

# Análisis sísmico de estructuras con disipadores de energía ADAS o TADAS

R. Aguiar  
M. Rodríguez  
D. Mora

**Monografías de Ingeniería Sísmica**

Editor A.H. Barbat

Análisis sísmico de estructuras  
con disipadores de energía  
ADAS o TADAS

R. Aguiar  
M. Rodríguez  
D. Mora

CENTRO INTERNACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA  
Edificio C1, Campus Norte UPC  
Gran Capitán s/n  
08034 Barcelona, España

**MONOGRAFÍAS DE INGENIERÍA SÍSMICA**

Editor A.H. Barbat

ISSN: 1134-3249

**ANÁLISIS SÍSMICO DE ESTRUCTURAS CON DISIPADORES DE ENERGÍA ADAS O TADAS**

Monografía CIMNE IS 75

© Los autores

ISBN: 978-84-945077-5-5

Depósito legal: B-5276-2016

## **Agradecimiento**

Al Dr. Arturo Tena Colunga, de la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco y al Dr. Alex Barbat de la Universidad Politécnica de Cataluña, por la revisión y contribuciones a esta publicación.



# CONTENIDO

RESUMEN	8
1. DISIPADORES POR FLUENCIA DEL MATERIAL	12
1.1 INTRODUCCIÓN	12
1.1.1 Funcionamiento de disipadores ADAS	13
1.1.2 Funcionamiento de disipadores TADAS	15
1.2 PARÁMETROS ELÁSTICOS DEL DISIPADOR ADAS	16
1.2.1 Cálculo de curvatura del disipador ADAS	16
1.2.2 Fuerza y desplazamiento de fluencia de disipador ADAS	17
1.2.3 Rigidez elástica de disipador ADAS	19
1.2.4 Parámetros elásticos de disipador ADAS	19
1.3 PARÁMETROS ELÁSTICOS DEL DISIPADOR TADAS	20
1.3.1 Cálculo de la curvatura del disipador TADAS	20
1.3.2 Fuerza y desplazamiento de fluencia del disipador TADAS	20
1.3.3 Rigidez elástica del disipador TADAS	21
1.3.4 Parámetros elásticos de disipador TADAS	22
1.4 DIAGRAMA DE HISTÉRESIS BILINEAL	22
1.4.1 Fuerza de corte $F_u$ de un disipador ADAS	24
1.4.2 Fuerza de corte $F_u$ de un disipador TADAS	25
1.5 RESUMEN PARA MODELOS ADAS O TADAS	26
2. PREDISEÑO DE DISIPADORES	28
2.1 GEOMETRÍA DE DISIPADORES: PREDISEÑO	28
2.1.1 Demanda sísmica	28
2.1.2 Capacidad sísmica al corte	29
2.1.3 Dimensiones de los disipadores	30
2.2 RIGIDEZ DE MARCO	36
2.3 METODOLOGÍA PROPUESTA POR TENA Y NANGULLASMÚ	38
2.3.1 Parámetros del modelo	38
2.3.2 Sustento teórico	40
2.3.3 Valores Óptimos de $\alpha$ y $\beta$	42
2.4 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO	42
2.5 NUEVA PROPUESTA PARA HALLAR CONTRAVIENTO-DISIPADOR	44
3. MATRICES DE RIGIDEZ Y DE MASAS	45
3.1 MÉTODO DE LAS DIAGONALES EQUIVALENTES	46

3.2	MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN PÓRTICO CON DISIPADORES	48
3.3	MATRIZ DE RIGIDEZ LATERAL	50
<b>3.3.1</b>	<b>Condensación a las coordenadas "a"</b>	51
<b>3.3.2</b>	<b>Condensación a las coordenadas "b"</b>	52
3.4	MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS DE PISO	54
3.5	MATRIZ DE MASAS EN COORDENADAS DE PISO	56
4.	PROPIEDADES DINÁMICAS Y MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO	58
4.1	PROPIEDADES DINÁMICAS	59
4.2	MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO VISCOZO DE UN DISIPADOR	60
<b>4.2.1</b>	<b>Energía disipada por un disipador</b>	61
<b>4.2.2</b>	<b>Energía elástica por un disipador</b>	61
<b>4.2.3</b>	<b>Factor de amortiguamiento equivalente del disipador</b>	62
<b>4.2.4</b>	<b>Amortiguamiento equivalente del disipador</b>	63
4.3	NORMA DE CHILE DE DISIPACIÓN	63
4.4	MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO PARA EL CASO PLANO	64
<b>4.4.1</b>	<b>Modelo con disipadores en entrepiso</b>	64
<b>4.4.2</b>	<b>Modelo con disipadores a nivel de piso</b>	65
4.5	MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO EN COORDENADAS DE PISO	66
4.6	MODELO DE UN GRADO DE LIBERTAD	67
4.7	MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO TIPO WILSON Y PENZIEN	69
5.	ESPECTRO DE DISEÑO Y DE CONTROL	70
5.1	ZONIFICACIÓN SÍSMICA DEL ECUADOR	70
5.2	NORMA ECUATORIANA DE LA CONSTRUCCIÓN	71
5.3	MICROZONIFICACIÓN SISMICA DE QUITO	74
5.4	ESPECTROS DE CONTROL	77
<b>5.4.1</b>	<b>Fallas ciegas de Quito</b>	78
<b>5.4.2</b>	<b>Períodos de recurrencia</b>	79
<b>5.4.3</b>	<b>Modelos de movimientos fuertes</b>	81
<b>5.4.4</b>	<b>Clasificación de los suelos de Quito</b>	82
<b>5.4.5</b>	<b>Espectros de Control</b>	82
6.	ANÁLISIS SÍSMICO DE ESTRUCTURAS CON DISIPADORES	86
6.1	MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL	86

6.2	FACTOR DE PARTICIPACIÓN MODAL	88
6.3	DESPLAZAMIENTOS MÁXIMOS PROBABLES	88
6.4	FUERZAS MÁXIMAS PROBABLES	89
6.5	CRITERIO DE COMBINACIÓN MODAL CQC	89
6.6	SISTEMA DE COMPUTACIÓN CEINCI-LAB	90
7.	ELEMENTO DISIPADOR	91
7.1	SOLUCIÓN ANALÍTICA	91
7.1.1	<b>Sistema uno</b>	92
7.1.2	<b>Disipadores TADAS</b>	93
7.1.3	<b>Disipadores ADAS</b>	94
7.2	COORDENADAS LOCALES	95
7.3	COORDENADAS GLOBALES	96
7.4	MÉTODO DE LAS DOVELAS	96
7.5	MODELO DE ANALISIS SÍSMICO	97
7.5.1	<b>Modelo uno</b>	98
7.5.2	<b>Modelo dos</b>	99
8.	ANÁLISIS NO LINEAL ESTÁTICO	100
8.1	MODELO CONSTITUTIVO DE LOS ELEMENTOS	101
8.1.1	<b>Punto de Fluencia para elementos de acero</b>	101
8.1.2	<b>Punto de Fluencia para elementos de hormigón</b>	102
8.1.3	<b>Propuesta del ASCE 41 para elementos de acero.</b>	103
8.1.4	<b>Propuesta del ASCE 41 para elementos de hormigón</b>	106
8.1.5	<b>Cálculo de la Longitud Plástica</b>	107
8.1.6	<b>Cálculo de la Rotación de fluencia</b>	109
8.1.7	<b>Cálculo del diagrama momento-curvatura</b>	110
8.2	COMPORTAMIENTO DE DISIPADOR-CONTRAVIENTO CHEVRÓN	111
8.2.1	<b>Modelo de diagonal equivalente</b>	112
8.2.2	<b>Modelo con elemento disipador</b>	113
8.3	MODELO DE PLASTICIDAD CONCENTRADA	115
8.4	INCREMENTOS DE CARGA	116

REFERENCIAS	117
Anexo A. Rigidez de Entrepiso	120
Anexo B. Prediseño de disipador	123
Anexo C. Matriz de rigidez lateral	126
Anexo D. Matriz de rigidez espacial	134
Anexo E. Matriz de masas	139
Anexo F. Valores y vectores propios	140
Anexo G. Matriz de Amortiguamiento plano	142
Anexo H. Matriz de Amortiguamiento espacial	144
Anexo I. Aceleración espectral ERN-12	146
Anexo J. Desplazamientos y Fuerzas en centro de gravedad de la estructura	148
Anexo K. Rigidez del disipador como elemento corto	152
Anexo L. Manual de Usuario	155
Geometría y Propiedades de los materiales	155
Anexo M. Análisis no lineal estático	158
Anexo N. Programas para el análisis sísmico con CEINCI-LAB	163

## RESUMEN

Existe abundante bibliografía sobre disipadores de energía sísmicos, ya que con estos dispositivos se puede reforzar estructuras o contemplarles en el diseño para controlar los desplazamientos y fuerzas debidos a un sismo severo.

Pero la mayor parte de esta bibliografía está dirigida a investigadores o profesionales que vienen trabajando en el tema, de tal manera que para un estudiante de pre grado o post grado, que se inicia en esta temática le va a ser bastante difícil entender a ciencia cierta la forma de análisis y diseño sísmico de estructuras con disipadores de energía.

Por este motivo se ha escrito esta publicación que trata fundamentalmente sobre el análisis sísmico espacial, de estructuras con disipadores de energía ADAS (Added damping and stiffnes) y TADAS (Triangular plate added damping and stiffness). Se ha desarrollado el estudio para el caso de que estos disipadores se encuentren sobre un contraviento Chevrón, el mismo que ha sido modelado de dos formas, la primera la simplificada como una diagonal equivalente y la segunda como se verá en el apartado 7 modelando al disipador como un elemento más de la estructura.

Se considera un modelo de losa rígida para el análisis sísmico, considerando tres grados de libertad por planta y en el apartado 6 se presenta el método de superposición lineal. Sin embargo y pensando en la aplicación del método del espectro de capacidad en el apartado 7 se presentan dos formas de cálculo de la matriz de rigidez del elemento aislador, la primera en forma analítica exacta y la segunda mediante el método de las dovelas; luego se presentan dos modelos para el análisis sísmico de la estructura con disipadores que difieren en la forma de numeración de los grados de libertad.

Finalmente, en el apartado 8 se analiza el conjunto diagonales-disipador; conformado por tres elementos para lo cual al disipador se lo considera como un elemento corto cuya matriz de rigidez en coordenadas globales se halla a partir del análisis de una viga de sección variable de forma en X, para los disipadores ADAS y triangular para los TADAS.

El marco teórico, que se presenta en los diferentes apartados, está complementado con el análisis sísmico de una estructura de cuatro pisos de hormigón armado, simétrica, que presenta derivas de piso, superiores a las permitidas por las normativas sísmicas, por lo que ha sido reforzada con disipadores de energía ADAS/TADAS. En los anexos se detalla el procedimiento de cálculo de la estructura con disipadores.

Para facilitar el análisis sísmico de estructuras con disipadores de energía ADAS/TADAS se presentan programas del sistema de computación **CEINCI-LAB** que ayudan notablemente al cálculo y el aprendizaje con la lectura detenida de los mismos.

## **ABSTRACT**

There is abundant bibliography on seismic energy dissipator, as these devices can reinforce structures or contemplate them in the design to control the displacement and forces due to severe earthquakes.

But most of this bibliography is aimed at researchers and professionals who are working in the topic, so that a student of pre-grade or post-grade, starting in this thematic is going to be very difficult to understand with certainty the form of analysis and seismic design of structures with energy dissipation.

For this reason this publication has been written, it is about basically space seismic analysis of structures with energy dissipating ADAS (Added damping and stiffness) and TADAS (Triangular plate added damping and stiffness). It has developed the study to the case that these device are mounted on chevron steel bracing, the same that has been modeled in two ways, the first simplified as an equivalent diagonal and the second as will be seen in section 7 modeling the device as an element of the structure.

It is considered a rigid slab model for seismic analysis considering three degrees of freedom per floor and in section 6 is presented linear superposition method. However, thinking in implementing the capacity spectrum method in section 7 is presented two ways to calculate the stiffness matrix device member, the first in exact analytical form and the second by the method of the segments; then it is show two models for the seismic analysis of the structure with device that it's different numbers of degrees of freedom.

Finally, in section 8. is analyzed the diagonal-device assembly; It composed of three elements for which the device is considered as a short element whose stiffness matrix in the global coordinate is based on the analysis of a beam of variable section of X-shape, for dissipator ADAS and triangular for TADAS.

The theoretical frame presented in the different sections, it's complements the seismic analysis of a four-story structure of reinforced concrete, symmetrical, that present drifts, excess of those permitted by seismic standards, which has been reinforced with energy dissipator ADAS / TADAS. In the Annexes it's detailed the calculation procedure of the structure device.

To facilitate the seismic analysis of structures with energy dissipator ADAS / TADAS, are presented computer system programs CEINCI-LAB that help notably the calculation and learning with close reading of them

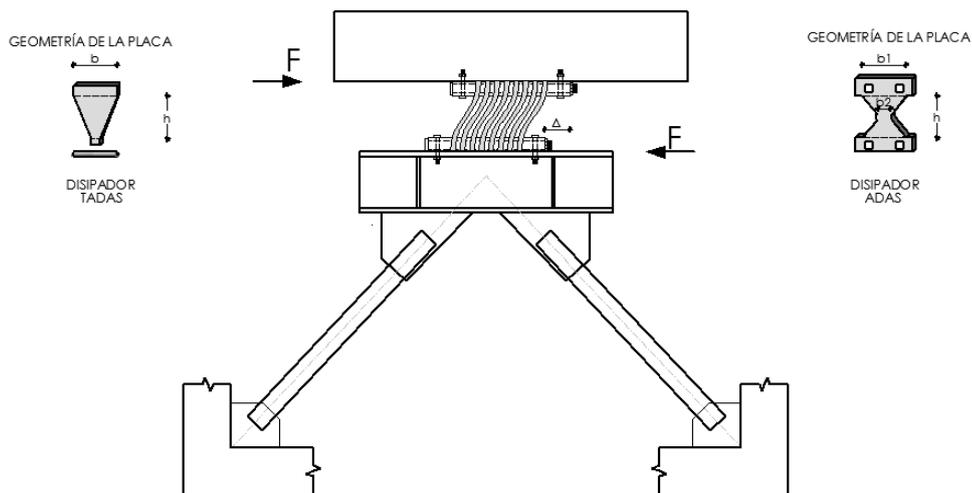
# 1. DISIPADORES POR FLUENCIA DEL MATERIAL

Se presenta dos disipadores de energía por fluencia del material y son los conocidos con los nombres de ADAS y TADAS; se indica su funcionamiento haciendo ver que el primero es de doble curvatura y el segundo de simple curvatura.

Estos disipadores pueden ser modelados con comportamiento bilineal. Para este modelo se deducen las ecuaciones que definen los puntos notables, del diagrama de histéresis que relaciona el desplazamiento con la fuerza lateral, tanto para el disipador ADAS como para el disipador TADAS; la deducción ayuda a entender el funcionamiento de los mismos.

## 1.1 INTRODUCCIÓN

En la última década de los años ochenta y noventa, fueron desarrollados dos disipadores de energía por fluencia del material, que tienen un comportamiento histérico bastante similar y son los denominados ADAS (Added damping and stiffnes) y TADAS (Triangular plate added damping and stiffness).



*Figura 1.1 Disipadores de energía ADAS y TADAS sobre contraviento Chevrón.*

Los disipadores ADAS fueron desarrollados en Nueva Zelanda por Tyler en 1978; Boardman, 1983 para soportar tuberías. Posteriormente Roger Scholl con el aporte experimental y analítico de las universidades de Berkeley y de la universidad de Michigan (Bergman y Goel 1987), dieron un soporte más riguroso a estos disipadores.

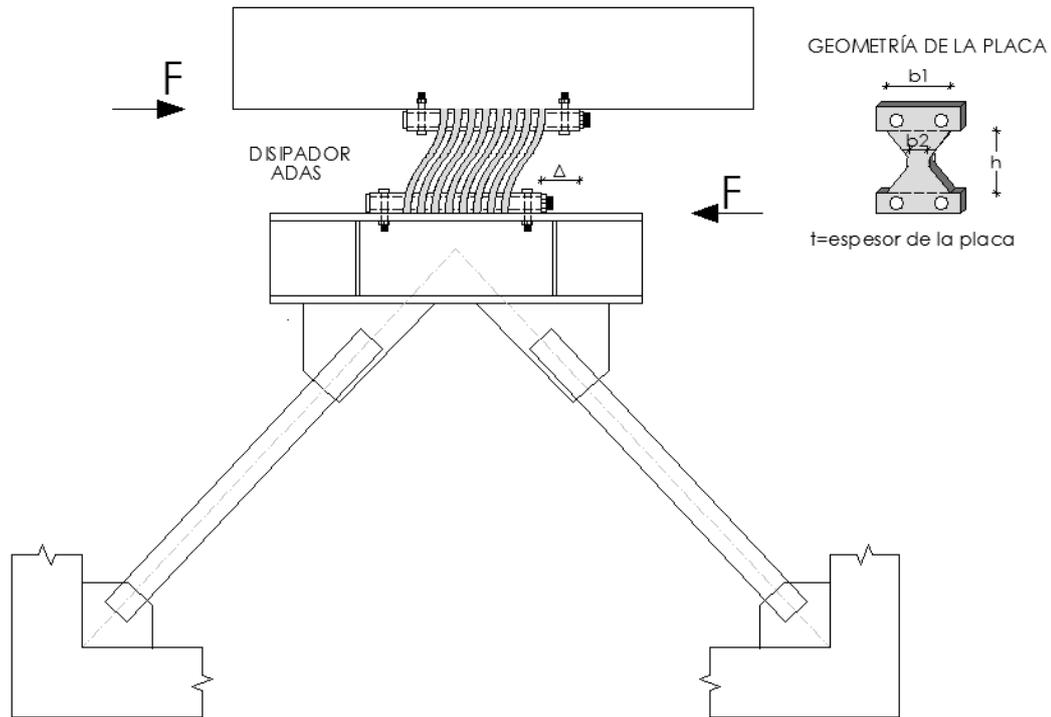
En la figura 1.1 se presenta una forma clásica de colocar los disipadores, sobre diagonales de acero en forma de “V” invertida (contraviento Chevrón) a la izquierda de esta figura se presenta un disipador TADAS, desarrollados por Tsai *et al.* 1993, que tiene la forma de un triángulo cuya base es  $b$ , altura  $h$ , y espesor de la placa  $t$ . A la derecha se indica un disipador ADAS que tiene una forma de un reloj de arena, cuyas dimensiones son  $b_1$  el mayor ancho;  $b_2$  el ancho en la sección más angosta;  $h$  la altura. Los primeros disipadores fueron de acero con ductilidades que están alrededor de 10. En la parte central de la figura 1.1, se aprecia que existe un corrimiento relativo  $\Delta$  entre los bordes del disipador, lo que da origen a la disipación de energía, se observa además que las placas están trabajando a flexión y que está conformado por  $n$  placas.

Investigaciones recientes sobre disipadores ADAS están centradas en la obtención de otros materiales para su construcción, que tengan mayor ductilidad; uno de esos trabajos es el desarrollado por Heresi (2012) en que trabajan con una aleación de Cobre, Zing y Aluminio llegando a obtener ductilidades que están entre 25 y 30; valores del límite de fluencia del material  $f_y$  entre 1900 y 2650  $kg/cm^2$ ; módulo de elasticidad  $E = 500000 \frac{kg}{cm^2}$ .

### 1.1.1 Funcionamiento de disipadores ADAS

Para ilustrar el funcionamiento de los disipadores ADAS en la figura 1.2, a la izquierda, se presenta un disipador ADAS sobre un contraviento Chevrón. La parte superior del disipador va anclada a la viga de la estructura y la inferior a la viga del contraviento. En el disipador actúan las fuerzas sísmicas equivalentes  $F$ , las mismas que generan un desplazamiento relativo  $\Delta$ , que da origen a la disipación de energía, por fluencia del material. A la derecha se presenta la geometría de una placa del ADAS, con su nomenclatura.

Las diagonales del contraviento deben ser suficientemente rígidas para asegurar en primer lugar que trabajen en el rango elástico ante un sismo severo y segundo para que el desplazamiento lateral en la parte inferior del disipador se similar al desplazamiento del entrepiso inferior.



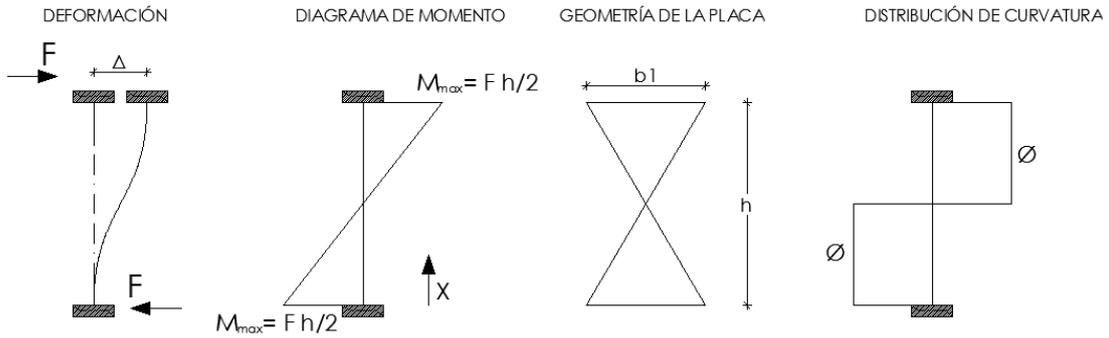
**Figura 1.2 Disipador ADAS sobre contraviento Chevrón.**

Si se considera una placa del ADAS sometida a una fuerza lateral que genera el desplazamiento relativo  $\Delta$ , y que la geometría de la placa es en forma de X, como se observa en la figura 1.3; el diagrama de momentos que generan esas fuerzas en los extremos a lo largo de las placas tiene una forma triangular desde un valor cero en el centro hasta un valor máximo  $M_{max}$  en sus extremos.

$$M_{max} = \frac{F h}{2} \quad (1.1)$$

donde  $F$  es la fuerza lateral,  $h$  es la altura del disipador ADAS. Se conoce que la segunda derivada de la deformación transversal es la curvatura y esta a su vez es igual al momento dividido para la rigidez a flexión  $EI$ . Siendo  $E$  el módulo de elasticidad del material e  $I$  el momento de inercia de la sección; con la forma de X, de la placa se consigue que la curvatura sea igual de la parte media hacia arriba y de la parte media hacia abajo como se observa a la derecha de la figura 1.3.

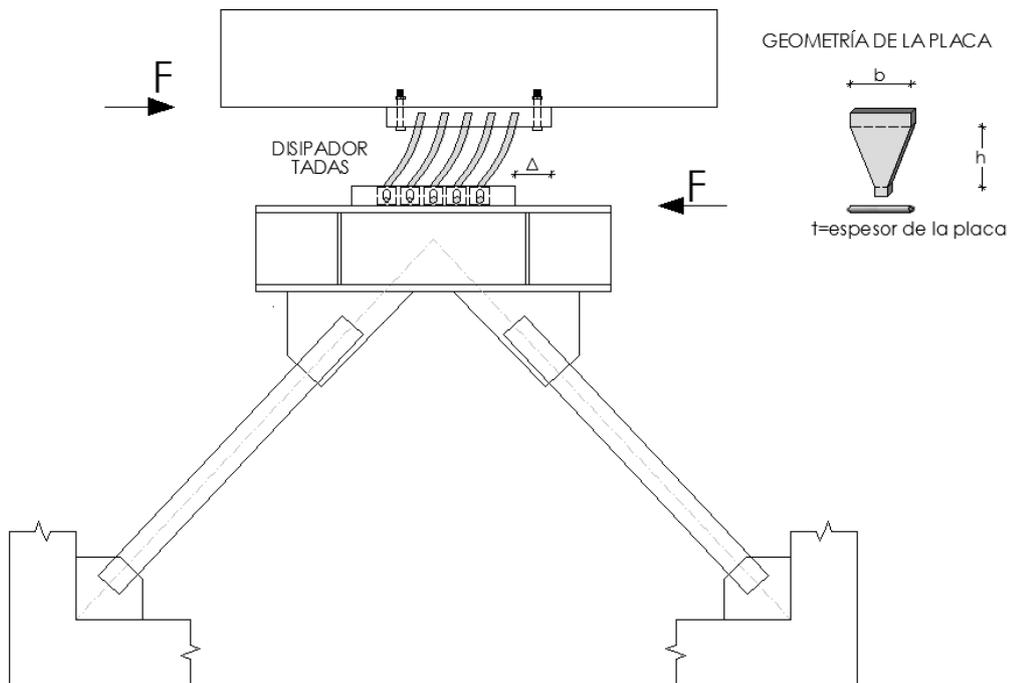
De tal manera que los disipadores ADAS presentan doble curvatura igual en toda la altura de la placa; en estas condiciones va a plastificar totalmente cuando se ingresa al rango no lineal. Esta fue la idea que cautivó a muchos proyectistas estructurales para reforzar estructuras.



**Figura 1.3 Diagrama de deformación, momento, geometría de placa y distribución de curvatura, para un disipador ADAS (Heresi, 2012)**

### 1.1.2 Funcionamiento de disipadores TADAS

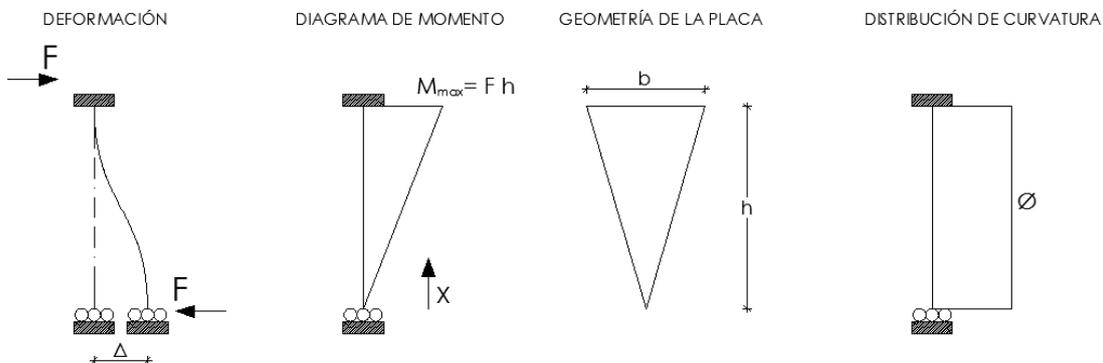
En la figura 1.4 se presenta un disipador TADAS, en este caso el lado superior que está en contacto con la viga se encuentra con un empotramiento móvil y el otro lado se encuentra articulado, permitiendo un desplazamiento vertical a lo largo de los agujeros ovalados de la placa que da origen a la disipación de energía. A la derecha de la figura 1.4 se aprecia la geometría de una placa del disipador TADAS.



**Figura 1.4 Disipadores TADAS sobre contraviento Chevrón.**

Se destaca que la parte superior e inferior del TADAS se desplazan lateralmente pero existe un desplazamiento relativo entre las dos partes y para no tener restricciones en los desplazamientos laterales el borde articulado se levanta.

El diagrama de la figura 1.5 es similar al de la figura 1.3; lógicamente que tiene sus cambios como en el diagrama de momentos, en la geometría de la placa que es triangular y en la distribución de curvatura, que ahora se aprecia es simple.



**Figura 1.5 Diagrama de deformación, momento, geometría de placa y distribución de curvatura, para un disipador TADAS**

La diferencia entre el ADAS y el TADAS es que en el primero se tiene doble curvatura, existiendo punto de inflexión y en el TADAS la curvatura es simple.

## 1.2 PARÁMETROS ELÁSTICOS DEL DISIPADOR ADAS

En el presente apartado se deducen las ecuaciones para el cálculo de la fuerza y desplazamiento, de fluencia y la rigidez elástica a partir de una placa en forma de “X” del disipador ADAS.

### 1.2.1 Cálculo de curvatura del disipador ADAS

Para la deducción se considera la placa es en forma de “X”, como se aprecia en la figura 1.3, cuyo ancho  $b_{(x)}$  varía en forma lineal y lo propio sucede con el momento  $M_{(x)}$ ; la deducción se la realiza para  $0 \leq x \leq h/2$ ; donde  $x$  se mide a partir del borde inferior de la placa. Para  $\frac{h}{2} \leq x \leq h$ , es similar pero en este caso la variable  $x$  se mide a partir del borde superior del disipador.

Ecuacion del Momento

$$M_{(x)} = M_{max} \left( 1 - \frac{2x}{h} \right) \quad (1.2)$$

Ecuacion del base

$$b_{(x)} = b_1 \left( 1 - \frac{2x}{h} \right) \quad (1.3)$$

El significado de las variables indicadas en las ecuaciones, se presenta en la figura 1.3. Sin embargo se recuerda que  $b_1$  es el ancho mayor de la placa;  $h$  es la altura de la placa.

Por otra parte, de la resistencia de materiales, se conoce que la curvatura  $\phi_{(x)}$  es igual al momento para la rigidez a flexión, de tal manera que:

$$\phi_{(x)} = \frac{M_{(x)}}{E I_{(x)}}$$

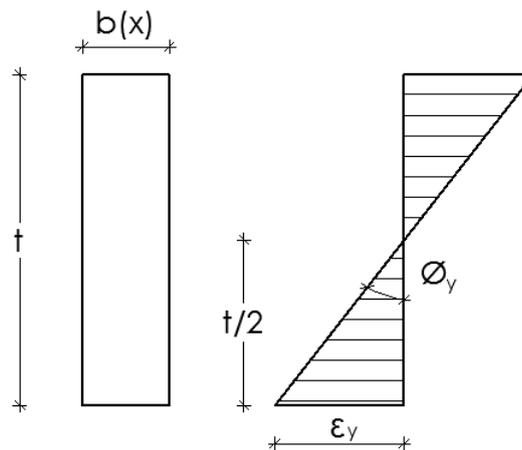
$$\phi_{(x)} = \frac{M_{max} \left(1 - \frac{2x}{h}\right)}{E b_1 \left(1 - \frac{2x}{h}\right) \frac{t^3}{12}}$$

$$\phi_{(x)} = \frac{M_{max}}{E b_1 \frac{t^3}{12}} = cte \quad (1.4)$$

Se ha obtenido que la curvatura  $\phi_{(x)}$  es constante, como se indicó en la figura 1.3, ya que no depende de la variable  $x$ .

### 1.2.2 Fuerza y desplazamiento de fluencia de disipador ADAS

Ahora, para calcular el momento de fluencia  $M_{y(x)}$  y curvatura de fluencia  $\phi_{(y)}$  se presenta en la figura 1.6, una sección rectangular de la placa a la distancia  $x$  y el diagrama de deformaciones. Se destaca que el ancho  $b(x)$  es mucho mayor que el espesor de la placa  $t$ , que viene a ser la altura de la sección transversal, se lo ha dibujado de esa manera para poder visualizar la curvatura.



**Figura 1.6 Diagrama de deformaciones en una sección  $b(x)$**

Por definición, el punto de fluencia  $Y$  se alcanza cuando el acero llega a la fluencia  $f_y$  que está asociada a una deformación  $\epsilon_y$ ; de la figura derecha de 1.6, se tiene:

$$\phi_{y(x)} = \frac{\varepsilon_y}{t/2} \quad (1.5)$$

El momento de fluencia  $M_{y(x)}$  es igual al esfuerzo de fluencia  $f_y$  por el momento plástico  $S_x$ . (Mora y Aguiar, 2015).

$$M_{y(x)} = f_y S_x$$

$$S_x = \frac{b(x) t^2}{4} \quad (1.6)$$

Luego el momento de fluencia  $M_{y(x)}$  vale:

$$M_{y(x)} = \frac{f_y b(x) t^2}{6} \quad (1.7)$$

En el punto donde el momento de fluencia es máximo se encuentra en  $b(x) = b_1$ .

$$M_{y_{max}} = \frac{f_y b_1 t^2}{6} \quad (1.8)$$

Del diagrama de momentos se tiene:

$$F_y = \frac{M_{y_{max}}}{h/2} \quad (1.9)$$

Al sustituir el momento máximo de fluencia se halla la fuerza de fluencia  $F_y$

$$F_y = \frac{f_y b_1 t^2}{3h} \quad (1.10)$$

Para el desplazamiento de fluencia  $\Delta_y$  se tiene.

$$\Delta_y = \int \int \phi_{y(x)} dx$$

$$\Delta_y = \int \phi_{y(x)} x dx$$

$$\Delta_y = \int_0^{h/2} \phi_{y(x)} x dx + \int_{h/2}^h \phi_{y(x)} x dx = 2 \int_0^{h/2} \phi_{y(x)} x dx \quad (1.11)$$

Al reemplazar el valor de  $\phi_{y(x)}$ , se encuentra.

$$\Delta_y = 2 * \frac{\varepsilon_y}{t/2} \frac{h^2}{4} \frac{1}{2}$$

$$\Delta_y = \frac{\varepsilon_y h^2}{2 t} \quad (1.12)$$

En función del límite de fluencia se tiene:

$$f_y = E \varepsilon_y$$

$$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{2 E t} \quad (1.13)$$

### 1.2.3 Rigidez elástica de disipador ADAS

Finalmente la rigidez elástica  $K_{DDE}$  se encuentra dividiendo la fuerza de fluencia para el desplazamiento de fluencia.

$$K_{DDE} = \frac{F_y}{\Delta_y}$$

$$K_{DDE} = \frac{2 E b_1 t^3}{3 h^3} \quad (1.14)$$

### 1.2.4 Parámetros elásticos de disipador ADAS

Las ecuaciones deducidas son para una sección en forma de "X". Ahora bien el disipador ADAS tiene un ancho  $b_2$  en la parte central que no se lo ha considerado. Por lo tanto las expresiones encontradas son aproximadas y se presentan en la tabla 1.1, donde también se indican las ecuaciones exactas (Whittaker *et al.* 1989) considerando  $b_2$ . Para los dos casos se considera que existen  $n$  placas.

**Tabla 1.1 Parámetros para el intervalo elástico del disipador ADAS**

Parámetro	Aproximada	Exacta
Fuerza de fluencia	$F_y = \frac{n f_y b_1 t^2}{3h}$	$F_y = \frac{n f_y b_{1eq} t^2}{3h}$
Desplazamiento de fluencia	$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{2 E t}$	$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{2 E t}$
Rigidez elástica	$K_{DDE} = \frac{2 n E b_1 t^3}{3 h^3}$	$K_{DDE} = \frac{2 n E b_{1eq} t^3}{3 h^3}$

El valor de  $b_{1eq}$  es el ancho equivalente en sus extremos y se obtiene en función de  $b_1$  y  $b_2$ . Así por ejemplo si  $b_1 = 0.6 h$ , y  $b_2 = 0.1 h$ , el ancho equivalente  $b_{1eq} = 0.5 h$  (Tena-Colunga 1997, Tena 2000).

### 1.3 PARÁMETROS ELÁSTICOS DEL DISIPADOR TADAS

Se procede en forma similar al apartado anterior pero trabajando con la sección triangular de la placa indicada en la figura 1.5.

#### 1.3.1 Cálculo de la curvatura del disipador TADAS

Las ecuaciones que definen la variación de momentos  $M_{(x)}$  y del ancho de la placa  $b_{(x)}$ , considerando que  $x$  se mide a partir del extremo inferior de la placa, son:

$$\begin{aligned} M_{(x)} &= \frac{M_{max} x}{h} \\ b_{(x)} &= \frac{b x}{h} \end{aligned} \quad (1.15)$$

De la resistencia de materiales se conoce:

$$\begin{aligned} \phi_{(x)} &= \frac{M_{(x)}}{E I_{(x)}} \\ \phi_{(x)} &= \frac{\frac{M_{max} x}{h}}{E \frac{b x}{h} \frac{t^3}{12}} \\ \phi_{(x)} &= \frac{M_{max}}{E b \frac{t^3}{12}} = cte \end{aligned} \quad (1.16)$$

Nuevamente se ha visto que la curvatura no depende de la variable  $x$ .

#### 1.3.2 Fuerza y desplazamiento de fluencia del disipador TADAS

El diagrama de deformaciones, que conduce al cálculo de la curvatura de fluencia, es el presentado en la figura 1.6 por lo que no se lo vuelve a copiar.

$$\phi_y(x) = \frac{\varepsilon_y}{t/2} \quad (1.17)$$

El momento de fluencia vale.

$$M_{y(x)} = \frac{f_y b(x) t^2}{6} \quad (1.18)$$

El punto donde el momento es máximo es en  $b(x) = b$

$$M_{y\max} = \frac{f_y b t^2}{6} \quad (1.19)$$

Del diagrama de momentos

$$F_y = \frac{M_{y\max}}{h} \quad (1.20)$$

Reemplazando

$$F_y = \frac{f_y b t^2}{6 h} \quad (1.21)$$

El desplazamiento de fluencia se halla integrando dos veces la curvatura

$$\Delta_y = \int \int \phi_y(x) dx$$

$$\Delta_y = \int \phi_y(x) x dx$$

$$\Delta_y = \int_0^h \phi_y(x) x dx \quad (1.22)$$

$$\Delta_y = \frac{\varepsilon_y}{t/2} \frac{h^2}{2} = \frac{\varepsilon_y h^2}{t}$$

$$f_y = E \varepsilon_y$$

$$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{E t} \quad (1.23)$$

### 1.3.3 Rigidez elástica del disipador TADAS

$$K_{DEE} = \frac{F_y}{\Delta_y}$$

$$K_{DDE} = \frac{E b t^3}{6 h^3} \quad (1.24)$$

### 1.3.4 Parámetros elásticos de disipador TADAS

Las ecuaciones deducidas en el presente apartado son para una placa triangular sin considerar el ancho  $b_i$  que tienen las placas en la parte inferior, por lo que son aproximadas pero no influye mayormente esta dimensión por lo que se trabaja con estas ecuaciones, las mismas que fueron presentadas por Tsai *et al.* 1993. En la tabla 1.2 se presenta un resumen de las mismas para el rango elástico.

**Tabla 1.2 Parámetros para el intervalo elástico del disipador TADAS**

Parámetro	Ecuación
Fuerza de fluencia	$F_y = \frac{n f_y b t^2}{6 h}$
Desplazamiento de fluencia	$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{E t}$
Rigidez elástica	$K_{DDE} = \frac{n E b t^3}{6 h^3}$

### 1.4 DIAGRAMA DE HISTÉRESIS BILINEAL

En la figura 1.7 se presenta un estudio realizado por Whittaker *et al.* (1989) a un marco de 3 niveles, en la University of California at Berkeley, en la cual colocaron disipadores ADAS sobre contravientos tipos Chevron. El disipador del primer piso tiene 7 placas, el del segundo piso 6 y el del tercero 4 placas, de acero A-36.

Ahora, en la figura 1.8, a la izquierda, se presenta el diagrama de histéresis del disipador del segundo piso, encontrado en el ensayo realizado por Whittaker *et al.* (1989). En esta figura se observa que el comportamiento es aproximadamente bilineal; a la derecha de este diagrama se ha dibujado la envolvente en la que se aprecia que el comportamiento es bilineal.

En forma simplificada y desde el punto de vista de un análisis sísmico práctico se puede considerar que el comportamiento de los disipadores ADAS o TADAS es bilineal, como se muestra en la figura 1.9.

En los apartados anteriores se han deducido ecuaciones para el cálculo de la fuerza de fluencia  $f_y$ , del desplazamiento de fluencia  $\Delta_y$ , y de la rigidez elástica  $K_{DDE}$ . Interesa definirla fuerza última  $F_u$  ya que con este valor prácticamente están determinados los puntos notables del diagrama bilineal de la figura 1.9, como se verá más adelante.

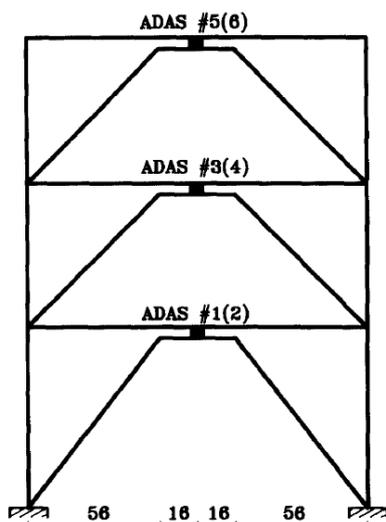


Figura 1.7 Estructura ensayada por Whittaker et al. (1989)

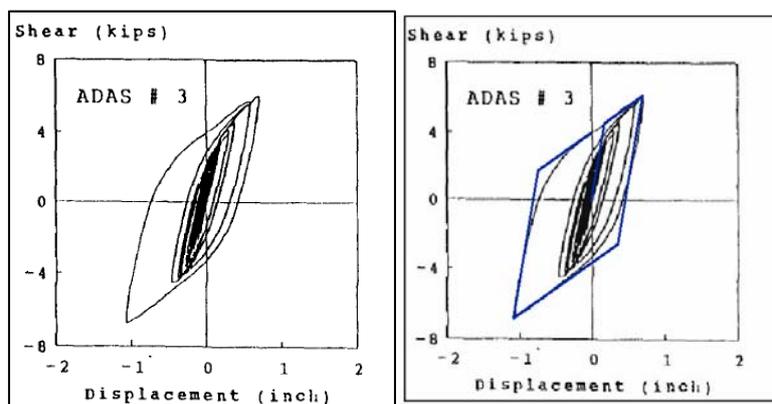


Figura 1.8 Curva deformación- carga de un disipador ensayado por Whittaker et al. (1989)

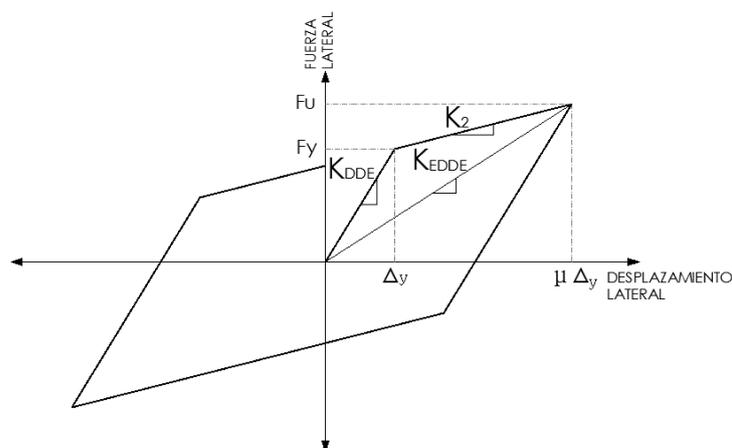


Figura 1.9 Modelo de histéresis bilineal de un disipador ADAS o TADAS.

### 1.4.1 Fuerza de corte $F_u$ de un disipador ADAS

Se considera un modelo elasto completamente plástico, en el comportamiento del acero, de tal manera que no hay incremento de resistencia cuando se supera el desplazamiento de fluencia. (Hipótesis conservadora).

Por otra parte, toda la placa del disipador ADAS se plastifica y en cada uno de sus puntos el esfuerzo del material es  $f_y$  como se indica en la figura 1.10. En estas condiciones la resultante de las fuerzas a compresión y tracción, valen  $f_y b_{(x)} t/2$ , y son las que generan el momento plástico  $M_p$

$$M_p = P \frac{t}{4} + P \frac{t}{4} = \frac{P t}{2} \quad (1.25)$$

Al reemplazar  $P = f_y b_{(x)} \frac{t}{2}$ , se tiene:

$$M_p = \frac{f_y b_{(x)} t^2}{4}$$

El momento plástico es máximo en  $b_{(x)} = b_1$ . Luego

$$M_{pmax} = \frac{f_y b_1 t^2}{4} \quad (1.26)$$

Pero el momento máximo es igual a la fuerza  $F_u$  por  $\frac{h}{2}$ . Por lo tanto, se tiene:

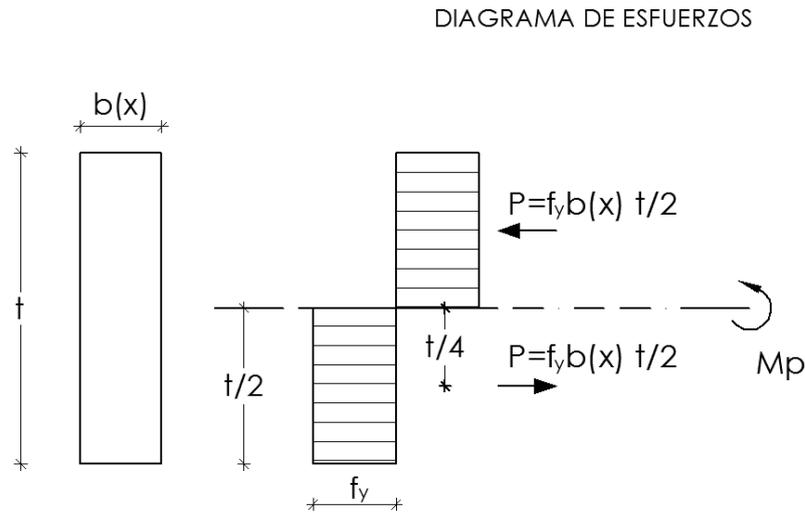
$$F_u \frac{h}{2} = \frac{f_y b_1 t^2}{4}$$

De donde:

$$F_u = \frac{f_y b_1 t^2}{2 h} \quad (1.27)$$

Para cuando se tiene  $n$  placas, se encuentra.

$$F_u = n \frac{f_y b_1 t^2}{2 h}$$



**Figura 1.10** Diagrama de esfuerzos en sección transversal de disipador

Al considerar que la sección no es en forma de “X” sino que tiene un ancho  $b_2$  en la mitad y teniendo en cuenta las  $n$  placas, se halla la ecuación propuesta por Tena (2000), que es la siguiente.

$$F_u = n \frac{f_y (b_1 - b_2) t^2}{2 h} \quad (1.28)$$

Por otra parte, la ecuación propuesta por Whittaker *et al.* (1989) es la siguiente.

$$F_u = n \frac{f_y b_{1eq} t^2}{2 h} \quad (1.29)$$

#### 1.4.2 Fuerza de corte $F_u$ de un disipador TADAS

El procedimiento de cálculo es muy similar al anterior, llegando a encontrar que el momento plástico máximo vale:

$$M_{pmax} = \frac{f_y b t^2}{4} \quad (1.30)$$

Pero este momento máximo para el caso del TADAS es igual a:

$$M_{pmax} = F_u h \quad (1.31)$$

Al igualar estas dos expresiones se tiene:

$$F_u = \frac{f_y b t^2}{4 h} \quad (1.32)$$

### 1.5 RESUMEN PARA MODELOS ADAS O TADAS

En la tabla 1.3 se presentan las ecuaciones que definen los puntos notables del diagrama bilineal de disipadores ADAS y TADAS, encontradas a partir de una placa en forma de “X” para el primer disipador y de una placa triangular para el segundo disipador.

**Tabla 1.3 Parámetros del diagrama bilineal hallados a partir de una placa en forma de “X” para el disipador ADAS y en forma triangular para disipador TADAS.**

Parámetro	ADAS	TADAS
Fuerza de fluencia	$F_y = \frac{n f_y b_1 t^2}{3h}$	$F_y = \frac{n f_y b t^2}{6h}$
Desplazamiento de fluencia	$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{2 E t}$	$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{E t}$
Rigidez elástica	$K_{DDE} = \frac{2 n E b_1 t^3}{3 h^3}$	$K_{DDE} = \frac{n E b t^3}{6 h^3}$
Fuerza última	$F_u = n \frac{f_y b_1 t^2}{2 h}$	$F_u = n \frac{f_y b t^2}{4 h}$

Las ecuaciones que toman en cuenta el ancho  $b_2$  en el disipador ADAS se indican en la tabla 1.4. Para el disipador TADAS son las mismas, pero para tener completo el formulario se escriben nuevamente y son las que se han programado en el sistema de computación **CEINCI-LAB**

**Tabla 1.4 Parámetros del diagrama bilineal para disipadores ADAS y TADAS**

Parámetro	ADAS	TADAS
Fuerza de fluencia	$F_y = \frac{n f_y b_{1eq} t^2}{3h}$	$F_y = \frac{n f_y b t^2}{6h}$
Desplazamiento de fluencia	$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{2 E t}$	$\Delta_y = \frac{f_y h^2}{E t}$
Rigidez elástica	$K_{DDE} = \frac{2 n E b_{1eq} t^3}{3 h^3}$	$K_{DDE} = \frac{n E b t^3}{6 h^3}$
Fuerza última	$F_u = n \frac{f_y (b_1 - b_2) t^2}{2 h}$	$F_u = n \frac{f_y b t^2}{4 h}$

A partir de los parámetros indicados en las tablas 1.3 o 1.3 se encuentra los restantes puntos notables del diagrama bilineal. Para ello se debe tener en cuenta que el

desplazamiento último que alcanzan los **disipadores de acero**, sean ADAS o TADAS, está alrededor de diez veces el desplazamiento de fluencia.

$$\Delta_u = \mu \Delta_y \quad (1.33)$$

donde  $\mu$  es la ductilidad de los disipadores. La rigidez post fluencia  $K_2$  se encuentra con la siguiente ecuación.

$$K_2 = \frac{F_u - F_y}{\Delta_u - \Delta_y} \quad (1.34)$$

Finalmente la rigidez efectiva  $K_{EDDE}$ , también conocida como rigidez secante se halla de la siguiente manera.

$$K_{EDDE} = \frac{F_u}{\Delta_u} \quad (1.35)$$

Un parámetro utilizado para encontrar el amortiguamiento del disipador o para el pre diseño de los disipadores es  $\alpha$  que relaciona la rigidez post fluencia con respecto a la rigidez elástica.

$$\alpha = \frac{K_2}{K_{DDE}} \quad (1.36)$$

Con la deducción de las ecuaciones se pretendió que el lector vea que las expresiones que definen los puntos notables del diagrama de histéresis bilineal de un disipador ADAS o TADAS tienen un sustento teórico basado en la resistencia de materiales

## **2. PREDISEÑO DE DISIPADORES**

Una vez que se ha decidido diseñar o reforzar una estructura con disipadores ADAS o TADAS, la siguiente pregunta es cómo se determina las dimensiones de los disipadores y cuantos se requieren. Para ello se debe encontrar primero las fuerzas sísmicas que actúan en cada piso, de la estructura sin disipadores y determinar la capacidad que tienen los pórticos para resistir esas fuerzas sísmicas. Si la capacidad es mayor que la demanda, no se requiere disipadores de energía, pero si no sucede esto se debe pensar en su colocación.

Una vez que el Proyectista Estructural, conoce la cantidad de cortante que debe ser absorbido por los disipadores. Necesita contar con unas ayudas de cálculo que le permitan en forma rápida determinar las dimensiones del disipador y, para ello, los autores de la presente publicación han elaborado unas figuras que determinan la geometría de las placas y la rigidez efectiva (secante) del disipador: ADAS y TADAS.

En esta línea de definición de la geometría y número de disipadores, Tena y Nangullasmú (2013, 2015) presentan una metodología de cálculo, con la que además encuentran las dimensiones de las diagonales del contraviento Chevrón. Esta metodología se indica en este apartado.

Cuando se refuerza o diseña una estructura, se debe verificar que no existan problemas de torsión y una forma de hacerlo es mediante la determinación de la excentricidad estática en cada piso y una forma sencilla de lograr este objetivo es mediante las rigideces de piso. Por ésta razón se presentan las fórmulas clásicas de Wilbur y Norris (1948), que están descritas con detalle en Bazán y Meli (1980). Pero la rigidez de piso no solo sirve para hallar el centro de rigidez, sino que también se las utiliza en la metodología de Tena y Nangullasmú (2015).

### **2.1 GEOMETRÍA DE DISIPADORES: PREDISEÑO**

#### **2.1.1 Demanda sísmica**

Lo ideal es que se realice un análisis sísmico de la estructura sin disipadores y se determine las derivas de piso y cortante de piso, aplicando el método de superposición modal. Si esto no se lo va a realizar se recomienda que al menos se

determine el cortante basal mínimo, de acuerdo a la norma sísmica vigente. Para el caso de Ecuador, el NEC-14 estipula que se la encuentre con la siguiente ecuación.

$$V_0 = \frac{I S_a}{R \phi_p \phi_e} W \quad (2.1)$$

donde  $I$  es el factor de importancia;  $S_a$  es el coeficiente de la aceleración de la gravedad del espectro elástico, asociada al período fundamental;  $R$  es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas;  $\phi_p$ ,  $\phi_e$ , factores que toman en cuenta las irregularidades en planta y elevación,  $W$  es el peso reactivo que se debe calcular con la carga permanente más el porcentaje de la carga transitoria. Alternativamente, en que se necesite encontrar en forma muy rápida el cortante basal se puede emplear la siguiente ecuación.

$$V_0 = 0.10 W \quad (2.2)$$

Se halla las fuerzas laterales en cada piso con la siguiente ecuación propuesta por el NEC-14

$$F_x = \frac{w_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n w_i h_i^k} V_0$$

$$\begin{array}{ll} T \leq 0.5 & k = 1 \\ 0.5 < T \leq 2.5 & k = 0.75 + 0.5 T \\ T > 2.5 & k = 2 \end{array} \quad (2.3)$$

donde  $F_x$  es la fuerza lateral en el piso  $x$ ;  $w_x$  es el peso del piso  $x$ ;  $h_x$  es la altura desde el nivel del suelo hasta el piso  $x$ ;  $k$  es un coeficiente que depende del período  $T$ . Con estas fuerzas laterales, encontradas en forma rápida se determina el cortante de cada piso.

Pero la demanda sísmica no solo se reduce a determinar las fuerzas y cortantes en cada piso, se requiere encontrar los desplazamientos laterales y derivas de piso que generan esas fuerzas y verificar que las derivas se encuentren dentro de lo estipulado por la normativa sísmica.

### 2.1.2 Capacidad sísmica al corte

Se entiende que a nivel de pre diseño solo se conoce las dimensiones de los elementos estructurales y se desconoce la cantidad de refuerzo longitudinal y transversal; en éstas condiciones no se puede hallar la capacidad a flexión con las cuales se obtiene las rótulas plásticas y a partir de estos valores hallar la capacidad al corte.

Se sabe que la capacidad al corte de un elemento estructural  $V_n$  es igual a la capacidad al corte del hormigón  $V_c$  más la capacidad al corte del acero  $V_s$ . Pero al

desconocer la armadura solo se tiene el aporte del hormigón. Para columnas el esfuerzo de corte  $v_c$  se halla con la siguiente expresión de acuerdo al ACI-2008.

$$v_c = 0.53 \left[ 1 + \frac{N_u}{140 A_g} \right] \sqrt{f'_c} \quad (2.4)$$

donde  $N_u$  es la carga axial que actúa simultáneamente con el cortante  $V_u$ ;  $A_g$  es el área de la sección transversal;  $f'_c$  es la resistencia máxima a la compresión del hormigón. Si no se conoce  $N_u$ , no se considera éste término, pero se sigue incrementando la aproximación por lo que el factor de minoración de esfuerzos  $\phi$  debe ser bajo del orden de 0.6 o menos. Por lo tanto, al no conocer  $N_u$  la capacidad al corte  $V_u$  de un piso de una estructura de hormigón armado se halla con la siguiente expresión.

$$V_u = \phi \sum 0.53 \sqrt{f'_c} A_g \quad (2.5)$$

La sumatoria se extiende al número de columnas del piso.

### 2.1.3 Dimensiones de los disipadores

En la figura 2.1 se presenta la variación del ancho en función de la altura, para las cuales han sido obtenidas las ayudas de cálculo. Así para el disipador ADAS se ha considerado que el ancho mayor  $b_1 = 0.5 h$ ; y que  $b_2 = 0.1 h$ ; para alturas de 30, 25, y 20 cm; para alturas del disipador de 15 y 10 cm., se trabajó con un ancho de 10 cm. En las figuras 2.2 a 2.6 se presentan estas ayudas de cálculo para los disipadores ADAS.

Para los disipadores TADAS se consideró  $b = 0.5 h$ ; para alturas de 30, 25 y 20 cm.; para alturas de 15 y 10 cm., se calculó con un ancho de 10 cm. Las ayudas de cálculo se muestran en las figuras 2.7 a 2.11.



**Figura 2.1 Variación del ancho de los disipadores en función de la altura.**

En todas estas figuras se ingresa por el eje de las abscisas con el cortante que se requiere que absorban los disipadores, cuyas dimensiones se van a obtener, y se determina en la parte superior el número de placas y el espesor  $t$  que se requiere; en la parte inferior de estas gráficas se obtiene la rigidez efectiva (rigidez secante) del disipador.

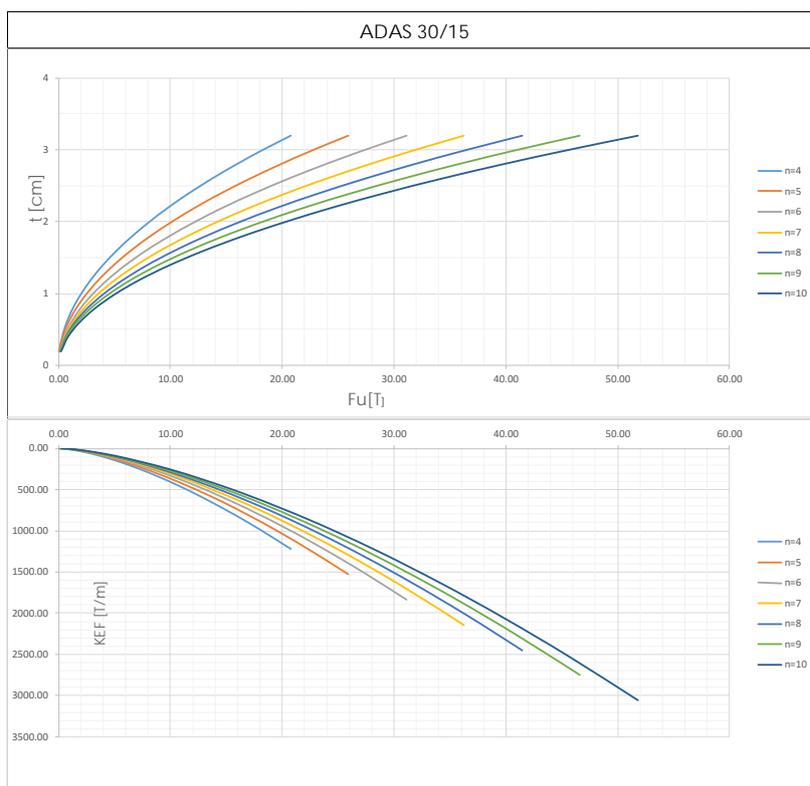


Figura 2.2 Ayudas de cálculo para disipador ADAS de 30 cm., de altura.

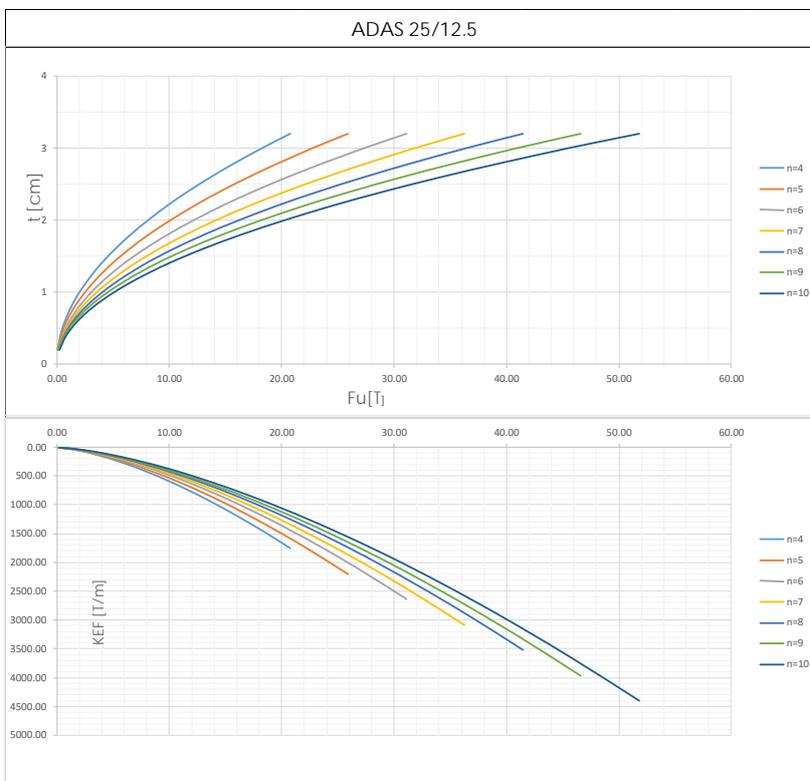


Figura 2.3 Ayudas de cálculo para disipador ADAS de 25 cm., de altura.

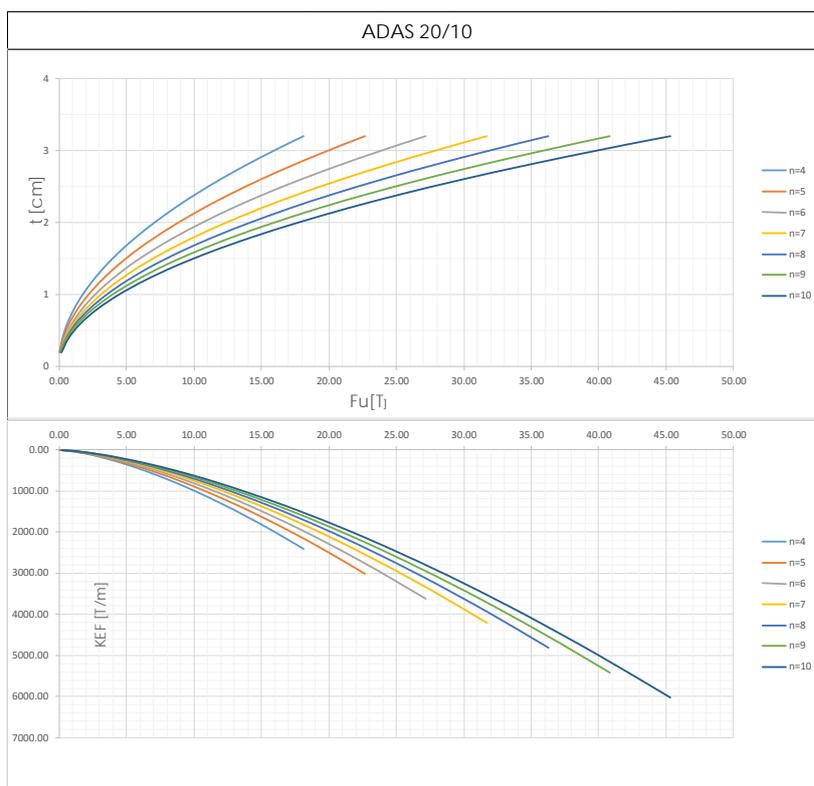


Figura 2.4 Ayudas de cálculo para disipador ADAS de 20 cm., de altura.

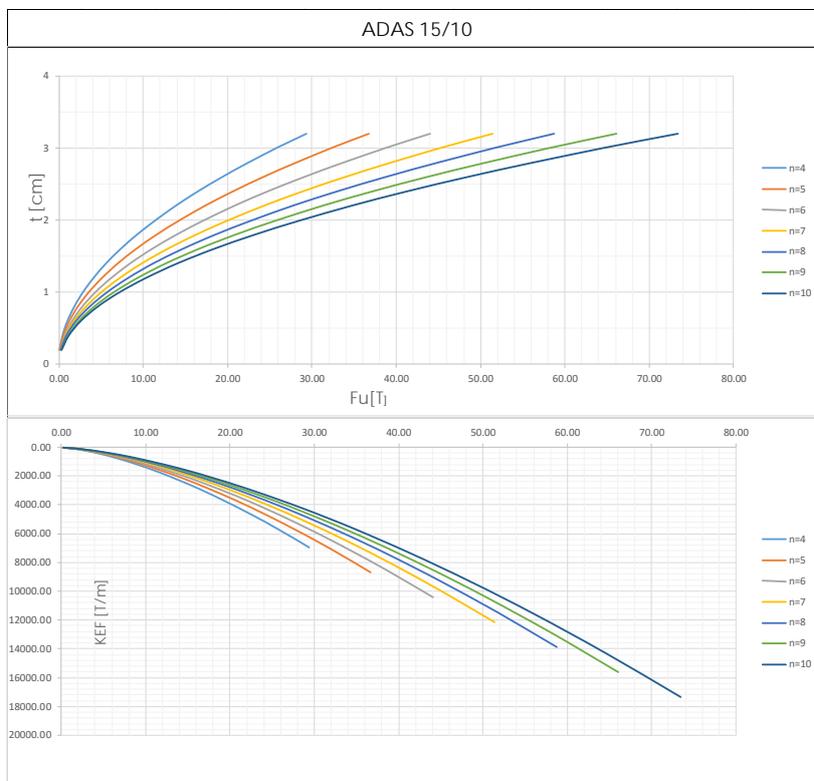


Figura 2.5 Ayudas de cálculo para disipador ADAS de 15 cm., de altura.

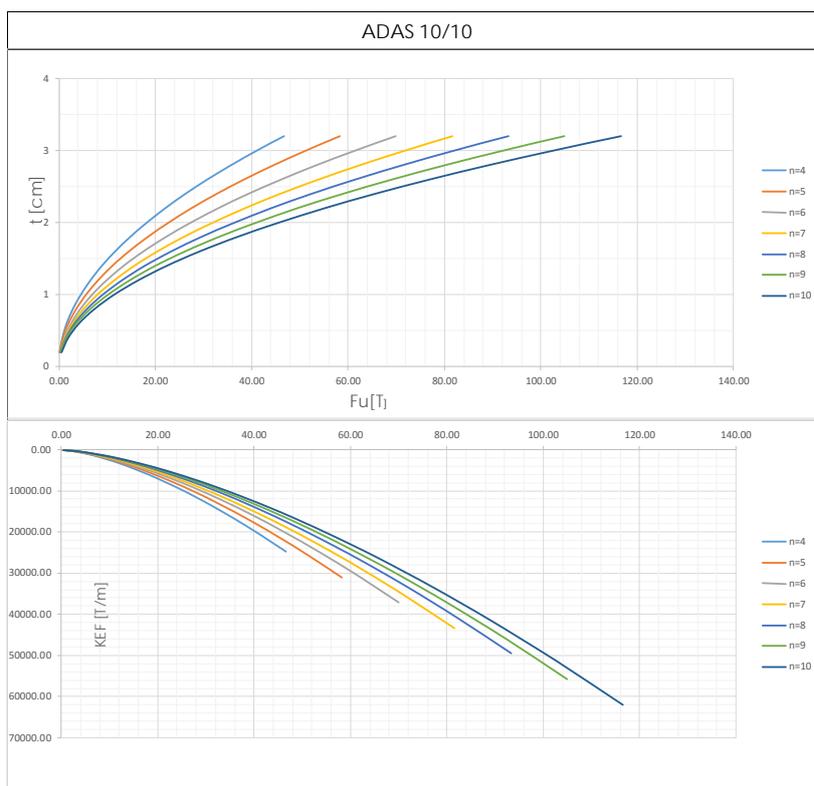


Figura 2.6 Ayudas de cálculo para disipador ADAS de 10 cm., de altura.

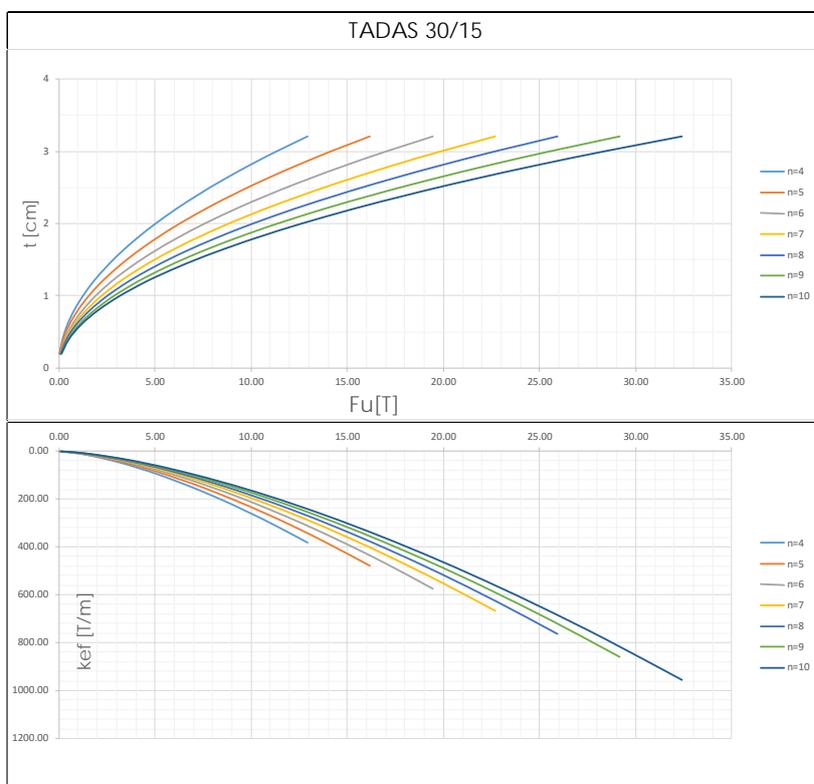


Figura 2.7 Ayudas de cálculo para disipador TADAS de 30 cm., de altura.

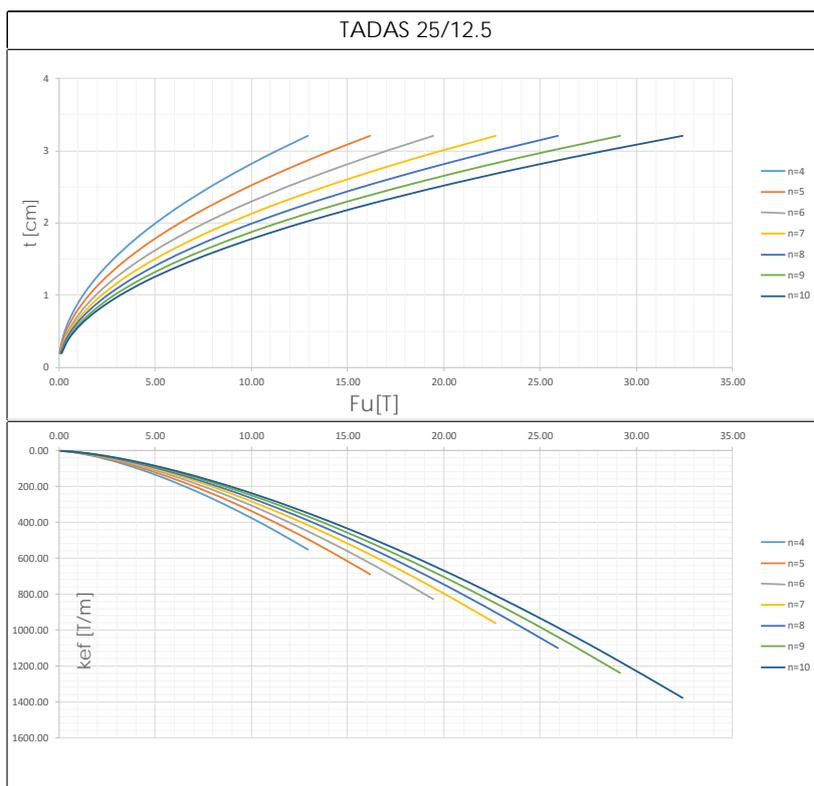


Figura 2.8 Ayudas de cálculo para disipador TADAS de 25 cm., de altura.

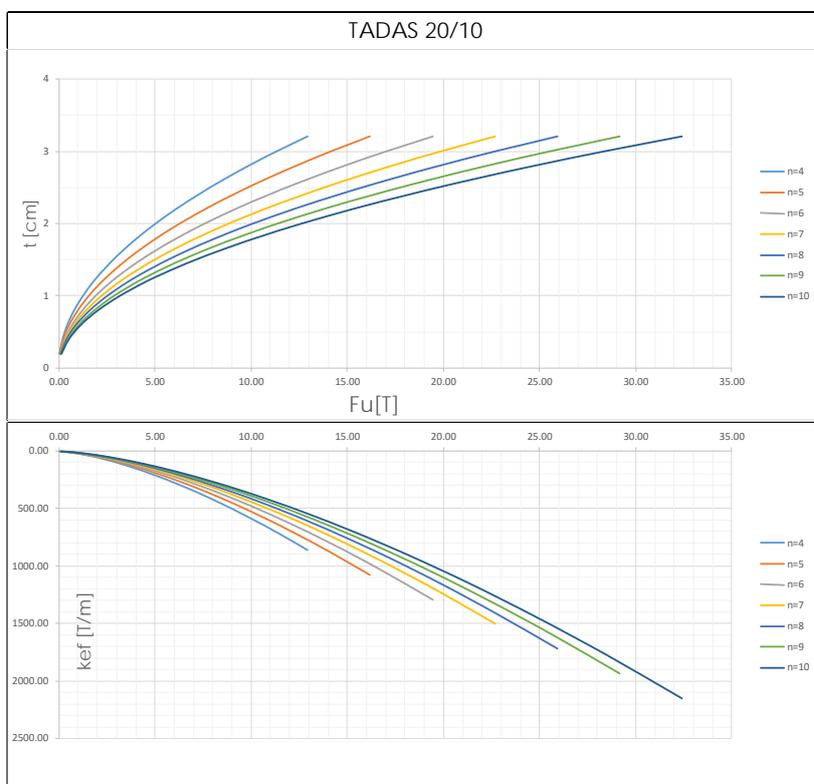


Figura 2.9 Ayudas de cálculo para disipador TADAS de 20 cm., de altura.

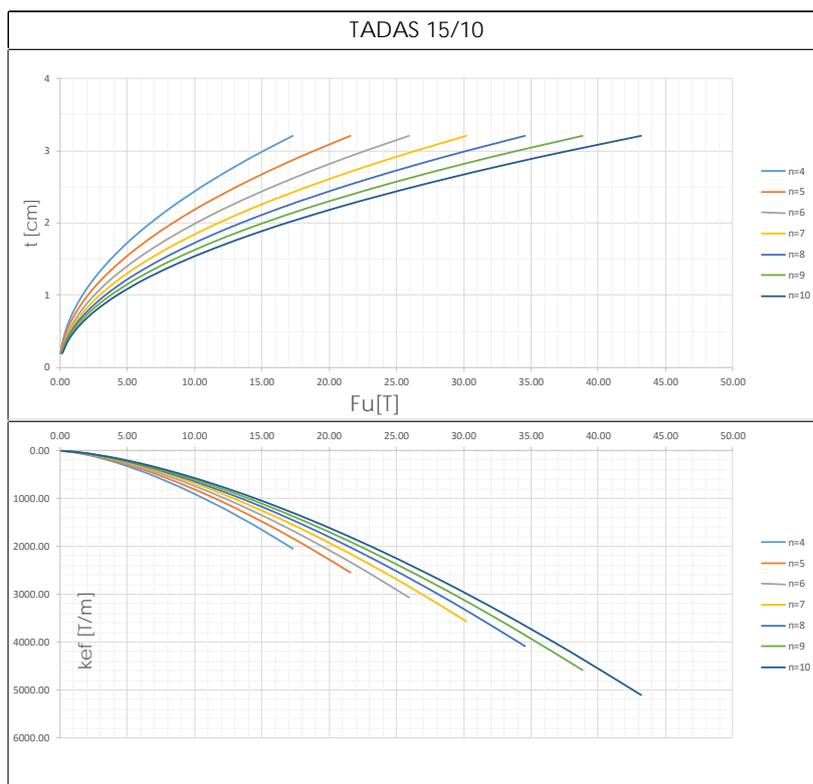


Figura 2.10 Ayudas de cálculo para disipador TADAS de 15 cm., de altura.

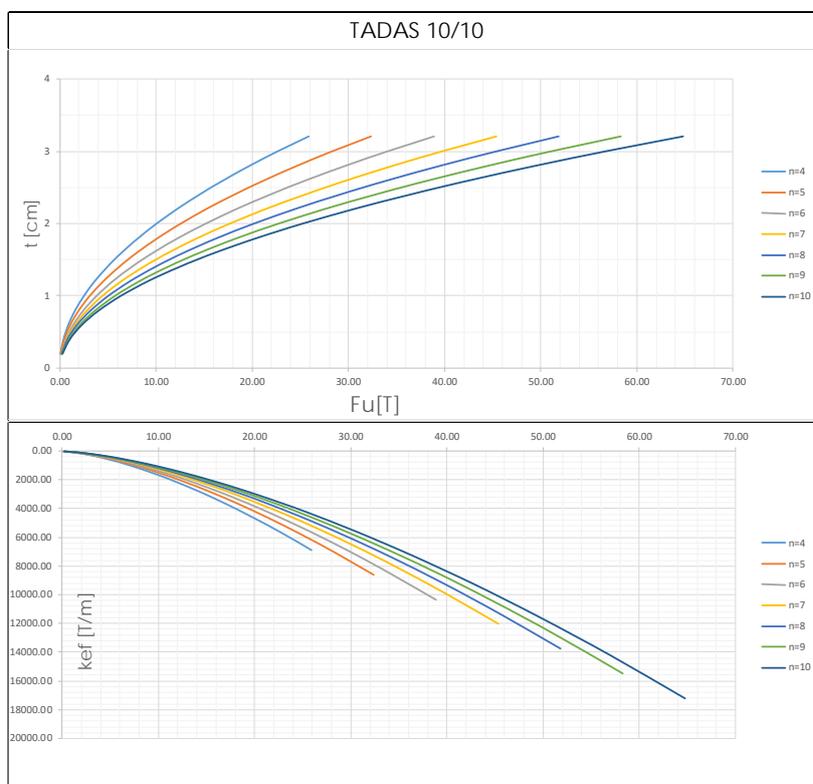


Figura 2.11 Ayudas de cálculo para disipador TADAS de 10 cm., de altura.

## 2.2 RIGIDEZ DE MARCO

Con las ecuaciones de Wilbur y Norris (1948) se puede encontrar la rigidez de todo el piso, considerando todas las columnas y vigas del piso. También se puede hallar la rigidez de marco en cada uno de los pisos, empleando las ecuaciones en los pórticos. Al aplicarlo de la segunda manera se puede determinar el centro de rigidez mediante equilibrio de fuerzas y momentos (Aguar 2008).

Se define el centro de rigidez como el lugar geométrico en el cual al aplicar las fuerzas sísmicas el edificio solo se traslada y no rota. Estrictamente el centro de rigidez existe solo en estructuras de un piso pero en forma aproximada se puede hallar en todos los pisos, aplicando las ecuaciones de Wilbur.

Por otra parte, se define el centro de masas como el punto en el cual se considera concentrado todo el peso. La distancia que existe entre el centro de masas y centro de rigidez es la excentricidad estática; en estructuras regulares ésta excentricidad debe ser cero.

Ahora bien, es muy importante en estructuras que han sido reforzadas o diseñadas con disipadores de energía determinar la excentricidad estática en cada piso, ya que la rigidez que se incrementa con el contraviento Chevrón (especialmente) y el disipador es considerable y se debe verificar que no se va a tener pórticos débiles o pórticos fuertes con problemas de torsión.

Además para poder aplicar la metodología de Tena y Nangullasmú (2015), se necesita conocer la rigidez del marco, donde van a colocarse los disipadores de energía ADAS o TADAS.

Se define la rigidez de un entrepiso como la relación entre la fuerza cortante absorbida por el marco y el desplazamiento lateral entre los niveles que lo limitan. Las mismas que fueron deducidas considerando las siguientes hipótesis.

- a) Todos los giros son iguales en el piso analizado y en los pisos adyacentes superior e inferior, con excepción del primer piso, donde se supone que se tiene un empotramiento o articulación.
- b) Las fuerzas cortantes son iguales en el piso analizado y en los pisos adyacentes superior e inferior.

Para el **primer piso** considerando que los apoyos se encuentran empotrados en la cimentación, se tiene la siguiente fórmula.

$$K_1 = \frac{48E}{h_1 \left( \frac{4h_1}{\sum_{i=1}^{ncol} \frac{I_{ci}}{h_{ci}}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum_{j=1}^{nvigas} \frac{I_{tj}}{l_{tj}} + \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{ncol} \frac{I_{ci}}{h_{ci}}} \right)} \quad (2.6)$$

donde:  $h_1, h_2$  son las alturas del primer y segundo piso;  $ncol, nvigas$  es el número total de columnas y vigas del primer piso;  $I_{ci}$  es el momento de inercia de la columna  $i$ , del piso 1;  $h_{ci}$  es la altura de la columna  $i$ , del piso 1;  $I_{tj}$  es el momento de inercia de la viga  $j$  del piso 1;  $l_{tj}$  es la longitud de la viga  $j$  del piso 1;  $E$  es el módulo de elasticidad del material.

Para el **segundo piso**, considerando que las columnas son empotradas en la cimentación, se tiene:

$$K_2 = \frac{48E}{h_2 \left( \frac{4h_2}{\sum_{i=1}^{ncol} \frac{I_{ci}}{h_{ci}}} + \frac{h_{n-1} + h_n}{\sum_{j=1}^{nvigas} \frac{I_{tjn-1}}{l_{tj}}} + \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{ncol} \frac{I_{ci-1}}{h_{ci-1}} + \frac{h_n + h_{n+1}}{\sum_{j=1}^{nvigas} \frac{I_{tjn}}{l_{tj}}} \right)} \quad (2.7)$$

Para el caso un **piso intermedio** la ecuación es la siguiente.

$$K_n = \frac{48E}{h_n \left( \frac{4h_n}{\sum_{i=1}^{ncol} \frac{I_{ci}}{h_{ci}}} + \frac{h_{n-1} + h_n}{\sum_{j=1}^{nvigas} \frac{I_{tjn-1}}{l_{tj}}} + \frac{h_n + h_{n+1}}{\sum_{j=1}^{nvigas} \frac{I_{tjn}}{l_{tj}}} \right)} \quad (2.8)$$

donde  $K_n$  es la rigidez del piso  $n$ ;  $E$  es el módulo de elasticidad;  $h_{n-1}$ ;  $h_n$ ;  $h_{n+1}$  son las alturas de los pisos  $n - 1$ ;  $n$ ;  $n + 1$ ;  $I_{ci}$  es el momento de inercia de la columna  $i$ , del piso  $n$ ;  $h_{ci}$  es la altura de la columna  $i$ , del piso  $n$ ;  $I_{tjn}, I_{tjn-1}$  son los momentos de inercia de las vigas  $j$  pero de los pisos  $n, n - 1$ , respectivamente;  $l_{tj}$  es la luz de la viga  $j$  en el piso  $n$ ;

Es importante tener en cuenta que para el último piso en lugar de  $h_{n-1}$  se debe colocar  $2h_{n-1}$  y el valor  $h_{n+1}$  es igual a cero.

Las ecuaciones indicadas son para pórticos conformados por vigas y columnas. Ahora bien para el caso de que se coloque un disipador ADAS o TADAS sobre un contraviento Chevrón, se debe añadir la rigidez del contraviento. Hernández *et al.* (2013).

$$K_{di} = 2 \frac{n A_d E}{L_d \cos^2 \theta} \quad (2.9)$$

donde  $K_{di}$  es la contribución del contraviento a la rigidez de piso;  $n$  es el número de contravientos Chevrón;  $A_d$  es el área de la sección transversal de una diagonal (la ecuación está multiplicada por 2, con lo que se consideran las 2 diagonales)  $E$  es el módulo de elasticidad del material (acero);  $L_d$  es la longitud de la diagonal;  $\theta$  es el ángulo de la diagonal con respecto al eje X.

En el apartado A se ilustra el cálculo de la rigidez de piso para un pórtico de hormigón armado, sin y con diagonales de acero en forma de V invertida. Se destaca que este pórtico forma parte de la estructura que se va a analizar en forma espacial con disipadores de energía ADAS y TADAS.

### 2.3 METODOLOGÍA PROPUESTA POR TENA Y NANGULLASMÚ

La metodología propuesta por Tena y Nangullasmú (2013 y 2015) puede ser un complemento a las ayudas gráficas presentadas en las figuras 2.2 a 2.11 desarrolladas por los autores de esta publicación, ya que con ellas se determina las dimensiones del disipador ADAS o TADAS. Sin embargo, para complementar el estudio con la determinación de la geometría de los diagonales del contraviento Chevrón, es necesario conocer la metodología de Tena; además que desde el punto de vista estructural, determinaron valores óptimos de estos elementos.

En el estudio, determinaron en forma paramétrica ciertos factores que están relacionados con el disipador, las diagonales del contraviento Chevrón y el pórtico. A continuación se presentan las definiciones de estos parámetros, y posteriormente se indica la metodología de cálculo con la que se obtiene las dimensiones del disipador y del contraviento.

#### 2.3.1 Parámetros del modelo

El primer parámetro que el proyectista estructural se debe imponer es  $\alpha$  que relaciona la rigidez de piso (sin disipadores), estudiada en el numeral anterior, que se va a denominar  $K_{MARCO}$  con respecto a la rigidez total del piso  $K_{TOTAL}$ , que es igual a la rigidez del marco más las rigideces de las diagonales y disipadores, en el caso más general que corresponde a tener más de un disipador en un piso.

$$\alpha = \frac{K_{MARCO}}{K_{TOTAL}} \quad (2.10)$$

El parámetro  $\alpha$  puede tomar los siguientes valores

- $\alpha < 0.50$  Cuando se espera que el marco de hormigón sea menos rígido que el sistema contraviento-disipador.
- $\alpha = 0.50$  Cuando se espera que el marco de hormigón sea igual de rígido que el sistema contraviento-disipador.

- $\alpha > 0.5$  Cuando se espera que el marco de hormigón sea más rígido que el sistema contraviento-disipador.

Valores frecuentes de  $\alpha$ , son: 0.25; 0.50; 0.75. (Tena y Nangullasmú 2013 y 2015)

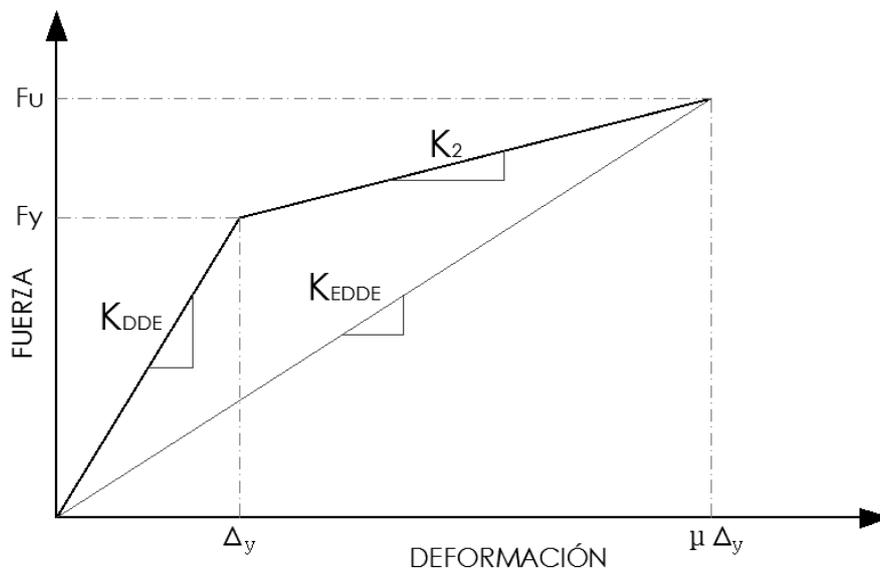
Otro factor a definir es  $\beta$  que determina la relación entre la rigidez elástica del disipador,  $K_{DDE}$ , con respecto a la rigidez de una diagonal de soporte,  $K_{DIAG}$ .

$$\beta = \frac{K_{DDE}}{K_{DIAG}} \quad (2.11)$$

La variable  $\beta$  puede tomar los siguientes valores.

- $\beta=1.00$  Cuando se espera que la rigidez elástica del contraviento sea igual a la rigidez del disipador.
- $\beta < 1.00$  Cuando se espera que la rigidez del contravientos sea menor que la del disipador.
- $\beta > 1.00$  Cuando se espera que la rigidez del contravientos sea mayor que la del disipador.

Valores frecuentes de  $\beta$ , son: 1.0; 0.75; 0.5; 0.25 (Tena y Nangullasmú, 2013). En la figura 2.12 se presenta el modelo bilineal considerado para el comportamiento no lineal del disipador. En este diagrama, se define la rigidez elástica  $K_{DDE}$  que interviene en la ecuación (x.x); también se indican la rigidez post fluencia  $K_2$  y la rigidez efectiva o rigidez secante  $K_{EDDE}$ , con la que se trabaja; para una mejor visualización se presentan estas rigideces a continuación.



**Figura 2.12 Relación fuerza deformación de un disipador TADAS**

Se denomina  $\alpha^*$  a la relación entre la rigidez post fluencia con respecto a la rigidez elástica del disipador. Valores frecuentes de  $\alpha^*$ , son: 0; 0.03; 0.05.

$$\alpha^* = \frac{K_2}{K_{DDE}} \quad (2.12)$$

El último parámetro que se debe imponer es  $\mu$  la ductilidad del disipador que relaciona la deformación última  $\Delta_u$  con respecto a la de fluencia  $\Delta_y$ . Para los disipadores ADAS o TADAS de acero la ductilidad se encuentra alrededor de 10.

Una vez que el Proyectista Estructural se ha impuesto:  $\alpha, \beta, \alpha^*, \mu$  la metodología propuesta por Tena y Nanguillasmú (2013) para determinar las dimensiones de las placas del disipador TADAS, se indica a continuación.

### 2.3.2 Sustento teórico

La rigidez total de un piso,  $K_{TOTAL}$  es igual a la rigidez de piso  $K_{MARCO}$  más la rigidez del contraviento-disipador,  $K_{C-D}$

$$K_{TOTAL} = K_{MARCO} + K_{C-D} \quad (2.13)$$

En el numeral anterior se indicó el cálculo de la rigidez de piso, para el primero, segundo y pisos intermedios con las ecuaciones de Wilbur. Ahora se determina la rigidez total del piso.

$$K_{TOTAL} = \frac{K_{MARCO}}{\alpha} \quad (2.14)$$

$$K_{C-D} = (1 - \alpha) K_{TOTAL} \quad (2.15)$$

Por otra parte, la rigidez del conjunto contraviento-disipador es igual al número de contravientos tipo Chevrón por la rigidez equivalente de uno de ellos,  $K_{eq}$ .

$$K_{C-D} = n K_{eq} \quad (2.16)$$

Pero la rigidez contraviento-disipador es igual a la rigidez total menos la rigidez de marco de tal manera que a partir de la ecuación (2.11) se obtiene:

$$K_{eq} = \frac{(1 - \alpha)K_{TOTAL}}{n}$$

En la figura 2.12, se tiene que la rigidez secante  $K_{EDDE}$  es igual a la fuerza  $F_u$  con respecto a la deformación  $\mu \Delta_y$

$$\begin{aligned}
K_{EDDE} &= \frac{F_u}{\mu \Delta_y} = \frac{F_y + K_2 (\mu \Delta_y - \Delta_y)}{\mu \Delta_y} \\
K_{EDDE} &= \frac{K_{DDE} \Delta_y + K_2 \Delta_y (\mu - 1)}{\mu \Delta_y} \\
K_{EDDE} &= \frac{K_{DDE} + K_2 (\mu - 1)}{\mu} \tag{2.17}
\end{aligned}$$

La diagonal del contraviento trabaja en serie con el disipador por lo que se tiene:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_{DIAG}} + \frac{2 \cos^2 \theta}{K_{EDDE}} \tag{2.18}$$

En el siguiente apartado se explica con más detalle esta ecuación. Al despejar  $K_{eq}$  se tiene:

$$K_{eq} = \frac{K_{DIAG} K_{EDDE}}{K_{EDDE} + 2 \cos^2 \theta K_{DIAG}}$$

Al sustituir  $K_{EDDE}$

$$\begin{aligned}
K_{eq} &= \frac{K_{DIAG} \frac{K_{DDE} + K_2 (\mu - 1)}{\mu}}{\frac{K_{DDE} + K_2 (\mu - 1)}{\mu} + 2 \cos^2 \theta K_{DIAG}} \\
K_{eq} &= \frac{K_{DIAG} [\beta K_{DIAG} + \alpha^* K_{DDE} (\mu - 1)]}{\beta K_{DIAG} + \alpha^* K_{DDE} (\mu - 1) + 2 \mu \cos^2 \theta K_{DIAG}} \\
K_{eq} &= \frac{\beta K_{DIAG} + \alpha^* \beta K_{DIAG} (\mu - 1)}{\beta + \alpha^* \beta (\mu - 1) + 2 \mu \cos^2 \theta} \\
K_{eq} &= \frac{K_{DIAG} [\beta + \alpha^* \beta (\mu - 1)]}{\beta + 2 \mu \cos^2 \theta + \alpha^* \beta (\mu - 1)} \\
K_{DIAG} &= \frac{K_{eq} [\beta + 2 \mu \cos^2 \theta + \alpha^* \beta (\mu - 1)]}{\beta [1 + \alpha^* (\mu - 1)]} \tag{2.19}
\end{aligned}$$

Con la rigidez  $K_{DIAG}$  se halla la sección transversal de las diagonales del contraviento a partir de la siguiente ecuación.

$$K_{DIAG} = \frac{E A_{DIAG}}{L_{DIAG}} \quad (2.20)$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad del acero;  $A_{DIAG}$  es el área de la sección transversal de la diagonal;  $L_{DIAG}$  es la longitud de la diagonal. Una vez conocido  $K_{DIAG}$ , se halla la rigidez elástica  $K_{DDE} = \beta K_{DIAG}$ ; la rigidez  $K_2 = \alpha^* K_{DDE}$ . También se conoce la  $K_{eq}$ . Por otra parte, con la ecuación (X:X) se encuentra la rigidez efectiva del disipador  $K_{EDDE}$ .

### 2.3.3 Valores Óptimos de $\alpha$ y $\beta$

Un estudio realizado por Tena y Nangullasmú (2013 y 2015), mediante un análisis no lineal “pushover” a 360 pórticos no dúctiles de 5 a 25 pisos de altura, con contravientos Chevrón con una inclinación de 40° y 45°, en las cuales se considerando diferentes valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , llegando a determinar los valores óptimos para  $\alpha$  y  $\beta$  en función de su elevación, y los ángulos de inclinación de diagonales. Los resultados óptimos encontrados se presentan en la tabla 2.1

**Tabla 2.1 Valores óptimos de  $\alpha$  y  $\beta$**

NIVELES	H/L	$\Theta$	$\alpha$	$\beta$
5	0.53	40°	0.25	0.50
	0.63	45°	0.25	0.50
10	1.05	40°	0.25	0.75
	1.25	45°	0.25	0.50
15	1.58	40°	0.25	0.75
	1.88	45°	0.25	0.50
20	2.10	40°	0.50	0.50
	2.50	45°	0.50	0.75
25	2.63	40°	0.50	0.50
	3.13	45°	0.50	0.75

Se puede observar que el parámetro  $\alpha$  aumenta mientras sube el número de pisos; sin embargo, para estructuras de hasta 15 pisos es óptimo suponer un  $\alpha=0.25$ , tomando en cuenta que la relación H/L sea menor que 2, mientras que el parámetro  $\beta$  se puede optar por tomar un valor entre 0.50 y 0.75.

## 2.4 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

El proyectista estructural se impone los parámetros  $\alpha, \beta, \mu, \alpha^*, \theta$ . Por otra parte calcula la rigidez del marco  $K_{MARCO}$  y el cortante  $V_u$  que debe ser capaz de soportar el disipador, cuyas dimensiones se van a determinar. Con esta información, el procedimiento a seguir para encontrar las dimensiones del disipador es la siguiente:

- 1) Se determina la rigidez total del piso  $K_{TOTAL}$

$$K_{TOTAL} = \frac{K_{MARCO}}{\alpha}$$

- 2) Se encuentra la rigidez de los contravientos y disipadores  $K_{C-D}$

$$K_{C-D} = K_{TOTAL} - K_{MARCO}$$

- 3) Se halla la rigidez equivalente de un contraviento y disipador,  $K_{eq}$

$$K_{eq} = \frac{K_{C-D}}{N_d}$$

donde  $N_d$  es el número de contravientos Chevrón.

- 4) Se halla la rigidez de la diagonal del contraviento  $K_{DIAG}$

$$K_{DIAG} = \frac{K_{eq} [\beta + 2 \mu \cos^2 \theta + \alpha^* \beta (\mu - 1)]}{\beta [1 + \alpha^* (\mu - 1)]}$$

- 5) Se encuentra la rigidez elástica del disipador,  $K_{DDE}$

$$K_{DDE} = \beta K_{DIAG}$$

- 6) Se halla la rigidez post fluencia del disipador  $K_2$

$$K_2 = \alpha^* K_{DDE}$$

- 7) Se determina la rigidez efectiva  $K_{EDDE}$

$$K_{EDDE} = \frac{K_{DDE} + K_2 (\mu - 1)}{\mu}$$

- 8) Se halla el desplazamiento de fluencia  $\Delta_y$

$$\Delta_y = \frac{V_u}{\mu K_{EDDE}}$$

Una vez que se conoce la rigidez elástica  $K_{DDE}$ , el desplazamiento de fluencia  $\Delta_y$ , el cortante  $V_u$  y la rigidez post fluencia  $K_2$ ; se determinan las dimensiones y el número de placas, del disipador ADAS o del disipador TADAS aplicando las ecuaciones indicadas en la tabla 1.4.

## 2.5 NUEVA PROPUESTA PARA HALLAR CONTRAVIENTO-DISIPADOR

En el apartado 2.1 se indicó que una vez que se ha comprobado que el cortante sísmico es mayor que la capacidad al corte en un determinado piso de la estructura, se ingrese a las ayudas de cálculo (figuras 2.2 a 2.11) y, de acuerdo a la capacidad de corte adicional que se requiera, se encuentre las dimensiones del disipador y el número de placas. Con base en el cortante, se verá si se requiere más de un contraviento Chevrón.

Por otra parte, con base en la tabla 2.1, determinar el parámetro  $\beta$  con el que se va a trabajar y se obtiene la rigidez de la diagonal de un contraviento  $K_{DIAG}$

$$K_{DIAG} = \frac{K_{DDE}}{\beta} \quad (2.21)$$

Con la rigidez  $K_{DIAG}$  se halla la sección transversal  $A_{DIAG}$  de una de las diagonales del contraviento Chevrón y con ello las dimensiones de la diagonal.

$$A_{DIAG} = \frac{K_{DIAG} L_{DIAG}}{E} \quad (2.22)$$

Se recomienda evaluar el parámetro  $\alpha$ , y verificar que esté dentro de los valores presentados en la tabla 2.1.

### 3. MATRICES DE RIGIDEZ Y DE MASAS

Una forma simplificada de encontrar la matriz de rigidez de una estructura con disipadores de energía ADAS o TADAS que se encuentran sobre un contraviento Chevrón es encontrar una rigidez equivalente,  $K_{eq}$  para el conjunto contraviento-disipador como se ha presentado en el apartado anterior y en el apartado 3.1 se va a deducir las ecuaciones de cálculo.

Una vez que se tiene la rigidez equivalente del contraviento-disipador se halla la matriz de rigidez de la estructura por ensamblaje directo. Para ello se debe encontrar primero las matrices de rigidez de cada uno de sus elementos, por lo que se indica en este apartado la matriz de rigidez en coordenadas globales para una viga o columna; posteriormente se indica la matriz de rigidez para un elemento diagonal-disipador, trabajando con la rigidez equivalente  $K_{eq}$ .

Luego se presenta la condensación estática de la matriz de rigidez, con lo que se halla la matriz de rigidez lateral de cada uno de los pórticos; se indican tres formas de obtener esta matriz, la primera involucra la obtención de una matriz inversa, la segunda es mediante la solución de un sistema de ecuaciones lineales y la tercera la más óptima mediante la triangularización de Gaus de la matriz de rigidez.

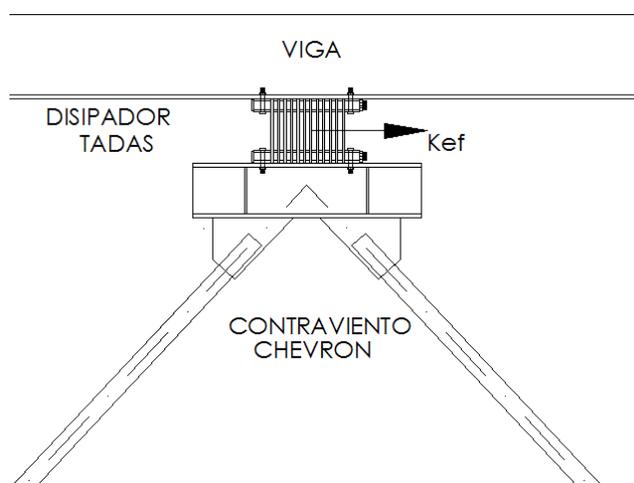
Una vez que se tiene la matriz de rigidez lateral de cada uno de los pórticos con disipadores de energía; se encuentra la matriz de rigidez en coordenadas de piso, para el efecto se considera que la losa es completamente rígida en el plano y se trabaja con un modelo de tres grados de libertad por planta: dos componentes de desplazamiento horizontal y una rotación con respecto a un eje perpendicular al plano de la losa.

Por último en este apartado se presenta el cálculo de la matriz de masas en coordenadas de piso, en forma práctica sin necesidad de indicar que para hallar la matriz de masas se debe calcular primero la energía cinética y demostrar como a partir de esta energía se encuentra la matriz de masas.

En el Anexo C., se presenta el cálculo de la matriz de rigidez lateral de un pórtico de cuatro pisos con disipadores de energía TADAS; en los Anexos D y E se halla la matriz de rigidez y de masas en coordenadas de piso, para la estructura espacial que tiene los disipadores.

### 3.1 MÉTODO DE LAS DIAGONALES EQUIVALENTES

En la figura 3.1 se presenta un contraviento Chevrón sobre la que se coloca un disipador que tiene una rigidez efectiva  $K_{ef}$ ; el cálculo de ésta rigidez se ha indicado con detalle en el apartado anterior. Por ahora lo que se destaca es que la rigidez efectiva es horizontal, por un lado y por otro que el desplazamiento en el borde superior del disipador es diferente al desplazamiento del borde superior de la viga del contraviento Chevrón; por lo que se modela como resortes en serie para encontrar la rigidez equivalente  $K_{eq}$  del conjunto diagonales-disipador.



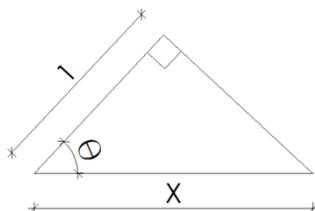
**Figura 3.1** Contraviento Chevrón con disipador TADAS.

Al aceptar la hipótesis que las diagonales trabajan en serie con el disipador, mediante la ecuación (3.1) se halla la rigidez equivalente en sentido axial  $K_{eq}$ .

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_{DIAG}} + \frac{1}{K_{DISP}} \quad (3.1)$$

donde  $K_{DIAG}$  es la rigidez axial de una de las diagonales del disipador y  $K_{DISP}$  es la rigidez del disipador en sentido horizontal, que sería la rigidez efectiva  $K_{ef}$ . Para tener todo en dirección axial, la rigidez horizontal del disipador se debe cambiar a rigidez axial, haciendo uso de la matriz de paso T. (Aguiar, 2014).

Se denomina sistema 1 a la coordenada horizontal y sistema 2 a la coordenada axial, para hallar la matriz de paso se deforma la unidad en el sistema axial y se mide en el sistema horizontal como se presenta a continuación.



$$T = \frac{1}{\cos \theta}$$

Una vez hallada la matriz de paso, la rigidez en el nuevo sistema de coordenadas (axial) se obtiene efectuando el triple producto matricial, indicado a continuación.

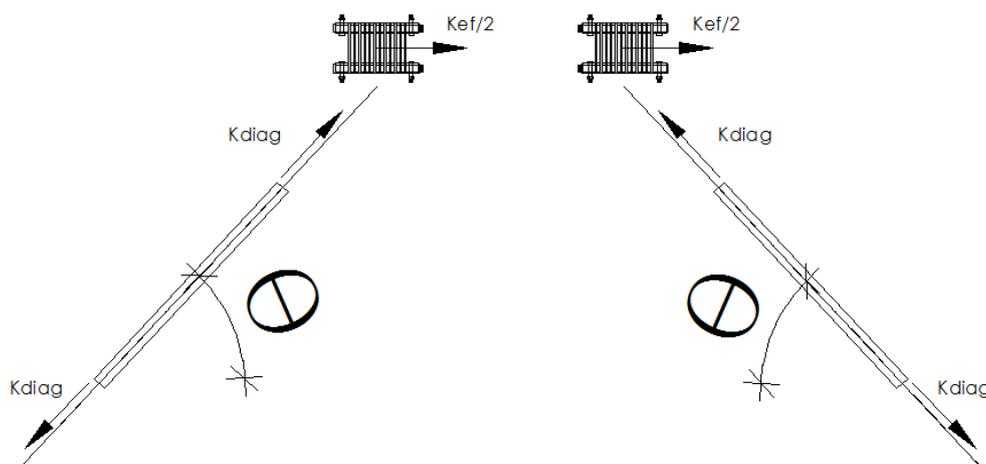
$$K_{DISP} = T^T K_{EDDE} T$$

Al remplazar el valor de  $T$ , se encuentra.

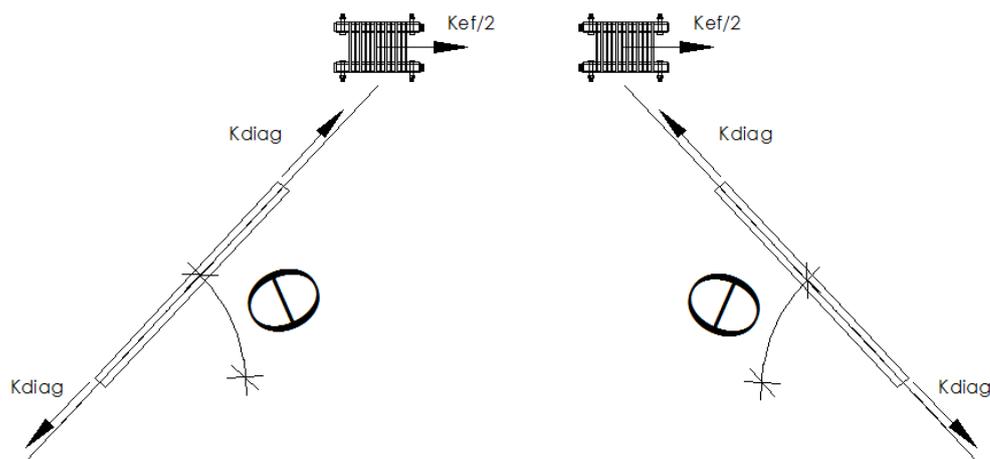
$$K_{DISP} = \frac{K_{EDDE}}{\cos^2 \theta}$$

Pero la rigidez efectiva del disipador se particional en 2 para que cada diagonal reciba su contribución, ver figura 3.2. Por lo tanto, la rigidez del disipador queda de la siguiente manera

$$K_{DISP} = \frac{K_{EDDE}}{2 \cos^2 \theta} \quad (3.2)$$



**Figura 3.2 Partición de la rigidez efectiva del disipador hacia cada diagonal**



Finalmente reemplazando  $K_{DISP}$  en la ecuación (3.1) se obtiene la rigidez equivalente, siempre y cuando el contraviento Chevrón cuente con diagonales simétricas, es decir que tengan la misma longitud y el mismo ángulo de inclinación  $\theta$ .

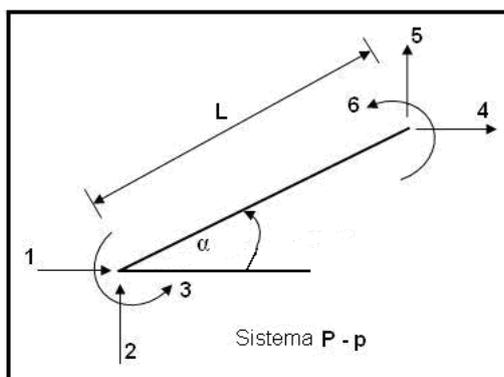
$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_{DIAG}} + \frac{2 \cos^2 \theta}{K_{EDDE}}$$

Una vez que se ha encontrado la rigidez equivalente, en el modelo de cálculo se sustituye el contraviento y disipador por dos diagonales, que tienen una rigidez  $K_{eq}$ , cada una de ellas.

### 3.2 MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN PÓRTICO CON DISIPADORES

Para encontrar la matriz de rigidez de un pórtico,  $\mathbf{K}$  con disipadores de energía se debe encontrar en primer lugar la matriz de rigidez de los elementos que conforman el pórtico, por ensamblaje directo y después se suma la contribución de las diagonales equivalentes (diagonal-disipador) a la matriz de rigidez. (Aguiar, 2014; Barbat *et al.* 2005).

La matriz de rigidez para un elemento (viga o columna) de un pórtico plano, para el sistema de coordenadas globales indicado en la figura 3.3, es la siguiente.

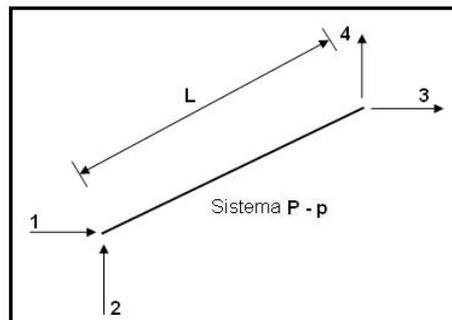


**Figura 3.3 Sistema de coordenadas globales para un elemento de un pórtico plano.**

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L}C^2 + \frac{12EI}{L^3}S^2 & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)SC & -\frac{6EI}{L^2}S & -\frac{EA}{L}C^2 - \frac{12EI}{L^3}S^2 & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)SC & -\frac{6EI}{L^2}S \\ \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)SC & \frac{EA}{L}S^2 + \frac{12EI}{L^3}C^2 & \frac{6EI}{L^2}C & \frac{EA}{L}C^2 + \frac{12EI}{L^3}S^2 & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)SC & \frac{6EI}{L^2}S \\ -\frac{6EI}{L^2}S & \frac{6EI}{L^2}C & \frac{4EI}{L} & -\frac{EA}{L}C^2 - \frac{12EI}{L^3}S^2 & \frac{6EI}{L^2}C & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L}C^2 - \frac{12EI}{L^3}S^2 & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)SC & \frac{6EI}{L^2}S & \frac{EA}{L}C^2 + \frac{12EI}{L^3}S^2 & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)SC & \frac{6EI}{L^2}S \\ -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)SC & -\frac{EA}{L}S^2 - \frac{12EI}{L^3}C^2 & -\frac{6EI}{L^2}C & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)SC & \frac{EA}{L}S^2 + \frac{12EI}{L^3}C^2 & -\frac{6EI}{L^2}C \\ -\frac{6EI}{L^2}S & \frac{6EI}{L^2}C & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}S & -\frac{6EI}{L^2}C & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad del material;  $A$ ,  $I$  es el área y la inercia a flexión de la sección transversal del elemento;  $C$ ,  $S$  es el coseno y seno del ángulo que forma el eje del elemento con respecto a la horizontal;  $L$  es la longitud del elemento.

Para el caso de que el disipador se halla sobre un contraviento Chevrón, se trabaja con la rigidez equivalente,  $k_{eq}$  ya indicada. Para este caso, el sistema de coordenadas globales se indica en la figura 3.4 y la matriz de rigidez es la siguiente.



**Figura 3.4 Sistema de coordenadas globales para elemento equivalente diagonal-disipador**

$$k = k_{eq} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \text{sen} \alpha \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & -\text{sen} \alpha \cos \alpha \\ \text{sen} \alpha \cos \alpha & \text{sen}^2 \alpha & -\text{sen} \alpha \cos \alpha & -\text{sen}^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\text{sen} \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha & \text{sen} \alpha \cos \alpha \\ -\text{sen} \alpha \cos \alpha & -\text{sen}^2 \alpha & \text{sen} \alpha \cos \alpha & \text{sen}^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde  $k$  es la matriz de rigidez del elemento equivalente (diagonal-disipador) en coordenadas globales;  $k_{eq}$  es la rigidez axial equivalente;  $\alpha$  es el ángulo que forma el eje del elemento con la horizontal.

En las figuras 3.3 y 3.4 se ha escrito sistema  $\mathbf{P} - \mathbf{p}$ ; donde  $\mathbf{P}$  es un vector que contiene a las fuerzas y momentos del nudo inicial y final, de acuerdo a lo indicado en las figuras;  $\mathbf{p}$  es un vector que contiene los desplazamientos y giros en coordenadas globales del nudo inicial y final. La relación entre el vector de cargas  $\mathbf{P}$  y el vector de coordenadas  $\mathbf{p}$ , viene dada por la matriz de rigidez del elemento  $\mathbf{k}$  indicada en las ecuaciones (3.3) y (3.4).

Para el ensamblaje directo de la matriz de rigidez de la estructura, se debe tener en cuenta que el vector de colocación de los elementos columna y viga tienen 6 elementos y de la diagonal equivalente del disipador tiene 4 elementos; todo esto de acuerdo al sistema  $\mathbf{P} - \mathbf{p}$ . El vector de colocación está compuesto por los grados de libertad del nudo inicial y final del elemento de acuerdo al sistema de coordenadas globales.

En estructuras de pocos pisos, no se tiene ninguna dificultad en encontrar la matriz de rigidez de la estructura  $\mathbf{K}$ , en un arreglo de dos dimensiones. Pero en estructuras que tienen un mayor número de grados de libertad, lo ideal es considerar que la matriz de rigidez es simétrica por lo que solo se obtiene la matriz triangular superior o la matriz triangular inferior y se trabaja a la matriz de rigidez como un vector. Finalmente existe una opción en la cual se ensambla la matriz de rigidez en un arreglo de una dimensión con ancho de banda variable en la que no se almacenan los ceros que se encuentran después del ancho de banda, a ésta técnica se conoce con el nombre de Skyline (Aguar, 2014).

### 3.3 MATRIZ DE RIGIDEZ LATERAL

En el análisis sísmico de estructuras, se considera que ante la componente de movimiento horizontal del suelo, todo el piso se desplaza lo mismo, de tal manera que se tiene un grado de libertad lateral por planta, para el caso plano.

Con esta acotación se define a la matriz de rigidez lateral a aquella matriz que está asociada únicamente a las coordenadas laterales de piso. Esta matriz se obtiene aplicando la condensación estática de la matriz de rigidez y para esto se tienen dos opciones para numerar las coordenadas principales (desplazamientos laterales) a saber: i) se numeran primero todos los desplazamientos laterales (coordenadas principales) y posteriormente los desplazamientos verticales y giros (coordenadas secundarias); ii) se numeran primero los corrimientos verticales y giro y al final los desplazamientos laterales. (Aguar, 2012; Barbat y Oller, 1998)

En el Anexo C, se obtiene la matriz de rigidez lateral de uno de los pórticos planos de la estructura de 4 pisos, que se está analizando, en este caso se ha numerado en

primer lugar las coordenadas laterales, ver figura C.1. A continuación se presenta en forma rápida el marco teórico de la condensación estática para éste caso.

### 3.3.1 Condensación a las coordenadas "a"

La ecuación básica de equilibrio estático es la siguiente:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{K} \mathbf{q} \quad (3.5)$$

donde  $\mathbf{Q}$  es el vector de cargas generalizadas;  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez y  $\mathbf{q}$  es el vector de coordenadas generalizadas. Para poder realizar la condensación estática se debe separar las coordenadas en "a" y "b". De tal manera que la ecuación (3.5) queda.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_a \\ \mathbf{Q}_b \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{k}_{ba} & \mathbf{k}_{bb} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_a \\ \mathbf{q}_b \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

La condensación estática se da cuando  $\mathbf{Q}_a$  o  $\mathbf{Q}_b$  son ceros. Para ello se debe numerar en forma adecuada las coordenadas. Cuando se numeran las coordenadas laterales al comienzo se tiene que  $\mathbf{Q}_b = \mathbf{0}$ ; en este caso se condensa la matriz de rigidez a las coordenadas "a".

Por otra parte, cuando se numeran las coordenadas laterales al final se tiene que  $\mathbf{Q}_a = \mathbf{0}$  y se condensa la matriz de rigidez a las coordenadas "b"

Para el primer caso se tiene  $\mathbf{Q}_b = \mathbf{0}$ .

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_a \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{k}_{ba} & \mathbf{k}_{bb} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_a \\ \mathbf{q}_b \end{pmatrix}$$

De donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_a &= \mathbf{k}_{aa} \mathbf{q}_a + \mathbf{K}_{ab} \mathbf{q}_b \\ \mathbf{0} &= \mathbf{K}_{ba} \mathbf{q}_a + \mathbf{K}_{bb} \mathbf{q}_b \end{aligned}$$

Luego:

$$\mathbf{q}_b = -\mathbf{k}_{bb}^{-1} \mathbf{K}_{ba} \mathbf{q}_a \quad (3.7)$$

Al sustituir  $\mathbf{q}_b$  en la primera ecuación y luego de factorar se obtiene.

$$\mathbf{Q}_a = (\mathbf{K}_{aa} - \mathbf{K}_{ab} \mathbf{k}_{bb}^{-1} \mathbf{K}_{ba}) \mathbf{q}_a \quad (3.8)$$

Sea  $\mathbf{K}^*$  la matriz de rigidez condensada a las coordenadas "a".

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K}_{aa} - \mathbf{K}_{ab} \mathbf{K}_{bb}^{-1} \mathbf{K}_{ba} \quad (3.9)$$

Con la ecuación (3.9) se obtiene la matriz de rigidez lateral, cuando se numera primero las coordenadas laterales, como en el ejemplo de la figura C.1. El cálculo de ésta manera implica la obtención de una matriz inversa lo cual demanda tiempo por lo que es mejor encontrar la matriz de rigidez condensada mediante la solución de un sistema de ecuaciones lineales, para esto se prosigue de la siguiente manera.

Se define la matriz  $\mathbf{T}$  de la siguiente manera:

$$\mathbf{T} = -\mathbf{K}_{bb}^{-1} \mathbf{K}_{ba} \quad (3.10)$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación (3.10) por  $\mathbf{K}_{bb}$  se obtiene:

$$\mathbf{K}_{bb} \mathbf{T} = -\mathbf{K}_{ba} \quad (3.11)$$

Para encontrar la matriz  $\mathbf{T}$ , se debe resolver un conjunto de ecuaciones lineales, cuya matriz de coeficientes es la sub matriz  $\mathbf{K}_{bb}$  y los términos independientes son las diferentes columnas de la sub matriz  $\mathbf{K}_{ba}$ . Con el cambio de variable realizado, la ecuación (3.9) se transforma en:

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K}_{aa} + \mathbf{K}_{ab} \mathbf{T} \quad (3.12)$$

### 3.3.2 Condensación a las coordenadas "b"

Se presenta cuando el vector de cargas  $\mathbf{Q}_a = \mathbf{0}$ . Procediendo en forma similar se obtiene:

$$\mathbf{q}_a = -\mathbf{k}_{aa}^{-1} \mathbf{K}_{ab} \mathbf{q}_b \quad (3.13)$$

$$\mathbf{Q}_b = (\mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{ba} \mathbf{K}_{aa}^{-1} \mathbf{K}_{ab}) \mathbf{q}_b \quad (3.14)$$

Sea  $\mathbf{K}^+$  la matriz de rigidez condensada a las coordenadas "b".

$$\mathbf{K}^+ = \mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{ba} \mathbf{K}_{aa}^{-1} \mathbf{K}_{ab} \quad (3.15)$$

Ahora se define la matriz  $\mathbf{T}$ , de la siguiente manera.

$$\mathbf{T} = -\mathbf{K}_{aa}^{-1} \mathbf{K}_{ab} \quad (3.16)$$

La ecuación (3.15) en función de la matriz  $\mathbf{T}$ , queda

$$\mathbf{K}^+ = \mathbf{K}_{bb} + \mathbf{K}_{ba}\mathbf{T} \quad (3.17)$$

Al multiplicar la ecuación (3.16) por  $\mathbf{K}_{aa}$  se tiene.

$$\mathbf{K}_{aa}\mathbf{T} = -\mathbf{K}_{ab} \quad (3.18)$$

Ahora, la matriz  $\mathbf{T}$  se obtiene resolviendo un conjunto de ecuaciones lineales que tienen una sola matriz de coeficientes que es  $\mathbf{K}_{aa}$  pero diferentes términos independientes que son las diferentes columnas de la matriz  $\mathbf{k}_{ab}$ . Aguiar (2012, 2014)

Cuando se numeran las coordenadas principales al final, caso que se ha estudiado en el presente sub apartado, existe otra forma de hallar la matriz de rigidez condensada y es mediante la triangularización de Gauss. A continuación se presenta el marco teórico para ello se vuelve a escribir las ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{k}_{ba} & \mathbf{k}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_a \\ \mathbf{q}_b \end{bmatrix}$$

De donde:

$$\mathbf{0} = \mathbf{k}_{aa}\mathbf{q}_a + \mathbf{K}_{ab}\mathbf{q}_b \quad (3.19)$$

$$\mathbf{Q}_b = \mathbf{K}_{ba}\mathbf{q}_a + \mathbf{K}_{bb}\mathbf{q}_b \quad (3.20)$$

Si a la ecuación (3.19) se multiplica por  $\mathbf{K}_{aa}^{-1}$ , y en ésta se reemplaza la ecuación (3.16), se obtiene:

$$\mathbf{0} = \mathbf{I}\mathbf{q}_a + \mathbf{K}_{aa}^{-1}\mathbf{K}_{ab}\mathbf{q}_b$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{I}\mathbf{q}_a - \mathbf{T}\mathbf{q}_b \quad (3.21)$$

Ahora, si a la ecuación (3.21) se multiplica por  $-\mathbf{K}_{ba}$  y se suma a la ecuación (3.20), se encuentra:

$$\mathbf{Q}_b = \mathbf{0}\mathbf{q}_a + (\mathbf{K}_{bb} + \mathbf{K}_{ba}\mathbf{T})\mathbf{q}_b \quad (3.22)$$

De acuerdo a (3.17), la ecuación entre paréntesis es la matriz de rigidez condensada

$\mathbf{K}^+$ .

$$Q_b = 0 q_a + K^+ q_b \quad (3.23)$$

Al escribir en forma matricial las ecuaciones (3.21) y (3.23) se halla.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ Q_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -T \\ 0 & K^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

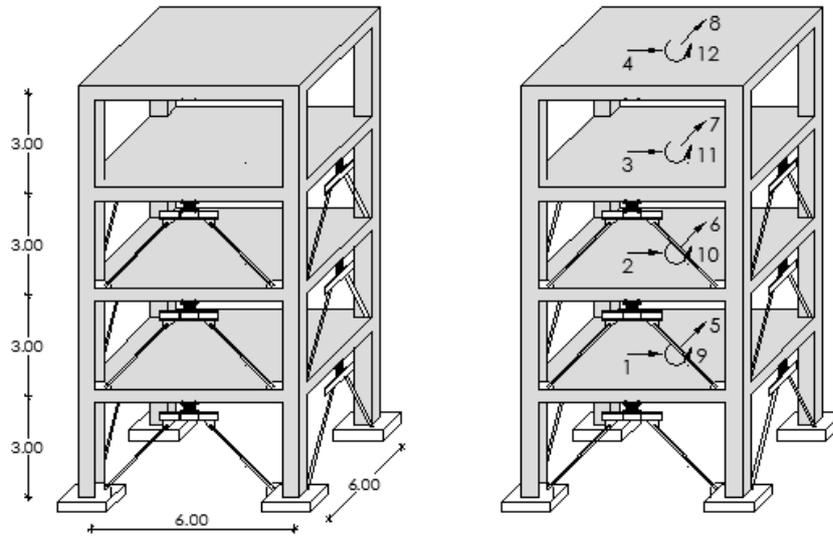
Por lo tanto, dada la matriz de rigidez total, se aplica la triangularización de Gauss Jordan hasta tener ceros, en la matriz triangular inferior, correspondiente a los elementos de las coordenadas "a" y lo que se obtienen son las matrices  $\mathbf{T}$  y  $\mathbf{K}^+$ ; esta es la forma más eficiente de hallar la matriz de rigidez condensada. Aguiar (2012, 2014).

### 3.4 MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS DE PISO

A la izquierda de la figura 3.5, se presenta la estructura que se ha venido analizando, de cuatro pisos, simétrica, con luces de 6 m., y altura de piso de 3 m. En cada uno de los pórticos se ha colocado disipadores de energía, de las dimensiones indicadas en el Anexo C.

Se realiza el análisis sísmico con un modelo de losa rígida en el que se consideran tres grados de libertad por planta: dos componentes de desplazamiento horizontal y una rotación de piso con respecto a un eje perpendicular a la losa. (Aguiar, 2008, 2014).

Nótese que primero se ha numerado las componentes de los desplazamientos horizontales de piso en sentido X, de abajo hacia arriba; luego las de sentido Y, igualmente de abajo hacia arriba y finalmente las rotaciones de piso (giros de torsión).



**Figura 3.5 Estructura de análisis con disipadores de energía, y grados de libertad considerados.**

Se denomina  $K_E$  a la matriz de rigidez en coordenadas de piso, la misma que se halla con la siguiente ecuación:

$$K_E = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} K_L^{(i)} A^{(i)} \quad (3.25)$$

donde  $n$  es el número de pórticos de la estructura,  $K_L^{(i)}$  es la matriz de rigidez lateral del pórtico  $i$ ;  $A^{(i)}$  es la matriz de compatibilidad del pórtico  $i$ , que relaciona las coordenadas laterales de un pórtico con las coordenadas de piso de la estructura.

(Aguar 2008, 2014) La forma de la matriz  $A^{(i)}$  es la siguiente:

$$A^{(i)} = \begin{bmatrix} \text{Cos}\alpha & & \text{Sen}\alpha & & r_1 & & \\ & \text{Cos}\alpha & & \text{Sen}\alpha & & r_2 & \\ & & \dots & & \dots & & \dots \\ & & & \text{Cos}\alpha & & \text{Sen}\alpha & r_n \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo que forma la orientación positiva del pórtico con el eje de las X. Para pórticos paralelos al eje X este ángulo vale  $0^0$  y para pórticos perpendiculares al eje X vale  $90^0$ . Por otra parte  $r_j$  es la distancia desde el Centro de Masa al pórtico en el piso  $j$ , será positiva si la orientación del pórtico rota con respecto al centro de masa en sentido antihorario. La orientación positiva de los pórticos es paralela y en el sentido de los ejes X, Y. La matriz  $A$  tiene  $NP$  filas y

$3 * NP$  columnas, donde  $NP$  es el número de pisos del pórtico para el caso más general.

Al desarrollar el triple producto matricial indicado en (3.25) se obtiene:

$$KE = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{XX} & \mathbf{K}_{XY} & \mathbf{K}_{X\theta} \\ \mathbf{K}_{YX} & \mathbf{K}_{YY} & \mathbf{K}_{Y\theta} \\ \mathbf{K}_{\theta X} & \mathbf{K}_{\theta Y} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{XX} &= \sum \cos^2 \alpha \mathbf{K}_L \\ \mathbf{K}_{YY} &= \sum \text{sen}^2 \alpha \mathbf{K}_L \\ \mathbf{K}_{XY} &= \sum \text{sen} \alpha \cos \alpha \mathbf{K}_L \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{K}_{X\theta} = \sum \cos \alpha \mathbf{K}_L r$$

$$\mathbf{K}_{Y\theta} = \sum \text{sen} \alpha \mathbf{K}_L r$$

$$\mathbf{K}_{\theta\theta} = \sum r^t \mathbf{K}_L r$$

$$\mathbf{K}_{YX} = \mathbf{K}_{XY}^t$$

$$\mathbf{K}_{\theta X} = \mathbf{K}_{X\theta}^t$$

$$\mathbf{K}_{\theta Y} = \mathbf{K}_{Y\theta}^t$$

Por lo tanto se tienen dos formas de calcular la matriz de rigidez en coordenadas de piso, la primera realizando el triple producto matricial indicado en la ecuación (3.25) y la segunda trabajando con sub matrices, como se acaba de indicar.

En el Anexo D se presenta el cálculo de la matriz de rigidez para las coordenadas de piso del modelo indicado a la derecha de la figura 3.5

### 3.5 MATRIZ DE MASAS EN COORDENADAS DE PISO

La matriz de masas de cualquier estructura se halla a partir de la evaluación de la energía cinética,  $T_c$  en el centro de masas (CM), que es igual a la energía cinética de traslación más la de rotación.

$$T_c = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$

donde  $m$  es la masa;  $J$  es el momento de inercia de la masa;  $\dot{q}$  es la velocidad lineal calculada en el centro de masas;  $\dot{\theta}$  es la velocidad angular en el CM. A partir de la siguiente ecuación se determina el momento de inercia.

$$J = \int r^2 dm$$

donde  $r$  es la distancia de un elemento diferencial al centro de masas;  $dm$  es el elemento diferencial de masa,  $dm = \rho dV$ ; siendo  $\rho$  la densidad del material;  $dV$  es

un elemento diferencial de volumen. Para el modelo indicado en la figura 3.5, la matriz de masas es la siguiente. (Aguar, 2012).

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & \mathbf{J} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & m_n \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & J_n \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

donde  $m_1$  la masa total del piso 1;  $m_2$  la masa total del piso 2, etc.;  $J_1$  es el momento de inercia de la masa  $m_1$ ;  $J_2$  es el momento de inercia de la masa  $m_2$ , etc. Se destaca que son momentos de inercia con respecto al centro de masa de cada piso. Para un piso  $i$  se tiene que:

$$J_i = \frac{m_i}{12} (a_i^2 + b_i^2) \quad (3.32)$$

donde  $m_i$  es la masa del piso  $i$ ;  $a_i, b_i$ , son las dimensiones de la losa en el piso  $i$ . Cuando la estructura no es regular en planta se debe encontrar primero el centro de masa y después se debe aplicar el teorema de los ejes paralelos para hallar el valor de  $J_i$  con respecto al centro de masas.

En el Anexo E se presenta el cálculo de la matriz de masas para la estructura de 4 pisos, con el modelo indicado en la figura 3.5. Al ser una estructura simétrica el cálculo es directo.

## 4. PROPIEDADES DINÁMICAS Y MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO

Se presenta en forma rápida el cálculo de las propiedades dinámicas de una estructura a partir de la solución de un problema de vibración libre sin amortiguamiento. Los períodos y modos de vibración, como se verá más adelante son necesarios para encontrar la matriz de amortiguamiento tipo Wilson y Penzien. Además se los necesita para encontrar las respuestas máximas probables empleando el método de superposición modal.

Posteriormente se presenta la deducción del factor de amortiguamiento equivalente de un disipador, que tiene una curva de histéresis bilineal. Con este factor se puede hallar el amortiguamiento viscoso  $C_d$  de cada disipador.

Una forma muy práctica de encontrar el factor de amortiguamiento equivalente de una estructura con disipadores de energía la presenta la norma sísmica de Chile para disipadores de energía de 2013, la misma que se presenta como una opción sencilla de cálculo.

Luego se halla la matriz de amortiguamiento de una estructura, tanto para el caso plano como para el caso espacial considerando en forma explícita el lugar en que se halla el disipador de energía. Para obtener la matriz de amortiguamiento se debe evaluar la tasa de disipación de energía de la estructura. El inconveniente que se tiene al encontrar la matriz de amortiguamiento de esta manera es que se no se puede diagonalizar la matriz, lo que dificulta la solución numérica para hallar la respuesta dinámica, ya que no se puede desacoplar el sistema de ecuaciones diferenciales que gobierna el problema dinámico.

Se presenta también, la forma como se puede obtener un modelo de un grado de libertad, equivalente al sistema de múltiples grados de libertad. En este sistema equivalente se puede realizar un análisis no lineal considerando un comportamiento bilineal.

Finalmente, se presenta el Algoritmo propuesto por Wilson y Penzien (1972) para encontrar la matriz de amortiguamiento en función de la matriz de masas; de los modos y períodos de vibración; de la frecuencia natural y del factor de amortiguamiento en cada modo. La matriz de amortiguamiento que se halla con este

algoritmo si es diagonalizable, lo que es una ventaja desde el punto de vista numérico pero en cambio se debe dar como dato el factor de amortiguamiento de la estructura con disipadores.

#### 4.1 PROPIEDADES DINÁMICAS

Los períodos y modos de vibración, sin considerar el amortiguamiento, se obtienen a partir de la solución del problema de vibración libre, definido por la siguiente ecuación diferencial.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masas;  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez;  $\mathbf{q}$  es el vector de desplazamientos;  $\ddot{\mathbf{q}}$  es el vector de aceleraciones. La solución de esta ecuación es:

$$\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\phi} f(t) \quad (4.2)$$

donde  $\boldsymbol{\phi}$  es un vector que no depende del tiempo y contiene los vectores propios y  $f(t)$  es una función del tiempo. La primera y segunda derivada, con respecto al tiempo de  $\mathbf{q}$ , son:

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \boldsymbol{\phi} \dot{f}(t) \quad \ddot{\mathbf{q}}(t) = \boldsymbol{\phi} \ddot{f}(t)$$

Al reemplazar  $\mathbf{q}(t)$  y  $\ddot{\mathbf{q}}(t)$  en la ecuación (4.1) se tiene:

$$\mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \ddot{f}(t) + \mathbf{K} \boldsymbol{\phi} f(t) = \mathbf{0}$$

De donde:

$$\left( \mathbf{K} + \frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} \mathbf{M} \right) \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0}$$

Se denomina:

$$\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} = -\lambda \quad \Rightarrow \quad \ddot{f}(t) + \lambda f(t) = 0 \quad (4.3)$$

Luego se tiene:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (4.4)$$

En resumen, el problema de vibración libre, definido en la ecuación (4.1) se ha descompuesto en dos problemas, que son:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) \phi = \bar{\mathbf{0}}$$

$$\ddot{f}(t) + \lambda f(t) = \mathbf{0}$$

La primera ecuación corresponde a un problema de valores y vectores propios. Donde  $\lambda$  son los valores propios y  $\phi$  los modos de vibración (vectores propios). Para cada modo de vibración se tiene un valor propio y con este valor se resuelve la ecuación diferencial de segundo orden (4.3)

A partir de la ecuación (4.3) se demuestra que la frecuencia de vibración  $W_{ni}$  en el modo  $i$ , es igual a la raíz cuadrada del valor propio  $\lambda_i$ , y que el período  $T_i$  es igual a  $2\pi$  para la frecuencia.

$$W_{ni} = \sqrt{\lambda_i} \quad (4.5)$$

$$T_i = \frac{2\pi}{W_{ni}} \quad (4.6)$$

En el Anexo E se presentan los valores propios, frecuencias, períodos y modos de vibración del modelo espacial de cuatro pisos, considerando tres grados de libertad por planta para las estructuras con disipadores ADAS y TADAS.

## 4.2 MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO VISCOSO DE UN DISIPADOR

A la izquierda de la figura 4.1 se presenta el modelo numérico bilineal que representa el comportamiento de un disipador ADAS o TADAS. Para calcular el factor de amortiguamiento equivalente  $\xi_{eq}$  se debe evaluar la energía disipada en un ciclo de histéresis y la energía elástica.

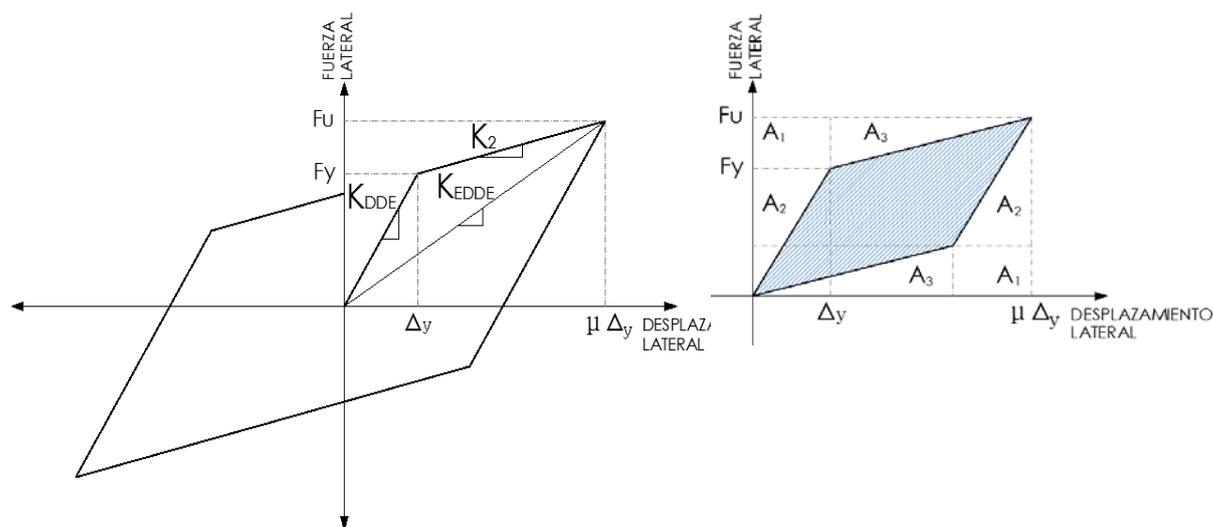


Figura 4.1 Diagrama de histéresis de un disipador ADAS o TADAS

### 4.2.1 Energía disipada por un disipador

Sea  $E_D$  la energía disipada, en un ciclo de histéresis, la misma que se obtiene evaluando el área sombreada que se presenta a la derecha de la figura 4.1, multiplicada por 4, debido a que ésta área representa la cuarta parte del área de un ciclo de histéresis.

$$E_D = 4 A_{RAY}$$

$$A_{RAY} = F_u \mu \Delta_y - 2 A_1 - 2 A_2 - 2 A_3$$

$$A_1 = (F_u - F_y) \Delta_y$$

$$A_2 = \frac{1}{2} F_y \Delta_y$$

$$A_3 = \frac{(F_u - F_y)(\mu \Delta_y - \Delta_y)}{2}$$

$$E_D = 4 [F_u \mu \Delta_y - 2 \Delta_y (F_u - F_y) - F_y \Delta_y - (F_u - F_y)(\mu \Delta_y - \Delta_y)] \quad (4.7)$$

Al desarrollar términos y luego de las simplificaciones correspondientes se halla la energía disipada en función del desplazamiento de fluencia  $\Delta_y$ , de la fuerza de fluencia  $F_y$ , de la fuerza última  $F_u$  y de la ductilidad del disipador  $\mu$ .

$$E_D = 4 \Delta_y (\mu F_y - F_u) \quad (4.8)$$

En la figura izquierda de 4.1, se observa que:

$$F_u = F_y + K_2 (\mu \Delta_y - \Delta_y) \quad (4.9)$$

$$F_y = K_{DDE} \Delta_y \quad (4.10)$$

Al reemplazar estos valores en la ecuación que define la energía disipada, se tiene.

$$E_D = 4 \Delta_y [K_{DDE} \mu \Delta_y - K_{DDE} \Delta_y - K_2 (\mu \Delta_y - \Delta_y)]$$

$$E_D = 4 \Delta_y (K_{DDE} - K_2)(\mu \Delta_y - \Delta_y) \quad (4.11)$$

### 4.2.2 Energía elástica por un disipador

El área achurada de la figura 4.2, representa la energía elástica en un ciclo de histéresis del disipador, que se denomina  $E_E$

$$E_E = \frac{1}{2} F_u \mu \Delta_y$$

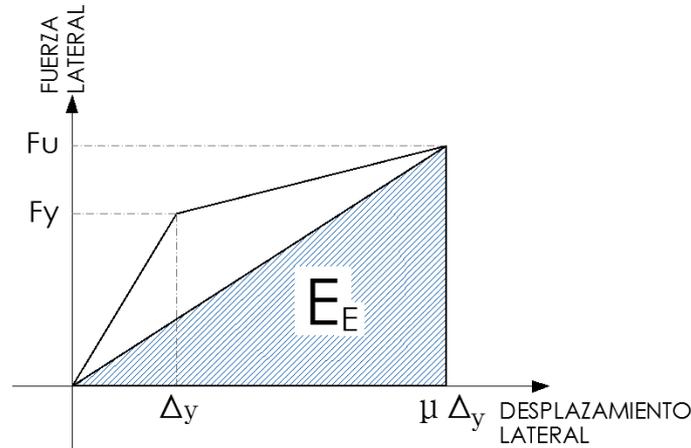


Figura 4.2 Energía elástica en un ciclo de histéresis

$$K_{EDDE} = \frac{F_u}{\mu \Delta_y}$$

$$E_E = \frac{1}{2} K_{EDDE} (\mu \Delta_y)^2 \quad (4.12)$$

#### 4.2.3 Factor de amortiguamiento equivalente del disipador

Se considera que el amortiguamiento es de tipo viscoso, en consecuencia se tiene:

$$\xi_{eq} = \frac{E_D}{4 \pi E_E}$$

$$\xi_{eq} = \frac{2 \Delta_y (K_{DDE} - K_2)(\mu \Delta_y - \Delta_y)}{\pi K_{EDDE} (\mu \Delta_y)^2} \quad (4.13)$$

Por otra parte la frecuencia natural  $W_n$  del disipador en función de la rigidez efectiva,  $K_{EDDE}$  y de la masa que gravita sobre el disipador,  $m$ , viene dada por la siguiente ecuación.

$$W_n^2 = \frac{K_{EDDE}}{m}$$

$$K_{EDDE} = W_n^2 m \quad (4.14)$$

Al reemplazar  $K_{EDDE}$  en la ecuación (4.13) que define el factor de amortiguamiento equivalente, se halla.

$$\xi_{eq} = \frac{2 \Delta_y (K_{DDE} - K_2)(\mu \Delta_y - \Delta_y)}{\pi W_n^2 m (\mu \Delta_y)^2} \quad (4.15)$$

#### 4.2.4 Amortiguamiento equivalente del disipador

Sea  $C_d$  el amortiguamiento equivalente de un disipador, la misma que puede expresarse en función del factor de amortiguamiento equivalente, para ello se recuerda. (Aguar 2012)

$$\xi_{eq} = \frac{C_d}{2\sqrt{m K_{EDDE}}}$$

$$\xi_{eq} = \frac{C_d}{2 m W_n} \quad (4.16)$$

Al igualar ecuación (4.15) con (4.16), se halla.

$$\frac{C_d}{2 m W_n} = \frac{2 \Delta_y (K_{DDE} - K_2)(\mu \Delta_y - \Delta_y)}{\pi W_n^2 m (\mu \Delta_y)^2}$$

$$C_d = \frac{4 \Delta_y (K_{DDE} - K_2)(\mu \Delta_y - \Delta_y)}{\pi W_n (\mu \Delta_y)^2} \quad (4.17)$$

En función del período de vibración  $T$ , se tiene.

$$T = \frac{2\pi}{W_n}$$

$$C_d = \frac{2 \Delta_y (K_{DDE} - K_2)(\mu \Delta_y - \Delta_y) T}{\pi^2 (\mu \Delta_y)^2} \quad (4.18)$$

De esta forma se determina el amortiguamiento equivalente de un disipador, modelado como viscoso.

### 4.3 NORMA DE CHILE DE DISIPACIÓN

La propuesta de norma, para estructuras con disipadores de energía de Chile (Achisina 2013) recomienda que el factor de amortiguamiento equivalente de una edificación con disipadores sísmicos  $\xi_{eq}$  se calcule con la siguiente ecuación.

$$\xi_{eq} = \xi + \sum_{i=1}^{na} \xi_{ef i}$$

donde  $\xi$  es el factor de amortiguamiento que tiene la estructura (0.05);  $n_a$  es el número de disipadores;  $\xi_{efi}$  es el amortiguamiento efectivo de cada disipador. Esta propuesta es la que se aplica en la estructura de cuatro pisos que se está analizando.

Ahora bien, valdría la pena bajar un poco el amortiguamiento equivalente de la estructura  $\xi_{eq}$  considerando el sistema constructivo fundamentalmente. Si uno o varios disipadores van a ser ensayados y se obtiene directamente el factor de amortiguamiento efectivo, no se requiere disminuir el valor, caso contrario sí se debe bajar para tener un factor de seguridad.

#### 4.4 MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO PARA EL CASO PLANO

Se está analizando el caso de una estructura con contravientos Chevrón, sobre la que se colocan los disipadores. Estrictamente el desplazamiento lateral de una de las diagonales es diferente del desplazamiento lateral del disipador; por este motivo cuando se obtuvo la rigidez equivalente  $K_{eq}$  del conjunto diagonal-disipador, se modeló como resortes en serie.

Pero una vez que se obtiene la matriz de rigidez del elemento diagonal-disipador, en coordenadas globales, para hallar la matriz de rigidez de la estructura, se está considerando un solo desplazamiento a nivel de piso de tal manera que si un pórtico tiene disipadores en cada uno de los pisos, se puede modelar como se indica, a la izquierda de la figura 4.3, en este caso se considera el desplazamiento relativo de piso, con esta opción no se obtiene una matriz de rigidez diagonal.

A la derecha de la figura 4.3 se presenta otra opción de modelar los disipadores, con esta alternativa la matriz de amortiguamiento es diagonal. En los dos casos no se ha colocado disipadores en el cuarto piso debido a que la estructura del ejemplo que se está analizando no requiere disipadores en dicho piso.

##### 4.4.1 Modelo con disipadores en entrepiso

En este caso se trabaja con el modelo indicado a la izquierda de la figura 4.3. Para el efecto se tiene que  $C_{di}$  es el amortiguamiento del disipador en el piso  $i$ , y trabaja con la velocidad relativa del piso superior con respecto al piso inferior.

Para encontrar la matriz de amortiguamiento  $\mathbf{C}$  se debe evaluar la Tasa de Disipación de Energía, TDE. Aguiar (2013)

$$TDE = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} C_{di} \dot{q}_i^2 \quad (4.19)$$

La variable todavía no identificada es  $\dot{q}_i$ , que es la velocidad relativa del piso  $i$ . La sumatoria se extiende al número de disipadores  $n$  que tiene el pórtico. Las flechas que se indican a la derecha de la figura 4.3, corresponden a los desplazamientos

laterales  $q$ , de cada uno de los pisos. Se recuerda que se está trabajando con coordenadas absolutas.

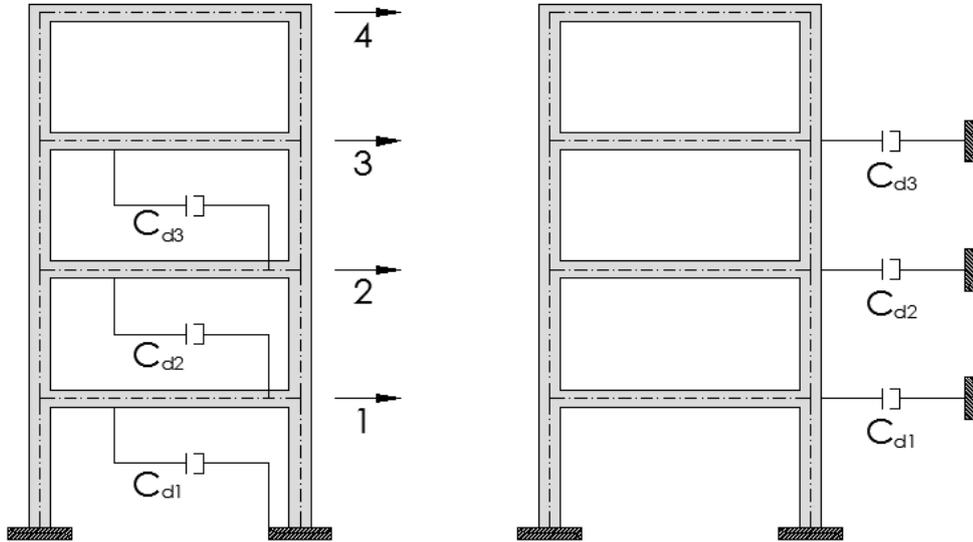


Figura 4.3 Modelos para el cálculo de la matriz de amortiguamiento

$$TDE = \frac{1}{2} [C_{d1} \dot{q}_1^2 + C_{d2} (\dot{q}_2 - \dot{q}_1)^2 + C_{d3} (\dot{q}_3 - \dot{q}_2)^2]$$

$$TDE = \frac{1}{2} [C_{d1} \dot{q}_1^2 + C_{d2} \dot{q}_2^2 - 2 C_{d2} \dot{q}_2 \dot{q}_1 + C_{d2} \dot{q}_1^2 + C_{d3} \dot{q}_3^2 - 2 C_{d3} \dot{q}_3 \dot{q}_2 + C_{d3} \dot{q}_2^2]$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{d1} + C_{d2} & -C_{d2} & 0 & 0 \\ -C_{d2} & C_{d2} + C_{d3} & -C_{d3} & 0 \\ 0 & -C_{d3} & C_{d3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Nótese que el valor de la última fila y columna es cero debido a que no existe amortiguador en el piso cuatro.

#### 4.4.2 Modelo con disipadores a nivel de piso

A la derecha de la figura 4.3 se tiene otro modelo para encontrar la matriz de amortiguamiento, en este caso el amortiguamiento del piso  $i$ , trabaja con la velocidad del piso únicamente; de tal manera que la matriz de amortiguamiento resulta:

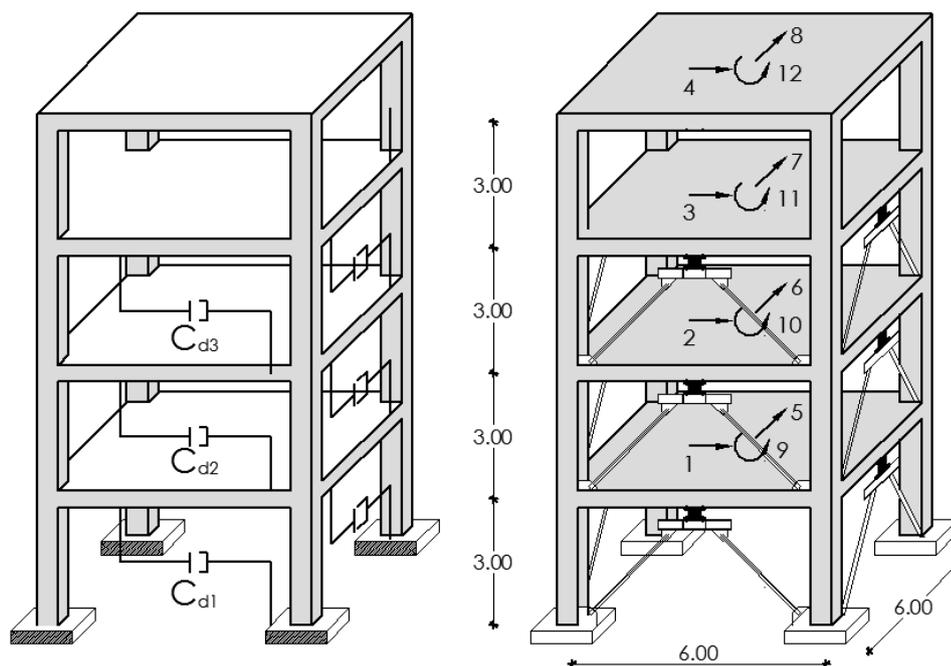
$$C = \begin{bmatrix} C_{d1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{d2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{d3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

donde  $C_{di}$  es el amortiguamiento del piso  $i$ . La ventaja de trabajar con este modelo es que la matriz es diagonal.

En el Anexo G se presenta el cálculo de la matriz de amortiguamiento, para el pórtico plano de la estructura que se está analizando, considerando los dos modelos, para las estructuras con disipadores ADAS y TADAS.

#### 4.5 MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO EN COORDENADAS DE PISO

Se está analizando una estructura que tiene disipadores ADAS o TADAS en cada uno de los pórticos y ahora interesa encontrar la matriz de amortiguamiento en coordenadas de piso. Con esta introducción, a la izquierda de la figura 4.4, se presenta el modelo, con que se representa a los disipadores (se aprecia que no hay disipadores en el cuarto piso); a la derecha de 4.4, se indican las coordenadas de piso.



**Figura 4.4** Modelo de cálculo para hallar la matriz de amortiguamiento en coordenadas de piso.

En el sub apartado anterior se encontró la matriz de amortiguamiento de un pórtico plano, asociado a las coordenadas laterales de cada uno de los pisos. Lo propio se debe hacer con los restantes pórticos.

La matriz de paso de coordenadas laterales del pórtico a las coordenadas de piso de la estructura se denominó matriz  $\mathbf{A}$  y fue presentada en la ecuación (3.24). Por lo tanto, la matriz de amortiguamiento  $\mathbf{C}_E$  en coordenadas de piso, se halla con la siguiente ecuación.

$$\mathbf{C}_E = \sum_{i=1}^n \mathbf{A}^{(i)t} \mathbf{C}^{(i)} \mathbf{A}^{(i)} \quad (4.21)$$

donde  $\mathbf{C}^{(i)}$  es la matriz de amortiguamiento del pórtico  $i$ ;  $\mathbf{A}^{(i)}$ , es la matriz de paso de las coordenadas laterales del pórtico  $i$  a las coordenadas de piso;  $n$  es el número de pórticos;  $\mathbf{C}_E$  es la matriz de rigidez en coordenadas de piso.

La matriz de amortiguamiento, encontrada con la ecuación (4.21) no se puede diagonalizar, en efecto si se multiplica  $\Phi^t \mathbf{C}_E \Phi$  no se encuentra una matriz diagonal; las matrices de rigidez y de masas en coordenadas de piso, si son diagonalizables. Por lo tanto no se puede desacoplar el sistema de ecuaciones diferenciales, lo que dificulta la solución numérica.

La matriz  $\mathbf{C}_E$  que se halla a partir del modelo en que se coloca los amortiguamientos en el entrepiso no es diagonal (modelo 1) en cambio cuando se colocan a nivel de piso se tiene una matriz diagonal (modelo 2).

En el anexo H se presenta la matriz de amortiguamiento en coordenadas de piso, para la estructura indicada a la derecha de la figura 4.4, utilizando la ecuación (4.21), para las estructuras, con los dos tipos de amortiguamiento ADAS y TADAS.

#### 4.6 MODELO DE UN GRADO DE LIBERTAD

Encontrar la respuesta no lineal en un sistema de múltiples grados de libertad, es complejo pero una forma sencilla con el que se tenga una idea del comportamiento no lineal de la estructura es hallar un modelo de un grado de libertad, equivalente al sistema de múltiples grados de libertad.

Existen varios modelos para hallar el sistema de un grado de libertad (Aguilar, 2002) Pero se decide trabajar con el modelo propuesto por Rodríguez (1994) que iguala la frecuencia natural para la configuración dominante,  $\omega_n$  con la frecuencia  $w$  del sistema de un grado de libertad.

Para el rango elástico la fuerza restauradora en la configuración dominante en el sistema de múltiples grados de libertad, es:

$$\frac{k_1}{m_1} = W_n^2 D_t \quad (4.22)$$

$$k_1 = \Phi_1^t K \Phi_1$$

$$m_1 = \Phi_1^t M \Phi_1$$

donde  $D_t$  es el desplazamiento lateral en el tope del edificio;  $K, M$ , matrices de rigidez y de masas del sistema de múltiples grados de libertad. Para el sistema de un grado de libertad, la fuerza restauradora vale.

$$\frac{k}{m} = w^2 d \quad (4.23)$$

Al igualar las frecuencias de vibración se halla.

$$\frac{k_1}{D_t m_1} = \frac{k}{d m} \quad (4.24)$$

La relación entre el desplazamiento lateral en el tope del edificio con respecto al desplazamiento en el sistema de 1 grado de libertad viene dada de la siguiente manera.

$$D_t = \gamma d \quad (4.25)$$

donde  $\gamma$  es el factor de paso en desplazamientos del Sistema de un grado de libertad a múltiples grados de libertad, en el tope del edificio y se puede obtener con la ecuación de Algan (1982). En base a este factor se tiene:

$$\frac{k_1}{\gamma m_1} = \frac{k}{m} \quad (4.26)$$

donde  $k, m$  son la rigidez y la masa del sistema de un grado de libertad.

$$k = \Phi_1^t K \Phi_1 \quad (4.27)$$

$$m = \gamma \Phi_1^t M \Phi_1$$

La ecuación propuesta por Algán (1982) es la siguiente:

$$\gamma = \frac{3 N}{2 N + 1} \quad (4.28)$$

Siendo  $N$  el número de pisos. El valor de  $\gamma$  es el factor de participación modal evaluada en el tope del edificio, que puede hallarse, también con la siguiente ecuación. (Aguiar, 2006)

$$\gamma = \left[ \frac{\sum_{i=1}^N m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^N (m_i \phi_i^2)} \right] \phi_m \quad (4.29)$$

donde  $m_i$  es la masa en el nivel  $i$ ;  $\phi_i$  es la ordenada de la forma modal fundamental en el nivel  $i$ ;  $N$  es el número de pisos;  $\phi_m$  es la ordenada en el modo fundamental medido en el tope del edificio.

#### 4.7 MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO TIPO WILSON Y PENZIEN

El algoritmo desarrollado por Wilson y Penzien (1972) permite obtener en forma directa la matriz de rigidez de cualquier estructura, una vez que se conocen las matrices de rigidez y de masas.

$$\mathbf{C} = \mathbf{M} \Phi \mathbf{C}_d \Phi^t \mathbf{M} \quad (4.30)$$

donde  $\mathbf{C}$  es la matriz de amortiguamiento de la estructura;  $\mathbf{M}$  es la matriz de masas;  $\Phi$  es la matriz modal cuyas columnas son los modos de vibración  $\phi^{(i)}$ ;  $\mathbf{C}_d$  es una matriz diagonal cuyos elementos valen  $2 \xi^{(i)} \mathbf{W}_n^{(i)} / \phi^{(i)t} \mathbf{M} \phi^{(i)}$ , siendo  $\xi^{(i)}$  el factor de amortiguamiento en el modo de vibración  $i$ ;  $\mathbf{W}_n^{(i)}$  la frecuencia natural de vibración en el modo  $i$ ;  $\phi^{(i)}$  es el modo de vibración en el modo  $i$ . Es conveniente encontrar los modos  $\phi^{(i)}$  normalizados de tal manera que el triple producto matricial  $\phi^{(i)t} \mathbf{M} \phi^{(i)} = 1$ .

La matriz de amortiguamiento encontrada si se puede convertir en una matriz diagonal por medio de la matriz modal  $\Phi$ .

## 5. ESPECTRO DE DISEÑO Y DE CONTROL

En este apartado, se puede colocar el espectro de diseño sísmico para cualquier País, dependiendo del interés del lector. Se va a presentar el espectro elástico de la Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-2014, que es general para todo el Ecuador.

Como en la capital, Quito se tienen estudios de microzonificación sísmica realizados en el 2012, en que se definieron factores de sitio en función de los suelos que tiene la ciudad, es mejor utilizar éste espectro en lugar del espectro del NEC-14.

Finalmente, la ciudad de Quito, se halla sobre o muy cerca de fallas ciegas inversas, es recomendable que se controle el comportamiento de las estructuras ante sismos de magnitud máxima que pueden presentarse en cualquiera de los segmentos de las fallas; a estos espectros se denominan de control.

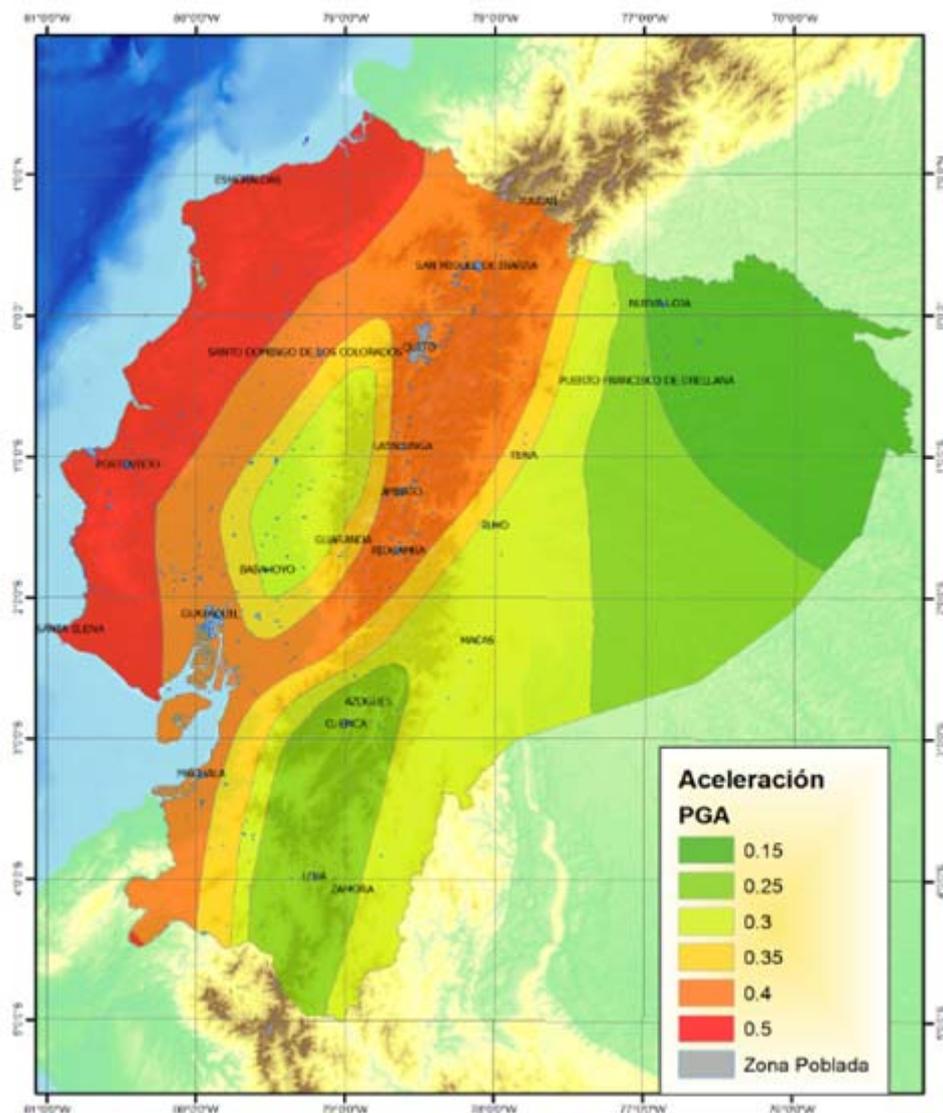
Por lo tanto, para Quito se puede trabajar con tres espectros, el de la Norma Ecuatoriana NEC-14; el de la microzonificación sísmica realizado por ERN-12 y los espectros de control hallados en la ESPE en el 2015.

### 5.1 ZONIFICACIÓN SÍSMICA DEL ECUADOR

En la figura 5.1, se presenta la zonificación sísmica del Ecuador, encontrada en forma **probabilística**, para un período de retorno  $T_r$  de 475 años. La zona de menor peligrosidad se halla en el oriente con un PGA ( de  $0.15 g$ . Siendo  $g$  la aceleración de la gravedad y la de mayor peligrosidad se tiene en la costa donde el PGA puede ser mayor a  $0.5 g$ .

El período de retorno de 475 años, está asociado a una vida útil de la estructura de 50 años y a una probabilidad de excedencia del movimiento del suelo del 10%. Se suele confundir entre período de retorno y período de recurrencia. El primero tiene una definición estadística y el segundo representa el tiempo que transcurre entre dos sismos de la misma magnitud. Rivas *et al.* (2014); Aguiar *et al.* (2015).

El mega sismo de Chile de 2010, puso en alerta a varios Países de América del Sur sobre la necesidad de actualizar sus mapas de zonificación sísmica, ellos fueron los primeros en la región que pasaron a tener un PGA de  $0.5 g$  en la costa; antes tenían  $0.4 g$ . (Aguiar, 2010; Moroni *et al.* 2012)

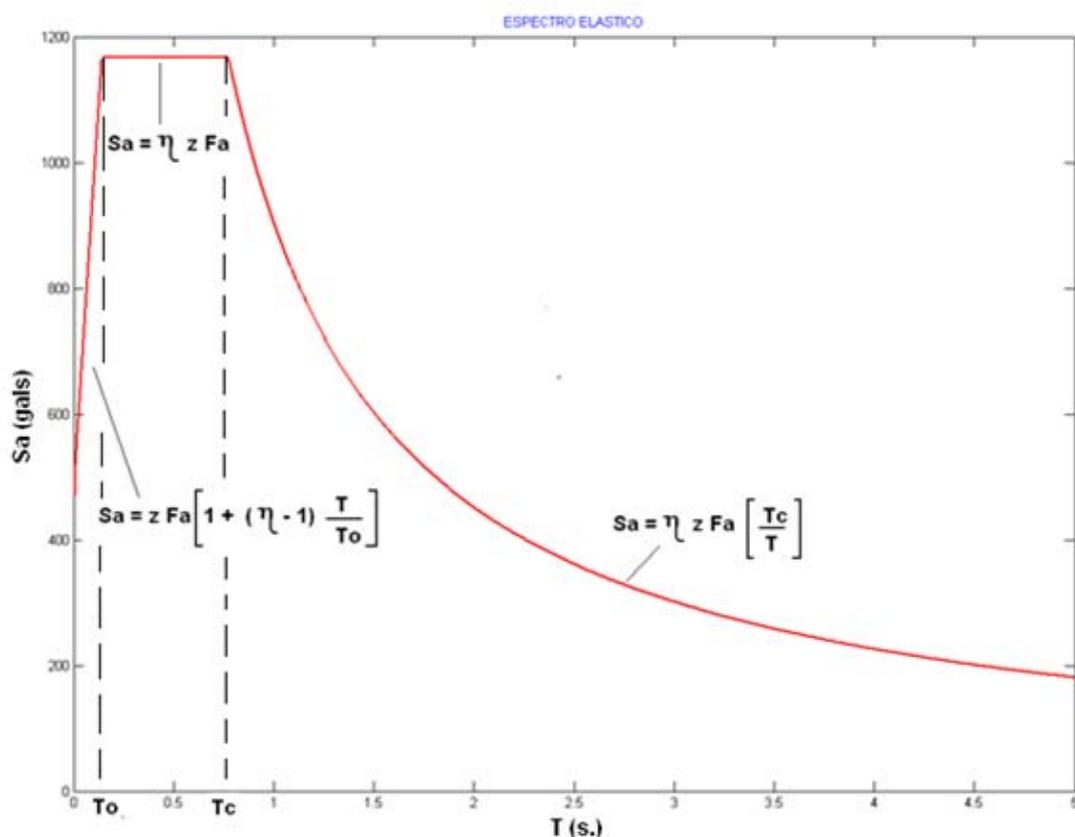


**Figura 5.1** Zonificación Sísmica del Ecuador. Fuente: NEC-11.

Es importante tener presente que el PGA en la costa ecuatoriana es mayor a  $0.5 g$ ; por eso primero el NEC-11 y después el NEC-14 indican que el PGA en la costa es mayor a  $0.5 g$ . En la Norma Ecuatoriana de la Construcción CEC-2000 el PGA era de  $0.4 g$ .

## 5.2 NORMA ECUATORIANA DE LA CONSTRUCCIÓN

Existen pocos cambios en el espectro de diseño elástico de aceleraciones, de la Norma Ecuatoriana de la Construcción del 2011 y 2014. Los cambios se dieron en los factores de sitio en ciertos tipos de suelo y en valor de la variable  $r$  que define la rama descendente del espectro; cuando se presenten las ecuaciones se indicará con más detalle esta variable.



**Figura 5.2 Espectro de diseño elástico de aceleraciones del NEC-14**

En la figura 5.2, se presenta el espectro de diseño elástico de aceleraciones del NEC-14, para un factor de amortiguamiento del 5%; con cada una de las ecuaciones, que definen las tres curvas. Los períodos  $T_0$  y  $T_c$  que determinan la zona de mayor aceleración se hallan con las siguientes ecuaciones.

$$T_0 = 0.1 F_s \frac{F_d}{F_a} \quad (5.1)$$

$$T_c = 0.55 F_s \frac{F_d}{F_a}$$

donde  $F_a, F_d, F_s$ , son los factores de sitio de aceleración, desplazamiento y de comportamiento no lineal del suelo; los mismos que están indicados en las tablas 5.1 a 5.3. A continuación se copian las ecuaciones indicadas en la figura 5.2.

$$\begin{aligned} S_a(g) &= z F_a \left( 1 + (\eta - 1) \frac{T}{T_0} \right) & T < T_0 \\ S_a(g) &= \eta z F_a & T_0 < T < T_c \\ S_a(g) &= \eta z F_a \left( \frac{T_c}{T} \right) & T > T_c \end{aligned} \quad (5.2)$$

donde  $S_a(g)$  es la aceleración del suelo como una fracción de la gravedad;  $z$  es el factor de zona sísmica indicado en la figura 5.1;  $\eta$  factor de peligrosidad sísmica ( $\eta = \frac{S_a}{g}$ ); para la Costa  $\eta = 1.8$ , para la Sierra  $\eta = 2.48$  y para el Oriente  $\eta = 2.6$ . Son las tres regiones del Ecuador. Las restantes variables han sido ya definidas.

Estrictamente las ecuaciones presentadas, consideran un factor de importancia  $I = 1$ , para otro factor de importancia se debe multiplicar por el respectivo valor.

En el NEC-11 el término  $\left(\frac{T_c}{T}\right)$  que define la zona descendente del espectro estaba elevado a la  $r$  que valía 1 para perfiles de suelo tipo A, B, C y  $r = 1.5$  para suelos tipo D y E. En la tabla 5.4 se presenta la clasificación de los suelos del NEC-14.

**Tabla 5.1 Tipo de suelo y Factores de sitio Fa**

Tipo de perfil del suelo	Zona sísmica	I	II	III	IV	V	VI
	Valor Z (Aceleración esperada en roca, 'g)	0.15	0.25	0.3	0.35	0.40	$\geq 0.5$
A		0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
B		1	1	1	1	1	1
C		1.4	1.3	1.25	1.23	1.2	1.18
D		1.6	1.4	1.3	1.25	1.2	1.12
E		1.8	1.5	1.39	1.26	1.14	0.97
F		Ver Nota					

**Tabla 5.2 Tipo de suelo y Factores de sitio Fd**

Tipo de perfil del suelo	Zona sísmica	I	II	III	IV	V	VI
	Valor Z (Aceleración esperada en roca, 'g)	0.15	0.25	0.3	0.35	0.4	$\geq 0.5$
A		0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
B		1	1	1	1	1	1
C		1.6	1.5	1.4	1.35	1.3	1.25
D		1.9	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3
E		2.1	1.75	1.7	1.65	1.6	1.5
F		Ver Nota					

**Tabla 5.3 Tipo de suelo y Factores del comportamiento inelástico del suelo  $F_s$** 

Tipo de perfil del suelo	Zona sísmica	I	II	III	IV	V	VI
	Valor Z (Aceleración esperada en roca, 'g)	0.15	0.25	0.3	0.35	0.4	$\geq 0.5$
A		0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
B		0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
C		1.00	1.1	1.2	1.25	1.3	1.45
D		1.2	1.25	1.3	1.4	1.5	1.65
E		1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
F		Ver Nota	Ver Nota	Ver Nota		Ver nota	Ver Nota

**Nota.-** Son suelos muy malos que requieren estudios especiales.

### 5.3 MICROZONIFICACIÓN SISMICA DE QUITO

En el 2011, un grupo de consultores de: Colombia (Omar Darío Cardona); México (Mario Ordaz); España (Alex Barbat); Ecuador (Roberto Aguiar) se asocian y pasan a formar parte de ERN (Evaluación del Riesgos Naturales) de Colombia, liderados por Luis Yamin; para la realización de la Microzonificación Sísmica de Quito. En Aguiar (2013, 2015) se describe el gran trabajo realizado por ERN que fue publicado en el 2012.

En este sub apartado se indica solamente los factores de sitio que encontraron para la ciudad de Quito; luego de realizar 18 perforaciones de suelos; de haber encontrado curvas de rigidez y amortiguamiento para las cangahuas de la ciudad; de los estudios de propagación de las ondas sísmicas en los suelos de la Capital del Ecuador.

Luego de todo el estudio se obtuvo factores de sitio, “calibrados” de tal manera que se utilicen con las ecuaciones del NEC-11. En la propuesta indicaron que el valor de  $r = 1$ , independiente del tipo de suelo; de tal manera que se pueden utilizar las ecuaciones del NEC-14, con los factores de sitio de ERN, los mismos que se indican en las figuras 4.3 a 4.5.

En la tabla 5.1, se aprecia que para la zona V, en la cual se halla la ciudad de Quito, el factor de sitio  $F_a$  varía entre 0.9 y 1.14; en cambio en la figura 5.3, la variación de  $F_a$  se halla entre 0.755 y 1.475, de tal manera que existen diferencias significativas tanto en el límite inferior como superior.

Lo propio sucede con el factor  $F_d$ , que de acuerdo al NEC-14, en Quito (tabla 5.2) varía de 0.9 a 1.6; en cambio con ERN-12 (figura 5.4) varía entre 0.575 y 2.055. Finalmente para el factor de sitio  $F_s$  la variación en el NEC-14 está entre 0.75 y 1.9 y con ERN-12 se encuentra entre 0.58 y 2.045.

Tabla 5.4 Clasificación de suelos de NEC-14

<i>Perfil de Suelo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Definición</i>
<b>A</b>	Perfil de roca competente	$V_S \geq 1500 \text{ m/s}$
<b>B</b>	Perfil de roca de rigidez media	$1500 \text{ m/s} > V_S \geq 760 \text{ m/s}$
<b>C</b>	Perfiles de suelos muy densos o rocas blandas que cumplen con el criterio de velocidad de la onda de corte, o	$760 \text{ m/s} > V_S \geq 360 \text{ m/s}$
	Perfiles de suelo muy densos o roca blanda, que cumplen con cualquiera de los dos criterios.	$N \geq 50$ $S_U \geq 1 \text{ kg/cm}^2$
<b>D</b>	Perfiles de suelo rígidos, que cumplen con el criterio de $V_S$ , o	$360 \text{ m/s} > V_S \geq 180 \text{ m/s}$
	Perfiles de suelo que cumplen con cualquiera de las dos condiciones.	$50 > N \geq 15$ $1 \text{ kg/cm}^2 > S_U \geq 0.5 \text{ kg/cm}^2$
<b>E</b>	Perfil de suelo que cumple con criterio de velocidad de la onda de corte, o	$V_S < 180 \text{ m/s}$
	Perfil que contiene un espesor total H mayor de 3 m., de arcillas blandas	$IP > 20$ $w \geq 40 \%$ $S_U < 0.5 \text{ kg/cm}^2$
<b>F</b>	Suelos que requieren una evaluación en el sitio del Proyecto.	
<p><math>V_S</math> es la velocidad de la onda de corte en los primeros 30 m., (<math>V_{S30}</math>); <math>N</math> es el número de golpes del ensayo de penetración estándar (<math>N_{60}</math>); <math>S_U</math> es la resistencia media al corte; <math>IP</math> es el índice de plasticidad; <math>w</math> es el contenido de agua en porcentaje.</p>		
<b>F</b>	<b>F1.-</b> Suelos susceptibles a la falla o colapso, causados por la excitación sísmica, tales como: <b>suelos licuables</b> , arcillas sensitivas, suelos dispersos o débilmente cementados, etc.	
	<b>F2.-</b> Turba y arcillas orgánicas y muy orgánicas ( <b>H &gt; 3 m.</b> , para turbas o arcillas orgánicas y muy orgánicas).	
	<b>F3.-</b> Arcillas de muy alta plasticidad ( <b>H &gt; 7.5 m.</b> , con índices de plasticidad $IP > 75$ ).	
	<b>F4.-</b> Perfiles de gran espesor de arcillas de rigidez mediana a blanda ( <b>H &gt; 30 m.</b> ).	
	<b>F5.-</b> Suelos con contraste de impedancia $\alpha$ ocurriendo dentro de los primeros 30 metros.	
	<b>F6.-</b> Rellenos colocados sin control ingenieril.	
$\alpha = \frac{\rho_s V_s}{\rho_o V_o}$		
<p><math>\rho_s</math> es la densidad promedio; <math>V_S</math> es la velocidad de la onda de corte; <math>\rho_o</math> es la densidad del estrato con impedancia; <math>V_o</math> es la velocidad de la onda de corte del estrato crítico.</p>		

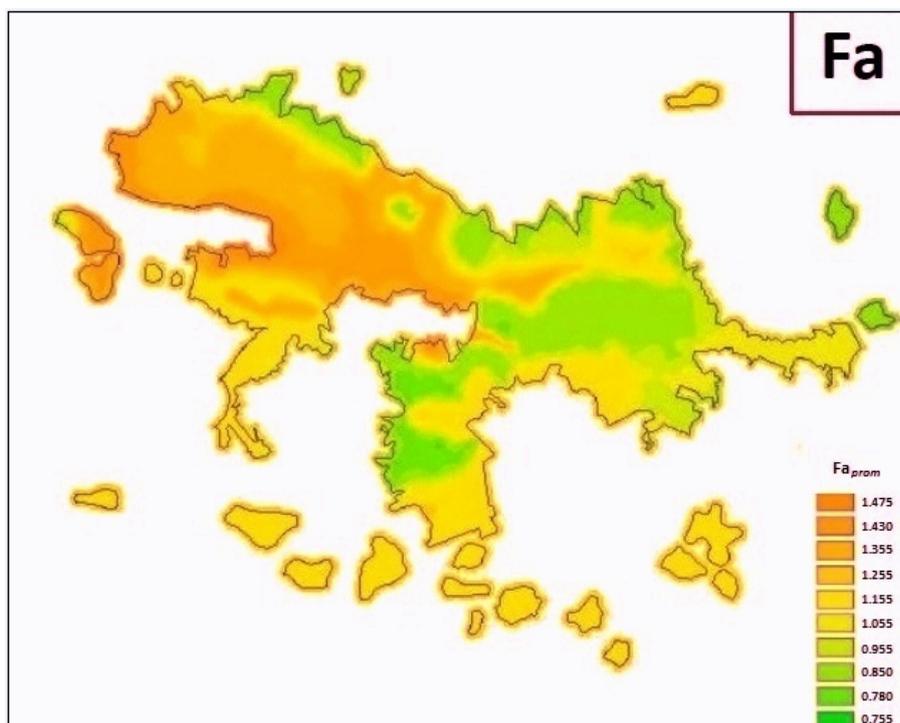


Figura 5.3 Factor de sitio  $F_a$  (Fuente: ERN-2012)

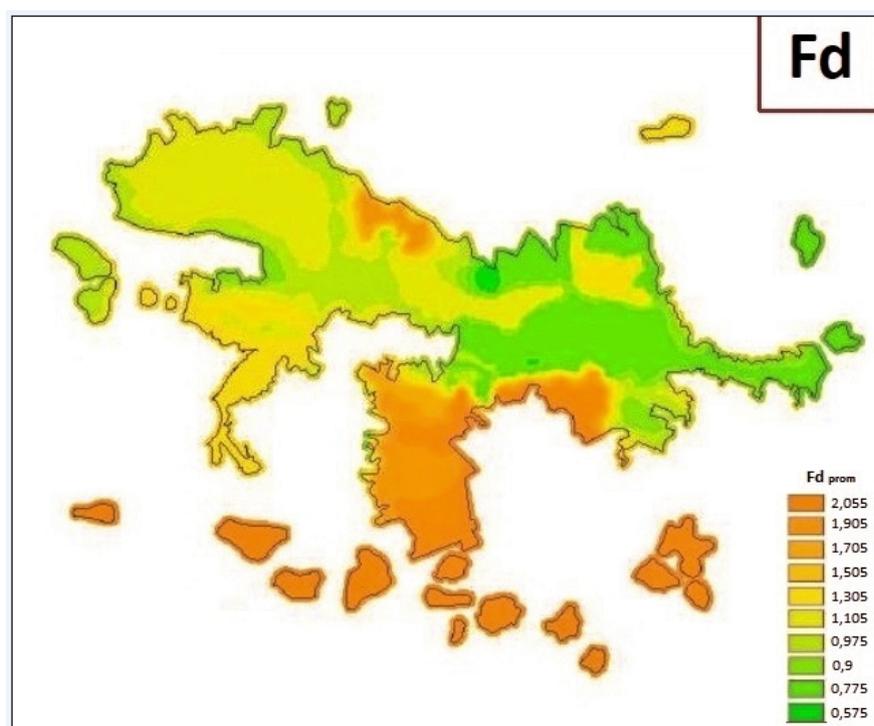
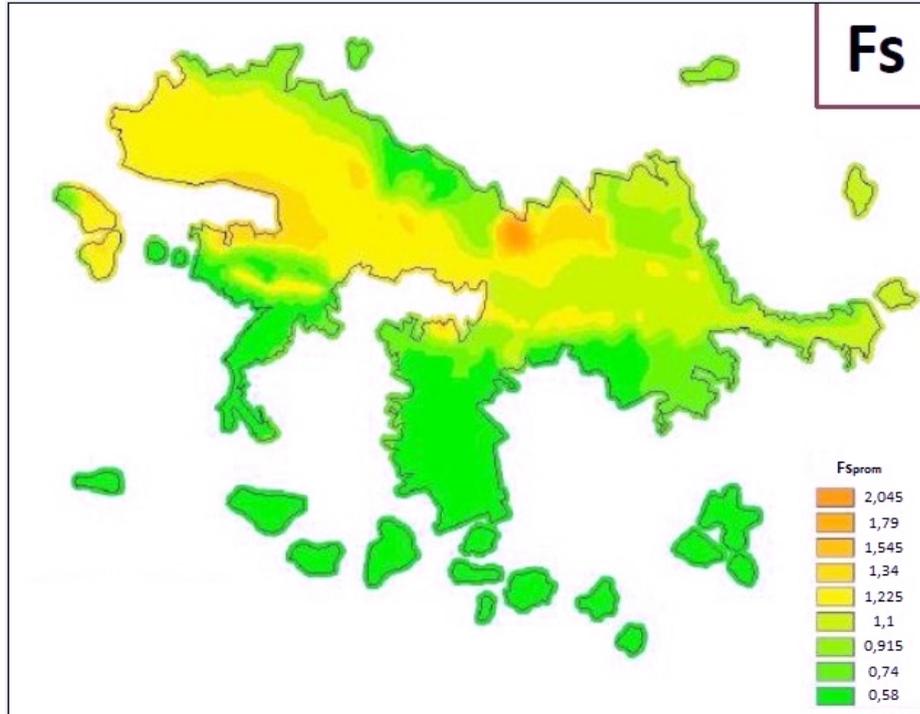


Figura 5.4 Factor de sitio  $F_d$  (Fuente: ERN-2102)

Para los tres factores de sitio, la diferencia es notable, de ahí que es mejor utilizar los factores de sitio encontrados en el estudio de microzonificación sísmica de Quito por

ERN-12. Es verdad que es difícil ubicar en estas gráficas un determinado sitio de la ciudad por lo que en Aguiar (2013) y Sangurima (2013) se presenta en tablas, estos factores para cada uno de los barrios, de las cinco zonas de Quito.



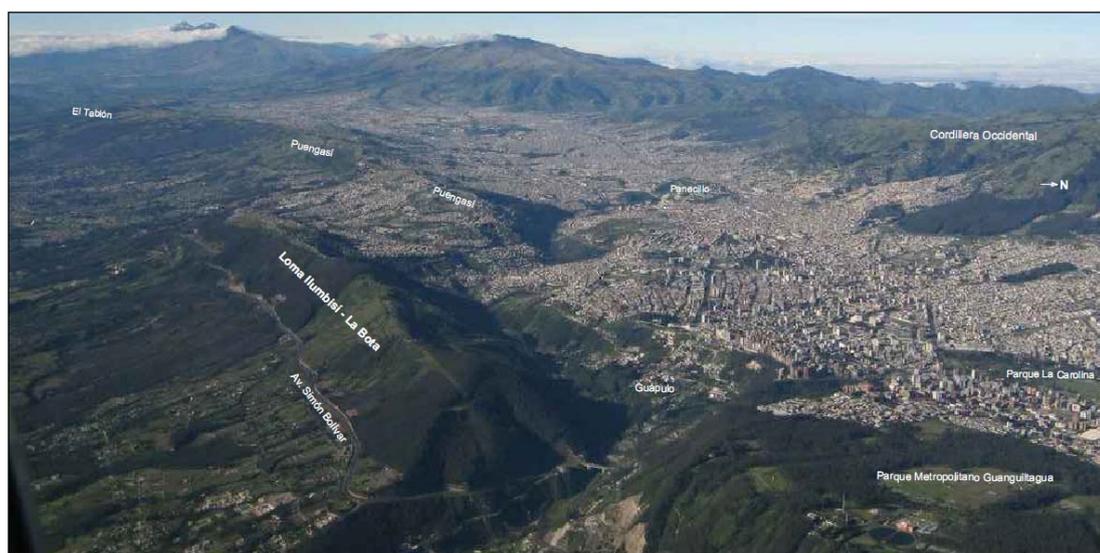
*Figura 5.5 Factor de sitio  $F_s$  (Fuente ERN-2012)*

#### 5.4 ESPECTROS DE CONTROL

Quito se encuentra sobre en algunos sitios o muy cerca en otros de cuatro segmentos de las fallas ciegas de Quito, que se han denominado de sur a norte: Puengasí, Ilumbisí-la Bota, Carcelén-el Inca, Bellavista-Catequilla y un poco más al norte se halla el segmento de Tangahuilla.

En la figura 5.6 se ve la ciudad desde el centro norte (lado derecho) al sur de la ciudad (lado izquierdo) y ahí se aprecia las lomas de Ilumbisí-la Bota, Puengasí y un poco más al sur El Tablón que es otra falla ciega pero todavía la ciudad no llega hasta ese sector. Estas lomas son consecuencia de las fallas inversas que tienen en su interior con un ángulo de buzamiento que está alrededor de los  $55^\circ$ . Aguiar (2015); Aguiar *et al.* (2014); Rivas *et al.* (2014).

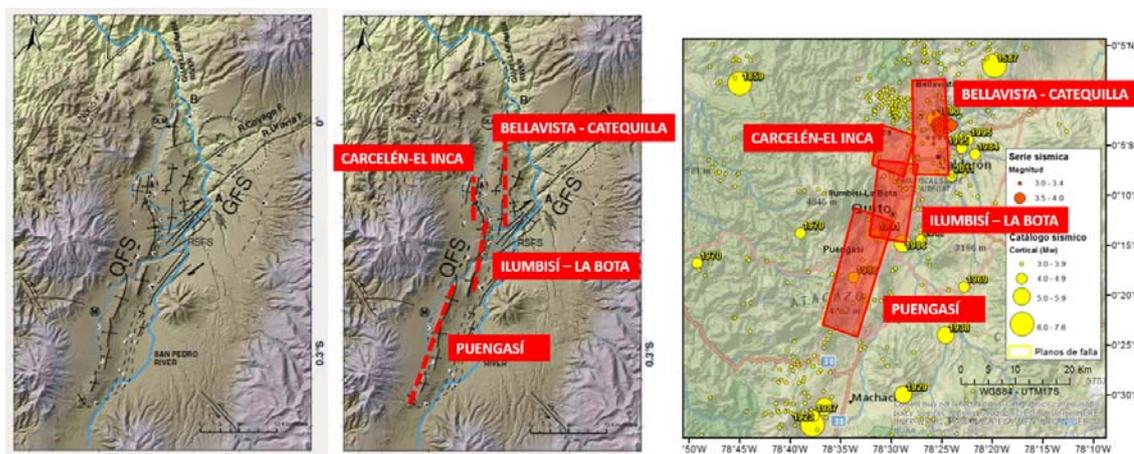
En la fotografía se aprecia que prácticamente buena parte de la urbe se halla sobre estas fallas que tienen un ancho promedio que está alrededor de los 10 km.,



**Figura 5.6 Fallas de Puengasí, e Ilumbisí la Bota.**

#### 5.4.1 Fallas ciegas de Quito

En la figura 5.7 se presenta, en forma condensada, la secuencia de trabajo seguida para definir los planos de ruptura; a la izquierda el trabajo de Alvarado *et al.* 2014, en que se definen los segmentos de las fallas; al centro se muestra la traza que define cada uno de los segmentos y a la derecha la proyección en superficie de cada uno de los planos de falla, basados en la información de la tabla 5.4



**Figura 5.7 Modelos de las fallas ciegas inversas de Quito. (Rivas *et al.* 2014)**

Las magnitudes indicadas, para cada segmento de las fallas de Quito, son las máximas que se darían al romperse todo el segmento de falla (valor indicado en la cuarta columna).

Para quienes habitan en el sur de la ciudad les interesa conocer cual es el espectro que se tendría debido a un sismo de magnitud 6.4, en la falla de Puengasí ya que se encuentran muy cerca de esta falla y gran parte de las construcciones se hallan sobre la falla, en estas condiciones el efecto de directividad es muy importante.

A los que habitan en el centro norte, en cambio les interesa conocer el espectro para un sismo que pueda darse en la falla de Ilumbisí-La Bota (ILB) de magnitud 6.2. A estos espectros se han denominado de control ; el nombre es debido a que las estructuras fueron diseñadas para el espectro que estuvo vigente durante el tiempo en que se realizó el cálculo estructural pero debe ser verificado su desempeño ante el espectro asociado al sector más cercano de las fallas ciegas de Quito.

**Tabla 5.4 Períodos de Recurrencia, hallados con modelo de Terremoto Característico (Alvarado *et al.*, 2014).**

Segmento	Área ruptura (km) <sup>2</sup>	Magnitud (RA)	Longitud de Superficie de Ruptura (km)	Magnitud (SRL)
Puengasí	259	6.4	22	6.4
ILB	176	6.2	15	6.2
CEI	82	5.9	7	5.7
BC	191	6.3	17.5	6.3
Tangahuilla	108	6.0	12	6.0

#### 5.4.2 Períodos de recurrencia

La pregunta inmediata es conocer cada que tiempo se va a dar un sismo de magnitud 6.4 en la falla de Puengasí, ya que se va a disponer de un espectro asociado a esta falla de la magnitud indicada. Para contestar esta pregunta se debe encontrar los períodos de recurrencia para cada una de los segmentos de falla y para las magnitudes indicadas en la última columna de la tabla 5.4.

Existen varios modelos para hallar el período de recurrencia, en este sub apartado se presentan los períodos de recurrencia que se obtuvieron con el modelo de Gutenberg y Richter, modificado y truncado. Este modelo es muy eficiente ya que permite considerar en el período de recurrencia la presencia de sismos de menor magnitud, lo que no sucede con el modelo de Terremoto Característico propuesto por Wesnousky (1986)

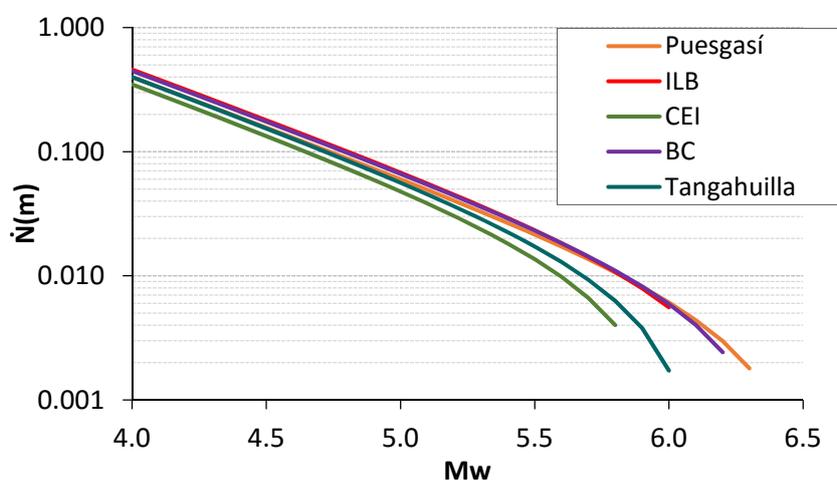
En la tabla 5.5 se indican los períodos de recurrencia encontrados para diferentes rangos de magnitud, en cada uno de los segmentos de las fallas inversas de Quito, utilizando el modelo de Gutenberg y Richter. (Rivas *et al.* 2014). En forma gráfica estos valores se hallan en la figura 5.8. Donde  $\dot{N}(m)$  es la tasa acumulada de sismos

en función de la magnitud. La inversa de la tasa acumulada reporta el período de recurrencia.

**Tabla 5.5 Período de Recurrencia, hallados con modelo de Gutenberg y Richter Modificado. Fuente: Rivas *et al.* (2014).**

Rango de magnitudes	Periodo de recurrencia (años)				
	PUESGASÍ	ILB	CEI	BC	Tangahuilla
[5,0 - 5,5)	20 - 35	18 - 30	27 - 39	18 - 31	23 - 34
[5,5 - 6.0)	62 - 87	56 - 75	85 - 130	58 - 78	65 - 97
[6,0 <	164 - 262	179 - 279		169 - 279	579 - 1016
<b>Mmax</b>	1224 - 2190 ( $M_w6,4$ )	610 - 981 ( $M_w6,2$ )	549 - 952 ( $M_w5,9$ )	908 - 1630 ( $M_w6,3$ )	579 - 1016 ( $M_w6,0$ )

Al observar los valores de la tabla 5.5, se puede concluir que un sismo de magnitud 6, asociado a la falla de Puengasí se da entre 164 y 262 años; a groso modo se puede indicar que un sismo de magnitud 6 en la falla de Puengasí se da cada 200 años pero desde la fundación de Quito en 1534 no se han registrado sismos de magnitud 6 en la falla de Puengasí lo que sugiere que existe una importante acumulación de energía en ese segmento que tarde o temprano va a liberarse con la ocurrencia de un sismo superficial de gran magnitud. Por eso ante esta eventualidad es que se obtienen los espectros de control para que se evalúe la vulnerabilidad sísmica de las construcciones.



**Figura 5.8 Tasa acumulada de sismos para los segmentos de las fallas ciegas de Quito (gráfica desarrollada con una  $b=0.9$  y tasa de deslizamiento de 3.5 mm/años)**

### 5.4.3 Modelos de movimientos fuertes

Para encontrar los espectros asociados a las fallas inversas de Quito, para la magnitud máxima esperada (quinta columna de tabla 5.4) se ha utilizado (Aguiar 2015) los siguientes modelos de movimientos fuertes: Abrahamson *et al.* 2014; Campbell y Borzogna (2014); Chiou y Youngs (2014). En la tabla 5.6 se presentan las variables que consideran estos modelos en la obtención de espectros de respuesta para 5% de amortiguamiento.

**Tabla 5.6 Principales modelos de movimientos fuertes par fallas corticales.**

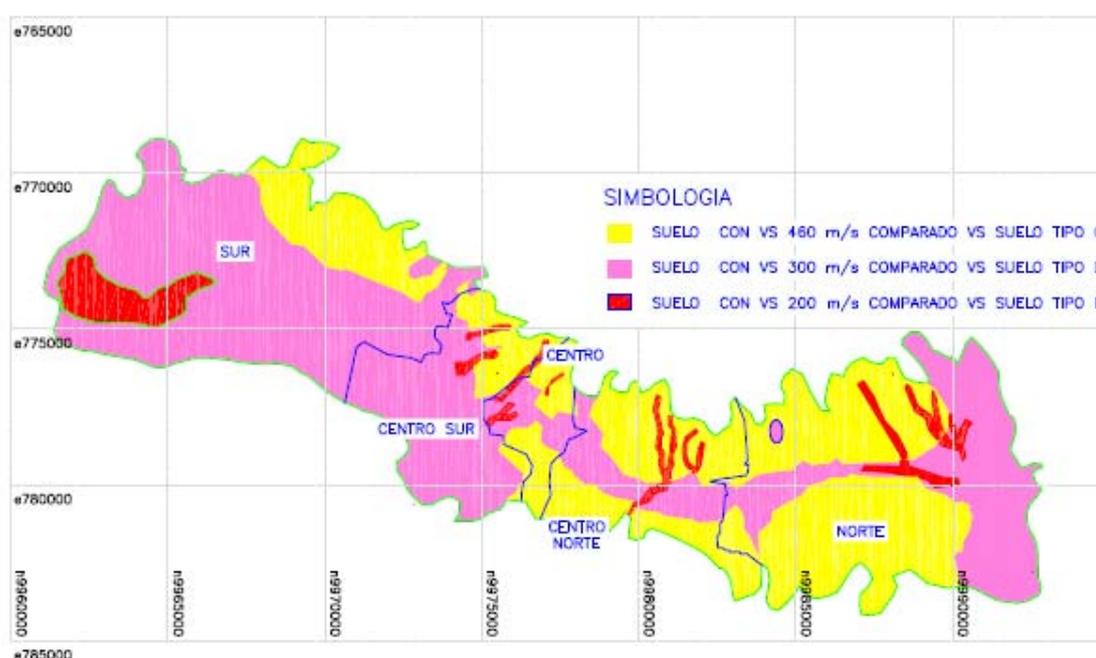
Modelo	A,S & K-14	C & B-14	C & Y-14
<b>Parámetro de la fuente</b>			
Magnitud	X	X	X
Mecanismos	X	X	X
Buzamiento (dip)	X(HW)	X	X
Ancho de la ruptura (W)	X	X	X
Efecto Hanging-Wall (HW)	X	X	X
Profundidad del plano de ruptura ( $Z_{TOR}$ )	X	X(HW)	X
Profundidad del hipocentro ( $Z_{hyp}$ )		X	
Tipo de falla	SS, RV, NM	SS, RV, NM	SS, RV, NM
<b>Tipo de distancias</b>			
Distancia $R_X$	X(HW)	X(HW)	X(HW)
Distancia Joyner-Boore ( $R_{jb}$ )	X(HW)	X(HW)	
Distancia al plano de ruptura ( $R_{rup}$ )	X	X	X
Distancia $R_Y$	X(HW)		
Distancia $R_{yo}$	X(HW)		
<b>Efectos de sitio</b>			
$V_{s30}$	X	X	X
$Z_{1.0}$	X		X
$Z_{2.5}$		X	
<b>Otros efectos</b>			
Efecto de directividad			X
Regionalización de la atenuación	Taiwan, China y Japón	China, Italia y Japón	Italia, Japón y Wenchuan

Se destaca que los modelos indicados en la tabla 5.6, son exclusivamente para sismos corticales y se encuentran muy bien posicionados por la gran base de datos con la que fueron obtenidos y las variables que consideran en su evaluación. Un estudio detallado de estos modelos se presenta en el apartado 3 de Aguilar (2015)

#### 5.4.4 Clasificación de los suelos de Quito

En Quito no existen suelos tipo A y B, de acuerdo a la clasificación de los suelos de la Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-14, lo que existe son suelos tipo C, D y E, básicamente.

En la figura 5.9 se indican las cinco zonas de la ciudad, de acuerdo al Municipio del Distrito de Quito que son: sur, centro sur, centro, centro norte y norte. En esta gráfica se ha colocado la clasificación de suelos realizada por Aguiar y Quizanga (2015) donde se aprecia que la mayor parte de los suelos son tipo B, con velocidades de la onda de corte comprendidas entre 180 y 360 m/s.



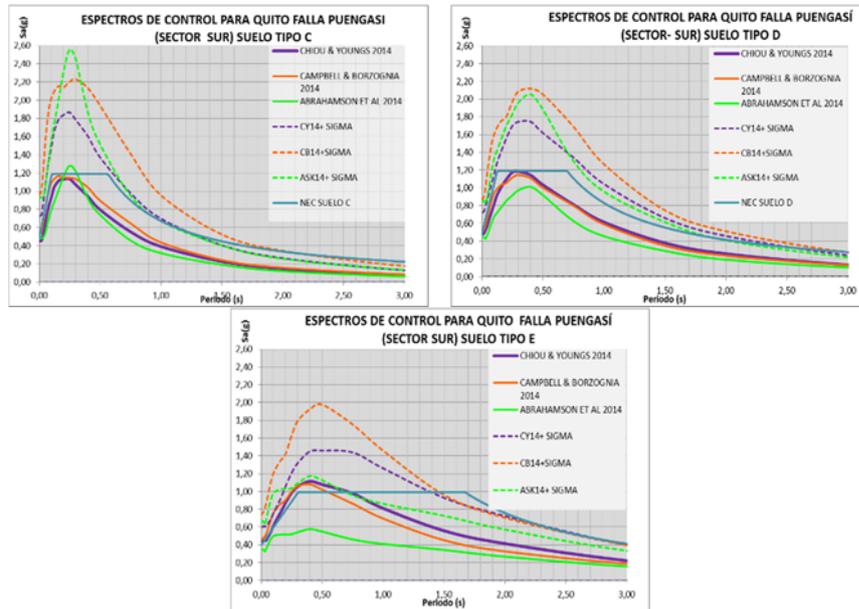
**Figura 5.9 Zonas del Distrito Metropolitano de Quito y la clasificación de suelos encontrada por Aguiar y Quizanga (2015)**

Se destaca que si existe en Quito suelos tipo F, pero son casos aislados, que no se han incluido en la figura 5.9.

#### 5.4.5 Espectros de Control

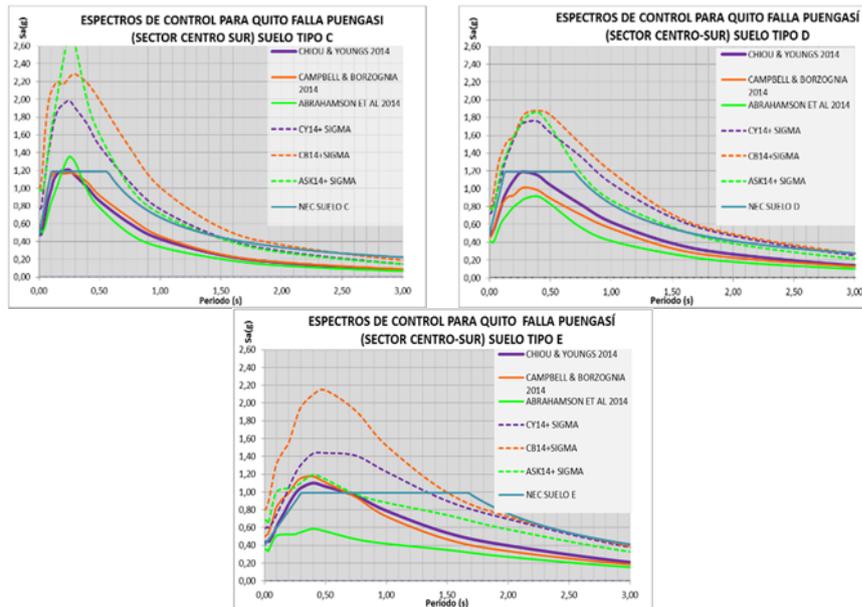
Aguiar y Quizanga (2015) encontraron espectros para cada una de las zonas de Quito, y para cada uno de los suelos indicados en la figura 5.9; para niveles de confianza del 50% (valores medios) y 84% (valores medios más la desviación estándar). En las figuras 5.10 a 5.14, se presentan los espectros de control encontrados para las cinco zonas de Quito: sur, centro sur, centro, centro norte y norte; y para cada uno de los suelos tipo C, D y E. Los espectros han sido obtenidos considerando el valor más representativo de la velocidad de la onda de corte y son

para el perfil tipo C, de 460 m/s; para el suelo tipo C, de 300 m/s y para el E de 200 m/s.

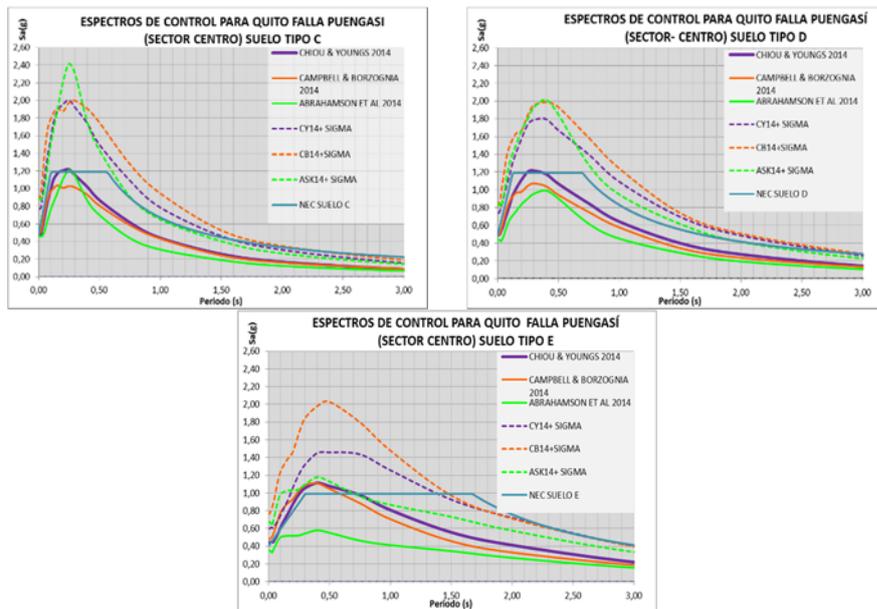


**Figura 5.10 Espectros de control para el Sur de Quito. Hallados para suelo Tipo C (Vs 460 m/s), D (Vs 300 m/s); E (Vs 200 m/s). Debido a un sismo en falla de Puengasí de magnitud 6.4**

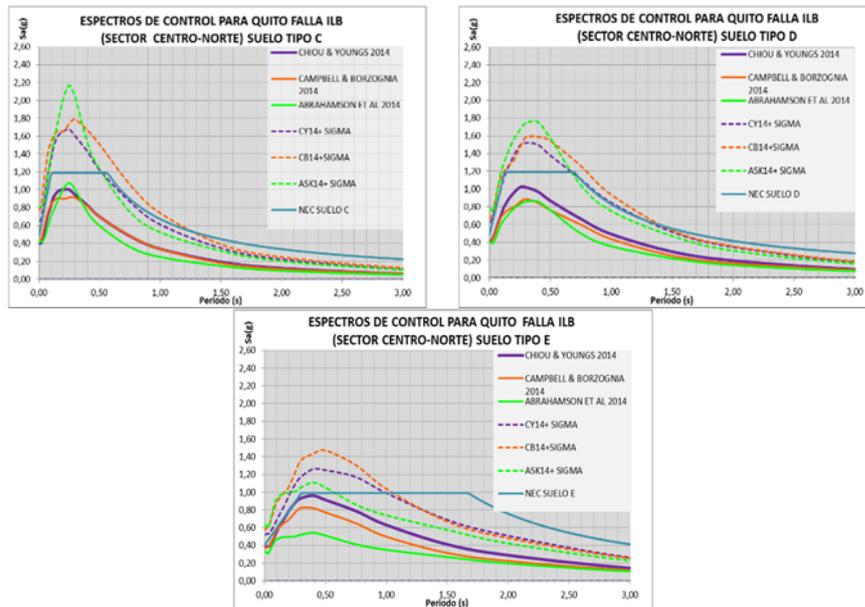
Con línea continua se presentan los espectros para 50% de nivel de confiabilidad y con línea discontinua para 84% de confiabilidad.



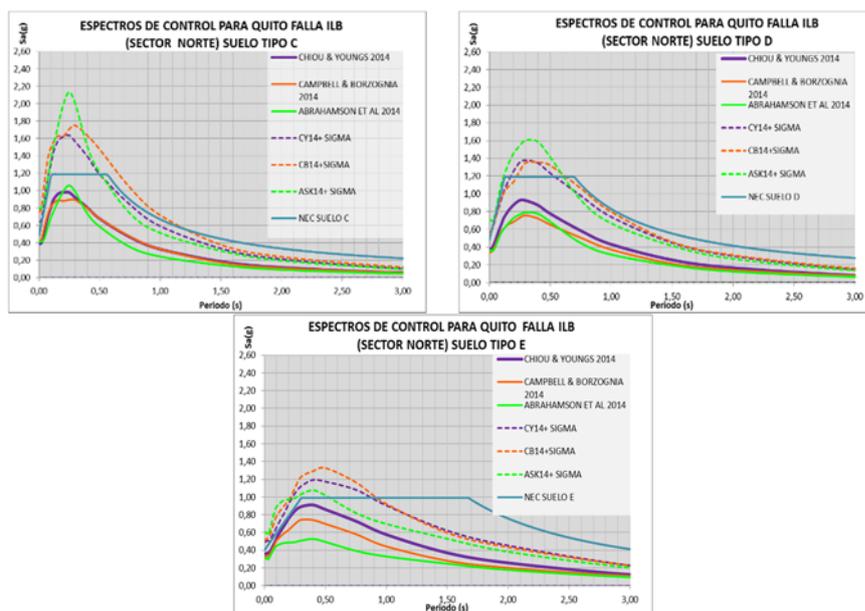
**Figura 5.11 Espectros para el Centro Sur de Quito. Hallados para suelo Tipo C con (Vs 460 m/s), D con (Vs 300 m/s); E con (Vs 200 m/s). Debidos a sismo en falla de Puengasí de magnitud 6.4**



**Figura 5.12** Espectros para el Centro de Quito. Hallados para suelo tipo C con ( $V_s$  460 m/s), suelo tipo D con ( $V_s$  300 m/s); E con ( $V_s$  200 m/s). Debido a un sismo en falla de Puengasí de magnitud 6.4



**Figura 5.13** Espectros para el Centro Norte de Quito. Hallados en suelo tipo C con ( $V_s$  460 m/s), D con ( $V_s$  300 m/s); E con ( $V_s$  200 m/s). Debidos a un sismo en falla de Ilumbisí-La Bota de magnitud 6.2



**Figura 5.14** Espectros para el Norte de Quito. Hallados en suelo tipo C, con ( $V_s$  460 m/s), en suelo tipo D con ( $V_s$  300 m/s); en suelo tipo E con ( $V_s$  200 m/s). Debido a un sismo en falla de Ilumbisí-La Bota de magnitud 6.2

## 6. ANÁLISIS SÍSMICO DE ESTRUCTURAS CON DISIPADORES

Se presenta el método de superposición modal, con el cual se hallan las respuestas máximas probables de una estructura, con disipadores por fluencia de material, tipo ADAS o TADAS, ante la acción de un sismo, definido por un espectro.

El método de superposición modal es uno de los más utilizados en el análisis sísmico de estructuras, razón por la cual, las normativas sísmicas lo mencionan y es más van haciendo cambios sobre el criterio de combinación modal que debe utilizarse; en este apartado se presenta el criterio de combinación modal del CQC (Complete Quadratic Combination).

### 6.1 MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL

Una vez que se han determinado las matrices de rigidez  $K$ , masa  $M$  y amortiguamiento  $C$ , en coordenadas de piso, para una estructura con disipadores de energía tipo TADAS, se aplica el método de superposición modal para encontrar las respuestas máximas probables. En efecto si se realizan los siguientes productos matriciales se hallan matrices diagonales.

$$\begin{aligned}\Phi^t M \phi &= \eta_i I \\ \Phi^t C \phi &= 2\xi_i \eta_i W_{ni} I \\ \Phi^t K \phi &= \eta_i W_{ni}^2 I \\ \eta_i &= \phi^{(i)t} M \phi^{(i)}\end{aligned}\tag{6.1}$$

donde  $\Phi$  es la matriz modal, cuyas columnas son los modos de vibración  $\phi^{(i)}$ ;  $\xi_i$  es el factor de amortiguamiento del modo  $i$ ;  $W_{ni}$  es la frecuencia natural del modo  $i$ . La última variable no identificada es  $I$  que es la matriz identidad.

De tal manera que el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$M \ddot{q} + C \dot{q} + K q = Q\tag{6.2}$$

Las variables todavía no definidas, en este apartado, son  $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$  que son los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración;  $\mathbf{Q}$  es el vector de cargas. (Aguiar, 2013).

$$\mathbf{Q} = -\mathbf{M} \mathbf{J} \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (6.3)$$

donde  $\mathbf{J}$  es el vector de incidencia que relaciona los grados de libertad con el movimiento del suelo, solo contiene unos y ceros;  $\ddot{\mathbf{u}}_g$  es la aceleración del suelo. Para desacoplar el sistema de ecuaciones diferenciales se realiza el siguiente cambio de variables:

$$\mathbf{q} = \Phi \mathbf{X} \quad (6.4)$$

Con el cambio de variables indicado, el nuevo sistema de ecuaciones diferenciales, es:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}^* \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}^* \mathbf{X} &= \mathbf{Q}^* \\ \mathbf{M}^* &= \Phi^t \mathbf{M} \Phi = \eta_i \mathbf{I} \\ \mathbf{C}^* &= \Phi^t \mathbf{C} \Phi = 2\xi_i \eta_i W_{ni} \mathbf{I} \\ \mathbf{K}^* &= \Phi^t \mathbf{K} \Phi = \eta_i W_{ni}^2 \mathbf{I} \\ \mathbf{Q}^* &= \Phi^t \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (6.5)$$

De tal manera que el sistema de ecuaciones diferenciales, desacoplado queda:

$$\begin{bmatrix} \eta_1 & & & \\ & \eta_i & & \\ & & \dots & \\ & & & \eta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \dots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix} + 2\xi_i \eta_i \begin{bmatrix} W_{n1} & & & \\ & W_{ni} & & \\ & & \dots & \\ & & & W_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} + \eta_i \begin{bmatrix} W_{n1}^2 & & & \\ & W_{ni}^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & W_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = -\mathbf{Q}^*$$

La ecuación diferencial de la fila  $i$ , es:

$$n_i \ddot{x}_i + 2\xi_i \eta_i W_{ni} \dot{x}_i + \eta_i W_{ni}^2 x_i = -\phi^{(i)t} \mathbf{M} \mathbf{J} \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (6.6)$$

## 6.2 FACTOR DE PARTICIPACIÓN MODAL

Al dividir para  $\eta_i$  la ecuación diferencial, para la fila  $i$ , se tiene:

$$\ddot{x}_i + 2\xi_i W_{ni} \dot{x}_i + W_{ni}^2 x_i = -\frac{\phi^{(i)t} \mathbf{M} \mathbf{J}}{\eta_i} \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (6.7)$$

Se denomina factor de participación modal  $FP^{(i)}$  al término de la derecha en valor absoluto.

$$FP^{(i)} = \left| \frac{\phi^{(i)t} \mathbf{M} \mathbf{J}}{\phi^{(i)t} \mathbf{M} \phi^{(i)}} \right| \quad (6.8)$$

El factor de participación modal indica que tanto aporta el modo en la respuesta dinámica. En función de este factor la ecuación diferencial queda.

$$\ddot{x}_i + 2\xi W_{ni} \dot{x}_i + W_{ni}^2 x_i = -FP^{(i)} \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (6.9)$$

Esta ecuación diferencial corresponde a un sistema de un grado de libertad.

## 6.3 DESPLAZAMIENTOS MÁXIMOS PROBABLES

Si  $\ddot{\mathbf{U}}_g$  viene expresado por un espectro de diseño o de respuesta, para un determinado valor de amortiguamiento  $\xi$ . La máxima respuesta es:

$$x_i = FP^{(i)} \left( \frac{T_i}{2\pi} \right)^2 A_{di} \quad (6.10)$$

donde  $T_i$  es el período de vibración del modo  $i$ ;  $A_{di}$  es la aceleración espectral asociada al período  $T_i$ . Es importante destacar lo siguiente:

- La definición de espectro está relacionada a un sistema de un grado de libertad. Por lo tanto el factor  $FP^{(i)}$  permite pasar la respuesta en desplazamientos, de un sistema de un grado de libertad a un sistema de múltiples grados de libertad.
- Se ha utilizado la definición de pseudo espectro para encontrar el desplazamiento espectral  $S_{di}$

$$S_{di} \approx \frac{A_{di}}{W_{ni}^2} = \left( \frac{T_i}{2\pi} \right)^2 A_{di} \quad (6.11)$$

Para tener la respuesta en las coordenadas  $\mathbf{q}$  se utiliza la ecuación de paso, con lo que se halla:

$$\mathbf{q}^{(i)} = FP^{(i)} \left( \frac{T_i}{2\pi} \right)^2 A_{di} \phi^{(i)} \quad (6.12)$$

donde  $q^{(i)}$  es el desplazamiento en el modo de vibración  $i$ .

#### 6.4 FUERZAS MÁXIMAS PROBABLES

Para encontrar las fuerzas en cada modo de vibración  $\mathbf{Q}^{(i)}$  se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^{(i)} &= \mathbf{K} \mathbf{q}^{(i)} \\ \mathbf{Q}^{(i)} &= \mathbf{K} FP^{(i)} \left( \frac{T_i}{2\pi} \right)^2 A_{di} \phi^{(i)} = FP^{(i)} A_{di} \left( \frac{T_i}{2\pi} \right)^2 \mathbf{K} \phi^{(i)} \end{aligned} \quad (6.13)$$

Del problema de vibración libre sin amortiguamiento, se tiene:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M})\phi = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \mathbf{K} \phi = \lambda \mathbf{M} \phi$$

Pero

$$\lambda = W_n^2 = \left( \frac{2\pi}{T_i} \right)^2$$

Luego:

$$\mathbf{Q}^{(i)} = \gamma_i A_{di} \mathbf{M} \phi^{(i)} \quad (6.14)$$

Si se realiza un análisis sísmico en coordenadas de piso, el vector  $\mathbf{Q}$  es el vector que contiene las fuerzas y momentos en coordenadas de piso. En cambio si se realiza un análisis sísmico plano, el vector  $\mathbf{Q}$  contiene las fuerzas laterales en cada uno de los pisos.

#### 6.5 CRITERIO DE COMBINACIÓN MODAL CQC

En la literatura de Ingeniería Sísmica, existe una gran cantidad de criterios de combinación modal pero el que se utilizó, en esta monografía es el criterio CQC (Complete Quadratic Combination), Chopra (2001), que considera la posibilidad de acoplamiento entre los modos de vibración.

$$r^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{ij} r_i r_j$$

$$\rho_{ij} = \frac{8 \xi^2 (1+a) a^{1.5}}{(1-a^2)^2 + 4\xi^2 a(1+a)^2} \quad a = \frac{W_{nj}}{W_{ni}}$$

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \xi_j} (\xi_i + a\xi_j) a^{1.5}}{(1-a^2)^2 + 4\xi_i \xi_j a(1+a^2) + 4(\xi_i^2 + \xi_j^2) a^2} \quad (6.15)$$

Se han presentado dos ecuaciones para  $\rho_{ij}$  la primera es para el caso en que se considera que el factor de amortiguamiento es igual en todos los modos de vibración. En cambio en la segunda ecuación se considera factores de amortiguamiento diferentes en cada modo de vibración. El lector puede utilizar cualquiera de las dos ecuaciones de acuerdo a los datos que dispone del factor de amortiguamiento.

Cuando las frecuencias están bastante separadas, el criterio de la combinación cuadrática completa, proporciona valores similares al criterio del máximo valor probable.

En el Anexo J, se presenta el análisis sísmico en coordenadas de piso de la estructura de 4 pisos con disipadores de energía TADAS que se ha venido analizando en esta publicación. Para no alargar la exposición se consideró que todas las columnas son iguales, que las vigas son iguales, que la geometría del disipador es la misma y que los pórticos son iguales.

## 6.6 SISTEMA DE COMPUTACIÓN CEINCI-LAB

El primer autor de esta monografía viene desarrollando desde el 2009, el sistema de computación **CEINCI-LAB** para el análisis estático y dinámico de estructuras, fundamentalmente. Está conformado por una serie de programas escritos en **MAT-LAB**, con lo que se facilita notablemente el análisis sísmico de estructuras.

Para usar **CEINCI-LAB**, el usuario tiene que saber la secuencia de solución del problema y que programa lo realiza, por este motivo en el Anexo K se presenta los programas que se requieren para el análisis sísmico de una estructura con disipadores de energía TADAS, se indica la entrada de datos y los resultados que reporta cada programa.

Es deseable que el lector no solo utilice los programas sino que los estudie para que sea un complemento de la teoría expuesta en la presente publicación.

Finalmente, los interesados en tener los programas que se indican en el Anexo K, deberán solicitarlos al siguiente correo, sin costo. [rraguiar@espe.edu.ec](mailto:rraguiar@espe.edu.ec)

## 7. ELEMENTO DISIPADOR

En los apartados anteriores se encontró una diagonal equivalente para el conjunto Contraviento-Chevrón y se realizó el análisis sísmico mediante el método de superposición modal. Al trabajar de esta forma se considera que el disipador va a ingresar al rango no lineal y las diagonales, deben tener dimensiones apropiadas para que trabajen en el rango elástico y no tengan problemas de pandeo.

Ahora cuando se quiere saber exactamente si el disipador ingresa al rango no lineal y las diagonales del contraviento permanecen en rango elástico, no se puede trabajar con la diagonal equivalente. En este caso, se debe considerar al disipador como un elemento corto, tema que será abordado en el presente apartado de tres formas a saber: i) solución analítica; ii) método de las dovelas; iii) método de diferencias finitas.

Para los tres casos se deduce la matriz de rigidez, en coordenadas globales, del elemento disipador considerando tres grados de libertad en el nudo inicial y tres en el nudo final, con el propósito de tener el caso más general y no solo sobre el contraviento Chevrón.

### 7.1 SOLUCIÓN ANALÍTICA

Para la deducción de la matriz de rigidez del elemento disipador, se consideran tres sistemas de coordenadas del elemento, en el primero se restringen los desplazamientos como cuerpo rígido; el segundo corresponde a las coordenadas locales del elemento y finalmente el tercero a las coordenadas globales. Para el primer sistema se determina la matriz de flexibilidad,  $f_1$ , luego se invierte ésta matriz como lo que se halla la matriz de rigidez en el sistema uno  $k_1$ . Aguiar (2014).

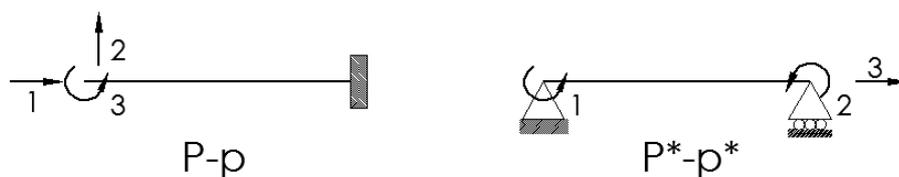
Para hallar la matriz de rigidez en coordenadas locales se encuentra la matriz de paso del sistema uno al dos,  $T_{1-2}$  y se encuentra  $k_2 = T_{1-2}^t k_1 T_{1-2}$ . Por último por medio de la matriz de rotación  $T_{2-3}$  se halla la matriz  $k_3 = T_{2-3}^t k_2 T_{2-3}$ , que es la matriz de rigidez del elemento disipador en coordenadas globales.

Para el disipador TADAS se encuentra la matriz de rigidez del elemento en forma analítica pero el cálculo involucra encontrar la  $\int_0^h \frac{dx}{x}$  cuyo valor es  $-\infty$  para el límite inferior por lo que ésta integral se halla empleando métodos numéricos. Para el disipador ADAS se trabajó con la propuesta de Tena (1997) en que define la variación del ancho del disipador mediante una función exponencial.

La teoría de este apartado sirve para el análisis no lineal estático que se aborda en el siguiente apartado, por este motivo se termina presentando el nuevo modelo de cálculo para el análisis sísmico, al considerar un elemento al disipador de energía.

### 7.1.1 Sistema uno

Existen varios modelos, para el estudio de las deformaciones en un elemento lineal; en la figura 7.1 se presentan dos modelos en los cuales no se consideran las deformaciones como cuerpo rígido. Con el modelo de la izquierda se va a obtener la matriz de rigidez para los elementos ADAS o TADAS y con el modelo de la derecha se ha encontrado la matriz de rigidez de los elementos columnas y vigas. Aguiar (2014).



*Figura 7.1 Modelos para el estudio de las deformaciones*

Sea  $\mathbf{f}_1, \mathbf{k}_1$  las matrices de flexibilidad y rigidez para el sistema de coordenadas indicado a la izquierda de la figura 7.1. El vector de deformaciones  $\mathbf{p}$ , es el siguiente:

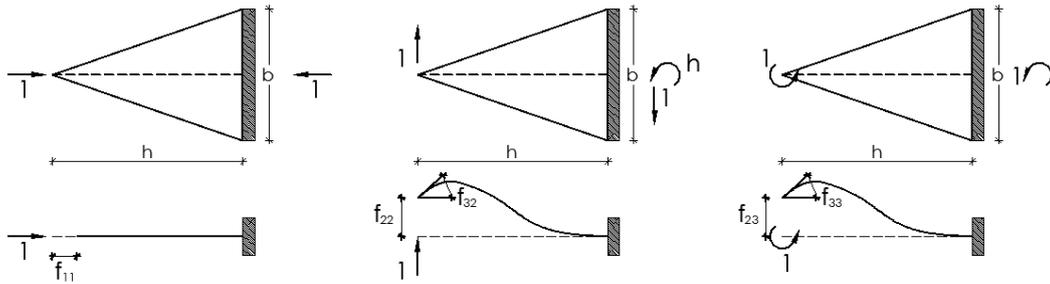
$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \\ p_2 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 + L \theta_2 \\ p_3 = \theta_1 - \theta_2 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

donde  $u_1, u_2$ , son las componentes de desplazamiento axial del nudo inicial y final;  $v_1, v_2$ , son las componentes de desplazamiento transversal del nudo inicial y final;  $\theta_1, \theta_2$ , son los giros del nudo inicial y final;  $L$  es la longitud del elemento. El vector de cargas  $\mathbf{P}$  está compuesto por  $P_1$  que es la fuerza axial del nudo inicial;  $P_2$  es la fuerza de corte del nudo inicial y  $P_3$  el momento en el nudo inicial.

Por otra parte, la forma de la matriz de flexibilidad es la siguiente:

$$\mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & 0 \\ 0 & f_{22} & f_{23} \\ 0 & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

Para hallar los elementos de la primera columna de la matriz de flexibilidad se aplica una fuerza axial unitaria en el nudo inicial; para la segunda columna una fuerza de corte y para la tercera un momento unitario; los desplazamientos y giros que se producen debido a éstas cargas unitarias son los elementos de la matriz de flexibilidad y se muestran en la figura 7.2, donde también se han colocado las acciones de empotramiento perfecto.



**Figura 7.2 Cargas unitarias y elementos de la matriz de flexibilidad en sistema de coordenadas uno.**

Nótese en la figura 7.2, que la longitud del elemento es la altura  $h$  del disipador. Se ha dibujado un disipador TADAS pero se pudo dibujar un ADAS. Los elementos de la matriz de flexibilidad se encuentran con las siguientes ecuaciones. Tena (2009), Aguiar (2014).

$$f_{11} = \int_0^h \frac{dx}{E A(x)} \quad (7.3)$$

$$f_{22} = \int_0^h \frac{x^2}{E I(x)} dx + \int_0^h \frac{\beta}{G A(x)} dx$$

$$f_{23} = f_{32} = \int_0^h \frac{x}{E I(x)} dx$$

$$f_{33} = \int_0^h \frac{dx}{EI(x)}$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad del material;  $G$  es el módulo de corte;  $\beta$  factor de forma por corte;  $A(x)$  variación del área de la sección transversal;  $I(x)$  variación del momento de inercia de la sección transversal. El formulario indicado sirve para disipadores TADAS o ADAS.

### 7.1.2 Disipadores TADAS

La sección transversal del disipador TADAS tiene un ancho variable  $b(x)$  y una altura constante  $nt$ ; donde  $n$  es el número de placas y  $t$  el espesor de la placa del

disipador. La variación de  $b(x)$ , para el modelo triangular indicado en la figura 7.2, viene definido por la siguiente ecuación.

$$b(x) = \frac{b}{h} X \quad (7.4)$$

donde  $X$  se mide a partir del nudo inicial, de tal manera que para  $X = 0$ , el ancho es cero y para  $X = h$ , el ancho es igual a  $b$ . Con esta ecuación, las expresiones que definen el área e inercia son:

$$A(x) = t b(x) = \frac{n t b X}{h} \quad (7.5)$$

$$I(x) = \frac{b(x) t^3}{12} = \frac{b X (n t)^3}{12h}$$

Al reemplazar  $A(x), I(x)$  en las ecuaciones de los términos de la matriz de flexibilidad se halla, para una sola placa.

$$f_{11} = \frac{h}{E n t b} \int_0^h \frac{dx}{X} \quad (7.6)$$

$$f_{22} = \int_0^h \frac{X^2}{E \frac{b X}{h} \frac{(n t)^3}{12}} + \int_0^h \frac{\beta}{G n t b \frac{X}{h}} dx = \frac{12 h}{E b (n t)^3} \int_0^h X dx + \frac{\beta h}{G n t b} \int_0^h \frac{dx}{X}$$

$$f_{22} = \frac{6 h^3}{E b (n t)^3} + \frac{\beta h}{G n t b} \int_0^h \frac{dx}{X}$$

$$f_{23} = f_{32} = \int_0^h \frac{X}{E \frac{b X}{h} \frac{(n t)^3}{12}} = \frac{12 h}{E b (n t)^3} \int_0^h dx = \frac{12 h^2}{E b (n t)^3}$$

$$f_{33} = \int_0^h \frac{dx}{E \frac{b X}{h} \frac{(n t)^3}{12}} = \frac{12 h}{E b (n t)^3} \int_0^h \frac{dx}{X}$$

La integral de  $\int \frac{dx}{X}$  es  $\ln X$ . Pero al reemplazar el límite inferior ( $X = 0$ ) el valor que se halla es  $-\infty$ . Por esta razón se decide aplicar métodos numéricos para calcular la integral  $\int \frac{dx}{X}$ .

### 7.1.3 Disipadores ADAS

Para los disipadores ADAS, Tena (1997) plantea una ecuación exponencial para definir la variación del ancho  $b(x)$  y es la siguiente:

$$b(x) = b_1 e^{-\alpha x} \quad 0 \leq X \leq \frac{h}{2} \quad (7.7)$$

$$b(x) = b_2 e^{\alpha(x-\frac{h}{2})} \quad \frac{h}{2} \leq X \leq h$$

$$\alpha = \frac{2}{h} \ln\left(\frac{b_1}{b_2}\right)$$

donde  $b_1$  es el ancho mayor de la placa;  $b_2$  es el ancho en la zona más delgada;  $h$  es la altura de la placa. Los elementos de la matriz de flexibilidad asociados al sistema de coordenadas indicado a la izquierda de la figura 7.1, a los que llega Tena (1997) son los siguientes.

$$f_{11} = \frac{1}{E b_1 t \ln\left(\frac{b_1}{b_2}\right)} \left(\frac{b_1}{b_2} - 1\right) \quad (7.8)$$

$$f_{22} = \frac{12}{E t^3} \left\{ \frac{h^3}{2 b_1 \ln(b_1/b_2)} \left[ \frac{b_1}{b_2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{[\ln(b_1/b_2)]^2} \right) - 1 - \frac{1}{\ln\left(\frac{b_1}{b_2}\right)} - \frac{1}{[\ln(b_1/b_2)]^2} \right] \right\}$$

$$+ \frac{78 h}{25 E t b_1 \ln(b_1/b_2)} \left(\frac{b_1}{b_2} - 1\right)$$

$$f_{23} = f_{32} = \frac{12}{E t^3} \left\{ \frac{h^2}{2 b_1 \ln(b_1/b_2)} \left(\frac{b_1}{b_2} - 1\right) \right\}$$

$$f_{33} = \frac{12}{E t^3} \left\{ \frac{h}{b_1 \ln(b_1/b_2)} \left(\frac{b_1}{b_2} - 1\right) \right\}$$

Al considerar que el disipador tiene  $n$  placas, las ecuaciones se multiplican por  $n$ .

## 7.2 COORDENADAS LOCALES

Sea  $\mathbf{k}_1$  la matriz de rigidez en el sistema 1 (sin considerar desplazamientos como cuerpo rígido);  $\mathbf{k}_2$  la matriz de rigidez en el sistema 2 (coordenadas locales). La matriz  $\mathbf{k}_1$  se encuentra invirtiendo la matriz  $\mathbf{f}_1$ .

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{f}_1^{-1} \quad (7.9)$$

La matriz de rigidez  $\mathbf{k}_2$  se halla efectuando el siguiente triple producto matricial.

$$\mathbf{k}_2 = \mathbf{T}_{1-2}^t \mathbf{k}_1 \mathbf{T}_{1-2} \quad (7.10)$$

donde  $\mathbf{T}_{1-2}$  es la matriz de paso del sistema de coordenadas uno al sistema de coordenadas dos (coordenadas locales).

$$\mathbf{T}_{1-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & h \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

La matriz  $\mathbf{T}_{1-2}$  se halla dibujando las deformadas elementales en el sistema de coordenadas locales y se mide en el sistema uno.

### 7.3 COORDENADAS GLOBALES

La matriz de rigidez  $\mathbf{k}_3$  en coordenadas globales se encuentra por medio de la matriz de rotación  $\mathbf{T}_{2-3}$ , mediante el siguiente producto matricial.

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{T}_{2-3}^t \mathbf{k}_2 \mathbf{T}_{2-3} \quad (7.12)$$

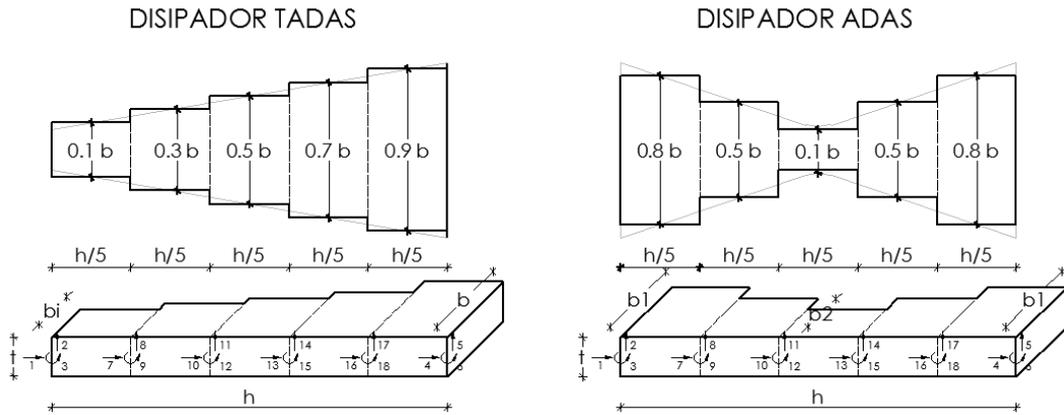
$$\mathbf{T}_{2-3} = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde  $C = \cos\alpha$ ;  $S = \sin\alpha$ ;  $\alpha$  es el ángulo que forma el eje del disipador ADAS o TADAS con el eje horizontal. Para los casos que se han trabajado en ésta publicación el ángulo es 90 grados. Luego  $C = 0$ ;  $S = 1$ .

### 7.4 MÉTODO DE LAS DOVELAS

Para hallar la matriz de rigidez del disipador mediante el método de las dovelas, se trabaja como un elemento de sección constante para cada dovela, donde cambia la relación  $b$  en cada una de ellas; posteriormente se obtiene la rigidez por ensamblaje directo, para condensar a los primeros 6 grados de libertad.

En la figura 7.3 se encuentra los disipadores divididos en 5 dovelas con sus respectivas variaciones de base, para lo cual se tiene 18 grados de libertad, donde los primeros 6 se enumeran en los extremos, al finalizar el ensamblaje se tiene una matriz de dimensiones  $18 \times 18$ . Al realizar la condensación a las coordenadas principales se tiene la matriz de rigidez del elemento.



**Figura 7.3 Modelo de disipadores mediante método de dovelas.**

Se ha calculado la matriz de rigidez de los elementos disipadores en función de sus dimensiones, dividiendo al disipador en 5 dovelas como muestra la figura 7.3.

$$a = \frac{E b (nt)^3}{h^3} \quad b = \frac{E b (nt)^3}{h^2} \quad c = \frac{E b (nt)^3}{h}$$

$$K_{TADAS} = \begin{bmatrix} 0.3589 a & 0 & -0.1004 b & -0.3589 a & 0 & -0.2585 b \\ 0 & 0.2798 c & 0 & 0 & -0.2798 c & 0 \\ -0.1004 b & 0 & 0.0514 c & 0.1004 b & 0 & 0.049 c \\ -0.3589 a & 0 & 0.1004 b & 0.3589 a & 0 & 0.2585 b \\ 0 & -0.2798 c & 0 & 0 & 0.2798 c & 0 \\ -0.2585 b & 0 & 0.049 c & 0.2585 b & 0 & 0.021 c \end{bmatrix} T/m \quad (7.13)$$

$$K_{ADAS} = \begin{bmatrix} 0.6775 a & 0 & -0.3388 b & -0.6775 a & 0 & -0.2585 a \\ 0 & 0.3030 c & 0 & 0 & -0.3030 c & 0 \\ -0.3388 b & 0 & 0.1946 c & 0.3388 b & 0 & 0.1441 c \\ -0.6775 a & 0 & 0.3388 b & 0.6775 a & 0 & 0.3388 b \\ 0 & -0.3030 c & 0 & 0 & 0.3030 c & 0 \\ -0.3388 b & 0 & 0.1441 c & 0.3388 b & 0 & 0.1946 c \end{bmatrix} T/m \quad (7.14)$$

En el Anexo K se presenta el cálculo de la matriz de rigidez en forma analítica y mediante el método de las dovelas, para un disipador TADAS y para un ADAS.

### 7.5 MODELO DE ANALISIS SÍSMICO

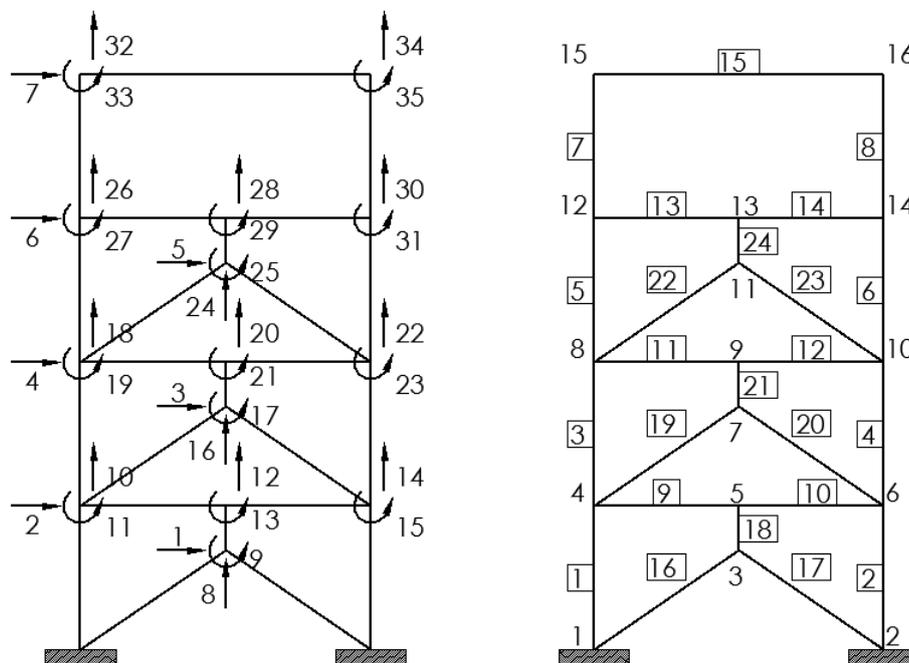
Se presentan dos modelos de numeración de los grados de libertad, para el análisis sísmico de marcos con disipadores de energía colocados sobre un contraviento Chevron, en los que se decidió trabajar con un elemento disipador. El modelo más eficiente es el dos pero vale la pena conocer los dos modelos para ver porque no es eficiente el modelo uno.

### 7.5.1 Modelo uno

A la izquierda de la figura 7.4, se presenta un pórtico plano con disipadores colocados sobre contravientos Chevrón. Se indica además los grados de libertad; las coordenadas laterales son las coordenadas principales (un grado de libertad por piso o un grado de libertad en la parte inferior del disipador) y las restantes son las coordenadas secundarias.

En este caso las coordenadas principales va de 1 a 7; luego se obtendrá una matriz de rigidez lateral de 7 por 7 y una matriz de masas del mismo orden pero con elementos cero en la diagonal principal, concretamente en las filas 1, 3 y 5 debido a que no existe peso que grave en ese punto, el peso gravita en los pisos, luego hay valores en los elementos de la diagonal de las filas 2, 4, 6 y 7. En estas condiciones el cálculo de los valores y vectores propios conduce a tener valores imaginarios o ceros en los modos donde la matriz de masa es cero; en el análisis sísmico simplemente se ignora esos modos y se trabaja con los que presentan valores reales pero esto se evita con el modelo dos.

A la derecha de la figura 7.4 se presenta la numeración de nudos y de elementos. Nótese que primero se han numerado los elementos de hormigón armado y finalmente los elementos del disipador; debido a que la matriz de rigidez se obtendrá sumando la contribución de los elementos de hormigón a la contribución de los elementos de acero.



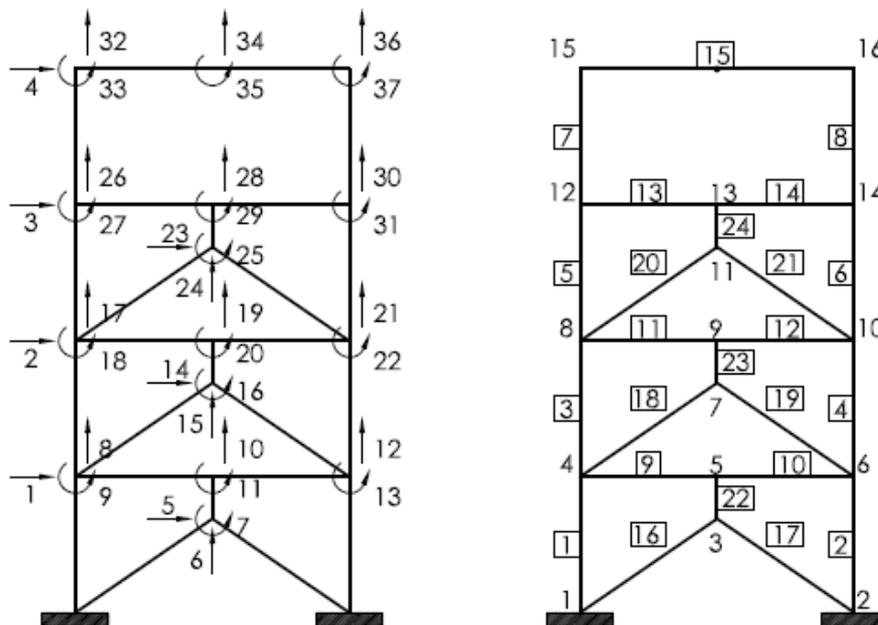
**Figura 7.4** Grados de libertad y numeración de nudos y elementos para el análisis sísmico con CEINCI-LAB, con modelo uno

El vector de colocación de los elementos de hormigón y del elemento disipador tiene 6 cantidades, que son: los grados de libertad del nudo inicial y los grados de libertad del nudo final. En cambio el vector de colocación de las diagonales tiene 4 cantidades, que corresponden a las componentes de desplazamiento horizontal y vertical del nudo inicial y final, respectivamente.

Si no se desea considerar el giro en la parte inferior del disipador basta colocar en la sexta columna y sexta fila de la matriz de rigidez del elemento disipador, en coordenadas globales, colocar ceros.

### 7.5.2 Modelo dos

En este caso, para la misma estructura de la figura 7.4, se trabaja con cuatro coordenadas principales y son las indicadas a la derecha de 7.4, van de 1 a 4. Las restantes son secundarias. En este caso la matriz de masas de 4 por 4, no tendrá valores cero en la diagonal principal y todos los valores y vectores propios son cantidades reales.



**Figura 7.5 Grados de libertad y numeración de nudos y elementos para el análisis sísmico con CEINCI-LAB, con modelo dos**

En el sistema de computación **CEINCI-LAB** el programa específico que obtiene los grados de libertad, para el modelo indicado a la izquierda de la figura 7.5, se denomina: **cg\_sismo 3**.

## 8. ANÁLISIS NO LINEAL ESTÁTICO

La curva de capacidad sísmica resistente que relaciona el cortante basal con el desplazamiento lateral máximo, es muy importante en el diseño sísmico resistente ya que permite visualizar el probable comportamiento que tendrá una estructura ante un determinado sismo. Además permite hallar la ductilidad de la estructura y la sobre resistencia de la misma.

Existen varias formas de hallar la curva de capacidad sísmica resistente, una de ellas es aplicar cargas laterales monotónicas crecientes, hasta llegar a un criterio de colapso. A esta técnica se denomina Pushover en inglés o Técnica del Empujón en castellano.

Cada incremento de carga lateral se resuelve como un problema estático, en el cual va cambiando la rigidez de las secciones que superan en una primera instancia el punto de fluencia y posteriormente el punto último, dando lugar a la formación de rótulas plásticas.

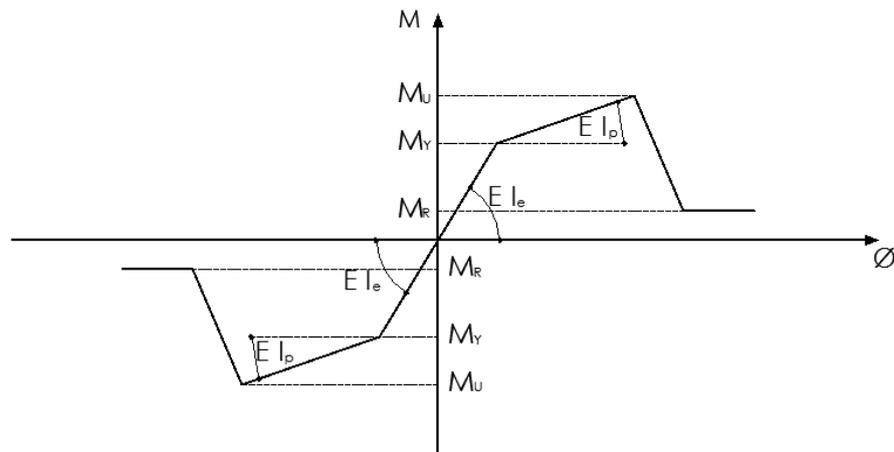
En este apartado se presentan dos formas de hallar la curva de capacidad sísmica resistente en pórticos planos con disipadores de energía; en la primera se trabaja con la diagonal equivalente para el conjunto contraviento-disipador y en la segunda al disipador se lo modela como un elemento corto, de tal manera que el conjunto contraviento-disipador, está formado por 3 elementos, las dos diagonales y el elemento disipador.

Cuando se trabaja con la diagonal equivalente no se conoce a ciencia cierta si ingreso en el rango no lineal, el disipador primero o lo hizo la diagonal. En cambio, en el segundo modelo se conoce en forma detallada el comportamiento no lineal de las diagonales y del disipador, ya que están modelados en forma independiente.

En Aguiar *et al.* (2015) se presentan diagramas de flujo que ilustran el cálculo de la curva de capacidad sísmica resistente mediante la técnica del pushover en un pórtico plano de acero con elementos cuyas secciones transversales son simétricas y sin disipadores de energía. Su lectura ayudará a entender primero los pocos cambios que se realizan cuando las secciones de los elementos son asimétricos, como sucede en hormigón armado cuya armadura a tracción, por lo regular es diferente a la armadura a compresión y en la incorporación de los disipadores de energía.

## 8.1 MODELO CONSTITUTIVO DE LOS ELEMENTOS

En el análisis no lineal, la rigidez a flexión, corte y carga axial, varían de acuerdo al nivel de cargas que gravitan sobre la estructura y para ello se utilizan las relaciones momento-curvatura para el caso de flexión. En la figura 8.1 se indica el modelo con el cual se va a trabajar, y básicamente está constituida por una zona elástica con rigidez  $EI_e$ , una zona plástica de rigidez  $EI_p$ , y una zona residual cuya rigidez es cero.



*Figura 8.1 Modelo utilizado para la relación momento curvatura*

El límite de la zona elástica es el punto  $Y$  de fluencia, de la zona plástica el  $U$  resistencia última y en la zona residual la sección solo rota. A partir del punto  $Y$  se obtendrán las restantes ramas del diagrama momento curvatura utilizando las recomendaciones del ASCE 41 de 2006.

### 8.1.1 Punto de Fluencia para elementos de acero

En Mora y Aguiar (2015) se presenta el marco teórico para hallar el momento y curvatura de fluencia para secciones de acero y su cálculo se resume a continuación.

- Secciones simétricas

$$M_Y = f_y z \quad (8.1)$$

$$z = \frac{b h^2}{4}$$

donde  $f_y$  es el límite de fluencia del material;  $z$  es el momento plástico.

- Secciones asimétricas

$$M_Y = f_y z \quad (8.2)$$

$$z = A_{Ss} Y_s + A_{Si} Y_i$$

donde  $A_{Ss}$  es el área del perfil que se halla sobre el centro de gravedad de la sección transversal;  $A_{Si}$  es el área que se halla bajo el centro de gravedad;  $Y_s$  es la distancia desde el centro de gravedad de la sección al centro de gravedad de la sección superior;  $Y_i$  es la distancia desde el centro de gravedad a la sección inferior.

La curvatura de fluencia  $\phi_Y$  se halla como la relación entre la el momento de fluencia con respecto a la rigidez  $EI_e$

$$\phi_Y = \frac{M_Y}{EI_e} \quad (8.3)$$

Las variables todavía no definidas son  $E$  que es el módulo de elasticidad del material;  $I_e$  es el momento de inercia de la sección transversal con respecto al centro de gravedad.

### 8.1.2 Punto de Fluencia para elementos de hormigón

Para elementos de hormigón armado se trabajó con la propuesta de Y. Park (1985) que tiene un respaldo teórico y experimental en base al ensayo de 400 elementos. Sus ecuaciones de cálculo, son las siguientes:

$$M_Y = 0.5 f'_c b d^2 [(1 + \beta_c - \eta) \eta_0 + (2 - \eta) p_t + (\eta - 2\beta_c) \alpha_c p'_t] \quad (8.4)$$

$$\beta_c = \frac{d'}{d} \quad \eta = \frac{0.75}{1 + \alpha_y} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^{0.7} \quad \alpha_y = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_0} \quad \eta_0 = \frac{P_0}{b d f'_c}$$

$$p_t = \frac{A_s f_y}{b d f'_c} \quad p'_t = \frac{A'_s f_y}{b d f'_c} \quad \varepsilon_c = \phi_y d - \varepsilon_y \leq \varepsilon_u$$

$$\alpha_c = (1 - \beta_c) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_y} - \beta_c \leq 1 \quad \phi_y = \left[ 1.05 + (c_2 - 1.05) \frac{\eta_0}{0.03} \right] \frac{\varepsilon_y}{(1 - k)d}$$

$$k = \sqrt{(p_t + p'_t)^2 \frac{1}{4 \alpha_y^2} + (p_t + \beta_c p'_t) \frac{1}{\alpha_y}} - (p_t + p'_t) \frac{1}{2 \alpha_y}$$

$$c_2 = 1 + \frac{0.45}{(0.84 + p_t)}$$

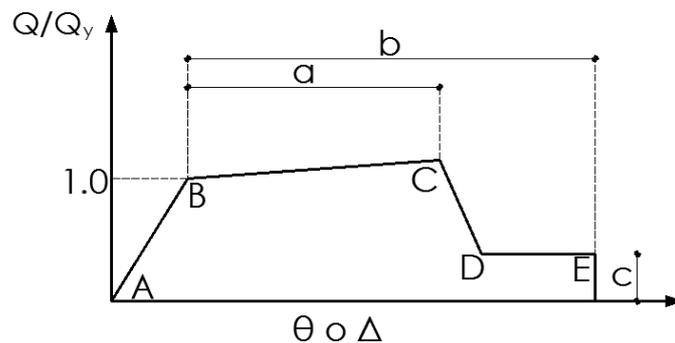
donde  $b, d, d'$ , son la base, la altura efectiva y el recubrimiento de la armadura a compresión;  $f_y, f'_c, \varepsilon_0$  son el límite de fluencia del acero, la resistencia máxima del

hormigón a compresión, y la deformación asociada a la resistencia máxima;  $\varepsilon_y$  es la deformación de fluencia del acero;  $P_0$  es la carga axial que gravita sobre el elemento, para vigas es igual a cero;  $\varepsilon_c$  es la deformación del acero a compresión que tiene que ser menor a la deformación última  $\varepsilon_u$  que puede ser igual a 0.003 para diseño o 0.004 para análisis;  $A_s, A'_s$  es el área de la armadura que trabaja a tracción y compresión respectivamente, para el caso de columnas se considera que  $A_s = A'_s$ ;  $M_Y, \phi_Y$ , son el momento y curvatura en el punto de fluencia.

Una vez que se tiene calculado el punto de fluencia Y, se determinan los demás puntos del diagrama momento rotación del ASCE 41 de 2010 y a partir de estos valores se encuentra la relación momento curvatura.

### 8.1.3 Propuesta del ASCE 41 para elementos de acero.

En la figura 8.2 se presenta la relación momento-rotación  $M - \theta$ , o fuerza-desplazamiento  $Q - \Delta$ , propuesta por el ASCE 41 (American Society of Civil Engineers) con la que se va a obtener primero el diagrama momento-rotación y luego el diagrama momento-curvatura para las vigas y columnas; adicionalmente se determinará relación fuerza-desplazamiento para las diagonales de acero del contraviento Chevrón, a partir del punto de fluencia, que en la figura corresponde al punto B.

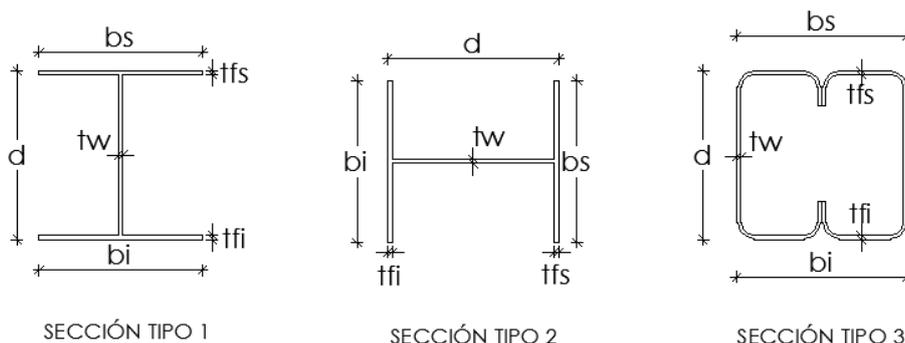


*Figura 8.2 Relación momento rotación o fuerza desplazamiento propuesta por ASCE 41*

En la figura 8.2, se distinguen tres zonas, la AB que corresponde al comportamiento elástico; la BC al comportamiento plástico o de post fluencia y la DE que corresponde al comportamiento residual. Con relación a la figura 8.1, el punto B es el punto Y; el punto C es el U y el punto D es el R.

En la tabla 8.1 se presenta la propuesta del ASCE 41 para hallar la rotación en el punto C y en el punto E, así como el momento residual. En la figura 8.3, se presentan tres tipos de secciones que han sido programadas en el sistema de computación **CEINCI-LAB** y son: la tipo 1 que corresponde a un perfil tipo "I", la tipo 2 un perfil "H" y la tipo 3 un perfil tubular.

- La parte superior de la tabla 8.1, es para **vigas** y se debe, con los datos de la sección que caso se tiene: a, b, o c. En las relaciones geométricas como  $\frac{b_f}{2t_f}$  no hay problema con las unidades pero en las relaciones donde interviene  $f_{ye}$  se debe colocar la fluencia del acero en ksi. Cuando se trabaja con un acero A 36, el valor de  $f_{ye} = 36 \text{ ksi}$ .



**Figura 8.3 Secciones de acero consideradas en el sistema CEINCI-LAB**

Si bien en la figura 8.3 se indica el significado de las variables, no está demás describirlas:  $b_f, t_f$ , es el ancho y espesor del patín;  $h$  es la altura del perfil;  $t_w$  es el ancho del alma en los perfiles 1 y 2 o es el ancho del perfil tubular. Lo más probable es que la viga que está analizando no sea ni clase “a” ni clase “b” y se deba interpolar los valores para encontrar los parámetros que se hallan en la segunda, tercera y cuarta columna de la tabla 8.1. En Aguiar *et al.* (2015) se presenta un ejemplo de este caso. La segunda parte de la tabla 8.1, corresponde a **columnas** (flexo compresión) y aquí depende primero de la relación  $\frac{P}{P_{CL}}$ , donde  $P$  es la carga axial que gravita en la columna y  $P_{CL}$  es la carga crítica de pandeo, que ya se indicó la forma de cálculo. Cuando la relación  $\frac{P}{P_{CL}} > 0.5$  deben calcularse como elementos sujetos solo a fuerza axial.

Una vez que se ha clasificado de acuerdo al valor de  $\frac{P}{P_{CL}}$ , se pasa a controlar los parámetros relacionados con la geometría de la sección, en forma similar a lo que se hizo con las vigas y nuevamente es probable que se tenga que interpolar.

**Tabla 8.1 Parámetros y criterios de aceptación para procedimientos no lineales en estructuras de acero**

Vigas - Flexión	a	b	c
a. $\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{52}{\sqrt{f_{ye}}}$ y $\frac{h}{t_w} \leq \frac{418}{\sqrt{f_{ye}}}$	$9\theta_y$	$11\theta_y$	0.6
b. $\frac{b_f}{2t_f} \geq \frac{65}{\sqrt{f_{ye}}}$ o $\frac{h}{t_w} \geq \frac{640}{\sqrt{f_{ye}}}$	$4\theta_y$	$6\theta_y$	0.2

c. Otros	Interpolación lineal, se usará el resultado menor.		
<b>Columnas - Flexión</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
Para $P/P_{CL} < 0.2$			
a. $\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{52}{\sqrt{f_{ye}}} \text{ y } \frac{h}{t_w} \leq \frac{300}{\sqrt{f_{ye}}}$	$9\theta_y$	$11\theta_y$	0.6
b. $\frac{b_f}{2t_f} \geq \frac{65}{\sqrt{f_{ye}}} \text{ o } \frac{h}{t_w} \geq \frac{460}{\sqrt{f_{ye}}}$	$4\theta_y$	$6\theta_y$	0.2
c. Otros	Interpolación lineal, se usará el resultado menor.		
Para $0.2 \leq P/P_{CL} \leq 0.5$			
a. $\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{52}{\sqrt{f_{ye}}} \text{ y } \frac{h}{t_w} \leq \frac{260}{\sqrt{f_{ye}}}$	$11 \left(1 - \frac{5}{3} \frac{P}{P_{CL}}\right) \theta_y$	$17 \left(1 - \frac{5}{3} \frac{P}{P_{CL}}\right) \theta_y$	0.6
b. $\frac{b_f}{2t_f} \geq \frac{65}{\sqrt{f_{ye}}} \text{ o } \frac{h}{t_w} \geq \frac{400}{\sqrt{f_{ye}}}$	$1\theta_y$	$1.5\theta_y$	0.2
c. Otros	Interpolación lineal, se usará el resultado menor.		

\* Columnas con  $P/P_{CL} > 0.5$  deberán ser controladas por fuerza axial.

<b>Diagonal Rigidizadora en Compresión</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
a. Para Secciones Esbeltas $Kl/r \geq 4.2\sqrt{E/f_y}$			
1. Secciones W,I,2L,2C en plano	$0.5\Delta_c$	$10\Delta_c$	0.3
2. 2L, 2C fuera de plano	$0.5\Delta_c$	$9\Delta_c$	0.3
3. HSS, Tubos redondos y rectangulares	10.5	79	0.3
b. Para Secciones compactas $Kl/r \leq 2.1\sqrt{E/f_y}$			
1. Secciones W,I,2L,2C en plano	$1\Delta_c$	$8\Delta_c$	0.5
2. 2L, 2C fuera de plano	$1\Delta_c$	$7\Delta_c$	0.5
3. HSS, Tubos redondos y rectangulares	$1\Delta_c$	$7\Delta_c$	0.5
<b>Diagonal Rigidizadora en Tensión</b>	$11\Delta_T$	$14\Delta_T$	0.8
<b>Vigas, Columnas en tensión</b>	$5\Delta_T$	$7\Delta_T$	1.0

Posteriormente, se tiene en la tabla 8.1, el caso de las **diagonales**, las mismas que deben evaluarse para dos condiciones, la primera que trabajen a compresión y la

segunda que trabajen a tracción (tensión); uno de los montantes del contraviento Chevrón trabajará a tracción y el otro a compresión por lo que se debe evaluar esas dos posibilidades.

Para el caso de compresión se debe ver primero si la sección es esbelta o compacta, por medio de la relación  $\frac{kl}{r}$ . Donde  $kl$  es la longitud efectiva de pandeo y  $r$  es el radio de giro.

Una vez que se tiene definido si la sección es esbelta o compacta la determinación de los parámetros es directo, de acuerdo a las secciones de los perfiles. Se destaca que  $\Delta_c$  es el desplazamiento de fluencia de la relación fuerza desplazamiento. La fuerza de fluencia será el menor valor de  $P_Y$  o  $P_{CL}$ .

$$P_Y = A f_y \quad (8.5)$$

donde  $A$  es el área de la sección transversal;  $f_y$  es la fluencia del acero;  $P_{CL}$  es la carga axial de pandeo. El valor de  $\Delta_c$  se calcula de la siguiente manera.

$$\Delta_c = \frac{\text{menor}(P_Y, P_{CL})}{EA} \quad (8.6)$$

Siendo  $E$  el módulo de elasticidad del material; las restantes variables ya se han indicado.

Para el caso de elementos que trabajan a tracción, el cálculo es directo. Solo resta indicar que  $\Delta_T$  es el desplazamiento a nivel de fluencia, que se halla con la siguiente expresión.

$$\Delta_T = \frac{P_Y}{EA} \quad (8.7)$$

#### 8.1.4 Propuesta del ASCE 41 para elementos de hormigón

Nuevamente a partir del punto Y se va a determinar el punto U, utilizando para el efecto la propuesta del ASCE 41, indicada en la tabla 8.2, donde los valores de  $a, b$ , son directamente las rotaciones. Antes de ingresar a la tabla 8.2 se debe realizar los siguientes controles.

- **Refuerzo Transversal confinado**, si cumple:

$$s \leq \frac{d}{3} \quad V_s > \frac{3}{4} V \quad V_s = \frac{A_v * f_y * d}{s} \quad (8.8)$$

donde  $A_v$  es el área del refuerzo transversal;  $f_y$  es el límite de fluencia;  $d$  es la altura efectiva;  $s$  es el espaciamiento de los estribos;  $V_s$  es la capacidad al corte de la armadura transversal;  $V$  es el cortante actuante.

- **Cuantía a flexión**, se debe calcular

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad \rho' = \frac{A'_s}{b d} \quad \rho_b = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \quad (8.9)$$

$$\beta_1 = 0.85 \text{ para } f'_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta_1 = 0.65 + 1.05 - f'_c/1400 \leq 0.85 \text{ para } f'_c > 280 \text{ kg/cm}^2$$

Las variables todavía no definidas son:  $\rho, \rho', \rho_b$ , que son la cuantía del acero a tracción, a compresión y la cuantía balanceada. Con estas cuantías se determina la relación:  $\frac{\rho - \rho'}{\rho_b}$  y en base a su valor se ingresa a la tabla 8.2

- Se debe calcular la siguiente relación.

$$\frac{V}{b_w * d * \sqrt{f'_c}} \quad (8.10)$$

Si se trabaja el cortante  $V$  en T.; las dimensiones de la viga o columna:  $b_w, d$ , en m., y la resistencia del hormigón en T/m<sup>2</sup>, se debe multiplicar el resultado por 1.1926 para pasar Pound/in.

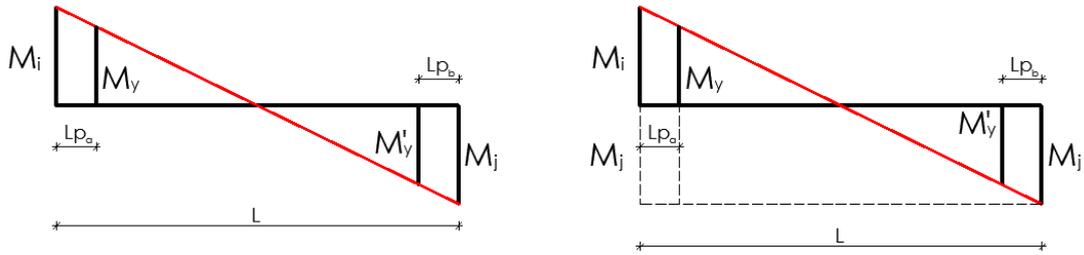
Es muy probable que en base a los valores obtenidos se deba interpolar, para encontrar los valores de  $a, b, c$ .

### 8.1.5 Cálculo de la Longitud Plástica

Para encontrar los diagramas momento-curvatura, es necesario conocer la longitud plástica, en la sección que se está analizando. Sea  $M_i$  el momento que actúa en el nudo inicial el mismo que es mayor a  $M_Y$  por lo que se tiene una longitud plástica  $L_{pa}$ ; y sea  $M_j$  el momento que actúa en el nudo final que es mayor a  $M'_Y$  y se tiene la longitud plástica  $L_{pb}$ . Todos los momentos están indicados a la izquierda de la figura 8.4 y actúan en sentido anti horario. Para la deducción de las ecuaciones, por triángulos semejantes, en la gráfica derecha de 8.4 se ha colocado a continuación de  $M_i$  el valor de  $M_j$ .

**Tabla 8.2 Parámetros y criterios de aceptación para procedimientos no lineales en estructuras de hormigón.**

<b>i.i) Vigas controladas por flexión</b>			<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
$\frac{\rho - \rho'}{\rho_{bal}}$	<b>Refuerzo Transversal</b>	$\frac{V(\text{pound})}{b_w(\text{in})d(\text{in})\sqrt{f'c(\text{psi})}}$			
$\leq 0.0$	Confinado	$\leq 3$	0.025	0.05	0.2
$\leq 0.0$	Confinado	$\geq 6$	0.02	0.04	0.2
$\geq 0.5$	Confinado	$\leq 3$	0.02	0.04	0.2
$\geq 0.5$	Confinado	$\geq 6$	0.015	0.02	0.2
$\leq 0.0$	No Confinado	$\leq 3$	0.02	0.03	0.2
$\leq 0.0$	No Confinado	$\geq 6$	0.01	0.015	0.2
$\geq 0.5$	No Confinado	$\leq 3$	0.01	0.015	0.2
$\geq 0.5$	No Confinado	$\geq 6$	0.005	0.01	0.2
<b>i.ii) Vigas controladas por corte</b>					
Espaciamiento de estribos $\leq d/2$			0.0030	0.02	0.2
Espaciamiento de estribos $> d/2$			0.0030	0.01	0.2
<b>ii.i) Columnas controladas por flexión</b>			<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
$\frac{P}{A_g f'c}$	<b>Refuerzo Transversal</b>	$\frac{V(\text{Ksi})}{b_w(\text{in})d(\text{in})\sqrt{f'c(\text{psi})}}$			
$\leq 0.1$	Confinado	$\leq 3$	0.02	0.03	0.2
$\leq 0.1$	Confinado	$\geq 6$	0.016	0.024	0.2
$\geq 0.4$	Confinado	$\leq 3$	0.015	0.025	0.2
$\geq 0.4$	Confinado	$\geq 6$	0.012	0.02	0.2
$\leq 0.1$	No Confinado	$\leq 3$	0.006	0.015	0.2
$\leq 0.1$	No Confinado	$\geq 6$	0.005	0.012	0.2
$\geq 0.4$	No Confinado	$\leq 3$	0.003	0.01	0.2
$\geq 0.4$	No Confinado	$\geq 6$	0.002	0.008	0.2
<b>ii.ii) Columnas controladas por corte</b>					
Espaciamiento de estribos $\leq \frac{d}{2}$ , o $\frac{P}{A_g f'c} \leq 0.1$			No se permitirá		



**Figura 8.4 Diagrama de momentos y longitudes plásticas**

De la relación de triángulos semejantes, se obtiene:

$$\frac{M_i + M_j}{L} = \frac{M_Y + M_j}{L - L_{pa}} \quad (8.11)$$

Luego al despejar la longitud plástica  $L_{pa}$ , se halla:

$$L_{pa} = \left( \frac{M_i - M_Y}{M_i + M_j} \right) L \quad (8.12)$$

Para el nudo final la longitud plástica, resulta:

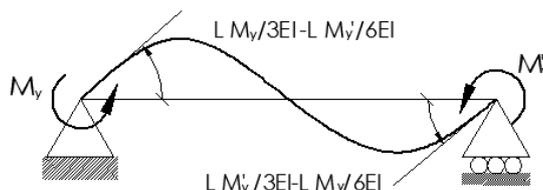
$$L_{pb} = \left( \frac{M_j - M'_Y}{M_i + M_j} \right) L \quad (8.13)$$

### 8.1.6 Cálculo de la Rotación de fluencia

En la figura 8.5 se presenta el modelo numérico para el cálculo de la rotación de fluencia  $\theta_Y$  de acuerdo a lo propuesto por el ASCE 41; es un modelo conservador ya que considera que tanto el nudo inicial como final, van a ingresar al rango no lineal simultáneamente, por lo que los momentos son  $M_Y, M'_Y$ .

En Aguiar (2014) se presenta el cálculo de la matriz de flexibilidad para la viga de la figura 8.5 y se halla que está matriz es:

$$f = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} & -\frac{L}{6EI} \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI} \end{bmatrix} \quad (8.14)$$



**Figura 8.5** Rotaciones de fluencia en nudo inicial y nudo final

Para hallar la matriz de flexibilidad se aplican momentos unitarios en los extremos; cuando se tiene un momento  $M_Y$  se multiplica por ese valor (principio de superposición lineal) por lo que los giros valen. (Aguiar *et al.* 2015).

$$\theta_Y = \frac{L M_Y}{3 EI} - \frac{L M_Y'}{6 EI} \quad (8.15)$$

$$\theta_Y' = \frac{L M_Y'}{3 EI} - \frac{L M_Y}{6 EI}$$

Cuando  $M_Y = M_Y'$ ; se halla la ecuación propuesta por el ASCE y es la siguiente:

$$\theta_Y = \frac{L M_Y}{6 EI} \quad (8.16)$$

Para elementos de acero el momento de fluencia  $M_Y = z f_y$ . Luego la ecuación resulta.

$$\theta_Y = \frac{L z f_y}{6 EI} \quad (8.17)$$

donde  $z$  es el momento plástico;  $L$  es la longitud del elemento. Ahora para columnas, el ASCE 41 recomienda la siguiente ecuación.

$$\theta_Y = \frac{L z f_y}{6 EI} \left(1 - \frac{P}{P_{CL}}\right) \quad (8.18)$$

### 8.1.7 Cálculo del diagrama momento-curvatura

En el apartado 8.1.1 se indicó el cálculo del momento de fluencia para secciones de acero. Para elementos de hormigón armado se tiene una gran cantidad de trabajos pero se recomienda la propuesta de Y. Park (1985) que está descrita en Aguiar *et al.* (2015), Aguiar (2003).

Una vez que se conoce  $M_Y$ , para elementos de acero u hormigón, se determina la curvatura de fluencia  $\phi_Y$  con la siguiente expresión.

$$\phi_Y = \frac{M_Y}{EI} \quad (8.19)$$

Para determinar la curvatura del punto U, a partir de la curvatura del punto Y, se utiliza la siguiente ecuación.

$$\phi_U = \phi_Y + \frac{\theta_Y}{L_p} \quad (8.20)$$

donde  $L_p$  es la longitud plástica. Para encontrar el momento  $M_U$  se emplea la siguiente fórmula que se halla a partir del modelo momento-curvatura ya indicado.

$$M_U = M_Y + \alpha EI (\phi_U - \phi_Y) \quad (8.21)$$

donde  $\alpha$  es la relación entre la rigidez post fluencia  $EI_p$  con relación a la rigidez elástica  $EI$ .

No se escribe ecuación para determinar el giro residual  $\theta_R$  sino que este valor se obtiene del análisis sísmico, cuando la sección trabaja con un momento  $M_R$

$$M_R = c M_Y \quad (8.22)$$

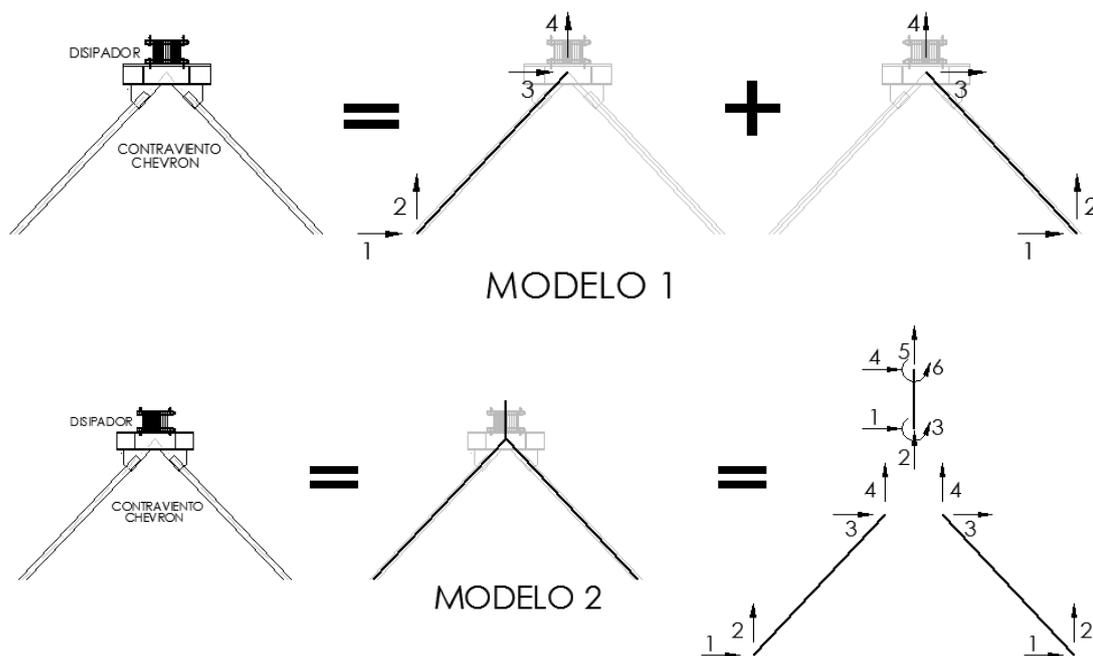
El valor  $c$  se encuentra en la última columna de la tabla 8.1 para el caso de elementos de hormigón armado y en la tabla 8.2 para elementos de hormigón.

El cálculo de la curvatura de fluencia se realiza en función de la longitud plástica, en forma similar a la de elementos de acero; lo propio con la obtención del momento último.

En el Anexo K se indica la forma como se introducen los datos de las diferentes secciones de los elementos que conforman un pórtico plano con disipadores de energía, para hallar el diagrama momento curvatura o el diagrama fuerza desplazamiento, siguiendo los lineamientos del ASCE 41.

## 8.2 COMPORTAMIENTO DE DISIPADOR-CONTRAVIENTO CHEVRÓN

Se trabaja con dos modelos el comportamiento no lineal del conjunto: contraviento Chevrón-Disipador, el primero es mediante la diagonal equivalente, gráfica superior de figura 8.5 y la segunda forma es considerar al conjunto compuesto por tres elementos: dos diagonales y un elemento disipador, como se muestra en la gráfica inferior de la figura 8.5



**Figura 8.5 Modelos para el Contraviento-Disipador y sistema de coordenadas globales de los elementos.**

### 8.2.1 Modelo de diagonal equivalente

En la parte superior derecha de la figura 8.5 se aprecia que cada montante con la diagonal se transforma en una diagonal equivalente que trabaja en forma similar a un elemento de una armadura plana, con cuatro grados de libertad, dos en el nudo inicial y dos en el nudo final, como se aprecia en la figura 8.5.

Para el análisis no lineal estático, se trabaja con un modelo elasto perfectamente plástico; cuando el desplazamiento lateral del conjunto disipador-contraviento es menor al desplazamiento de fluencia  $q_Y$  la rigidez de la diagonal equivalente se halla con la siguiente ecuación.

$$K_{eq} = \frac{K_{DIAG} K_{EDDE}}{K_{EDDE} + 2 \cos^2 \theta K_{DIAG}} \quad (8.23)$$

A pesar de que ya se ha indicado el significado de las variables que intervienen en el cálculo de la rigidez equivalente  $K_{eq}$ , se las recuerda muy rápidamente;  $K_{DIAG}$  es la rigidez axial del montante de acero;  $K_{EDDE}$  es la rigidez efectiva del disipador;  $\theta$  es el ángulo de la diagonal con el eje horizontal.

El desplazamiento de fluencia  $\Delta_Y$  es igual al desplazamiento de fluencia del montante de acero,  $\Delta_{Ys}$  más el desplazamiento de fluencia del disipador,  $\Delta_{Yd}$ .

$$\Delta_Y = \Delta_{Ys} + \Delta_{Yd} \quad (8.24)$$

$$\Delta_{Ys} = \frac{f_y}{E_s}$$

donde  $f_y$ ,  $E_s$  es el límite de fluencia y módulo de elasticidad del acero, del montante; el desplazamiento de fluencia  $\Delta_{Yd}$  depende del tipo de disipador.

Cuando el desplazamiento es mayor que el de fluencia la rigidez del conjunto contraviento-disipador se considera cero.

Con este modelo no se sabe si el montante ingresó al rango no lineal o el disipador lo hizo primero, esta es la falencia del modelo.

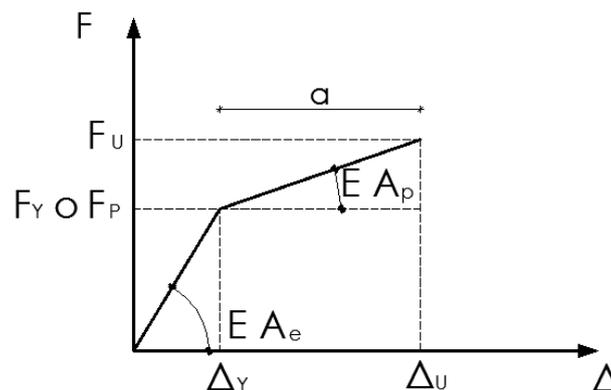
### 8.2.2 Modelo con elemento disipador

En la parte inferior de la figura 8.5 se observa en la parte central que el conjunto: contraviento-disipador, está compuesto por tres elementos, dos diagonales y el elemento disipador; el sistema de coordenadas globales de las diagonales tiene cuatro grados de libertad y el elemento disipador tiene 6 grados de libertad. Con este modelo si se puede conocer cual ingresó primero al rango no lineal, el montante o el disipador.

En la figura 8.6, se presenta el modelo constitutivo, para las diagonales de acero; en este caso se tiene la relación fuerza  $F$ , desplazamiento  $\Delta$ . El punto Y está determinado por el menor valor de la fuerza de fluencia  $F_y$  o la fuerza de pandeo  $F_p$ . La fuerza de fluencia  $F_y$  es:

$$F_y = A_s f_y \quad (8.25)$$

donde  $A_s$  es el área de la sección transversal de la diagonal;  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero.



**Figura 8.6** Relación Fuerza desplazamiento para el comportamiento de las diagonales de acero.

Para calcular la fuerza admisible de elementos sometidos a pandeo por flexión,  $F_p$  se puede seguir el procedimiento descrito en la norma AISC 360-10, el cual se presenta a continuación.

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K L}{r}\right)^2} \quad (8.26)$$

- Cuando la expresión

$$\frac{K L}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$F_{cr} = \left[0,658 \frac{f_y}{F_e}\right] f_y$$

- Cuando la expresión

$$\frac{K L}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$F_{cr} = 0.877 F_e$$

$$F_p = F_{cr} A_s \quad (8.27)$$

donde  $F_e$  es el esfuerzo elástico por pandeo;  $F_{cr}$  es el esfuerzo crítico de pandeo;  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero;  $L$  es la longitud del elemento;  $K$  es el factor de longitud efectiva y  $r$  es el radio de giro del perfil. El procedimiento se aplica siempre y cuando la sección de acero sea no esbelta, para lo cual se debe primero revisar la razón ancho-espesor con la razón límite que da el código AISC-360-10, para verificar la esbeltez del perfil.

Cuando se supera el punto de fluencia ( $\Delta_y, F_y$ ) se trabaja con una rigidez axial  $EA_p = \alpha EA_e$ ; donde  $\alpha$  es la relación entre la rigidez axial post fluencia con respecto a la rigidez axial elástica, en la estructura que se está analizando se considera 0.03, según recomendaciones del código ASCE 41 para acero. La deformación en el punto de rotura será  $\Delta_u = a + \Delta_y$  (ver figura 8.6), donde "a" es obtenido de la Tabla 8.1 para diagonales rigidizadoras. Y la fuerza en ese punto por geometría de triángulos será  $F_u = \alpha EA_e (\Delta_u - \Delta_y) + F_y$ .

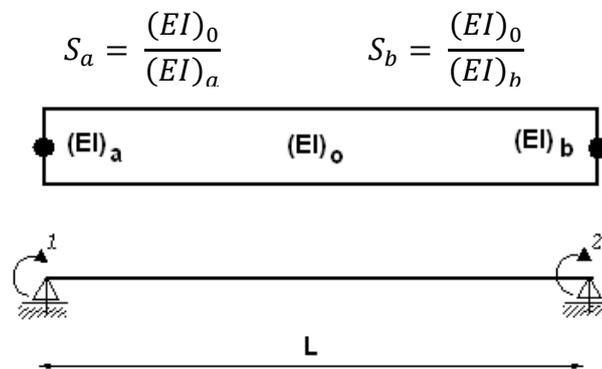
Esto con relación a la diagonal de acero. Ahora con respecto al elemento disipador, en el apartado anterior, se presentó el cálculo de la rigidez en el rango elástico. Cuando supera el punto de fluencia e ingresa el elemento al rango no lineal la matriz

de rigidez se considera igual a 0.05 por la rigidez elástica. Por lo tanto, para el elemento disipador se está considerando  $\alpha = 0.05$

### 8.3 MODELO DE PLASTICIDAD CONCENTRADA

En la figura 8.7 se presenta el modelo de Giberson (1969) en el cual se aprecia que la rigidez a flexión se ha considerado en el nudo inicial  $(EI)_a$ , en el centro de luz  $(EI)_o$  y en el nudo final  $(EI)_b$ . Estas rigideces se obtienen del diagrama momento curvatura de acuerdo al nivel de esfuerzos al que están trabajando. La matriz de flexibilidad para el sistema de coordenadas indicado en la figura 8.7, es la siguiente.

$$\mathbf{f} = \frac{L}{6(EI)_o} \begin{bmatrix} (1 + S_a) & -1 \\ -1 & (1 + S_b) \end{bmatrix} \quad (8.28)$$

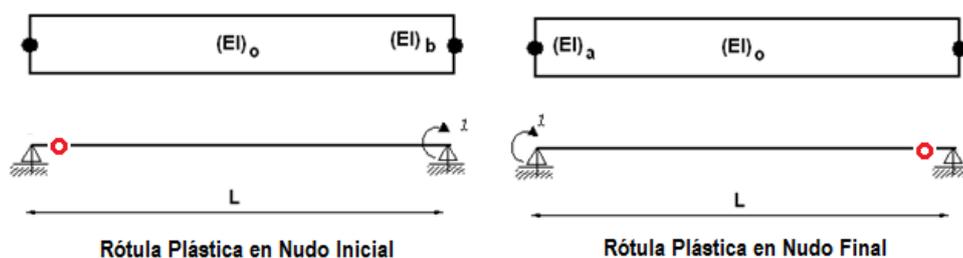


*Figura 8.7 Modelo de Plasticidad Concentrada de Giberson*

Para encontrar la matriz de rigidez de los elementos (vigas y columnas) en coordenadas globales se procede en forma similar a la indicada en el apartado anterior. Aguiar *et al.* (2015).

De acuerdo a la nomenclatura indicada en la figura 8.1, cuando la sección se halla en el rango elástico se trabaja con la rigidez  $EI_e$ ; cuando se supera el punto de fluencia la rigidez toma el valor de  $EI_p$ , y es válida hasta cuando el momento actuante es menor a  $M_u$ .

Ahora bien, cuando la sección llega al momento  $M_U$  se ingresa a la fase residual cuya rigidez es cero. Por lo tanto, se forma una rótula plástica, en este caso la sección ya no es capaz de absorber más momento y solo puede rotar; en este caso se tienen dos opciones, la primera que se forme la rótula en el nudo inicial, como se muestra a la izquierda de la figura 8.8 y la segunda que se forme la rótula a la derecha de la figura 8.8. Nótese que en estas secciones ya no se ha colocado la rigidez a flexión porque es nula.



**Figura 8.8 Modelos para cuando se forma rótula plástica en el nudo inicial o final, en el sistema 1. (Aguilar et al. 2015)**

Cuando se forma la rótula plástica en el nudo inicial, solo se admite incremento de momento a flexión en el nudo final, por este motivo se tiene un grado de libertad en el nudo final (Figura izquierda de 8.8) y la flexibilidad es:

$$f = \frac{L}{6 (EI)_0} [1 + S_b] \quad (8.29)$$

Cuando la rótula plástica se forma en el nudo final, el modelo de análisis es el indicado a la derecha de la figura 8.8, y la flexibilidad vale:

$$f = \frac{L}{6 (EI)_0} [1 + S_a] \quad (8.30)$$

#### 8.4 INCREMENTOS DE CARGA

La carga lateral, monótonica creciente, se va a aplicar en cada uno de los pisos de la estructura, en forma proporcional al primer modo de vibración  $\Phi_1$ , y al peso de cada piso  $w_i$ . De tal manera que la fuerza lateral en el piso  $F_i$  se halla con la siguiente ecuación, propuesta por el ATC-40

$$F_i = \frac{w_i \Phi_i}{\sum w_i \Phi_i} V_0 \quad (8.31)$$

donde  $V_0$  es el cortante basal que uno se impone para cada uno de los ciclos de carga. Se destaca que se está trabajando solo con el primer modo de vibración, de tal manera que el subíndice  $i$  hace referencia al piso. Se puede encontrar la curva de capacidad sísmica resistente asociada al segundo modo o al tercer modo, trabajando con el segundo y tercer modo, pero en esta publicación se trabaja solo con el primer modo.

## REFERENCIAS

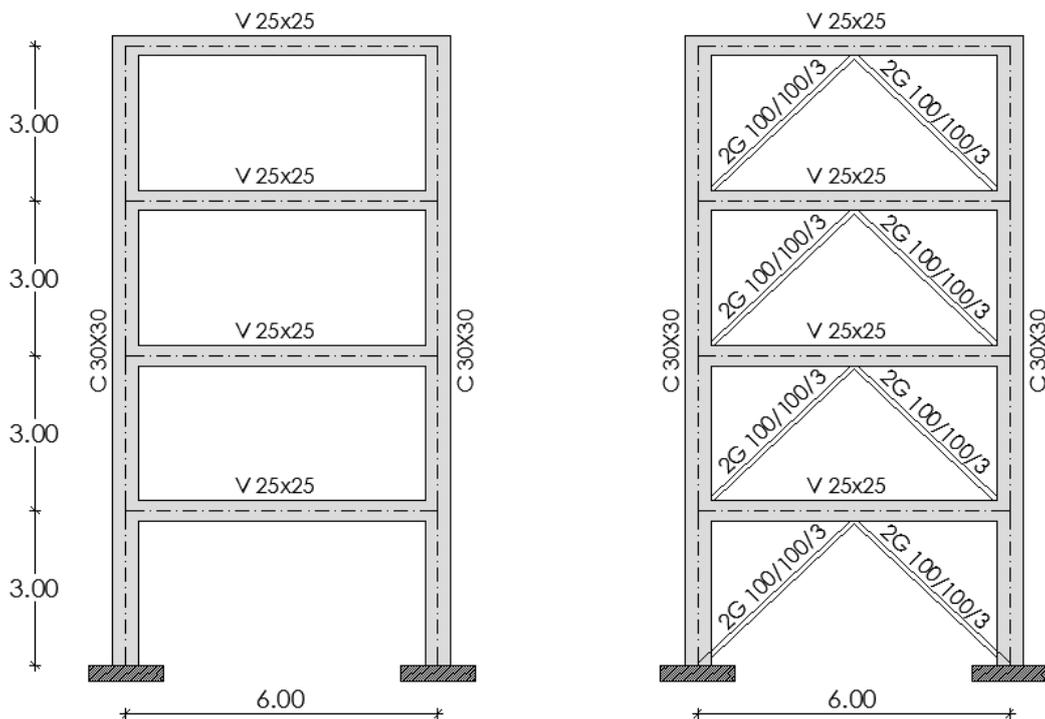
- Abrahamson N., Silva W., Kamai R., (2014), “Summary of the ASK14 ground motion relation for active cristal regions”, *Earthquake Spectra*, **30 (3)**, 1025-1055.
- Achisina (2013), *Requerimientos para el diseño sísmico de estructuras con sistemas pasivos de disipación de energía*. Asociación Chilena de Sismología e Ingeniería Antisísmica.
- Aguiar R., Mora D., Morales E., (2015) “Peligrosidad sísmica de Quito y el método del espectro de capacidad con **CEINCI-LAB**”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, **20 (1)**, 1-39.
- Aguiar R., (2014) *Análisis Matricial de Estructuras con CEINCI-LAB*, Universidad de las Fuerzas Armadas, Instituto Panamericano de Geografía e Historia IPGH. Cuarta edición, 676 p.
- Aguiar R., (2012) *Dinámica de estructuras con CEINCI-LAB*, Universidad de las Fuerzas Armadas, ESPE. Segunda Edición, 416 p.
- Aguiar R., (2008) *Análisis sísmico de edificios*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 322p.
- Aguiar R., (2006) *Deriva máxima de piso y curvas de fragilidad en edificios de hormigón armado*. Centro de Investigaciones Científicas. Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, 188 p.
- Aguiar Roberto, (2003), *Análisis sísmico por desempeño*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 342 p., Quito.
- Aguiar R., (2002) *Sistema de computación CEINCI3 para evaluar daño sísmico en los Países Bolivarianos*, Centro de Invetigaciones Científicas. Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, 302 p.
- Aiken I., Nims D., Whittaker A., y Kelly J., (1993) “Testing of passive energy dissipation systems”, *Earthquake Spectra*, **9 (3)**, 36 p.
- Algan B., (1982) *Drift and damage considerations in earthquake resistant design of reinforced concrete buildings*, Ph.D. Thesis University of Illinois, Urbana, Illinois.
- ACI American Concrete Institute, (2008), *Requisitos de reglamentos para para el concreto estructural y comentario (ACI 318-08)*, 490 p

- ASCE 41 (2011) *Seismic rehabilitation of existing buildings*, American Society of Civil Engineers ASCE/SEI 41-11.
- Barbat A., Oller S., Vielma J. C., (2005), *Cálculo y diseño sismorresistente de edificios. Aplicación de la Norma NCSE-02*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica, **IS 56**, 183 p.
- Barbat A., Oller S., (1998), *Concepto de cálculo de estructuras en las normativas de diseño sismorresistente*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica, **IS 24**, 108 p.
- Bazan E. y Meli R., (2000) *Diseño sísmico de edificios*, Ed. Limusa, Tercera Edición.
- Campbell K., Borzognia Y., (2014), “NGA-West2 Ground Motion Model for the Average Horizontal Components of PGA, PGV, and 5% damped linear acceleration response spectra”, *Earthquake Spectra*, **30 (3)**, 1087-1115
- Chiou B. S.-J, Youngs R.R. (2014), “Update of the Chiou and Youngs NGA model for the average horizontal component of peak ground motion and response spectra” *Earthquake Spectra*, **30 (3)**, 1117-1153
- Heresi Pablo (2012), Comportamiento de placas de CuZnAl para disipadores tipo ADAS. Tesis de Maestría. Universidad de Chile, 141 p.
- Hernández E., Tena A., Tremblay R., (2013), “Rigidez lateral, Resistencia y balance de cargas en marcos de acero contraventeados”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, **18 (1)**, 1-28.
- Mora D., y Aguiar R., (2015), “Modelación del diagrama momento-curvatura y momento rotación en secciones de acero estructural”, *Revista Ciencia*, **17 (1)**, 101-128.
- NEC-14 (2014) *Norma Ecuatoriana de la Construcción*, Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda, MIDUVI.
- Park Y., (1985), Seismic damage analysis and damage-limiting design for reinforced concrete structures, Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Rivas A., Aguiar R., Benito M. B., Gaspar J., Parra H., (2014), “Determinación del período de recurrencia y magnitud máxima para el control de las estructuras en el

- rango elástico ante un sismo asociado a las fallas inversas de Quito”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, **19 (2)**, 201-217.
- Rodríguez M., (2004), “A measure of the capacity of earthquake ground motions to damage structures”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **23**, 627-643.
- Tena, A. (1997), “Mathematical modelling of the ADAS energy dissipation device”, *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 10, pp. 811-821.
- Tena, A. (2000), “Modelado analítico de edificios con disipadores de energía”, *Revista de Ingeniería Sísmica*, SMIS, No. 62, pp. 29-62, enero-junio.
- Tena A., Nangullasmú H., (2013) “Diseño sísmico de marcos no dúctiles de concreto reforzado con disipadores de energía hysteréticos: Definición de parámetros de diseño”. *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, 13 (2), 275-299.
- Tena-Colunga, A. y H. J. Nangullasmú-Hernández (2015), “Assessment of seismic design parameters of moment resisting RC braced frames with metallic fuses”, *Engineering Structures*, Vol. 95, pp. 138-153, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.03.062>.
- Tena A. (2009) *Análisis de estructuras con métodos matriciales*, Editorial Limusa, Primera edición, 559 p., México.
- Tsai K-C., Chen H-W., Hong C-P. y Su Y-F, (1993), “Design of steel triangular plate energy absorbers for seismic-resistant construction”, *Earthquake Spectra*, **9 (3)**, 505-528.
- Wilbur, J B y Norris, C., (1948) *Elementary structural analysis*, Mc Graw-Hill Book Co, Inc, Nueva York (1948).
- Whittaker A.S., Bertero V., Alonso L., and Thompson C., (1989), *Earthquake simulator testing of steel plate added damping and stiffness elements*, Report UCB/EERC-89/02. Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley.

## Anexo A. Rigidez de Entrepiso

Con el propósito de ilustrar el cálculo de la rigidez de piso, utilizando las fórmulas de Wilbur, indicadas en el apartado 2, se obtiene la rigidez del cuarto piso, del pórtico de hormigón armado indicado a la izquierda de la figura 1, todas las columnas son de 30/30 y las vigas de 25/25; el módulo de elasticidad del hormigón  $E = 1500000 \frac{T}{m^2}$ . También se calcula la rigidez del cuarto piso del pórtico indicado a la derecha de la figura A1, que tiene diagonales de acero doble G de 100/100/3.



**Figura A.1** Pórtico de cuatro pisos de Hormigón sin y con diagonales de acero.

$$I_c = 0.0006 \text{ m}^4; I_v = 0.00032 \text{ m}^4; \frac{I_c}{H} = 0.000225 \text{ m}^3; \frac{I_v}{L} = 5.4253 * 10^{-5} \text{ m}^3$$

- **Pórtico sin diagonales**

**Tabla A.1 Dimensiones de las columnas y relación inercia para longitud**

COLUMNAS PISO 1-4			
Base	Altura	Longitud	I/L
0.30	0.30	3.00	0.000225
0.30	0.30	3.00	0.000225
$\Sigma$			0.00045

**Tabla A.2 Dimensiones de las vigas y relación inercia para longitud**

VIGAS PISO 1-4			
Base	Altura	Longitud	I/L
0.25	0.25	6.00	5.4253E-05
$\Sigma$			5.4253E-05

$$K_1 = \frac{48 * 1'500000}{3 \left( \frac{4 * 3}{0.00045} + \frac{3 + 3}{5.4253 * 10^{-5} + \frac{1}{12} * 0.00045} \right)} = \mathbf{260.70 T/m}$$

$$K_2 = \frac{48 * 1'500000}{3 \left( \frac{4 * 3}{0.00045} + \frac{3 + 3}{5.4253 * 10^{-5} + \frac{1}{12} * 0.00045} + \frac{3 + 3}{5.4253 * 10^{-5}} \right)} = \mathbf{118.43 T/m}$$

$$K_3 = \frac{48 * 1'500000}{3 \left( \frac{4 * 3}{0.00045} + \frac{3 + 3}{5.4253 * 10^{-5}} + \frac{3 + 3}{5.4253 * 10^{-5}} \right)} = \mathbf{96.83 T/m}$$

$$K_4 = \frac{48 * 1'500000}{3 \left( \frac{4 * 3}{0.00045} + \frac{6 + 3}{5.4253 * 10^{-5}} + \frac{3}{5.4253 * 10^{-5}} \right)} = \mathbf{96.83 T/m}$$

- **Pórtico con diagonales**

**Rigidez de un contraviento**

$$K_{di} = 2 \frac{0.001164 * 21'000000}{4.242 * 0.7071^2} = 11523.34 \text{ T/m}$$

**Rigidez de cada piso**

$$K_1 = 1880.93 + 11523.34 = \mathbf{11784.04 \text{ T/m}}$$

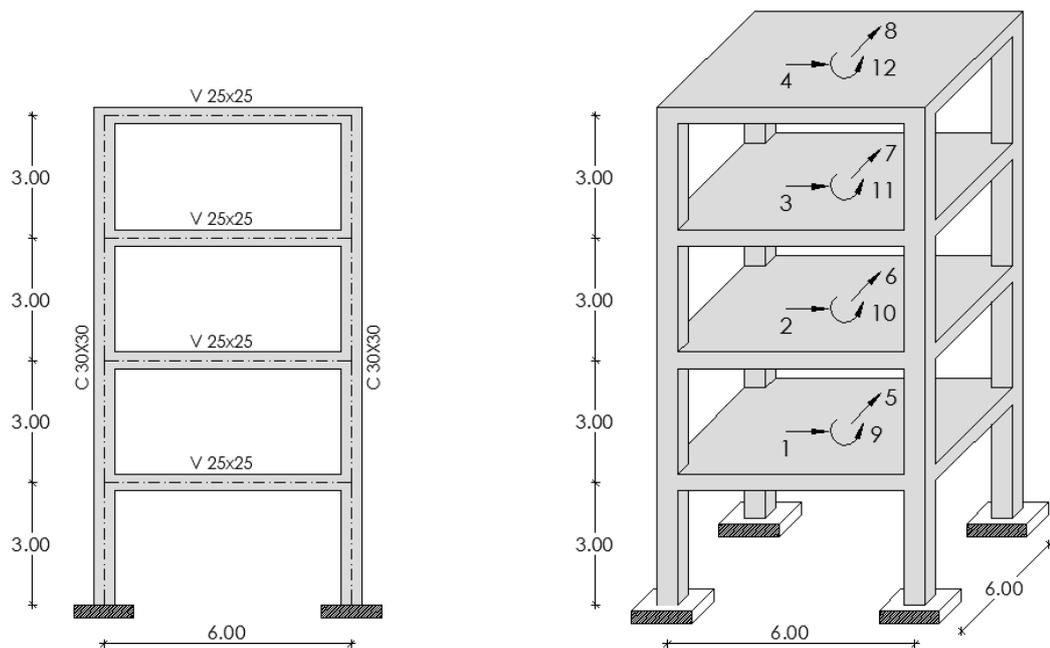
$$K_2 = 809.86 + 11523.34 = \mathbf{11641.77 \text{ T/m}}$$

$$K_3 = 645.06 + 11523.34 = \mathbf{11620.17 \text{ T/m}}$$

$$K_4 = 645.06 + 11523.34 = \mathbf{11620.17 \text{ T/m}}$$

## Anexo B. Prediseño de disipador

En el siguiente ejemplo se desarrolla el prediseño de un disipador ADAS y TADAS, para lo cual, primero se determinan los cortantes y derivas de la estructura de la figura B.1, con el objetivo de saber si se necesita la edificación un reforzamiento. Las dimensiones de las columnas y vigas se indican a la izquierda de la figura B.1



*Figura B.1 Pórtico de cuatro pisos de Hormigón*

- **Capacidad de cortante de cada piso**

La capacidad al corte de una columna, sin tener en cuenta la carga axial que gravita sobre ella ni la armadura transversal, es la siguiente.

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} 30 * 30 = 6912.39 \text{ kg}$$

En cada piso se tiene 4 columnas. Por lo tanto, la capacidad al corte de un piso (que es igual en todos los pisos, debido a que la sección es la misma)

$$V_C = 6912 * 0.60 * 4 = 16.59 T$$

Se considera que la estructura se halla situada en la ciudad de Quito, en un suelo cuyos factores de sitio son los siguientes:

$$F_a = 1.155 \quad F_d = 0.575 \quad F_s = 1.790$$

Se trabaja con el espectro hallado en la Microzonificación sísmica de Quito por ERN (2012). Se trabaja con un valor de  $R = 1$ . Donde  $R$  es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas con el que se pasa del espectro elástico al inelástico.

Se aplicó el método de superposición modal para hallar las respuestas máximas probables y se empleó el criterio de combinación modal del CQC (Combinación cuadrática completa). Los desplazamientos en cada uno de los pisos  $q$  y la deriva de pisos  $\gamma$  se presentan en la tabla B.1; los cortantes de piso, en el centro de masas se indican en la segunda columna de la tabla B.2

**Tabla B.1 Resultados de los desplazamientos elásticos e inelásticos de la estructura sin disipadores**

Piso	q elástico [m]	q inelástico [m]	q relativo [m]	$\gamma$
4	0.3106	0.3106	0.0648	0.0216
3	0.2458	0.2458	0.0881	0.0294
2	0.1577	0.1577	0.0985	0.0328
1	0.0592	0.0592	0.0592	0.0197

**Tabla B.2 Resultados de los cortantes de demanda y de capacidad en cada piso**

Piso	$V_{DEM}$ [T]	$V_{CAP}$ [T]	$V$ [T]
4	17.8457	16.590	1.256
3	22.5724	16.590	5.983
2	27.4043	16.590	10.815
1	33.3531	16.590	16.763

Como se puede observar, en la última columna de la tabla B.1, las derivas superan lo permitido por la Norma Ecuatoriana de la Construcción (2014) que es del 2%. Por otra parte en la tabla B.2, se aprecia que el cortante (Demanda sísmica) son mayores que la capacidad; en la última columna se indica la diferencia entre la demanda y capacidad que debe ser absorbida mediante la colocación de disipadores de energía sobre contravientos Chevrón.

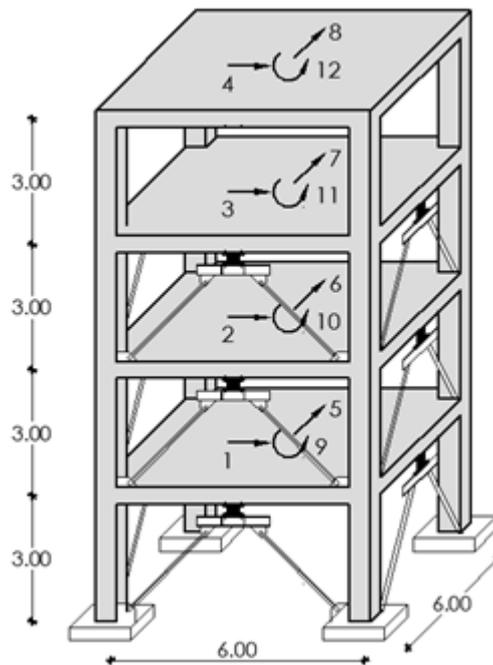
Con el cortante requerido se ingresa a las ayudas de cálculo, presentadas en el apartado 2 y se determinan las dimensiones de los disipadores las mismas que se muestran en la tabla B.3 para el caso de utilizar disipadores ADAS y en la tabla B.4 para el caso de utilizar disipadores TADAS. En la figura B.2 se aprecia que solo se colocaron disipadores en los tres primeros pisos.

**Tabla B.3 Dimensiones de los disipadores ADAS y número de placas  $n$ , para reforzar la estructura. Se colocan disipadores en los tres primeros pisos.**

DISIPADOR ADAS								
Piso	b1 [cm]	h [cm]	t [cm]	n	b2 [cm]	kef [T/m]	Vu [T]	$\xi$
1	10	20	3	6	3	2976.80	23.9085	0.3608
2	10	20	3	4	3	1984.50	15.939	0.3608
3	10	20	2.5	4	3	1148.40	11.0688	0.3608

**Tabla B.4 Dimensiones de los disipadores TADAS y número de placas  $n$ , para reforzar la estructura. Se colocan disipadores en los tres primeros pisos.**

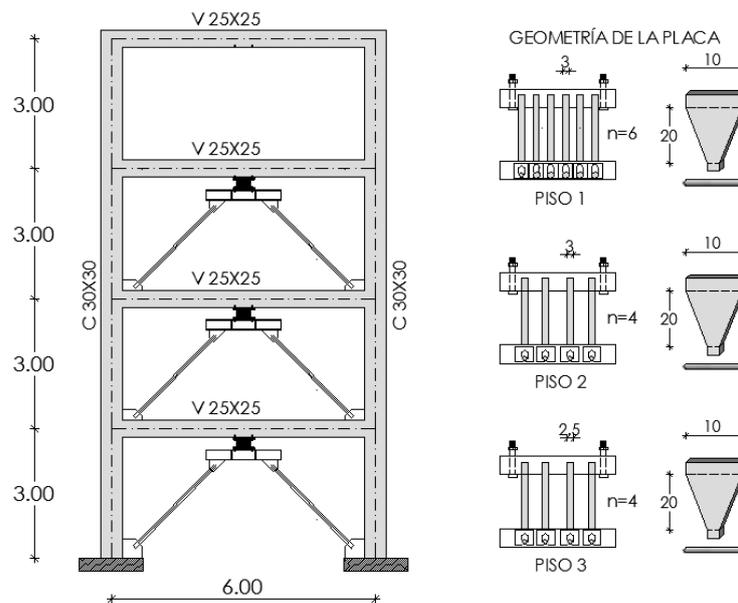
DISIPADOR TADAS								
Piso	b [cm]	h [cm]	t [cm]	n	kef [T/m]	Vu [T]	$\xi$	
1	10	20	3	6	1063.10	17.0775	0.3608	
2	10	20	3	4	708.75	11.385	0.3608	
3	10	20	2.5	4	410.1563	7.9063	0.3608	



**Figura B.2 Reforzamiento de la estructura con disipadores en los 3 primeros pisos**

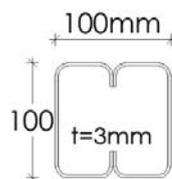
## Anexo C. Matriz de rigidez lateral

Se presenta el procedimiento detallado del cálculo de la matriz de rigidez lateral de una estructura de hormigón de 4 plantas con disipadores TADAS, la geometría del sistema se encuentra en la figura C.1, en cada planta se colocara diferentes dimensiones en los disipadores TADAS, las cuales esta conformados de un acero A-36;  $b = 10\text{ cm}$ ,  $h = 20\text{ cm}$ ,  $t = 3\text{ cm}$  y  $n = 6$ , para el primer piso;  $b = 10\text{ cm}$ ,  $h = 20\text{ cm}$ ,  $t = 3\text{ cm}$  y  $n = 4$ , para el segundo piso;  $b = 10\text{ cm}$ ,  $h = 20\text{ cm}$ ,  $t = 2.5\text{ cm}$  y  $n = 4$  para el tercer piso.



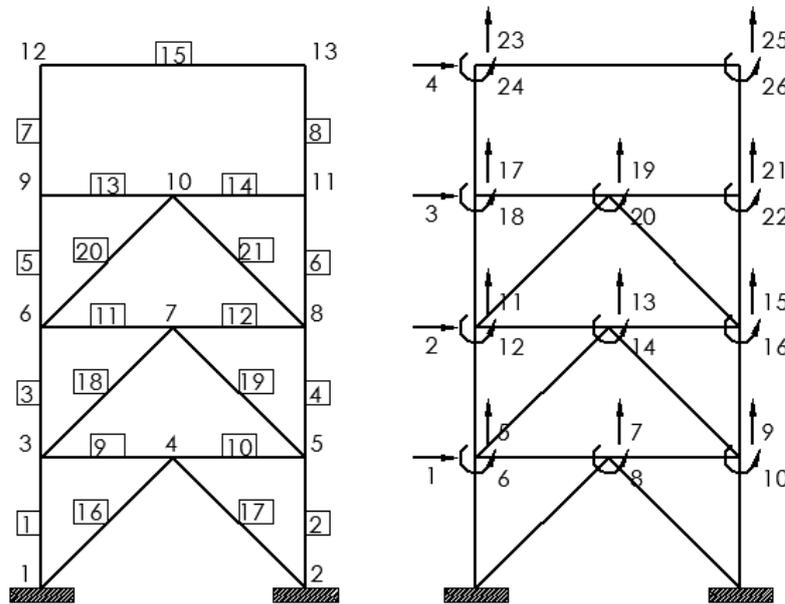
*Figura C.1 Geometría del pórtico y de los disipadores TADAS*

GEOMETRIA 2G 100/100/3



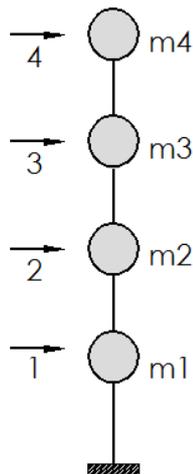
*Figura C.2 Geometría de las diagonales del pórtico.*

Para las diagonales del contraviento se utilizar un perfil de acero conformado de 2G 100/100 mm con un espesor de 3mm como se indica en la figura C.2



**Figura C.3 Numeración de nudos, elementos y grados de libertad del sistema**

En la figura C.3, a la izquierda, se muestra la enumeración de los nudos y elementos del pórtico, mientras que a la derecha, se indica el modelo con el que se va a trabajar; se considera un grado de libertad lateral por piso (vigas axialmente rígidas). Las coordenadas principales están asociadas al desplazamiento lateral que va a desarrollar cada piso.



**Figura C.4. Modelo de un grado de libertad por piso**

- **Matriz de rigidez de los elementos 1-8 (Columnas)**

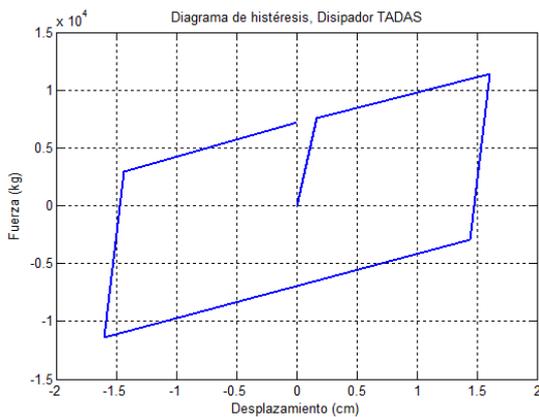
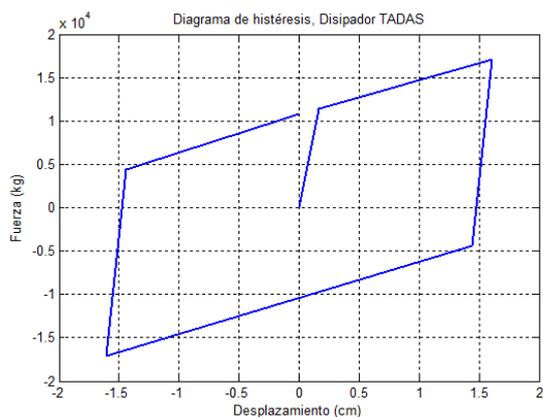
$$K_{1-8} = \begin{bmatrix} 436.89 & 0 & -655.34 & -436.89 & 0 & -655.34 \\ 0 & 45000.00 & 0 & 0 & -45000.00 & 0 \\ -655.34 & 0 & 1320.51 & 655.34 & 0 & 645.51 \\ -436.89 & 0 & 655.34 & 436.89 & 0 & 655.34 \\ 0 & -45000.00 & 0 & 0 & 45000.00 & 0 \\ -655.34 & 0 & 645.51 & 655.34 & 0 & 1320.51 \end{bmatrix} T/m$$

- **Matriz de rigidez de los elementos 9-15 (Vigas)**

En la siguiente página se presenta la matriz de rigidez de un elemento viga; a pesar de que se considera axialmente rígido, la matriz es de 6 por 6. Pero en el vector de colocación se tiene en cuenta que los desplazamientos de piso son los mismos.

$$K_{9-15} = \begin{bmatrix} 31250.00 & 0 & 0 & -31250.00 & 0 & 0 \\ 0 & 212.59 & 318.88 & 0 & -212.59 & 318.88 \\ 0 & 318.88 & 641.08 & 0 & -318.88 & 315.56 \\ -31250.00 & 0 & 0 & 31250.00 & 0 & 0 \\ 0 & -212.59 & -318.88 & 0 & 212.59 & -318.88 \\ 0 & 318.88 & 315.56 & 0 & -318.88 & 641.08 \end{bmatrix} T/m$$

- **Diagrama de histéresis de los disipadores**



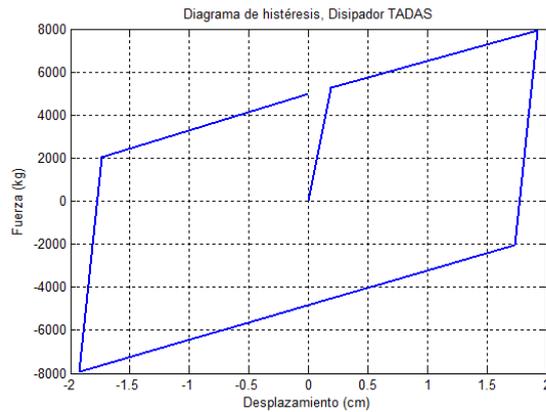


Figura C.5 Diagrama de histéresis de los disipadores TADAS 1, 2 y 3

Tabla C.1 Resultados de Rigidez efectiva, Cortante último y factor de amortiguamiento del disipador TADAS en cada piso

DISIPADOR TADAS			
Disipador	kef [T/m]	Vu [T]	ξ
1	1063.10	17.0775	0.3608
2	708.75	11.385	0.3608
3	410.1563	7.9063	0.3608

- Rigidez axial de la diagonal.

$$K_{DIAG} = \frac{21'000.000 * 0.001164}{4.2426} = 5761.51 T/m$$

- Rigidez efectivas del contravientos disipador

Aplicando la fórmula del (2.19) se obtienen los siguientes resultados

Tabla C.2 Resultados de Rigidez equivalente con Disipadores TADAS

Piso	Rigidez Equivalente T/m
1	897.51
2	631.11
3	382.90

- Matriz de rigidez de los elementos 16-21 (Diagonales)

$$K_{16-17} = \begin{bmatrix} 448.76 & -448.76 & -448.76 & 448.76 \\ -448.76 & 448.76 & 448.76 & -448.76 \\ -448.76 & 448.76 & 448.76 & -448.76 \\ 448.76 & -448.76 & -448.76 & 448.76 \end{bmatrix} T/m$$

$$K_{18-19} = \begin{bmatrix} 315.56 & -315.56 & -315.56 & 315.56 \\ -315.56 & 315.56 & 315.56 & -315.56 \\ -315.56 & 315.56 & 315.56 & -315.56 \\ 315.56 & -315.56 & -315.56 & 315.56 \end{bmatrix} T/m$$

$$K_{20-21} = \begin{bmatrix} 191.45 & -191.45 & -191.45 & 191.45 \\ -191.45 & 191.45 & 191.45 & -191.45 \\ -191.45 & 191.45 & 191.45 & -191.45 \\ 191.45 & -191.45 & -191.45 & 191.45 \end{bmatrix} T/m$$

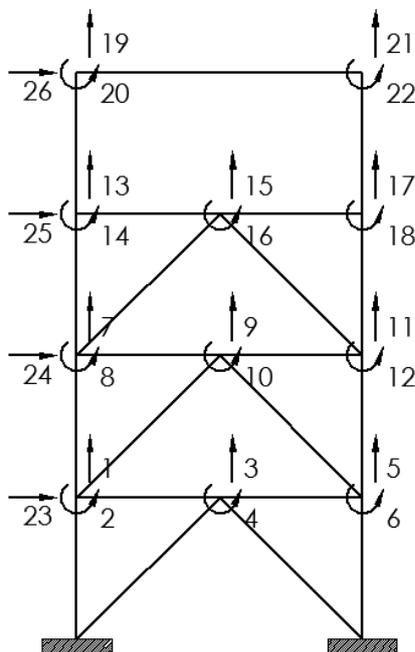
- **Matriz de rigidez de la estructura**

Mediante el Vector de Colocación, el cual está conformado por los grados de libertad del nudo inicial y del nudo final de cada elemento, se realiza el ensamblaje directo para obtener la matriz de rigidez de la estructura de 26 x 26.

GRADOS DE LIBERTAD											
$VC_{HOR} =$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 9 & 10 \\ 1 & 5 & 6 & 2 & 11 & 12 \\ 1 & 9 & 10 & 2 & 15 & 16 \\ 2 & 11 & 12 & 3 & 17 & 18 \\ 2 & 15 & 16 & 3 & 21 & 22 \\ 3 & 17 & 18 & 4 & 23 & 24 \\ 3 & 21 & 22 & 4 & 25 & 26 \\ 1 & 5 & 6 & 1 & 7 & 8 \\ 1 & 7 & 8 & 1 & 9 & 10 \\ 2 & 11 & 12 & 2 & 13 & 14 \\ 2 & 13 & 14 & 2 & 15 & 16 \\ 3 & 17 & 18 & 3 & 19 & 20 \\ 3 & 19 & 20 & 3 & 21 & 22 \\ 4 & 23 & 24 & 4 & 25 & 26 \end{bmatrix}$	E L E M E N T O S	<table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; padding-bottom: 10px;">GRADOS DE LIBERTAD</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: middle; padding-right: 20px;"><math>VC_{TADAS} =</math></td> <td style="vertical-align: middle;"> <math display="block">\begin{bmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 1 &amp; 7 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 &amp; 7 \\ 1 &amp; 5 &amp; 2 &amp; 13 \\ 1 &amp; 9 &amp; 2 &amp; 13 \\ 2 &amp; 11 &amp; 3 &amp; 19 \\ 2 &amp; 15 &amp; 3 &amp; 19 \end{bmatrix}</math> </td> <td style="vertical-align: middle; padding-right: 20px; text-align: center;">E L E M E N T O S</td> <td style="vertical-align: middle;"></td> </tr> </table>	GRADOS DE LIBERTAD				$VC_{TADAS} =$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 2 & 13 \\ 1 & 9 & 2 & 13 \\ 2 & 11 & 3 & 19 \\ 2 & 15 & 3 & 19 \end{bmatrix}$	E L E M E N T O S	
GRADOS DE LIBERTAD											
$VC_{TADAS} =$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 2 & 13 \\ 1 & 9 & 2 & 13 \\ 2 & 11 & 3 & 19 \\ 2 & 15 & 3 & 19 \end{bmatrix}$	E L E M E N T O S									



ecuaciones lineales y la tercera mediante la triangularización de Gauss, en este caso las coordenadas principales se deben numerar al final como se indica en la figura C.3



**Figura C.6 Numeración de coordenadas para encontrar la matriz de rigidez lateral mediante la triangularización de Gauss.**

La matriz de rigidez lateral, resultante en la siguiente.

$$K_L = \begin{bmatrix} 2969.69 & -1498.21 & 280.07 & -42.05 \\ -1498.21 & 2187.33 & -1154.63 & 191.59 \\ 280.07 & -1154.63 & 1359.01 & -427.33 \\ -42.05 & 191.59 & -427.33 & 268.81 \end{bmatrix} T/m$$

Con los disipadores ADAS, es el mismo procedimiento que se ha descrito anteriormente, se presentan los resultados de rigidez efectiva, equivalente y la matriz de rigidez lateral del pórtico, dejando al lector su comprobación.

**Tabla C.3 Resultados de Rigidez efectiva, Cortante último y factor de amortiguamiento del disipador ADAS en cada piso**

DISIPADOR ADAS			
Disipador	kef [T/m]	Vu [T]	$\xi$
1	3827.25	30.74	0.36
2	2551.50	20.49	0.36
3	1476.56	14.23	0.36

**Tabla C.4 Resultados de Rigidez equivalente con Disipadores ADAS**

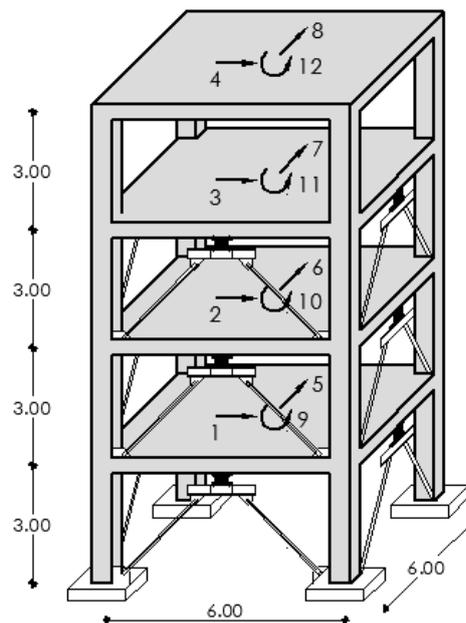
Piso	Rigidez Equivalente T/m
1	2299.64
2	1768.37
3	1175.34

- **Matriz de rigidez lateral de la estructura con disipadores ADAS**

$$K_L = \begin{bmatrix} 5478.78 & -2625.70 & 299.65 & -40.40 \\ -2625.70 & 4099.26 & -1940.07 & 192.26 \\ 299.65 & -1940.07 & 2126.83 & -429.66 \\ -40.40 & 192.26 & -429.66 & 268.81 \end{bmatrix} T/m$$

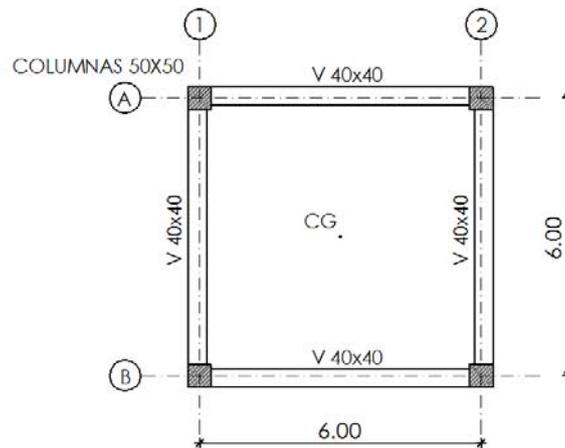
## Anexo D. Matriz de rigidez espacial

Para el presente ejercicio se va a desarrollar la rigidez espacial de la estructura, con la que se ha venido trabajando en los anteriores anexos, en la figura D.1 se indica la geometría de la estructura, y se ha colocado 3 grados de libertad por piso, siendo las coordenadas principales las que se encuentran en el sentido de análisis, que son las componentes de desplazamiento horizontal en sentido X, posteriormente se enumeran las componentes de desplazamiento horizontal en sentido Y; para finalmente considerar las rotaciones con relación a el eje perpendicular a la losa.



*Figura D.1 Estructura espacial con 3GDL*

En la figura D.2 se muestra la vista en planta, cuya geometría es de 6 m en ambos sentidos.



**Figura D.2 Vista en planta de la edificación**

Aplicando las fórmulas (3.28), se tiene las siguientes matrices.

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} 2969.69 & -1498.21 & 280.07 & -42.05 \\ -1498.21 & 2187.33 & -1154.63 & 191.59 \\ 280.07 & -1154.63 & 1359.01 & -427.33 \\ -42.05 & 191.59 & -427.33 & 268.81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2969.69 & -1498.21 & 280.07 & -42.05 \\ -1498.21 & 2187.33 & -1154.63 & 191.59 \\ 280.07 & -1154.63 & 1359.01 & -427.33 \\ -42.05 & 191.59 & -427.33 & 268.81 \end{bmatrix}$$

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} 5939.37 & -2996.42 & 560.14 & -84.10 \\ -2996.42 & 4374.67 & -2309.26 & 383.18 \\ 560.14 & -2309.26 & 2718.01 & -854.66 \\ -84.10 & 383.18 & -854.66 & 537.61 \end{bmatrix} T/m$$

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} 2969.69 & -1498.21 & 280.07 & -42.05 \\ -1498.21 & 2187.33 & -1154.63 & 191.59 \\ 280.07 & -1154.63 & 1359.01 & -427.33 \\ -42.05 & 191.59 & -427.33 & 268.81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2969.69 & -1498.21 & 280.07 & -42.05 \\ -1498.21 & 2187.33 & -1154.63 & 191.59 \\ 280.07 & -1154.63 & 1359.01 & -427.33 \\ -42.05 & 191.59 & -427.33 & 268.81 \end{bmatrix}$$

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} 5939.37 & -2996.42 & 560.14 & -84.10 \\ -2996.42 & 4374.67 & -2309.26 & 383.18 \\ 560.14 & -2309.26 & 2718.01 & -854.66 \\ -84.10 & 383.18 & -854.66 & 537.61 \end{bmatrix} T/m$$

La matriz  $r$  que contiene las distancias del centro de masas a los pórticos, en cada uno de los pisos son las siguientes.

$$r^{(1)} = r^{(A)} = \begin{bmatrix} -3 & & & \\ & -3 & & \\ & & -3 & \\ & & & -3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}^{(2)} = \mathbf{r}^{(B)} = \begin{bmatrix} 3 & & & \\ & 3 & & \\ & & 3 & \\ & & & 3 \end{bmatrix}$$

$$K_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} 26727.17 & -13483.88 & 2520.63 & -378.47 \\ -13483.88 & 19686.01 & -10391.69 & 1724.32 \\ 2520.63 & -10391.69 & 12231.05 & -3845.95 \\ -378.47 & 1724.32 & -3845.95 & 2419.25 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 26727.17 & -13483.88 & 2520.63 & -378.47 \\ -13483.88 & 19686.01 & -10391.69 & 1724.32 \\ 2520.63 & -10391.69 & 12231.05 & -3845.95 \\ -378.47 & 1724.32 & -3845.95 & 2419.25 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 26727.17 & -13483.88 & 2520.63 & -378.47 \\ -13483.88 & 19686.01 & -10391.69 & 1724.32 \\ 2520.63 & -10391.69 & 12231.05 & -3845.95 \\ -378.47 & 1724.32 & -3845.95 & 2419.25 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 26727.17 & -13483.88 & 2520.63 & -378.47 \\ -13483.88 & 19686.01 & -10391.69 & 1724.32 \\ 2520.63 & -10391.69 & 12231.05 & -3845.95 \\ -378.47 & 1724.32 & -3845.95 & 2419.25 \end{bmatrix}$$

$$K_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} 106908.67 & -53935.53 & 10082.52 & -1513.87 \\ -53935.53 & 78744.02 & -41566.75 & 6897.28 \\ 10082.52 & -41566.75 & 48924.19 & -15383.81 \\ -1513.87 & 6897.28 & -15383.81 & 9676.98 \end{bmatrix} T/m$$

$$K_{x\theta} = \begin{bmatrix} 8909.06 & -4494.63 & 840.21 & -126.16 \\ -4494.63 & 6562.00 & -3463.90 & 574.77 \\ 840.21 & -3463.90 & 4077.02 & -1281.98 \\ -126.16 & 574.77 & -1281.98 & 806.42 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8909.06 & -4494.63 & 840.21 & -126.16 \\ -4494.63 & 6562.00 & -3463.90 & 574.77 \\ 840.21 & -3463.90 & 4077.02 & -1281.98 \\ -126.16 & 574.77 & -1281.98 & 806.42 \end{bmatrix} = 0$$

$$K_{y\theta} = \begin{bmatrix} 8909.06 & -4494.63 & 840.21 & -126.16 \\ -4494.63 & 6562.00 & -3463.90 & 574.77 \\ 840.21 & -3463.90 & 4077.02 & -1281.98 \\ -126.16 & 574.77 & -1281.98 & 806.42 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8909.06 & -4494.63 & 840.21 & -126.16 \\ -4494.63 & 6562.00 & -3463.90 & 574.77 \\ 840.21 & -3463.90 & 4077.02 & -1281.98 \\ -126.16 & 574.77 & -1281.98 & 806.42 \end{bmatrix} = 0$$

$$K_{xy} = 0$$

- **Matriz de rigidez espacial de la estructura**

Cuando se tiene una estructura regular y completamente simétrica, los términos  $K_{XY}$ ,  $K_{YX}$  y  $K_{\theta\theta}$  son igual a cero, por tanto las sus matrices transpuestas también los son, mientras que las submatrices  $K_{XX}$  y  $K_{YY}$  son iguales.

Resultados con los disipadores TADAS.

$$K_E = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

$$K_{xx} = K_{yy} = \begin{bmatrix} 5939.37 & -2996.42 & 560.14 & -84.10 \\ -2996.42 & 4374.67 & -2309.26 & 383.18 \\ 560.14 & -2309.26 & 2718.01 & -854.66 \\ -84.10 & 383.18 & -854.66 & 537.61 \end{bmatrix} T/m$$

$$K_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} 106908.67 & -53935.53 & 10082.52 & -1513.87 \\ -53935.53 & 78744.02 & -41566.75 & 6897.28 \\ 10082.52 & -41566.75 & 48924.19 & -15383.81 \\ -1513.87 & 6897.28 & -15383.81 & 9676.98 \end{bmatrix} T/m$$

Resultados con los disipadores ADAS.

$$K_{xx} = K_{yy} = \begin{bmatrix} 10957.55 & -5251.41 & 599.30 & -80.80 \\ -5251.41 & 8198.52 & -3880.14 & 384.52 \\ 599.30 & -3880.14 & 4253.65 & -859.32 \\ -80.80 & 384.52 & -859.32 & 537.63 \end{bmatrix} T/m$$

$$K_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} 197235.99 & -94525.37 & 10787.38 & -1454.34 \\ -94525.37 & 147573.43 & -69842.47 & 6921.37 \\ 10787.38 & -69842.47 & 76565.77 & -15467.70 \\ -1454.34 & 6921.37 & -15467.70 & 9677.33 \end{bmatrix} T/m$$

- **Matriz A**

Para poder armar la matriz de compatibilidad de los pórticos A, se reemplaza en la fórmula (3.26), donde intervienes los términos de  $\cos \alpha$ ,  $\sin \alpha$  y las distancias del centro de masas, al pórtico tomando en cuenta el signo. Cuando la orientación positiva del pórtico rota con sentido horario con respecto al centro de masas es negativa y cuando lo hace con sentido anti horario es positiva. (Aguar, 2014)

## GRADOS DE LIBERTAD

PORTICO A	1	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	PISO 1
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	PISO 2
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	PISO 3
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-3	PISO 4
PORTICO B	1	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	0	
PORTICO 1	0	0	0	0	1	0	0	0	-3	0	0	0	
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-3	0	0	
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-3	
PORTICO 2	0	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0	0	
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3	0	0	
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3	0	

## Anexo E. Matriz de masas

Las losas de la estructura se han modelado como si fueran totalmente rígidas, en su plano. Por lo tanto, se tiene los 3 grados de libertad por piso como se indicó en la figura D.1. Para la determinación de la matriz de masas, se consideran las siguientes cargas:  $D = 700 \text{ kg/m}^2$  (carga permanente) y  $L = 200 \text{ kg/m}^2$  (carga transitoria), dichas cargas son iguales en los cuatro pisos; para el análisis sísmico se considera un porcentaje para la carga viva, para el caso de viviendas el factor es igual al 25%.

- **Masa de los pisos 1 al 4**

$$peso_{1-4} = (0.70 + 0.25 * 0.20) * 6 * 6 = 27.00 \text{ T}$$

$$m_{1-4} = \frac{27.00}{9.80} = 2.7551 \frac{\text{T}}{\text{m/s}^2}$$

- **Momentos de inercia de las masas, de los piso 1 al 4**

$$J_{1-4} = \frac{2.7551}{12} * (6^2 + 6^2) = 16.5306 \text{ T m s}^2$$

- **Matriz de masas**

$$M = \begin{bmatrix} m & & & \\ & m & & \\ & & m & \\ & & & J \end{bmatrix}$$

$$m = \begin{bmatrix} 2.76 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.76 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.76 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.76 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 16.53 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 16.53 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16.53 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16.53 \end{bmatrix}$$

## Anexo F. Valores y vectores propios

Con las matrices de rigidez y de masa en coordenadas de piso, se calcula las frecuencias, períodos y modos de vibración, mediante la solución de un problema de valores y vectores propios

- **Modos de Vibración**

Resultados con disipadores TADAS

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0608 & 0 & 0 & 0.1923 & 0 & 0 & 0.3764 & 0 & 0.4250 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1586 & 0 & 0 & 0.3858 & 0 & 0 & 0.2081 & 0 & -0.3816 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2943 & 0 & 0 & 0.2814 & 0 & 0 & -0.4027 & 0 & 0.1872 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4975 & 0 & 0 & -0.3129 & 0 & 0 & 0.1258 & 0 & -0.0410 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0608 & 0 & 0 & 0.1923 & 0 & 0 & 0.3764 & 0 & 0.4250 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1586 & 0 & 0 & 0.3858 & 0 & 0 & 0.2081 & 0 & -0.3816 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2943 & 0 & 0 & 0.2814 & 0 & 0 & -0.4027 & 0 & 0.1872 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4975 & 0 & 0 & -0.3129 & 0 & 0 & 0.1258 & 0 & -0.0410 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0248 & 0 & 0 & 0.0785 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1537 & 0.1735 \\ 0 & 0 & 0.0648 & 0 & 0 & 0.1575 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0850 & -0.1558 \\ 0 & 0 & 0.1201 & 0 & 0 & 0.1149 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1644 & 0.0764 \\ 0 & 0 & 0.2031 & 0 & 0 & -0.1278 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0514 & -0.0167 \end{bmatrix}$$

Resultados con disipadores ADAS

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0468 & 0 & 0 & 0.1725 & 0 & 0 & 0.3730 & 0 & 0.4380 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1119 & 0 & 0 & 0.3620 & 0 & 0 & 0.2689 & 0 & -0.3835 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2198 & 0 & 0 & 0.3796 & 0 & 0 & -0.3834 & 0 & 0.1536 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5477 & 0 & 0 & -0.2410 & 0 & 0 & 0.0671 & 0 & -0.0207 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0468 & 0 & 0 & 0.1725 & 0 & 0 & 0.3730 & 0 & 0.4380 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1119 & 0 & 0 & 0.3620 & 0 & 0 & 0.2689 & 0 & -0.3835 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2198 & 0 & 0 & 0.3796 & 0 & 0 & -0.3834 & 0 & 0.1536 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5477 & 0 & 0 & -0.2410 & 0 & 0 & 0.0671 & 0 & -0.0207 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0191 & 0 & 0 & 0.0704 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1523 & 0.1788 \\ 0 & 0 & 0.0457 & 0 & 0 & 0.1478 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1098 & -0.1566 \\ 0 & 0 & 0.0897 & 0 & 0 & 0.1550 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1565 & 0.0627 \\ 0 & 0 & 0.2236 & 0 & 0 & -0.0984 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0274 & -0.0084 \end{bmatrix}$$

Se observa que el primer modo (primera columna) es traslacional en sentido X; el segundo es traslacional en sentido Y; el tercero es rotacional. Los modos son desacoplados debido a que la estructura es simétrica.

- **Frecuencias y Periodos.**

Resultados con disipadores TADAS

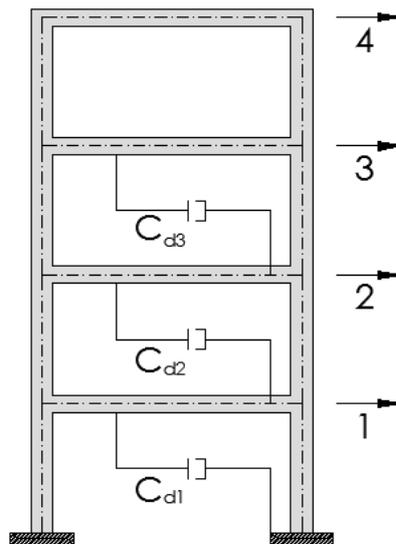
$$\lambda = \begin{bmatrix} 52.27 \\ 52.27 \\ 156.80 \\ 321.40 \\ 321.40 \\ 964.19 \\ 1326.67 \\ 1326.67 \\ 3224.95 \\ 3224.95 \\ 3980.00 \\ 9674.86 \end{bmatrix} \quad W_n = \begin{bmatrix} 7.23 \\ 7.23 \\ 12.52 \\ 17.93 \\ 17.93 \\ 31.05 \\ 36.42 \\ 36.42 \\ 56.79 \\ 56.79 \\ 63.09 \\ 98.36 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0.8691 \\ 0.8691 \\ 0.5018 \\ 0.3505 \\ 0.3505 \\ 0.2023 \\ 0.1725 \\ 0.1725 \\ 0.1106 \\ 0.1106 \\ 0.0996 \\ 0.0639 \end{bmatrix}$$

Resultados con disipadores ADAS

$$\lambda = \begin{bmatrix} 95.98 \\ 95.98 \\ 287.94 \\ 497.67 \\ 497.67 \\ 1493.02 \\ 2374.46 \\ 2374.46 \\ 5723.89 \\ 5723.89 \\ 7123.39 \\ 17171.66 \end{bmatrix} \quad W_n = \begin{bmatrix} 9.80 \\ 9.80 \\ 16.97 \\ 22.31 \\ 22.31 \\ 38.64 \\ 48.73 \\ 48.73 \\ 75.66 \\ 75.66 \\ 84.40 \\ 131.04 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0.6413 \\ 0.6413 \\ 0.3703 \\ 0.2816 \\ 0.2816 \\ 0.1626 \\ 0.1289 \\ 0.1289 \\ 0.0830 \\ 0.0830 \\ 0.0744 \\ 0.0479 \end{bmatrix}$$

## Anexo G. Matriz de Amortiguamiento plano

A continuación se presenta el cálculo de la matriz de amortiguamiento en coordenadas de piso, de la estructura indicada en la figura D.1. se obtiene mediante el procedimiento descrito en el apartado 4.4, para lo cual se trabaja con el modelo que se presenta en la figura G.1



*Figura G.1 Modelo para el cálculo de la matriz de amortiguamiento caso plano*

- **Matriz de amortiguamiento plano**

Para determinar la matriz de amortiguamiento plano es necesario obtener los modos de vibración, periodos, y frecuencias considerando un grado de libertad lateral por piso como se muestra en la figura C.4. Por lo tanto, se resuelve el problema de vectores y valores propios que se encuentra en el Anexo F. y los resultados son los siguientes.

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.0919 & 0.2650 & 0.4000 & 0.3526 \\ 0.2315 & 0.3950 & 0.0293 & -0.3905 \\ 0.3479 & 0.1008 & -0.3925 & 0.2788 \\ 0.4242 & -0.3557 & 0.2193 & -0.0920 \end{bmatrix}$$

$$W_n = \begin{bmatrix} 10.0784 \\ 32.2968 \\ 61.0527 \\ 91.5142 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0.6234 \\ 0.1945 \\ 0.1029 \\ 0.0687 \end{bmatrix}$$

Aplicando la ecuación (3.18) para obtener los amortiguamientos efectivos de todos los pisos, se tiene los siguientes valores.

$$C_{d1} = \frac{2 * 0.3535 (22833.20 - 1141.66)(10 * 0.3535 - 0.3535) * 0.6234}{10 * \pi^2 (10 * 0.3535)^2} \\ = 24.66 T s^2/m$$

$$C_{d2} = \frac{2 * 0.3535 (22833.20 - 1141.66)(10 * 0.3535 - 0.3535) * 0.1945}{10 * \pi^2 (10 * 0.3535)^2} \\ = 7.70 T s^2/m$$

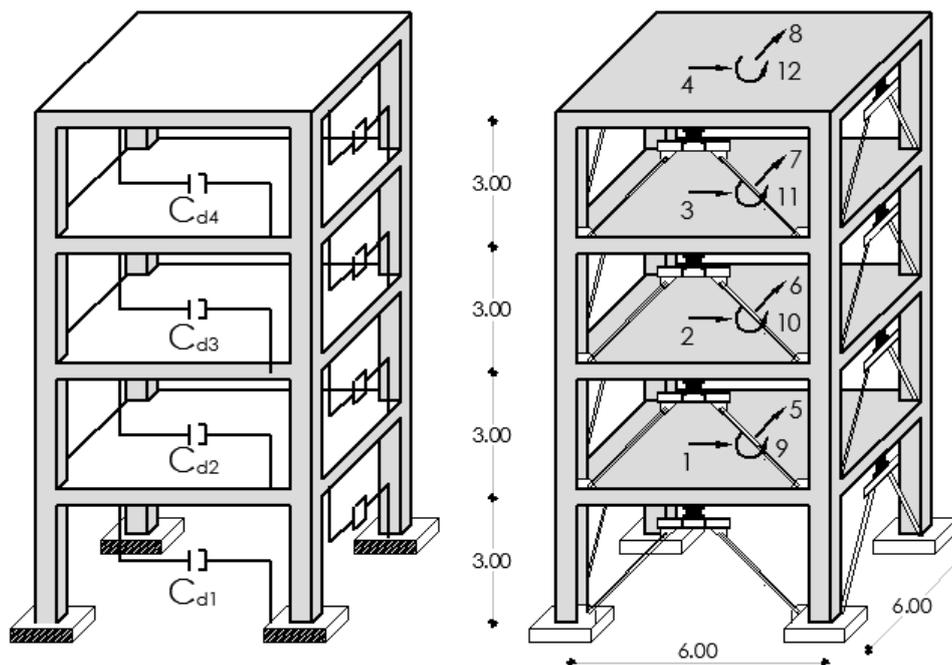
$$C_{d3} = \frac{2 * 0.3535 (22833.20 - 1141.66)(10 * 0.3535 - 0.3535) * 0.1029}{10 * \pi^2 (10 * 0.3535)^2} \\ = 4.07 T s^2/m$$

Una vez encontrado los amortiguamientos viscosos equivalentes, se procede a calcular la tasa de disipación de energía y con ello se encuentra la matriz de amortiguamiento mediante la ecuación (4.20).

$$C = \begin{bmatrix} 32.3596 & -7.6963 & 0 & 0 \\ -7.6963 & 11.7677 & -4.0713 & 0 \\ 0 & -4.0713 & 4.0713 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## Anexo H. Matriz de Amortiguamiento espacial

Calcular la matriz de amortiguamiento de la estructura, de la figura D.1, mediante la ecuación (4.21), con las matices de amortiguamiento, del caso plano calculadas en el anexo anterior y con la matriz de compatibilidad de pórticos A desarrollada en el Anexo D, se muestra la figura H.1 el modelo que se va trabajar, que tiene disipadores en todos los pórticos y pisos.



*Figura H.1 Modelo para el cálculo de la matriz de amortiguamiento caso espacial*

- **Matriz de amortiguamiento espacial.**

Por sus dimensiones a la a matriz de amortiguamiento se la escrito mediante submatrices  $c_{XX}$ ,  $c_{YY}$  y  $c_{\theta\theta}$ . Las restantes sub matrices son nulas.

$$C_E = \begin{bmatrix} c_{XX} & & & \\ & c_{YY} & & \\ & & & \\ & & & c_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

$$c_{XX} = c_{YY} = \begin{bmatrix} 64.72 & -15.39 & 0 & 0 \\ -15.39 & 23.54 & -8.14 & 0 \\ 0 & -8.14 & 13.58 & -5.43 \\ 0 & 0 & -5.43 & 5.43 \end{bmatrix}$$

$$c_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} 1164.95 & -277.07 & 0 & 0 \\ -277.07 & 423.64 & -146.57 & 0 \\ 0 & -146.57 & 244.35 & -97.78 \\ 0 & 0 & -97.78 & 97.78 \end{bmatrix}$$

Si se realiza el producto  $\Phi^t C_E \Phi$  se halla una matriz que no es diagonal. Por este motivo se encuentra a continuación la matriz de amortiguamiento empleando el modelo de Wilson y Penzien.

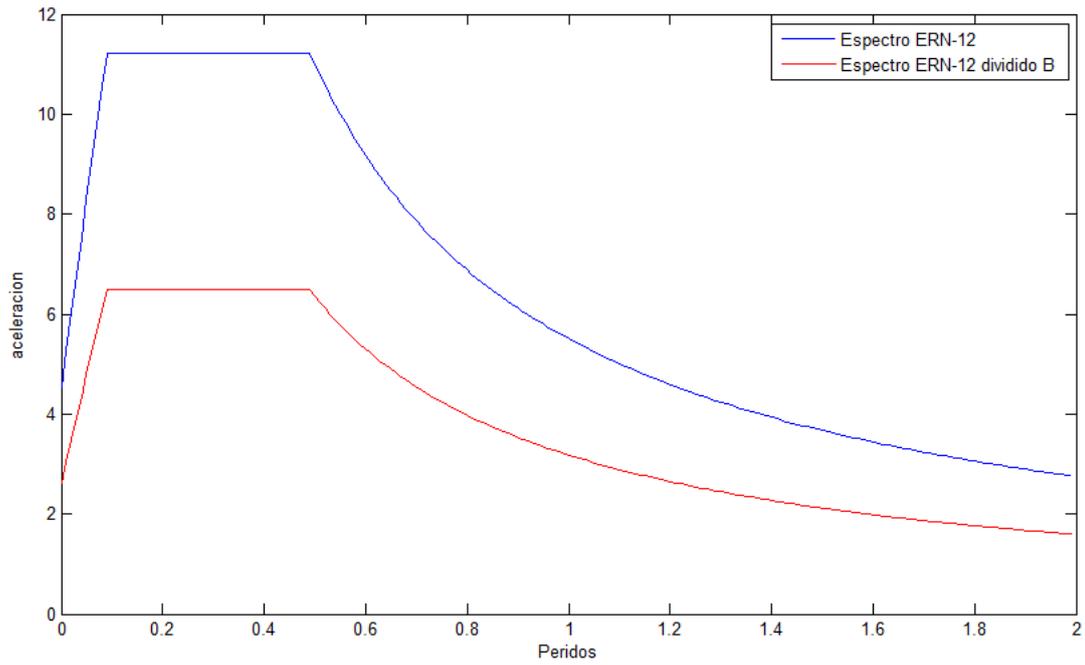
- **Matriz de amortiguamiento espacial modelo de Wilson y Penzien**

Utilizando la fórmula (4.22) del modelo de Wilson y Penzien, para un factor de amortiguamiento  $\xi = 0.3119$  (valor obtenido a partir del diagrama de histéresis) se tiene los siguientes valores.

$$C_E = \begin{bmatrix} c_{XX} & & & \\ & c_{YY} & & \\ & & & \\ & & & c_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

$$c_{XX} = c_{YY} = \begin{bmatrix} 157.34 & -55.50 & 3.99 & -1.77 \\ -55.50 & 131.15 & -57.36 & 0.87 \\ 3.99 & -57.36 & 120.98 & -48.69 \\ -1.77 & 0.87 & -48.69 & 64.34 \end{bmatrix}$$





**Figura I.1 Espectro de diseño ERN-12**

## Anexo J. Desplazamientos y Fuerzas en centro de gravedad de la estructura

Calcular los desplazamientos y fuerzas en el centro de masas de la estructura de cuatro pisos con disipadores TADAS, utilizando el criterio de combinación modal CQC.

- **Factores de participación modal**

Para calcular los factores de participación modal,  $FP$  se utiliza la ecuación (6.8), para lo cual el vector de incidencia  $J$  que relaciona los grados de libertad con el movimiento del suelo, es:

Resultados con TADAS

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad FP = \begin{bmatrix} 2.7859 \\ 0 \\ 0 \\ 1.5060 \\ 0 \\ 0 \\ 0.8477 \\ 0 \\ 0.5222 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resultados con ADAS

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad FP = \begin{bmatrix} 2.5516 \\ 0 \\ 0 \\ 1.8543 \\ 0 \\ 0 \\ 0.8970 \\ 0 \\ 0.5162 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- **Desplazamientos máximos en centro de masas**

Resultados con TADAS

$$q = \begin{bmatrix} 0.0148 \\ 0.0351 \\ 0.0579 \\ 0.0902 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad m.$$

Resultados con ADAS

$$q = \begin{bmatrix} 0.0086 \\ 0.0191 \\ 0.0320 \\ 0.0671 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m.$$

- **Cortantes y Fuerzas máximas en centro de masas**

Resultados con TADAS

$$V = \begin{bmatrix} 36.4035 \\ 29.5321 \\ 20.9704 \\ 12.8783 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T. \quad F = \begin{bmatrix} 6.8713 \\ 8.5617 \\ 8.0921 \\ 12.8783 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T.$$

## Resultados con ADAS

$$V = \begin{bmatrix} 45.8065 \\ 38.0224 \\ 27.1933 \\ 16.7971 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T. \quad F = \begin{bmatrix} 7.7840 \\ 10.8291 \\ 10.3963 \\ 16.7971 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T.$$

## Anexo K. Rigidez del disipador como elemento corto

Calcular la matriz rigidez de un disipador considerando los métodos descritos en el apartado 7., como un elemento corto en la estructura, Si se tiene los disipadores TADAS y ADAS con las siguientes dimensiones  $b = 10 \text{ cm}$ ,  $h = 20 \text{ cm}$ ,  $t = 5 \text{ mm}$ , conformado de 6 placas

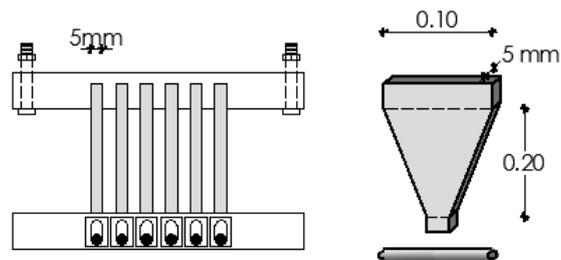


Figura K.1 Geometría del disipador TADAS

- Solución Analítica

$$K1_{TADAS} = \begin{bmatrix} 33916.35 & 0 & 0 \\ 0 & 1328.53 & -28.61 \\ 0 & -28.61 & 3.16 \end{bmatrix} T/m$$

$$K2_{TADAS} = \begin{bmatrix} 33916.35 & 0 & 0 & -33916.35 & 0 & 0 \\ 0 & 1328.53 & -28.61 & 0 & -1328.53 & 294.31 \\ 0 & -28.61 & 3.16 & 0 & 28.61 & -8.88 \\ -33916.35 & 0 & 0 & 33916.35 & 0 & 0 \\ 0 & -1328.53 & 28.61 & 0 & 1328.53 & -294.31 \\ 0 & 294.31 & -8.88 & 0 & -294.31 & 67.74 \end{bmatrix} T/m$$

$$K3_{TADAS} = \begin{bmatrix} 1328.53 & 0 & 28.61 & -1328.53 & 0 & -294.31 \\ 0 & 33916.35 & 0 & 0 & -33916.35 & 0 \\ 28.61 & 0 & 3.16 & -28.61 & 0 & -8.88 \\ -1328.53 & 0 & -28.61 & 1328.53 & 0 & 294.31 \\ 0 & 33916.35 & 0 & 0 & 33916.35 & 0 \\ -294.31 & 0 & -8.88 & 294.31 & 0 & 67.74 \end{bmatrix} T/m$$

- **Método de las dovelas.**

$$K3_{TADAS} = \begin{bmatrix} 2544.00 & 0 & -142.34 & -2544.00 & 0 & -366.46 \\ 0 & 88121.67 & 0 & 0 & -88121.67 & 0 \\ -142.34 & 0 & 14.57 & 142.34 & 0 & 13.89 \\ -2544.00 & 0 & 142.34 & 2544.00 & 0 & 366.46 \\ 0 & -88121.67 & 0 & 0 & 88121.67 & 0 \\ -366.46 & 0 & 13.89 & 366.46 & 0 & 59.40 \end{bmatrix} T/m$$

Resultados para disipadores ADAS

- **Solución Analítica**

$$K1_{ADAS} = \begin{bmatrix} 16118.10 & 0 & 0 \\ 0 & 3131.72 & -313.17 \\ 0 & -313.17 & 37.36 \end{bmatrix} T/m$$

$$K2_{ADAS} = \begin{bmatrix} 16118.10 & 0 & 0 & -16118.10 & 0 & 0 \\ 0 & 3131.72 & -313.17 & 0 & -3131.72 & 939.51 \\ 0 & -313.17 & 37.36 & 0 & 313.17 & -100.00 \\ -16118.10 & 0 & 0 & 16118.10 & 0 & 0 \\ 0 & -3131.72 & 313.17 & 0 & 3131.72 & -939.51 \\ 0 & 939.51 & -100.00 & 0 & -939.51 & 287.90 \end{bmatrix} T/m$$

$$K3_{ADAS} = \begin{bmatrix} 3131.72 & 0 & 313.17 & -3131.72 & 0 & -939.51 \\ 0 & 16118.10 & 0 & 0 & -16118.10 & 0 \\ 313.17 & 0 & 37.36 & -313.17 & 0 & -100.00 \\ -3131.72 & 0 & -313.17 & 3131.72 & 0 & 939.51 \\ 0 & -16118.10 & 0 & 0 & 16118.10 & 0 \\ -939.51 & 0 & -100.00 & 939.51 & 0 & 287.90 \end{bmatrix} T/m$$

- **Método de las dovelas.**

$$K3_{ADAS} = \begin{bmatrix} 4801.83 & 0 & -480.18 & -4801.83 & 0 & -480.18 \\ 0 & 95454.55 & 0 & 0 & -95454.55 & 0 \\ -480.18 & 0 & 55.18 & 480.18 & 0 & 40.86 \\ -4801.83 & 0 & 480.18 & 4801.83 & 0 & 480.18 \\ 0 & -95454.55 & 0 & 0 & 95454.55 & 0 \\ -480.18 & 0 & 40.86 & 480.18 & 0 & 55.18 \end{bmatrix} T/m$$

## **Anexo L. Manual de Usuario Geometría y Propiedades de los materiales**

En el presente anexo se indica el ingreso de datos para el análisis no lineal estático, lo que inicialmente se creara las secciones con su respectiva geometría y sus propiedades.

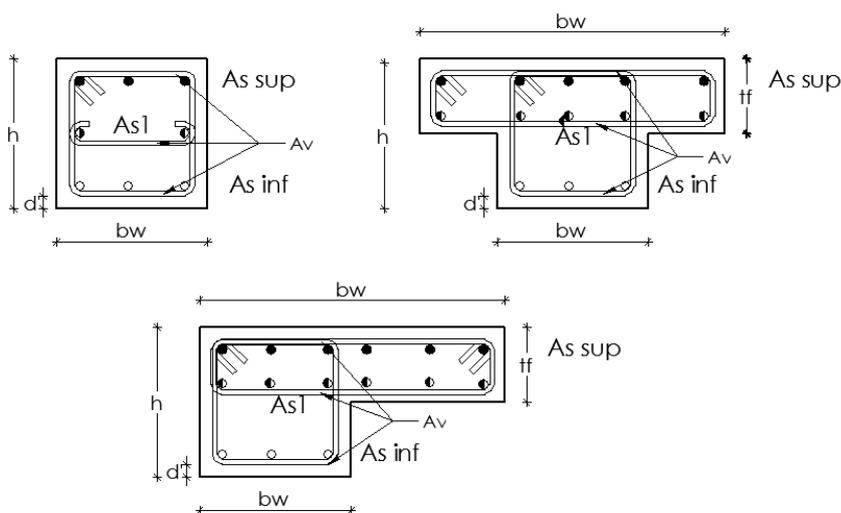
- **Elementos de Hormigón**

Para la creación de una sección de hormigón se debe elaborar la siguiente matriz con las siguientes variables.

Section(#,N)= [Material 2,f<sub>c</sub>,E<sub>c</sub>,f<sub>y</sub>,Tipo,h,b,bw,t<sub>f</sub>,d',As sup, As inf,S,Av,As1,As2...]

donde el material de hormigón es el código 2; f<sub>c</sub> es el esfuerzo a la compresión del hormigón a utilizar; E<sub>c</sub> es el módulo de elasticidad del mismo; f<sub>y</sub> es el esfuerzo de fluencia de las varillas de acero; Tipo es el código de la geometría de la sección siendo 1 para la forma cuadrada, T y L, h es la altura de la sección, b es la base superior de la sección. Cuando se tiene secciones L y T se tiene adicionalmente las variables, bw que es la base del alma, y t<sub>f</sub> que es la altura de las alas de la sección, en la figura K.1 se muestra un esquema con las geometrías de cada sección.

Además se debe colocar la información del armado del elemento, donde d' es el refuerzo del acero, As sup es el refuerzo superior, As inf es el refuerzo inferior, S es la separación de los estribos, Av es el refuerzo transversal, As1 son los refuerzos adicionales de la armadura, las variable # corresponde al número de la sección, mientras que N es la cantidad de variables de la sección, mínimo puede ser 14 pero puede aumentar según los refuerzos que se tenga la sección.



SECCIÓN TIPO 1

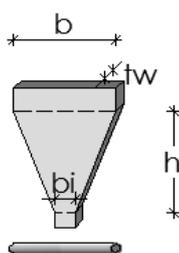
**Figura K.1 Sección cuadrada, T y L de hormigón Tipo 1**

• **Elementos TADAS**

Para la creación de los elementos TADAS se utiliza la siguiente matriz

SectionTADAS= [Material 1, fy, fu, Es, Tipo, h, tw, bs, bi, n, miu]

Donde el código del material es el 1 por ser acero; fy es esfuerzo de fluencia del acero del dissipador, fu es esfuerzo último del acero, Es es el módulo de elasticidad, Tipo es el código de la geometría de la sección siendo 5 para dissipadores TADAS; es la altura de la placa, tw es el espesor de la placa, bs es la base superior, bi es la base inferior, n es número de placas, miu es la ductilidad del dissipador.



TIPO 5

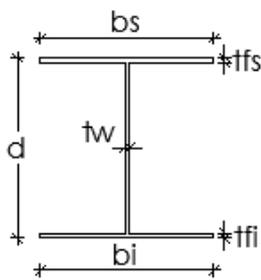
**Figura K.2 Sección del dissipador tipo TADAS Tipo 5**

- **Elementos diagonal con disipador**

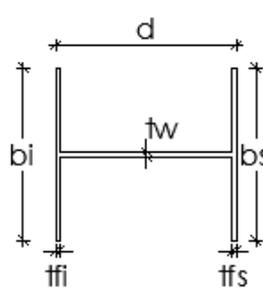
Para la creación de los elementos diagonales de acero con el disipador se utiliza la siguiente matriz

```
Section(#,N)= [Material (1.1),fy ,fu,Ey ,Tipo(4),d,tw,bs,bi,tfs,tfi,[
SectionTADAS]]
```

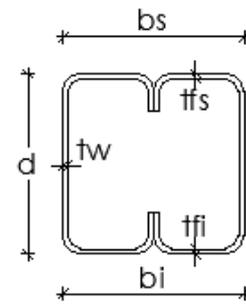
donde el código del material es el 1.1 por ser acero; Tipo es el código de la geometría de la sección siendo 1 para secciones I, 2 para secciones H, Y 3 para secciones tubulares rectangulares; d es la altura alma, tw el espesor del alma, bs base del patín superior; bi base inferior del patín; tfs es el espesor del patín superior y tfi es el espesor del patín inferior.



SECCIÓN TIPO 1



SECCIÓN TIPO 2

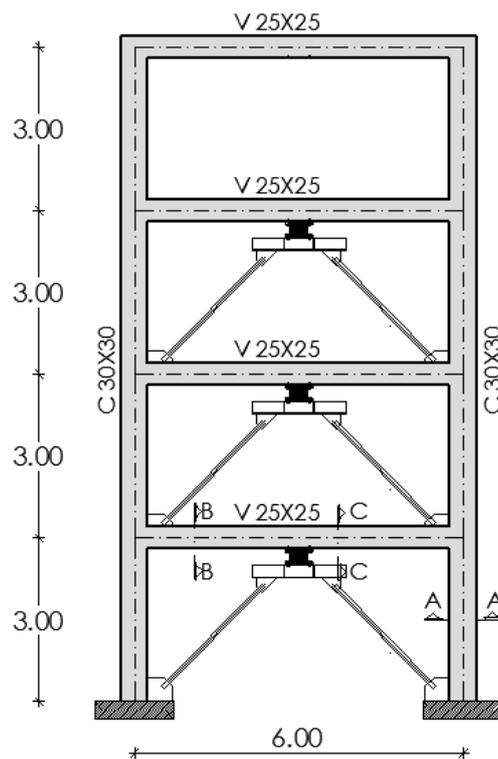


SECCIÓN TIPO 3

**Figura K.3 Sección de acero perfil I, H y tubular rectangular.**

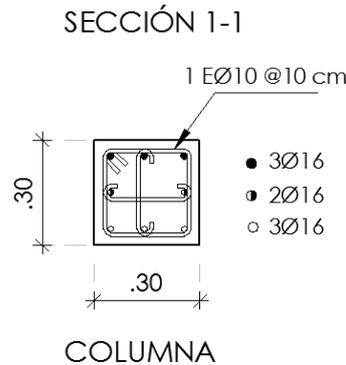
## Anexo M. Análisis no lineal estático

En el presente anexo se procederá a desarrollar el análisis no lineal de la estructura con disipadores de energía que se ha ido trabajando para lo cual es necesario es crear las secciones respectivas de la estructura con las matrices descritas en el anexo anterior.



*Figura L.1 Pórtico con disipadores TADAS*

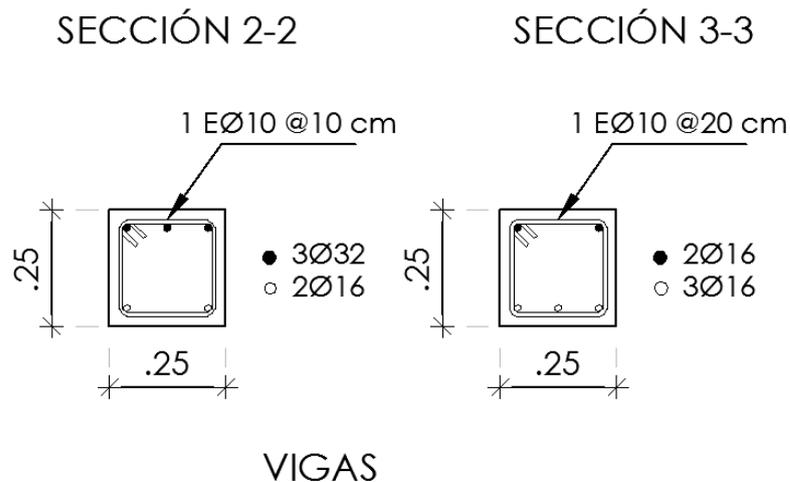
- Creación de columnas



**Figura L.2 Sección de la columna de 0.30X0.30 con su armado**

Section(1,1:15)=[2,2400,1500000,42000,1,0.3,0.3,0.3,0,.06,3\*(16/2000)^2\*pi, 3\*(16/2000)^2\*pi,.1,3\*(10/2000)^2\*pi,2\*(16/2000)^2\*pi];

- Creación de vigas

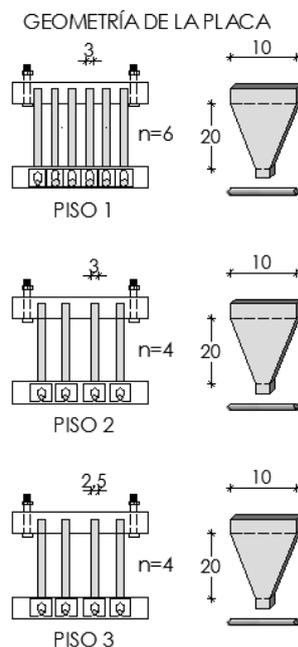


**Figura L.3 Sección de la de 0.25X0.25 con su armado en sus extremos y al centro**

Section(2,1:14)=[2,2400,1500000,42000,1,0.25,0.25,0.25,0,.06,3\*(32/2000)^2\*pi, 2\*(16/2000)^2\*pi,0.1,2\*(10/2000)^2\*pi];

Section(3,1:14)=[2,2400,1500000,42000,1,0.25,0.25,.25,0,.06,2\*(16/2000)^2\*pi, 3\*(16/2000)^2\*pi,0.2,2\*(10/2000)^2\*pi];

- Creación de disipadores TADAS



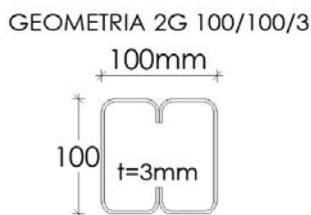
**Figura L.4 Geometría de los disipadores TADAS**

SectionTADAS1=[1, 25300,40800,20430000,5,0.2,0.025,0.1,0.025,4,10];

SectionTADAS2=[1, 25300,40800,20430000,5,0.2,0.03,0.1,0.025,4,10];

SectionTADAS3=[1, 25300,40800,20430000,5,0.2,0.03,0.1,0.025,6,10];

- Creación de los diagonales y diagonales



**Figura L.5 Geometría de la diagonal de acero**

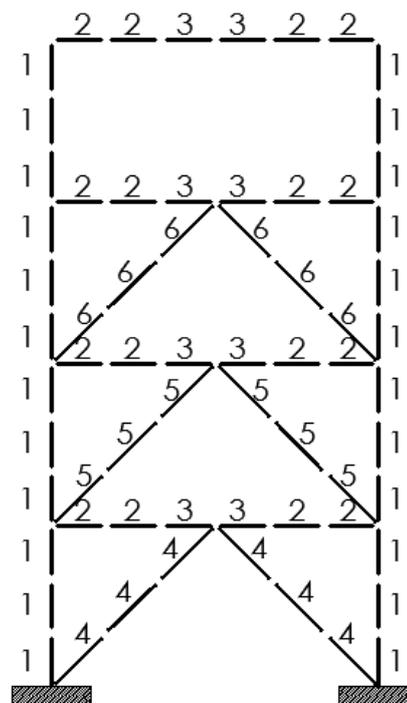
Section(4,1:22)=[1.1,25300,40800,20430000,3,0.1,0.003,0.1,0.1,0.003,0.003,Section TADAS1];

Section(5,1:22)=[1.1,25300,40800,20430000,3,0.1,0.003,0.1,0.1,0.003,0.003,Section TADAS2];

Section(6,1:22)=[1.1,25300,40800,20430000,3,0.1,0.003,0.1,0.1,.0003,0.003,Section TADAS3];

- **Secciones de la Estructura**

Elemento	Sección Inicial	Sección Media	Sección Final
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1
6	1	1	1
7	1	1	1
8	1	1	1
9	2	2	3
10	3	2	2
11	2	2	3
12	3	2	2
13	2	2	3
14	3	2	2
15	2	2	3
16	3	2	2
17	4	4	4
18	4	4	4
19	5	5	5
20	5	5	5
21	6	6	6
22	6	6	6



*Figura L.6 Esquema de ubicación de cada sección en la estructura.*

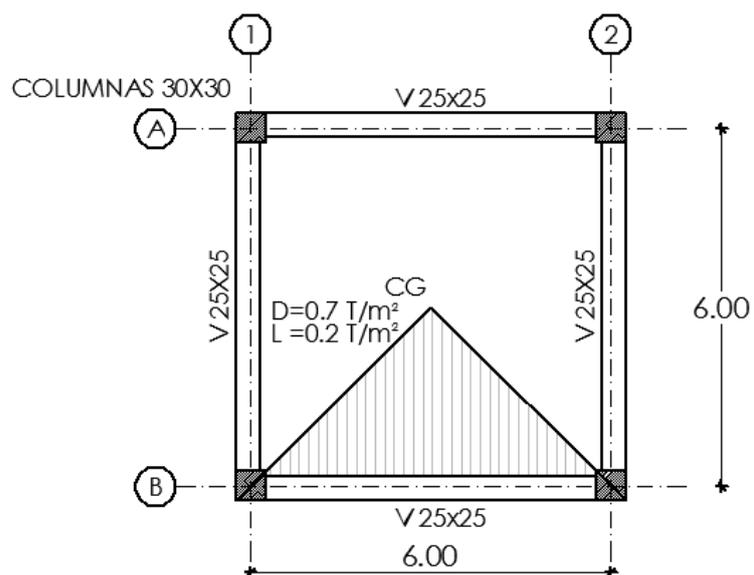
- **Cargas**

Realizando la combinación de cargas se procederá a calcular las fuerzas horizontales Para luego distribuirlas en los diferentes pisos

$$W = \left[ 0.75 T/m^2 * \frac{(6 * 3)}{2} \right] * 4 \text{ piso} = 27 T$$

Asumiendo un coeficiente sísmico de 0.1 W

$$V = 0.1 * 27 T = 2.7 T$$



*Figura L.6 Distribución de cargas permanentes en el pórtico de análisis*

## Anexo N. Programas para el análisis sísmico con CEINCI-LAB

PROGRAMA	DATOS DE ENTRADA	RESULTADOS	DESCRIPCION
amortiguamiento	<p>M Matriz de masa de la estructura</p> <p>fi Matriz que contiene los modos de vibración normalizados</p> <p>OM Vector que contiene las frecuencias de vibración de menor a mayor.</p>	C Matriz de amortiguamiento	Programa para encontrar la matriz de amortiguamiento de una estructura tipo Wilson y Penzien
amortiguamiento_es	<p>ntot Numero total de pórticos</p> <p>NP Numero de Pisos</p> <p>A Matriz de compatibilidad de todos los portico</p> <p>CT Matriz que contiene las matrices de amortiguamiento plano de los porticos</p>	CE Matriz de amortiguamiento espacial	Programa que calcula la Matriz de Amortiguamiento Espacial en Coordenadas de Piso, considerando tres grados de libertad por planta.
amortiguamiento_tadas	<p>miu Ductilidad del acero.</p> <p>b ancho de una placa del Tadas</p> <p>h altura de una placa del Tadas</p>		Calculo del factor de amortiguamiento, matriz de amortiguamiento de una estructura

	<p>t espesor de una placa del Tadas</p> <p>n numero de placas</p> <p>fy fluencia del material del Tadas</p> <p>Es modulo de elasticidad del acero</p> <p>fi Matriz con los modos de vibración</p> <p>T Periodo de vibracion</p> <p>OM Frecuencias de vibracion</p> <p>M Matriz de masas en T s<sup>2</sup>/m</p>	<p>Zeda Factor de Amortiguamiento de las estrucutra</p> <p>C Matriz de amortiguamiento</p>	<p>con aisladores TADAS sobre vigas Chevron</p>
cg_sismo	<p>nod Numero de nudos</p> <p>np Numero de pisos</p> <p>nr Numero de nudos empotrados</p>	<p>CG Matriz de coordenadas generalizadas</p> <p>ngl numero de grados de libertad</p>	<p>Programa para encontrar las coordenadas generalizadas en un portico plano considerando un grado de libertad por piso</p>
cg_sismo2	<p>nod Numero de nudos</p> <p>nr Numero de nudos empotrados</p> <p>Y Es el vector que contiene las coordenadas Y de los nudos</p>	<p>CG Matriz de coordenadas generalizadas</p> <p>ngl numero de grados de libertad</p>	<p>Programa para encontrar las coordenadas generalizadas en un Portico Plano considerando un grado de libertad por piso, sirve para porticos irregulares en elevacion</p>
desplazamientos_modales_CQC	<p>T Son los periodos de vibracion en cada modo</p> <p>fi Es una matriz que contiene a los modos de vibracion</p> <p>Ad Es un vector que contiene las aceleraciones espectrales en cada modo de vibracion.</p>		<p>Programa que determina los desplazamientos en cada modo de vibracion y los desplazamientos totales, aplicando el criterio de la combinacion cuadratica perfecta CQC,son desplazamientos totales Elasticos (sin multiplicar por el</p>

	<p>FP Es un vector columna con los factores de participacion de cada modo</p> <p>na Numero de modos de vibracion o grados de libertad</p> <p>OM Vector que contiene las frecuencias de vibracion</p> <p>zeta Factor de amortiguamiento</p>	<p>qt Es el vector de desplazamientos resultantes luego de la combinacion modal</p>	<p>factor R)</p>
<p>dibujo</p>	<p>X Vector que contiene coordenadas en X</p> <p>Y Vector que contiene coordenadas en Y</p> <p>NI Vector con los nudos iniciales de los elementos</p> <p>NJ Vector con los nudos finales de los elementos</p>	<p>Dibujo de la estructura</p>	<p>Programa para dibujar una estructura plana</p>
<p>espectro_ern12</p>	<p>T Son los periodos de vibracion en cada modo</p> <p>Fa Factor de amplificación de las ordenadas espectrales por efecto del tipo de suelo encontradas por ERN</p> <p>Fd Factor de amplificación de las ordenadas espectrales por efecto del tipo de suelo encontradas por ERN</p> <p>Fs Factores que toma en cuenta comportamiento no lineal del suelo, la degradación del período y desplazamientos relativos del suelo encontradas por ERN</p>	<p>Ad Es un vector que contiene las aceleraciones espectrales en cada modo de vibracion.</p>	<p>Programa que determina las aceleraciones espectrales para determinados períodos de vibración. Utilizando los factores de sitio hallados por ERN en 2012 y que fueron calibrados para utilizar la forma del Espectro del NEC-11. Este programa vale para la ciudad de Quito no para otra ciudad</p>

	<p>fac Codigo 1 para sismo de 475 años (NEC-11) y vale 1.5 para sismo MCE</p> <p>B Función de amortiguamiento</p>		
fuerzas_modales_CQC	<p>M Es la matriz de masas</p> <p>fi Es una matriz que contiene a los modos de vibracion</p> <p>Ad Es un vector que contiene las aceleraciones espectrales en cada modo de vibracion.</p> <p>FP Es un vector columna con los factores de participacion de cada modo</p> <p>na Numero de modos de vibracion o grados de libertad</p> <p>OM Vector que contiene las frecuencias de vibracion</p> <p>zeda Factor de amortiguamiento</p>	<p>Vt Es el vector de cortantes resultantes luego de aplicar la combinacion Modal Criterio</p> <p>Ft Es el vector de fuerzas resultantes obtenido con los cortantes resultantes.</p>	<p>Programa que determina las fuerzas y los cortantes en cada modo de vibracion. Luego aplica el criterio del CQC Combinación Cuadrática Completa, para hallar en primer lugar los Cortantes totales y por un proceso inverso las Fuerzas Laterales.</p>
gelem_portico	<p>SECCION=[i,b,h,nig,ii]</p> <p>i Número del elemento</p> <p>b Base de la sección del elemento</p> <p>h Altura de la sección del elemento</p> <p>nig Número de elementos a generar</p> <p>Incremento en la numeración de los elementos</p> <p>ii</p>	<p>ELE M Matriz que contiene la base y la altura de cada elemento</p>	<p>Programa para generar elementos de un pórtico plano</p>
glinea_portico	<p>NUDOS=[i,xi,yi,ij,inci,dx,dy]</p> <p>i Nudo inicial</p> <p>ix,iy Coordenadas del nudo inicial</p>	<p>X,Y Vector que contiene las</p>	<p>Programa para generar las coordenadas de los nudos en forma lineal</p>

	ij Numero de nudos a generar Incremento en la numeración del nudo inici inicial dx Incremento de longitud en X. dy Incremento de longitud en Y.	coordenadas de los nudos	
gn_portico	GEN=[i,ia,ib,nig,ii,ina,inb] i Número del elemento ia Nudo inicial del elemento ib Nudo final del elemento nig Número de elementos a generar Incremento en la numeración de los ii elementos Incremento en la numeración del nudo ina inicial Incremento en la numeración del nudo inb final	$N_i, N_j$ Vectores con los nudos iniciales y finales generados	Programa para generar el Nudo inicial y final de los elementos
histeresis_tadas	b ancho de una placa del Tadas h altura de una placa del Tadas t espesor de una placa del Tadas n numero de placas fy fluencia del material del Tadas Es modulo de elasticidad del acero miu Ductilidad del acero.	Vu Capacidad Ultima kef Rigidez efectiva del disipador Factor de zeda amortiguamiento del disispador	Programa que determina la matriz de rigidez efectiva y el amortiguamiento de un Disipador TADAS sin viga Chevron.
kdiagonal_tadas	kef Rigidez efectiva del disipador seno seno del la diagonal	K3 Rigidez del elemento en	Programa que determina la rigidez de la diagonal en coordenadas

	cose coseno de la diagonal	coordenadas globales	globales
histeresis_adas	b1 ancho de una placa del Adas b2 ancho medio placa del Adas h altura de una placa del Adas t espesor de una placa del Tadas n numero de placas fy fluencia del material del Tadas Es modulo de elasticidad del acero miu Ductilidad del acero.	Vu Capacidad Ultima kef Rigidez efectiva del disipador zeda Factor de amortiguamiento del disipador	Programa que determina la matriz de rigidez efectiva y el amortiguamiento de un Disipador ADAS sin viga Chevron.
kdiagonal_adas	kef Rigidez efectiva del disipador seno seno del la diagonal cose coseno de la diagonal	K3 Rigidez del elemento en coordenadas globales	Programa que determina la rigidez de la diagonal en coordenadas globales
kmiembro	b base de la seccion transversal. h altura de la seccion transversal L longitud del elemento. E modulo de elasticidad del material seno seno del elemento para pasar de local a global cose coseno del elemento para pasar de local a global	K3 Rigidez del elemento en coordenadas globales	Programa para determinar matriz de rigidez de un elemento en coordenadas globales
krigidez	ELE Matriz que contiene la base y la altura de cada elemento M L Vector que contiene la longitud de los elementos seno Vector que contiene los senos de los	KT Matriz de rigidez de la	Programa para encontrar la matriz de rigidez de un portico plano

	<p>elementos</p> <p>cose no Vector que contiene los cosenos de los elementos</p> <p>VC Matriz que contiene los vectores de colocación de elementos</p> <p>E modulo de elasticidad del material</p> <p>ngl Número de grados de libertad</p>	<p>estructura</p>	
<p>krigidez_tadas</p>	<p>ELE M Matriz que contiene la base y la altura de cada elemento diagonales equivalentes</p> <p>L Vector que contiene la longitud de los elementos de diagonales equivalente</p> <p>seno Vector que contiene los senos de los elementos de las diagonales equivalentes</p> <p>cose no Vector que contiene los cosenos de los elementos de las diagonales equivalentes</p> <p>VC Matriz que contiene los vectores de colocación de elementos de las diagonales</p> <p>E modulo de elasticidad del material</p> <p>ngl Número de grados de libertad</p>	<p>KT Matriz de rigidez de las diagonales</p>	<p>Programa para encontrar la matriz de rigidez de un portico plano de la contribucion de las diagonales mas el disipador</p>
<p>longitud</p>	<p>X,Y Vector de coordenadas de los nudos</p> <p>NI,N J Vector de nudos inicial y final de elementos</p>	<p>L Vector que contiene la longitud de los elementos</p> <p>seno Vector que contiene los senos de los elementos</p>	<p>Programa que calcula longitud, seno, coseno de los elementos</p>

		coseno	Vector que contiene los cosenos de los elementos	
matriz_es	<p>ntot Numero total de pórticos</p> <p>NP Numero de Pisos</p> <p>KL Matriz que contiene las matrices de rigidez lateral de todos los porticos. Primero los de sentido X. Archivo de datos que contiene todos los vectores r, en todos los pisos. Para estructuras regulares se colocara <math>RT=r</math>, Pero en estructuras irregulares el valor de R se debe indicar piso por piso en la diagonal.</p> <p>r Vector que contiene la distancia del portico al centro de masa, de cada uno de los porticos, con signo, positivo antihorario. Un solo valor por pórtico</p> <p>iejes numero de ejes de columnas en direccion de analisis sismico.</p>	<p>KE Rigidez Espacial de la estructura</p> <p>A Matriz de compatibilidad de todos los portico</p>	<p>Programa que calcula la Matriz de Rigidez Espacial en Coordenadas de Piso, considerando tres grados de libertad por planta.</p>	
orden_eig	<p>KE Matriz de rigidez</p> <p>ME Matriz de masas</p>	<p>T Períodos de vibración</p> <p>fi Matriz que contiene los modos de vibración normalizados</p> <p>OM Vector que contiene las frecuencias de vibración de menor a mayor.</p>	<p>Programa que calcular y ordenar los valores y vectores propios de menor a mayor</p>	
vc	NI,N Vectores con los nudos iniciales y		Programa que calcula el vector de	

J	finales generados	VC	Vector de colocacion	colocación de un pórtico plano
CG	Matriz de coordenadas generalizadas			

Programas que determinan la rigidez del disipador sobre contravientos, de acuerdo a los dos modelos de cálculo.

PROGRAMA	DESCRIPCIÓN
histeresis_adas	Determina rigidez secante, factor de amortiguamiento y puntos notables de modelo bilineal de, disipador ADAS.
histeresis_tadas	Determina rigidez secante, factor de amortiguamiento y puntos notables de modelo bilineal de, disipador TADAS.
k_adas123	Encuentra matriz de rigidez de elemento disipador ADAS, en coordenadas globales.
k_tadas123	Encuentra matriz de rigidez de elemento disipador TADAS, en coordenadas globales.
K1_eqcorte	Encuentra la matriz de rigidez de un elemento disipador (ADAS o TADAS) considerando al elemento formado por tres secciones rectangulares, cada una de sección constante.
K1_eqcorte4	En el programa anterior se divide el elemento disipador en tres segmentos. Ahora los segmentos exteriores se dividen en dos segmentos en función de la longitud plástico.
kdiagonal_tadas	Sirve para encontrar la matriz de rigidez de la diagonal de acero del contraviento, reporta una matriz de 6 por 6 en la cual la tercera y sexta fila (lo propio con las columnas) son cero.
krigidez_tadas	Halla la contribución a la matriz de rigidez de la estructura de los disipadores modelados como una diagonal equivalente.

.Programas para hallar contribución a la matriz de rigidez de la estructura de los elementos: columnas, vigas, disipadores y montantes de acero.

PROGRAMA	DESCRIPCIÓN
Momento_Rotacion_ASCE41B	Si momento es positivo en vigas, Assup se encuentra en la parte superior y Asinf en la parte inferior; caso contrario se invierte la armadura. Además llama a programas que determinan los parámetros de ASCE 41
Momento_Rotacion_ASCE41C	Similar al programa anterior pero ahora para las columnas, donde interviene la carga axial.
Momento_Rotacion_ConcrASCE41B	Determina los parámetros de ASCE 41 para el caso de vigas de hormigón armado.
Momento_Rotacion_ConcrASCE41C	Determina los parámetros de ASCE 41 para el caso de columnas de hormigón armado.
Momento_Rotacion_AceroASCE41B	Determina los parámetros de ASCE 41 para el caso de vigas de acero.
Momento_Rotacion_AceroASCE41C	Determina los parámetros de ASCE 41 para el caso de columnas de acero.
krigidez_ASCE41-2Mfi	Pasa de la relación momento-rotación a momento-curvatura y encuentra rigideces a flexión en nudo inicial, centro de luz y nudo final con las cuales halla matriz de rigidez de elementos vigas y columnas con modelo de Giberson y ensambla en la matriz de rigidez total de la estructura.
krigidez_braces_eq	Determina la rigidez axial equivalente de contraviento-disipador. Además puede calcular sin disipador solo con diagonales.
krigidez_damper2	Obtiene la rigidez de disipador con modelo 2 A y ensambla en la matriz de rigidez de la estructura.

---

krigidez damper3	Similar al programa anterior pero con modelo 2 B.
PlasticHinge	Determina la longitud plástica.
AxialTADAS	Para el modelo bilineal fuerza-desplazamiento del elemento disipador TADAS identifica la rama en que se encuentra para la rigidez axial.
AxialADAS	Similar al anterior pero con disipador ADAS.

CENTRO INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS EN INGENIERIA  
**Lista de monografías publicadas en la Serie de Ingeniería Sísmica**

Las monografías pueden adquirirse dirigiéndose al Departamento de Publicaciones del Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Edificio C1, Campus Norte UPC, c/ Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, teléfono: 93-401.60.37, Fax: 93-401-65-17.

- IS-1 *Qualitative Reasoning for Earthquake Resistant Buildings*, Luís M. Bozzo, 149 pp., ISBN 84-87867-36-7, 1993.
- IS-2 *Control predictivo en sistemas de protección sísmica de estructuras*, R. Andrade Cascante, J. Rodellar, F. López Almansa, 143 pp., ISBN 84-87867-37-5, 1993.
- IS-3 *Simulación numérica del comportamiento no lineal de presas de hormigón ante acciones sísmicas*, M. Galindo, J. Oliver, M. Cervera, 255 pp., ISBN 84-87867-38-3, 1994.
- IS-4 *Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*, A. Hanganu, A.H. Barbat, S. Oller, E. Oñate, 96 pp., ISBN 84-87867-40-5, 1994.
- IS-5 *Edificios con aislamiento de base no lineal*, N. Molinares, A.H. Barbat, 96 pp., ISBN: 84-87867-41-3, 1994.
- IS-6 *Vulnerabilidad sísmica de edificios*, C. Caicedo, A.H. Barbat, J.A. Canas, R. Aguiar, 100 pp., ISBN 84-87867-43-X, 1994.
- IS-7 *Análisis de terremotos históricos por sus efectos*, J. R. Arango González, 119 pp., ISBN 84-87867-44-8, 1994.
- IS-8 *Control activo no lineal de edificios con aislamiento de base*, A.H. Barbat, N. Molinares, J. Rodellar, 124 pp., ISBN 84-87867-46-4, 1994.
- IS-9 *Análise estocástica da resposta sísmica nao-linear de estruturas*, A.M. F. Cunha, 199 pp., ISBN: 84-87867-47-2, 1994
- IS-10 *Definición de la acción sísmica*, A.H. Barbat, L. Orosco, J.E. Hurtado, M. Galindo, 122 pp., ISBN: 84-87867-448-0, 1994
- IS-11 *Sismología y peligrosidad sísmica*, J.A. Canas Torres, C. Pujades Beneit, E. Banda Tarradellas, 87 pp., ISBN: 84-87867-49-9, 1994
- IS-12 *Riesgo, peligrosidad y vulnerabilidad sísmica de edificios de mampostería*, F. Yépez, A.H. Barbat, J.A. Canas, 104 pp., ISBN: 84-87867-50-2, 1999

- IS-13 *Estudios de ingeniería sismológica y sísmica*, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-57-X, 13 pp., 1995
- IS-14 *Simulación de escenarios de daño para estudios de riesgo sísmico*, F. Yépez, A.H. Barbat y J.A. Canas, ISBN: 84-87867-58-8, 103 pp., 1995
- IS-15 *Diseño sismorresistente de edificios de hormigón armado*, L. Bozzo, A.H. Barbat, ISBN: 84-87867-59-6, 185 pp., 1995
- IS-16 *Modelo tridimensional de atenuación anelástica de las ondas sísmicas en la Península Ibérica*, J.O. Caselles, J. A. Canas, Ll. G. Pujades, R.B. Herrmann, ISBN: 84-87867-60-X, 119 pp., 1995
- IS-17 *Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado*, R. Aguiar ISBN: 84-87867-43-X, 99 pp., 1996
- IS-18 *Experimental study of a reduced scale model seismically base isolated with Rubber-Layer Roller Bearings (RLRB)*, D. Foti, J.M. Kelly ISBN: 84-87867-82-0, 112 pp., 1996
- IS-19 *Modelos de evaluación del comportamiento sísmico no lineal de estructuras de hormigón armado*, F. Yépez Moya, ISBN: 84-87867-80-4., 96pp., 1996
- IS-20 *Evaluación probabilista de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras de hormigón armado por medio de simulación*, F. Yépez Moya, A.H. Barbat, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-81-2, 1996
- IS-21 *Modelización de la peligrosidad sísmica. Aplicación a Cataluña*, J.A. Canas, J.J. Egozcue, J. Miquel Canet y A.H. Barbat, ISBN: 84-87867-83-9, 101pp., 1996
- IS-22 *Evaluación del daño sísmico global en edificios porticados de hormigón armado*, R. Aguiar, A.H. Barbat and J. Canas, ISBN: 84-87867-96-0, 173pp., 1997
- IS-23 *Daño sísmico global en edificios con muros de cortante*, R. Aguiar, ISBN: 84-89925-00-3, 101 pp., 1997
- IS-24 *Conceptos de cálculo de estructuras en las normativas de diseño sismorresistente*, A.H. Barbat y S. Oller, ISBN: 84-89925-10-0, 107pp., 1997
- IS-25 *Stochastic dynamics of hysteretic structures*, J.E. Hurtado, ISBN: 84-89925-09-7, 205pp., 1998

- IS-26 *Análisis de los acelerogramas de la serie de Adra (Almería). Diciembre 1993 a Enero 1994*, R. Blázquez, A. Suárez, E. Carreño y A.J. Martín, ISBN: 84-89925-11-9, 1998
- IS-27 *Respuesta de puentes frente a acciones sísmicas*, E. Maldonado, J.A. Canas, J.R. Casas, L.G. Pujades, ISBN: 84-89925-23-2, 107pp., 1998
- IS-28 *Estudio de parámetros en la vulnerabilidad sísmica de puentes*, E. Maldonado, J.A. Canas y J.R. Casas, ISBN: 84-89925-16-X, 97pp., 1998
- IS-29 *Metodologías para o cálculo sísmico não-linear de barragens de betão*, R. Faria ISBN: 84-89925-25-9, 113pp., 1998
- IS-30 *Acciones para el diseño sísmico de estructuras*, R. Aguiar, ISBN: 84-89925-27-5, 122pp., 1998
- IS-31 *Avaliação do comportamento sísmico de barragens de betão*, R. Faria, ISBN: 84-89925-28-3, 88pp., 1998
- IS-32 *Vulnerabilidad sísmica de hospitales. Fundamentos para ingenieros y arquitectos*, O.D. Cardona, ISBN:84-89925-33-X, 165pp., 1999
- IS-33 *Modelación estocástica de la acción sísmica*, J. E. Hurtado, ISBN:84-8925-34-8, 93pp., 1999
- IS-34 *Earthquake simulator testing of a steel model seismically protected with friction energy dissipators*, D. Foti and J. Canas, ISBN: 84-89925-40-2, 110pp., 1999
- IS-35 *Plasticidad y fractura en estructuras aperticadas*, J. Flórez López, ISBN: 84-89925-46-1, 90pp., 1999
- IS-36 *Estimación de efectos locales con movimientos sísmicos y microtemblores*, V. Giraldo, A. Alfaro, L. G. Pujades, J. A. Canas, ISBN: 84-89925-54-2, 83pp., 1999
- IS-37 *Modelo numérico de elastómeros multi-fase y su aplicación al análisis de estructuras con aislamiento sísmico*, O. Salomón, S. Oller y A. H. Barbat, ISBN: 84-89925-54-2, 239pp.,1999
- IS-38 *Dinámica de estructuras. Aplicaciones a la Ingeniería Sísmica*, J.E. Hurtado, ISBN:84-89925-59-3,177pp., 2000

- IS-39 *Utilización de los conjuntos difusos en modelos de vulnerabilidad sísmica*, E. Maldonado Rondón, J.R. Casas Rius y J.A. Canas, ISBN:84-89925-61-5, 2000
- IS-40 *Modelo de vulnerabilidad sísmica de puentes basado en " Conjuntos Difusos "*, E. Maldonado Rondón, J.R. Casas Rius, J. A.Canas, ISBN: 84-89925-64-X, 110pp, 2000
- IS-41 *Vulnerabilidad de puentes de autopista. Un estado del arte*, C. Gómez Soberón, A. Barbat, S. Oller, ISBN: 84-89925-64-X, 168pp, 2000
- IS-42 *Fuerzas sísmicas en los Países Bolivarianos*, R. Aguiar Falconí, ISBN: 84-89925-74-7, 101pp., 2000
- IS-43 *Espectros de input de energía de aplicación en el proyecto sismorresistente estructuras en regiones de sismicidad moderada*, A. Benavent-Climent, L.G. Pujades, F. López-Almansa, ISBN: 84-89925-86-0, 85 pp., 2001
- IS-44 *Capacidad límite última de disipación de energía de estructuras de hormigón Armado sometidas a acciones sísmicas*, A. Benavent- Climent, F. López-Almansa, L. G. Pujades, ISBN: 84-89925-88-7, 2001
- IS-45 *Evaluación del daño en edificios y desempeño sísmico. Programa de ordenador CEINCI3*, R. Aguiar Falconí, ISBN: 84-89925-87-9, 107pp., 2001
- IS-46 *Estudio analítico sobre el comportamiento sísmico de muros de mampostería confinada con aberturas*, J. J. Álvarez, S.M. Alcocer, ISBN: 84-89925-90-9, 119pp., 2002
- IS-47 *Seismic vulnerability of bridges using simplified models*, C. Gómez Soberón, S. Oller, A. H. Barbat, ISBN: 84-89925-96-8, 135pp., 2002
- IS-48 *Control de vibraciones en puentes. Un estado del arte y de la práctica*, M. Jara, J. R. Casas, ISBN: 84-95999-01-3, 120pp., 2002
- IS-49 *Criterio de diseño de puentes con aisladores y disipadores de energía*, M. Jara, J. R. Casas, ISBN: 84-955999-02-1, 115pp., 2002
- IS-50 *Ferrocemento: Un acercamiento al diseño sísmico*, D. A. Bedoya, J. Farbiarz, J. E. Hurtado, Ll. G. Pujades, ISBN: 84-95999-23-4, 76pp., 2002
- IS-51 *Metodología para la evaluación del desempeño de la gestión del riego*, M. L. Carreño, O. D. Cardona, A. H. Barbat, ISBN: 84-95999-66-8, 2004

- IS-52 *Sistema de indicadores para la evaluación de riesgos*, M. L. Carreño, O. D. Cardona, A. H. Barbat, ISBN: 84-95999-70-6, 200
- IS-53 *Evaluación "ex-post" del estado de daño en los edificios afectados por un terremoto*, M. L. Carreño, O. D. Cardona, A. H. Barbat, ISBN: 84-95999-76-5, 2005
- IS-54 *Identificação modal estocástica de estruturas de engenharia civil*, F. Magalhães, A. Cunha, E. Caetano, ISBN: 84-95999-89-7, 2005
- IS-55 *Comportamiento sísmico de puentes articulados y disipación de energía adicional: Un estado del crecimiento*, G. E. Valdebenito, A. C. Aparicio, ISBN: 84-95999-87-0, 2005
- IS-56 *Cálculo y diseño sismorresistente de edificios. Aplicación de la norma NCSE-02*, A.H. Barbat, S. Oller and J.C. Vielma, 2005
- IS-57 *Evaluación rápida de la deriva máxima de piso para calcular la vulnerabilidad sísmica de estructuras*, R. Aguiar, ISBN: 84-95999-91-9, 2006
- IS-58 *Factor de reducción de las fuerzas sísmicas en edificios de hormigón armado sin muros de corte*, R. Aguiar, ISBN: 978-84-96736-40-7, 2007
- IS-59 *Herramientas necesarias para la evaluación sísmica de edificios*, R. Moreno, L. Pujades, A.C. Aparicio, A.H. Barbat, ISBN: 978-84-96736-53-5, 2007
- IS-60 *Inelastic Analysis of Geometrically Exact Rods*, P. L. Mata, A.H. Barbat, S. Oller, R. Boroschek, ISBN: 978-84-96736-59-7, 2007
- IS-61 *La gestión financiera del riesgo desde la perspectiva de los desastres*, M.C.Marulanda, O.D. Cardona, M.G. Ordaz, A.H.Barbat, ISBN:978-84-96736-60-3, 2008
- IS-62 *Seismic protection of cable-stayed bridges applying fluid viscous dampers*, G.E. Valdebenito, A.C. Aparicio, ISBN:978-84-96736-84-9, 2010
- IS-63 *Reliability problems in earthquake engineering*, J.E. Hurtado, ISBN: 978-84-96736-86-3, 2010

- IS-64 *Theoretical and experimental analysis of dissipative buckling restrained braces*, G. Perazzo, F. López-Almansa, X. Cahís, F. Crisafulli, ISBN: 978-84-96736-98-6, 2011
- IS-65 *Proyecto sismorresistente de estructuras porticadas*, J. C. Vielma, A.H. Barbat, S. Oller, ISBN: 978-84-95999-60-3, 2011
- IS-66 *Modelización numérica del comportamiento estructural de barras de pandeo restringido* J. C. Castro, F. López, S. Oller, ISBN: 978-84-95999-12-2, 2011
- IS-67 *Respuesta dinámica de un edificio considerando el efecto de interacción suelo-estructura*, F. D. Diaz F. Espinoza, R. Sánchez, C.I. Huerta, ISBN: 978-84-939640-1-6, 2012
- IS-68 *Contribuciones a la evaluación de la vulnerabilidad sísmica de edificios*, J.C. Vielma, ISBN: 978-84-941686-9-7, 2014
- IS-69 *Probabilistic seismic hazard and risk assessment in Spain*, M.A. Salgado-Gálvez, O.D. Cardona, M.L. Carreño, A.H. Barbat, ISBN: 978-84-943307-7-3, 2015
- IS-70 *Evaluación de la vulnerabilidad sísmica de estructuras de acero residenciales del Ecuador* J.C. Vielma, M. A. Cando, ISBN: 978-84-943928-1-8, 2015
- IS-71 *Calibración de funciones de atenuación basadas en espectro de fuente radiado y su aplicación en Colombia*, G.A. Bernal, O.D. Cardona, ISBN: 978-84-944244-2-7, 2015
- IS-72 *Espectros de control para ciudad de Quito-Ecuador*, R. Aguiar, ISBN: 978-84-944244-3-4, 2015
- IS-73 *Caracterización probabilista de efectos de sitio en ciudades y su aplicación en Bogotá*, G.A. Bernal, O.D. Cardona, ISBN: 978-84-945077-4-8, 2016
- IS-74 *Modelización probabilista de efectos de sitio en ciudades y su aplicación en Bogotá*, G.A. Bernal, O.D. Cardona, ISBN: 978-84-945077-6-2, 2016

Los autores interesados en publicar monografías en esta serie deben contactar con el editor para concretar las normas de preparación del texto.