

# CARGA AXIAL DE DISEÑO DE COLUMNAS DE MARCOS CON CONTRAVIENTO CONCÉNTRICO<sup>1</sup>

Edgar Tapia-Hernández<sup>2</sup> y Rocío Paola Martínez Cid<sup>3</sup>

**RESUMEN:** Se presenta un estudio de la variación de la carga axial en columnas de crujeas contraventeadas bajo demandas sísmicas. Las columnas estudiadas forman parte de edificios regulares de 10, 14 y 18 pisos estructurados con marcos momento resistentes dúctiles de acero con contravientos en chevrón. Los edificios se analizaron con 10 acelerogramas artificiales que se escalaron conforme a un espectro de diseño para suelo blando. Los resultados se comparan con metodologías publicadas para determinar la carga axial de diseño. Con base en los resultados, se propone un método para estimar la carga axial de diseño para columnas de marcos momento resistentes contraventeados.

**Palabras clave:** carga axial, columnas, contravientos, diseño estructural, sismos.

## DESIGN AXIAL LOAD IN COLUMNS OF CONCENTRICALLY BRACED FRAMES

**ABSTRACT:** A study of the variation in axial loads on columns of braced bays along earthquake is presented. Studied columns belong to regular building of 10-, 14- and 18- stories structured with moment-resisting ductile braced steel frames in a chevron configuration. Subject buildings were analyzed under 10 artificial records which were scaled according to the design spectrum for soft soils. The results were compared with published methodologies to estimate the design axial load in columns. Based on the results, a methodology for estimating the design axial load in columns of moment-resisting braced frames is proposed.

**Keywords:** axial load, bracing system, columns, earthquakes, structural design.

### INTRODUCCIÓN

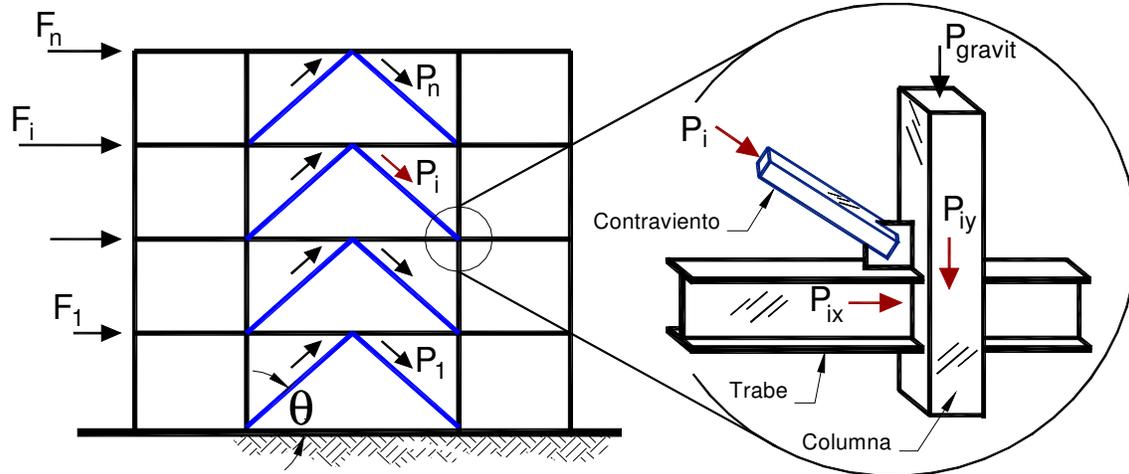
Durante un movimiento sísmico intenso todas las estructuras experimentan una redistribución de cargas internas que debería coincidir con la condición que rigió el diseño en la etapa inicial. Específicamente, en marcos contraventeados la respuesta global de la estructura y, por consiguiente, la posible redistribución de cargas internas, depende altamente de respuesta del sistema de contravientos (Lacerte y Tremblay, 2006; García y Tapia, 2015; Rezayibana y Yahyai, 2016).

Entonces el comportamiento del sistema de contravientos queda regido por la capacidad de fluencia por tensión y pandeo por compresión (Tapia et al., 2016). Durante un sismo intenso, esta condición provoca variaciones de las cargas axiales que soportan los contravientos y, por consiguiente, modifica la magnitud de las componentes que deben ser resistidas como cargas axiales en las traveses  $P_{ix}$  y en las columnas  $P_{iy}$  (Figura 1). Como consecuencia, la modificación de las demandas sobre los elementos principales ocasiona que se modifique el comportamiento global de la estructura.

<sup>1</sup> Artículo recibido el 3 de enero de 2017 y aceptado para publicación el 1 de abril de 2017.

<sup>2</sup> Profesor – investigador, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, Av. San Pablo, 180, CP. 02200, México, D.F. Email: [etapiah@azc.uam.com](mailto:etapiah@azc.uam.com)

<sup>3</sup> Estudiante de Ingeniería Civil, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, Av. San Pablo, 180, CP. 02200, México, D.F. Email: [p9o9o9l@hotmail.com](mailto:p9o9o9l@hotmail.com)



**Figura 1: Distribución de demandas por carga axial del contraviento en la conexión.**

En especial en marcos dúctiles contraventeados, donde se pretende que los contravientos constituyan la primera línea de defensa y las columnas soporten poco o nulo daño, la variación de las demandas en la columna durante un evento sísmico intenso podría afectar el desempeño de todo el sistema. Por esto es trascendental determinar adecuadamente la magnitud de la carga axial que soportarán las columnas con el propósito de asegurar que la estructura se comportará correctamente con buena certidumbre mediante un diseño por capacidad.

En Tapia et al. (2012) se estudió la respuesta inelástica por flexión y compresión relacionada con sismos intensos de ocho columnas de edificios regulares estructurados con marcos dúctiles con contraventeo concéntrico. La investigación demostró que la demanda en columnas que pertenecen a crujeías contraventeadas está regida por la demanda de carga axial y que la demanda flexionante tiene influencia únicamente en los pisos inferiores como se muestra en la Figura 2 para el caso de un edificio de 14 niveles. Esta tendencia no resultó ser dependiente de la ubicación de la columna (marco contraventeado interno o perimetral) ni de la intensidad de la demanda sísmica (el estudio incluyó diez acelerogramas). En contraste, en las columnas de marcos (no contraventeados) cercanos a las crujeías contraventeadas, la demanda asociada a la variación de la carga axial es poco significativa en comparación a la demanda por flexión, sobre todo en los pisos inferiores.

Asimismo, Tapia et al. (2012) demostraron que en sismos intensos las columnas adyacentes a los contravientos deben soportar demandas máximas que superan en varias veces la demanda elástica de diseño determinada con la reglamentación vigente, por ejemplo considerando la ecuación (1) de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Acero (NTCA-17) que es aplicable para secciones en cajón cuadradas.

$$\frac{P_u}{F_R P_y} + \frac{0.80 M_{uox}}{F_R M_{px}} + \frac{0.80 M_{uoy}}{F_R M_{py}} \leq 1.0 \quad (1)$$

Sobre la base de lo anterior, esta investigación centra su atención en el estudio de las demandas axiales de columnas adyacentes a crujeías contraventeadas en edificios regulares estructuradas con marcos dúctiles de acero con configuración tipo chevrón ubicadas en suelo blando. Especialmente se estudia la relación entre la carga axial de los contravientos que ocasiona que la carga axial en la columna sea máxima. A partir de esto, se desarrolló una metodología para estimar la magnitud de la carga axial máxima que podría soportar una columna en estas condiciones que sea aplicable desde la etapa de diseño.

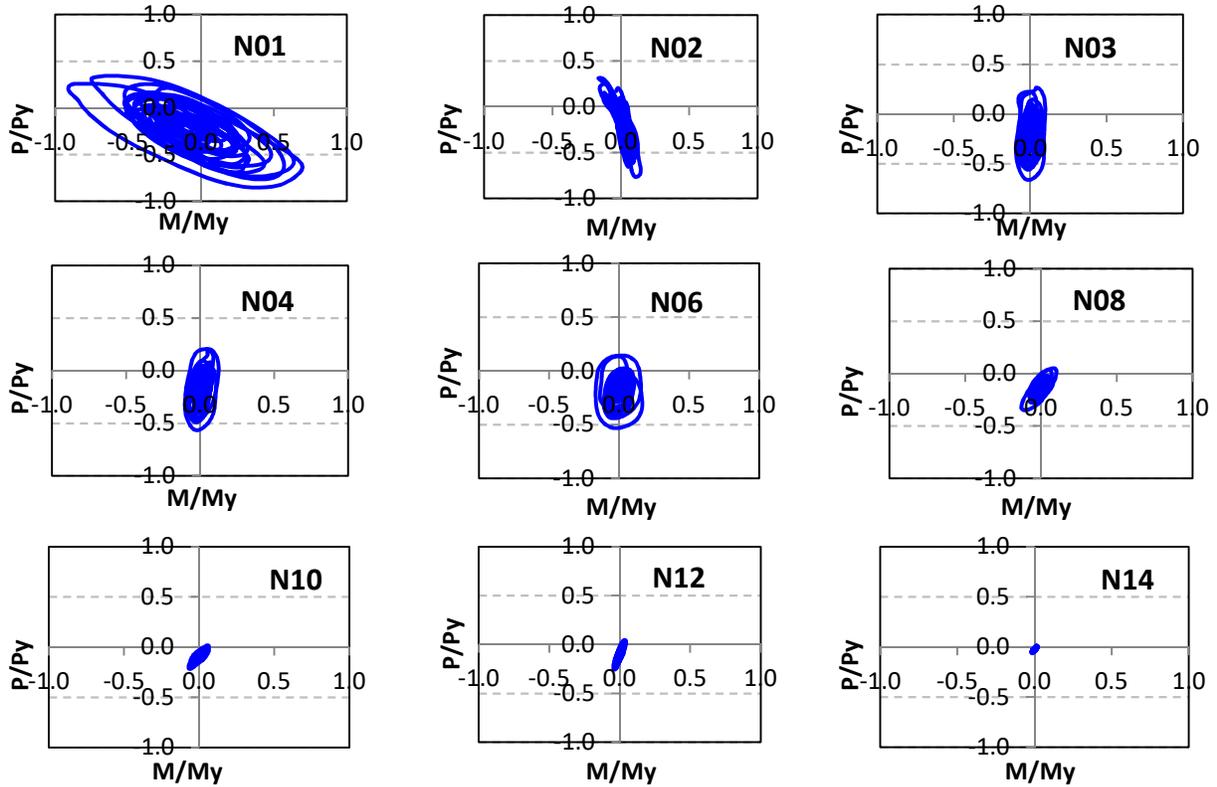


Figura 2: Diagramas de interacción de columnas de crujeas contraventeadas (adaptada de Tapia et al., 2012).

### MÉTODOS PARA LA PREDICCIÓN DE LA CARGA AXIAL MÁXIMA

En la literatura existen publicados métodos para la estimación de la carga axial de diseño de columnas adyacentes a crujeas contraventeadas (Khatib et al., 1998; Lacerte y Tremblay, 2006; Richards, 2009; Rezayibana y Yahyai, 2016). Estos métodos fueron desarrollados con edificios de baja y mediana altura (hasta 12 pisos) ubicados en terreno firme, con base en estructuras que fueron diseñadas para que únicamente los marcos perimetrales resistan las demandas sísmicas, mientras que los marcos internos soportan sólo cargas gravitacionales.

Las configuraciones estudiadas se centran en contravientos en cruz en uno o dos entrepisos, lo que limita la aplicación de las metodologías propuestas a marcos en configuración en V invertida ó chevrón. En particular, en marcos con contravientos en chevrón, la componente de la carga axial en los contravientos que incrementa la carga axial en la columna está siempre relacionada con el pandeo en compresión, mientras que la fluencia por tensión de los contravientos constituye una reducción en la magnitud de la carga axial de la columna (Figura 3).

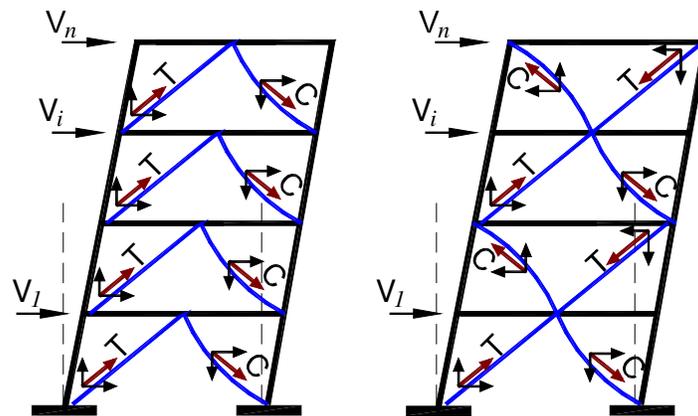


Figura 3: Redistribución de carga axial en las columnas para distintas configuraciones de contravientos.

La determinación de la carga axial de diseño en una columna ubicada en un entrepiso  $k$  no está relacionada con la carga axial del contraviento en ese mismo entrepiso  $k$ , puesto que la proyección de la demanda en el contraviento tiene influencia sobre el entrepiso inmediato inferior (Figura 1). Por esta razón, la determinación de la demanda en una columna del entrepiso  $k$  debe estar asociada con la proyección de las cargas axiales en los contravientos a partir del entrepiso  $k+1$ .

### Máxima carga actuante

La carga axial máxima  $P_{max}$  que podría soportar una columna adyacente a una crujía se presentaría en el caso hipotético que los contravientos alcancen simultáneamente la plastificación en todos los entrepisos, por pandeo por compresión o fluencia por tensión. Esta carga máxima  $P_{max}$  estaría asociada a la proyección de las cargas de fluencia de los contravientos de los entrepisos sobre la columna según la ecuación (2).

$$P_{max,k} = P_g + \text{sen}\theta \left[ \sum_{j=k+1}^n P_f \right] \quad (2)$$

donde  $k$  es el entrepiso donde se pretende determinar la carga axial  $P_{max}$  en la columna;  $n$  es el número total de niveles de la estructura;  $P_g$  es la carga gravitacional determinada por áreas tributarias de los pisos sobre la columna y  $P_f$  es la carga de plastificación de los contravientos por fluencia en tensión  $P_y$  o por pandeo en compresión  $R_C$ , según la configuración de los contravientos y ubicación de las columnas y  $\theta$  es el ángulo de inclinación del contraviento para determinar la proyección de la carga de plastificación (Figura 1). Según las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Acero (NTCA-17) del Reglamento para la Ciudad de México vigente, las cargas de plastificación se calculan mediante las ecuaciones (3) y (4), respectivamente.

$$P_y = A_T F_y \quad (3)$$

$$R_C = P_y \left( 1 + \lambda^{2n} - 0.15^{2n} \right)^{-1/n} \quad (4)$$

En las ecuaciones anteriores  $A_T$  es el área total de la sección transversal del contraviento,  $F_y$  es la magnitud mínima del esfuerzo de fluencia del material,  $n$  es un coeficiente adimensional igual a 1.4 para una sección transversal rectangular hueca compacta y  $\lambda$  es un parámetro de esbeltez.

### Raíz cuadrada de la suma de los cuadrados, $P_{SRSS}$

Khatib et al. (1998) estudiaron el comportamiento de edificios de hasta seis niveles estructurados con marcos con contraviento concéntrico con configuraciones chevrón V invertida, en cruz por entrepiso y en cruz en dos entrepisos ubicados en California, Estados Unidos. A partir de sus resultados propusieron una metodología, la ecuación (5), para estimar la carga axial de diseño  $P_{SRSS,k}$  que se calcula considerando la carga gravitacional  $P_g$ , la proyección de los dos entrepisos inmediatos superiores al entrepiso  $k$  en el que se pretende determinar la carga ( $P_{f,k+1}$  y  $P_{f,k+2}$ ) y la participación de la carga de fluencia del resto de los contravientos determinada como la raíz cuadrada de la suma del cuadrado (SRSS por sus siglas en inglés) de la proyección de su carga de fluencia.

$$P_{SRSS,k} = P_g + \text{sen}\theta \left( P_{f,k+1} + P_{f,k+2} + \left( \sum_{j=k+3}^n P_f^2 \right)^{1/2} \right) \quad (5)$$

En otras palabras, la propuesta presupone que los contravientos inmediatos superiores al entrepiso  $k$  se plastificarán  $P_f$  (en fluencia por tensión  $P_y$  o pandeo por compresión  $R_C$ ), mientras que el resto de los contravientos encima de ellos hasta la azotea (entrepiso  $n$ ) tienen una contribución parcial en la carga axial de la columna  $P_{SRSS,k}$ , cuya magnitud se evalúa con la raíz cuadrada del cuadrado de la proyección de la carga de fluencia de los contravientos  $P_f$ .

### Combinaciones de fluencia de pisos contiguos

Lacerte y Tremblay (2006) estudiaron cuatro edificios de 2, 4, 8 y 12 pisos estructurados con marcos de acero con contravientos en cruz ubicados en Victoria y Quebec, Canadá, que se diseñaron para que los marcos internos resistieran únicamente carga gravitacional y los marcos perimetrales soportaran las demandas sísmicas.

A partir de sus resultados, propusieron una metodología para la determinación de la demanda axial de diseño en las columnas de los marcos contraventeados perimetrales considerando la posibilidad de que los contravientos de dos entrepisos consecutivos alcancen la carga de plastificación (fluencia en tensión  $P_y$  o pandeo en compresión  $R_C$ ) al mismo tiempo.

Esta propuesta presupone que debido a la alta capacidad de demanda inelástica en tensión del acero, la plastificación de los contravientos por pandeo en compresión se presentará varios ciclos antes de que se presente la fluencia en las diagonales por tensión. Así, se establece la posibilidad de que algunos contravientos fluyan en cada combinación, mientras que otros contravientos soportan cargas menores a la carga de fluencia (en tensión  $P'_y < P_y$  o compresión  $R'_c < R_C$ ).

En el procedimiento, las cargas  $P'_y$  y  $R'_c$  se determinan aplicando un cortante de entrepiso  $V_{y,k}$  necesario para que se plastifiquen los contravientos en los entrepisos donde se supuso el daño. Por esto, la carga axial en los contravientos  $P'_y$  ó  $R'_c$  se debe calcular mediante análisis inelásticos adicionales ante carga estática monótona creciente, donde las cargas laterales se aplican para provocar que los contravientos se plastifiquen en los entrepisos de cada combinación. Así, la carga axial de diseño de una columna del entrepiso  $k$  dependerá de la carga gravitacional  $P_g$  y de la carga axial que resulte más grande de las combinaciones posibles de cada modelo.

En la

Figura 4 se ejemplifican las cinco posibles combinaciones en un modelo de 12 niveles, donde los contravientos en líneas continuas en color azul indican la posición de los contravientos que se supondrán con la carga de plastificación. En la figura,  $P_y$  es la carga que provoca la fluencia en los contravientos en tensión,  $R_C$  es la carga que provoca el pandeo de los contravientos en compresión y  $P'_y$  y  $R'_c$  es la carga en los contravientos asociada al cortante  $V_y$  que ocasiona la plastificación de los contravientos en compresión  $R_C$  en los entrepisos supuestos en cada combinación.

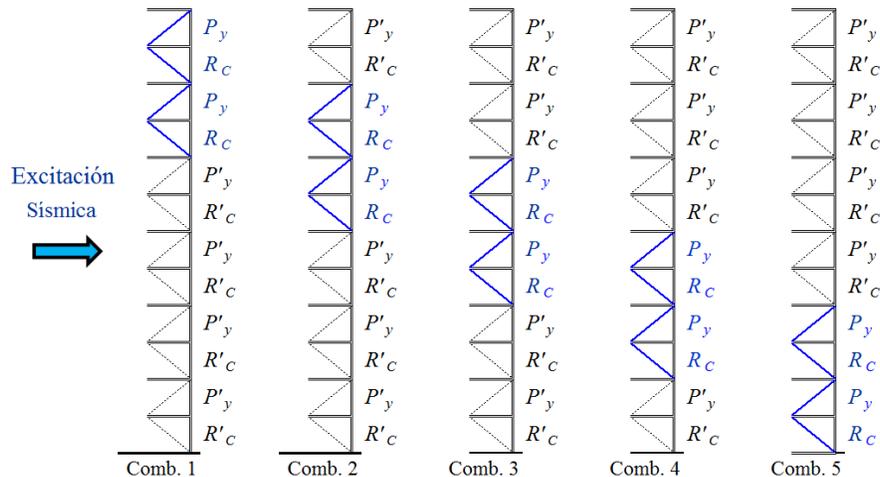
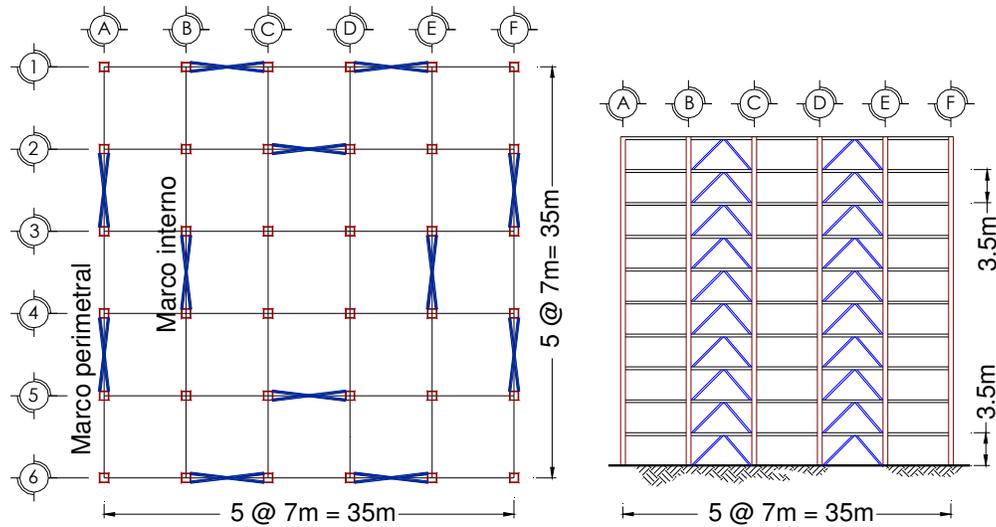


Figura 4: Ejemplificación del método de Lacerte y Tremblay (2006) en un modelo de 12 pisos.

## DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

En esta investigación se estudiaron las demandas por carga axial en las columnas de los entrepisos que conforman tres edificios regulares de 10, 14 y 18 pisos (

Figura 5) estructurados con marcos dúctiles de acero con contraventeo concéntrico. El diseño de los edificios se realizó considerando el máximo factor de comportamiento sísmico (ductilidad) permitido para este sistema estructural igual a  $Q = 3.0$  y un factor por sobrerresistencia igual a  $R = 4.5$ .



**Figura 5: Planta y elevación perimetral tipo de los edificios estudiados.**

Los edificios se supusieron para uso de oficinas y fueron asociados a las mayores demandas de aceleración (Zona del Lago) siguiendo estrictamente el planteamiento del Reglamento de Construcciones para la Ciudad de México. Los modelos estudiados se diseñaron usando una filosofía de diseño por capacidad para marcos dúctiles de acero con contravientos concéntricos (AISC 341-2010 y las NTCA-2017; Tapia-Hernández et al., 2017). En la Tabla 1 se muestran algunas características de los modelos diseñados, a fin de ejemplificar su respuesta.

**Tabla 1: Características de los modelos en estudio.**

Modelo	10 pisos	14 pisos	18 pisos
Altura del modelo (m)	35.0	49.0	63.0
Periodo (seg)	0.72	1.21	1.59
Relación de aspecto $H/B$	1.00	1.40	1.80
Relación de esbeltez de los contravientos del diseño por nivel	$kL/r_{N7-N10} = 75.9$ $kL/r_{N4-N6} = 76.7$ $kL/r_{N1-N3} = 77.5$	$kL/r_{N13-N14} = 62.3$ $kL/r_{N9-N12} = 62.8$ $kL/r_{N5-N8} = 63.3$ $kL/r_{N1-N4} = 63.9$	$kL/r_{N15-N18} = 55.9$ $kL/r_{N11-N14} = 56.3$ $kL/r_{N6-N10} = 56.8$ $kL/r_{N1-N5} = 57.2$

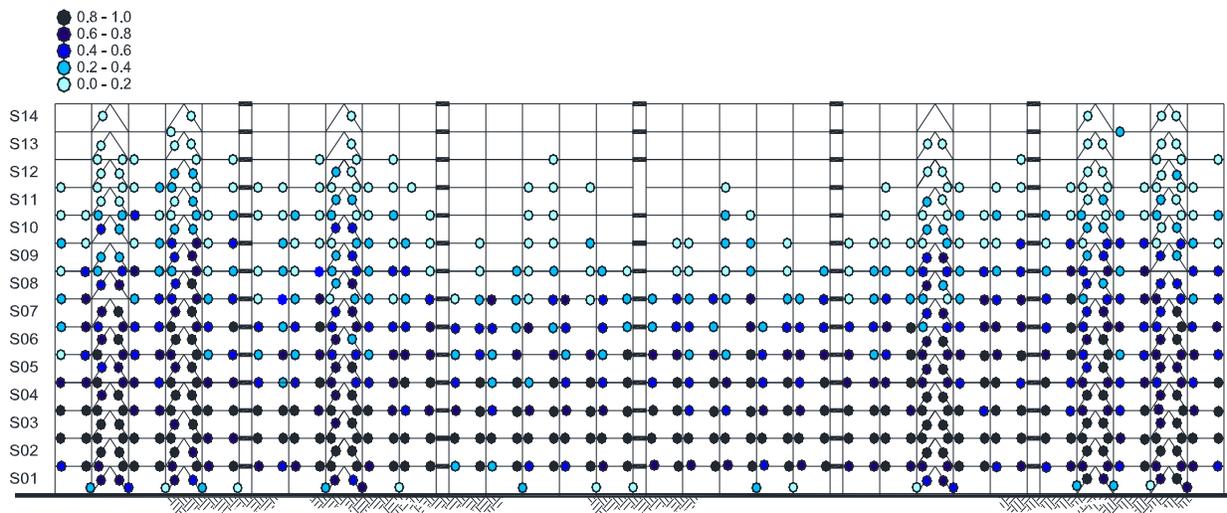
En la Tabla 2 se muestran las secciones transversales de los perfiles del modelo de 14 pisos con fines ilustrativos. Es posible consultar las secciones transversales de los modelos y otros detalles del proceso de diseño en Tapia y Tena (2014).

Los resultados demostraron que la metodología de diseño por capacidad empleada permite diseñar edificios cuya respuesta última tiene una menor tendencia a la formación de pisos débiles. Para ilustrar lo anterior, en la se muestran los resultados de un análisis dinámico no lineal sobre las rotaciones acumuladas en traveses y columnas y los alargamientos y acortamientos acumulados en contravientos en el edificio de 14 pisos. En la figura se concluye que siguiendo la filosofía de diseño por capacidad, los modelos reportan una adecuada distribución de la respuesta inelástica ante demandas sísmicas intensas.

En esta investigación se seleccionaron las columnas ubicadas en la intersección de los ejes A-2 y A-3, para evaluar el comportamiento de las columnas de crujeas contraventeadas en los marcos perimetrales, que se nombraron columnas CA2 y CA3. Además se estudiaron las columnas ubicadas en la intersección de los ejes B-3 y B-4 para evaluar el comportamiento de las columnas de crujeas contraventeadas en los marcos internos, que se nombraron columnas CB3 y CB4. En este artículo se muestran los resultados de las columnas CA2 y CB3, pero se hace notar que, dadas las condiciones de regularidad, la respuesta de otras columnas es similar. Es posible consultar resultados detallados de las columnas estudiadas en Martínez (2013).

**Tabla 2: Secciones transversales del edificio de 14 pisos.**

Nivel	Columnas. Sección cajón, cm		Viga	Contravientos
	Externas	Internas	Sección IR	Sección cajón, cm
14	55x55, $e=0.95$	55x55, $e=0.95$	IR 18"x82.0 kg/m	18x18, $e=0.48$
13	55x55, $e=0.95$	55x55, $e=0.95$	IR 18"x96.7 kg/m	18x18, $e=0.48$
12	55x55, $e=0.95$	55x55, $e=0.95$	IR 18"x96.7 kg/m	18x18, $e=0.64$
11	55x55, $e=0.95$	55x55, $e=0.95$	IR 18"x96.7 kg/m	18x18, $e=0.64$
10	55x55, $e=1.27$	55x55, $e=1.91$	IR 18"x96.7 kg/m	18x18, $e=0.64$
9	55x55, $e=1.27$	55x55, $e=1.91$	IR 18"x96.7 kg/m	18x18, $e=0.64$
8	55x55, $e=1.27$	55x55, $e=1.91$	IR 18"x96.7 kg/m	18x18, $e=0.79$
7	55x55, $e=1.27$	55x55, $e=1.91$	IR 8"x105.3 kg/m	18x18, $e=0.79$
6	55x55, $e=1.27$	55x55, $e=1.91$	IR 18"x105.3 kg/m	18x18, $e=0.79$
5	55x55, $e=2.22$	55x55, $e=2.54$	IR 18"x105.3 kg/m	18x18, $e=0.79$
4	55x55, $e=2.22$	55x55, $e=2.54$	IR 18"x105.3 kg/m	18x18, $e=0.95$
3	55x55, $e=2.22$	55x55, $e=2.54$	IR 18"x105.3 kg/m	18x18, $e=0.95$
2	55x55, $e=2.22$	55x55, $e=2.54$	IR 18"x105.3 kg/m	18x18, $e=0.95$
1	55x55, $e=2.22$	55x55, $e=2.54$	IR 18"x105.3 kg/m	18x18, $e=0.95$



**Figura 6: Rotaciones y extensiones/acortamientos acumulados en el modelo de 14 pisos (registro 44ns).**

## ANÁLISIS NO LINEALES

Los modelos se analizaron en *OpenSees* (Mazzoni et al., 2006) con el material *Steel02* desarrollado con el modelo Giuffrè – Menegotto – Pinto, que incluye endurecimiento isotrópico por deformación. La longitud de los contravientos se subdividió en ocho elementos (Figura 7a) de sección transversal discretizada en fibras de longitud finita para modelar la variación de la deformación a lo largo de cada miembro (Figura 7b). En su dimensionamiento se tomaron en cuenta las disminuciones de la longitud efectiva  $L_{Real}/L_{Ejes}$  y los resultados de estudios paramétricos recientes para detallar el modelado de los elementos que conforman el contraviento (Tapia et al., 2016).

Las vigas de las crujeías no contraventeadas se modelaron usando el elemento con articulaciones en los extremos (*beamWithHinges*), en el que la plasticidad se concentra en la longitud de la articulación definida en los extremos del elemento, con una respuesta elástica en el segmento central. Las vigas de las crujeías contraventeadas se dividieron en fibras con forma cuadrilátera con un elemento (*Nonlinearbeamcolumn*) en el que la plasticidad se distribuye a lo largo del elemento (Figura 7c). Las columnas se modelaron dividiendo el miembro en ocho subelementos con el comando *Nonlinearbeamcolumn* (Figura 7b).

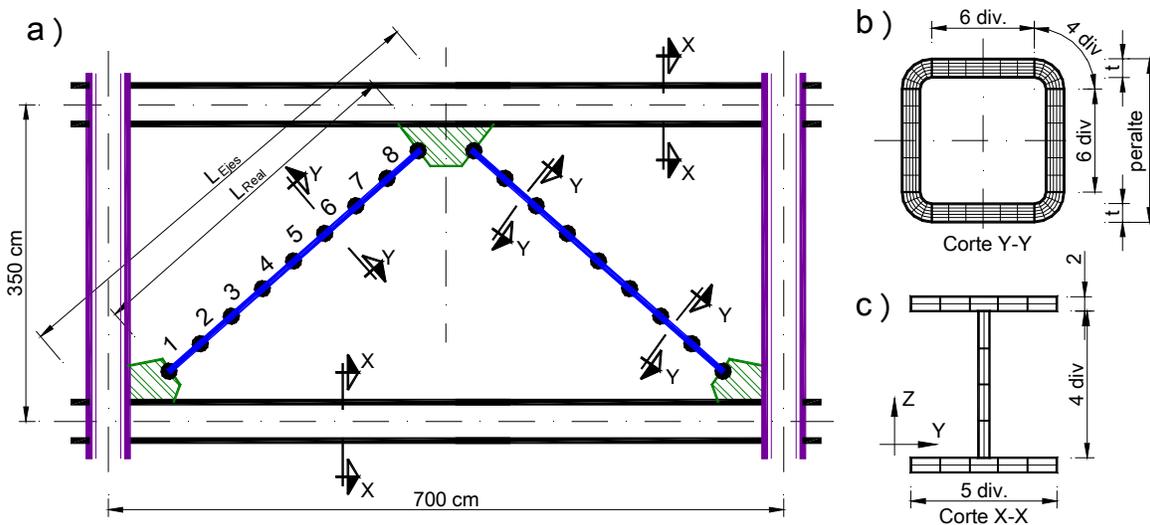


Figura 7: Consideraciones en el diseño de la placa de conexión.

Adicionalmente, se diseñaron las placas de conexión que se incluyeron en el modelo como resortes en los extremos de los contravientos. En el diseño por compresión de la placa se consideró la sección Whitmore y de las posibles longitudes de pandeo que dependen de las características geométricas.

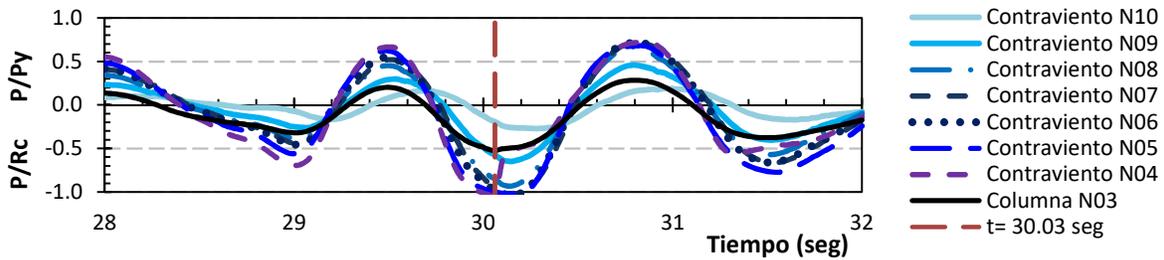
En este estudio se consideraron siete acelerogramas artificiales generados por Godínez (2010), que se seleccionaron por tener características equivalentes al espectro de diseño con el propósito de que correspondieran al mismo peligro sísmico (Tabla 3). Se consideraron ambas direcciones horizontales (norte – sur y este – oeste) de los registros 15, CM y RO y sólo una de las direcciones disponibles de los registros 44, 54, 17 y 84; es decir, que las estructuras se sometieron a diez registros sintéticos.

### Proyección de la carga axial de los contravientos

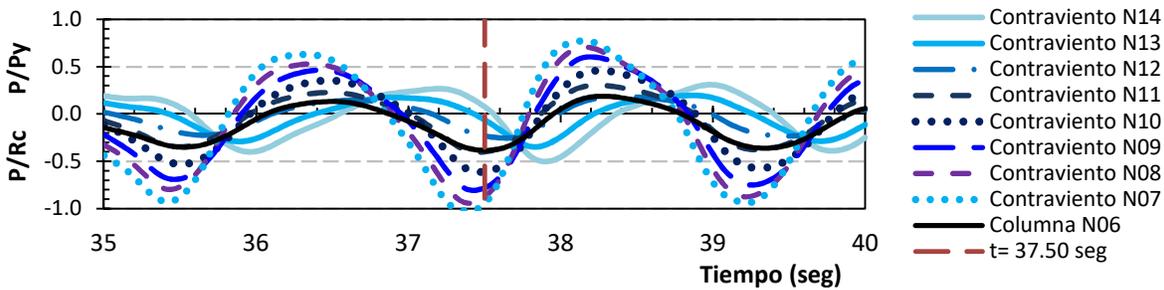
Los modelos se analizaron con los diez acelerogramas para identificar la demanda de carga axial en los contravientos al tiempo en el que se alcanza la máxima demanda en la columna de cada entrepiso. Con el propósito de ejemplificar el procedimiento, en la Figura 8 se muestra el comportamiento de la carga axial en los contravientos normalizada con la carga de plastificación (fluencia por tensión y pandeo por compresión) en el instante en el que se presenta la máxima carga axial en la columna por entrepiso. En las gráficas se muestra el comportamiento de la demanda axial en la columna y se indica el tiempo cuando se registra la máxima solicitación.

**Tabla 3: Características de los diez acelerogramas considerados en este estudio.**

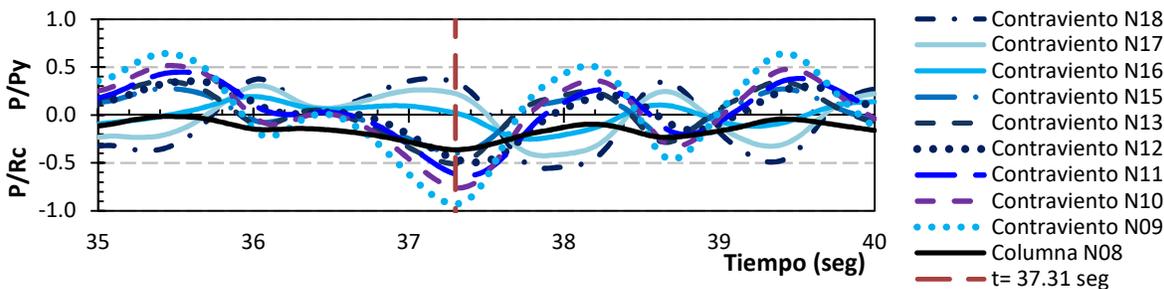
Registro	Dirección norte – sur		Dirección este – oeste	
	Aceleración máxima del suelo	$S_{a\ max}(g)$	Aceleración máxima del suelo	$S_{a\ max}(g)$
	$A_{max}(g)$		$A_{max}(g)$	
15	0.189	0.951	0.187	0.947
44	0.221	0.911	–	–
CM	0.236	0.977	0.207	0.929
RO	0.197	1.007	0.182	0.948
54	–	–	0.174	0.973
17	–	–	0.137	1.028
84	0.198	0.875	–	–



a) Columna CA3 del piso 3 del modelo de 10 niveles bajo el acelerograma *44ns*



b) Columna CA2 del piso 6 del modelo de 14 niveles bajo el acelerograma *17ns*



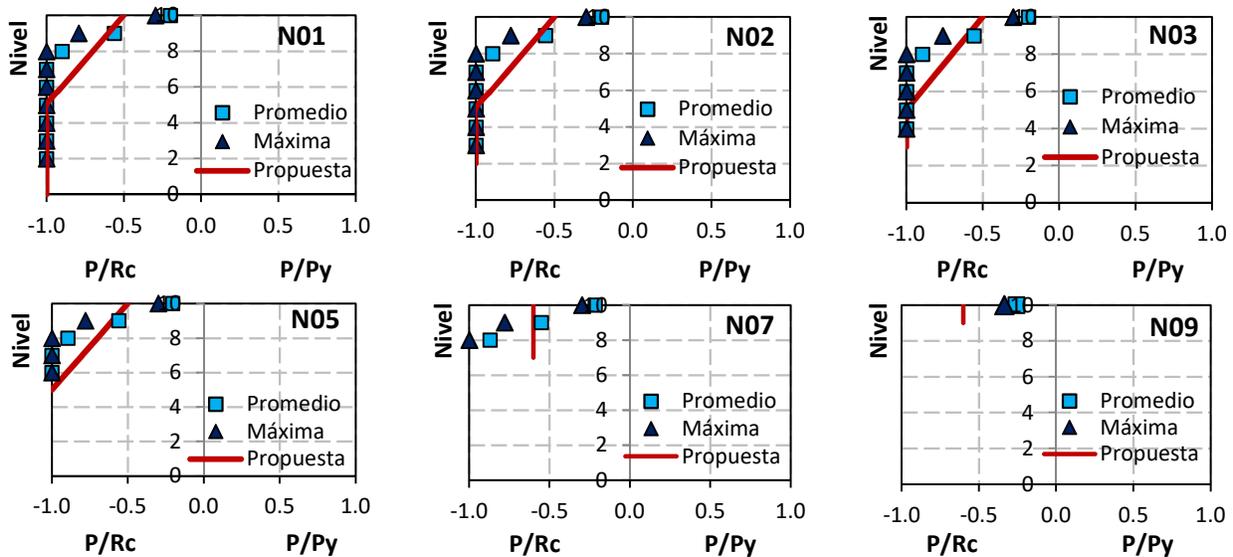
c) Columna CB3 del piso 8 del modelo de 18 niveles bajo el acelerograma *cmns*

**Figura 8: Relación entre la carga axial en contravientos y en columna.**

Nótese que en el instante en que se alcanza la máxima magnitud de carga axial en las columnas, algunos contravientos alcanzan su máxima capacidad axial (demanda de plastificación). Esto demuestra que la carga axial de diseño de las columnas debe formularse en función del comportamiento del sistema de contravientos. Es valioso hacer notar que no todos los contravientos alcanzan la carga de plastificación en el mismo tiempo.

Así, a partir del estudio de cada columna se realizaron árboles de carga para observar la magnitud de la sollicitación en los contravientos en un intervalo de  $\pm 0.10$  seg, a partir del tiempo en el que ocurre la máxima carga axial en la columna de algún entrepiso. Estos árboles de carga axial se normalizaron con la carga de plastificación; de manera que con estos resultados se obtuvo un análisis estadístico que consideraba las diez excitaciones.

A fin de ejemplificar el procedimiento, en las Figura 10 y Figura 11 se muestra el comportamiento de la carga axial normalizada en los contravientos, en el instante cuando la columna CA2 alcanza su carga axial máxima en cada entrepiso. En las gráficas se muestra: a) el promedio de los diez análisis de la carga axial en los contravientos en el instante que se alcanza la máxima carga axial en la columna, y b) la máxima magnitud alcanzada en alguno de los análisis.



**Figura 9: Carga axial normalizada en los contravientos relacionados con la columna CA2 en el modelo de 10 pisos.**

Pese a que la máxima carga axial en las columnas no se alcanza en el mismo instante, para cualquier entrepiso la magnitud máxima de carga axial en los contravientos es bastante similar al promedio de las magnitudes alcanzadas en los contravientos en los diez análisis. Esto denota muy poca variación en la dispersión de las magnitudes, independientemente del acelerograma, entrepiso o altura del modelo.

En las figuras, una magnitud en la carga de los contravientos igual a 1 ( $P/R_c = 1.0$ ,  $P/P_y = 1.0$ ) significa que el contraviento alcanzó la demanda de plastificación. Dado que los modelos tienen una configuración de contravientos chevrón, la componente de la carga de los contravientos que influye en la carga axial de las columnas está relacionada únicamente con la compresión del contraviento, a diferencia de otras configuraciones (Figura 3).

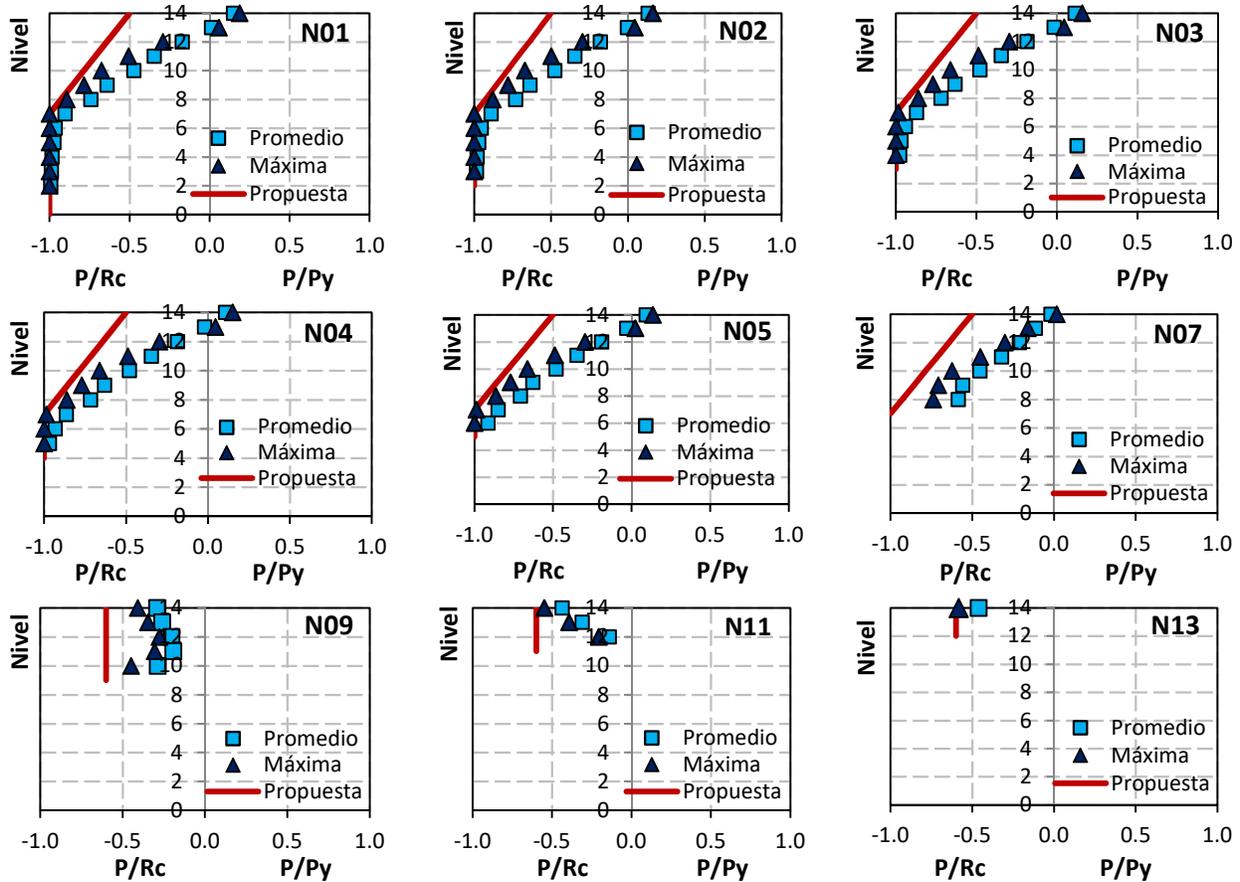


Figura 10: Carga axial normalizada en los contravientos relacionados con la columna CA2 en el modelo de 14 pisos.

A base de estos resultados, la tendencia del comportamiento de la carga axial de los contravientos para un entrepiso  $n$  es bastante similar en los pisos inferiores (de la mitad de la altura hacia abajo,  $n \leq H/2$ ), independiente de la excitación y de la altura de los modelos. Sin embargo, la magnitud de las cargas axiales de los contravientos cuando la columna está en los entrepisos superiores (de la mitad de la altura hacia arriba,  $n > H/2$ ) no tiene una tendencia definida.

Finalmente, se hace notar que la máxima carga axial en las columnas no necesariamente ocurre en el mismo instante, por lo que los resultados representan la magnitud estadística de la máxima carga axial que ocurrió a lo largo de los diez análisis considerados.

### PROPUESTA DE DETERMINACIÓN

A partir de los resultados, se propuso un procedimiento para estimar la carga axial máxima que soportan las columnas en función de la carga gravitacional  $P_g$  más un incremento que estima la aportación de los contravientos, como se explicó en la ecuación (2) de este artículo. La carga gravitacional  $P_g$  se determina mediante un análisis elástico y el porcentaje de participación de la carga de fluencia de los contravientos por pandeo en compresión se calcula mediante un factor de participación  $f_p$ , como se muestra en la ecuación (6).

$$P_{max,k} = P_g + sen\theta \left[ \sum_{n=k+1}^H f_{p,n} R_{c,n} \right] \quad (6)$$

En la ecuación propuesta  $H$  es el número total de pisos del edificio regular,  $k$  es el entrepiso donde se desea estimar la carga axial en la columna y  $n$  es el entrepiso donde se desea calcular el factor de participación  $f_p$ . El factor de participación  $f_p$  pretende estimar la participación de la carga de fluencia de los contravientos  $R_{c,n}$  (desde  $k+1$  hasta el último nivel  $H$ ) que debe considerarse en la determinación de la carga máxima  $P_{max,k}$  en el entrepiso  $k$ .

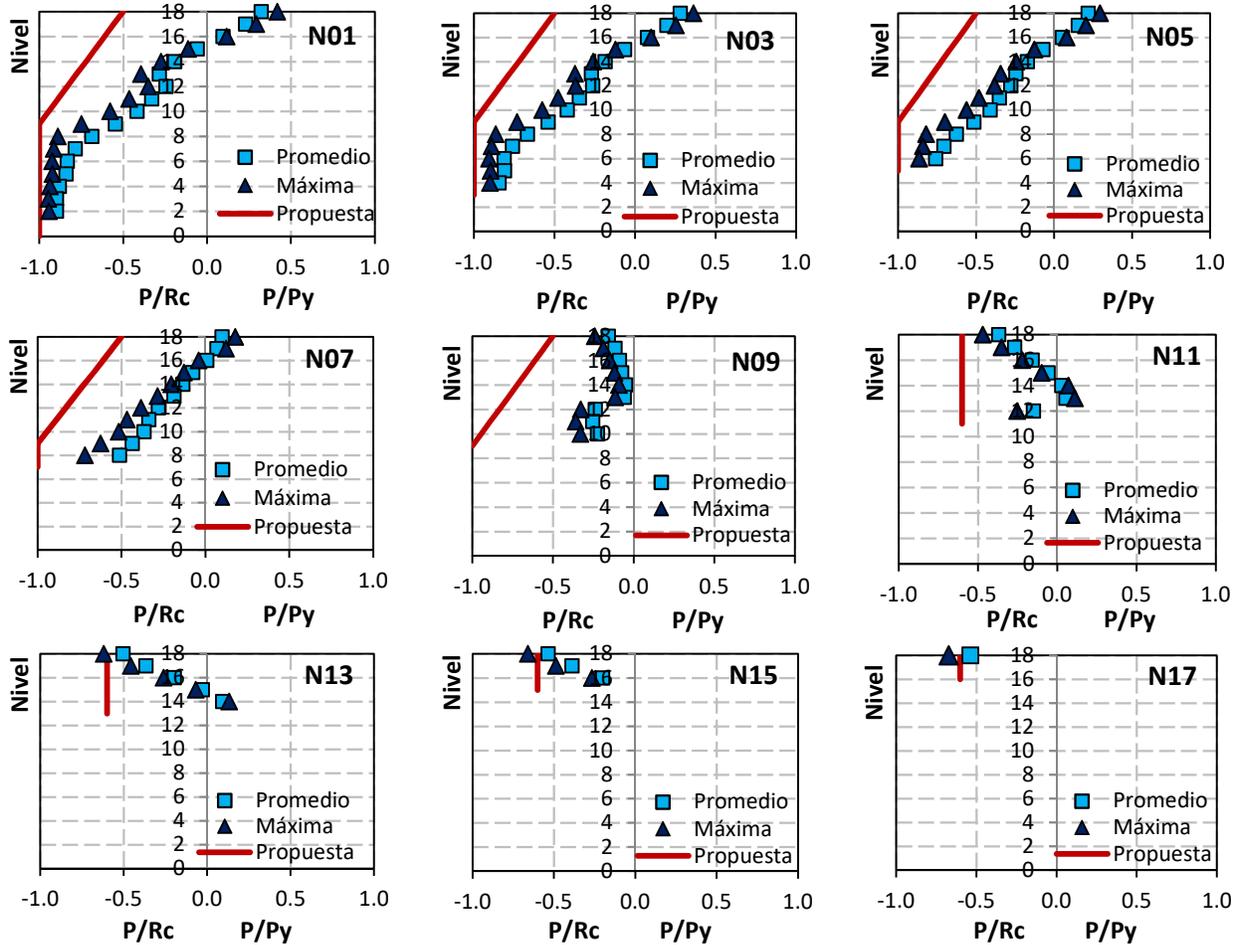


Figura 11: Carga axial normalizada en los contravientos relacionados con la columna CA2 en el modelo de 18 pisos.

El factor de participación de la fluencia de los contravientos se definió a través de una interpolación lineal considerando los resultados de esta investigación, que señalan que a la mitad de la altura del edificio ( $H/2$ ) el factor aún puede ser  $f_{p, H/2} = 1$  y que en el último entrepiso ( $H$ ) el factor es aproximadamente  $f_{p, H} = 0.5$ , como se muestra en la ecuación (7).

$$f_{p,n} = f_{H/2} - \frac{f_{p,H/2} - f_{p,H}}{H - H/2} (n - H/2) \quad (7)$$

Simplificando la ecuación anterior, el factor de participación  $f_p$  de un contraviento del piso  $n$  cuando se calcula la carga axial máxima  $P_{max}$  en una columna del entrepiso  $k$  en un edificio de  $H$  pisos se determina mediante la ecuación (8).

$$\begin{aligned}
 k \leq H/2 & \left\{ \begin{array}{ll} f_{p,n} = \frac{3}{2} - \frac{n}{H} & \text{Cuando } n > H/2 \\ f_p = 1.0 & \text{Cuando } n \leq H/2 \end{array} \right. \\
 k > H/2 & \quad f_p = 0.6
 \end{aligned} \quad (8)$$

Entonces, si la columna donde se está determinando la carga axial está ubicada en los pisos inferiores ( $k \leq H/2$ ) es necesario considerar que los contravientos están plastificados ( $f_p = 1.0$ ) hasta la mitad de la altura del edificio, a partir de donde la participación de la fluencia de los contravientos tiene una disminución lineal hasta  $0.5R_c$ . Por otra parte,

si la columna pertenece a los pisos superiores ( $k > H/2$ ), la participación de los contravientos se evalúa con el 50 por ciento de la carga de fluencia. El comportamiento de la ecuación propuesta se incluyó en las Figuras 9, 10 y 11.

En la Tabla 4 se ejemplifica la obtención del factor de participación  $f_p$  de la fluencia de los contravientos en el modelo de 10 niveles cuando se calcula la carga axial en la columna del piso 2. En este caso  $k = 2$ ,  $H = 10$  y  $R_c$  es la carga de plastificación por pandeo en compresión (NTCA-17). Así, el factor de participación  $f_p$  se calcula mediante la ecuación (8) cuando  $k \leq H/2$  debido a que la columna estudiada está en los pisos inferiores. En la tabla, el factor de participación es constante  $f_p = 1.0$  hasta  $H/2$  desde donde hay una disminución lineal hasta  $f_p = 0.5$ . Entonces, la carga axial máxima se estima adicionando a la carga gravitacional  $P_g$  que soporta la columna en ese entrepiso la proyección de la contribución calculada  $sen\theta$ , según se muestra en la ecuación (6). Finalmente, se hace notar que la propuesta, la ecuación (6), establece la carga axial máxima en las columnas considerando la carga gravitacional que debe soportar, obtenidas de análisis modal espectral elástico, y la proyección de las cargas axiales en el sistema de contravientos, que representan las demandas sísmicas.

**Tabla 4: Determinación del factor de participación  $f_p$  en un modelo de 10 niveles.**

Nivel	$R_c$	$f_p$	$R_c f_p$
10	86.5	0.50	43.2
9	86.5	0.60	51.9
8	86.5	0.70	60.5
7	86.5	0.80	69.2
6	113.3	0.90	102.0
5	113.3	1.00	113.3
4	113.4	1.00	113.4
3	137.5	1.00	137.5
2			
$\Sigma R_c f_p =$			691.1

## ESTUDIO COMPARATIVO

Con base en lo anterior, se realizó un estudio comparativo entre las metodologías de predicción disponibles en la literatura, la propuesta de esta investigación y los resultados estadísticos de los diez análisis no lineales aplicados a los modelos en estudio. En los análisis dinámicos no lineales se determinó la carga axial de las columnas a la mitad del análisis (50 percentil), en la media más una desviación estándar (84 percentil) y la magnitud al final del análisis (100 percentil); de manera que las magnitudes consideradas a continuación representan el promedio de los diez análisis.

En la estadística descriptiva, el percentil permite conocer puntos característicos de la distribución adicionales a los valores centrales, en este caso en 0.50, 0.84 y 1.00. Por definición, un percentil de orden  $p$  de una distribución con  $0 < p < 1$  es la magnitud de la variable  $x_p$  que establece un corte, de modo que una proporción  $p$  de valores de las magnitudes sea menor o igual que  $x_p$ . Entonces, por ejemplo, el percentil de orden  $p = 0.50$  corresponde a la mediana de la distribución; es decir, deja fuera al 50 por ciento de las cargas axiales ordenadas de menor a mayor para cada uno de los diez análisis dinámicos no lineales.

En la Tabla 5 se muestra la demanda promedio obtenida en las columnas normalizada con la carga gravitacional ( $P_{max}/P_g$ ) para hacer notar la importancia de la respuesta inelástica del sistema de contravientos. Así, la carga axial

máxima que soporta una columna adyacente a una crujía contraventeada durante un sismo intenso llega a ser más de cinco veces la magnitud de la demanda gravitacional.

En la Figura 12 se muestra la carga axial en las columnas CA2 y CB3 de los modelos estudiados. La máxima carga representa el caso desfavorable e hipotético en el que todos los contravientos encima del nivel considerado están fluyendo en ese instante. La magnitud de Khatib et al. (1998) y Lacerte y Tremblay (2006) representa la carga axial estimada mediante la aplicación de los métodos discutidos anteriormente. Además, se incluye la magnitud de la carga axial determinada mediante la ecuación (8).

**Tabla 5: Carga axial promedio en columnas de los análisis dinámicos normalizada con la carga gravitacional.**

Nivel	Modelo 10 pisos			Modelo 14 pisos			Modelo 18 pisos		
	50 percentil	84 percentil	100 percentil	50 percentil	84 percentil	100 percentil	50 percentil	84 percentil	100 percentil
18							1.00	1.11	1.23
17							3.80	4.04	4.45
16							3.62	3.86	4.25
15							3.26	3.47	3.83
14				1.00	1.05	1.20	2.83	3.02	3.34
13				3.63	3.89	4.42	2.39	2.54	2.81
12				3.43	3.67	4.13	2.26	2.41	2.70
11				3.09	3.33	3.68	2.25	2.45	2.71
10	1.00	1.03	1.09	2.91	3.23	3.47	2.25	2.53	2.74
9	1.72	1.84	1.87	2.88	3.36	3.43	2.30	2.67	2.81
8	1.92	2.08	2.27	2.97	3.52	3.61	2.40	2.87	2.95
7	2.41	2.64	3.06	3.26	3.90	4.01	2.59	3.13	3.22
6	2.93	3.19	3.60	3.72	4.34	4.49	2.90	3.47	3.58
5	3.51	3.79	4.19	4.27	4.81	5.01	3.23	3.81	3.93
4	4.01	4.26	4.63	4.80	5.29	5.50	3.62	4.19	4.33
3	4.39	4.63	4.99	5.36	5.82	6.03	4.00	4.56	4.69
2	4.82	5.06	5.43	5.85	6.31	6.54	4.38	4.92	5.06
1	5.18	5.38	5.78	6.20	6.69	6.87	4.68	5.20	5.33

Existe poca diferencia entre la carga axial a la mitad del análisis (50 percentil) y la máxima magnitud (100 percentil), lo que implica que la magnitud máxima de carga axial en las columnas se alcanza rápidamente durante un sismo intenso. Algunos estudios señalan que la metodología de la suma de los cuadrados (Khatib et al., 1998) parece determinar adecuadamente la magnitud de la carga axial en edificios de mediana y baja altura (Redwood et al., 1991). Sin embargo, existen investigaciones que demuestran que esa metodología es poco efectiva en edificios de mediana y gran altura (como Lacerte y Tremblay, 2006), lo que coincide con los resultados de esta investigación (Figura 12).

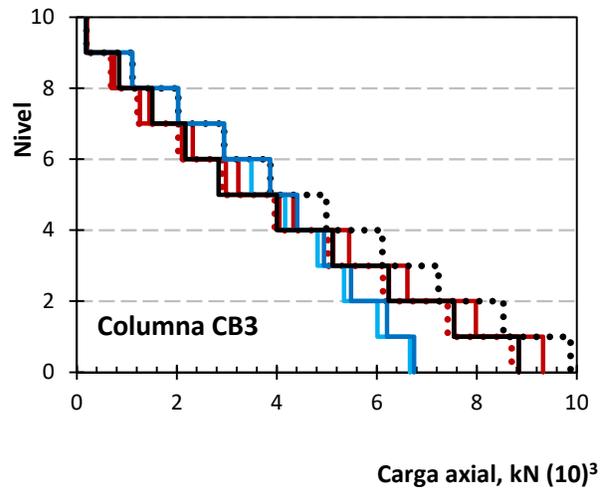
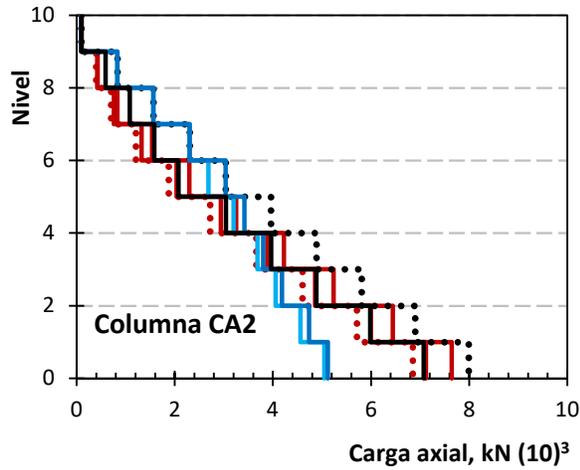
En los modelos estudiados, la propuesta desarrollada en esta investigación, la ecuación (8), predice conservadoramente la magnitud de las cargas axiales, especialmente en los pisos inferiores del modelo de 10 niveles. En general, el cambio de criterio para  $k \leq H/2$  y  $k > H/2$  para la determinación de las cargas axiales, ecuación (8), es gradual entre pisos adyacentes.

Con el propósito de hacer notar la conveniencia de la predicción de la carga axial, en la Tabla 6 se muestran los porcentajes de variación de: i) la carga máxima  $P_{100}$  obtenida en los análisis (100 percentil); ii) la carga máxima que podría soportaría la columna si fluyeran todos los contravientos al mismo tiempo  $P_{m\acute{a}x}$  y iii) la propuesta de esta investigación  $P_{Ec.5}$ , ecuación (6) tomando como referencia la carga axial del 84 percentil  $P_{84}$  obtenida a lo largo de los diez análisis dinámicos no lineales.

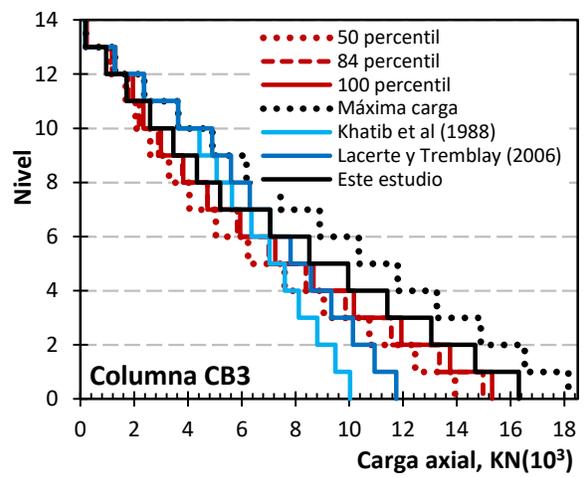
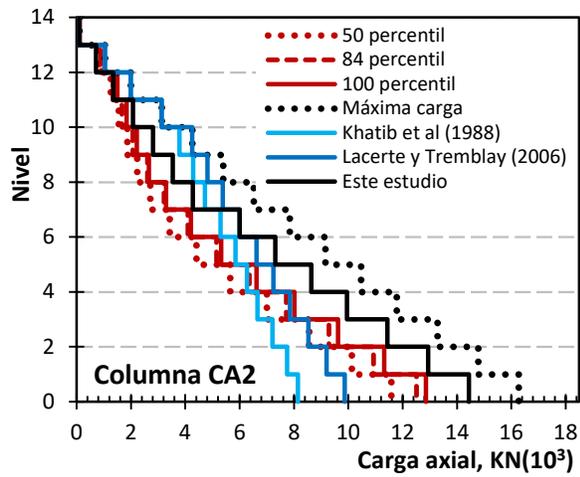
Sobre la base de los resultados (Tabla 6), la propuesta es conservadora para determinar la carga axial en las columnas considerando el 84 percentil; en especial, en los pisos inferiores de los edificios. Asimismo, se nota una dependencia de la altura de los modelos y la precisión de la predicción de la carga axial de las columnas. En todos los casos, la propuesta de este estudio permitiría hacer diseños asociados a demandas más aproximadas a las que ocurren en sismos intensos.

**Tabla 6: Variación en la columna CA2 con respecto a la carga del 84 percentil.**

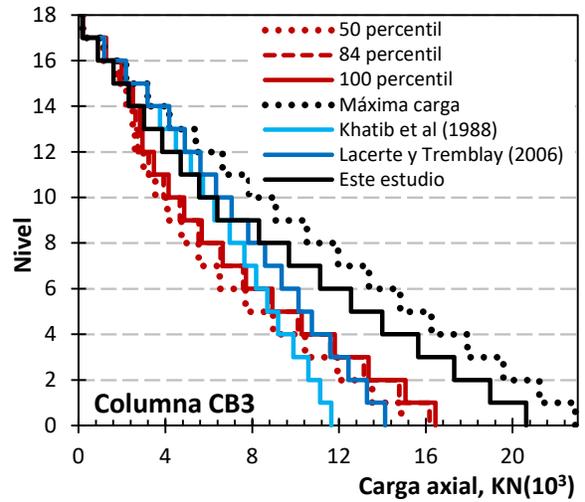
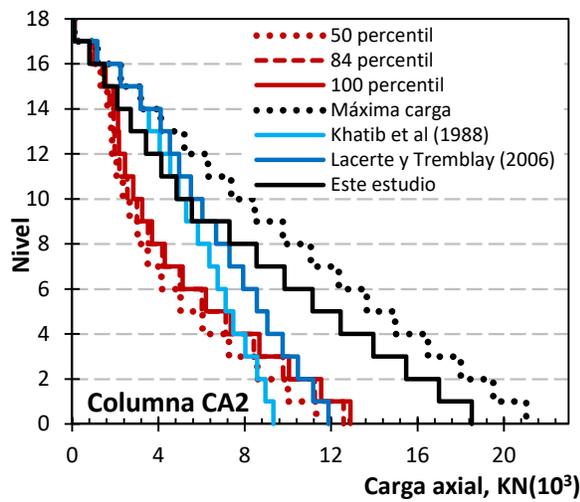
Nivel	Modelo de 10 pisos			Modelo de 14 pisos			Modelo de 18 pisos		
	$P_{100}/P_{84}$	$P_{m\acute{a}x}/P_{84}$	$P_{Ec.5}/P_{84}$	$P_{100}/P_{84}$	$P_{m\acute{a}x}/P_{84}$	$P_{Ec.5}/P_{84}$	$P_{100}/P_{84}$	$P_{m\acute{a}x}/P_{84}$	$P_{Ec.5}/P_{84}$
18							1.11	0.90	0.90
17							1.10	1.26	0.86
16							1.10	1.60	1.06
15							1.10	1.83	1.21
14				1.14	0.95	0.95	1.10	2.14	1.41
13				1.14	1.17	0.89	1.11	2.65	1.75
12				1.13	1.49	1.01	1.12	2.87	1.89
11				1.11	1.88	1.25	1.11	2.88	1.89
10	1.06	0.97	0.97	1.07	2.07	1.36	1.08	2.82	1.85
9	1.02	1.97	1.40	1.02	2.07	1.36	1.05	2.77	2.07
8	1.09	2.06	1.43	1.02	2.03	1.33	1.03	2.65	2.05
7	1.16	1.74	1.19	1.03	1.91	1.47	1.03	2.48	1.97
6	1.13	1.49	1.02	1.03	1.78	1.42	1.03	2.27	1.85
5	1.11	1.35	1.04	1.04	1.65	1.36	1.03	2.10	1.75
4	1.09	1.26	1.02	1.04	1.53	1.29	1.03	1.96	1.66
3	1.08	1.20	1.01	1.04	1.43	1.23	1.03	1.84	1.58
2	1.07	1.15	1.00	1.04	1.35	1.18	1.03	1.74	1.51
1	1.07	1.12	1.00	1.03	1.30	1.15	1.03	1.67	1.47



a) Modelo de 10 pisos



b) Modelo de 14 pisos



c) Modelo de 18 pisos

Figura 12: Comparación de la carga axial de los análisis y los métodos de determinación.

## CONCLUSIONES

En estructuras dúctiles asociadas a un mecanismo de colapso columna fuerte - viga débil - contraviento más débil, la redistribución de las demandas en la columna durante un evento sísmico pueden afectar el desempeño de todo el sistema. Por esta razón, la determinación de la carga axial máxima en las columnas que se puede alcanzar durante sismos intensos tiene especial interés para asegurar un adecuado nivel de seguridad con buena certidumbre. En este artículo se discuten los resultados de un estudio sobre la variación de la carga axial en columnas de crujiás contraventeadas a lo largo de sismos intensos. La investigación pone en evidencia la importancia de la redistribución de cargas, luego de la fluencia de los contravientos ante demandas sísmicas, así como la importancia y complejidad de predecir la magnitud de la carga axial en las columnas desde la etapa de diseño.

Las columnas que se estudiaron forman parte de edificios regulares de 10, 14 y 18 pisos estructurados con marcos momento resistentes dúctiles de acero con contravientos en chevrón bajo análisis dinámicos no lineales con diez registros artificiales que se escalaron conforme a un espectro de diseño para suelo blando. Las principales aportaciones de la investigación son las siguientes:

- Los resultados indican que la carga axial máxima que puede soportar una columna adyacente a una crujiá contraventada durante un sismo intenso puede ser más de cinco veces la magnitud de la demanda gravitacional en los pisos inferiores.
- Con base en los resultados, los métodos disponibles en la literatura para estimar la carga axial en columnas adyacentes a crujiás contraventadas no proveen una buena estimación de la demanda en marcos contraventados en configuración chevrón localizados en suelo blando.
- Se desarrolló una metodología que pretende predecir la demanda axial en columnas en función de la carga gravitacional  $P_g$ , la cantidad total de pisos del edificio  $H$ , el entrepiso en el que se encuentra la columna  $k$  a la que se está prediciendo la carga axial y de un porcentaje de la carga de fluencia de los contravientos en los pisos que se encuentran sobre ella y que se calcula a partir de un factor de participación  $f_p$ . El procedimiento estima magnitudes conservadoras de la carga axial de diseño de las columnas que guían a un diseño más económico y realista de las columnas de los casos estudiados.

Finalmente, se hace notar que la metodología propuesta se desarrolló para marcos contraventados en configuración chevrón en suelo blando y que los resultados no son extrapolables a otras configuraciones de contravientos o condiciones, lo que deberá ser parte de investigaciones posteriores.

## REFERENCIAS

- AISC 341-10 (2010). "Seismic Provisions for Structural Steel Buildings", American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois.
- García, J.S. y Tapia, E. (2015). "Respuesta inelástica de marcos dúctiles con contraviento excéntrico", *Memorias del XX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Id. 28C-45, Acapulco, Guerrero, México.
- Godínez, E. (2010). "Estudio del Comportamiento de Marcos Dúctiles de Concreto Reforzado con Contraviento Chevrón", Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, Ciudad de México.
- Khatib, I., Mahin, S. y Pister, K. (1998). "Seismic Behavior of Concentrically Braced Steel Frames", Report UBC/EERC-88/01, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.
- Lacerte, M. y Trembaly, R. (2006). "Making use of brace overstrength to improve the seismic response of multistory split-X concentrically braced steel frames", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 33, No. 8, pp. 1005-1021.
- Martínez, R.P. (2013). "Axialización de Columnas de Acero Adyacentes a Crujiás Contraventadas", Proyecto Terminal, Licenciatura en Ingeniería Civil, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Ciudad de México.

- Mazzoni, S., McKenna, F., Scott, M. and Fenves, G. (2006). "Open System for Earthquake Engineering Simulation, User Command-Language Manual", Pacific Earthquake Engineering Research, University of California, Berkeley, California.
- NTCA-17 (2017). "Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Acero", *en prensa*, Gaceta Oficial de la Ciudad de México.
- Richards, P.W. (2009). "Seismic column demands in ductile braced frames", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 135, No. 1, pp. 33-41.
- Reedwood, R.G., Lu, F., Bouchard, G., y Paultre, P. (1991). "Seismic response of concentrically braced steel frames", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 18, No. 6, pp. 1062-1077.
- Rezayibana, B. and Yahyai, M. (2016). "New expression to estimate out-of-plane displacement of special concentrically-braced frames", *Engineering Structures*, Vol. 135, pp. 236-245.
- Tapia, E., Chavarría I. y Tena, A., (2012). "Estudio de la flexocompresión de columnas de marcos de acero contraventeados en suelo blando", *Memorias del XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, México.
- Tapia, E. y Tena, A. (2013). "Diseño sísmico de marcos de acero contraventeados. Parte 2: Evaluación de la metodología", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 88, pp. 43-68.
- Tapia, E. y Tena, A. (2014). "Code-oriented methodology for the seismic design for regular steel moment resisting braced frames", *Earthquake Spectra*, Vol. 3, No. 4, pp. 1683-1709.
- Tapia, E., Del Rincón, A. y García, J.S. (2016). "Estudio paramétrico del modelado inelástico de contravientos de acero", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 94, pp. 49-74.
- Tapia-Hernández, E., De Jesús-Martínez, Y. and Fernández-Sola, L. (2017). "Dynamic soil-structure interaction of ductile steel frames in soft soils", *Advanced Steel Construction Journal*, Vol. 13, No. 4, pp. 361-377.