna energia. Jeżeli bowiem ośrodek rzadszy optycznie stanowi cienką (w porównaniu z głębokością wnikania fali zanikającej) warstwę rozdzielającą dwa ośrodki optycznie gęstsze, w których zgodnie z prawem Snella



Rysunek 2.3. Transmisja światła o polaryzacji TM przez cienką warstwę powietrza o grubości d i współczynniku załamania $n_2 = 1$ rozdzielającą 2 ośrodki wykonane ze szkła o współczynniku załamania $n_1 = 1.5$: **a)** schemat oznaczeń, **b)** natężeniowy współczynnik transmisji T w funkcji grubości warstwy dla fali padającej pod kątem α_i mniejszym oraz większym od kąta krytycznego równego $\alpha_{kryt} \approx 42^\circ$.

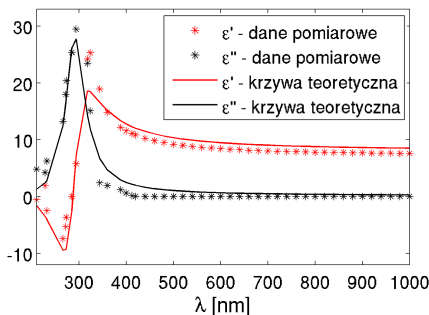
składowa k_z wektora falowego jest rzeczywista, wówczas fala zanikająca na powierzchni granicznej między ośrodkiem optycznie rzadszym i ośrodkiem optycznie gęstszym ulega konwersji do jednorodnej płaskiej fali elektromagnetycznej. Jednocześnie transport energii do trzeciego ośrodka jest niezerowy.

Przykład transmisji światła przez cienką warstwę powietrza rozdzielającą dwa ośrodki wykonane ze szkła o współczynniku załamania $n_1 = 1.5$ został przedstawiony na rys. 2.3. Po lewej stronie rysunku przedstawiono schemat wraz z oznaczeniami. Na wykresie po prawej stronie wykreślony został natężeniowy współczynnik transmisji w funkcji grubości warstwy powietrza dla dwóch kątów padania α_i równych odpowiednio 14.5° oraz 48.5° . Kąt krytyczny w rozpatrywanej sytuacji jest równy $\alpha_{kryt} \approx 42^\circ$. Dla $\alpha_i < \alpha_{kryt}$ fala rozchodząca się we wszystkich trzech ośrodkach jest jednorodna, natomiast zależność współczynnika transmisji od grubości warstwy powietrznej ulega modulacji związanej z interferencją fal wewnątrz wnęki. Dla kątów padania większych od wartości krytycznej, w drugim ośrodku rozchodzi się wyłącznie fala zanikająca, której natężenie maleje wykładniczo z odległością. Dlatego też transmisja silnie zależy od grubości warstwy powietrznej i staje się zanedbywalna dla grubości d przekraczającej kilka długości fali.

2.4. Mikroskopowe modele dyspersji dla metali i dielektryków

2.4.1. Model dyspersji Lorentza dla dielektryków

Równania materiałowe opisują makroskopową odpowiedź ośrodka materialnego na przyłożone pole elektromagnetyczne. Do zrozumienia mechanizmów dyspersji konieczna jest bardziej wnikliwa analiza oddziaływania pola z materią na poziomie



Rysunek 2.4. Dopasowanie modelu dyspersji Lorentza do danych doświadczalnych dla dwutlenku tytanu (TiO_2) w postaci rutyli [10].

pojedynczych atomów i cząsteczek. Szeroko stosowanym modelem dyspersji dla materiałów dielektrycznych jest model Lorentza. Zakłada on, że elektrony w dielektrykach są silnie związane potencjałem jąder atomowych. Pod wpływem działania harmonicznie zmiennego pola elektromagnetycznego, mogą wykonywać jedynie ruch drgający wokół swoich położeń równowagi, natomiast amplituda tego ruchu jest ograniczona przez potencjał utrzymujący elektrony na swoich pozycjach. Ponadto zakłada się, że elektrony oddziałują wyłącznie ze składową elektryczną fali elektromagnetycznej, natomiast oddziaływanie ze składową magnetyczną jest zaniedbywalne. W takiej sytuacji równanie ruchu elektronów przyjmuje postać:

$$m_e \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} + m_e \gamma \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + m_e \omega_0^2 \mathbf{r} = q_e \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}, \quad (2.54)$$

gdzie q_e jest ładunkiem elektronu, m_e jest jego masą efektywną, zmodyfikowaną na skutek oddziaływania z potencjałem jąder atomowych, ω_0 jest częstością drgań własnych elektronu w potencjale jąder, natomiast γ jest współczynnikiem tłumienia drgań elektronów wokół położeń równowagi. Zakładając, że gęstość objętościowa atomów lub cząsteczek w dielektryku wynosi N oraz że w każdej cząsteczce istnieje f_j elektronów o częstości drgań własnych ω_{0j} , otrzymuje się zależność dyspersyjną dla przenikalności elektrycznej następującej postaci:

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}(\omega) &= 1 + A \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i\gamma_j \omega} = \\ &= 1 + A \sum_j \frac{f_j(\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2 \omega^2} + iA \sum_j \frac{f_j \gamma_j \omega}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2 \omega^2}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

W powyższej zależności $A = Nq_e^2/(m_e \epsilon_0)$ jest stałą zależną od właściwości ośrodka. Dla częstotliwości fali elektromagnetycznej bliskich częstości rezonansowej ω_{0j} , część rzeczywista przenikalności elektrycznej jest funkcją szybkozmienną i może w wąskim

przedziale częstotliwości osiągnąć wartość ujemną. Jednocześnie część urojona ε'' osiąga duże wartości. Dla częstotliwości dalekich od rezonansów część rzeczywista przenikalności elektrycznej jest wolnozmienna i dla wąskich przedziałów częstotliwości może być uznawana za stałą, natomiast część urojona jest bliska zera. Przykładowy wykres dyspersji dla zwyczajnej fali własnej w kryształach dwutlenku tytanu w postaci rutylu został zilustrowany na rys. 2.4. Wartości przenikalności elektrycznej zmierzone doświadczalnie [10] zostały z dobrą zgodnością przybliżone modelem dyspersji Lorentza.

2.4.2. Model dyspersji Drudego dla metali

W przeciwieństwie do dielektryków, w metalach elektrony przewodnictwa nie są silnie związane z potencjałami jąder atomowych, lecz poruszają się swobodnie po sieci metalicznej. Najprostszym i powszechnie stosowanym modelem dyspersji w metalach jest model Drudego. Zakłada on, że ośrodek przewodzący można opisać jako gaz swobodnych elektronów, które poruszają się po liniach prostych i nie oddziałują ze sobą nawzajem poza zderzeniami, natomiast opis ich oddziaływania z siecią krystaliczną można ograniczyć do efektywnej, jednorodnej w całej przestrzeni, modyfikacji masy elektronów pod wpływem potencjałów jąder. Ponadto, podobnie jak w modelu Lorentza, przyjmuje się założenie, że elektrony oddziałują wyłącznie ze składową elektryczną fali elektromagnetycznej. Równanie ruchu elektronów pod wpływem harmonicznie zmiennego pola elektrycznego fali elektromagnetycznej przyjmuje postać:

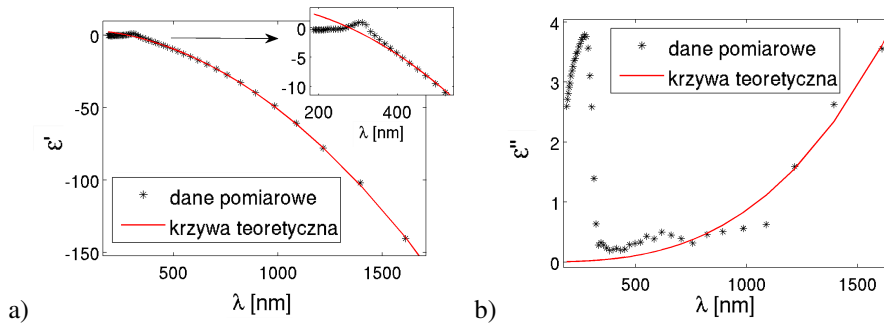
$$m_e \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} + m_e \gamma \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = q_e \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}, \quad (2.56)$$

gdzie m_e jest masą efektywną elektronów, natomiast γ jest współczynnikiem tłumienia, zachodzącego na skutek zderzeń elektronów ze sobą nawzajem. Rozwiązując powyższe równanie ruchu uzyskuje się zależność dyspersyjną przenikalności elektrycznej:

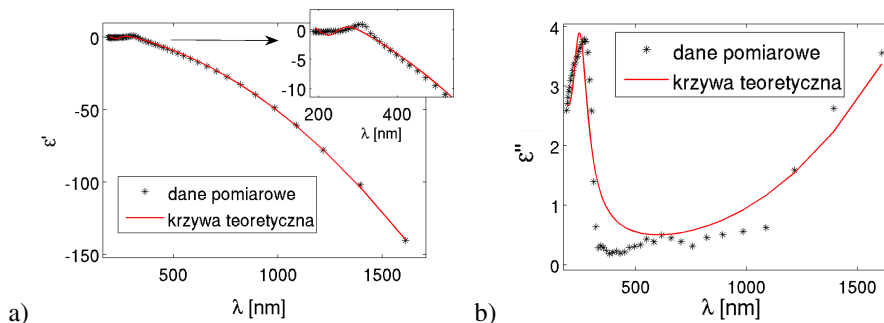
$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i \frac{\gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}, \quad (2.57)$$

w której $\omega_p = \sqrt{Nq_e^2/(m_e\varepsilon_0)}$ jest częstotliwością plazmową, natomiast N jest gęstością objętościową swobodnych elektronów w metalu.

Częstotliwość plazmowa jest wielkością charakterystyczną dla danego ośrodka. Jeżeli straty w ośrodku są zanedbywalnie małe, to znaczy $\gamma \ll \omega_p$ i $\gamma \ll \omega$, wówczas częstotliwość plazmowa stanowi częstotliwość graniczną. Dla częstotliwości $\omega < \omega_p$ część rzeczywista zespolonej przenikalności elektrycznej $\varepsilon' < 0$. Oznacza to, że w tym zakresie w metalu nie może rozchodzić się jednorodna fala elektromagnetyczna, a jedynymi dopuszczalnymi rozwiązaniami są fale zanikające. Jednocześnie dla wysokich częstotliwości $\omega > \omega_p$, część rzeczywista przenikalności elektrycznej jest dodatnia i metal staje się przezroczysty. W obecności zanedbywalnych strat częstotliwość graniczna pomiędzy przezroczystością



Rysunek 2.5. Dopasowanie modelu dyspersji Drude do danych doświadczalnych dla srebra [11]: **a)** część rzeczywista, **b)** część urojona przenikalności elektrycznej.



Rysunek 2.6. Dopasowanie modelu dyspersji Drudego-Lorentza do danych doświadczalnych dla srebra [11]: **a)** część rzeczywista, **b)** część urojona przenikalności elektrycznej.

a nieprzezroczystością metalu przesuwają się w kierunku niższych częstotliwości i wynosi $\sqrt{\omega_p^2 - \gamma^2}$.

Na rys. 2.5 przedstawiono zmierzone wartości przenikalności elektrycznej srebra w funkcji długości fali w zakresie bliskiej podczerwieni, światła widzialnego i bliskiego nadfioletu [11] oraz krzywe teoretyczne dopasowane w oparciu o model dyspersji Drudego. Dla fal z zakresu podczerwieni model jest z dobrym przybliżeniem zgodny z danymi doświadczalnymi, załamuje się jednak w zakresie częstotliwości widzialnych. Jedną z przyczyn tej niezgodności jest nieuwzględnienie w modelu Drudego oddziaływania fali elektromagnetycznej również z elektronami związanymi w ośrodkach metalicznych, występującymi na głębszych powłokach elektronowych. Ich oddziaływanie z polem elektromagnetycznym, zwłaszcza dla częstotliwości pola bliskich częstotliwości drgań własnych tych elektronów, może w znaczącym stopniu modyfikować przebieg krzywych dyspersyjnych [12]. W tej sytuacji, lepszą zgodność z danymi doświadczalnymi uzyskuje się poprzez zastosowanie do opisu dyspersji metali modelu Drudego-Lorentza, w którym sumuje się wkłady pochodzące z modelu Drudego (2.57), opisującego oddziaływanie pola elektromagnetycznego z elektronami swobodnymi, oraz modelu Lorentza (2.55),

który opisuje wkłady z oddziaływania pola z elektronami związanymi. Na rys. 2.6 przedstawiona została krzywa dyspersyjna dopasowana do zmierzonych doświadczalnie wartości przenikalności elektrycznej srebra w oparciu o model Drudego-Lorentza. Krzywa wykazuje dobrą zgodność z danymi doświadczalnymi we wszystkich analizowanych zakresach długości fali.

Rozdział 3

Wybrane elementy optyki fourierowskiej

Optyka fourierowska jest dziedziną umożliwiającą opis zjawisk i procesów optycznych takich jak propagacja fali, dyfrakcja, czy obrazowanie w układach optycznych w oparciu o analizę widma częstości przestrzennych fali świetlnej. Ponadto umożliwia powiązanie pojęcia zdolności rozdzielczej układu optycznego z właściwościami filtracyjnymi tego układu. Wybrane elementy tej teorii przedstawione zostały w niniejszym rozdziale. Bardziej szczegółowe informacje można znaleźć w pozycjach podręcznikowych [13–15].

3.1. Widmo przestrzenne

W rozdziale 2.2.2 pokazane zostało, że równania opisujące fale elektromagnetyczne rozchodzące się w ośrodkach liniowych są liniowe. Oznacza to, że dowolne rozwiązanie równania falowego w tych ośrodkach można przedstawić w postaci superpozycji innych rozwiązań (o ile rozwiązania oraz ich superpozycje spełniają warunki brzegowe). W praktyce, szczególnie użytecznym okazuje się zapis dowolnej fali elektromagnetycznej w postaci superpozycji monochromatycznych fal płaskich, zarówno jednorodnych jak i niejednorodnych, o różnych częstotliwościach, amplitudach, fazach i kierunkach propagacji. Użyteczność rozkładu na fale płaskie wynika przede wszystkim z ich dobrze określonego kierunku propagacji oraz wektora falowego w każdym punkcie przestrzeni i w każdej chwili czasu. Ponadto baza jednorodnych i niejednorodnych monochromatycznych fal płaskich stanowi bazę zupełną dla rozwiązań równania falowego (2.22).

Najogólniejszą postać zapisu pola elektrycznego dowolnej fali elektromagnetycznej w ośrodku jednorodnym i izotropowym w postaci superpozycji monochromatycznych fal płaskich przedstawia zależność:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}_0(k_x, k_y, \omega) \exp \left[i \left(k_x x + k_y y + z \sqrt{k(\omega)^2 - k_x^2 - k_y^2} \right) \right] \times \exp(-i\omega t) dk_x dk_y d\omega, \quad (3.1)$$

w której $\tilde{\mathbf{E}}_0(k_x, k_y, \omega)$ są amplitudami zespolonymi poszczególnych składowych fal płaskich, k_x, k_y są rzutami wektorów falowych $\mathbf{k}(\omega)$ fal składowych na dwie arbitralnie wybrane osie układu współrzędnych, natomiast x, y, z są analogicznymi rzutami na osie

układu współrzędnych wektora położenia \mathbf{r} . Powyższa zależność przyjmuje identyczną postać dla pola elektrycznego $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ i magnetycznego $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ fali elektromagnetycznej, dlatego ta oraz wszystkie kolejne zależności w niniejszym rozdziale zostały przedstawione tylko dla pola elektrycznego.

Równanie (3.1) ulega znacznemu uproszczeniu, jeżeli rozpatrywana fala elektromagnetyczna jest falą monochromatyczną o częstości ω oraz dowolnym rozkładzie przestrzennym. Wówczas zmienność czasowa pola elektrycznego tej fali przyjmuje prostą postać $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$ natomiast jego rozkład przestrzenny można przedstawić w postaci superpozycji jednorodnych i niejednorodnych fal płaskich o liczbie falowej $k = \frac{n\omega}{c}$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}_0(k_x, k_y) \exp \left[i \left(k_x x + k_y y + z \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \right) \right] dk_x dk_y. \quad (3.2)$$

Fale jednorodne opisywane są wartościami składowych k_x, k_y , dla których spełniony jest warunek:

$$k_x^2 + k_y^2 \leq k^2, \quad (3.3)$$

podczas gdy wartości k_x, k_y , dla których powyższy warunek nie jest spełniony, odpowiadają falom niejednorodnym, zanikającym wykładniczo w kierunku osi z układu współrzędnych.

Zbiór wartości amplitud zespolonych $\tilde{\mathbf{E}}_0(k_x, k_y)$ dla wszystkich składowych fal płaskich nazywany jest widmem przestrzennym lub widmem kątowym fali elektromagnetycznej [13, 15]. Widmo przestrzenne jest przestrzennym odpowiednikiem widma częstotliwościowego fali świetlnej, w którym składowe wektora falowego k_x, k_y pełnią funkcję analogiczną do funkcji częstości kołowej ω w analizie spektralnej.

Ograniczając analizę rozkładu pola $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ fali monochromatycznej na fale płaskie opisanego zależnością (3.2) do płaszczyzny $z = 0$ oraz wprowadzając pojęcie częstości przestrzennych ν_x, ν_y zdefiniowanych jako:

$$\nu_x = \frac{k_x}{2\pi}, \quad \nu_y = \frac{k_y}{2\pi}, \quad (3.4)$$

otrzymuje się analogię pomiędzy tym rozkładem a dwuwymiarowym odwrotnym przekształceniem Fouriera widma przestrzennego $\tilde{\mathbf{E}}_{z=0}(\nu_x, \nu_y)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{z=0}(x, y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}_{z=0}(\nu_x, \nu_y) \exp[2\pi i(\nu_x x + \nu_y y)] d\nu_x d\nu_y = \\ &= \mathcal{F}^{-1} \left[\tilde{\mathbf{E}}_{z=0}(\nu_x, \nu_y) \right], \end{aligned} \quad (3.5)$$

gdzie \mathcal{F} jest symbolem transformaty Fouriera, natomiast \mathcal{F}^{-1} jest symbolem odwrotnej transformaty Fouriera. Jednocześnie, na podstawie definicji odwrotnej transformaty Fouriera, widmo przestrzenne $\tilde{\mathbf{E}}_{z=0}(\nu_x, \nu_y)$ fali elektromagnetycznej w płaszczyźnie

$z = 0$ można wyrazić za pomocą dwuwymiarowego przekształcenia Fouriera rozkładu pola tej fali:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_{z=0}(\nu_x, \nu_y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{z=0}(x, y) \exp[-2\pi i(\nu_x x + \nu_y y)] dx dy = \\ &= \mathcal{F}[\mathbf{E}_{z=0}(x, y)]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Znajomość rozkładu widma przestrzennego w płaszczyźnie $z = 0$ pozwala na znalezienie jego rozkładu w dowolnej innej płaszczyźnie $z = \text{const}$ zgodnie z zależnością:

$$\tilde{\mathbf{E}}_z(\nu_x, \nu_y) = \tilde{\mathbf{E}}_{z=0}(\nu_x, \nu_y) \exp\left(iz\sqrt{k^2 - (2\pi\nu_x)^2 - (2\pi\nu_y)^2}\right). \quad (3.7)$$

Powyższe zależności umożliwiają swobodną konwersję pomiędzy opisem propagacji monochromatycznej fali elektromagnetycznej w dziedzinie położeń, czyli poprzez przedstawienie zmian amplitud pól elektromagnetycznych tej fali we wszystkich punktach przestrzeni, w której fala się rozchodzi, a opisem w dziedzinie częstości przestrzennych, czyli poprzez przedstawienie zmian amplitud fal płaskich będących składowymi widma przestrzennego tej fali. Oba podejścia są całkowicie równoważne, chociaż w wielu zagadnieniach optycznych charakteryzują się różną złożonością obliczeniową.

3.2. Charakterystyka układów liniowych i niezmienniczych przestrzennie

Ważną klasę układów optycznych stanowią układy liniowe i niezmiennicze przestrzennie. Układ optyczny jest nazywany liniowym, jeżeli przekształca dowolną kombinację liniową sygnałów wejściowych na identyczną kombinację liniową odpowiadających im sygnałów wyjściowych, gdzie pod pojęciami sygnału wejściowego i wyjściowego rozumiane są rozkłady pól elektromagnetycznych odpowiednio fali padającej i fali wychodzącej z układu. Formalnie definicję liniowości można przedstawić w postaci:

$$\mathcal{P}\left[\sum_i a_i f_i(x, y)\right] = \sum_i a_i \mathcal{P}[f_i(x, y)], \quad (3.8)$$

gdzie $f_i(x, y)$ są dowolnymi sygnałami wejściowymi, \mathcal{P} oznacza przekształcenie jakiego sygnały wejściowe podlegają w układzie, natomiast a_i są współczynnikami liczbowymi określającymi wagi poszczególnych sygnałów.

Większość klasycznych układów optycznych spełnia warunek liniowości ze względu na amplitudy pól elektromagnetycznych, w przypadku układów oświetlonych światłem spójnym, lub ze względu na natężenie światła, jeżeli układ został oświetlony światłem całkowicie niekoherentnym, pochodzącym na przykład ze źródła termicznego. W dalszej części niniejszej pracy, o ile nie zostanie to określone inaczej, najczęściej rozpatrywane

będą zjawiska zachodzące przy oświetleniu światłem koherentnym, a rozważane układy będą traktowane jako liniowe ze względu na amplitudy pól fali elektromagnetycznej.

Niezmienniczość przestrzenna układu optycznego jest odpowiednikiem stacjonarności dla układów przekształcających sygnały zmienne czasowo. W układach niezmienniczych przestrzennie przesunięcie zadanego rozkładu pól elektromagnetycznych fali padającej względem układu optycznego o dowolny wektor $\mathbf{r} = [x_0, y_0, 0]$ leżący w płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej układu nie zmienia rozkładu pól fali wychodzącej z tego układu, a jedynie powoduje jego przesunięcie w płaszczyźnie wyjściowej o ten sam wektor \mathbf{r} . Matematycznie opisuje to zależność:

$$\mathcal{P}[f(x, y)] = g(x, y) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{P}[f(x + x_0, y + y_0)] = g(x + x_0, y + y_0). \quad (3.9)$$

Wiele układów optycznych nie spełnia warunku niezmienniczości przestrzennej na całej powierzchni płaszczyzny wejściowej ograniczonej rozmiarami apertury układu. Wyjątek stanowią układy złożone wyłącznie z płaskich i równoległe ustawionych względem siebie powierzchni, takie jak płytki płasko-równoległe lub układy wielowarstwowe. Często jednak, nawet dla układów nie będących niezmienniczymi przestrzennie w całym obszarze płaszczyzny wejściowej, warunek niezmienniczości przestrzennej jest spełniony dla obszaru przysiosowego, czyli punktów położonych w małej odległości kątowej od osi optycznej układu.

3.2.1. Odpowiedź impulsowa

Funkcja odpowiedzi impulsowej układu optycznego opisuje przekształcenie, jakiemu ulega fala emitowana przez punktowe źródło światła po przejściu przez ten układ. Matematycznie, rozkład przestrzenny amplitud pól elektromagnetycznych fali emitowanej przez źródło punktowe można opisać funkcją delta Diraca. Wówczas funkcję odpowiedzi impulsowej układu dokonującego przekształcenia \mathcal{P} nad amplitudami pól elektromagnetycznych fali padającej definiuje zależność:

$$h(x, y) = \mathcal{P}[\delta(x, y)]. \quad (3.10)$$

Pomimo, że w przyrodzie nie występują punktowe źródła fal elektromagnetycznych, funkcja odpowiedzi impulsowej jest często wykorzystywanym narzędziem do charakteryzacji układów optycznych. Jej użyteczność wynika z filtracyjnych właściwości dystrybucji delta Diraca, pozwalających na przedstawienie dowolnego rozkładu amplitud pól elektromagnetycznych w wybranej płaszczyźnie $z = \text{const}$ w postaci superpozycji:

$$U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_1, y_1) \delta(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1, \quad (3.11)$$

gdzie $U(x, y)$ oznacza amplitudę dowolnie wybranej składowej pola elektrycznego $\mathbf{E}(x, y)$ lub magnetycznego $\mathbf{B}(x, y)$ fali elektromagnetycznej.

Rozkład amplitudy tej samej składowej pola po przejściu przez układ optyczny spełniający warunki liniowości (3.8) i niezmienniczości przestrzennej (3.9) ze względu na amplitudy pól fali elektromagnetycznej przyjmuje postać całki spłotowej:

$$U_{wy}(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_1, y_1) h_j(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 = U(x, y) * h(x, y), \quad (3.12)$$

gdzie $U_{wy}(x, y) = \mathcal{P}[U(x, y)]$, natomiast symbolem $*$ oznaczono operator spłotu. Z powyższej zależności wynika, że rozkład przestrzenny amplitud pola elektrycznego i magnetycznego fali elektromagnetycznej po jej przejściu przez liniowy i niezmienniczy przestrzennie układ optyczny jest w pełni zdefiniowany przez rozkład pól fali padającej na ten układ oraz odpowiedź impulsową układu. Zatem znajomość funkcji odpowiedzi impulsowej układu optycznego pozwala na pełny opis przekształcenia, jakiemu ulega w tym układzie monochromatyczna fala świetlna o dowolnym rozkładzie przestrzennym.

Należy również zwrócić uwagę, że zależność (3.11) można interpretować także jako odmienne przedstawienie zasady Huygensa. Zasada ta głosi, że dowolny rozkład pól fali elektromagnetycznej, powstały w wyniku jej oddziaływania z ośrodkiem materialnym, może być równoważnie opisany jako rezultat interferencji fal kulistych emitowanych przez nieskończenie wiele źródeł punktowych o rozkładzie przestrzennym zadanym strukturą tego ośrodka. W szczególnym przypadku, gdy fala elektromagnetyczna ulega dyfrakcji na obiekcie planarnym położonym w płaszczyźnie $z = \text{const}$, rozkład przestrzenny tej fali jest opisany zależnością identyczną z (3.11), w której poszczególne delty Diraca odpowiadają źródłom punktowym rozmieszczonym w płaszczyźnie przedmiotu.

3.2.2. Funkcja przenoszenia

Poddając wyrażenie (3.12) transformacji Fouriera i wykorzystując twierdzenie o transformacie Fouriera spłotu funkcji otrzymuje się zależność:

$$\tilde{U}_{wy}(\nu_x, \nu_y) = \tilde{U}(\nu_x, \nu_y) H(\nu_x, \nu_y), \quad (3.13)$$

gdzie $\tilde{U}(\nu_x, \nu_y) = \mathcal{F}[U(x, y)]$ oraz $\tilde{U}_{wy}(\nu_x, \nu_y) = \mathcal{F}[U_{wy}(x, y)]$ są widmami przestrzennymi wybranej składowej pola elektrycznego lub magnetycznego odpowiednio fali padającej i fali wychodzącej z układu optycznego, natomiast

$$H(\nu_x, \nu_y) = \mathcal{F}[h(x, y)] \quad (3.14)$$

jest dwuwymiarową transformatą Fouriera funkcji odpowiedzi impulsowej układu, nazywaną także funkcją przenoszenia. Podobnie jak odpowiedź impulsowa charakteryzuje układ optyczny w dziedzinie położeń, dostarczając informacji o sposobie transformacji pól fali elektromagnetycznej przechodzącej przez ten układ, tak funkcja przenoszenia pozwala na analogiczną charakterystykę układu optycznego w dziedzinie częstości przestrzennych. Istotną zaletą posługiwania się funkcją przenoszenia do opisu układów optycznych jest

prosta zależność matematyczna wiążąca ze sobą widma przestrzenne fali padającej i wychodzącej z układu (3.13). Do uzyskania pełnej informacji o zmianie rozkładu pól fali elektromagnetycznej na skutek jej oddziaływania z układem nie jest konieczne rozwiązywanie skomplikowanej całki splotowej (3.12) dla każdej z sześciu składowych pól elektrycznego i magnetycznego, a jedynie pomnożenie widma przestrzennego każdej z tych składowych przez odpowiednią funkcję przenoszenia, charakterystyczną dla danego układu. Dlatego też wiele zagadnień i problemów optycznych wygodniej i łatwiej obliczeniowo jest analizować w dziedzinie częstości przestrzennych, posługując się funkcją przenoszenia jako charakterystyką badanego układu optycznego.

3.3. Zdolność rozdzielcza układu optycznego

Zdolność rozdzielcza układu optycznego określa fizyczną zdolność tego układu do obrazowania blisko siebie położonych obiektów. Im wyższą zdolnością rozdzielczą charakteryzuje się układ, tym bliżej siebie położone punkty w odwzorowywanym przedmiocie będą rozróżnialne również w utworzonym przez układ obrazie tego przedmiotu.

Pojęcie zdolności rozdzielczej jest ściśle związane z odpowiedzią impulsową układu optycznego, określającą rozkład amplitudy pól elektromagnetycznych w obrazie punktowego źródła światła. Do wyjaśnienia tego związku wygodnie jest posłużyć się opisem w dziedzinie częstości przestrzennych. Załóżmy dla uproszczenia zagadnienia, że źródło punktowe emituje monochromatyczną falę elektromagnetyczną, której widmem przestrzennym jest continuum jednorodnych i niejednorodnych fal płaskich o jednakowych amplitudach. Jednakże amplitudy fal niejednorodnych zanikają wykładniczo wraz z odległością od źródła światła i w dalekim polu, czyli w odległościach od źródła dużo większych niż długość fali emitowanej przez to źródło, ulegają całkowitemu wygaszeniu. Jeżeli więc do zobrazowania punktowego źródła światła wykorzystany zostanie układ optyczny umieszczony w obszarze dalekiego pola, wówczas część widma przestrzennego obejmująca fale zanikające nie wniesie przyczynków do utworzonego przez ten układ obrazu. W rezultacie widmo przestrzenne fali elektromagnetycznej w płaszczyźnie obrazu będzie zawierało mniej składowych częstości przestrzennych niż widmo przestrzenne w płaszczyźnie odwzorowywanego obiektu punktowego, a sam obraz nie będzie punktem, lecz plamką o skończonych rozmiarach. Ze względu na powstające rozmycie obrazu tworzonego przez układ optyczny, funkcja odpowiedzi impulsowej układu jest również nazywana funkcją rozmycia punktu (ang. *point spread function*).

Opis działania układu optycznego w dziedzinie częstości przestrzennych jest równoznaczny z przedstawieniem tego układu jako urządzenia wykonującego operację filtracji dolnoprzepustowej na widmie przestrzennym fali elektromagnetycznej padającej na układ. W tej interpretacji zdolność rozdzielcza układu optycznego zależy od zakresu częstości przestrzennych przenoszonych przez ten układ z płaszczyzny przedmiotu do płaszczyzny obrazu. W skrajnym przypadku układu optycznego o nieskończonej

aperturze, przenoszone są częstotliwości przestrzenne odpowiadające wszystkim falom jednorodnym w widmie przestrzennym fali padającej. W układach optycznych o skończonej aperturze część widma przestrzennego emitowanego przez źródła światła ulega dodatkowo zjawisku dyfrakcji na granicach apertury, powodując zmniejszenie zakresu przenoszonych częstotliwości przestrzennych, a tym samym zwiększenie rozmycia obrazu. Promień plamki będącej obrazem punkowego źródła światła utworzonym na skutek dyfrakcji fali elektromagnetycznej na kołowej aperturze, mierzony od środkowego maksimum do pierwszego minimum funkcji odpowiedzi impulsowej, jest nazywany promieniem dysku Airy'ego i wyraża się zależnością:

$$r_A \approx 0.610 \frac{\lambda}{NA}, \quad (3.15)$$

gdzie λ jest długością fali świetlnej, natomiast $NA = n \sin \theta_{max}$ jest aperturą numeryczną układu wyrażoną poprzez iloczyn współczynnika załamania n ośrodka oddzielającego układ od odwzorowywanego przedmiotu oraz funkcji sinus największego kąta pod którym wiązka światła biegnąca z przedmiotu zmieści się w obszarze ograniczonym przesłoną aperturową.

Do oceny zdolności rozdzielczej układów optycznych najczęściej stosowane jest kryterium zaproponowane przez Rayleigha w 1879 roku [16]. Określa ono minimalną odległość pomiędzy dwoma obiektami punktowymi oświetlonymi światłem o jednakowym natężeniu, zapewniającą rozróżnialność obrazów tych obiektów. Przyjmuje się, że jest to taka odległość, dla której położenie maksimum funkcji odpowiedzi impulsowej odpowiadającej obrazowi jednego z obiektów pokrywa się z położeniem pierwszego minimum funkcji odpowiedzi impulsowej odpowiadającej obrazowi drugiego obiektu. Przy obrazowaniu w świetle monochromatycznym za pomocą układu optycznego o kołowej aperturze, taka odległość odpowiada rozsunięciu środków obrazów obu punktów o długość promienia dysku Airy'ego r_A .

Z powyższych rozważań wynika, że przy obrazowaniu optycznym w dalekim polu niemożliwe jest utworzenie obrazu będącego tożsamościowym odwzorowaniem obrazowanego przedmiotu. Nawet zastosowanie układu optycznego o nieskończonej aperturze pozwala jedynie na obrazowanie obiektów nie mniejszych niż $r_A \approx 0.610 \frac{\lambda}{n}$. Jest to arbitralne ograniczenie zdolności rozdzielczej układów optycznych, niemożliwe do przekroczenia przy obrazowaniu w dalekim polu. Jedyną poprawę zdolności rozdzielczej dla danego układu można uzyskać poprzez zastosowanie światła o krótszej długości fali.

Ograniczenie zdolności rozdzielczej nie obowiązuje natomiast wtedy, gdy układ optyczny znajduje się w obszarze bliskiego pola względem odwzorowywanego przedmiotu, czyli w odległości bardzo małej w porównaniu z długością fali. Im mniejsza odległość oddziela obserwowany przedmiot od układu optycznego, tym większy zakres częstotliwości przestrzennych odpowiadających falom zanikającym w widmie przestrzennym fali rozchodzącej się od przedmiotu do układu optycznego zostanie przez ten układ przeniesiony do płaszczyzny obrazu. Dzięki temu możliwe jest tworzenie obrazów z

dowolnie dużą zdolnością rozdzielczą pod warunkiem, że układ optyczny znajduje się dostatecznie blisko odwzorowywanego przedmiotu. Innym rozwiązaniem, pozwalającym na pokonanie ograniczenia zdolności rozdzielczej, jest technika stosowana w skaningowej mikroskopii optycznej bliskiego pola (ang. *Scanning Near-field Optical Microscopy*, *SNOM*). W tym przypadku układ obrazujący znajduje się w dużej odległości od obserwowanej próbki, natomiast źródło światła w postaci sondy o podfalowej aperturze umieszczone jest w obszarze bliskiego pola względem obrazowanej powierzchni. Taka konfiguracja umożliwia jednoczesną obserwację wyłącznie małego wycinka próbki o podfalowych rozmiarach, co pozwala na znaczną poprawę zdolności rozdzielczej względem klasycznej mikroskopii optycznej. Więcej informacji na temat skaningowej mikroskopii optycznej bliskiego pola można znaleźć między innymi w książkach [12, 17, 18].

Rozdział 4

Powierzchniowe plazmony-polarytony

Powierzchniowe plazmony-polarytony są wzbudzeniami elektromagnetycznymi rozchodzącymi się w postaci modów związanych wzdłuż powierzchni rozdzielających dwa ośrodki, z których jeden jest ośrodkiem dielektrycznym, natomiast drugi jest ośrodkiem przewodzącym. Wzbudzenia takie powstają na skutek sprzężenia pomiędzy oscylacjami pola elektromagnetycznego w ośrodku dielektrycznym oraz drganiami gęstości powierzchniowego ładunku elektrycznego w przewodniku. W metaliczno-dielektrycznych strukturach nanowarstwowych mody plazmonowo-polarytonowe są jednym z najważniejszych mechanizmów odpowiedzialnych za wzmocnienie pól elektromagnetycznych fal zanikających, umożliwiając tym samym wykorzystanie tych struktur do obrazowania w bliskim polu ze zdolnością rozdzielczą znacznie przekraczającą ograniczenie dyfrakcyjne (3.15).

Niniejszy rozdział jest poświęcony omówieniu podstaw fizycznych oraz najważniejszych właściwości powierzchniowych plazmonów-polarytonów. Szeroki zakres informacji dotyczących modów plazmonowo-polarytonowych na pojedynczej powierzchni granicznej metal-dielektryk oraz w układzie dwóch wzajemnie równoległych powierzchni można również znaleźć w książkach [1, 12, 19, 20].

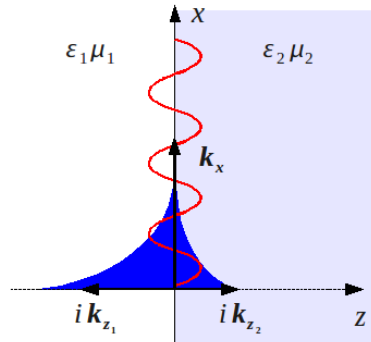
Dodatkowo rozdział poszerzono o analizę struktury modów plazmonowo-polarytonowych w układach wielowarstwowych. Autorka uogólniła postać równania dyspersyjnego powierzchniowego plazmonu polarytonu na dowolną liczbę wzajemnie równoległych powierzchni granicznych i wzbogaciła opis teoretyczny zagadnienia numeryczną analizą rozwiązań równania dyspersyjnego dla przykładowych metaliczno-dielektrycznych układów wielowarstwowych z wykorzystaniem własnych kodów numerycznych.

4.1. Powierzchniowe plazmony-polarytony na pojedynczej powierzchni granicznej

4.1.1. Warunki brzegowe

Najprostszym układem umożliwiającym propagację modu plazmonowo-polarytonowego jest pojedyncza płaska powierzchnia graniczna

rozdzielająca dwa obszary przestrzeni wypełnione różnymi ośrodkami materialnymi o przenikalnościach elektrycznych równych odpowiednio ε_1 oraz ε_2 . Bez utraty ogólności można przyjąć, że powierzchnia graniczna jest rozpięta na płaszczyźnie xy kartezjańskiego układu współrzędnych oraz kierunek propagacji zaburzenia na tej powierzchni jest zgodny z kierunkiem osi x , jak przedstawiono na rys. 4.1. W dalszej analizie tego zagadnienia zakłada się ponadto, że ośrodki znajdujące się po obu stronach rozpatrywanej powierzchni są jednorodne, izotropowe i liniowe, a zatem równania opisujące fale elektromagnetyczne rozchodzące się w tych ośrodkach mają postać równań (2.22), w których przenikalność elektryczna jest w ogólności zespolona.



Rysunek 4.1. Powierzchniowy plazmon-polaryton na pojedynczej granicy ośrodków - schemat oznaczeń.

W pierwszej kolejności rozpatrzony zostanie przypadek modu powierzchniowego o polaryzacji TM, czyli takiego, dla którego wektor natężenia pola magnetycznego \mathbf{H} posiada wyłącznie składową zgodną z kierunkiem osi y układu współrzędnych. Wówczas pola elektromagnetyczne w otoczeniu płaszczyzny $z = 0$ przyjmują postać:

$$\mathbf{H}_i = [0, H_{i_y}, 0] \exp(ik_x x - k_{z_i} |z|) \quad (4.1a)$$

$$\mathbf{E}_i = [E_{i_x}, 0, E_{i_z}] \exp(ik_x x - k_{z_i} |z|), \quad (4.1b)$$

gdzie indeksy $i = 1, 2$ odnoszą się odpowiednio do półprzestrzeni $z < 0$ oraz $z > 0$, ω jest częstotliwością fali powierzchniowej, natomiast składowe odpowiednich wektorów falowych spełniają zależności:

$$k_x^2 - k_{z_i}^2 = \varepsilon_i \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (4.2)$$

Zaburzenie opisane równaniami (4.1) jest modem powierzchniowym związanym, jeżeli pola elektromagnetyczne w otoczeniu powierzchni granicznej $z = 0$ zanikają wykładniczo wraz z odległością od tej powierzchni. Wymaga to aby $\Re(k_{z1}), \Re(k_{z2}) > 0$.

Podstawiając zależności (4.1) do równań Maxwella (2.4) i uwzględniając związek pomiędzy gęstością objętościową prądów swobodnych w liniowym przewodniku a

urojoną częścią zespolonej przenikalności elektrycznej wynikający z (2.15) i (2.34) oraz postulując ciągłość składowych pól elektromagnetycznych E_x , H_y w płaszczyźnie $z = 0$ otrzymuje się warunek istnienia modu plazmonowo-polarytonowego na powierzchni rozgraniczającej ośrodki:

$$\frac{k_{z1}}{k_{z2}} = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (4.3)$$

Wynika stąd, że powierzchniowe mody związane o polaryzacji TM mogą rozchodzić się wzdłuż powierzchni rozdzielającej dwa ośrodki materialne tylko wówczas, gdy ośrodki te charakteryzują się przeciwnym znakiem części rzeczywistej przenikalności elektrycznej. Sytuacja taka ma miejsce na przykład wtedy, gdy jeden z ośrodków jest dielektrykiem, natomiast drugi jest metalem o częstości plazmowej ω_p większej niż częstość drgań modu powierzchniowego.

W przypadku modu o polaryzacji TE, czyli takiej, w której pole elektryczne \mathbf{E} fali elektromagnetycznej jest skierowane wzdłuż osi y układu współrzędnych, analogiczne rozumowanie prowadzi do warunku istnienia powierzchniowego modu związanego postaci:

$$\frac{k_{z1}}{k_{z2}} = -\frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (4.4)$$

Z powyższej zależności wynika, że mody powierzchniowe o polaryzacji TE mogą występować wyłącznie na powierzchni rozgraniczającej ośrodki o przeciwnych znakach przenikalności magnetycznej. Jednakże w przyrodzie nie występują jednorodne materiały charakteryzujące się ujemną przenikalnością magnetyczną. W wybranym wąskim zakresie częstotliwości fal elektromagnetycznych, ujemną efektywną przenikalnością magnetyczną charakteryzują się niektóre metamateriały, czyli mikro- lub nanostruktury metaliczno-dielektryczne o rozmiarach komórki elementarnej znacznie mniejszej od długości rozchodzącej się w nich fali oraz właściwościach efektywnych wynikających ze szczególnego doboru geometrii struktury. Jednakże konstrukcja nanostruktur tego typu, zwłaszcza dla fal elektromagnetycznych z zakresu widzialnego, wciąż nastęrcza wielu technologicznych trudności i pozostaje na etapie badań laboratoryjnych. Dlatego też metamateriały o efektywnej ujemnej przenikalności magnetycznej nie są rozważane w dalszej części niniejszej pracy. Opis teoretyczny wybranych konstrukcji takich metamateriałów, a także wyniki doświadczalne można znaleźć między innymi w pracach [21–30].

4.1.2. Równanie dyspersji

Zależności (4.3), (4.4) określają warunki propagacji powierzchniowego plazmonu-polarytonu odpowiednio o polaryzacji TM oraz TE na powierzchni rozgraniczającej dwa różne ośrodki materialne. Jednakże dostępne w przyrodzie jednorodne ośrodki materialne umożliwiają praktyczną realizację wyłącznie takiego układu, w którym rozchodzić się będzie mod o polaryzacji TM. Najprostszym układem spełniającym ten warunek są dwie półprzestrzenie wypełnione odpowiednio ośrodkiem

dielektrycznym o przenikalności elektrycznej ε_1 oraz ośrodkiem przewodzącym o zespolonej przenikalności elektrycznej $\tilde{\varepsilon}_2(\omega)$ oraz częstotliwości plazmowej ω_p większej niż częstość rozpatrywanej fali powierzchniowej. Dla promieniowania elektromagnetycznego o częstościach optycznych ujemną wartością części rzeczywistej przenikalności elektrycznej charakteryzują się przede wszystkim metale szlachetne, takie jak złoto, srebro, miedź czy platyna. Ponadto dla większości ośrodków materialnych oddziałujących z promieniowaniem elektromagnetycznym w tym zakresie można przyjąć, że przenikalności magnetyczne $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

Wstawiając warunek (4.3) do równań (4.2) otrzymuje się równanie dyspersyjne powierzchniowego plazmonu-polaritonu łączące długość stałej propagacji modu k_x z jego częstotliwością ω :

$$\tilde{k}_x(\omega) = k'_x(\omega) + ik''_x(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \tilde{\varepsilon}_2}{\varepsilon_1 + \tilde{\varepsilon}_2}}. \quad (4.5)$$

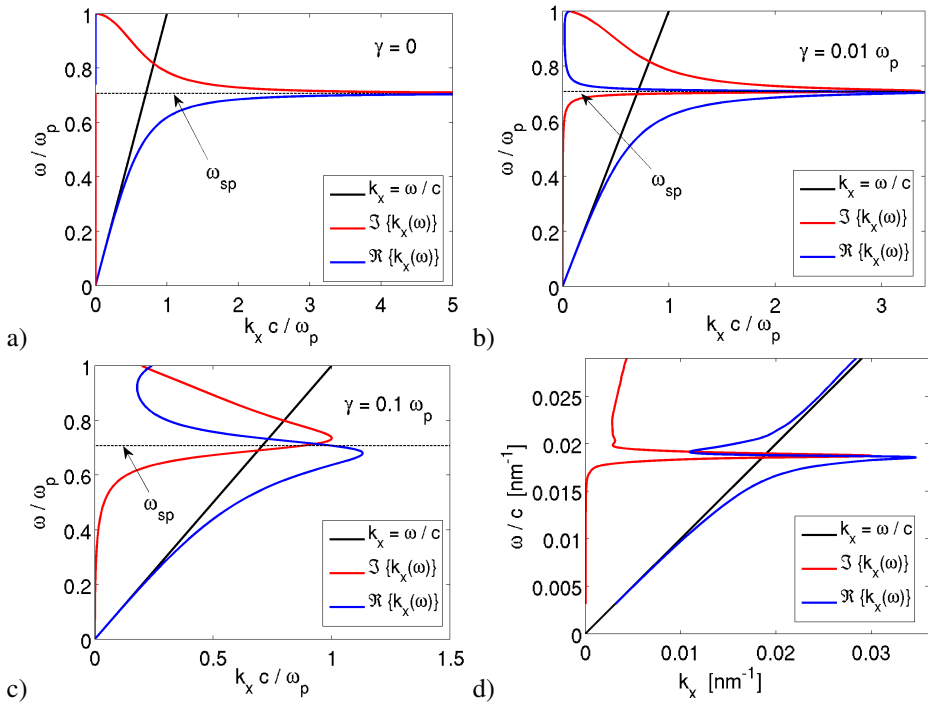
Jednocześnie składowe wektorów falowych w kierunku normalnym do powierzchni granicznej $z = 0$ przyjmują postać:

$$\tilde{k}_{z_i}(\omega) = k'_{z_i}(\omega) + ik''_{z_i}(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{-\varepsilon_i^2}{\varepsilon_1 + \tilde{\varepsilon}_2}}. \quad (4.6)$$

Wykresy zależności dyspersyjnej $\tilde{k}_x(\omega)$ dla powierzchniowego plazmonu-polaritonu rozchodzącego się na granicy powietrza o $\varepsilon_1 = 1$ i metalu o przenikalności elektrycznej $\tilde{\varepsilon}_2(\omega)$ zadanej modelem Drudego (2.57) o różnych wartościach współczynnika tłumienia γ zostały przedstawione na rys. 4.2. W idealnym przypadku, gdy tłumienie związane z przewodnictwem elektrycznym w metalu nie występuje lub jest zanedbywalnie małe, to znaczy $\gamma/\omega_p \rightarrow 0$, stała propagacji modu k_x jest czysto rzeczywista dla częstości ω mniejszych od charakterystycznej częstości plazmonu

$$\omega_{sp} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + \varepsilon_1}} \quad (4.7)$$

oraz czysto urojona dla $\omega_{sp} < \omega < \omega_p$. Oznacza to, że mod plazmonowo-polaritonowy nie może rozchodzić się wzdłuż powierzchni granicznej z dowolną częstotliwością, a jedynie z częstotliwością mniejszą niż ω_{sp} . Dla częstości granicznej $\omega \rightarrow \omega_{sp}$ stała propagacji k_x staje się nieskończona, natomiast prędkość fazowa oraz prędkość grupowa modu są równe 0. W tej sytuacji wzbudzenie drgań gęstości ładunku powierzchniowego przy powierzchni granicznej ma charakter zlokalizowany. Ponadto część rzeczywista krzywej dyspersyjnej jest w całym zakresie $\omega < \omega_{sp}$ położona po prawej stronie stożka świetlnego ograniczonego prostą $k_x = \sqrt{\varepsilon_1} \omega/c$ i wyznaczającego zakres dopuszczalnych wartości składowej wektora falowego w kierunku równoległym do powierzchni granicznej dla jednorodnych płaskich fal elektromagnetycznych rozchodzących się w półprzestrzeni wypełnionej dielektrykiem. Oznacza to, że energia powierzchniowego



Rysunek 4.2. Dyspersja powierzchniowego plazmonu-polarytonu na powierzchni granicznej powietrze-metal opisany modelem Drude (2.57) o różnych współczynnikach tłumienia: **a)** $\gamma = 0$, **b)** $\gamma = 0.01\omega_p$, **c)** $\gamma = 0.1\omega_p$ oraz **d)** na granicy powietrze-srebro o zespolonej przenikalności dielektrycznej zgodnej z [11]. Kolor niebieski i czerwony oznaczają odpowiednio część rzeczywistą i urojoną krzywej dyspersyjnej $k_x(\omega)$. Kolor czarny wyznacza stożek świetlny $k_x = \omega/c$ maksymalnych wartości składowej k_x wektora falowego dla jednorodnej płaskiej fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w powietrzu. Cienką przerywaną linią oznaczono częstość plazmonu ω_{sp} .

modu plazmonowo-polarytonowego nie może ulec wypromieniowaniu do ośrodka dielektrycznego pod postacią jednorodnej fali świetlnej, ani też mod powierzchniowy nie może zostać przez taką falę wzbudzony.

Przebieg krzywej dyspersyjnej ulega modyfikacji, jeżeli ośrodek metaliczny jest ośrodkiem stratnym, to znaczy charakteryzuje się niezerowym współczynnikiem tłumienia γ , jak przedstawiono na wykresach 4.2b-c). W tej sytuacji nie występuje już pasmo częstości zabronionych dla modów powierzchniowych propagujących się wzdłuż powierzchni granicznej, natomiast stała propagacji \tilde{k}_x zawsze posiada skończoną wartość zarówno części rzeczywistej jak i części urojonej. Charakterystyczna częstość rezonansowa ω_{sp} , przy której część rzeczywista wektora falowego k_x osiąga wartość maksymalną, nie jest już opisana równaniem (4.7), ale wraz ze wzrostem współczynnika tłumienia γ przesuwa się w kierunku niższych częstości. Jednocześnie wzrost γ prowadzi do poszerzenia i wypłaszczenia rezonansu. Dla częstości mniejszych od częstości rezonansowej, część

rzeczywista krzywej dyspersyjnej, podobnie jak w sytuacji bezstratnego przewodnika, leży po prawej stronie stożka świetlnego, natomiast część urojona jest bliska zeru. Dla wysokich częstości $\omega > \omega_{sp}$ część rzeczywista krzywej dyspersyjnej przecina linię światła i leży częściowo po jej lewej stronie, umożliwiając częściową konwersję energii pomiędzy falą powierzchniową a jednorodną płaską falą elektromagnetyczną rozchodzącą w pobliżu powierzchni granicznej w obszarze dielektryka. Jednocześnie część urojona stałej propagacji staje się duża, powodując silne tłumienie modu powierzchniowego.

Na ostatnim z wykresów przedstawionych na rys. 4.2 wykreślono krzywą dyspersyjną powierzchniowego plazmonu-polarytonu rozchodzącego się na granicy powietrza i srebra o zespolonej przenikalności elektrycznej $\tilde{\epsilon}_2(\omega)$ zgodnej z wynikami doświadczalnymi przedstawionymi w pracy [11]. Dla częstotliwości z zakresu podczerwieni i światła widzialnego przebieg krzywej dyspersyjnej jest zbliżony do tego, jaki uzyskuje się dla metalu opisanego modelem Drudego o niewielkiej, lecz niezerowej wartości współczynnika tłumienia $\gamma \approx 0.01\omega_p$. Dla wyższych częstotliwości przenikalność elektryczna srebra nie jest poprawnie opisywana modelem Drudego ze względu na niezaniebnywalny wkład pochodzący z oddziaływania pól elektromagnetycznych z elektronami związanymi występującymi na głębszych powłokach elektronowych, dlatego też przebieg krzywej dyspersyjnej modu plazmonowo-polarytonowego w tym zakresie ulega modyfikacji.

4.1.3. Zasięg propagacji i głębokość wnikania

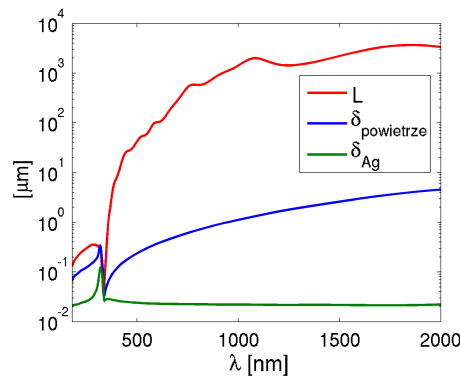
Powierzchniowy plazmon-polaryton o częstotliwości drgań mniejszej od częstości rezonansowej ω_{sp} oraz propagujący się wzdłuż powierzchni rozdzielającej dwa bezstratne ośrodki materialne może rozchodzić się wzdłuż tej powierzchni na dowolnie dużą odległość, podczas gdy amplitudy drgań pól elektromagnetycznych (4.1) nie ulegną zmianie. W praktyce jednak wszystkie ośrodki przewodzące absorbują część energii rozchodzącej się w nich fali elektromagnetycznej i przekształcają ją na ciepło, prowadząc tym samym do tłumienia fali. Jeżeli więc mod powierzchniowy rozchodzi się wzdłuż płaszczyzny rozdzielającej ośrodki, z których co najmniej jeden jest stratny, stała propagacji \tilde{k}_x tego modu posiada niezerową część urojoną i amplitudy pól elektromagnetycznych opisanych równaniami (4.1) maleją wraz z odległością wzdłuż powierzchni granicznej jak $\exp(-k''_x x)$. Odległość, po przebyciu której wartości amplitud maleją e -krotnie, określa zasięg propagacji powierzchniowego plazmonu-polarytonu opisywany zależnością:

$$L = \frac{1}{k''_x}. \quad (4.8)$$

Zamiennie zasięg propagacji jest czasami definiowany jako odległość, po przebyciu której e -krotnie maleje natężenie fali powierzchniowej. Wartość tak zdefiniowanego zasięgu propagacji jest dwukrotnie mniejsza od tej opisanej zależnością (4.8).

W rzeczywistych układach fizycznych mod plazmonowo-polarytonowy zawsze posiada ograniczony zasięg propagacji. Przykładowe wartości zasięgu propagacji

powierzchniowego plazmonu-polarytonu rozchodzącego się wzdłuż pojedynczej płaskiej powierzchni rozdzielającej powietrze i srebro zostały zilustrowane na wykresie 4.3. Wielkości $\lambda = 2\pi c/\omega$ na osi odciętych wykresu odpowiadają długościom fal elektromagnetycznych w próżni o częstotliwościach ω równych częstotliwości rozpatrywanej fali powierzchniowej. Najmniejszy zasięg propagacji $L \approx 33 \text{ nm}$ jest obserwowany w pobliżu częstości rezonansowej charakterystyki dyspersyjnej powierzchniowego plazmonu-polarytonu dla powierzchni granicznej powietrze-srebro (rys. 4.2d), odpowiadającej $\lambda = 335 \text{ nm}$. W zakresie częstości widzialnych zasięg propagacji powierzchniowego plazmonu-polarytonu zmienia się od $L \approx 8 \mu\text{m}$ dla $\lambda = 400 \text{ nm}$ do $L \approx 280 \mu\text{m}$ dla $\lambda = 700 \text{ nm}$. Dla częstości z zakresu bliskiej podczerwieni zasięg propagacji osiąga długość pojedynczych milimetrów.



Rysunek 4.3. Zasięg propagacji powierzchniowego plazmonu-polarytonu L (kolor czerwony) na pojedynczej płaskiej powierzchni granicznej powietrze-srebro oraz głębokości wnikania pól elektromagnetycznych do obszaru powietrza $\delta_{\text{powietrze}}$ (kolor niebieski) i obszaru metalu δ_{Ag} (kolor zielony) w funkcji długości fali $\lambda = 2\pi c/\omega$, gdzie ω jest częstością fali powierzchniowej. Wartości przenikalności elektrycznej srebra zaczerpnięto z pracy [11].

Należy również mieć na uwadze, że pola elektromagnetyczne powierzchniowego plazmonu-polarytonu wnikają częściowo do każdego z ośrodków, na granicy których mod powierzchniowy się rozchodzi. Amplitudy pól zanikają wykładniczo wraz z odległością od powierzchni granicznej w kierunku każdego z ośrodków zgodnie z członem $\exp(-k'_{z_i}|z|)$ w równaniach (4.1). Odległość od powierzchni granicznej, dla której amplitudy pól elektromagnetycznych maleją e -krotnie, nazywana jest głębokością wnikania powierzchniowego plazmonu-polarytonu. Dla każdego z ośrodków głębokość wnikania wyraża się zależnością:

$$\delta_i = \frac{1}{k'_{z_i}}. \quad (4.9)$$

Alternatywnie głębokość wnikania jest też czasami definiowana jako odległość od powierzchni granicznej, dla której e -krotnie maleje natężenie fali.

W ogólności głębokości wnikania pól elektromagnetycznych do dielektryka i

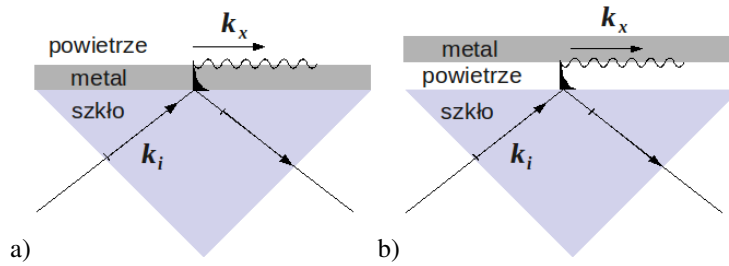
metalu są różne. Na rys. 4.3 zaznaczono głębokości wnikania powierzchniowego plazmonu-polarytonu rozchodzącego się na pojedynczej powierzchni granicznej powietrze-srebro do każdego z tych ośrodków. Po stronie powietrza głębokość wnikania jest silnie zależna od częstotliwości fali powierzchniowej. Przykładowo dla $\lambda = 400 \text{ nm}$ wynosi ona jedynie $\delta_{\text{powietrze}} \approx 120 \text{ nm}$, ale dla $\lambda = 1 \mu\text{m}$ jest już równa $\delta_{\text{powietrze}} \approx 1.1 \mu\text{m}$. Po stronie srebra głębokość wnikania powierzchniowego plazmonu-polarytonu praktycznie nie zależy od częstotliwości i w prawie całym rozpatrywanym zakresie jest w przybliżeniu równa $\delta_{Ag} \approx 23 \text{ nm}$. Wyłącznie dla częstotliwości bliskich częstości rezonansowej powierzchniowego plazmonu-polarytonu na powierzchni granicznej powietrze-srebro, głębokość wnikania pól elektromagnetycznych do srebra rośnie i osiąga maksymalną wartość $\delta_{Ag} \approx 120 \text{ nm}$ przy $\lambda = 320 \text{ nm}$.

4.2. Wzbudzenie powierzchniowego plazmonu-polarytonu

W poprzednich rozdziałach pokazano, że część rzeczywista stałej propagacji \tilde{k}_x modu plazmonowo-polarytonowego o częstości ω istotnie mniejszej od częstości rezonansowej ω_{sp} jest zawsze większa od dopuszczalnych długości składowej wektora falowego równoległej do powierzchni granicznej dla jednorodnych płaskich fal elektromagnetycznych w obszarze dielektryka, na którego granicy rozchodzi się mod powierzchniowy. Oznacza to, że mod taki nie może zostać wzbudzony za pomocą jednorodnej płaskiej fali świetlnej. Istnieje kilka metod umożliwiających sprzężenie pomiędzy modem plazmonowo-polarytonowym a światłem. Poniżej przedstawiono dwie spośród nich, najczęściej wykorzystywane w optycznych nanoukładach plazmonicznych do obrazowania w bliskim polu.

Pierwsza metoda wzbudzania powierzchniowych plazmonów-polarytonów polega na oświetleniu powierzchni granicznej między dwoma ośrodkami falą niejednorodną o składowej wektora falowego w kierunku równoległym do tej powierzchni równej stałej propagacji powierzchniowego plazmonu-polarytonu. Fale niejednorodne charakteryzują się jednak szybkim zanikiem amplitudy pól elektromagnetycznych, a ich zasięg nie przekracza kilku długości fali. Dlatego też wykorzystanie fali zanikającej do efektywnego wzbudzenia modu powierzchniowego wymaga umieszczenia źródła tej fali w obszarze bliskiego pola względem powierzchni granicznej.

Przykładowe konfiguracje dwóch układów umożliwiających wzbudzenie modu plazmonowo-polarytonowego z wykorzystaniem fal zanikających zostały przedstawione na rys. 4.4. W metodzie Kretschmanna cienka warstwa metalu napyłona jest bezpośrednio na ścianę pryzmatu wykonanego z przezroczystego w pożądanym zakresie częstotliwości materiału dielektrycznego i oświetlana jest jednorodną falą świetlną. Kąt padania fali na powierzchnię metalu jest tak dobrany, aby składowa wektora falowego fali padającej równoległa do powierzchni granicznej była równa części rzeczywistej stałej propagacji powierzchniowego plazmonu-polarytonu na granicy metalu i powietrza. Dopasowanie wektorów falowych pozwala na wzbudzenie modu plazmonowo-polarytonowego na tej



Rysunek 4.4. Wzbudzenie powierzchniowego plazmonu-polarytonu przy pomocy fali zanikającej: **a)** metoda Kretschmanna, **b)** metoda Otta.

powierzchni. W metodzie Otta fala zanikająca rozchodzi się w cienkiej warstwie powietrza umiejscowionej pomiędzy ścianą pryzmatu a powierzchnią metalu. Fala zanikająca powstaje na skutek całkowitego wewnętrznego odbicia jednorodnej fali świetlnej od granicy dielektryka o współczynniku załamania większym od jednośc i powietrza.

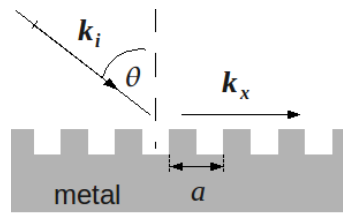
Powyższe metody pozwalają na wzbudzenie modu plazmonowo-polarytonowego na obszarze makroskopowym. W nanoukładach plazmonicznych lokalne wzbudzenie powierzchniowego plazmonu-polarytonu realizowane jest poprzez umieszczenie w obszarze bliskiego pola względem powierzchni metalu źródła światła w postaci apertury o podfalowych rozmiarach. Fale zanikające będące składowymi widma przestrzennego tego źródła oddziałują z powierzchnią metalu odsprzęgając część energii emitowanej przez źródło do modu powierzchniowego. W charakterze źródła o podfalowych rozmiarach wykorzystywane są najczęściej sondy skaningowego mikroskopu optycznego bliskiego pola.

Drugim sposobem umożliwiającym dopasowanie wektorów falowych pomiędzy powierzchniowym plazmonem-polarytonem rozchodzącym się na granicy dwóch ośrodków a falą świetlną rozchodzącą się w obszarze ośrodka dielektrycznego jest pokrycie powierzchni granicznej periodyczną siatką rowków lub otworów. Głębokość perforacji przy pobudzaniu modu falą o częstotliwości optycznej powinna mieścić się w zakresie od kilku do kilkudziesięciu nanometrów. Schematycznie metoda ta została zilustrowana na rys. 4.5. Sprzężenie pomiędzy falą świetlną padającą na perforowaną powierzchnię metalu pod kątem θ a modem plazmonowo-polarytonowym na tej powierzchni zachodzi, jeżeli spełniony jest warunek:

$$k'_x = k_i \sin \theta + j \frac{2\pi}{a}, \quad (4.10)$$

gdzie $j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, natomiast a jest stałą siatki periodycznej.

Należy mieć na uwadze, że dopasowanie wektorów falowych pomiędzy powierzchniowym plazmonem-polarytonem a płaską falą elektromagnetyczną pozwala nie tylko na wzbudzenie modu powierzchniowego za pomocą światła, ale również umożliwia proces odwrotny. Część energii fali powierzchniowej może ulegać odsprzęganiu do fali



Rysunek 4.5. Wzbudzenie powierzchniowego plazmonu-polarytonu na powierzchni pokrytej siatką periodyczną o stałej a .

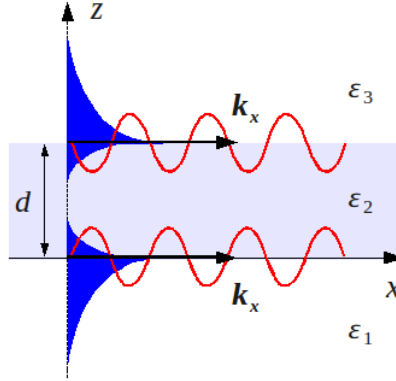
światłej i wypromieniowywaniu do obszaru dielektryka. Zjawisko to skutkuje dodatkowym ograniczeniem zasięgu propagacji modu plazmonowo-polarytonowego. Częściowe odsprężanie energii powierzchniowego plazmonu-polarytonu do fal świetlnych zachodzi również na powierzchniach o nieregularnej perforacji, w szczególności na chropowatych warstwach metalicznych, przy czym jego efektywność jest silnie zależna od rozmiarów chropowatości. Zjawisko to stanowi poważne wyzwanie technologiczne dla wytwarzania nanostruktur plazmonicznych, nakładając rygorystyczne obostrzenia dotyczące gładkości uzyskiwanych powierzchni.

4.3. Powierzchniowe plazmony-polarytony w układach warstwowych

4.3.1. Mody sprzężone w układzie z pojedynczą cienką warstwą

W niniejszym rozdziale rozważany jest układ złożony z dwóch wzajemnie równoległych płaszczyzn oddalonych od siebie na odległość d , z których każda stanowi powierzchnię graniczną pomiędzy dwoma obszarami przestrzeni wypełnionymi odpowiednio ośrodkiem metalicznym oraz ośrodkiem dielektrycznym. Schemat układu został przedstawiony na rys 4.6. Jego praktyczną realizacją może być na przykład płytka szklana pokryta jednorodną cienką warstwą metaliczną i otoczona powietrzem lub innym ośrodkiem gazowym bądź ciekłym. W takim układzie pola elektromagnetyczne powierzchniowych plazmonów-polarytonów rozchodzących się na każdej z płaszczyzn granicznych wzajemnie ze sobą interferują. Oddziaływanie pomiędzy dwoma modami powierzchniowymi jest tym silniejsze, im bliżej siebie położone są płaszczyzny, na których te mody się rozchodzą.

Pola elektromagnetyczne w obszarach $z < 0$ oraz $z > d$ przyjmują postać identyczną jak w przypadku modu rozchodzącego się na pojedynczej powierzchni granicznej, wyrażoną zależnościami (4.1). W obszarze $0 < z < d$ występują zarówno składowe pól



Rysunek 4.6. Powierzchniowe plazmony-polarytony na dwóch granicach ośrodków - schemat oznaczeń. Kolorem niebieskim zaznaczono jakościowo zmiany amplitudy pola elektrycznego w kierunku normalnym do powierzchni.

zanikające w kierunku zgodnym ze zwrotem osi z układu współrzędnych, jak i składowe zanikające w kierunku przeciwnym do tej osi, co opisują zależności:

$$\mathbf{H} = [0, H_y, 0] (A \exp(-k_{z_i} z) + B \exp(k_{z_i} z)) \exp(ik_x x), \quad (4.11a)$$

$$\mathbf{E} = [E_x, 0, E_z] (A \exp(-k_{z_i} z) + B \exp(k_{z_i} z)) \exp(ik_x x), \quad (4.11b)$$

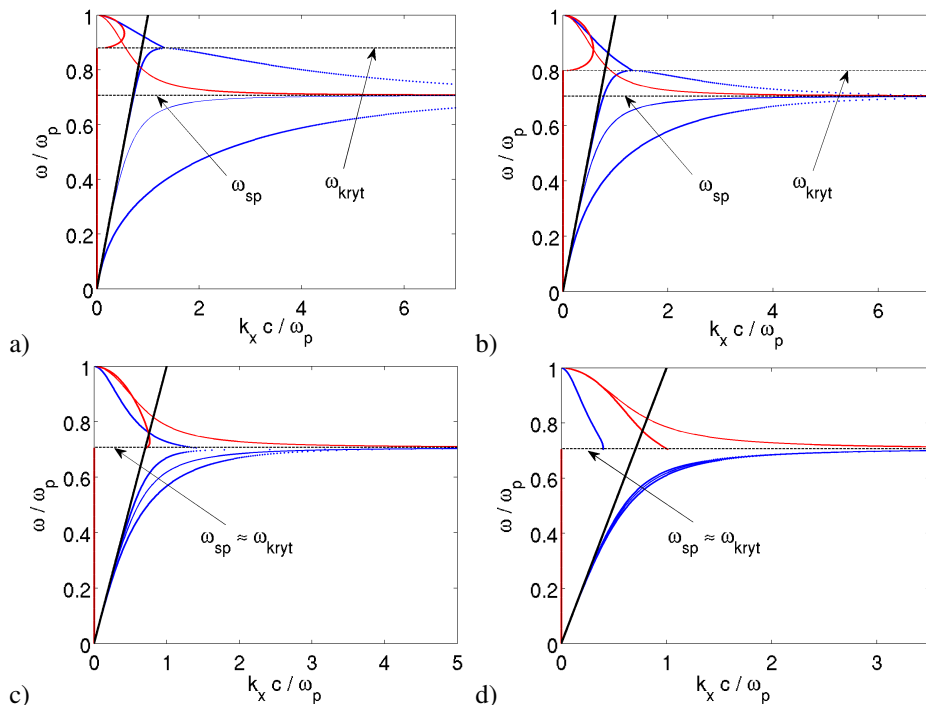
w których A, B są stałymi amplitudami poszczególnych przyczynków. Z warunków ciągłości składowych pól E_x, H_y na powierzchniach granicznych $z = 0$ oraz $z = d$ otrzymuje się równanie dyspersyjne sprzężonych modów powierzchniowych w układzie dwóch wzajemnie równoległych powierzchni granicznych postaci [1]:

$$\left(\frac{k_{z1}}{\varepsilon_1} + \frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \right) \left(\frac{k_{z3}}{\varepsilon_3} + \frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \right) - \left(\frac{k_{z1}}{\varepsilon_1} - \frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \right) \left(\frac{k_{z3}}{\varepsilon_3} - \frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \right) \exp(-2k_{z2} d) = 0, \quad (4.12)$$

w którym składowe wektorów falowych k_{z_i} , dla $i = 1, 2, 3$, są powiązane ze stałą propagacji modu plazmonowo-polarytonowego k_x zależnościami (4.2).

W ogólnym przypadku powyższe równanie nie posiada rozwiązań analitycznych i można je rozwiązać wyłącznie z wykorzystaniem metod numerycznych. W sytuacji granicznej, gdy grubość warstwy $d \rightarrow \infty$, równanie dyspersyjne (4.12) sprowadza się do dwóch niezależnych równań postaci (4.3) odpowiednio dla płaszczyzny $z = 0$ oraz dla płaszczyzny $z = d$, odpowiadających nieoddziałującym ze sobą modom rozchodzącym się niezależnie od siebie na każdej z powierzchni granicznych.

W szczególnym przypadku, gdy rozpatrywany układ jest symetryczny względem płaszczyzny $z = d/2$, to znaczy $\varepsilon_3 \equiv \varepsilon_1$, równanie dyspersyjne (4.12) ulega separacji



Rysunek 4.7. Część rzeczywista (kropkowana niebieska linia) i część urojona (kropkowana czerwona linia) krzywej dyspersyjnej powierzchniowego plazmonu-polarityonu w układzie złożonym z pojedynczej cienkiej warstwy metalicznej o przenikalności elektrycznej opisanej modelem Drudego z częstością plazmową bliską częstości plazmowej srebra oraz współczynnikiem tłumienia $\gamma = 0$ otoczonej obustronnie przez powietrze. Grubość warstwy metalicznej jest równa odpowiednio **a)** 10 nm, **b)** 20 nm, **c)** 50 nm, **d)** 100 nm. Cienka ciągła niebieska i czerwona linia reprezentują odpowiednio część rzeczywistą i część urojoną analogicznej krzywej dyspersyjnej powierzchniowego plazmonu-polarityonu na pojedynczej powierzchni granicznej. Kolorem czarnym oznaczono granicę stożka świetlnego $k_x = \omega/c$. Cienkimi liniami przerywanymi oznaczono częstość plazmonu ω_{sp} oraz częstość ω_{kryt} stanowiącą punkt bifurkacji równania dyspersyjnego.

do dwóch wzajemnie niezależnych równań:

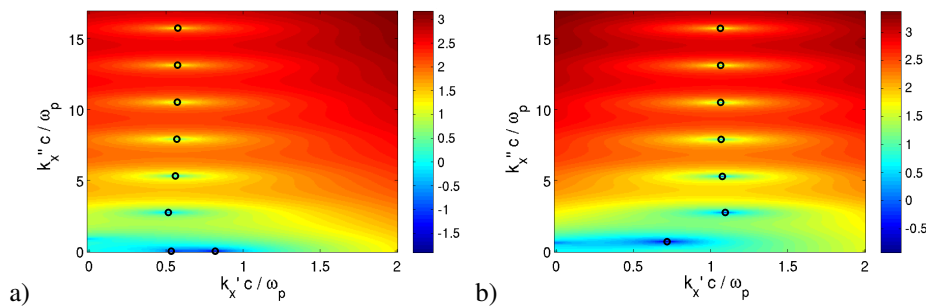
$$\tanh(k_{z_2} d/2) = -\frac{\varepsilon_1 k_{z_2}}{\varepsilon_2 k_{z_1}}, \quad (4.13a)$$

$$\coth(k_{z_2} d/2) = -\frac{\varepsilon_1 k_{z_2}}{\varepsilon_2 k_{z_1}}. \quad (4.13b)$$

Dla przykładu na rys. 4.7 wykreślone zostały krzywe dyspersyjne przedstawiające zależność stałej propagacji modu powierzchniowego k_x od jego częstości ω , odpowiadające rozwiązaniom równania dyspersyjnego (4.12), otrzymane na drodze numerycznej dla układu składającego się z cienkiej warstwy metalicznej o grubości

zmieniającej się w zakresie od 10 nm do 100 nm oraz przenikalności elektrycznej opisanej modelem Drudego (2.57) z częstością plazmową $\omega_p = 9 \times 10^{15} \text{ Hz}$ bliską częstości plazmowej srebra oraz współczynnikiem tłumienia $\gamma = 0$ otoczonej obustronnie przez powietrze o przenikalności elektrycznej $\varepsilon_1 = 1$. Dla porównania na każdym z wykresów przedstawiono również analogiczną krzywą dyspersyjną modu plazmonowo-polarytonowego rozchodzącego się na pojedynczej powierzchni granicznej metal-powietrze. W zakresie częstości $\omega < \omega_{sp}$ oraz przy braku tłumienia w metalu ($\gamma = 0$) równanie dyspersyjne (4.12) posiada dwa rozwiązania rzeczywiste, opisujące nietłumione mody powierzchniowe, charakteryzujące się różnymi wartościami rzeczywistej stałej propagacji. Różnica między wartościami stałej propagacji odpowiadającej obu rozwiązaniom jest tym większa, im mniejsza jest grubość warstwy metalicznej. Wraz ze wzrostem grubości tej warstwy, oba rozwiązania dążą do wartości stałej propagacji odpowiadającej modowi plazmonowo-polarytonowemu rozchodzącemu się na pojedynczej powierzchni granicznej. Przy $\omega \rightarrow \omega_{sp}$ jedno z rozwiązań równania dyspersyjnego dąży do nieskończoności, podobnie jak ma to miejsce w przypadku modu powierzchniowego rozchodzącego się na pojedynczej powierzchni granicznej, drugie rozwiązanie pozostaje natomiast skończone. Ponadto można wyróżnić pewną częstość krytyczną $\omega_{sp} \leq \omega_{kryt} < \omega_p$ stanowiącą punkt bifurkacji równania dyspersyjnego (4.12). Dla $\omega > \omega_{kryt}$ równanie to nie posiada rozwiązań rzeczywistych, a jedynie rozwiązania zespolone o niezerowej wartości części urojonej stałej propagacji, opisujące tłumione mody powierzchniowe. Jednakże, w przeciwieństwie do modów plazmonowo-polarytonowych rozchodzących się na pojedynczej powierzchni granicznej, część rzeczywista stałej propagacji tych modów jest różna od 0 i jedynie w pewnym zakresie częstości znajduje się po lewej stronie granicy stożka świetlnego $k_x = \omega/c$. Im mniejsza jest grubość środkowej warstwy metalicznej, tym wyższą wartość osiąga ω_{kryt} , pozwalając jednocześnie na poszerzenie zakresu częstości, przy których mody plazmonowo-polarytonowe rozchodzące się w układzie dwóch wzajemnie równoległych powierzchni granicznych nie ulegają tłumieniu.

Dla zachowania czytelności na wykresach przedstawionych na rys. 4.7 uwzględniono wyłącznie mody podstawowe o największym zasięgu propagacji, odpowiadające rozwiązaniom o najniższej wartości części urojonej wektora falowego \tilde{k}_x . Nie są to jedyne rozwiązania równania dyspersyjnego (4.12). Na rys. 4.8 przedstawiono logarytm naturalny modułu lewej strony równania dyspersyjnego (4.12) w funkcji części rzeczywistej i części urojonej składowej wektora falowego $\tilde{k}_x = k'_x + ik''_x$ dla rozpatrywanego w poprzednim paragrafie układu przy założeniu grubości warstwy metalicznej $d = 40 \text{ nm}$ oraz częstotliwości fali równej na kolejnych wykresach odpowiednio $\omega = 0.5 \omega_p < \omega_{kryt}$ oraz $\omega = 0.8 \omega_p > \omega_{kryt}$. Na wykresach zostały również zaznaczone rozwiązania równania dyspersyjnego w zadanym przedziale wartości k'_x, k''_x . Oprócz modów podstawowych równanie dyspersyjne (4.12) posiada nieskończenie wiele dodatkowych rozwiązań charakteryzujących się coraz wyższymi wartościami części urojonej stałej propagacji oraz stosunkowo nieznacznie różniącymi się wartościami części rzeczywistej wektora falowego



Rysunek 4.8. Logarytm modułu lewej strony równania (4.12) pomnożonej przez $(c/\omega_p)^2$ w funkcji wartości części rzeczywistej oraz części urojonej składowej wektora falowego równoległej do powierzchni granicznych $\tilde{k}_x = k'_x + ik''_x$ dla układu złożonego z cienkiej warstwy metalicznej o grubości 40 nm i przenikalności elektrycznej opisanej modelem Drude z częstością plazmową ω_p bliska częstości plazmowej srebra oraz współczynnikiem tłumienia $\gamma = 0$ otoczonej obustronnie przez powietrze. Częstość fali jest równa odpowiednio: **a)** $\omega = 0.5 \omega_p$, **b)** $\omega = 0.8 \omega_p$. Kolorem czarnym oznaczono punkty odpowiadające rozwiązaniom zagadnienia dyspersyjnego (4.12).

\tilde{k}_x . Odpowiadają one modom powierzchniowym silnie tłumionym, o niewielkim zasięgu propagacji, z tego też względu ich znaczenie fizyczne jest niewielkie.

4.3.2. Mody sprężone w układach wielowarstwowych

Układem wielowarstwowym nazywany jest układ złożony z co najmniej dwóch cienkich warstw wykonanych z różnych materiałów i ułożonych jedna na drugiej w postaci stosu. Dla układów pobudzanych światłem widzialnym grubości warstw mieszczą się najczęściej w przedziale od pojedynczych nanometrów do setek nanometrów. Układy cienkowarstwowe mogą być realizowane z wykorzystaniem rozmaitych technik naporowania próżniowego, w tym naporowania termicznego, naporowania za pomocą wiązki elektronów lub magnetronowego rozpylania jonowego.

Ze względu na bardzo małe grubości warstw w stosunku do ich rozmiarów poprzecznych, zagadnienie poszukiwania modów powierzchniowych w takim układzie sprowadza się do zagadnienia jednowymiarowego, w którym wymiary poprzeczne warstw traktowane są jako nieskończone. W takiej sytuacji układ wielowarstwowy jest modelowany jako układ złożony z $N \geq 1$ przylegających do siebie obszarów przestrzeni ograniczonych z dwóch stron wzajemnie równoległymi płaszczyznami granicznymi. Dodatkowe dwa obszary zewnętrzne stanowią półprzestrzenie otaczające wielowarstwę. Model taki jest słuszny, jeżeli grubość każdej warstwy jest jednakowa w całym jej obszarze, natomiast powierzchnie rozgraniczające kolejne warstwy charakteryzują się wysoką gładkością. Ponadto przyjmuje się, że każdy z obszarów układu wykonany jest z jednorodnego, liniowego ośrodka materialnego o przenikalności elektrycznej ϵ_j dla $j = 0, 1, 2, \dots, N + 1$, gdzie indeksy 0 oraz $N + 1$ odnoszą się do ośrodków

otaczających strukturę warstwową. Mody plazmonowo-polarytonowe rozchodzące się w układzie wielowarstwowym zadane są równaniami (4.11) wewnątrz obszaru każdej warstwy oraz równaniami (4.1) w obu obszarach zewnętrznych.

Rozwiązując zagadnienie ciągłości składowych E_x oraz H_y pól elektromagnetycznych na każdej z powierzchni granicznych otrzymuje się układ równań liniowych wiążący wartości amplitud tych pól w poszczególnych obszarach struktury. Warunkiem rozchodzenia się modów plazmonowo-polarytonowych w strukturze wielowarstwowej jest istnienie rozwiązań powyższego układu równań. Warunek ten zachodzi wówczas, gdy wyznacznik macierzy głównej tego układu jest równy 0. W najogólniejszym przypadku warunek ten przyjmuje następującą postać:

$$\det \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ a_0 & -a_1 & a_1 & & & & \\ \vdots & b_1 & 1/b_1 & -1 & -1 & & \vdots \\ a_1 b_1 & -a_1/b_1 & & -a_2 & a_2 & & \\ \vdots & & b_2 & 1/b_2 & & & \vdots \\ & & a_2 b_2 & -a_2/b_2 & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & & \ddots & -1 & -1 \\ \vdots & & & & & -a_N & a_N \\ & & & & & b_N & 1/b_N \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a_N b_N & -a_N/b_N & a_{N+1} \end{bmatrix} \end{pmatrix} = 0, \quad (4.14)$$

w której

$$a_j = k_{z_j} / \varepsilon_j, \quad (4.15a)$$

$$b_j = \exp(d_j k_{z_j}), \quad (4.15b)$$

natomiast d_j jest grubością j -tej warstwy. Jednocześnie składowe wektorów falowych k_{z_j} w poszczególnych obszarach układu są powiązane ze stałą propagacji modów powierzchniowych k_x oraz ich częstotliwością ω poprzez zależności (4.2). Macierz w zależności (4.14) ma strukturę blokową. Dla lepszego zilustrowania tej struktury pojedynczy blok macierzy został wyróżniony.

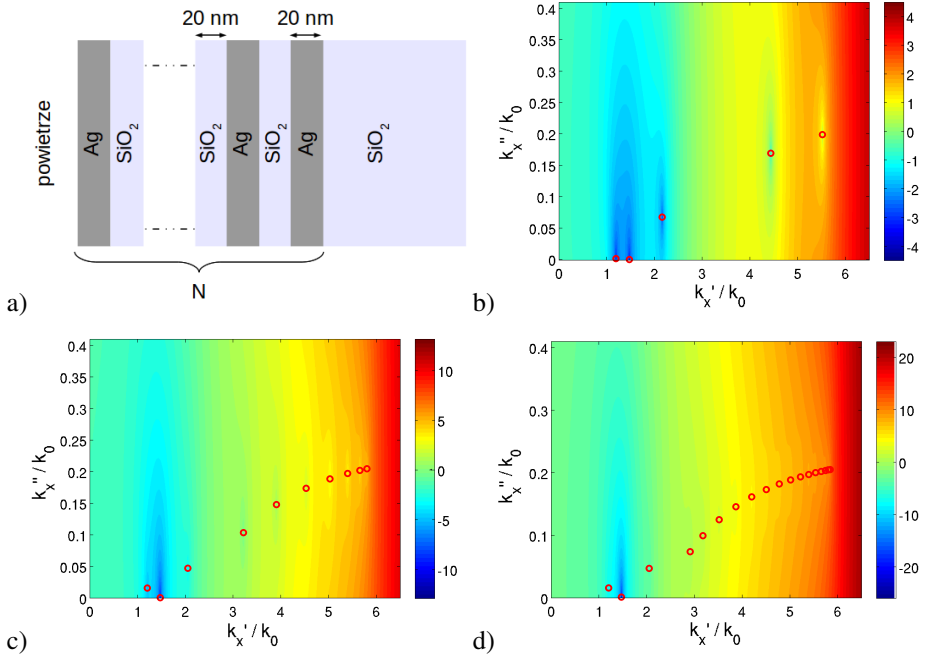
Wyrażenie (4.14) uzupełnione o zależności (4.2) definiuje równanie dyspersyjne dla powierzchniowych plazmonów-polarytonów rozchodzących się w układzie wielowarstwowym. W sytuacji, gdy liczba warstw w układzie $N = 1$, sprowadza się ono do równania dyspersyjnego dla modów plazmonowo-polarytonowych rozchodzących się na dwóch wzajemnie równoległych powierzchniach granicznych (4.12). Jednocześnie przy $N = 0$ przyjmuje ono postać równania (4.3) określającego warunek rozchodzenia

się powierzchniowego plazmonu-polarytonu na pojedynczej powierzchni granicznej metal-dielektryk.

W ogólności równanie (4.14) nie posiada rozwiązań analitycznych. Przykładowe rozwiązania tego równania dla układu złożonego z naprzemiennie ułożonych warstw srebra oraz dwutlenku krzemu o grubości 20 nm każda, umieszczonych na podłożu szklanym zostały przedstawione na rys. 4.9. Rys. 4.9a) ilustruje schemat układu, natomiast na kolejnych wykresach (b-d) przedstawiono wartości logarytmu dziesiątego modułu lewej strony równania (4.14) w funkcji części rzeczywistej oraz części urojonej składowej wektora falowego $\tilde{k}_x = k'_x + ik''_x$ równoległej do powierzchni warstw dla układu zawierającego odpowiednio $N = 5$ (b), $N = 15$ (c) i $N = 31$ (d) warstw oraz częstotliwości równej częstotliwości fali świetlnej o długości $\lambda = 400$ nm. Na wykresach zaznaczono również rozwiązania równania dyspersyjnego (4.14) uzyskane na drodze numerycznej, odpowiadające dopuszczalnym wartościom składowej wektora falowego równoległej do powierzchni warstw umożliwiającym rozchodzenie się modów plazmonowo-polarytonowych w tych układach. Rozwiązania o wysokich wartościach części urojonej stałej propagacji zostały pominięte ze względu na ich bardzo mały zasięg propagacji i niewielkie znaczenie praktyczne. Liczba rozwiązań równania dyspersyjnego (4.14) odpowiadająca słabo tłumionym modom powierzchniowym wzrasta wraz z liczbą warstw w układzie wielowarstwowym. W szczególności, w układzie zawierającym bardzo dużą liczbę warstw, możliwe jest powstawanie ciągłych pasm dopuszczalnych wartości stałej propagacji.

Części rzeczywiste stałej propagacji dla wszystkich modów w rozpatrywanych układach odpowiadają poprzecznym składowym wektorów falowych fal zanikających o tej samej częstotliwości rozchodzących się w graniczącym z wielowarstwą powietrza. Zatem każdy z modów układu może zostać pobudzony wyłącznie za pomocą fali zanikającej lub poprzez zastosowanie dodatkowej periodycznej korugacji powierzchni zewnętrznej warstwy (patrz rozdz. 4.2).

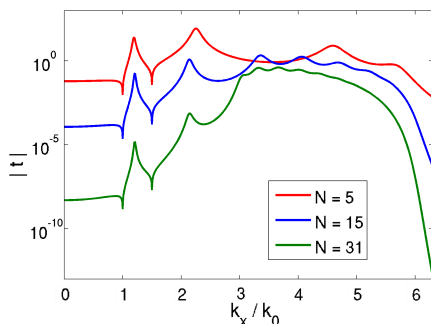
Mody plazmonowo-polarytonowe odgrywają kluczową rolę w projektowaniu nanoukładów wielowarstwowym do obrazowania nadrozdzielczego w bliskim polu. Pobudzenie układu warstwowego falą elektromagnetyczną o składowej wektora falowego równoległej do powierzchni warstw zgodnej z dopuszczalną wartością stałej propagacji modu powierzchniowego w układzie pozwala na efektywną transmisję tej fali przez strukturę. Na skutek rezonansowego wzbudzenia modów powierzchniowych na wszystkich powierzchniach granicznych wewnątrz układu, zarówno amplituda fali przechodzącej, jak i amplituda fali odbitej, ulegają silnemu wzmocnieniu. Ponadto, ponieważ dla częstotliwości $\omega < \omega_{sp}$ dopuszczalne wartości stałej propagacji dla powierzchniowych plazmonów-polarytonów są zawsze większe od wartości składowej wektora falowego równoległej do powierzchni warstw wyznaczającej granicę stożka świetlnego w graniczącym z układem ośrodkiem, pobudzenie modów powierzchniowych następuje przy oświetleniu układu falą zanikającą. Zatem wykorzystanie modów



Rysunek 4.9. **a)** Schemat układu warstwowego złożonego z N cienkich warstw o grubości $d = 20$ nm osadzonych na podkładzie szklanym oraz wykonanych ze srebra i dwutlenku krzemu o przenikalnościach elektrycznych zgodnych z wynikami zamieszczonymi odpowiednio w pracach [11] oraz [10] dla fali o długości $\lambda = 400$ nm. **b-d)** Logarytm dziesiętny modułu lewej strony równania dyspersyjnego (4.14) pomnożonej przez $(c/\omega_p)^{N+1}$ w funkcji części rzeczywistej oraz części urojonej składowej wektora falowego równoległej do powierzchni warstw $k_x = k'_x + ik''_x$ dla układu zawierającego odpowiednio: **b)** $N = 5$, **c)** $N = 15$ oraz **d)** $N = 31$ warstw. Wielkość $k_0 = 2\pi/\lambda$ jest liczbą falową w próżni. Kolorem czerwonym wyróżniono punkty odpowiadające rozwiązaniom równania dyspersyjnego uzyskanym w drodze numerycznej.

plazmonowo-polarytonowych w układach wielowarstwowych otwiera drogę do efektywnego przenoszenia informacji zawartej w składowych zanikających widma przestrzennego fali padającej z płaszczyzny przedmiotu do płaszczyzny obrazu i wykorzystanie ich do obrazowania z rozdzielczością znacząco lepszą niż wynikającą z ograniczenia dyfrakcyjnego (3.15). Szczególne znaczenie mają tu struktury wielowarstwowe dopuszczające propagację modów plazmonowo-polarytonowych o wielu różnych wartościach stałej propagacji i tym samym umożliwiające wzmocnienie transmisji fal zanikających w szerokim zakresie.

Dla zilustrowania powyższych wniosków na rys. 4.10 wykreślono moduł amplitudowego współczynnika transmisji t w funkcji długości składowej wektora falowego fali padającej równoległej do warstw dla struktury przedstawionej na rys. 4.9a) oraz posiadającej odpowiednio $N = 5$, $N = 15$ i $N = 31$ warstw. Widoczna jest wyraźna



Rysunek 4.10. Moduł amplitudowy współczynnika transmisji t w funkcji składowej wektora falowego k_x fali padającej, równoległej do powierzchni warstw dla układu przedstawionego na rys. 4.9a) i złożonego odpowiednio z $N = 5$, $N = 15$ oraz $N = 31$ warstw. Długość fali $\lambda = 400$ nm oraz $k_0 = 2\pi/\lambda$.

korelacja pomiędzy wartościami wektora falowego odpowiadającymi wzmocnieniom transmisji fali przez struktury, a zilustrowanymi na wykresach 4.9b-d) wartościami części rzeczywistej stałej propagacji modów powierzchniowych rozchodzących się w tych układach. W szczególności dla układu złożonego z 31 warstw następuje bardzo silne pasmowe wzmocnienie transmisji fal o wysokich wartościach składowej wektora falowego k_x w przedziale pokrywającym się z przedziałem obejmującym kilkanaście rozwiązań równania dyspersyjnego (4.14) dla powierzchniowych plazmonów-polarytonów. Osobliwości występujące w krzywych transmisyjnych przy $k_x/k_0 = 1$ oraz $k_x/k_0 \approx 1.47$ odpowiadają sytuacjom, gdy wartość składowej wektora falowego k_z normalnej do powierzchni warstw jest równa zero dla fali rozchodzącej się odpowiednio w powietrzu oraz w dwutlenku krzemu. W pierwszym przypadku oznacza to, że fala padająca nie wnika do struktury warstwowej, gdyż rozchodzi się w powietrzu równoległe do powierzchni warstw. W drugiej sytuacji źródłem osobliwości jest brak wnikania pól elektromagnetycznych modów powierzchniowych rozchodzących się na kolejnych powierzchniach granicznych do obszaru warstw dielektrycznych skutkujący niemożliwością oddziaływania tych modów ze sobą. W praktyce więc, pomimo iż $k_x/k_0 \approx 1.47$ spełnia równanie dyspersyjne (4.14) dla rozpatrywanych układów warstwowych, pobudzenie sprzężonych modów powierzchniowych o takiej wartości stałej propagacji nie jest w tych układach możliwe.

Rozdział 5

Opis rozchodzenia się fali w metaliczno-dielektrycznych nanoukładach wielowarstwowych

Rozdział ten poświęcony jest omówieniu najważniejszych modeli fizycznych wykorzystywanych do opisu rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w metaliczno-dielektrycznych nanoukładach wielowarstwowych. Wprowadzono model ośrodka efektywnego, pozwalający na asymptotyczne przybliżenie nanostruktury warstwowej za pomocą jednorodnego anizotropowego materiału, opisywanego efektywnym tensorem przenikalności elektrycznej. Ponadto wprowadzono pojęcie modów Blocha dla 1-wymiarowych kryształów fotonicznych, czyli nieskończonych periodycznych struktur warstwowych, oraz omówiono relację dyspersyjną tych modów dla struktur złożonych z warstw wykonanych z dwóch różnych materiałów. Przedstawiono również wpływ rezonansów Fabry-Perot na transmisję fal elektromagnetycznych przez układy wielowarstwowe.

Opis teoretyczny został uzupełniony licznymi przykładami zawierającymi autorskie wyniki symulacji rozkładu pól elektromagnetycznych w metaliczno-dielektrycznych nanostrukturach warstwowych oraz transmisji fal przez te struktury. Przedstawione wyniki zostały uzyskane z wykorzystaniem własnego kodu autorki opartego na metodzie macierzy przejścia (patrz Dodatek A). Omówiono również zalety i granice stosowalności przedstawionych modeli.

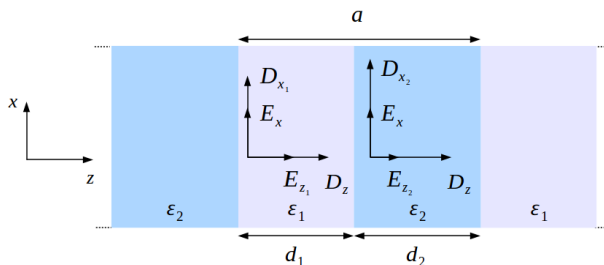
5.1. Model ośrodka efektywnego

Model ośrodka efektywnego [31] jest wygodnym narzędziem do opisu właściwości optycznych niejednorodnej materii. Istotą stosowalności tego modelu jest założenie, że rozmiary geometryczne niejednorodności znajdujących się w rozważanym obszarze przestrzeni są bardzo małe w porównaniu z długością fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w tym obszarze. W takiej sytuacji rozkład pól elektromagnetycznych fali rozchodzącej się w nanostrukturzowanej materii jest dobrze przybliżany przez rozkład pól fali rozchodzącej się w ośrodku jednorodnym o tensorze efektywnej przenikalności elektrycznej $\bar{\epsilon}_{\text{eff}}$ będącym funkcją geometrii oraz właściwości materiałowych występujących w tym obszarze niejednorodności. Podejście takie znacząco upraszcza analizę zagadnienia rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w nanostrukturzowanych układach optycznych, pozwalając na opisywanie ich jako jednorodnych ośrodków o zmodyfikowanych właściwościach materiałowych.

Tensor efektywnej przenikalności elektrycznej wiąże ze sobą wektory natężenia pola elektrycznego $\langle \mathbf{E} \rangle$ oraz indukcji elektrycznej $\langle \mathbf{D} \rangle$ zależnością [31]:

$$\langle \mathbf{D} \rangle = \varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_{\text{eff}} \langle \mathbf{E} \rangle, \quad (5.1)$$

w której pola $\langle \mathbf{E} \rangle$, $\langle \mathbf{D} \rangle$ są uśrednione po objętości struktury w obszarze większym od charakterystycznych rozmiarów niejednorodności, ale znacznie mniejszym od długości fali rozchodzącej się w strukturze.



Rysunek 5.1. Składowe pól \mathbf{E} i \mathbf{D} w układzie wielowarstwowym - schemat oznaczeń.

Szczególnym przypadkiem ośrodka niejednorodnego jest jednowymiarowa struktura periodyczna złożona z naprzemiennie ułożonych i wzajemnie równoległych warstw wykonanych z dwóch różnych ośrodków materialnych. Schemat takiego układu został przedstawiony na rys. 5.1. Jeżeli grubość komórki elementarnej układu a jest dużo mniejsza od długości rozchodzącej się w nim fali, wówczas pola elektryczne \mathbf{E}_i , \mathbf{D}_i w obszarze pojedynczej warstwy o przenikalności elektrycznej ε_i , gdzie $i = 1, 2$, oraz w zadanej chwili czasu są w przybliżeniu stałe. Ponadto zgodnie z warunkami ciągłości pól elektromagnetycznych na granicy ośrodków (2.16), (2.18), wartości składowych pól E_x oraz D_z są zachowane w obrębie całej komórki elementarnej:

$$E_{x_1} = E_{x_2} = E_x, \quad (5.2a)$$

$$D_{z_1} = D_{z_2} = D_z. \quad (5.2b)$$

Jednocześnie uśrednione po objętości składowe pól $\langle E_z \rangle$, $\langle D_x \rangle$ spełniają zależności [32]:

$$\langle E_z \rangle = f E_{z_1} + (1 - f) E_{z_2} = \varepsilon_0^{-1} [f \varepsilon_1^{-1} + (1 - f) \varepsilon_2^{-1}] D_z, \quad (5.3a)$$

$$\langle D_x \rangle = f D_{x_1} + (1 - f) D_{x_2} = \varepsilon_0 [f \varepsilon_1 + (1 - f) \varepsilon_2] E_x, \quad (5.3b)$$

w których f oraz $1 - f$ są współczynnikami wypełnienia struktury odpowiednio materiałami o przenikalności elektrycznej ε_1 oraz ε_2 , równymi, zgodnie z oznaczeniami na rys. 5.1, $f = d_1/a$ oraz $1 - f = d_2/a$, gdzie d_1, d_2 są grubościami poszczególnych warstw, natomiast $a = d_1 + d_2$ jest grubością pojedynczej komórki elementarnej. Stąd otrzymuje się wartości składowych tensora efektywnej przenikalności elektrycznej dla nanostruktury

wielowarstwowej w postaci:

$$\bar{\varepsilon}_{\text{eff}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\text{eff}_x} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\text{eff}_x} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\text{eff}_z} \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

gdzie

$$\varepsilon_{\text{eff}_x} = f\varepsilon_1 + (1-f)\varepsilon_2, \quad (5.5a)$$

$$\varepsilon_{\text{eff}_z} = (f\varepsilon_1^{-1} + (1-f)\varepsilon_2^{-1})^{-1}. \quad (5.5b)$$

Oznacza to, że w układzie złożonym z naprzemiennie ułożonych cienkich warstw wykonanych z różnych materiałów fala elektromagnetyczna rozchodzi się w taki sam sposób jak rozchodziłaby się w jednorodnym, jednoosiowym kryształ dwójłonnym o tensorze przenikalności elektrycznej opisanym zależnością (5.4), pod warunkiem, że grubości poszczególnych warstw są dostatecznie małe w porównaniu z długością tej fali. Zależności (5.5) dotyczą nanostruktur warstwowych wykonanych z dwóch różnych materiałów, mogą jednak w bezpośredni sposób zostać uogólnione na dowolną liczbę różnych materiałów składowych. Wówczas:

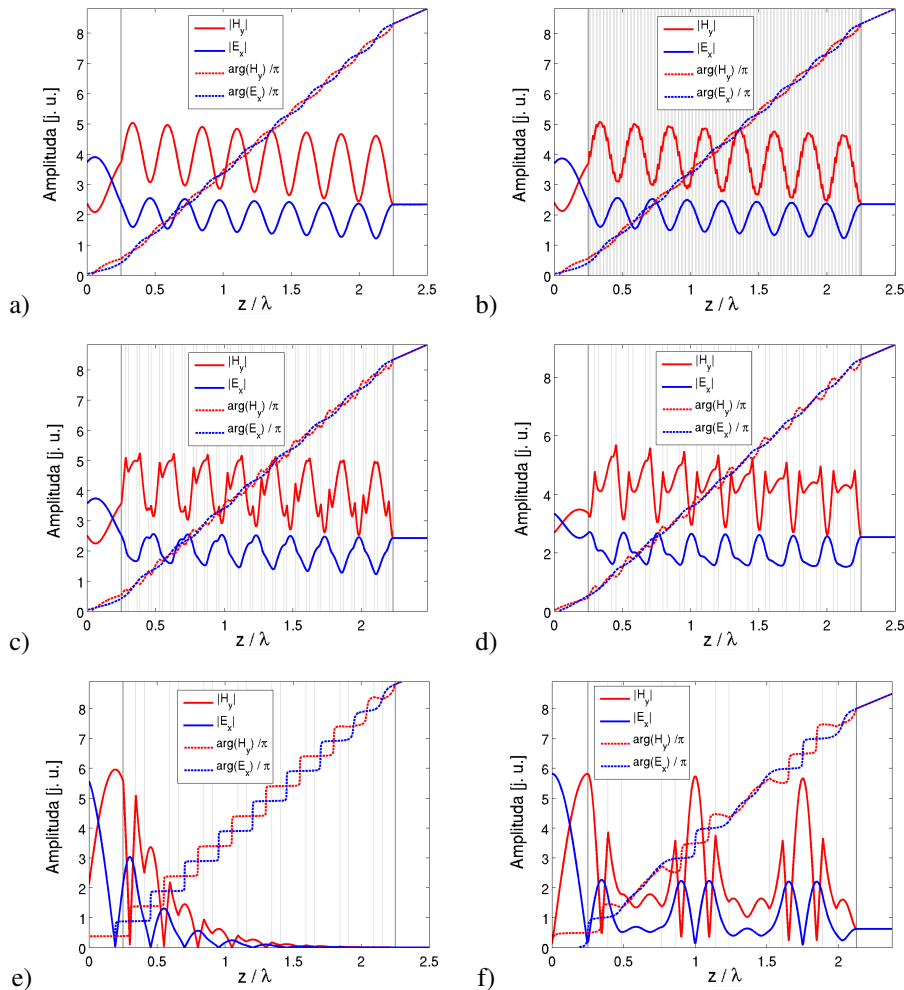
$$\varepsilon_{\text{eff}_x} = \sum_i f_i \varepsilon_i, \quad (5.6a)$$

$$\varepsilon_{\text{eff}_z} = \left(\sum_i f_i \varepsilon_i^{-1} \right)^{-1}, \quad (5.6b)$$

gdzie f_i jest współczynnikiem wypełnienia struktury materiałem o przenikalności elektrycznej ε_i oraz $\sum_i f_i = 1$.

Model ośrodka efektywnego znajduje zastosowanie zarówno w opisie nanostruktur-zowanych ośrodków periodycznych o rozmiarach komórki elementarnej bardzo małych w porównaniu z długością fali rozchodzącej się w strukturze, jak również do opisu mieszanin zawierających nanoinkluzyje o niejednorodnych kształtach i losowym rozmieszczeniu. W tej ostatniej sytuacji wartość efektywnej przenikalności elektrycznej nanostruktury jest często trudna do ustalenia. Przyjmuje się wówczas, że wartości $\varepsilon_{\text{eff}_x}$, $\varepsilon_{\text{eff}_z}$ opisane zależnościami (5.5) stanowią ograniczenia, odpowiednio górne i dolne, dla wartości efektywnej przenikalności elektrycznej opisującej nanostrukturę o danym rozkładzie geometrycznym niejednorodności.

Dla zilustrowania granic stosowalności modelu ośrodka efektywnego do opisu metaliczno-dielektrycznych nanostruktur warstwowych, na rys. 5.2 przedstawiono rozkłady amplitudy i fazy składowych pól elektromagnetycznych E_x , H_y dla fali elektromagnetycznej o długości $\lambda = 400 \text{ nm}$ rozchodzącej się wzdłuż osi z układu współrzędnych i padającej pod kątem prostym do powierzchni warstw na nanostrukturę



Rysunek 5.2. Rozkład amplitudy i fazy pola elektrycznego i pola magnetycznego płaskiej fali elektromagnetycznej o długości $\lambda = 400$ nm rozchodzącej się w kierunku osi z układu współrzędnych wewnątrz periodycznej nanostruktury wykonanej z naprzemiennie ułożonych warstw srebra i dwutlenku tytanu o współczynniku wypełnienia srebrem $f = 0.25$: **a)** w przybliżeniu ośrodka efektywnego oraz **b-f)** dla struktur o grubości komórki elementarnej równej odpowiednio: **b)** $a = 10$ nm $= \lambda/40$, **c)** $a = 33$ nm $\approx \lambda/12$, **d)** $a = 50$ nm $= \lambda/8$, **e)** $a = 100$ nm $= \lambda/4$, **f)** $a = 150$ nm $\approx \lambda/2.7$. Przenikalności elektryczne srebra i dwutlenku tytanu wynosiły odpowiednio: $\varepsilon_1 = -4.42 + 0.21i$ [11] oraz $\varepsilon_2 = 6.58$ [33]. Cienkimi popielatymi liniami oznaczono granice kolejnych warstw.

wykonaną z naprzemiennie ułożonych warstw srebra i dwutlenku tytanu o współczynniku wypełnienia srebrem $f = 0.25$. Wykres 5.2a) odpowiada nanostrukturze warstwowej modelowanej za pomocą przybliżenia ośrodka efektywnego, podczas gdy wykresy 5.2b-f) przedstawiają rzeczywiste rozkłady pól w nanostrukturach o różnych grubościach komórki

elementarnej zmieniającej się od $a = 10 \text{ nm} = \lambda/40$ (b) do $a = 150 \text{ nm} \approx \lambda/2.7$ (f) przy jednoczesnym zachowaniu stałej grubości całej nanostruktury równej $800 \text{ nm} = 2\lambda$. Rozkłady te zostały obliczone za pomocą metody macierzy przejścia (patrz Dodatek A).

Dla nanostruktury warstwowej o bardzo małej grubości komórki elementarnej $a \approx \lambda/40$ rozkład pól fali elektromagnetycznej uzyskany przy zastosowaniu modelu ośrodka efektywnego jest, zgodnie z oczekiwaniem, niemal identyczny z rozkładem pól otrzymanym na drodze bezpośredniej analizy propagacji fali w strukturze warstwowej. Struktury takie są jednak mało praktyczne ze względu na dużą technologiczną trudność wykonania ciągłych i jednorodnych warstw o tak małej grubości. Zwiększenie grubości komórki elementarnej powoduje wzrost odstępstwa rozkładu pól fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w nanostrukturze względem rozkładu przewidywanego przez model ośrodka efektywnego na skutek interferencji fal odbitych od granic poszczególnych warstw. Jeżeli wyrazić to odstępstwo poprzez średnie odchylenie kwadratowe rozkładu amplitud pól E_x, H_y w wielowarstwie względem rozkładu amplitud pól w odpowiadającym tej wielowarstwie ośrodku efektywnym, wówczas w przedstawionym na rys. 5.2 przypadku wynosi ono odpowiednio 1.5% dla nanostruktury o grubości komórki elementarnej $a = \lambda/40$, 7% przy grubości komórki elementarnej $a \approx \lambda/12$ oraz aż 20% przy grubości komórki elementarnej $a = \lambda/8$. W strukturach o grubości komórki elementarnej porównywalnej z długością fali, modelowanie wielowarstwy za pomocą modelu ośrodka efektywnego staje się bezzasadne. Przykładowo na wykresach 5.2e-f) przedstawiono rozkłady pól odpowiednio w sytuacji, gdy grubość warstwy dwutlenku tytanu zapewnia interferencyjne wygaszenie (e) oraz wzmocnienie (f) transmisji fali elektromagnetycznej przez strukturę warstwową. W obu przypadkach rozkłady zarówno amplitudy jak i fazy pól E_x, H_y są jakościowo różne od rozkładów uzyskiwanych w przybliżeniu ośrodka efektywnego.

W pozycji [31] granicę stosowalności modelu ośrodka efektywnego określono jako:

$$d < \lambda/2\pi, \quad (5.7)$$

gdzie d jest charakterystycznym rozmiarem niejednorodności występujących w rozważanej strukturze. Należy jednak mieć na uwadze, że długość fali wewnątrz warstw wykonanych z różnych materiałów jest różna i dla większości występujących w przyrodzie materiałów mniejsza niż długość fali o tej samej częstotliwości w próżni. Ponadto efektywna długość fali rozchodzącej się w nanostrukturze warstwowej, zwłaszcza zawierającej warstwy metaliczne, może być znacząco różna niż jej długość w każdym z ośrodków budujących wielowarstwę. Z tego względu warunek (5.7) pozwala jedynie na przybliżone oszacowanie granicy stosowalności modelu efektywnego do opisu nanostruktur warstwowych.

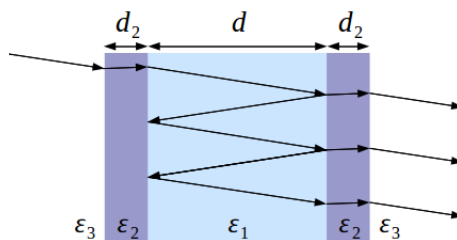
5.2. Rezonanse Fabry-Perot w metaliczno-dielektrycznych układach wielowarstwowych

Warunki interferencyjnego wzmocnienia oraz osłabienia transmisji fali elektromagnetycznej wewnątrz układu złożonego z pojedynczej warstwy materiału dielektrycznego o przenikalności elektrycznej ε_1 i grubości d otoczonej obustronnie przez ośrodek o przenikalności elektrycznej ε_2 przedstawiają zależności:

$$d_{\text{wzmocnienie}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_1} \left(\frac{m}{2} - \frac{\arg(r)}{2\pi} \right), \quad (5.8a)$$

$$d_{\text{osłabienie}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_1} \left(\frac{m - 0.5}{2} - \frac{\arg(r)}{2\pi} \right), \quad (5.8b)$$

gdzie $m = 1, 2, 3, \dots$ jest rzędem rezonansu, λ jest długością fali oświetlającej układ, θ_1 jest kątem zawartym pomiędzy kierunkiem rozchodzenia się fali wewnątrz warstwy o przenikalności elektrycznej ε_1 a normalną do jej powierzchni, natomiast r jest zespolonym amplitudowym współczynnikiem odbicia światła od powierzchni granicznej pomiędzy ośrodkami o przenikalnościach elektrycznych ε_1 i ε_2 . Jeżeli układ wykonany jest wyłącznie z ośrodków dielektrycznych o zerowej wartości części urojonej przenikalności elektrycznej, wówczas amplitudowy współczynnik odbicia r jest rzeczywisty i człony w zależnościach (5.8) zawierające $\arg(r)$ można pominąć.



Rysunek 5.3. Schemat pojedynczej wnęki rezonansowej Fabry-Perot otoczonej obustronnie cienkimi warstwami metalicznymi. Strzałkami zaznaczono kierunek rozchodzenia się płaskiej fali elektromagnetycznej wewnątrz wnęki.

Jeżeli powierzchnie warstwy dielektrycznej są dodatkowo pokryte cienkimi warstwami materiału odbijającego, przeważnie metalu, o grubości d_2 , jak schematycznie zilustrowano na rys. 5.3, wówczas amplitudowy współczynnik odbicia na granicy warstwy dielektrycznej oraz warstwy odbijającej opisany jest zależnością:

$$r = \frac{r_{12} + r_{23} e^{2ik_{z2} d_2}}{1 + r_{12} r_{23} e^{2ik_{z2} d_2}}, \quad (5.9)$$

gdzie r_{12} , r_{23} są odpowiednio amplitudowymi współczynnikami odbicia (patrz (2.47), (2.50)) na granicy ośrodków o przenikalnościach elektrycznych parami równych ε_1 i ε_2

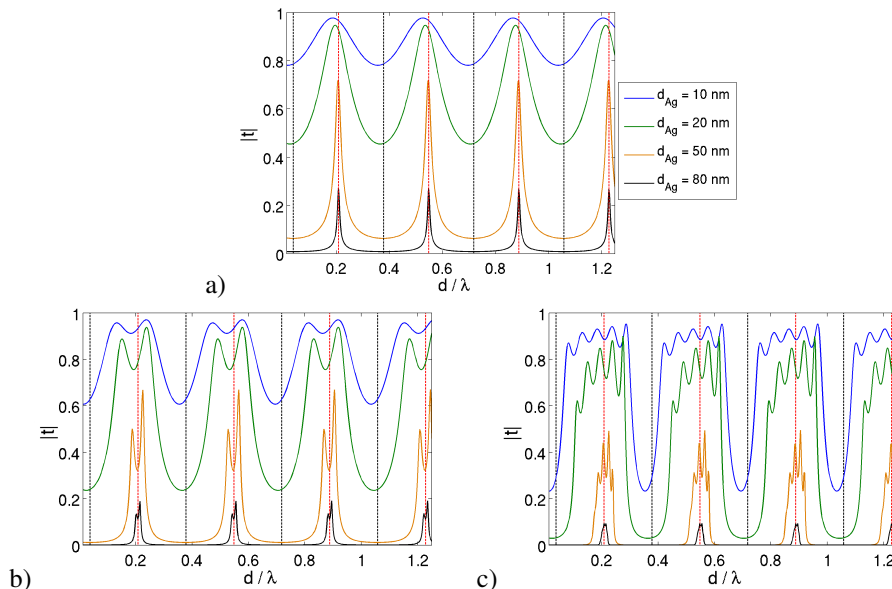
oraz ε_2 i ε_3 , natomiast k_{z_2} jest długością składowej wektora falowego wewnątrz warstwy odbijającej normalną do jej powierzchni.

Zgodnie z zależnością (5.9) warunki rezonansowego wzmocnienia i osłabienia transmisji fali elektromagnetycznej w układzie złożonym z pojedynczej warstwy dielektrycznej pokrytej obustronnie warstwami odbijającymi są również funkcją grubości warstw odbijających, o ile grubość ta jest dostatecznie mała.

Dla przykładu na wykresie 5.4a) przedstawiono moduł amplitudowego współczynnika transmisji fali elektromagnetycznej o długości $\lambda = 400$ nm dla układu zawierającego warstwę szkła o przenikalności elektrycznej $\varepsilon_1 = 2.16$ pokrytą obustronnie cienkimi warstwami srebra o przenikalności elektrycznej $\tilde{\varepsilon}_2 = -4.42 + 0.21i$ w funkcji grubości warstwy szklanej. Fala rozchodzi się w kierunku normalnym do powierzchni warstw tworzących układ. Poszczególne krzywe na wykresie odpowiadają różnym grubościom warstw srebra zmieniającym się w zakresie od 10 nm do 80 nm. Liniami przerywanymi oznaczono grubości warstwy dielektrycznej odpowiadające warunkom interferencyjnego wzmocnienia i osłabienia transmisji zgodnie z zależnościami (5.8) przy założeniu, że grubość warstw srebra jest nieskończona.

Na wykresie widać, że zmiana grubości warstw odbijających skutkuje przesunięciem położenia maksimów i minimów transmisji fali przez układ względem położenia odpowiadających wzmocnieniu i osłabieniu transmisji w układzie zawierającym nieskończenie grube warstwy srebra. Przesunięcie to jest tym większe, im mniejsza jest grubość warstw odbijających. Dla grubych warstw odbijających staje się ono pomijalnie małe. W przedstawionym przykładzie dla warstw srebra o grubości $d_{Ag} = 80$ nm przesunięcie to nie przekracza 0.1 nm. Ponadto zwiększenie grubości warstw odbijających powoduje znaczące osłabienie transmisji fali przez układ na skutek zwiększenia absorpcji w warstwach metalicznych. W efekcie współczynnik transmisji staje się bliski zera, o ile grubość warstwy dielektrycznej nie spełnia warunku interferencyjnego wzmocnienia transmisji (5.8a), oraz różny od zera jedynie wówczas, gdy grubość warstwy dielektrycznej jest bardzo bliska temu warunkowi.

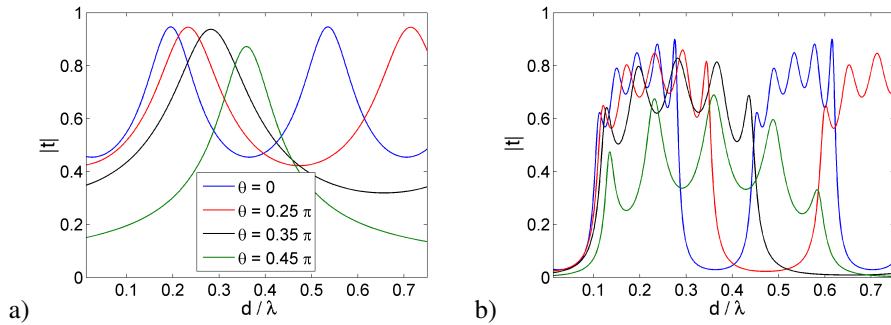
Periodyczna struktura wielowarstwowa złożona z naprzemiennie ułożonych warstw metalu i dielektryka, może być postrzegana jako układ sprzężonych wnek rezonansowych Fabry-Perot, w którym dla wybranych grubości warstw dielektrycznych następuje interferencyjne wzmocnienie lub osłabienie transmisji fali elektromagnetycznej o zadanej częstotliwości. Warunek określający grubość warstw dielektrycznych, pozwalającą na uzyskanie wzmocnienia transmisji, w ogólności może odbiegać od warunku sformułowanego dla pojedynczej warstwy (5.8a). Dzieje się tak na skutek wzajemnego oddziaływania modów rozchodzących się w poszczególnych warstwach dielektrycznych. W szczególności rezonansowa transmisja może zachodzić dla kilku różnych grubości warstw dielektrycznych, nieznacznie różniących się od grubości odpowiadającej rezonansowi w pojedynczej warstwie. W efekcie w układach złożonych z wielu warstw dielektryka i metalu obserwowane są szerokie pasma dopuszczalnych grubości warstw dielektrycznych umożliwiających wzmocnienie transmisji fali o zadanej częstotliwości przez



Rysunek 5.4. Moduł amplitudowego współczynnika transmisji t dla fali o długości $\lambda = 400$ nm rozchodzącej się w metaliczno-dielektrycznym układzie warstwowym w funkcji grubości warstw dielektrycznych d . Struktura zawiera: **a)** pojedynczą warstwę SiO_2 , **b)** 2 warstwy SiO_2 równej grubości, **c)** 5 warstw SiO_2 jednakowej grubości rozdzielone cienkimi warstwami srebra o przenikalności elektrycznej $\varepsilon_{Ag} = -4.42 + 0.21i$ [11] i grubościach zmieniających się od 10 nm do 80 nm. Jednakowe kolory krzywych na wszystkich wykresach odpowiadają takim samym grubościom warstw srebra. Przerywanymi liniami koloru czerwonego i czarnego oznaczono grubości warstw SiO_2 , przy których zgodnie z zależnościami (5.8) następuje odpowiednio interferencyjne wzmocnienie i osłabienie transmisji dla pojedynczej warstwy SiO_2 otoczonej nieskończenie grubymi warstwami srebra.

strukturę. Jednocześnie dla grubości warstw dielektrycznych bliskich wartości spełniającej warunek interferencyjnego osłabienia (5.8b), współczynnik transmisji jest bardzo bliski zera i struktura staje się nieprzezroczysta. Szczegółową analizę teoretyczną struktury modowej układu dwóch sprzężonych wnek rezonansowych Fabry-Perot można znaleźć w pracy [34].

Na wykresach 5.4b-c) zilustrowano przykładowe wartości modułu amplitudowego współczynnika transmisji fali o długości $\lambda = 400$ nm w funkcji grubości warstw dielektrycznych dla układu zawierającego odpowiednio dwie (b) oraz pięć (c) warstw wykonanych ze szkła i odseparowanych od siebie warstwami srebra o grubościach z zakresu od 10 nm do 80 nm. W układach zawierających bardzo cienkie warstwy srebra, a tym samym charakteryzujących się niewielką absorpcją, obserwowane jest silne poszerzenie zakresu dopuszczalnych grubości warstw dielektrycznych, dla których transmisja fali przez strukturę ulega wzmocnieniu.



Rysunek 5.5. Moduł amplitudowego współczynnika transmisji t w funkcji grubości warstw dielektrycznych d dla fali o długości $\lambda = 400$ nm rozchodzącej się w układzie zawierającym: **a)** pojedynczą warstwę SiO_2 pokrytą obustronnie warstwami srebra o grubości 20 nm, **b)** 5 warstw SiO_2 jednakowej grubości, oddzielonych warstwami srebra o grubości 20 nm. Poszczególne krzywe odpowiadają różnym kątom propagacji fali wewnątrz warstw dielektrycznych. Jednakowe kolory na obu wykresach odpowiadają tym samym kątom propagacji.

Poszerzenie zakresu dopuszczalnych grubości warstw dielektrycznych umożliwiających wzmocnienie transmisji fali w układzie wielowarstwowym ma istotny wpływ na kształt funkcji przenoszenia danego układu. Dzięki temu zjawisku możliwe jest uzyskanie jednoczesnej rezonansowej transmisji dla fal rozchodzących się w strukturze pod różnymi kątami, a tym samym przebywających różne drogi optyczne. Jest to ważne zagadnienie z punktu widzenia projektowania struktur obrazujących z wysoką rozdzielczością, których działanie opiera się na wysokiej transmisji fal w szerokim zakresie częstości przestrzennych. Jednocześnie należy zaznaczyć, że warunki interferencyjnego wzmocnienia transmisji fal we wnękach rezonansowych dotyczą fal jednorodnych. Za wzmocnienie transmisji fal niejednorodnych odpowiadają w głównej mierze mody plazmonowo-polarytonowe wzbudzone na powierzchniach granicznych metalu i dielektryka.

Przykładową zależność amplitudowego współczynnika transmisji fali przez wielowarstwę w funkcji grubości warstw dielektrycznych oraz dla różnych kątów rozchodzenia się fali wewnątrz tych warstw przedstawiono na rys. 5.5. Wykresy 5.5a-b) odnoszą się odpowiednio do transmisji fali przez układ zawierający pojedynczą warstwę szkła otoczoną dwoma cienkimi warstwami srebra oraz układ pięciu warstw szkła rozdzielonych warstwami srebra. W przypadku pojedynczej warstwy dielektrycznej maksima transmisji odpowiadające falom rozchodzącym się w strukturze pod różnymi kątami są względem siebie silnie przesunięte, przez co uzyskanie wysokiego współczynnika transmisji jest możliwe wyłącznie dla fal z wąskiego zakresu kątów propagacji. W układzie wielowarstwowym, dzięki poszerzeniu zakresu dopuszczalnych grubości warstw dielektrycznych umożliwiających wzmocnienie transmisji fali przez strukturę, możliwy jest taki wybór

grubości tych warstw, dla którego uzyskuje się jednoczesne wzmocnienie transmisji fal z szerokiego zakresu częstości przestrzennych.

5.3. Model jednowymiarowego kryształu fonicznego

Jednowymiarowym kryształem fonicznym nazywana jest nieskończona struktura, której współczynnik załamania, a tym samym również przenikalność elektryczna, zmienia się periodycznie w jednym wyróżnionym kierunku. Dalej przyjmuje się, że kierunek ten jest zgodny z kierunkiem osi z układu współrzędnych. Jeżeli przez a oznaczyć przestrzenny okres rozkładu współczynnika załamania n w strukturze, wówczas rozkład ten spełnia zależność:

$$n(z + a) = n(z). \quad (5.10)$$

Tak zdefiniowany układ jest niezmienniczy ze względu na przesunięcia w płaszczyźnie xy układu współrzędnych o dowolnie wybrany wektor, a także ze względu na przesunięcia w kierunku osi z o wielokrotność okresu struktury a . Jeżeli struktura wykonana jest wyłącznie z dielektryków o $\Im(n) = 0$, również rozkłady pól \mathbf{E} , \mathbf{H} fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w tej strukturze charakteryzują się niezmienniczością ze względu na przesunięcie wzdłuż osi z o wielokrotność okresu struktury a z dokładnością do czynnika określającego zmianę fazy fali. Mody spełniające wyrażoną powyżej zasadę określane są mianem modów Blocha i opisane są równaniem [35]:

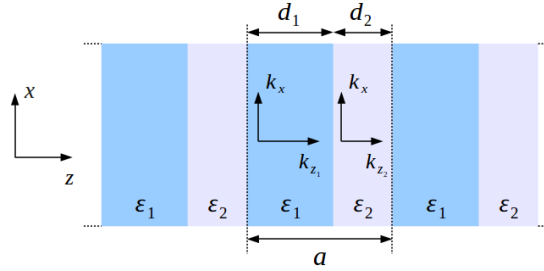
$$U(z) = p_a(z) \exp(iKz), \quad (5.11)$$

gdzie U oznacza dowolną spośród składowych pól \mathbf{E} , \mathbf{H} leżącą w płaszczyźnie xy układu współrzędnych, p_a jest funkcją okresową o okresie równym okresowi rozkładu współczynnika załamania w strukturze a , natomiast K jest długością wektora falowego Blocha. Wartości wektorów falowych Blocha wszystkich wzajemnie rozróżnialnych modów rozchodzących się w danej strukturze mieszczą się w zakresie $-\pi/a \leq K \leq \pi/a$ nazywanym pierwszą strefą Brillouina.

W przypadku struktur periodycznych zawierających metale lub inne ośrodki absorbujące promieniowanie elektromagnetyczne, o ile rozmiary geometryczne tych struktur są skończone, wprowadza się uogólniony zespolony wektor falowy Blocha. Wówczas rozkład amplitud pól \mathbf{E} , \mathbf{H} w strukturze przy przesunięciu układu współrzędnych wzdłuż osi z o wielokrotność okresu struktury a nie jest zachowany, ale zmienia się o czynnik $e^{-maK''}$, gdzie $m = 1, 2, 3, \dots$, natomiast K'' jest częścią urojoną zespolonej liczby falowej Blocha $\tilde{K} = K' + iK''$. W dalszej części tego rozdziału zostanie pokazane, że w szczególnych sytuacjach opis rozchodzenia się fali w strukturze periodycznej o skończonych rozmiarach za pomocą modów Blocha jest dopuszczalny.

Należy jednak zaznaczyć, że mody Blocha znajdują praktyczne zastosowanie w opisie rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w strukturze periodycznej wyłącznie wtedy, gdy grubość komórki elementarnej struktury a jest porównywalna co do rzędu wielkości z

długością fali (2.27) rozchodzącej się w ośrodkach, z których struktura została wykonana. W przeciwnym wypadku, gdy $a \ll \lambda$, fala rozchodząca się w układzie nie „czuje” jego struktury, a jedynie uśrednione wartości przenikalności elektrycznej i współczynnika załamania, i jej rozkład jest zbliżony do rozkładu w jednorodnym ośrodku efektywnym (patrz rozdz. 5.1).



Rysunek 5.6. Nieskończona periodyczna nanostruktura warstwowa złożona z warstw wykonanych z dwóch różnych materiałów - schemat oznaczeń.

Model Blocha dla jednowymiarowych kryształów fonicznych może być wykorzystywany do modelowania periodycznych nanoukładów warstwowych. Na rys. 5.6 przedstawiono schemat nieskończonego układu periodycznego, złożonego z naprzemiennie ułożonych warstw wykonanych z dwóch różnych materiałów o przenikalnościach elektrycznych ε_i i grubościach d_i dla $i = 1, 2$ oraz grubości komórki elementarnej a . Równanie dyspersyjne, łączące długość wektora falowego Blocha K z częstotliwością modu Blocha ω w takim układzie, przyjmuje postać odpowiednio dla modu o polaryzacji TM [36]:

$$\cos(Ka) = \cos(k_{z_1}d_1)\cos(k_{z_2}d_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_1 k_{z_2}}{\varepsilon_2 k_{z_1}} + \frac{\varepsilon_2 k_{z_1}}{\varepsilon_1 k_{z_2}} \right) \sin(k_{z_1}d_1)\sin(k_{z_2}d_2) \quad (5.12)$$

oraz dla modu o polaryzacji TE :

$$\cos(Ka) = \cos(k_{z_1}d_1)\cos(k_{z_2}d_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{z_2}}{k_{z_1}} + \frac{k_{z_1}}{k_{z_2}} \right) \sin(k_{z_1}d_1)\sin(k_{z_2}d_2). \quad (5.13)$$

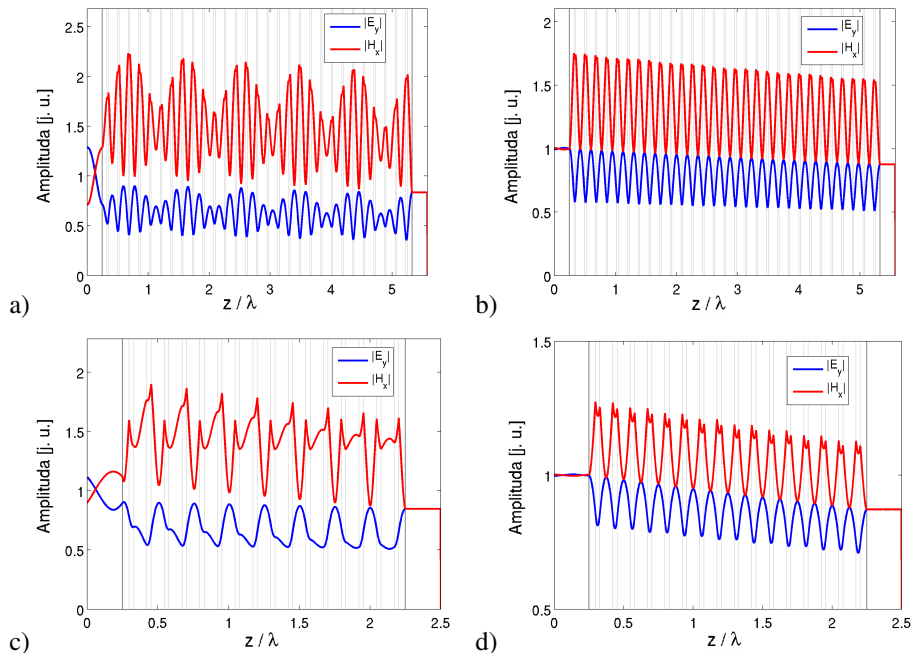
W powyższych równaniach

$$k_{z_i} = \sqrt{\varepsilon_i \omega^2 / c^2 - k_x^2}, \quad (5.14)$$

jest długością składowej wektora falowego prostopadłej do powierzchni warstw w obszarze i -tej warstwy, natomiast k_x jest składową wektora falowego równoległą do powierzchni warstw.

Równania (5.12), (5.13) otrzymuje się poprzez rozwiązanie elektromagnetycznych warunków brzegowych (2.18), (2.19) na granicach kolejnych warstw dla składowych pól \mathbf{E} , \mathbf{H} równoległych do powierzchni granicznych, dla modów Blocha o postaci (5.11).

W praktyce wymiary geometryczne nanostruktur zawsze są skończone, a często liczba



Rysunek 5.7. Rozkład amplitudy pola elektrycznego i pola magnetycznego płaskiej fali elektromagnetycznej o długości $\lambda = 400$ nm rozchodzącej się prostopadle do powierzchni warstw w periodycznej nanostrukturze wykonanej z naprzemiennie ułożonych warstw srebra ($\varepsilon_1 = -4.42 + 0.21i$) i dwutlenku tytanu ($\varepsilon_2 = 6.58$). Całkowita grubość struktury wynosi odpowiednio: 5λ (a-b), 2λ (c-d). Grubość komórki elementarnej a oraz współczynnik wypełnienia srebrem f wynoszą odpowiednio: $a = 70$ nm, $f = 0.15$ (a-b) oraz $a = 50$ nm, $f = 0.25$ (c-d). Wielowarstwa jest obustronnie otoczona przez: powietrze (a, c) lub materiał zapewniający brak odbić od granic wielowarstwy o przenikalności elektrycznej odpowiednio $\varepsilon = 1.95$ (b) oraz $\varepsilon = 2.58$ (d). Cienkimi popielatymi liniami oznaczono granice kolejnych warstw.

warstw w nanoukładach wielowarstwowych jest dodatkowo ograniczona możliwościami technologicznymi. W takiej sytuacji rozkład pól elektromagnetycznych wewnątrz nanoukładu nie jest ściśle opisywany równaniem Blocha (5.11), ale ulega zaburzeniu na skutek odbić fali od granic struktury. Na rys. 5.7 przedstawiono rozkłady amplitud pól H_y , E_x fali rozchodzącej się wzdłuż osi z układu współrzędnych w kierunku prostopadłym do powierzchni warstw w kilku wybranych periodycznych nanostrukturach warstwowych o skończonej grubości, złożonych z warstw srebra i dwutlenku tytanu. Wykres 5.7a) odpowiada nanostrukturze o grubości równej 5 długościom fali (w próżni) i zawierającej 29 komórek elementarnych o grubości $a = 70$ nm oraz współczynnika wypełnienia srebrem $f = 0.15$. Struktura jest obustronnie otoczona przez powietrze o przenikalności elektrycznej $\varepsilon = 1$. Rozkład amplitudy pól elektromagnetycznych w strukturze stanowi superpozycję modu Blocha dla nieskończonej struktury periodycznej oraz obwiedni

będącej wynikiem interferencji fal odbitych od granic struktury. Jeżeli struktura zostanie otoczona przez ośrodek o przenikalności elektrycznej zapewniającej całkowitą eliminację odbić od granic układu, wówczas rozkład pól fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w tym układzie jest identyczny z modelem Blocha (5.11). Sytuację taką przedstawiono na wykresie 5.7b), gdzie przenikalność elektryczna ośrodka otaczającego strukturę wielowarstwową wynosi $\varepsilon = 1.95$ i jest zbliżona do przenikalności elektrycznej fluorku magnezu dla zadanej długości fali $\lambda = 400$ nm.

Przedstawiony przykład ilustruje, że model Blocha dla jednowymiarowych kryształów fonicznych może być stosowany do modelowania rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w skończonych nanoukładach wielowarstwowych jeżeli odbicia od granic struktury są dostatecznie małe. W szczególności, gdy układ jest złożony z cienkich warstw, których grubość jest bliska górnej granicy warunków stosowalności modelu ośrodka efektywnego (5.7), redukcja odbić fali elektromagnetycznej od granic struktury może spowodować jakościową zmianę rozkładu pól elektromagnetycznych w tym układzie. Przykład takiej zmiany został przedstawiony na wykresach 5.7c-d) ilustrujących rozkład amplitudy pól elektromagnetycznych w strukturze periodycznej zawierającej 16 komórek elementarnych o grubości $a = 50$ nm i współczynnika wypełnienia srebrem $f = 0.25$ oraz otoczonej obustronnie odpowiednio przez powietrze (c) lub ośrodek o przenikalności elektrycznej $\varepsilon = 2.58$ zapewniającej całkowitą eliminację odbić od powierzchni granicznych (d). W pierwszej sytuacji rozkład pól elektromagnetycznych w strukturze przypomina rozkład w odpowiadającym jej jednorodnym ośrodku efektywnym (dla porównania patrz rys. 5.2a,d), gdzie dominująca częstotliwość modulacji amplitudy pól E_y , H_x związana jest efektywnymi właściwościami struktury. W drugim przypadku fala elektromagnetyczna rozchodzi się w układzie zgodnie z modelem Blocha (5.11) dla nieskończonych struktur periodycznych, natomiast częstość modulacji amplitudy pól elektromagnetycznych jest ściśle związana z periodycznością struktury.

Rozdział 6

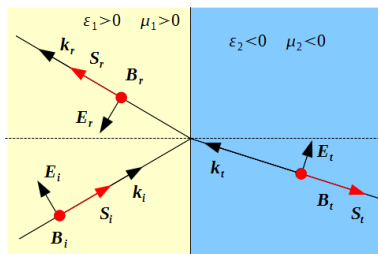
Doskonała soczewka płaska

W niniejszym rozdziale przedstawiono podstawy działania nadrozdzielczych planarnych układów obrazujących. Omówiono zjawisko ujemnego załamania światła zachodzące na granicach ośrodków o jednocześnie przeciwnych znakach przenikalności elektrycznej i magnetycznej, a także w układach zawierających cienkie warstwy metaliczne, i przedstawiono znaczenie tego zjawiska dla możliwości obrazowania w bliskim polu obiektów o podfalowych rozmiarach. Ponadto omówiono wybrane prace teoretyczne i eksperymentalne dotyczące obrazowania z podfalową rozdzielczością za pomocą układów planarnych.

6.1. Soczewka płaska z metamateriału o ujemnej przenikalności elektrycznej i magnetycznej

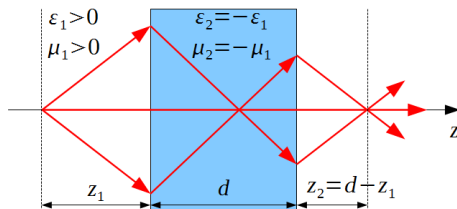
W 1968 r. V. Veselago przeprowadził szczegółową analizę rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w hipotetycznym jednorodnym, izotropowym i liniowym ośrodku materialnym, charakteryzującym się jednocześnie ujemnymi wartościami przenikalności elektrycznej i magnetycznej [37]. Pokazał on, że monochromatyczna fala płaska rozchodząca się w tym ośrodku posiada niespotykane w przyrodzie właściwości. W szczególności, zgodnie z zależnościami (2.30) oraz (2.43), wektor falowy oraz wektor Poyntinga tej fali przyjmują przeciwne zwroty, a zatem kierunek propagacji frontów fazowych fali w ośrodku jest przeciwny do kierunku rozchodzenia się energii. Ponadto Veselago pokazał, że jeśli płaska fala elektromagnetyczna ulega załamaniu na granicy dwóch ośrodków, z których jeden charakteryzuje się dodatnimi, natomiast drugi - ujemnymi wartościami ϵ i μ , wówczas spełnienie warunków ciągłości składowych pól elektromagnetycznych na granicy ośrodków wymaga, aby fala uległa ujemnemu załamaniu, to jest fala załamana i fala padająca leżały po tej samej stronie normalnej do powierzchni rozdzielającej ośrodki. Schematycznie załamanie płaskiej fali elektromagnetycznej o polaryzacji TM na granicy ośrodków o przeciwnych znakach przenikalności elektrycznej i magnetycznej przedstawiono na rys. 6.1.

Zjawisko ujemnego załamania światła otwiera nowe możliwości w optyce. W szczególności umożliwiła konstruowanie planarnych układów obrazujących. Szczególnym, rozpatrywanym teoretycznie przypadkiem takiego układu jest płaska płytka wykonana z



Rysunek 6.1. Ujemne załamanie fali płaskiej o polaryzacji TM na granicy dwóch ośrodków o przeciwnych znakach przenikalności elektrycznej ε i magnetycznej μ . Indeksy i, r, t odnoszą się odpowiednio do fali padającej na granicę ośrodków, fali odbitej oraz fali załamanej.

materiału o przenikalnościach elektrycznej ε_2 i magnetycznej μ_2 przeciwnego znaku, lecz równych co do wartości bezwzględnej przenikalności elektrycznej i magnetycznej ośrodka otaczającego płytkę (na przykład $\varepsilon_2 = \mu_2 = -1$ dla płytki umieszczonej w powietrzu). Schemat takiego układu przedstawiono na rys. 6.2. Układ ten pozwala na bezaberracyjne obrazowanie przedmiotów położonych w odległości $z_1 < d$ od powierzchni płytki, gdzie d jest grubością płytki. Ponadto współczynnik odbicia światła od powierzchni płytki, zgodnie z zależnościami (2.47a), (2.50a), jest równy zero niezależnie od kąta padania fali na płytkę ani jej polaryzacji. Należy dodać, że planarny układ obrazujący nie jest w ścisłym sensie soczewką, gdyż nie umożliwia ogniskowania skolimowanej wiązki świetlnej, a jedynie obrazowanie obiektów położonych w skończonej odległości od płytki.



Rysunek 6.2. Obrazowanie za pomocą planarnej płytki wykonanej z materiału o ujemnych wartościach przenikalności elektrycznej i magnetycznej.

Pomimo iż w naturze nie występują jednorodne materiały o ujemnych wartościach przenikalności magnetycznej, od czasu publikacji pracy Veselago pojawiło się wiele koncepcji metamateriałów (to jest nanostruktur o rozmiarach komórki elementarnej znacznie mniejszych od długości rozchodzącej się w nich fali) posiadających jednocześnie ujemne wartości efektywnej przenikalności elektrycznej i magnetycznej dla wybranego wąskiego zakresu częstotliwości promieniowania elektromagnetycznego. W szczególności zaproponowano konstrukcje metamateriałów o ujemnych wartościach efektywnej przenikalności elektrycznej i magnetycznej dla mikrofal [21–25], promieniowania o

częstotliwościach terahercowych [30] oraz podczerwieni i światła widzialnego [26–29, 38, 39]

6.2. Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą cienkiej warstwy metalicznej

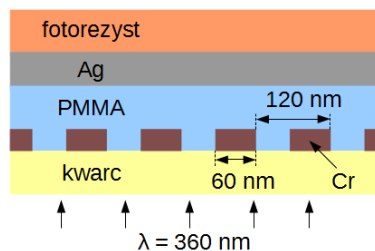
W 2000 r. J. B. Pendry zauważył, że płaska płytką wykonana z metamateriału o przenikalnościach elektrycznej i magnetycznej $\varepsilon = \mu = -1$ oraz otoczona powietrzem pozwala nie tylko na tworzenie bezberracyjnego obrazu przedmiotu położonego w niewielkiej odległości od płytki, ale również charakteryzuje się podfalową zdolnością rozdzielczą. W swojej pracy [40] wykazał on, że amplitudowy współczynnik transmisji dla dowolnej jednorodnej lub niejednorodnej monochromatycznej fali płaskiej padającej na powierzchnię płytki jest równy:

$$t(k_x, k_y) = \exp(-ik_z d), \quad (6.1)$$

gdzie d jest grubością płytki, $k_z = \sqrt{\omega^2 c^{-2} - k_x^2 - k_y^2}$ jest składową wektora falowego fali padającej na powierzchnię płytki normalną do tej powierzchni, natomiast k_x, k_y są składowymi wektora falowego stycznymi do powierzchni płytki.

Zgodnie z zależnością (6.1), faza dowolnej jednorodnej fali płaskiej w wyniku oddziaływania tej fali z płytką jest kompensowana i w płaszczyźnie obrazu, oddalonej od płytki o $z_2 = d - z_1$ (oznaczenia zgodne z rys. 6.2), jej rozkład jest identyczny z rozkładem fazy w płaszczyźnie przedmiotu. Jenocześnie dla padającej na płytkę fali zanikającej, amplituda tej fali ulega wzmocnieniu i w płaszczyźnie obrazu jest równa amplitudzie fali przedmiotowej. Konsekwencją tego zjawiska jest możliwość przeniesienia przez płytkę z płaszczyzny przedmiotu do płaszczyzny obrazu wszystkich składowych widma przestrzennego dowolnego rozkładu pól elektromagnetycznych z zachowaniem ich początkowych wartości fazy i amplitudy. Oznacza to, że rozpatrywana płytką pozwala na obrazowanie przedmiotów z dowolnie dużą rozdzielczością, ograniczoną jedynie aspektami technicznymi, takimi jak skończona apertura płytki, niejenorodność jej grubości lub szorstkość powierzchni.

W dalszej części swojej pracy Pendry pokazał, że w przybliżeniu statycznym, gdy wymiary geometryczne płytki są małe w porównaniu z długością rozchodzącej w niej fali, zależność (6.1) jest spełniona również wtedy, gdy tylko jedna spośród wielkości ε, μ jest równa -1 (odpowiednio dla światła o polaryzacji TM lub TE), podczas gdy druga przyjmuje dowolną wartość. Powyższe stwierdzenie ma fundamentalne znaczenie dla konstrukcji planarnych układów obrazujących w bliskim polu. Otwiera ono drogę do wykorzystania cienkich warstw metalicznych w charakterze takich układów, gdyż większość metali w zakresie widzialnym oraz ultrafiolecie charakteryzuje się ujemną wartością części rzeczywistej przenikalności elektrycznej i możliwy jest wybór takiej długości fali, dla której $\Re(\varepsilon) = -1$. Jednocześnie zdolność rozdzielcza



Rysunek 6.3. Schemat układu doświadczenia przedstawionym w pracy [42].

metalicznej soczewki płaskiej jest dodatkowo ograniczona różną od zera wartością części urojonej przenikalności elektrycznej metali w tym zakresie. Stąd istotny jest wybór metalu charakteryzującego się niewielkimi stratami związanymi z przewodnictwem elektrycznym, na przykład srebra lub złota.

Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą cienkiej warstwy srebra zostało potwierdzone w kilku pracach eksperymentalnych. W pracy [41] pokazano, że warstwa srebra o grubości 50 nm wzmacnia transmisję fal zanikających w widmie przestrzennym fali padającej na tę warstwę, będącej wynikiem rozpraszania wiązki świetlnej na nierównościach powierzchni warstwy metalicznej o podfalowych rozmiarach geometrycznych. W eksperymencie [42] w charakterze obrazowanego przedmiotu wykorzystano maskę amplitudową w postaci periodycznej siatki prostokątnych szczelin wykonanych w cienkiej warstwie chromu. Maskę tę oddzielono od warstwy srebra o grubości 35 nm, pełniącej rolę układu obrazującego, dodatkową warstwą polimetakrylanu metylu (PMMA) o grubości 40 nm. Schemat układu doświadczenia został zilustrowany na rys. 6.3. W charakterze detektora wykorzystano fotorezyst wrażliwy na promieniowanie elektromagnetyczne o długości fali $\lambda = 360 \text{ nm}$, który po naświetleniu próbki został wywołany, natomiast zarejestrowane zmiany jego topografii zmierzono za pomocą mikroskopu sił atomowych (AFM). Eksperyment wykazał, że za pomocą cienkiej warstwy srebra możliwe jest obrazowanie obiektów o podfalowych rozmiarach geometrycznych. Szerokość pojedynczego okresu zobrazowanej siatki periodycznej była równa 120 nm, natomiast szerokość pojedynczej szczeliny wynosiła 60 nm, co stanowi 1/6 długości fali użytej do obrazowania. W podobnym eksperymencie [43], za pomocą warstwy srebra o grubości 50 nm oddzielonej dodatkowo od fotorezystu cienką warstwą SiO_2 o grubości 10 nm, autorzy uzyskali rozróżnialny obraz periodycznej siatki amplitudowej o okresie 145 nm dla fali o długości 365 nm.

W pracy [44] pokazano, że wyższą zdolność rozdzielczą można uzyskać poprzez zmniejszenie nierówności powierzchni warstwy srebra. Autorzy przygotowali warstwę srebra o grubości 15 nm oraz średnim odchyleniu kwadratowym (RMS) topografii powierzchni tej warstwy równym 0.8 nm, oddzieloną od podłoża dodatkową warstwą zwilżającą wykonaną z germanu o grubości około 1 nm. W swojej pracy pokazali oni,

że zaproponowany układ pozwala na ostre obrazowanie periodycznej siatki amplitudowej o okresie 60 nm i szerokości szczelin równej 30 nm za pomocą fali o długości 380 nm.

6.3. Płaskie soczewki wielowarstwowe

Wadą układu obrazującego wykonanego z pojedynczej warstwy metalicznej jest wysoka wartość współczynnika odbicia oraz silna dyssypacja energii w metalu, które powodują, że transmisja światła przez układ jest niska i maleje wykładniczo wraz ze wzrostem grubości warstwy metalicznej. Przykładowo natężeniowy współczynnik transmisji dla fali o długości 360 nm przez warstwę srebra o grubości 50 nm jest równy 20%, ale dla warstwy srebra o grubości 100 nm wynosi on zaledwie 1.5%. Ponadto zdolność rozdzielcza warstwy metalicznej silnie zależy od długości fali i obrazowanie nadrozdzielcze możliwe jest najczęściej wyłącznie dla fal z wąskiego zakresu widmowego.

Rozwiązaniem powyższych problemów jest zastosowanie większej liczby cienkich warstw metalicznych rozdzielonych warstwami dielektrycznymi. W pracy [45] pokazano, że wielowarstwowe struktury metaliczno-dielektryczne mogą charakteryzować się wysoką wartością współczynnika transmisji (rzędu kilkudziesięciu procent) nawet wówczas, gdy łączna grubość warstw metalicznych jest kilkadziesiąt razy większa niż głębokość wnikania fali o zadanej długości do litego metalu. Pokazano również, że zmieniając grubości warstw metalicznych i dielektrycznych można uzyskać wysoką wartość współczynnika transmisji dla fal o różnych długościach, co umożliwi wykorzystanie rozważanych struktur w charakterze selektywnych filtrów widmowych.

Jednocześnie w pracy [46] autorzy wykazali, że jeżeli składowe tensora efektywnej przenikalności elektrycznej metaliczno-dielektrycznej struktury warstwowej charakteryzują się przeciwnymi znakami, wówczas fale zanikające z szerokiego zakresu widma przestrzennego fali padającej na strukturę rozchodzą się wewnątrz wielowarstwy w postaci fal jednorodnych. Dzięki temu składowe te są przenoszone przez strukturę do płaszczyzny obrazowej, co stwarza potencjalną możliwość zastosowania proponowanych struktur do obrazowania z podfalową rozdzielczością. W artykule [47] pokazano ponadto, że poprawę zdolności rozdzielczej struktur wielowarstwowych można uzyskać w drodze kompensacji strat związanych z przewodnictwem elektrycznym metalu poprzez zastąpienie warstw dielektrycznych warstwami wykonanymi z ośrodka wzmacniającego, to jest charakteryzującego się ujemną wartością części urojonej przenikalności elektrycznej ($\epsilon'' < 0$).

Odmianą koncepcję realizacji metaliczno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej do obrazowania z podfalową rozdzielczością zaproponowano w pracy [48]. Autorzy wybrali grubość warstw dielektrycznych w taki sposób, aby spełniała ona warunek Fabry-Perot (5.8a) na rezonansową transmisję fali rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw. Pomimo znaczącej grubości warstw, umożliwiającej rozchodzenie się wewnątrz struktury wyłącznie tych składowych zanikających w widmie przestrzennym fali padającej, które wewnątrz warstw dielektrycznych rozchodzą się jako fale jednorodne, autorzy pokazali, że struktura pozwala na obrazowanie obiektów mniejszych niż promień

dysku Airy’ego (3.15) i jednocześnie charakteryzuje się współczynnikiem transmisji o wartości przekraczającej 50%.

W pracach [49, 50] zasygnalizowano, że w metaliczno-dielektrycznych strukturach wielowarstwowych transmisja fal zanikających przez wielowarstwę jest możliwa dzięki wzbudzeniu sprzężonych modów powierzchniowych na powierzchniach rozgraniczających warstwy o przeciwnych znakach przenikalności elektrycznej. W pracy [50] pokazano ponadto, że transmisja fal zanikających nie jest warunkiem wystarczającym do uzyskania nadrozdzielczego obrazowania. Istotna jest również kompensacja dyfrakcji wiązki świetlnej, która możliwa jest wówczas, gdy funkcja przenoszenia struktury wielowarstwowej charakteryzuje się płaską charakterystyką fazową (to jest zależnością argumentu zespolonego amplitudowego współczynnika transmisji w funkcji częstości przestrzennych) dla zakresu widma przestrzennego odpowiadającego falam jednorodnym.

W artykule [51] autorzy zwrócili uwagę, że kompensację dyfrakcji monochromatycznej fali elektromagnetycznej można uzyskać również poprzez zastosowanie układu złożonego z dwóch różnych struktur wielowarstwowych następujących kolejno po sobie. Dla wybranej długości fali struktury te powinny charakteryzować się komplementarnymi zależnościami wartości składowej wektora falowego k_z normalnej do powierzchni warstw dla poszczególnych składowych widma przestrzennego. Autorzy zaproponowali konstrukcję takiego układu i pokazali numerycznie, że pozwala on na kompensację dyfrakcji fali elektromagnetycznej.

6.3.1. Kanalizacja światła

Odmienne podejście do obrazowania nadrozdzielczego za pomocą metaliczno-dielektrycznych nanoukładów warstwowych zaproponowano w pracach [52, 53]. Określono warunki tzw. „kanalizacji” światła (ang. *canalization*) w nanostrukturze postaci:

$$\varepsilon_{\text{eff}_x} = 1, \quad (6.2a)$$

$$\varepsilon_{\text{eff}_z} = \infty, \quad (6.2b)$$

gdzie $\varepsilon_x, \varepsilon_z$ są odpowiednimi składowymi tensora efektywnej przenikalności elektrycznej układu wielowarstwowego (5.4).

Warunek (6.2a) odpowiada dopasowaniu impedancji (2.31) pomiędzy strukturą wielowarstwową a otaczającym je powietrzem lub próżnią dla fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw. Spełnienie warunku dopasowania impedancji pomiędzy dwoma ośrodkami materialnymi zapewnia całkowity brak odbić od granicy ośrodków przy przechodzeniu fali, dla której warunek ten jest spełniony, z jednego ośrodka do drugiego. Jednocześnie spełnienie warunku (6.2b) zapewnia, że wszystkie składowe widma przestrzennego fali o polaryzacji TM padającej

na strukturę wielowarstwową rozchodzą się w jej wnętrzu z jednakowymi wartościami składowej wektora falowego k_z normalnej do powierzchni warstw:

$$k_z = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}_x} \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\varepsilon_{\text{eff}_x}}{\varepsilon_{\text{eff}_z}} k_x^2} \rightarrow \frac{\omega}{c} \quad (6.3)$$

i doświadczają po przejściu przez tę strukturę jednakowego przesunięcia fazowego. W zależności (6.3) k_x oznacza składową wektora falowego fali padającej równoległą do powierzchni warstw, ω jest częstotliwością tej fali, natomiast ostatnie przekształcenie otrzymuje się przez podstawienie do powyższej zależności dyspersyjnej warunków (6.2).

Trzecim warunkiem kanalizacji światła jest wybór grubości całej struktury L odpowiadający warunkowi Fabry-Perot na rezonansową transmisję fali rozchodzącej się w kierunku prostopadłym do powierzchni warstw. Zgodnie z zależnością (5.8a) przyjmuje on postać:

$$L = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_{\text{eff}_x}}} \frac{m}{2}, \quad (6.4)$$

gdzie $m = 1, 2, 3, \dots$. Przy jednoczesnym spełnieniu warunków (6.2b) i (6.4), rezonansowa transmisja przez strukturę zachodzi nie tylko dla fali padającej pod kątem prostym na powierzchnię wielowarstwy, ale dla wszystkich jednorodnych i niejednorodnych fal płaskich w widmie przestrzennym dowolnej padającej wiązki świetlnej. Jeżeli struktura wielowarstwowa spełnia dodatkowo warunek (6.2a), wówczas współczynnik odbicia dla wszystkich składowych widma przestrzennego fali padającej jest tożsamościowo równy 0 i składowe te po przejściu przez wielowarstwę zachowują swoją początkową amplitudę i fazę. Dzięki temu rozkład pól elektromagnetycznych fali wychodzącej ze struktury wielowarstwowej jest identyczny z rozkładem pól fali padającej na tę strukturę. Oznacza to, że struktura wielowarstwowa spełniająca warunki kanalizacji światła pozwala na tożsamościowe obrazowanie dowolnego rozkładu pól elektromagnetycznych pomiędzy jedną z powierzchni granicznych wielowarstwy, a drugą.

Należy zaznaczyć, że warunki kanalizacji światła są zdefiniowane wyłącznie dla fal świetlnych o polaryzacji TM. Dla fali o polaryzacji TE warunek (6.2b) nie niesie za sobą żadnych konsekwencji, gdyż wektor pola elektrycznego fali o tej polaryzacji posiada wyłącznie składową styczną do powierzchni warstw. Zatem równanie dyspersyjne dla tej fali w strukturze wielowarstwowej jest identyczne z równaniem dyspersyjnym fali rozchodzącej się w ośrodku izotropowym: $k_z = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}_x} \omega^2 c^{-2} - k_x^2}$. Do uzyskania zjawiska kanalizacji światła dla fali o polaryzacji TE, warunki (6.2) należałoby zastąpić analogicznymi warunkami określającymi wartości składowych tensora efektywnej przenikalności magnetycznej struktury. Jednak, ze względu na niedostępność w przyrodzie jednorodnych materiałów o różnej od jedności przenikalności magnetycznej dla fal z zakresu optycznego, struktury takie nie są w niniejszej pracy rozważane.

Dla periodycznej wielowarstwy złożonej z naprzemiennie ułożonych cienkich warstw wykonanych z dwóch różnych materiałów, założenia (6.2) przyjmują postać, zgodnie z

(5.5):

$$(d_1 + d_2)^{-1} (\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2) = 1, \quad (6.5a)$$

$$(d_1 + d_2) (\varepsilon_1^{-1} d_1 + \varepsilon_2^{-1} d_2)^{-1} = \infty, \quad (6.5b)$$

i są spełnione, gdy przenikalności elektryczne i grubości poszczególnych warstw spełniają warunki:

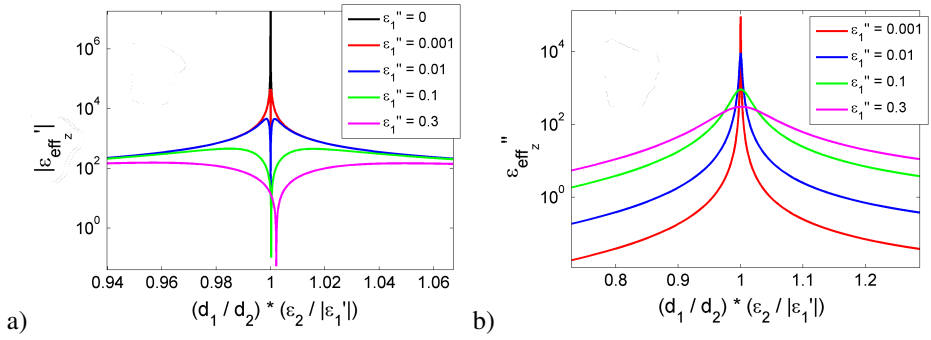
$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1, \quad (6.6a)$$

$$\varepsilon_1/\varepsilon_2 = -d_1/d_2 \quad (6.6b)$$

Warunek (6.6b) jest spełniony wyłącznie wtedy, gdy przenikalności elektryczne materiałów, z których wykonana jest struktura wielowarstwowa, posiadają przeciwne znaki, to jest $\varepsilon_1 \varepsilon_2 < 0$. Ośrodki dielektryczne charakteryzują się ujemną przenikalnością elektryczną wyłącznie dla wąskich zakresów promieniowania elektromagnetycznego położonych w pobliżu częstości rezonansowych drgań elektronów w atomach. Dla większości materiałów dielektrycznych, częstości te położone są w zakresie promieniowania ultrafioletowego. W zakresie widzialnym ujemną przenikalnością elektryczną charakteryzuje się znaczna część metali, w tym metale szlachetne: srebro, złoto, platyna, miedź.

Jednakże ośrodki przewodzące również silnie absorbują promieniowanie elektromagnetyczne na skutek przewodnictwa elektrycznego. Załóżmy, że jeden z ośrodków tworzących strukturę wielowarstwową jest metalem o zespolonej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + i\varepsilon''_1$. Jeżeli $\varepsilon''_1 \neq 0$, wówczas warunek (6.5b) nie posiada rozwiązania dla żadnej wartości stosunku grubości warstw d_1/d_2 . Ponadto, w pracy [54] pokazano, że jeżeli grubości warstw spełniają warunek analogiczny do (6.6b) postaci: $\varepsilon'_1/\varepsilon_2 = -d_1/d_2$, wówczas wyrażenie (5.5b) opisujące wartość składowej tensora efektywnej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_{\text{eff}_z}$ staje się osobliwe i w granicy $\varepsilon''_1 \rightarrow 0$ otrzymuje się $\Re(\varepsilon_{\text{eff}_z}) \neq \infty$ oraz $\Im(\varepsilon_{\text{eff}_z}) \rightarrow \infty$.

Dla zilustrowania tego problemu na rys. 6.4 przedstawiono zależność części rzeczywistej i części urojonej efektywnej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_{\text{eff}_z}$ w funkcji stosunku grubości warstw tworzących wielowarstwę d_1/d_2 dla struktury zawierającej warstwy wykonane z materiału przewodzącego o różnych wartościach części urojonej przenikalności elektrycznej ε''_1 . Część rzeczywistą przenikalności elektrycznej warstw metalicznych przyjęto za równą $\varepsilon'_1 = -6.5$, co odpowiada części rzeczywistej przenikalności elektrycznej srebra dla fali o długości 440 nm. Jednocześnie przenikalność elektryczna drugiego z materiałów tworzących strukturę jest równa $\varepsilon_2 = 1 - \varepsilon'_1 = 7.5$. Na wykresach widać, że dla struktury wielowarstwowej, dla której grubości warstw spełniają zależność $d_1/d_2 = -\varepsilon'_1/\varepsilon_2$, część urojona efektywnej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_{\text{eff}_z}$ osiąga maksimum. Wartość tego maksimum jest tym większa, im mniejsza jest



Rysunek 6.4. Część rzeczywista **(a)** i część urojona **(b)** efektywnej przenikalności elektrycznej $\epsilon_{\text{eff}_z} = \epsilon_{\text{eff}_z}' + i\epsilon_{\text{eff}_z}''$ metaliczno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej w funkcji stosunku grubości warstw metalicznych i dielektrycznych d_1/d_2 dla różnych wartości części urojonej przenikalności elektrycznej metalu ϵ_1'' . Przyjęto $\epsilon_1' = -6.5$ oraz $\epsilon_2 = 1 - \epsilon_1' = 7.5$.

wartość części urojonej przenikalności elektrycznej metalu ϵ_1'' . Jednakże przy $\epsilon_1'' \equiv 0$, również $\Im(\epsilon_{\text{eff}_z})$ jest tożsamościowo równa 0 niezależnie od wartości stosunku grubości warstw tworzących strukturę. Jednocześnie część rzeczywista efektywnej przenikalności elektrycznej ϵ_{eff_z} przy $\epsilon_1'' \neq 0$ osiąga ekstremum dla dwóch wartości stosunku grubości warstw d_1/d_2 bliskich ale różnych od wartości $-\epsilon_1'/\epsilon_2$.

Rozdział 7

Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą metaliczno-dielektrycznych nanoukładów warstwowych

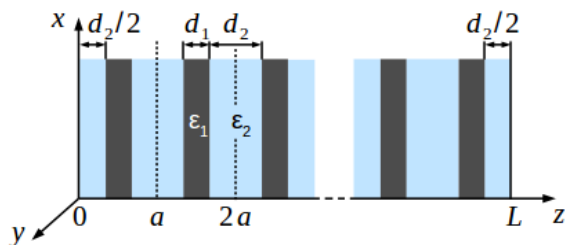
Niniejszy rozdział poświęcony jest analizie obrazowania nadrozdzielczego w bliskim polu za pomocą metaliczno-dielektrycznych planarnych nanoukładów wielowarstwowych. Przedstawiono w nim wyniki własnej pracy badawczej autorki. Omówione zostały warunki bezdyfrakcyjnego rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w strukturze wielowarstwowej oraz przedstawiono wyniki optymalizacji parametrów struktur wykonanych z różnych materiałów pod kątem uzyskania jednocześnie obrazowania z podfalową rozdzielczością oraz wysokiej transmisji światła przez strukturę. W rozdziale zostały wykorzystane wyniki opublikowane wcześniej przez autorkę w pracach [55–57] oraz materiałach konferencyjnych [58–60].

7.1. Wprowadzenie i założenia

Przedmiotem rozważań jest obrazowanie nadrozdzielcze w bliskim polu w świetle widzialnym za pomocą periodycznej nanostruktury wielowarstwowej wykonanej z naprzemiennie ułożonych i wzajemnie równoległych warstw metalu i dielektryka. Zakłada się, że warstwy te są jednorodnie i izotropowe, natomiast ich rozmiary poprzeczne (w płaszczyźnie xy układu współrzędnych) są duże w porównaniu grubością całej struktury.

Schemat rozważanego układu został przedstawiony na rys. 7.1. Przyjęto, że pojedyncza komórka elementarna struktury jest symetryczna i składa się z pojedynczej warstwy metalicznej o zespolonej przenikalności elektrycznej $\tilde{\epsilon}_1$ i grubości d_1 oraz otaczających ją dwóch warstw dielektrycznych o przenikalności elektrycznej ϵ_2 i grubości $d_2/2$. Taki wybór geometrii wielowarstwy zapewnia, że zarówno pierwsza jak i ostatnia warstwa układu wykonana jest z materiału dielektrycznego. Pozwala to na znaczące zmniejszenie współczynnika odbicia światła od granic struktury w stosunku do wielowarstwy o asymetrycznej geometrii, nie zmieniając jednocześnie jej właściwości efektywnych [48, 49]. Ponadto przyjmuje się, że warstwy metaliczne wykonane są ze srebra, gdyż materiał ten charakteryzuje się względnie niewielką absorpcją promieniowania z zakresu widzialnego. Przenikalność elektryczną srebra przyjęto zgodnie z pracą [11].

Tak zdefiniowany układ może być z dobrym przybliżeniem traktowany jako układ niezmienniczy przestrzennie, to znaczy spełniający warunek (3.9). Ponadto, jeżeli założyć, że obrazowanie odbywa się w świetle monochromatycznym i koherentnym,



Rysunek 7.1. Schemat periodycznej struktury warstwowej wykonanej z naprzemiennie ułożonych warstw metalu o przenikalności elektrycznej ε_1 i grubości d_1 oraz dielektryka o przenikalności elektrycznej ε_2 i grubości d_2 . Pierwsza i ostatnia warstwa wykonane są z dielektryka o grubości $d_2/2$. Pojedyncza warstwa metalu otoczona dwoma warstwami dielektryka o grubości $d_2/2$ stanowi komórkę elementarną struktury o grubości a . Rozmiary warstw w płaszczyźnie xy są duże w porównaniu z całkowitą grubością struktury L .

układ ten spełnia również warunek liniowości (3.8) ze względu na amplitudy pól fali elektromagnetycznej. Dlatego też warunkiem wystarczającym do pełnego opisu transformacji, jakiej ulega monochromatyczna i koherentna wiązka światła o dowolnym rozkładzie przestrzennym w badanym układzie, jest znajomość amplitudowej funkcji przenoszenia lub amplitudowej funkcji odpowiedzi impulsowej tego układu (patrz rozdział 3.2).

7.2. Obrazowanie nadrozdzielcze za pomocą układu wielowarstwowego wykorzystującego zjawisko kanalizacji światła

W tej części rozdziału zakłada się, że grubości warstw tworzących strukturę wielowarstwową oraz przenikalność elektryczna warstw dielektrycznych spełniają następujące zależności:

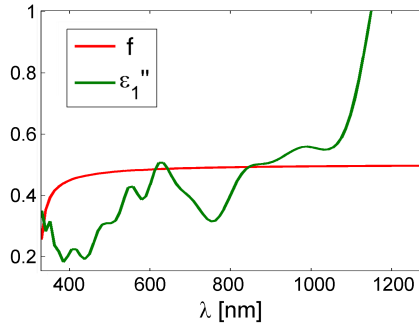
$$\varepsilon_2(\lambda) = 1 - \varepsilon_1'(\lambda), \quad (7.1a)$$

$$d_1/d_2 = -\varepsilon_1''(\lambda)/\varepsilon_2(\lambda), \quad (7.1b)$$

gdzie ε_1' jest częścią rzeczywistą zespolonej przenikalności elektrycznej srebra $\tilde{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1' + i\varepsilon_1''$, natomiast ε_2 jest przenikalnością elektryczną dielektryka dla wybranej długości fali λ .

Zależności (7.1) w granicy $\varepsilon_1'' \rightarrow 0$ są identyczne z warunkami kanalizacji światła (6.6). Zgodnie z zależnościami (7.1) składowa tensora efektywnej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_{\text{eff}_x}$ dla rozważanej srebrno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej przyjmuje następującą postać:

$$\varepsilon_{\text{eff}_x} = f\tilde{\varepsilon}_1 + (1 - f)\varepsilon_2 = 1 + if\varepsilon_1'', \quad (7.2)$$



Rysunek 7.2. Zależność dyspersyjna części urojonej przenikalności elektrycznej srebra ε_1'' dla światła widzialnego i bliskiej podczerwieni oraz współczynnik wypełnienia srebrem f w funkcji długości fali dla struktury wielowarstwowej spełniającej zależność (7.1).

w której f jest współczynnikiem wypełnienia struktury srebrem równym:

$$f = d_1/a = \frac{|\varepsilon_1'|}{2|\varepsilon_1'| + 1}. \quad (7.3)$$

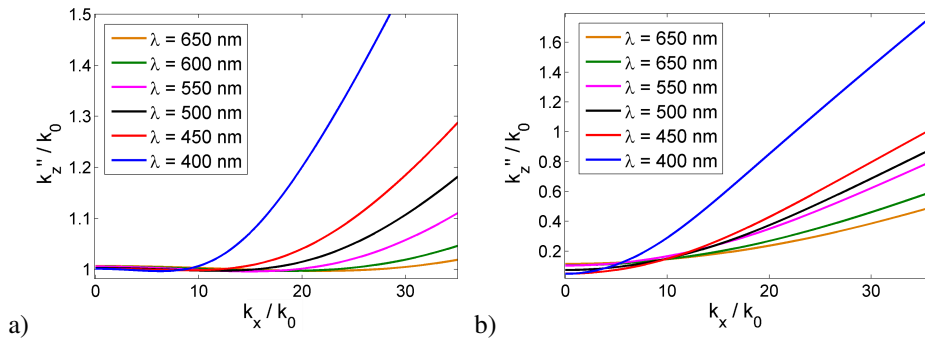
Wartości współczynnika wypełnienia struktury srebrem f w funkcji długości fali dla wielowarstwy spełniającej zależność (7.1) oraz zakresu fal obejmującego światło widzialne i bliską podczerwień zostały przedstawione na rys. 7.2. Na wykresie przedstawiono również zależność dyspersyjną części urojonej przenikalności elektrycznej srebra.

Jeżeli wartość ε_1'' jest mała, wówczas wartość składowej tensora efektywnej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_{\text{eff}_x}$ jest bliska jedności. Pozwala to na uzyskanie z dobrym przybliżeniem dopasowania impedancji pomiędzy strukturą wielowarstwową a powietrzem dla fali rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw. Dla srebra w zakresie widzialnym część urojona przenikalności elektrycznej nie przekracza wartości $\varepsilon_1'' \leq 0.51$ (patrz rys. 7.2). Tym samym natężeniowy współczynnik odbicia dla fali płaskiej padającej prostopadle na powierzchnię wielowarstwy srebrno-dielektrycznej w całym zakresie widzialnym jest nie większy niż 0.4%.

Druga spośród składowych tensora efektywnej przenikalności elektrycznej wielowarstwy $\varepsilon_{\text{eff}_z}$, zgodnie z warunkami (7.1), opisana jest następującą zależnością:

$$\varepsilon_{\text{eff}_z} = [f\tilde{\varepsilon}_1^{-1} + (1-f)\varepsilon_2^{-1}]^{-1} = \frac{|\varepsilon_1'|}{f} \left(1 + i \frac{|\varepsilon_1'|}{\varepsilon_1''} \right). \quad (7.4)$$

Dla fal z zakresu widzialnego i bliskiej podczerwieni część urojona składowej tensora efektywnej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_{\text{eff}_z}$ jest o 1-2 rzędy wielkości większa od jej części rzeczywistej. Jednocześnie zarówno część urojona, jak i część rzeczywista $\varepsilon_{\text{eff}_z}$ są znacznie większe od jedności. Rozważana struktura wielowarstwowa charakteryzuje się zatem bardzo silną efektywną dwójłomnością, niespotykaną w znanych ośrodkach



Rysunek 7.3. Część rzeczywista **(a)** i część urojona **(b)** składowej wektora falowego $k_z = k'_z + ik''_z$ normalnej do powierzchni warstw dla jednorodnych i niejednorodnych fal płaskich o różnych długościach λ rozchodzących się wewnątrz srebrno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej spełniającej zależność (7.1). Wielkość k_x/k_0 na osi odciętych odpowiada unormowanej częstości przestrzennej fali, gdzie k_x jest składową wektora falowego fali równoległą do powierzchni warstw, natomiast $k_0 = \omega/c$ jest liczbą falową fali padającej na strukturę. Wartości $k_x/k_0 < 1$ odpowiadają falam jednorodnym, natomiast wartości $k_x/k_0 > 1$ odpowiadają falam zanikającym.

jednorodnych. Dzięki tak dużej dwójłomności, pomimo iż rozważana wielowarstwa srebrno-dielektryczna nie spełnia warunku kanalizacji światła (6.2b) w sposób ścisły, warunek ten jest z dobrym przybliżeniem spełniony dla ograniczonego zakresu widma przestrzennego fali padającej, obejmującego jednorodne i niejednorodne fale płaskie spełniające warunek:

$$k_x^2 \ll \omega^2 c^{-2} |\varepsilon_{\text{eff}z}|, \quad (7.5)$$

gdzie k_x jest składową wektora falowego fali równoległą do powierzchni warstw, ω jest częstotliwością fali, natomiast c jest prędkością fali elektromagnetycznej w próżni. Składowa wektora falowego k_z normalna do powierzchni warstw dla fal spełniających warunek (7.5) i rozchodzących się wewnątrz wielowarstwy przyjmuje wówczas postać zgodną z zależnością (6.3) i staje się niezależna od częstości przestrzennej fali.

Na wykresie 7.3 przedstawione zostały zależności składowej wektora falowego k_z w funkcji składowej wektora falowego k_x równoległej do powierzchni warstw dla fali elektromagnetycznej o kilku wybranych długościach z zakresu widzialnego rozchodzących się wewnątrz rozważanej struktury wielowarstwowej. Wielkość k_0 widoczna na wykresach jest liczbą falową fali padającej na strukturę równą $k_0 = \omega/c$. Na wykresach widać, że dla każdej z wybranych długości fali istnieje taki zakres częstości przestrzennych k_x/k_0 , dla którego część rzeczywista składowej wektora falowego k_z jest stała i w przybliżeniu równa $k_0 = \omega/c$. Zakres ten obejmuje zarówno fale jednorodne o $k_x/k_0 < 1$, jak i fale zanikające o $k_x/k_0 > 1$ i jest szerszy dla fal dłuższych. Jednocześnie część urojona składowej wektora falowego k_z jest stała w znacznie węższym zakresie częstości przestrzennych k_x/k_0 .

7.2.1. Głębokość wnikania fali do wielowarstwy

Głębokość wnikania płaskiej fali elektromagnetycznej do jednorodnego ośrodka absorbującego opisana jest zależnością (2.38). Dla struktury wielowarstwowej złożonej z dostatecznie cienkich warstw, to jest o grubości komórki elementarnej $a \ll \lambda$, można zdefiniować efektywną głębokość wnikania płaskiej fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw postaci:

$$\delta = \lambda [2\pi \Im(n_{\text{eff}_x})]^{-1}, \quad (7.6)$$

gdzie n_{eff_x} jest elementem tensora efektywnego współczynnika załamania wielowarstwy. Dla srebrno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej, spełniającej zależność (7.1), jest on równy:

$$n_{\text{eff}_x} = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}_x}} = \sqrt{1 + if\varepsilon_1''}, \quad (7.7)$$

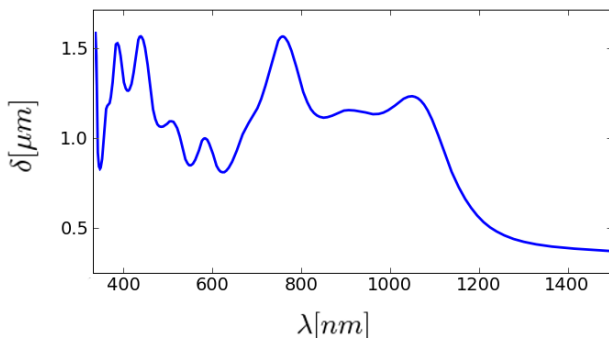
gdzie w ostatnim przekształceniu wykorzystano zależność (7.2).

Wyrażenie (7.7) można dodatkowo uprościć, jeżeli założy się, że długość fali rozchodzącej się w rozważanej strukturze wielowarstwowej mieści się w zakresie 330 – 1250 nm. Wówczas spełniony jest warunek $f\varepsilon_1'' < 1$, a zatem wyrażenie (7.7) można rozwinąć w szereg potęgowy względem $f\varepsilon_1''$. Biorąc pod uwagę wyłącznie dwa pierwsze człony rozwinięcia, otrzymuje się przybliżone wyrażenie opisujące głębokość wnikania fali do struktury wielowarstwowej spełniającej warunki (7.1) postaci:

$$\delta(\lambda) \approx \lambda [\pi f(\lambda) \varepsilon_1''(\lambda)]^{-1}. \quad (7.8)$$

Z powyższych zależności wynika, że głębokość wnikania fali elektromagnetycznej do struktury wielowarstwowej spełniającej zależność (7.1) zależy wyłącznie od zawartości srebra w tej strukturze oraz wartości części urojonej przenikalności elektrycznej srebra odpowiadającej zadanej długości fali.

Na wykresie 7.4 przedstawiona została zależność dyspersyjna głębokości wnikania δ płaskiej fali elektromagnetycznej do rozważanego układu wielowarstwowego dla fal z zakresu promieniowania widzialnego oraz bliskiej podczerwieni. Widoczne na wykresie maksima i minima głębokości wnikania fali do struktury stanowią bezpośrednie odzwierciedlenie zależności dyspersyjnej funkcji $1/\varepsilon_1''(\lambda)$, zgodnie z wykresem 7.2. Jednocześnie, zawartość srebra w strukturze jest równa 30 – 50% dla całego przedstawionego zakresu długości fal. Pomimo wysokiej zawartości srebra, głębokość wnikania promieniowania do wielowarstwy jest o 1-2 rzędy wielkości większa od głębokości wnikania fali elektromagnetycznej do litego srebra, wynoszącej w całym badanym zakresie około 20 nm. Oznacza to, że absorpcja promieniowania elektromagnetycznego w cienkich warstwach metalicznych rozdzielonych warstwami dielektryka jest efektywnie dużo mniejsza niż ma to miejsce w litym metalu. Zjawisko to ma kluczowe znaczenie przy projektowaniu obrazujących nanoukładów plazmonicznych, w których ważnym problemem jest zachowanie wysokiej wydajności transmisyjnej.



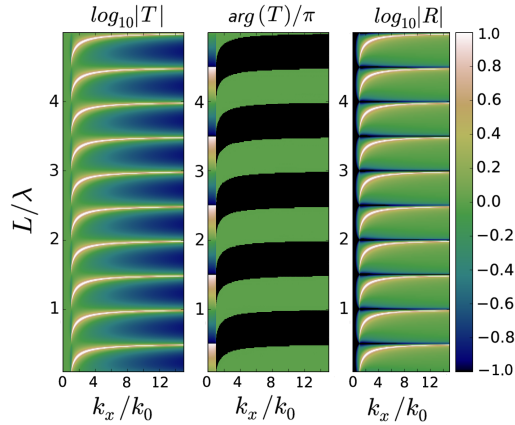
Rysunek 7.4. Głębokość wnikania fali elektromagnetycznej w funkcji długości fali do struktury warstwowej wykonanej ze srebra i materiału dielektrycznego o $\varepsilon_2 = 1 - \Re(\varepsilon_{Ag})$, spełniającej warunki (7.1) dla przybliżenia ośrodka efektywnego [59].

7.2.2. Właściwości obrazujące wielowarstwy w przybliżeniu ośrodka efektywnego

Analiza właściwości obrazujących srebarno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej oparta jest na badaniu amplitudowej funkcji przenoszenia oraz amplitudowej funkcji rozmycia punktu rozważanej struktury, do których wyznaczenia posłużono się własnym kodem numerycznym autorki opartym na metodzie macierzy przejścia (patrz Dodatek A). Kod jest przystosowany do modelowania struktur wielowarstwowych zawierających materiały dyspersyjne, przewodzące, a także jednoosiowe ośrodki dwójłonne, których oś optyczna pokrywa się z osią optyczną wielowarstwy, to jest, zgodnie z oznaczeniami na rys. 7.1, osią z układu współrzędnych. Ostatnia z wymienionych możliwości jest szczególnie przydatna do modelowania układów wielowarstwowych w oparciu o przybliżenie ośrodków efektywnych (patrz rozdz. 5.1).

W dalszej części założono, że obrazowanie odbywa się pomiędzy dwoma zewnętrznymi powierzchniami wielowarstwy, to znaczy obiekty leżące w płaszczyźnie $z = 0$ są odwzorowywane na płaszczyznę $z = L$. W rzeczywistych układach optycznych płaszczyzny przedmiotu i obrazu zazwyczaj nie pokrywają się z powierzchniami granicznymi układu obrazującego, lecz są od nich oddalone. Niemniej rozchodzenie się fali elektromagnetycznej w swobodnej przestrzeni jest prostym zagadnieniem dyfrakcyjnym, szeroko opisanym w literaturze [6, 15, 35]. Najważniejszym następstwem odsunięcia płaszczyzn przedmiotu i obrazu od układu obrazującego jest zanik fal niejednorodnych występujących w widmie przestrzennym rozkładu pól elektromagnetycznych w płaszczyźnie obrazowej. Skutkuje to pogorszeniem zdolności rozdzielczej całego układu, tym większym, im dłuższa jest droga swobodnej propagacji fali poza wielowarstwą. Dlatego też w niniejszej rozprawie szczególną uwagę poświęcono rozchodzeniu się fali wewnątrz struktury wielowarstwowej i mechanizmowi tworzenia obrazu o podfalowej rozdzielczości za pomocą tej struktury.

W dalszych rozważaniach przyjęto, że obrazowanie odbywa się w świetle



Rysunek 7.5. Logarytm dziesiętny modułu i argument zespolony amplitudowej funkcji przenoszenia T oraz moduł amplitudowego współczynnika odbicia R w funkcji grubości struktury wielowarstwowej L dla struktury spełniającej warunki kanalizacji światła (6.6) i wykonanej z nieabsorbujących materiałów o przenikalnościach elektrycznych $\varepsilon_1 = \Re(\varepsilon_{Ag}(\lambda = 437nm)) = -6.37$ oraz $\varepsilon_2 = 1 - \varepsilon_1 = 7.37$. Wartości uzyskane w przybliżeniu ośrodka efektywnego.

koherentnym i monochromatycznym o długości fali $\lambda = 437$ nm oraz polaryzacji TM. Wybrana długość fali odpowiada jednemu z maksimum głębokości wnikania fali do wielowarstwy na wykresie 7.4. Przenikalność elektryczna srebra dla tej długości fali jest równa $\varepsilon_1 \approx -6.37 + 0.19i$, natomiast przenikalność elektryczna warstw dielektrycznych, zgodnie z zależnością (7.1a), powinna być równa $\varepsilon_2 \approx 7.37$. Zbliżoną wartością przenikalności elektrycznej dla zadanej długości fali charakteryzują się między innymi węgiel krzemu (SiC) oraz tytanian strontu (SrTiO_3) [10]. Oba wymienione materiały mogą być wykorzystane do tworzenia struktur cienkowarstwowych metodami fizycznymi, w szczególności metodą naporowania próżniowego za pomocą wiązki elektronów [61–65].

W pierwszej kolejności rozpatrzona zostanie hipotetyczna sytuacja, w której część urojona przenikalności elektrycznej warstw metalicznych jest zanedbywalnie mała, natomiast część rzeczywista odpowiada części rzeczywistej przenikalności elektrycznej srebra, to znaczy $\varepsilon_1 = \Re(\varepsilon_{Ag}(\lambda = 437\text{ nm})) = -6.37$. Wówczas, zależności (7.1), określające stosunek grubości warstw tworzących strukturę oraz wartość przenikalności elektrycznej warstw dielektrycznych, stają się identyczne z zależnościami (6.6). Zatem składowe tensora efektywnej przenikalności elektrycznej wielowarstwy w sposób ścisły spełniają warunki kanalizacji światła (6.2).

Na wykresie 7.5 przedstawiono moduł oraz argument zespolony amplitudowej funkcji przenoszenia T dla tak zdefiniowanej struktury warstwowej w funkcji jej grubości L , a także moduł amplitudowego współczynnika odbicia fali od struktury R . Wielkość k_x/k_0 na osi odciętych wykresu oznacza długość składowej wektora falowego równoległej do powierzchni warstw płaskiej fali elektromagnetycznej padającej na wielowarstwę,

podzieloną przez liczbę falową tej fali $k_0 = \omega/c$. Wielkość k_x/k_0 reprezentuje więc unormowaną częstość przestrzenną składowej widma przestrzennego fali padającej na wielowarstwę. Wartości $k_x/k_0 < 1$ odpowiadają falom jednorodnym w widmie przestrzennym, natomiast wartości $k_x/k_0 > 1$ odpowiadają falom zanikającym.

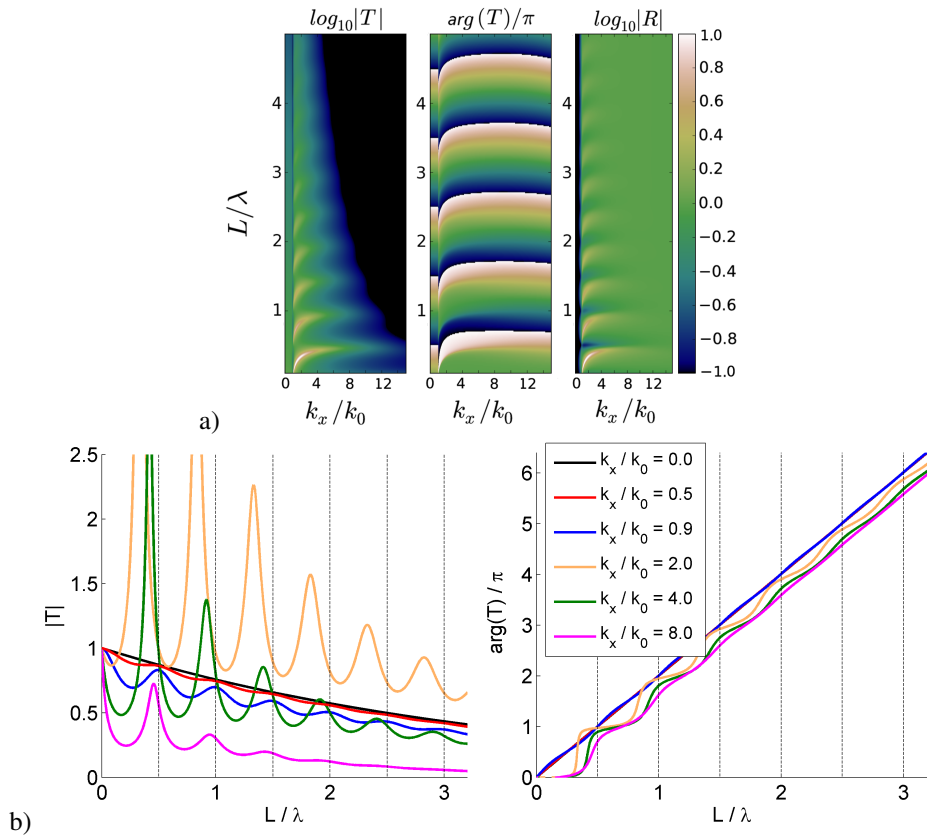
Na wykresie widać, że struktura wielowarstwowa nabiera szczególnych właściwości, jeżeli jej grubość spełnia warunek Fabry-Perot (6.4) na rezonansową transmisję fali padającej prostopadle do powierzchni warstw. Zgodnie z założeniami kanalizacji światła, rezonansowej transmisji ulegają wówczas jednocześnie wszystkie składowe widma przestrzennego fali padającej, także fale zanikające, natomiast współczynnik odbicia od struktury jest w całym zakresie widma przestrzennego równy 0. Ponadto poszczególne składowe widma przestrzennego pozostają ze sobą w fazie niezależnie od rzędu rezonansu Fabry-Perot, a tym samym również grubości struktury, co umożliwia ich konstruktywną interferencję.

Jeżeli warstwy metaliczne wykonane są ze srebra, jak założono na początku niniejszego rozdziału, wówczas warunki kanalizacji światła (6.2) nie są ściśle spełnione. Dla wybranej długości fali $\lambda = 437 \text{ nm}$ oraz grubości warstw metalicznych i dielektrycznych spełniających zależność (7.1b), składowe tensora efektywnej przenikalności elektrycznej wielowarstwy są równe odpowiednio: $\varepsilon_{\text{eff}z} = 13.7 + 455i$ oraz $\varepsilon_{\text{eff}x} = 1 + 0.089i$.

Na wykresie 7.6a) przedstawiono moduł oraz argument zespolony amplitudowej funkcji przenoszenia T badanej wielowarstwy srebrno-dielektrycznej, a także moduł amplitudowego współczynnika odbicia R od struktury, w funkcji jej grubości L . Dla zwiększenia czytelności zależność współczynnika transmisji T od grubości wielowarstwy dla kilku wybranych składowych widma przestrzennego fali padającej na wielowarstwę przedstawiono na wykresie 7.6b).

Na skutek absorpcji światła w metalu, a także różnego od 0 współczynnika odbicia od granic wielowarstwy dla fal o częstościach przestrzennych $k_x/k_0 \neq 0$, współczynnik transmisji fali przez strukturę oraz zakres przenoszonych przez nią częstości przestrzennych z płaszczyzny przedmiotu do płaszczyzny obrazu silnie zależą od grubości wielowarstwy i maleją wraz z jej wzrostem. Ponadto dla grubości wielowarstwy L spełniającej warunek Fabry-Perot na rezonansową transmisję fali rozchodzącej się w strukturze prostopadle do powierzchni warstw (6.4) nie obserwuje się już jednoczesnej rezonansowej transmisji wszystkich składowych widma przestrzennego fali padającej. Jednocześnie rezonans występuje wyłącznie dla składowych widma przestrzennego odpowiadających jednorodnym falom płaskim o $k_x/k_0 < 1$. Fale te po przejściu przez strukturę wielowarstwową pozostają względem siebie zgodne w fazie, natomiast ich amplitudy nieznacznie różnią się między sobą wartościami i są tym mniejsze, im większa jest częstość przestrzenna fali k_x/k_0 .

Jednocześnie składowe widma przestrzennego fali padającej odpowiadające falom zanikającym o $k_x/k_0 > 1$ są przenoszone przez strukturę zarówno z różnymi amplitudami, jak i z różnymi przesunięciami fazowymi. Im wyższemu rezonansowi Fabry-Perot odpowiada grubość wielowarstwy L , tym większe są różnice w wartościach modułu i



Rysunek 7.6. **a)** Logarytm dziesiętny modułu i argument zespolony amplitudowej funkcji przenoszenia T oraz moduł amplitudowego współczynnika odbicia R dla srebrno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej modelowanej w przybliżeniu ośrodka efektywnego w funkcji jej grubości L [58]. **b)** Zależność modułu i argumentu zespolonego współczynnika transmisji T w funkcji grubości struktury L modelowanej dla kilku wybranych składowych widma przestrzennego fali padającej na strukturę. Liniami przerywanymi oznaczono grubości struktury odpowiadające kolejnym rezonansom Fabry-Perot dla fali padającej prostopadłe do warstw $k_x/k_0 = 0$.

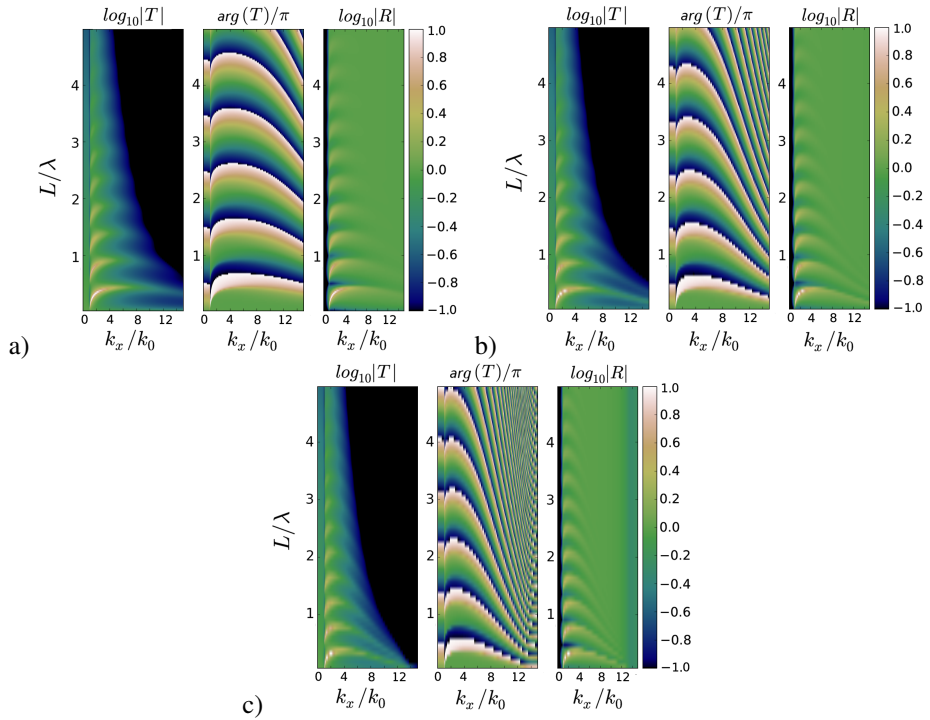
fazy amplitudowego współczynnika transmisji dla poszczególnych składowych widma przestrzennego z tego zakresu. Oznacza to, że zwiększenie grubości wielowarstwy srebrno-dielektrycznej nie tylko powoduje osłabienie jej wydajności transmisyjnej i ograniczenie zakresu przenoszonych przez nią częstości przestrzennych z płaszczyzny przedmiotu do płaszczyzny obrazu, ale również wprowadza dodatkową deformację obrazu na skutek nierównomiernej absorpcji poszczególnych składowych widma przestrzennego oraz przenoszenia tych składowych z różnymi przesunięciami fazowymi. Jednocześnie im mniejsza jest grubość struktury wielowarstwowej L , tym większy jest wpływ rezonansów Fabry-Perot (6.4) na jej właściwości obrazujące.

7.2.3. Wpływ skończonej grubości warstw na właściwości obrazujące układu

W dotychczasowych rozważaniach wielowarstwa srebrno-dielektryczna była modelowana za pomocą przybliżenia jednorodnego anizotropowego ośrodka efektywnego, a zatem zakładano, że grubości poszczególnych warstw są bardzo małe w porównaniu z długością fali rozchodzącej się w strukturze. W praktyce jednak wykonanie jednorodnych, ciągłych i gładkich warstw o grubości zaledwie pojedynczych nanometrów jest bardzo trudne do osiągnięcia. Dlatego też w dalszej części niniejszego rozdziału poświęcono uwagę określeniu wpływu grubości warstw tworzących strukturę wielowarstwową na jej właściwości obrazujące.

Na wykresach na rys. 7.7 przedstawiono funkcję przenoszenia T srebrno-dielektrycznego układu wielowarstwowego spełniającego warunki (7.1) z uwzględnieniem rzeczywistej struktury tego układu złożonej z warstw o skończonej grubości. Grubość warstw srebra dla struktur przedstawionych na poszczególnych wykresach jest równa odpowiednio 5 nm (b), 10 nm (c) oraz 15 nm (d), natomiast grubość warstw dielektrycznych jest zgodna z zależnością (7.1b). Z wykresów widać, że grubość warstw srebra i dielektryka tworzących strukturę wielowarstwową ma istotny wpływ na kształt funkcji przenoszenia wielowarstwy, a także na zakres przenoszonych przez nią częstości przestrzennych k_x/k_0 . Wraz ze wzrostem grubości warstw, zakres fal zanikających obecnych w widmie przestrzennym rozkładu pól elektromagnetycznych w płaszczyźnie obrazu ulega znaczącemu zawężeniu. Ponadto położenia rezonansów Fabry-Perot w funkcji grubości struktury L dla poszczególnych składowych widma przestrzennego ulegają przesunięciom. W efekcie tego zjawiska, dla zadanej grubości struktury L wraz ze wzrostem grubości warstw tworzących wielowarstwę wzrastają różnice pomiędzy wartościami amplitudy i przesunięcia fazowego poszczególnych składowych widma przestrzennego w płaszczyźnie obrazu, co wpływa na pogorszenie właściwości obrazujących tego układu.

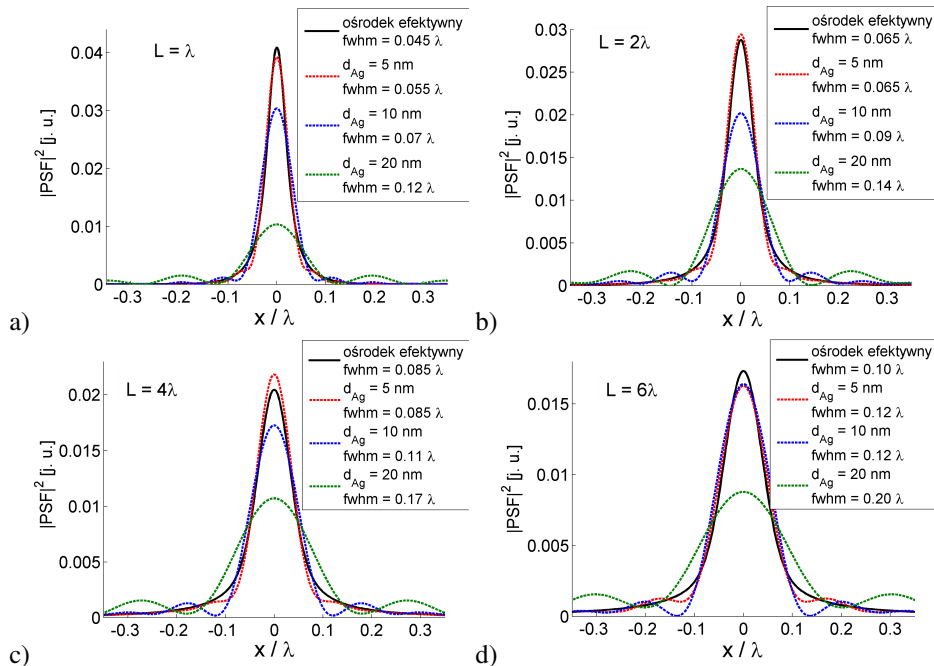
Równoważnie właściwości obrazujące układu optycznego można opisywać za pomocą funkcji odpowiedzi impulsowej (PSF, ang. *point spread function*). Na rys. 7.8 przedstawione zostały amplitudowe funkcje odpowiedzi impulsowej dla kilku wybranych srebrno-dielektrycznych struktur wielowarstwowo o różnych grubościach z zakresu od $L = \lambda$ do $L = 6\lambda$. Poszczególne krzywe na każdym z wykresów przedstawiają kwadrat modułu funkcji odpowiedzi impulsowej odpowiednio dla wielowarstwy modelowanej w przybliżeniu ośrodka efektywnego oraz struktury wielowarstwowo o grubości warstw srebra równej odpowiednio 5 nm, 10 nm i 20 nm oraz grubości warstw dielektrycznych zgodnej z zależnością (7.1b). W legendzie podane zostały również wartości szerokości połówkowej (FWHM, ang. *full width at half maximum*) każdej spośród przedstawionych krzywych. W układzie optycznym szerokość połówkowa kwadratu modułu funkcji odpowiedzi impulsowej odpowiada średnicy tej części plamki obrazowej, dla której natężenie światła jest nie mniejsze od połowy wartości maksymalnej, występującej przeważnie w centrum plamki, i może być traktowana jako jedna z miar zdolności rozdzielczej tego układu.



Rysunek 7.7. Logarytm dziesiętny modułu i argument zespolony amplitudowej funkcji przenoszenia T oraz moduł amplitudowego współczynnika odbicia R dla srebrno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej w funkcji jej grubości L . Poszczególne wykresy odpowiadają strukturom o grubości warstw srebra równej odpowiednio: **a)** 5 nm, **b)** 10 nm, **c)** 15 nm [58].

Z wykresów 7.8 widać, że za pomocą wielowarstwy srebrno-dielektrycznej spełniającej warunki (7.1) możliwe jest obrazowanie z podfalową rozdzielczością. Szerokość połowkowa kwadratu modułu funkcji odpowiedzi impulsowej wielowarstwy zależy jednak silnie od grubości struktury L . Odróżnia to wielowarstwę wykonaną z realistycznych materiałów przewodzących i absorbujących światło od struktury wielowarstwowej spełniającej ściśle warunki kanalizacji (6.2). W przypadku tej ostatniej funkcja odpowiedzi impulsowej przyjmowałaby zawsze kształt funkcji delta Diraca, niezależnie od grubości struktury.

Należy również zaznaczyć, że przybliżenie ośrodka efektywnego pozwala na poprawne oszacowanie kształtu funkcji odpowiedzi impulsowej struktury wielowarstwowej tylko wówczas, gdy grubość warstw tworzących tę strukturę jest bardzo mała w porównaniu z długością fali. Nawet dla struktury złożonej z warstw srebra o grubości zaledwie $d_1 = 5$ nm (oraz warstw dielektrycznych o grubości $d_2 \approx 5.8$ nm zgodnie z zależnością (7.1b)) funkcja odpowiedzi impulsowej wielowarstwy nie jest tożsama z funkcją odpowiedzi impulsowej struktury modelowanej w oparciu o przybliżenie



Rysunek 7.8. Kwadrat modułu amplitudowej funkcji odpowiedzi impulsowej (PSF) dla srebrno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej o całkowitej grubości **a)** $L = \lambda$, **b)** $L = 2\lambda$, **c)** $L = 4\lambda$, **d)** $L = 6\lambda$. Poszczególne krzywe odpowiadają wielowarstwie w przybliżeniu ośrodka efektywnego (linia ciągła) oraz wielowarstwie o grubości warstw srebra równej odpowiednio 5 nm, 10 nm i 20 nm (linie przerywane). W legendzie podano szerokości połówkowe poszczególnych krzywych (FWHM).

ośrodka efektywnego. Należy również zaznaczyć, że grubość warstw tworzących strukturę wielowarstwową ma znaczący wpływ na jej właściwości obrazujące. Wraz ze wzrostem grubości warstw, przy zachowaniu stałej grubości całego układu wielowarstwowego L , szerokość połówkowa funkcji odpowiedzi impulsowej wielowarstwy rośnie. Ponadto zmianie ulega również kształt funkcji odpowiedzi impulsowej, w której rosną wartości maksimum wyższych rzędów występujących po obu stronach maksimum głównego, co dodatkowo wpływa na pogorszenie zdolności rozdzielczej układu.

7.3. Optymalizacja plazmonicznych nanoukładów wielowarstwowych pod kątem wysokiej transmisji światła i obrazowania z podfałową rozdzielczością

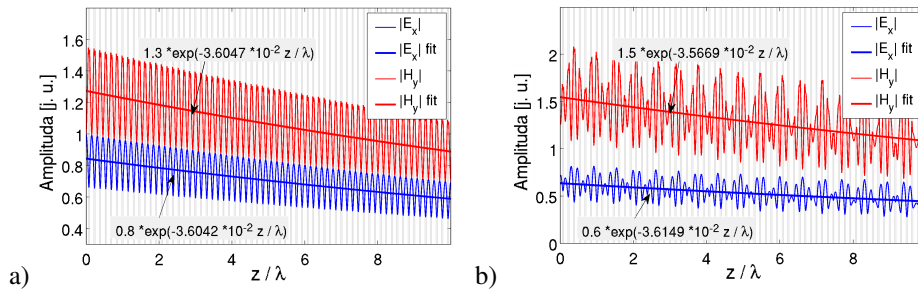
Niniejsza część rozdziału poświęcona jest badaniu optymalnej geometrii struktury wielowarstwowej wykonanej ze srebra oraz jednego spośród trzech wybranych ośrodków dielektrycznych: dwutlenku tytanu (TiO_2), tytanianu strontu ($SrTiO_3$) i fosforu

galu (GaP) pod kątem wykorzystania tych struktur do obrazowania z podfalową rozdzielczością przy jednoczesnej wysokiej transmisji światła przez strukturę. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że fosforek galu jest w ogólności półprzewodnikiem, jednakże dla fal elektromagnetycznych z zakresu widzialnego makroskopowe właściwości tego materiału są zbliżone do właściwości ośrodków dielektrycznych. Dlatego też w dalszej części pracy GaP będzie traktowany jako ośrodek dielektryczny. Wybór powyższych trzech materiałów uwarunkowany został występującymi w nich dużymi wartościami przenikalności elektrycznej dla fal z zakresu widzialnego, a także technologiczną możliwością wytwarzania przy ich użyciu struktur cienkowarstwowych [33,61–63,66,67].

W dalszej części rozważań przyjmuje się, że struktura wykonana jest z jednorodnych, gładkich i wzajemnie równoległych warstw o skończonej grubości, nie mniejszej niż 5 nm. Założenie skończonej grubości warstw ma na celu umożliwienie praktycznej realizacji projektowanej struktury wielowarstwowej. Należy równocześnie podkreślić, że przyjęcie grubości warstw przekraczającej co najmniej kilkudziesięciokrotnie rozmiary pojedynczego atomu, pozwala na zaniechanie wpływu ziarnistości materii na jej właściwości elektromagnetyczne i utrzymanie założenia o jednorodności ośrodków materialnych.

W analizie właściwości obrazujących nanostruktury warstwowej zakłada się, że obrazowanie odbywa się w świetle koherentnym i monochromatycznym z zakresu widzialnego oraz zachodzi pomiędzy dwoma zewnętrznymi powierzchniami wielowarstwy. Ponadto rozważa się wyłącznie obrazowanie za pomocą fali o polaryzacji TM, gdyż tylko dla takiej polaryzacji światła możliwe jest wzbudzenie modów plazmonowo-polarytonowych na powierzchniach granicznych rozdzielających ośrodek metaliczny i dielektryczny, co umożliwi wzmocnienie transmisji fal zanikających przez metaliczno-dielektryczną strukturę wielowarstwową (patrz rozdział 4.1.1).

W procesie optymalizacji właściwości obrazujących nanoukładów wielowarstwowych za miarę zdolności rozdzielczej układu przyjęto szerokość połówkową kwadratu modułu funkcji odpowiedzi impulsowej tego układu ($\text{FWHM}(|\text{PSF}|^2)$), odpowiadającego rozkładowi natężenia światła w płaszczyźnie obrazowej. Jednocześnie za miarę wydajności transmisyjnej wielowarstwy przyjęto natężeniową głębokość wnikania fali rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw w głąb struktury, to jest odległość, po której natężenie fali rozchodzącej się prostopadle do powierzchni warstw maleje e -krotnie, gdzie $e \approx 2.718$ jest liczbą Eulera. Dla struktur złożonych z bardzo cienkich warstw, o grubości komórki elementarnej $a \ll \lambda$, natężeniową głębokość wnikania fali do struktury można zdefiniować za pomocą modelu ośrodka efektywnego i jest ona co do wartości dwukrotnie mniejsza od efektywnej amplitudowej głębokości wnikania opisanej zależnością (7.6). W przypadku periodycznej struktury wielowarstwowej złożonej z warstw o skończonej grubości, rozkład pól fali elektromagnetycznej rozchodzącej się wewnątrz tej struktury może być przybliżony modelem Blocha. W takiej sytuacji



Rysunek 7.9. Rozkład amplitudy składowych pola elektrycznego E_x oraz pola magnetycznego H_y fali elektromagnetycznej o długości $\lambda = 390$ nm rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw wewnątrz periodycznej struktury wielowarstwowej wykonanej z naprzemiennie ułożonych warstw srebra i dwutlenku tytanu o grubości komórki elementarnej $a = 60$ nm i współczynnika wypełnienia struktury srebrem $f = 0.2$. Wykres a) przedstawia nieskończoną strukturę periodyczną, natomiast wykres b) odpowiada strukturze o skończonej grubości $L = 10\lambda$ obustronnie otoczonej powietrzem o przenikalności elektrycznej $\varepsilon = 1$. Pogrubionymi liniami niebieską i czerwoną zaznaczono odpowiednio krzywe eksponencjalne dopasowane metodą najmniejszych kwadratów do rozkładu pól elektrycznego i magnetycznego wewnątrz obu struktur.

natężeniowa głębokość wnikania fali do struktury opisana jest zależnością:

$$\delta = (2K'')^{-1}, \quad (7.9)$$

gdzie K'' jest częścią urojoną zespolonej liczby falowej Blocha $K = K' + iK''$, opisanej zależnością (5.12) dla modu o polaryzacji TM.

Należy w tym miejscu zaznaczyć, że mod Blocha opisuje w sposób ścisły rozchodzenie się fali elektromagnetycznej w strukturze periodycznej o nieskończonych rozmiarach geometrycznych. Jeżeli grubość struktury jest skończona, rozkład pól elektromagnetycznych w jej obszarze staje się wynikiem interferencji fal odbitych od granic układu. Wpływ odbić na rozkład pól elektromagnetycznych fali rozchodzącej się w strukturze jest tym większy, im większe występuje niedopasowanie impedancji pomiędzy strukturą wielowarstwową a otaczającym ją ośrodkiem (patrz rozdział 5.3). Jednakże, pomimo iż skończone rozmiary układu wielowarstwowego wpływają na zmianę rozkładu pól elektromagnetycznych fali rozchodzącej się wewnątrz struktury, ich wpływ na efektywną szybkość zaniku tych pól wraz z przebytą przez falę odległością jest niewielki. Dlatego też model nieskończonego jednowymiarowego kryształu fotonicznego może zostać zastosowany do oszacowania głębokości wnikania fali elektromagnetycznej do periodycznej struktury wielowarstwowej nawet wówczas, gdy rozmiary tej struktury są skończone.

Powyższe zjawisko zostało zilustrowane na rys. 7.9. Rys. 7.9a) przedstawia rozkład amplitudy pól elektromagnetycznych fali o długości $\lambda = 390$ nm rozchodzącej się w

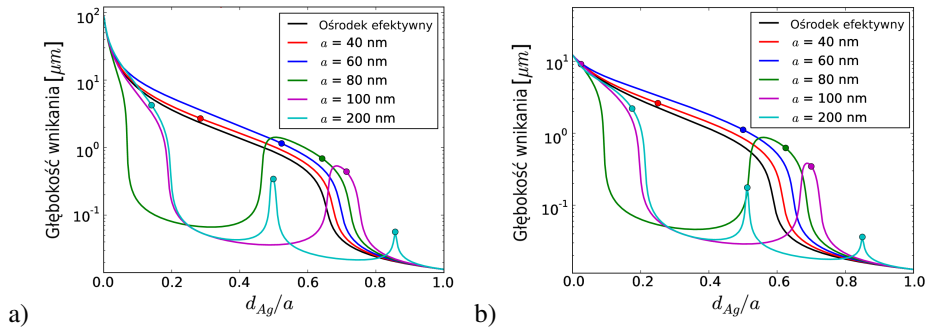
kierunku normalnym do powierzchni warstw w nieskończonej strukturze periodycznej wykonanej z naprzemiennie ułożonych warstw srebra i TiO_2 o grubości komórki elementarnej $a = 60 \text{ nm}$ i współczynnika wypełnienia struktury srebrem $f = 0.2$. Wykres 7.9b) przedstawia analogiczny rozkład pól w strukturze o skończonej grubości $L = 10\lambda$ i otoczonej obustronnie przez powietrze. Pogrubionymi liniami na obu wykresach zaznaczono odpowiednio krzywe eksponencjalne przedstawiające efektywny zanik amplitudy pól elektrycznego i magnetycznego wraz z odległością, dopasowane do rozkładu tych pól metodą najmniejszych kwadratów. Z wykresów widać, że pomimo iż rozkład pól w periodycznej strukturze wielowarstwowej o skończonych rozmiarach jest różny od rozkładu pól modu Blocha w nieskończonej wielowarstwie, współczynniki ekstynkcji dla pola elektrycznego i magnetycznego w obu strukturach są sobie co do wartości bardzo bliskie. W przedstawionym na wykresach przypadku różnią się one odpowiednio o 1% dla rozkładu pola magnetycznego oraz o 0.3% dla rozkładu pola elektrycznego.

7.3.1. Głębokość wnikania fali do wielowarstwy

Na rys. 7.10 przedstawiono zależność natężeniowej głębokości wnikania fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw do struktury wielowarstwowej złożonej z warstw srebra oraz odpowiednio a) TiO_2 lub b) GaP w funkcji współczynnika wypełnienia struktury srebrem. Długość fali na wykresach jest równa odpowiednio a) 390 nm oraz b) 490 nm, natomiast poszczególne krzywe odpowiadają strukturom o różnych grubościach komórki elementarnej zmieniającym się w zakresie od $a = 40 \text{ nm}$ do $a = 200 \text{ nm}$. Dla porównania przedstawiono również zależność natężeniowej głębokości wnikania fali do struktury wielowarstwowej przybliżonej jednorodnym ośrodkiem efektywnym w funkcji współczynnika wypełnienia tej struktury srebrem. Wartości głębokości wnikania fali do wielowarstwy uzyskane poprzez zastosowanie modelu ośrodka efektywnego są w pełni zgodne z wartościami wyrażonymi zależnością (7.9) w granicy bardzo cienkich warstw $a \ll \lambda$.

Ciekawym wnioskiem płynącym z przedstawionych na wykresach wyników jest, że dla ustalonej długości fali świetlnej oraz stałej wartości współczynnika wypełnienia periodycznej wielowarstwowy srebrem istnieje optymalna, różna od zera grubość komórki elementarnej struktury pozwalająca na uzyskanie najwyższej wartości głębokości wnikania fali do układu warstwowego. Jej wartość jest zależna od materiałów, z których wykonana jest wielowarstwa, zawartości w niej metalu oraz długości rozchodzącej się fali. Dla obu rozpatrywanych na rys. 7.10 struktur w szerokim zakresie wartości współczynnika wypełnienia struktury srebrem wartość ta zawiera się w przedziale $60 \text{ nm} \leq a \leq 80 \text{ nm}$.

Należy również zwrócić uwagę, że kształt zależności głębokości wnikania fali do układu wielowarstwowego w funkcji współczynnika wypełnienia struktury srebrem zależy od grubości komórki elementarnej tego układu. Dla małych wartości a , głębokość wnikania fali do wielowarstwy maleje monotonicznie wraz ze wzrostem zawartości

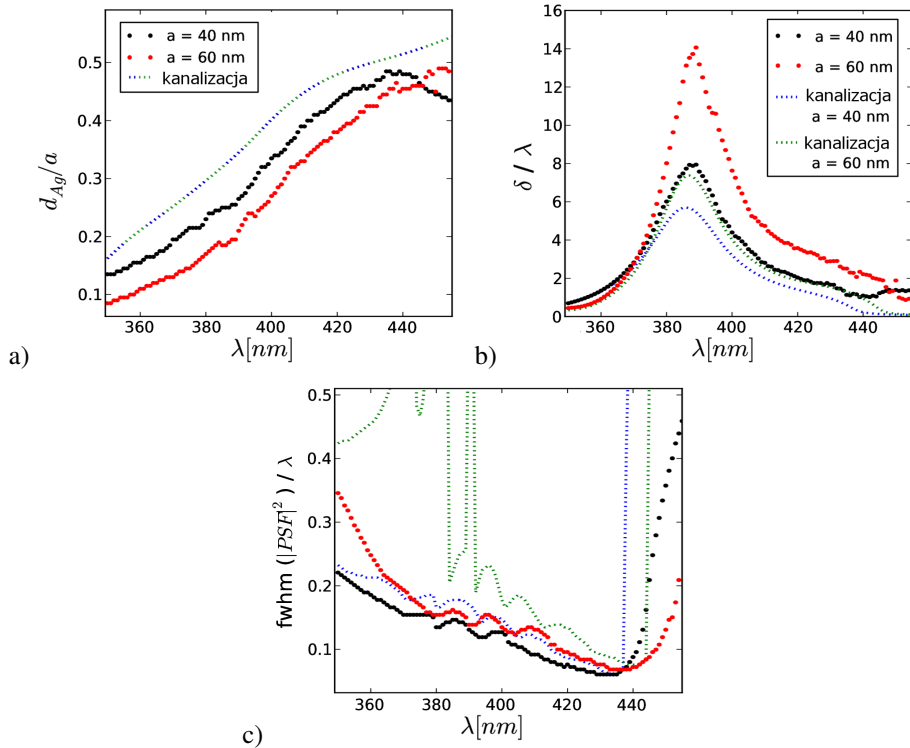


Rysunek 7.10. Głębokość wnikania płaskiej fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw do wielowarstwy srebrno-dielektrycznej w funkcji współczynnika wypełnienia struktury srebrem $f = d_{Ag}/a$. Warstwy dielektryczne wykonane są z: a) dwutlenku tytanu (TiO_2) oraz b) fosorku galu (GaP), natomiast długość fali jest równa odpowiednio: **a)** 390 nm oraz **b)** 490 nm. Poszczególne krzywe odnoszą się do różnych grubości komórki elementarnej wielowarstwy, zmieniającej się w zakresie od $a = 40$ nm do $a = 200$ nm. Dla porównania kolorem czarnym oznaczono głębokość wnikania fali do wielowarstwy modelowanej w przybliżeniu ośrodka efektywnego. Ponadto punktami na krzywych oznaczono wartości współczynnika wypełnienia srebrem odpowiadające takiej grubości warstw dielektrycznych, dla której spełniony jest warunek Fabry-Perot na rezonansową transmisję (5.8a) fali przez pojedynczą warstwę [55].

srebra w strukturze. Jest to bezpośrednio związane ze wzrostem dyssypacji energii fali świetlnej w układzie o większej zawartości metalu. Jednakże, jeżeli grubość komórki elementarnej wielowarstwy jest dostatecznie duża, zależność głębokości wnikania fali do struktury w funkcji współczynnika wypełnienia tej struktury srebrem f przybiera charakter rezonansowy. Wysoka transmisja fali przez strukturę występuje wyłącznie dla takich wartości współczynnika f , dla których grubości warstw dielektrycznych w przybliżeniu spełniają warunek Fabry-Perot (5.8a) na rezonansową transmisję fali przez pojedynczą warstwę. Na wykresach 7.10 wartości te oznaczono punktami na krzywych. Amplituda rezonansów oraz ich szerokość są bezpośrednio związane z zawartością srebra w strukturze. Im mniejsza jest grubość warstw metalicznych, tym większą wartość przyjmuje głębokość wnikania fali do wielowarstwy w rezonansie oraz tym szersze staje się pasmo wartości współczynnika wypełnienia struktury srebrem f , dla którego występuje rezonansowa transmisja fali.

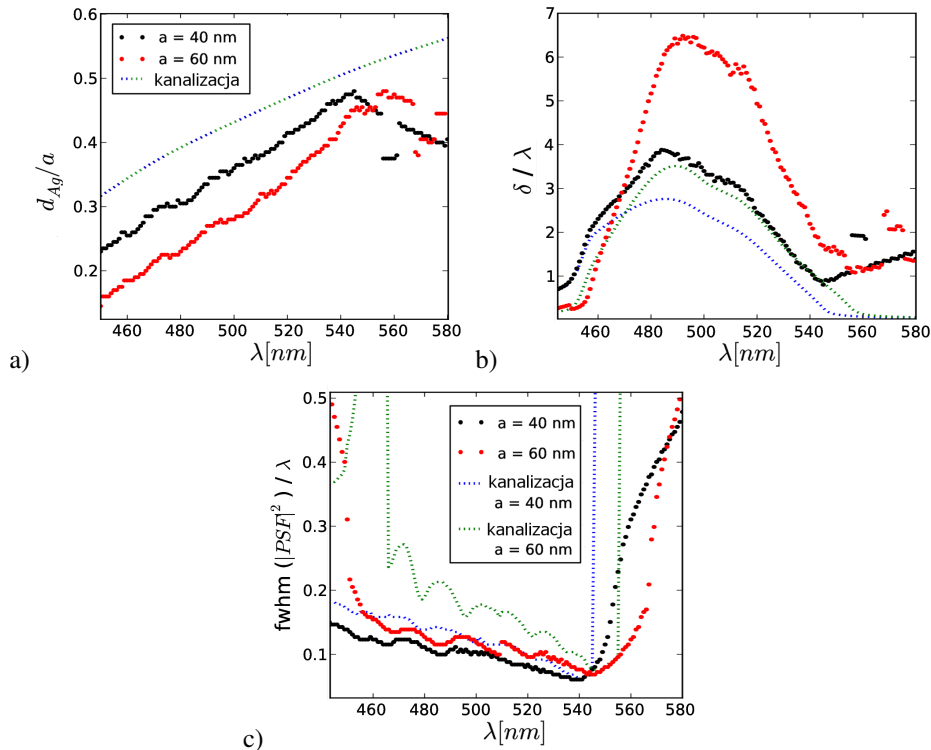
7.3.2. Optymalizacja właściwości obrazujących wielowarstwy

Za kryterium optymalizacji przyjęto minimalizację wyrażenia $\text{FWHM}(|\text{PSF}|^2)/\delta$, w którym δ jest natężeniową głębokością wnikania fali do struktury wielowarstwowej, wyrażoną zależnością (7.9), natomiast $\text{FWHM}(|\text{PSF}|^2)$ jest szerokością połówkową kwadratu modułu funkcji odpowiedzi impulsowej wielowarstwy o całkowitej grubości



Rysunek 7.11. **a)** Optymalne wartości współczynnika wypełnienia wielowarstwy srebrem $f = d_{Ag}/a$ w funkcji długości fali λ dla struktury złożonej z naprzemiennie ułożonych warstw srebra i TiO_2 o grubości komórki elementarnej $a = 40$ nm (kolor czarny) oraz $a = 60$ nm (kolor czerwony). Na wykresach **(b)** i **(c)** przedstawiono odpowiednio wartości natężeniowej głębokości wnikania fali do wielowarstwy δ oraz szerokości połówkowej kwadratu modułu funkcji odpowiedzi impulsowej FWHM($|PSF|^2$) dla struktury o grubości $L = \lambda$ przy współczynniku wypełnienia struktury srebrem zgodnym z wartościami przedstawionymi na wykresie **(a)**. Dla porównania przedstawiono również wartości współczynnika wypełnienia struktury srebrem odpowiadające warunkowi kanalizacji światła (7.1b) (kolor niebieski i zielony) oraz wartości δ i FWHM($|PSF|^2$) dla struktur wielowarstwowych o takiej samej zawartości srebra oraz grubości komórki elementarnej równej odpowiednio $a = 40$ nm (kolor niebieski) lub $a = 60$ nm (kolor zielony) [55].

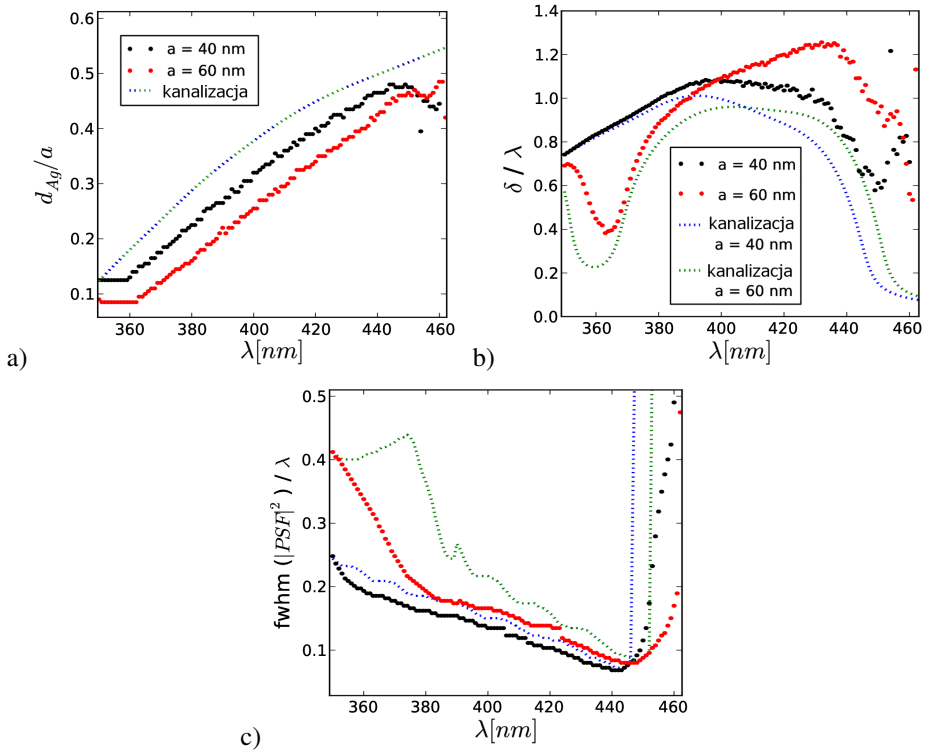
równej $L = \lambda$. Wybór kryterium optymalizacyjnego miał na celu dążenie do jednoczesnego otrzymania struktury o bardzo wysokiej, podfalowej zdolności rozdzielczej oraz wysokim współczynniku transmisji fali przez strukturę. Do wyznaczenia funkcji odpowiedzi impulsowej układu posłużono się kodem numerycznym opartym na metodzie macierzy przejścia. W procesie optymalizacji rozpatrzono struktury o dwóch zadanych grubościach komórki elementarnej $a = 40$ nm oraz $a = 60$ nm, natomiast za przedmiot optymalizacji przyjęto współczynnik wypełnienia struktury srebrem $f = d_{Ag}/a$.



Rysunek 7.12. Wyniki optymalizacji współczynnika wypełnienia wielowarstwy srebrem (przedstawione analogicznie do rys. 7.11) dla struktury złożonej z naprzemiennie ułożonych warstw srebra i GaP [55].

Wybór grubości komórki elementarnej optymalizowanej struktury związany jest z występowaniem wysokiej wartości głębokości wnikania fali do wielowarstwy w szerokim zakresie długości fal oraz współczynników wypełnienia struktury srebrem.

Na rysunkach 7.11-7.13 przedstawiono otrzymane optymalne wartości współczynnika wypełnienia struktury wielowarstwowej srebrem w funkcji długości fali λ dla struktur złożonych z naprzemiennie ułożonych warstw srebra oraz odpowiednio TiO_2 (rys. 7.11), GaP (rys. 7.12) oraz $SrTiO_3$ (rys. 7.13). Ponadto na wykresach 7.11-7.13b-c) przedstawiono wartości głębokości wnikania fali do wielowarstwy δ oraz szerokości półkowej funkcji $|PSF|^2$ odpowiadające strukturom wielowarstwowym o optymalnych wartościach współczynnika wypełnienia srebrem. Uzyskane wyniki zostały porównane z wartościami δ i $FWHM(|PSF|^2)$ odpowiadającymi strukturom wielowarstwowym o współczynniku wypełnienia srebrem zgodnym z warunkiem kanalizacji światła (7.1b). Zakresy długości fal przedstawione na poszczególnych wykresach obejmują wyłącznie te wartości λ , dla których w procesie optymalizacji otrzymano struktury o podfalowej zdolności rozdzielczej, to jest $FWHM(|PSF|^2) < \lambda/2$, oraz natężeniowej głębokości wnikania fali do wielowarstwy nie mniejszej niż $\delta \geq \lambda/2$.

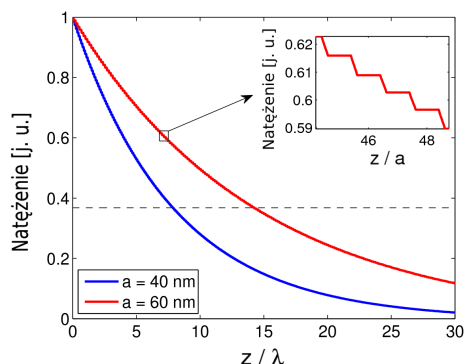


Rysunek 7.13. Wyniki optymalizacji współczynnika wypełnienia wielowarstwy srebrem (przedstawione analogicznie do rys. 7.11) dla struktury złożonej z naprzemiennie ułożonych warstw srebra i SrTiO_3 [55].

Na wykresach widać, że w szerokim zakresie długości fali zoptymalizowane struktury wielowarstwowe charakteryzują się jednocześnie lepszą zdolnością rozdzielczą oraz większą głębokością wnikania fali rozchodzącej się prostopadłe do powierzchni warstw w głąb struktury, niż ma to miejsce w przypadku wielowarstw spełniających warunek kanalizacji światła (7.1b). Jednocześnie optymalne wartości współczynnika wypełnienia struktury srebrem dla zadanych wartości długości fali odbiegają od wartości określonych zależnością (7.1b) tym silniej, im większa jest grubość komórki elementarnej struktury.

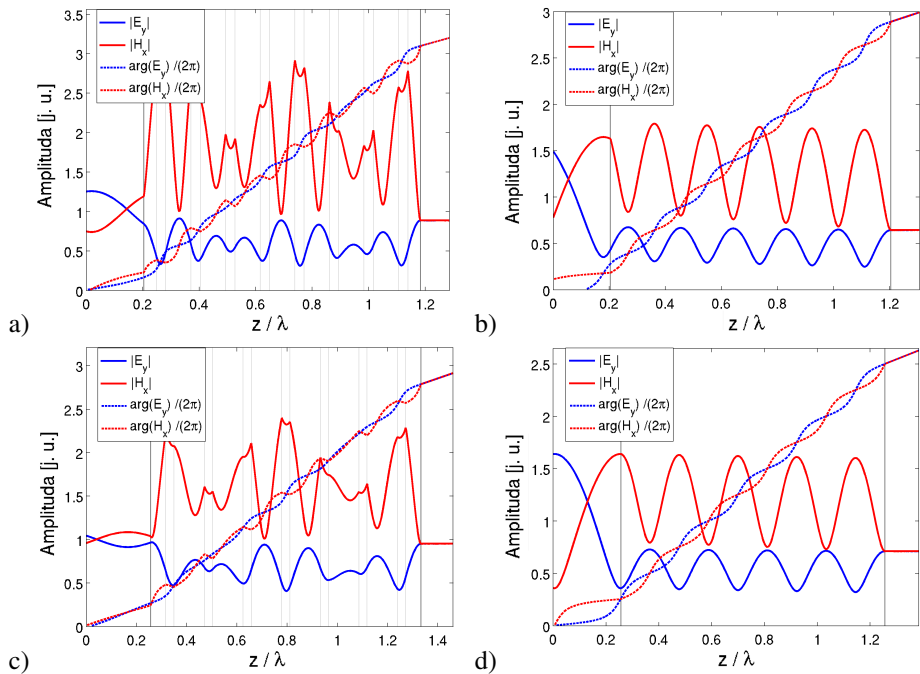
Największą wartość głębokości wnikania fali do układu wielowarstwowego $\delta \approx 14\lambda$ otrzymano dla struktury wielowarstwowej $\text{Ag} - \text{TiO}_2$ przy długości fali świetlnej $\lambda = 389 \text{ nm}$ oraz grubości komórki elementarnej wielowarstwy $a = 60 \text{ nm}$. Wartość ta jest niemal dwukrotnie większa od głębokości wnikania fali o tej samej długości do struktury $\text{Ag} - \text{TiO}_2$ o grubości komórki elementarnej $a = 40 \text{ nm}$, podczas gdy zdolność rozdzielcza obu zoptymalizowanych struktur dla tej długości fali jest w przybliżeniu równa 0.15λ . W strukturze $\text{Ag} - \text{GaP}$ najwyższą wartość natężeniowej głębokości wnikania fali do wielowarstwy $\delta \approx 6.5\lambda$ otrzymano dla fali o długości $\lambda = 490 \text{ nm}$ oraz grubości komórki elementarnej wielowarstwy $a = 60 \text{ nm}$. Odpowiadająca jej wartość

współczynnika wypełnienia struktury srebrem jest równa $f = 0.27$, natomiast szerokość połówkowa funkcji $|\text{PSF}|^2$ dla tej struktury jest równa w przybliżeniu 0.12λ . Dla struktury wielowarstwowej złożonej ze srebra i SrTiO_3 głębokość wnikania fal z całego zakresu widzialnego nie przekracza wartości 1.3λ . Maksymalna głębokość wnikania fali do struktury występuje dla fali o długości 438 nm oraz grubości komórki elementarnej wielowarstwy równej $a = 60$ nm. Struktura ta charakteryzuje się równocześnie bardzo wysoką zdolnością rozdzielczą, nie przekraczającą wartości 0.10λ .



Rysunek 7.14. Rozkład uśrednionej w czasie wartości wektora Poyntinga fali elektromagnetycznej o długości $\lambda = 390$ nm rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw wewnątrz periodycznej struktury wielowarstwowej wykonanej z naprzemiennie ułożonych warstw srebra i dwutlenku tytanu o grubości komórki elementarnej oraz współczynnika wypełnienia struktury srebrem równych odpowiednio $a = 40$ nm, $f = 0.27$ (kolor niebieski) oraz $a = 60$ nm, $f = 0.23$ (kolor czerwony). Wyniki uzyskano za pomocą jednowymiarowej symulacji metodą FDTD. Linia przerywaną oznaczono wartość natężenia pomniejszoną o czynnik e^{-1} względem natężenia fali padającej na strukturę. W prawym górnym rogu wykresu przedstawiono powiększony fragment jednej z krzywych [55].

Celem weryfikacji poprawności otrzymanych wartości głębokości wnikania fali do struktur wielowarstwowych, na rys. 7.14 przedstawiono rozkłady natężenia fali rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw wewnątrz struktur $\text{Ag} - \text{TiO}_2$ zoptymalizowanych dla fali o długości $\lambda = 390$ nm o grubościach komórki elementarnej równych odpowiednio $a = 40$ nm oraz $a = 60$ nm oraz współczynnikach wypełnienia srebrem zgodnych z wartościami na rys. 7.11a). Przedstawione rozkłady natężenia fali w wielowarstwach zostały otrzymane za pomocą 1-wymiarowej symulacji metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu (FDTD, *ang. finite-difference time domain*). Ta oraz wszystkie kolejne symulacje metodą FDTD prezentowane w niniejszej pracy zostały otrzymane z wykorzystaniem pakietu MEEP opracowanego przez pracowników *Massachusetts Institute of Technology* [68, 69]. Z wykresu widać, że efektywne tempo dyssypacji energii w strukturze wraz z odległością ma charakter eksponencjalny, jakkolwiek energia pochłaniana jest wyłącznie w obszarze warstw



Rysunek 7.15. Rozkład amplitudy i fazy składowych pola elektrycznego E_x oraz magnetycznego H_y fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw wewnątrz periodycznej struktury wielowarstwowej: **a)** Ag – GaP o grubości komórki elementarnej $a = 60$ nm oraz zoptymalizowanej wartości współczynnika wypełnienia struktury srebrem $f = 0.270$ dla fali o długości $\lambda = 490$ nm [55], **b)** struktury jak na wykresie (a) modelowanej w przybliżeniu ośrodka efektywnego, przy założeniu $a \ll \lambda$, **c)** Ag – TiO_2 o grubości komórki elementarnej $a = 60$ nm oraz zoptymalizowanej wartości współczynnika wypełnienia struktury srebrem $f = 0.210$ dla fali o długości $\lambda = 390$ nm, **d)** struktury jak na wykresie (c) modelowanej w przybliżeniu ośrodka efektywnego, przy założeniu $a \ll \lambda$.

metalicznych, co zilustrowano na powiększonym fragmencie wykresu w prawym górnym rogu rysunku. Odczytane z wykresu wartości natężeniowej głębokości wnikania fali do obu struktur są całkowicie zgodne z wartościami przedstawionymi na wykresie 7.11b), uzyskanymi poprzez zastosowanie formuły (7.9).

Należy również zwrócić uwagę, że numerycznie zoptymalizowane struktury wielowarstwowe różnią się od układów projektowanych w oparciu o zjawisko kanalizacji światła (7.1b) nie tylko pod względem wartości współczynnika wypełnienia srebrem, lecz również tym, że ich właściwości obrazujące nie są związane z efektywnymi właściwościami materiałowymi struktury. Zastosowanie modelu ośrodka efektywnego do opisu rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w wielowarstwach będących przedmiotem optymalizacji nie pozwala na poprawne oszacowanie rozkładu pól tej fali wewnątrz struktury ani jej głębokości wnikania, a także kształtu funkcji odpowiedzi

Tablica 7.1. Porównanie wartości głębokości wnikania fali do wielowarstwy δ oraz szerokości połówkowej kwadratu modułu funkcji odpowiedzi impulsowej FWHM($|\text{PSF}|^2$) dla struktur wielowarstwowych Ag – GaP oraz Ag – TiO₂ o całkowitej grubości $L = \lambda$ oraz grubości komórki elementarnej odpowiednio skończonej lub spełniającej warunek $a \ll \lambda$. Współczynniki zawartości srebra są wynikiem optymalizacji struktur dla zadanych długości fali oraz grubości komórki elementarnej $a = 60$ nm. Rozkłady pól elektromagnetycznych dla zebranych w tabeli struktur przedstawione zostały na rys. 7.15.

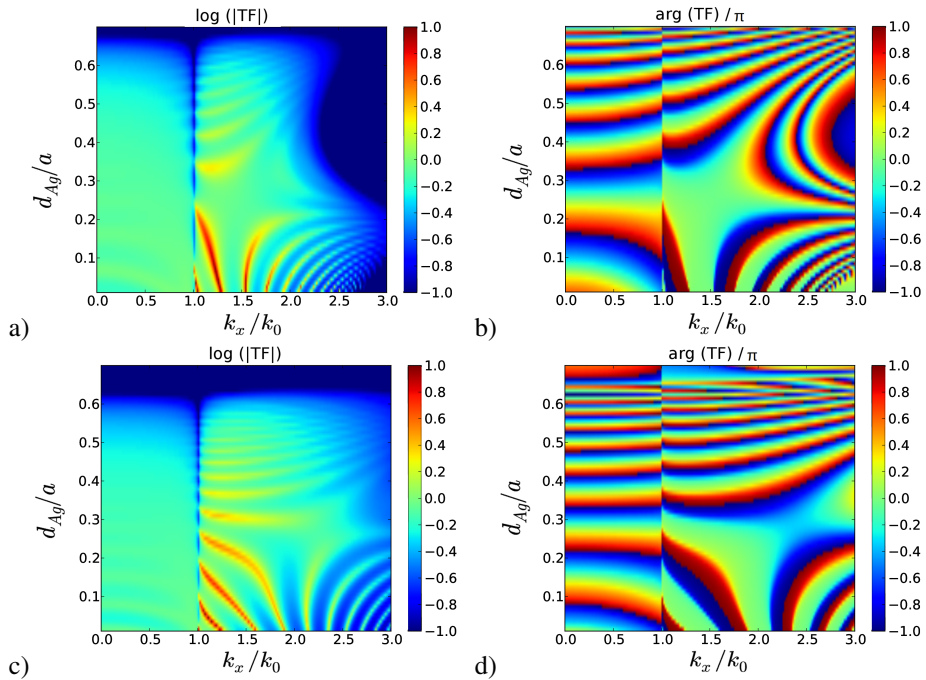
Materiały	λ [nm]	a [nm]	$f = d_{\text{Ag}}/a$	δ/λ	FWHM($ \text{PSF} ^2$)/ λ
Ag – GaP	490	60	0.270	6.31	0.12
Ag – GaP	490	$a/\lambda \rightarrow 0$	0.270	4.22	0.75
Ag – TiO ₂	390	60	0.210	13.20	0.13
Ag – TiO ₂	390	$a/\lambda \rightarrow 0$	0.210	8.74	1.04

impulsowej układu. Na rys. 7.15 przedstawiono rozkłady pól elektromagnetycznych fali rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw wewnątrz dwóch struktur wielowarstwowych o grubościach komórki elementarnej $a = 60$ nm: a) struktury Ag – GaP zoptymalizowanej dla fali o długości $\lambda = 490$ nm oraz c) struktury Ag – TiO₂ zoptymalizowanej dla fali o długości $\lambda = 390$ nm. Dla porównania na wykresach 7.15b,d) przedstawiono analogiczne rozkłady pól fali rozchodzącej się odpowiednio w strukturach o tej samej zawartości srebra, lecz złożonych z bardzo cienkich warstw o $a \ll \lambda$, modelowanych za pomocą przybliżenia ośrodka efektywnego. Ponadto wartości głębokości wnikania fali rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw dla wszystkich przedstawionych na wykresach struktur oraz odpowiadające im wartości szerokości połówkowej funkcji $|\text{PSF}|^2$ zostały zebrane w tab. 7.1.

Rozkłady pól fali rozchodzącej się w strukturach przybliżonych jednorodnym ośrodkiem efektywnym różnią się od rozkładów pól w strukturach o skończonej grubości komórki elementarnej kształtem, a także szybkością dyssypacji energii. W szczególności głębokość wnikania fali do obu zoptymalizowanych struktur jest w przybliżeniu 1.5 raza większa niż głębokość wnikania fali odpowiednio do struktur zawierających tę samą ilość srebra, a różniących się jedynie grubością komórki elementarnej ($a/\lambda \rightarrow 0$). Jednocześnie zoptymalizowana wielowarstwa Ag – GaP charakteryzuje się ponad sześciokrotnie węższą funkcją odpowiedzi impulsowej (ośmiokrotnie w przypadku struktury Ag – TiO₂) od struktury modelowanej za pomocą przybliżenia ośrodka efektywnego. Stanowi to silny argument za zachowaniem ostrożności w stosowaniu modelu ośrodka efektywnego do opisu rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w układach wielowarstwowych o skończonej grubości warstw.

7.3.3. Funkcja przenoszenia

Poprzedni rozdział poświęcony był numerycznej optymalizacji właściwości obrazujących metaliczno-dielektrycznych nanostruktur wielowarstwowych w oparciu o ich funkcję odpowiedzi impulsowej PSF oraz głębokość wnikania fali do struktury. Alternatywnym



Rysunek 7.16. Zależność modułu i fazy amplitudowej funkcji przenoszenia TF periodycznej struktury wielowarstwowej od współczynnika wypełnienia struktury srebrem $f = d_{Ag}/a$. Poszczególne wykresy odpowiadają strukturom wykonanym z naprzemiennie ułożonych warstw srebra oraz **a-b**) dwutlenku tytanu (przy długości fali $\lambda = 390$ nm) lub **c-d**) fosforu galu (przy długości fali $\lambda = 490$ nm). Całkowita grubość struktury jest równa $l = 3\lambda$, natomiast grubość komórki elementarnej jest równa $a = 60$ nm. Wielkości k_x/k_0 na poziomej osi układu współrzędnych odpowiadają unormowanym wartościom składowej wektora falowego równoległej do powierzchni warstw fali padającej na wielowarstwę [55].

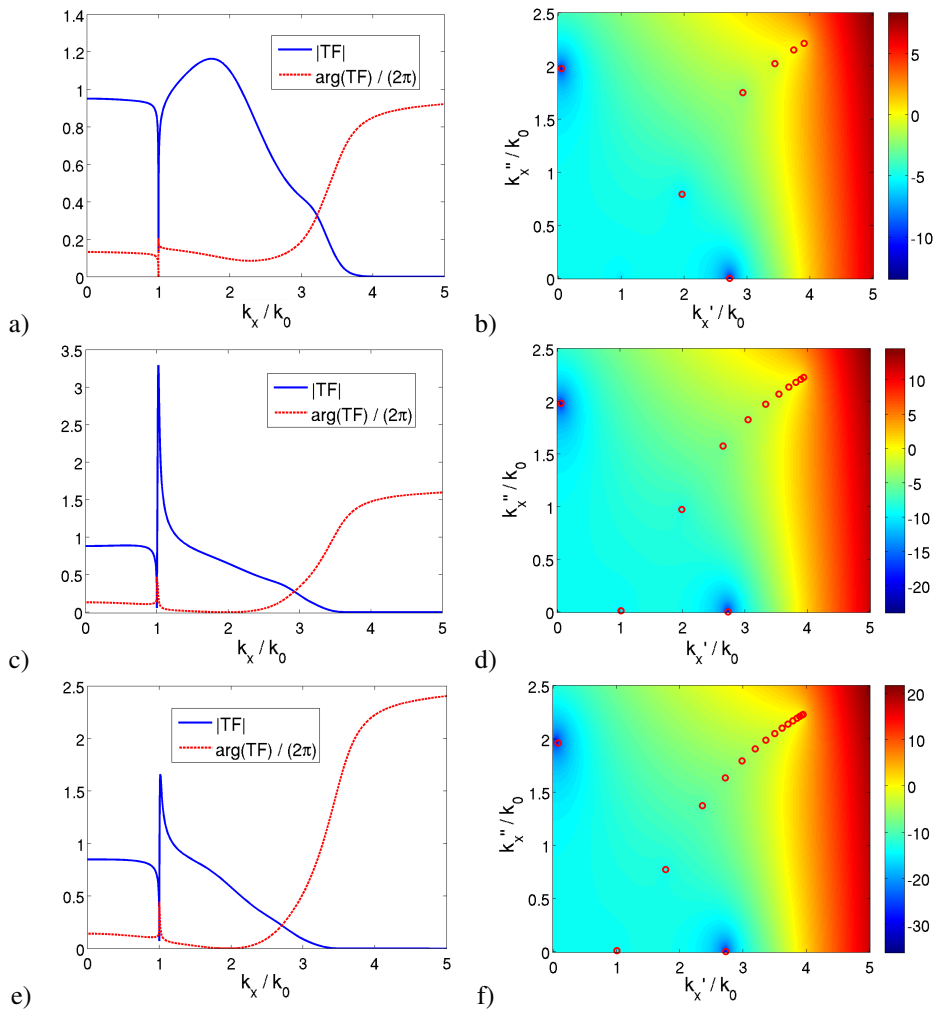
podejściem do problemu poszukiwania optymalnej geometrii nanoukładów warstwowych pod kątem nadrozdzielczego obrazowania i wysokiej wartości współczynnika transmisji może być analiza kształtu funkcji przenoszenia tych układów.

Na rys. 7.16 przedstawiono zależność funkcji przenoszenia (to jest zależności amplitudowego współczynnika transmisji od częstości przestrzennej fali padającej na strukturę wyrażonej na wykresie stosunkiem długości składowej wektora falowego równoległej do powierzchni warstw k_x do liczby falowej $k_0 = 2\pi/\lambda$) dla dwóch periodycznych struktur wielowarstwowych: a-b) struktury Ag – TiO₂ dla fali o długości $\lambda = 390$ nm oraz c-d) struktury Ag – GaP dla fali o długości $\lambda = 490$ nm w funkcji współczynnika wypełnienia struktury srebrem $f = d_{Ag}/a$. Grubość komórki elementarnej obu struktur jest równa $a = 60$ nm, natomiast ich całkowita grubość jest równa $L = 3\lambda$. Wartości funkcji przenoszenia uzyskano metodą macierzy przejścia. Z wykresów widać, że zarówno zakres przenoszonych przez wielowarstwę częstości przestrzennych,

jak również kształt amplitudy i fazy funkcji przenoszenia, zwłaszcza w zakresie fal zanikających, to jest spełniających zależność $k_x/k_0 > 1$, silnie zależą od współczynnika wypełnienia struktury srebrem. Jednocześnie dla obu struktur można wyróżnić taką wartość współczynnika wypełnienia srebrem, dla której faza funkcji przenoszenia jest z dobrym przybliżeniem płaska, natomiast jej amplituda zmienia się nieznacznie w szerokim zakresie częstości przestrzennych, obejmującym zarówno jednorodne, jak i niejednorodne fale płaskie. Wartości te wynoszą odpowiednio $f \approx 0.23$ dla struktury Ag – TiO₂ oraz $f \approx 0.28$ dla struktury Ag – GaP i są zgodne z wartościami optymalnych współczynników wypełnienia srebrem dla tych struktur, otrzymanymi w drodze optymalizacji numerycznej (patrz wykresy 7.11a, 7.12a).

Zatem problem poszukiwania optymalnej budowy geometrycznej periodycznych nanoukładów warstwowych do obrazowania z podfalową rozdzielczością jest zagadnieniem tożsamym z poszukiwaniem struktury o charakterystycznym kształcie funkcji przenoszenia, cechującym się płaską charakterystyką amplitudową i fazową dla częstości przestrzennych odpowiadających falom jednorodnym oraz falom zanikającym z możliwie szerokiego zakresu oraz bliskimi jedności wartościami amplitudowego współczynnika transmisji w tym zakresie. Jeżeli grubość komórki elementarnej poszukiwanej struktury jest bardzo mała w porównaniu z długością rozchodzącej się w niej fali, wówczas, jak pokazano w rozdziale 7.2.2, budowę struktury charakteryzującej się funkcją przenoszenia o opisanych wyżej właściwościach, definiują warunki kanalizacji światła (7.1). W przypadku struktur o skończonej grubości warstw, do opisu których model ośrodka efektywnego nie znajduje zastosowania, określenie analitycznych warunków budowy wielowarstwy założonej z kilkunastu lub więcej warstw, pozwalających na otrzymanie struktury o pożądanym kształcie funkcji przenoszenia, staje się niemożliwe i koniecznym jest odwołanie się do metod numerycznych.

Warto jednak zwrócić uwagę na mechanizmy fizyczne odpowiedzialne za właściwości obrazujące nanoukładów wielowarstwowych o skończonych grubościach warstw, w szczególności zdolność obrazowania za pomocą tych układów z podfalową rozdzielczością. Za płaski kształt funkcji przenoszenia oraz wysokie wartości współczynnika transmisji w zakresie fal jednorodnych o $k_x/k_0 < 1$ w widmie przestrzennym fali padającej odpowiedzialne jest przede wszystkim zjawisko interferencji fal wewnątrz warstw dielektrycznych i związane z nim rezonanse Fabry-Perot. Co prawda optymalne wartości współczynnika wypełnienia srebrem dla rozważanych powyżej struktur nie spełniają warunku Fabry-Perot (5.8a) na rezonansową transmisję fali rozchodzącej się w kierunku normalnym do powierzchni warstw przez pojedynczą warstwę dielektryczną (patrz również rys. 7.10). Jednakże, jak pokazano w rozdziale 5.2, w metaliczno-dielektrycznych strukturach wielowarstwowych zawierających dostatecznie cienkie warstwy metalu rezonansowa transmisja fali przez strukturę zachodzi dla szerokiego zakresu grubości warstw dielektrycznych, o ile nie są one bliskie grubościom odpowiadającym warunkowi interferencyjnego wygaszenia fali transmitowanej (5.8b). Ponadto warunek rezonansowej transmisji dla fal odpowiadających różnym częstościom przestrzennym zachodzi przy



Rysunek 7.17. **a, c, e**) Moduł i argument zespolony amplitudowej funkcji przenoszenia TF dla okresowych struktur wielowarstwowych Ag – TiO₂ o grubości komórki elementarnej $a = 60$ nm oraz współczynnika wypełnienia srebrem $f = 0.23$ będącym wynikiem optymalizacji numerycznej dla fali o długości $\lambda = 390$ nm. Grubości struktur są równe: a) λ , b) 2λ oraz c) 3λ . **b, d, f**) Logarytm dziesiętny modułu lewej strony równania dyspersyjnego (4.14) (pomnożonej przez $(c/\omega_p)^{N+1}$, gdzie ω_p jest częstotliwością plazmową srebra, natomiast N jest całkowitą liczbą warstw w strukturze) dla powierzchniowych modów plazmonowo-polaritonowych w strukturach wielowarstwowych odpowiadających funkcjom przenoszenia na wykresach a,c,e w funkcji części rzeczywistej oraz części urojonej składowej wektora falowego równoległej do powierzchni warstw $k_x = k_x' + ik_x''$. Punktami koloru czerwonego oznaczono rozwiązania równania dyspersyjnego otrzymane metodą numeryczną z wykorzystaniem własnego kodu autorki.

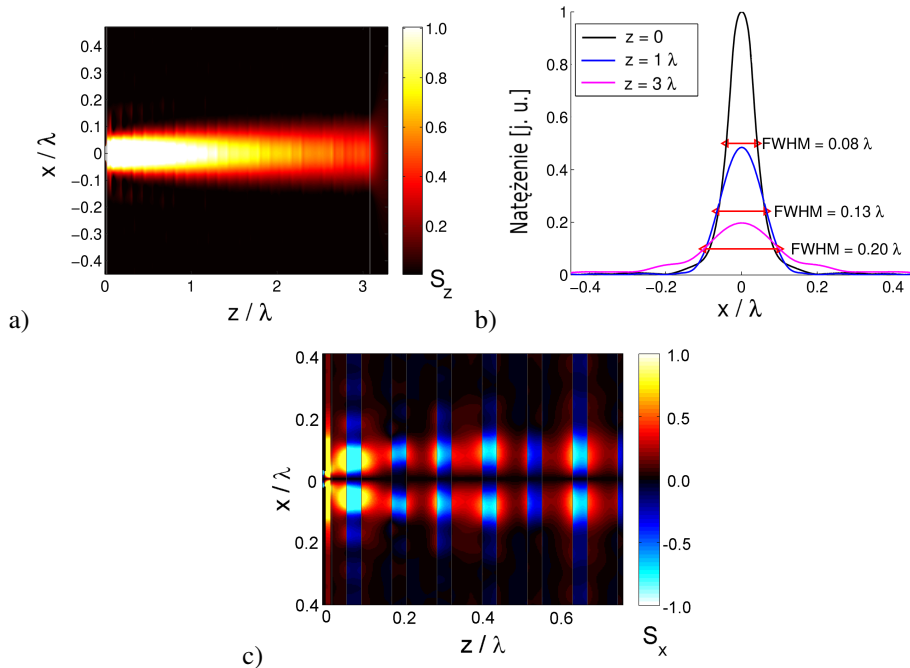
różnych grubościach warstw dielektrycznych, zatem uzyskanie jednoczesnego rezonansu dla wielu fal składowych widma przestrzennego wymaga wyboru takiej grubości warstw dielektrycznych, która mieści się w przedziale dopuszczalnych wartości umożliwiających wzmocnienie transmisji dla wszystkich fal z rozpatrywanego zakresu częstości przestrzennych.

Jednocześnie wzmocnienie transmisji fal zanikających, odgrywających kluczową rolę w procesie obrazowania z podfalową rozdzielczością, w układzie wielowarstwowym związane jest bezpośrednio ze wzbudzeniem sprzężonych modów plazmonowo-polarytonowych na wszystkich powierzchniach granicznych warstw metalu i dielektryka. Związek ten zilustrowano na rys. 7.17. Na wykresach 7.17a,c,e) przedstawiono funkcje przenoszenia trzech struktur wielowarstwowych Ag – TiO₂ o grubości komórki elementarnej $a = 60$ nm oraz współczynnika wypełnienia srebrem zoptymalizowanym dla fali o długości $\lambda = 390$ nm. Całkowite grubości struktur są równe odpowiednio a) pojedynczej długości fali, b) dwóm długościom fali oraz c) trzem długościom fali. Dla porównania na wykresach 7.17b,d,f) przedstawiono rozwiązania równania dyspersyjnego (4.14) dla powierzchniowych plazmonów-polarytonów na powierzchniach granicznych warstw w każdej z rozważanych struktur. Widoczna jest wyraźna korelacja pomiędzy kształtem amplitudy funkcji przenoszenia dla poszczególnych układów wielowarstwowch, a strukturą modową powierzchniowych plazmonów-polarytonów w tych układach. Dla częstości przestrzennych k_x/k_0 , odpowiadających wartościom części rzeczywistej stałej propagacji modów plazmonowo-polarytonowych w wielowarstwach (kolor czerwony na wykresach 7.17b,d,f), obserwowane są wzmocnienia transmisji fali przez strukturę. Są one tym silniejsze, im mniejsza jest wartość części urojonej stałej propagacji tych modów k_x'' , odpowiedzialnej za ich tłumienie. Należy jednak mieć na uwadze, że wzbudzenie sprzężonych modów plazmonowo-polarytonowych w wielowarstwie jest warunkiem koniecznym do wzmocnienia transmisji fal zanikających, nie jest jednak warunkiem wystarczającym do uzyskania struktury charakteryzującej się podfalową zdolnością rozdzielczą, gdyż wzmacniane częstości przestrzenne w ogólności mogą być przenoszone przez strukturę z różnymi amplitudami i przesunięciami fazowymi.

7.3.4. Dystrybucja energii w strukturze

W dotychczasowych rozważaniach właściwości obrazujące metaliczno-dielektrycznych struktur wielowarstwowch opisywane były za pomocą funkcji odpowiedzi impulsowej, stanowiącej miarę przekształcenia, jakiemu na skutek oddziaływania ze strukturą ulega fala elektromagnetyczna emitowana przez punktowe źródło światła. W niniejszej części rozdziału rozpatrywane jest obrazowanie za pomocą zoptymalizowanej struktury wielowarstwowch przedmiotu o podfalowych, lecz skończonych rozmiarach geometrycznych.

Przyjęto, że odwzorowywanym przedmiotem jest szczelina dyfrakcyjna o szerokości równej $\lambda/20$ oświetlona monochromatyczną falą płaską o długości $\lambda = 490$ nm.



Rysunek 7.18. **a)** Rozkład uśrednionej w czasie wartości składowej wektora Poyntinga S_z normalnej do powierzchni warstw wewnątrz periodycznej struktury wielowarstwowej złożonej z 25 symetrycznych komórek elementarnych $GaP - Ag - GaP$ o grubości $a = 60$ nm każda i współczynnika wypełnienia struktury srebrem $f = 0.27$. Struktura została oświetlona falą elektromagnetyczną o długości $\lambda = 490$ nm, przechodzącą przez aperturę o podfalowej średnicy równej $\lambda/20$ wykonany w płytce z doskonale przewodzącego metalu umieszczonej w odległości 10 nm przed płaszczyzną wejściową wielowarstwy. Wykres **b)** przedstawia rozkłady natężenia światła w wybranych przekrojach struktury: płaszczyźnie wejściowej (kolor czarny), płaszczyźnie oddalonej od płaszczyzny wejściowej o pojedynczą długość fali (kolor niebieski), płaszczyźnie wyjściowej (kolor fioletowy) [55]. **c)** Rozkład uśrednionej w czasie wartości składowej wektora Poyntinga S_x stycznej do powierzchni warstw. Ujemne wartości S_x odpowiadają zwrotowi składowej wektora Poyntinga S_x skierowanemu ku osi $x = 0$, natomiast dodatnie wartości S_x odpowiadają przeciwnemu zwrotowi tej składowej. Wyniki zostały uzyskane za pomocą dwuwymiarowej symulacji metodą FDTD.

Szczelina jest wykonana w cienkiej warstwie doskonałego przewodnika (to jest ośrodka o nieskończonej przewodności elektrycznej dla zadanej długości fali) znajdującej się w obszarze bliskiego pola względem struktury, w odległości 10 nm od jej powierzchni. Warstwa doskonałego przewodnika w ogólności może zostać zastąpiona warstwą dowolnego ośrodka metalicznego o grubości dostatecznie dużej, aby współczynnik transmisji fali świetlnej przez tę warstwę był pomijalnie mały w stosunku do współczynnika transmisji fali przez szczelinę. W szczególności warunek ten jest spełniony na przykład dla warstwy chromu o grubości nie mniejszej niż 50 nm.

Do znalezienia rozkładu natężenia światła wewnątrz układu złożonego z odwzorowywanej szczeliny oraz struktury wielowarstwowej Ag – GaP, pełniącej funkcję układu obrazującego, posłużono się dwuwymiarową symulacją metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu (FDTD). Przyjęto, że struktura wielowarstwowa złożona jest z 25-ciu komórek elementarnych o grubości $a = 60$ nm i współczynnika wypełnienia srebrem $f = 0.28$, będącym wynikiem wcześniejszej optymalizacji struktury o zadanej grubości całkowitej oraz grubości komórki elementarnej dla fali o długości $\lambda = 490$ nm. Na rys. 7.18 przedstawione zostały rozkłady uśrednionych w czasie wartości składowych wektora Poyntinga S_z oraz S_x , odpowiednio normalnej oraz stycznej do powierzchni warstw, wewnątrz układu, a także rozkłady natężenia światła w wybranych przekrojach struktury: płaszczyźnie wejściowej, płaszczyźnie wyjściowej oraz płaszczyźnie przecinającej strukturę w odległości pojedynczej długości fali od płaszczyzny wejściowej.

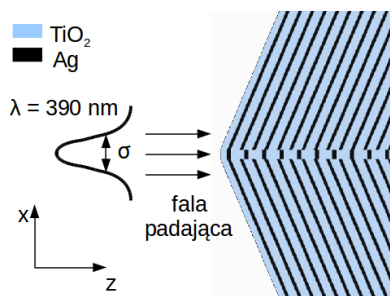
Z wykresów widać, że energia fali emitowanej przez źródło o podfalowych rozmiarach geometrycznych rozchodzi się w strukturze w postaci wiązki silnie skoncentrowanej w pobliżu osi optycznej układu. Szerokość połówkowa tej wiązki jest znacznie mniejsza od długości padającej na strukturę fali oraz zmienia się nieznacznie wraz z przebytą odległością, pomimo iż część energii fali ulega dyssypacji na skutek strat termicznych w warstwach metalu. W płaszczyźnie wyjściowej ze struktury szerokość połówkowa wiązki wychodzącej jest zaledwie około dwukrotnie większa od szerokości połówkowej wiązki padającej na tę strukturę. Jednocześnie szerokość połówkowa rozkładu natężenia światła w płaszczyźnie równoległej do powierzchni warstw i oddalonej od płaszczyzny wejściowej struktury o pojedynczą długość fali jest zgodna z szerokością połówkową funkcji $|\text{PSF}|^2$ struktury Ag – GaP o zbliżonej zawartości srebra i grubości $L = 1\lambda$ (patrz tab. 7.1).

Należy zwrócić uwagę na szczególnie sposób rozchodzenia się energii fali świetlnej w poszczególnych warstwach struktury. W pobliżu osi optycznej układu szczelina-wielowarstwa energia rozchodzi się przede wszystkim w kierunku normalnym do powierzchni warstw. Wartość składowej wektora Poyntinga w tym kierunku jest o ponad dwa rzędy wielkości większa od wartości składowej S_x stycznej do powierzchni warstw. Jednakże w obszarze warstw dielektrycznych wartość składowej wektora Poyntinga S_x jest dodatnia. Oznacza to, że część energii fali, na skutek dyfrakcji, rozchodzi się w kierunku bocznych granic struktury, przyczyniając się do poszerzenia wiązki przechodzącej przez strukturę. Jednocześnie zjawisko to jest kompensowane w obszarze warstw metalicznych, w których, na skutek ujemnego kierunku załamania światła, składowa wektora Poyntinga S_x równoległa do powierzchni warstw jest zwrócona w stronę osi optycznej układu. Zatem za pomocą metaliczno-dielektrycznej struktury wielowarstwowej, poprzez odpowiedni dobór stosunku grubości warstw metalicznych i dielektrycznych, możliwe jest nie tylko obrazowanie z podfalową rozdzielczością, ale również uzyskanie niemal bezdyfrakcyjnej propagacji wiązki świetlnej.

Rozdział 8

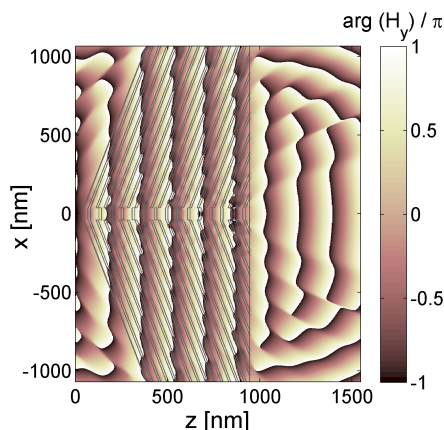
Nanoukłady plazmoniczne do koncentracji wiązki światła

W poprzednim rozdziale pokazano, że w odpowiednio zaprojektowanej strukturze wielowarstwowej wiązka świetlna o podfalowej szerokości połówkowej może rozchodzić się w przybliżeniu bezdyfrakcyjnie, dzięki czemu poszerzenie profilu natężenia światła tej wiązki w stosunku do przebytej przez nią odległości jest niewielkie. Przedmiotem niniejszego rozdziału jest zastosowanie wielowarstwowych nanoukładów plazmonicznych do koncentracji energii wiązki świetlnej i zmiany jej profilu natężenia światła przy jednoczesnym zachowaniu kształtu frontów falowych wiązki padającej na strukturę. W rozdziale wykorzystano wyniki opublikowane wcześniej przez autorkę w pracach [70,71].



Rysunek 8.1. Schemat struktury.

Na rys. 8.1 przedstawiony został schemat zaproponowanej struktury wielowarstwowej. Jest ona złożona z trzech okresycznych układów warstwowych Ag – TiO₂ o różnych grubościach komórki elementarnej, współczynnikach wypełnienia srebrem oraz różnych kątach nachylenia warstw względem osi z układu współrzędnych, stanowiącej oś optyczną struktury. Wielowarstwa umieszczona w centralnej części układu złożona jest z warstw ustawionych prostopadle do osi optycznej i stanowi rdzeń struktury o podfalowej szerokości równej $\lambda/5$. Składa się ona z komórek elementarnych o grubości $a = 60$ nm oraz współczynnika wypełnienia srebrem $f \approx 0.22$, będącym wynikiem optymalizacji numerycznej wielowarstwy pod kątem wysokiej transmisji światła przez strukturę i podfalowej zdolności rozdzielczej dla fali o długości $\lambda = 390$ nm (patrz rozdział 7.3.2). Dwie symetrycznie ustawione wielowarstwy zewnętrzne złożone są z komórek elementarnych o grubości $a = 40$ nm oraz współczynnika wypełnienia srebrem $f \approx 0.27$ (również będącym wynikiem wcześniejszej optymalizacji numerycznej)



Rysunek 8.2. Rozkład fazy składowej pola magnetycznego H_y fali o długości $\lambda = 390$ nm rozchodzącej się w strukturze przedstawionej na rys. 8.1 otoczonej ośrodkiem dopasowanym pod względem impedancji, o współczynniku załamania $n = 2.18$. Falą padającą na strukturę jest wiązka gaussowska o odchyleniu standardowym $\sigma = \lambda$, rozchodząca się wzdłuż osi z układu współrzędnych. Wyniki uzyskano za pomocą dwuwymiarowej symulacji metodą FDTD. Popielatymi liniami oznaczono granice poszczególnych warstw struktury [70].

oraz są nachylone do osi optycznej układu pod kątem 19.5° . Wybór kąta nachylenia zewnętrznych wielowarstw oraz wybór parametrów geometrycznych wszystkich układów wielowarstwowych będących częściami składowymi struktury został dokonany w taki sposób, aby efektywna długość jednorodnej fali płaskiej rozchodzącej się w kierunku osi z układu współrzędnych była w całej objętości struktury jednakowa. Dzięki temu fronty falowe tej fali w obszarze całej struktury pozostają ciągłe, płaskie i równoległe do powierzchni stałej fazy fali padającej na układ. Jeżeli dodatkowo struktura zostanie umieszczona w ośrodku o impedancji bliskiej efektywnej impedancji układu dla fali rozchodzącej się wzdłuż osi z , wówczas również fala wychodząca ze struktury będzie charakteryzowała się płaskim kształtem frontów falowych niezależnie od zmian w rozkładzie natężenia światła będących następstwem oddziaływania tej fali ze strukturą.

Na rys. 8.2 przedstawiony został rozkład fazy składowej pola magnetycznego H_y dla fali rozchodzącej się w strukturze zilustrowanej na rys. 8.1 otoczonej przez ośrodek dopasowany pod względem impedancji dla fali rozchodzącej się wzdłuż osi z układu współrzędnych. Współczynnik załamania tego ośrodka jest równy $n_{zewn} = 2.18$. Przyjęto, że falą padającą na strukturę jest monochromatyczna wiązka świetlna o polaryzacji TM, rozchodząca się wzdłuż osi optycznej układu, o długości fali $\lambda = 390$ nm oraz gaussowskim rozkładzie natężenia światła w płaszczyznach $z = const$ o wartości odchylenia standardowego $\sigma = \lambda$. Rozkład pola magnetycznego fali rozchodzącej się w strukturze został otrzymany za pomocą dwuwymiarowej symulacji metodą FDTD. Wyniki przedstawione na wykresie potwierdzają, że powierzchnie stałej fazy pola magnetycznego

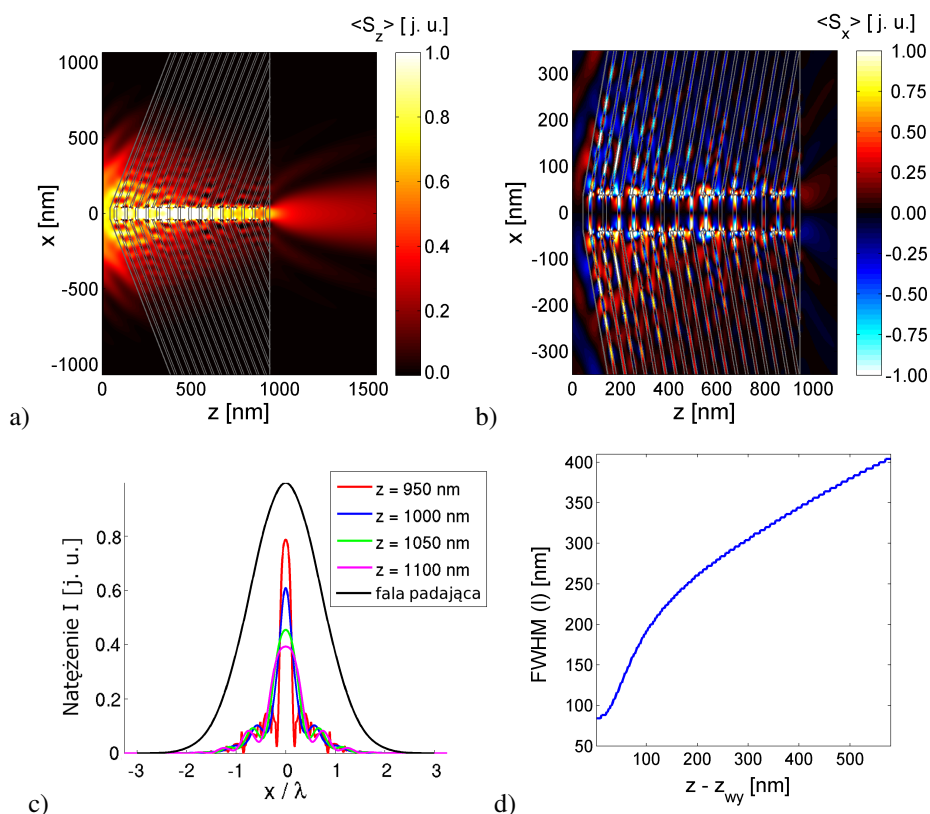
są ciągle, płaskie i jednorodne w obszarze całej struktury, a także w obszarze wiązki wychodzącej ze struktury dla $z > z_{wy} = 950$ nm, gdzie $z = z_{wy}$ jest płaszczyzną wyjściową struktury. Ciągłość frontów falowych oraz jednorodność efektywnej długości fali w całej objętości struktury są zachowane, pomimo iż struktura złożona jest z warstw o skończonej grubości, dla których w ogólności model ośrodka efektywnego nie pozwala na poprawny opis rozkładu pól elektromagnetycznych fali rozchodzącej się w układzie. Niemniej szybkość zmian fazy fali rozchodzącej się w wielowarstwach, z których złożona jest rozpatrywana struktura, są z dobrym przybliżeniem zgodne z wartościami przewidywanymi za pomocą modelu ośrodka efektywnego (dla porównania patrz rys. 7.15).

Ponadto na rys. 8.3 przedstawiono rozkład uśrednionych w czasie składowych wektora Poyntinga S_z oraz S_x fali o tej samej długości i rozkładzie przestrzennym rozchodzącej się w rozważanej strukturze. Pomimo iż kształt frontów falowych w obszarze całej struktury jest niemal identyczny z rozkładem frontów falowych fali rozchodzącej się w ośrodku jednorodnym wzdłuż osi z układu współrzędnych, energia fali w obszarze każdej wielowarstwy tworzącej układ rozchodzi się w kierunku normalnym do powierzchni warstw i jest ogniskowana w obszarze bliskiego pola za strukturą. Rozkłady natężenia światła w wybranych przekrojach $z = const$ dla fali wychodzącej ze struktury zostały zilustrowane na rys. 8.3c). Ponadto na rys. 8.3d) przedstawiono zależność szerokości połówkowej rozkładu natężenia światła w wybranych przekrojach wiązki wychodzącej ze struktury w funkcji odległości tego przekroju od płaszczyzny wyjściowej $z_{wy} = 950$ nm.

Z wykresów widać, że szerokość połówkowa wiązki wychodzącej ze struktury tuż za płaszczyzną wyjściową jest około dziesięciokrotnie węższa od szerokości połówkowej wiązki padającej na strukturę i wynosi zaledwie 80 nm. Jednocześnie wartość natężeniowego współczynnika transmisji fali przez strukturę jest równa 20%, co stanowi wysoką wartość dla struktury o całkowitej grubości równej 900 nm oraz złożonej w około 25% ze srebra. Wraz z odległością od płaszczyzny wyjściowej wiązka ulega poszerzeniu na skutek dyfrakcji, lecz jej szerokość połówkowa pozostaje znacznie mniejsza od szerokości połówkowej wiązki padającej na strukturę nawet w odległości 500 nm od płaszczyzny wyjściowej. Ponadto kształt i rozkład przestrzenny frontów falowych pozostaje jednorodny i płaski w całym obszarze wiązki.

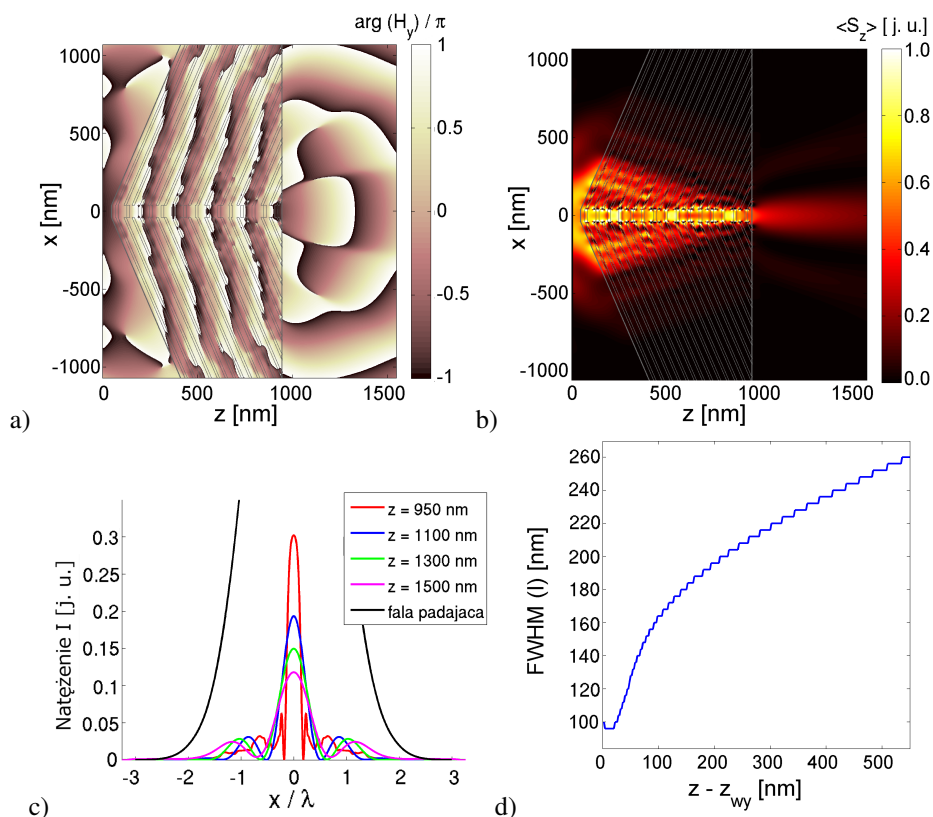
Wykazano zatem, że zaproponowana struktura plazmiczna pozwala na ogniskowanie energii monochromatycznej wiązki świetlnej przy jednoczesnym zachowaniu niezaburzonego kształtu i rozkładu przestrzennego powierzchni stałej fazy tej wiązki. Odmienny sposób propagacji frontów falowych i energii w strukturze jest konsekwencją dużej efektywnej anizotropii układów wielowarstwowych, z których zbudowana jest struktura. Dzięki tej właściwości za pomocą rozważanej struktury możliwe jest przekształcenie monochromatycznej, gaussowskiej wiązki świetlnej w wiązkę o jednakowym rozkładzie frontów falowych oraz podobnym rozkładzie natężenia światła, ale wielokrotnie mniejszej szerokości połówkowej.

W dalszej części rozważona zostanie sytuacja, w której proponowana struktura



Rysunek 8.3. Rozkład uśrednionych w czasie składowych wektora Poyntinga **a)** S_z oraz **b)** S_x dla wiązki gaussowskiej o długości fali $\lambda = 390$ nm oraz odchyleniu standardowym $\sigma = \lambda$ rozchodzącej się w strukturze przedstawionej na rys. 8.1 otoczonej ośrodkiem dopasowanym pod względem impedancji, o współczynniku załamania $n = 2.18$. Wyniki uzyskano za pomocą dwuwymiarowej symulacji metodą FDTD. Popielatymi liniami oznaczono granice poszczególnych warstw struktury. Na wykresie **c)** przedstawiono rozkład natężenia wiązki w wybranych przekrojach: dla wiązki padającej na strukturę oraz dla wiązki wychodzącej ze struktury w płaszczyźnie wyjściowej $z_{wy} = 950$ nm, a także wybranych płaszczyznach za strukturą odległych od płaszczyzny wyjściowej odpowiednio o 50 nm, 100 nm oraz 150 nm. Wykres **d)** przedstawia zależność szerokości połówkowej rozkładu natężenia w danym przekroju wiązki wychodzącej ze struktury w funkcji odległości tego przekroju od płaszczyzny wyjściowej struktury $z_{wy} = 950$ nm [70].

umieszczona jest w ośrodku o impedancji różnej od efektywnej impedancji struktury, na przykład w powietrzu. Wówczas kształt i rozkład przestrzenny frontów falowych fali rozchodzącej się w strukturze oraz fali wychodzącej ze struktury ulegają zaburzeniu na skutek odbić światła od granic układu. Niemniej, dzięki szczególnej geometrii struktury, zapewniającej stałą wartość efektywnej długości fali w całej objętości struktury dla fali rozchodzącej się wzdłuż osi z układu współrzędnych, fronty falowe tej fali pozostają



Rysunek 8.4. **a)** Rozkład fazy składowej pola magnetycznego H_y oraz **b)** rozkład uśrednionej w czasie składowej wektora Poyntinga S_z dla wiązki gaussowskiej o długości fali $\lambda = 390$ nm oraz odchyleniu standardowym $\sigma = \lambda$ rozchodzącej się w strukturze przedstawionej na rys. 8.1 otoczonej powietrzem. Wyniki uzyskano za pomocą dwuwymiarowej symulacji metodą FDTD. Popielatymi liniami oznaczono granice poszczególnych warstw struktury. **c)** Rozkład natężenia światła w wybranych przekrojach wiązki wychodzącej ze struktury: w płaszczyźnie wyjściowej $z_{wy} = 950$ nm oraz płaszczyznach odległych od płaszczyzny wyjściowej odpowiednio o 150 nm, 350 nm oraz 550 nm. Dla porównania kolorem czarnym oznaczono rozkład natężenia światła dla wiązki padającej na strukturę (dla zwiększenia czytelności przedstawiono fragment krzywej; wartość maksymalna w punkcie $x = 0$ jest równa jedności). **d)** Zależność szerokości połówkowej rozkładu natężenia światła w wybranych przekrojach wiązki wychodzącej ze struktury płaszczyznami $z = const$ w funkcji odległości przekrojów od płaszczyzny wyjściowej struktury $z_{wy} = 950$ nm.

ciągle, natomiast ich rozkład przestrzenny jest jednorodny w obszarze wszystkich wielowarstw, z których złożona jest struktura. Rozkład przestrzenny fazy składowej pola magnetycznego H_y dla fali rozchodzącej się wzdłuż osi z układu współrzędnych wewnątrz rozważanej struktury otoczonej powietrzem został przedstawiony na rys. 8.4a). Podobnie jak we wcześniejszych rozważaniach, za falę padającą na strukturę przyjęto

monochromatyczną wiązkę świetlną o polaryzacji TM oraz długości fali $\lambda = 390$ nm i gaussowskim rozkładzie natężenia światła w płaszczyznach $z = \text{const}$ o odchyleniu standardowym równym $\sigma = \lambda$.

Ponadto na rys. 8.4b-d) przedstawiono odpowiednio rozkład przestrzenny uśrednionej w czasie wartości składowej wektora Poyninga S_z dla fali rozchodzącej się w strukturze, a także rozkład natężenia światła w wybranych przekrojach $z = \text{const}$ dla wiązki wychodzącej ze struktury oraz zależność szerokości połówkowej rozkładu natężenia światła w tych przekrojach w funkcji odległości przekroju od płaszczyzny wyjściowej $z_{wy} = 950$ nm.

Podobnie jak w przypadku struktury dopasowanej pod względem impedancji do otaczającego ją ośrodka, tak i w przypadku struktury otoczonej powietrzem, energia fali padającej na strukturę rozchodzi się w jej wnętrzu w kierunku prostopadłym do powierzchni warstw w obszarze każdej wielowarstwy tworzącej strukturę i jest ogniskowana w bliskim polu za strukturą. Szerokość połówkowa wiązki wychodzącej ze struktury tuż za płaszczyzną wyjściową $z_{wy} = 950$ nm jest równa 95 nm, co stanowi około jednej czwartej długości rozchodzącej się fali. Ponadto szerokość połówkowa wiązki zmienia się powoli wraz z odległością od płaszczyzny wyjściowej i pozostaje podfalowa, to jest mniejsza od $\lambda/2$, dla odległości od płaszczyzny wyjściowej $z - z_{wy} < 200$ nm. Fronty falowe wiązki rozchodzącej się w przestrzeni za strukturą w ogólności nie są płaskie ani jednorodne, jak ma to miejsce dla struktury otoczonej materiałem o impedancji zbliżonej do efektywnej impedancji struktury. Są jednak z dobrym przybliżeniem płaskie, jednorodne i ciągłe w obszarze położonym w pobliżu osi optycznej układu, w którym zgromadzone jest około 70% całkowitej energii wiązki. Należy również zwrócić uwagę, że natężeniowy współczynnik transmisji fali dla struktury otoczonej powietrzem jest znacząco mniejszy, niż ma to miejsce dla struktury otoczonej ośrodkiem o zbliżonej wartości impedancji. Wynosi on zaledwie 7%. Spadek wartości współczynnika transmisji dla struktury otoczonej powietrzem jest wynikiem odbicia większej części energii fali padającej od powierzchni struktury.

Rozdział 9

Podsumowanie najważniejszych wyników

Wyniki przedstawione w pracy są efektem przeprowadzenia znacznej liczby symulacji elektromagnetycznych. Wykorzystano w nich metodę macierzy przejścia (w większości przypadków, przy użyciu oprogramowania wykonanego przez autorkę) i metodę różnic skończonych w dziedzinie czasu FDTD (ang. *finite difference time domain method*) oraz metody optymalizacji i metody wywodzące się z optyki Fouriera, takie jak analiza funkcji przenoszenia i odpowiedzi impulsowych układu. Symulacje numeryczne służyły analizie działania i optymalizacji parametrów geometrycznych metaliczno-dielektrycznych nanoukładów warstwowych. Przedmiotem optymalizacji było jednoczesne uzyskanie nadrozdzielczości i wysokiej wydajności transmisyjnej. W celu uzyskania opisu ilościowego właściwości nanoukładów warstwowych posłużono się amplitudową funkcją przenoszenia oraz funkcją odpowiedzi impulsowej – dobrze ugruntowanymi pojęciami znanymi z teorii układów liniowych [13].

Najważniejsze wyniki pracy autorki opublikowane zostały w artykule [55] i przytoczone w Rozdziale 7 rozprawy, gdzie przeanalizowano właściwości transmisyjne i obrazujące nanostruktur warstwowych zawierających srebro oraz wybrane materiały dielektryczne lub półprzewodniki (TiO_2 , SrTiO_3 , GaP). W szczególności wykazano, że otrzymana w wyniku optymalizacji nanostruktura złożona z zaledwie 17 warstw pozwala uzyskać zdolność rozdzielczą w bliskim polu na poziomie 60 nm dla fali o długości 490 nm, przy natężeniowym współczynniku transmisji równym 78% (pomimo zawartości srebra w strukturze o łącznej grubości 130 nm). Wyniki te następnie porównano z właściwościami podobnych struktur zaprojektowanych przy wykorzystaniu teorii ośrodków efektywnych wynikającej z homogenizacji długofalowej. Pozwoliło to na ocenę przydatności tego przybliżenia jako uproszczonej metody obliczeniowej dla struktur złożonych z warstw bardzo cienkich w porównaniu z długością fali. Dla struktur o realistycznej z punktu widzenia wykonania ciągłych i gładkich warstw grubości komórki elementarnej rzędu kilkudziesięciu nanometrów rozkłady pól elektromagnetycznych wewnątrz nanostruktury jakościowo odbiegają od tych uzyskiwanych na drodze homogenizacji. Ponadto struktury otrzymane w wyniku optymalizacji numerycznej charakteryzują się lepszymi właściwościami obrazującymi (rozdzielczością oraz współczynnikiem transmisji) niż nanostruktury projektowane w oparciu o przybliżenie ośrodka efektywnego, co potwierdza pierwszą tezę pracy. Pokazano również, że przy zachowaniu stałej wartości współczynnika wypełnienia

struktury wielowarstwowej metalem, głębokość wnikania fali do struktury o skończonej grubości warstw może być znacząco większa niż ma to miejsce w przypadku struktury o warstwach nieskończenie cienkich. W szczególności dla zoptymalizowanych numerycznie struktur złożonych z warstw srebra oraz TiO_2 lub GaP o grubościach komórki elementarnej $a = 60 \text{ nm}$ możliwe jest uzyskanie 1.5 raza większej głębokości wnikania odpowiednio dla fali o długości $\lambda = 390 \text{ nm}$ oraz $\lambda = 490 \text{ nm}$, niż jest to możliwe dla struktur złożonych z tych samych materiałów oraz o identycznej zawartości srebra, ale złożonych z warstw o bardzo małej grubości (w granicy $a/\lambda \rightarrow 0$), co potwierdza słuszność drugiej tezy pracy.

Ponadto w rozdziale 8 zaproponowano i przebadano plazmoniczny koncentrator światła złożony z trzech srebrno-dielektrycznych nanostruktur wielowarstwowych ustawionych względem siebie pod kątem. Specyficzna geometria tego nanoukładu plazmonicznego pozwala na koncentrację energii padającej na niego monochromatycznej wiązki gaussowskiej w obszarze o podfalowych rozmiarach. Wykazano, że szerokość połówkowa wiązki wychodzącej z nanoukładu może być nawet dziesięciokrotnie mniejsza od szerokości połówkowej wiązki padającej, bezpośrednio za strukturą osiągając szerokość połówkową równą 80 nm . Dzięki odpowiedniemu doborowi kąta nachylenia wielowarstw względem siebie, możliwe jest jednoczesne zachowanie jednorodnego kształtu i rozkładu przestrzennego frontów falowych fali rozchodzącej się wewnątrz układu oraz zapewnienie, że nie doznaje ona przesunięć fazowych na granicach wielowarstw. Dowodzi to słuszności trzeciej tezy pracy. Działanie koncentratora zostało również przedstawione w dwóch artykułach [70, 71].

Dodatek A

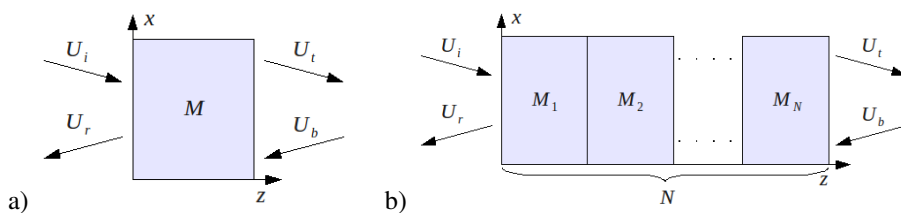
Metoda macierzy przejścia

Metoda macierzy przejścia (ang. *Transfer Matrix Method*) jest wygodnym narzędziem pozwalającym na obliczenie współczynników transmisji i odbicia płaskiej fali elektromagnetycznej, zarówno jednorodnej jak i niejednorodnej, rozchodzącej się pod dowolnym kątem w liniowym i niezmienniczym przestrzennie układzie optycznym (patrz rozdział 3.2). Zastosowanie tej metody dla fal płaskich padających na układ pod różnymi kątami oraz fal niejednorodnych umożliwia wyznaczenie funkcji przenoszenia układu (3.14).

Macierz przejścia dowolnego liniowego i niezmienniczego przestrzennie układu optycznego wiąże ze sobą amplitudy pól padających i wychodzących z tego układu po obu jego stronach zgodnie z relacją [35], [32]:

$$\begin{bmatrix} U_i \\ U_r \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} U_t \\ U_b \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

gdzie M jest macierzą przejścia układu, U jest dowolną składową pola elektrycznego \mathbf{E} lub magnetycznego \mathbf{H} fali prostopadłą do osi z układu współrzędnych, natomiast indeksy i, r, t, b odnoszą się odpowiednio do fali padającej, odbitej, przechodzącej przez układ oraz padającej na układ z przeciwnej strony. Schemat układu został zilustrowany na rys. A.1a).



Rysunek A.1. Metoda macierzy przejścia - schemat oznaczeń: **a)** dla pojedynczego elementu optycznego, **b)** dla układu warstwowego.

W przypadku układu wielowarstwowego, złożonego z sekwencyjnie następujących po sobie i wzajemnie równoległych elementów, jak przedstawiono schematycznie na rys. A.1b), macierz przejścia całego układu jest wyrażona poprzez iloczyn macierzy przejścia

charakteryzujących kolejne elementy układu:

$$M = M_1 M_2 \dots M_N. \quad (\text{A.2})$$

Oznacza to, że znajomość postaci macierzy przejścia dla każdej pojedynczej warstwy będącej częścią składową układu jest warunkiem koniecznym i wystarczającym do wyznaczenia macierzy przejścia całego układu wielowarstwowego i tym samym obliczenia amplitudowych współczynników transmisji i odbicia od tego układu dla zadanej jednorodnej bądź niejednorodnej fali płaskiej.

Przykładowo, macierz przejścia dla fali rozchodzącej się w jednorodnym ośrodku materialnym wzdłuż osi z układu współrzędnym na odcinku o długości z_0 przyjmuje postać:

$$M = \begin{bmatrix} \exp(-2i\pi k z_0) & 0 \\ 0 & \exp(2i\pi k z_0) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

gdzie k jest długością wektora falowego fali. Macierz przejścia dla fali odbijającej się i przechodzącej przez płaską i gładką granicę dwóch ośrodków przyjmuje postać:

$$M = \frac{1}{1+r} \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

gdzie $r = r(\alpha)$ jest amplitudowym współczynnikiem odbicia fali padającej pod kątem α od granicy ośrodków, opisanym wzorami Fresnela (2.47), (2.50).

Bibliografia

- [1] S. A. Maier. *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. Springer, 2007.
- [2] T. J. Antosiewicz, P. Wróbel, T. Szoplik. Performance of scanning near-field optical microscope probes with single groove and various metal coatings. *Plasmonics*, 6:11, 2011.
- [3] S. Lal, S. Link, N. J. Halas. Nano-optics from sensing to waveguiding. *Nature Photonics*, 1:641, 2007.
- [4] A. Aubry, D. Y. Lei, A. I. Fernandez-Dominguez, Y. Sonnefraud, S. A. Maier, J. B. Pendry. Plasmonic light-harvesting devices over the whole visible spectrum. *Nano Lett.*, 10:2574, 2010.
- [5] D. K. Gramotnev, S. I. Bozhevolnyi. Plasmonics beyond the diffraction limit. *Nature Photonics*, 4:83, 2010.
- [6] M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 1999.
- [7] J. D. Jackson. *Elektrodynamika klasyczna*. PWN, Warszawa, 1982.
- [8] D. J. Griffiths. *Podstawy elektrodynamiki*. PWN, Warszawa, 2005.
- [9] L. Landau, E. Lifszic. *Elektrodynamika ośrodków ciągłych*. PWN, 1960.
- [10] E. D. Palik. *Handbook of Optical Constants of Solids*. Academic Press, 1998.
- [11] P. B. Johnson, R. W. Christy. Optical constants of the noble metals. *Phys. Rev. B*, 6:4370–4379, 1972.
- [12] L. Novotny, B. Hecht. *Principles of Nano-Optics*. Cambridge University Press, 2007.
- [13] K. Gniadek. *Optyczne przetwarzanie informacji*. PWN, 1992.
- [14] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. The McGraw-Hill Company, Inc., 1996.
- [15] I. Wilk, P. Wilk. *Optyka fizyczna cz. I*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1995.
- [16] L. Rayleigh. Investigations in optics, with special reference to the spectroscope. *Phil. Mag.*, 8:261–274, 1879.
- [17] A. Zayats, D. Richards. *Nano-Optics and Near-Field Optical Microscopy*. Artech House, 2009.
- [18] F. de Fornel. *Evanescent Waves from Newtonian optics to Atomic Optics*. Springer-Verlag, 2001.
- [19] H. Raether. *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*. Springer-Verlag, 1988.
- [20] D. Sarid, W. A. Challener. *Modern Introduction to Surface Plasmons: Theory, Mathematical Modeling and Applications*. Cambridge University Press, 2010.
- [21] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, W. J. Stewart. Magnetism from conductors, and enhanced non-linear phenomena. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 47(11):2075, 1999.

- [22] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 84(18):4184, 2000.
- [23] R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz. Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial. *Applied Physics Letters*, 78(4):489, 2001.
- [24] N. Katsarakis, T. Koschny, M. Kafesaki, E. N. Economou, C. M. Soukoulis. Electric coupling to the magnetic resonance of split ring resonators. *Applied Physics Letters*, 84(15):2943, 2004.
- [25] Z. Jaksic, N. Dallaron, M. Maksimwic. Negative refractive index metamaterials: Principles and applications. *Microwave Review*, 12:36, 2006.
- [26] G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener. Cut-wire pairs and plate pairs as magnetic atoms for optical metamaterials. *Optics Letters*, 30(23):3198, 2005.
- [27] V. A. Podolskiy, A. K. Sarychev, V. M. Shalaev. Plasmon modes and negative refraction in metal nanowire composites. *Optics Express*, 11:735, 2003.
- [28] V. M. Shalaev, Cai, U. K. Chetiar, H. K. Yuan, A. K. A. K. Sarychev, V. P. Drachev, A. V. Kildishev. Negative index of refraction in optical metamaterials. *Optics Letters*, 30:3356, 2005.
- [29] H. K. Yuan, U. K. Chetiar, W. Cai, A. V. Kildishev, V. P. Drachev, A. Boltasseva, V. M. Shalaev. A negative permeability material at red light. *Optics Express*, 15:1076, 2007.
- [30] O. Paul, C. Imhof, B. Reinhard, R. Zengerle, R. Beigang. Negative index bulk metamaterial at terahertz frequencies. *Optics Express*, 16(9):6736, 2008.
- [31] A. Sihvola. *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications*. Institution of Engineering and Technology, London, 2008.
- [32] P. Markos, C. M. Soukoulis. *Wave propagation*. Princeton University Press, 2008.
- [33] O. Duyar, F. Placido, Z. Durusoy. Optimization of TiO₂ films prepared by reactive electron beam evaporation of Ti₃O₅. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 41:095307, 2008.
- [34] M. Dietrich. Coupled mode theory of optical resonant cavities. *Journal of Quantum Electronics*, 21:1819, 1985.
- [35] B. E. A. Saleh, M. C. Teich. *Fundamentals of photonics*. Wiley-Interscience, 2007.
- [36] L. Wu, S. He, L. Shen. Band structure for a one-dimensional photonic crystal containing left-handed materials. *Phys. Rev. B*, 67:235103, 2003.
- [37] V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Sov. Phys. Usp.*, 10(4):509, 1968.
- [38] G. Dolling, M. Wegener, C. M. Soukoulis, S. Linden. Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength. *Optics Letters*, 32:55, 2007.
- [39] G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener. Simultaneous negative phase and group velocity of light in a metamaterial. *Science*, 312:892, 2006.
- [40] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3966, 2000.
- [41] N. Fang, Z. Liu, T. Yen, X. Zhang. Rerenerating evanescent waves from a silver superlens. *Optics Express*, 11:682, 2003.
- [42] N. Fang, H. Lee, C. Sun, X. Zhang. Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens. *Science*, 308:534, 2005.
- [43] D. O. Melville, R. J. Blaikie. Super-resolution imaging through a planar silver layer. *Optics Express*, 13:2127, 2005.
- [44] P. Chaturvedi, W. Wu, V. J. Logeeswaran, Z. Yu, M. S. Islam, S. Y. Wang, R. S. Williams, N. X. Fang. A smooth optical superlens. *Applied Physics Letters*, 96:043102, 2010.

- [45] M. Scalora, M. J. Bloemer, A. S. Pethel, J. P. Dowling, C. M. Bowden. Transparent, metallo-dielectric, one-dimensional, photonic band-gap structures. *J. Appl. Phys.*, 83:2377, 1998.
- [46] B. Wood, J. B. Pendry, D. P. Tsai. Directed subwavelength imaging using a layered metal-dielectric system. *Phys. Rev. B*, 74:115116, 2006.
- [47] S. A. Ramakrishna, J. B. Pendry. Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical ga. *Phys. Rev. B*, 67:201101, 2003.
- [48] M. Scalora, G. D'Aguanno, N. Mattiucci, M. J. Bloemer, D. de Ceglia, M. Centini, A. Mandatori, C. Sibilia, N. Akozbek, M. G. Cappeddu, M. Fowler, J. Haus. Negative refraction and sub-wavelength focusing in the visible range using transparent metallo-dielectric stacks. *Optics Express*, 15:508, 2007.
- [49] D. de Ceglia, M. A. Vincenti, M. G. Cappeddu, M. Centini, N. Akozbek, A. D'Orazio, J. W. Haus, M. J. Bloemer, M. Scalora. Tailoring metallodielectric structures for superresolution and superguiding applications in the visible and near-ir ranges. *Phys. Rev. A*, 77:033848, 2008.
- [50] N. Mattiucci, G. D'Aguanno, M. Scalora, M. J. Bloemer, C. Sibilia. Transmission function properties for multilayered structures: Application to superresolution. *Optics Express*, 17:17517, 2009.
- [51] C. J. Zapata-Rodriguez, D. Pastor, M. T. Caballero, J. J. Miret. Diffraction-managed superlensing using plasmonic lattices. *Opt. Comm.*, 285:3358, 2012.
- [52] P. A. Belov, C. Simovski, P. Ikonen. Canalization of subwavelength images by electromagnetic crystals. *Phys. Rev. B*, 71:193105, 2005.
- [53] P. A. Belov, Y. Hao. Subwavelength imaging at optical frequencies using a transmission device formed by a periodic layered metal-dielectric structure operating in the canalization regime. *Phys. Rev. B*, 73:113110, 2006.
- [54] X. Li, S. He, Y. Jin. Subwavelength focusing with a multilayered fabry-perot structure at optical frequencies. *Phys. Rev. B*, 75:045103, 2007.
- [55] A. Pastuszczak, R. Kotyński. Optimized low-loss multilayers for imaging with sub-wavelength resolution in the visible wavelength range. *J. Appl. Phys.*, 109:084302, 2011.
- [56] R. Kotyński, T. Stefaniuk, A. Pastuszczak. Sub-wavelength diffraction-free imaging with low-loss metal-dielectric multilayers. *Applied Physics A*, 103:905, 2011.
- [57] R. Kotyński, H. Baghdasaryan, T. Stefaniuk, A. Pastuszczak, M. Marciniak, A. Lavrinienko, K. Panajotov, T. Szoplik. Sensitivity of imaging properties of metal-dielectric layered flat lens to fabrication inaccuracies. *Opto-Electronics Review*, 18:446, 2010.
- [58] A. Pastuszczak, R. Kotyński. Imaging in the visible wavelength range through anisotropic layered flat lens operating in the canalization regime. *Proceedings of SPIE*, 7353(735319), 2009.
- [59] A. Pastuszczak, R. Kotyński. Optimisation of transmission properties and subwavelength imaging of silver-dielectric layered structures operating in the canalization regime. *ICTON 2009: 11th International Conference on Transparent Optical Networks*, (5185298), 2009.
- [60] A. Pastuszczak, R. Kotyński. Optimization of resolution and effective skin depth of silver-dielectric multilayers. *Proceedings of SPIE*, 7711(771122), 2010.
- [61] S. K. Das, P. K. Ashwini Kumar, S. K. Sarkar. An analysis of electron beam evaporation of SrTiO₃ on si substrates. *J Phys.: Condens. Matter*, 6:445, 1994.
- [62] P. K. Petrov, N. McN. Alford. Improved SrTiO₃ thin films using oxygen relaxation technique. *Applied Physics Letters*, 87:222902, 2005.

- [63] S. H. Nam, N. H. Cho, H. G. Kim. Characterization of SrTiO₃ thin films prepared by RF magnetron sputtering. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 25:727, 1992.
- [64] G. V. Bunton. Some properties of silicon carbide thin films prepared by electron beam evaporation. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 3:232, 1970.
- [65] J. I. Larruquert, A. P. Perez-Marin, S. Garcia-Cortes, L. Rodriguez de Marcos, J. A. Aznarez, J. A. Mendez. Self consistent optical constants of SiC thin films. *J. Opt. Soc. Am. A*, 28:2340, 2011.
- [66] D. Dzibrou, A. M. Grishin, H. Kawasaki, Y. Suda, V. V. Pankov. Tailoring optical properties of pulsed laser deposited TiO₂ films. *Journal of Physics: Conference Series*, 100:08203, 2008.
- [67] J. Gao, Q. Zhan, A. M. Sarangan. High-index low-loss gallium phosphide thin films fabricated by radio frequency magnetron sputtering. *Thin Solid Films*, 519:5424, 2011.
- [68] A. F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu, P. Bermel, J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson. Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method. *Computer Physics Communications*, 181:687–702, 2010.
- [69] A. Farjadpour, D. Roundy, A. Rodriguez, M. Ibanescu, P. Bermel, J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, G. Burr. Improving accuracy by subpixel smoothing in FDTD. *Optics Letters*, 31:2972, 2006.
- [70] A. Pastuszczak, R. Kotyński. Silver-dielectric layered nano-devices preserving planar phase-fronts. *Proceedings of MINAP*, strony 201–204, 2012.
http://minap2012.fbk.eu/sites/minap2012.fbk.eu/files/MINAP2012_Proceedings.pdf.
- [71] A. Pastuszczak, M. Stolarek, R. Kotyński. Slanted layered superlenses for subwavelength light manipulation. *ICTON 2011: 13th International Conference on Transparent Optical Networks*, (5971070), 2011.