

Implementación del Flujo Potencial en CALTEP

**R. González Silva
F. Zárate
S.R. Idelsohn**

Implementación del Flujo Potencial en CALTEP

**R. González Silva
F. Zárate
S.R. Idelsohn**

Publication CIMNE Nº-228, June 2003

ÍNDICE

1 RESUMEN	4
2 ANÁLISIS DEL PROBLEMA	5
2.1 PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN TEÓRICA	5
2.2 PROGRAMA CALTEP2000 Y MODIFICACIONES NECESARIAS	8
2.2.1 Guión de resolución de un problema de flujo potencial con el Método de Elementos Finitos	8
2.2.2 Presentación de CALTEP2000	9
2.2.3 Limitaciones asociadas a problemas de aerodinámica	10
2.2.4 Modificaciones necesarias	11
2.3 MODIFICACIONES EFECTUADAS	16
2.3.1 Subrutinas modificadas	16
2.3.2 Subrutinas nuevas	18
2.3.3 Problem Type modificado	20
2.3.4 Programa final CALPOT2002	21
3 PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	22
3.1 PERFIL SIMPLIFICADO DE UN ALA	22
3.1.1 Cálculo con CALPOT2002	23
3.1.2 Validación con ED-Poiss	23
3.2 CILINDRO CIRCULAR	27
3.3 PERFIL NACA-63012A	28
3.3.1 Introducción a NACA Airfoil	28
3.3.2 Perfil NACA-63012A con CALPOT2002	28
3.3.3 Perfil NACA-63012A con DesignFOIL	32
3.3.4 Comparación de resultados	33
3.3.5 Resultados en CALPOT2002 con otra línea de corte arbitraria ..	34
3.3.6 Análisis de resultados a velocidades bajas	35
3.3.7 Estudio con ángulo de ataque de 5°	36
3.3 PERFIL NACA-M12	39
4 ALTERNATIVAS Y VÍAS DE CONTINUACIÓN	41
5 CONCLUSIONES	43

6 AGRADECIMIENTOS	44
7 ANEXOS	45
ANEXO 1. LISTADOS DE LAS SUBROUTINAS	45
ANEXO 2. PROBLEM TYPE CALPOT2002	45
ANEXO 3. ARCHIVOS DE DATOS Y DE RESULTADOS	45
ANEXO 4. PROGRAMAS Y EXTRAS EN EL CD-ROM	45
8 APÉNDICES	46
APÉNDICE A. CONDICIÓN DE KUTTA	46
APÉNDICE B. N.A.C.A. AIRFOIL	48
B.1 DEFINICIÓN DE ALGUNAS SERIES NACA	50
B.2 APLICACIONES AERONÁUTICAS	51
B.2.1 Fundamentos	51
B.2.2 Ángulo de incidencia	53
B.2.3 Fotografías	54
B.2.4 Otras aplicaciones	55
APÉNDICE C. LIFT COEFFICIENT	56
9 BIBLIOGRAFÍA	57
10 WEBS DE INTERÉS	58
11 CD-ROM CON LOS PROGRAMAS Y FICHEROS DE DATOS	
.....	Contraportada

1

RESUMEN

La presente Tesis de Master tiene como objetivo la modificación del programa CALTEP2000 estacionario, el cual estudia la transmisión de calor mediante el Método de Elementos Finitos (MEF).

Esta modificación pretende adaptar dicho programa al estudio aerodinámico en problemas de fluidos con la aproximación de Flujo Potencial. De esta forma, la adaptación permite soslayar un problema numérico que surge, en fenómenos de flujo alrededor de objetos aerodinámicos que presentan un borde de fuga, si no se toman las precauciones adecuadas.

Una vez obtenida esta adaptación, se procede a validarla con un perfil de ala sencillo y el programa educativo ED-Poiss y, posteriormente, con un cilindro circular y con perfiles NACA-63012A y NACAM-12. Debido a la complejidad de estos últimos, se utiliza para validarlos el programa comercial DesignFOIL, especializado en el estudio de perfiles de ala.

Palabras clave:

airfoil, NACA, condición de Kutta-Joukowski, circulación, flujo potencial, CALTEP2000, CALPOT2002, MEF, lift, drag.

2

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

2.1 PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN TEÓRICA

Partiendo de las ecuaciones completas para fluidos laminares compresibles, viscosos y transitorios, podemos simplificarlas para estudiar unos determinados casos particulares que abarcan gran número de problemas en la ingeniería. Sean entonces dichas ecuaciones completas:

a) Relaciones constitutivas para fluidos newtonianos:

$$\sigma_{ij} = 2\mu \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{ll} \delta_{ij}}{3} \right) - p \delta_{ij} \quad (2.1)$$

b) Ecuaciones de conservación de la masa (Ecuación de continuidad):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (2.2)$$

c) Ecuaciones de conservación del momento (forma conservativa):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) \quad (2.3)$$

d) Ecuaciones de conservación de la energía (forma conservativa):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i E) = \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij} u_j) - \frac{\partial}{\partial x_i} (p u_i) + f_i u_i + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + Q \quad (2.4)$$

El problema que nos ocupa está enmarcado dentro de la teoría del flujo potencial, para la cual son consideradas las siguientes simplificaciones sucesivas:

i) **Fluido estacionario:**

se considera que las variables en un punto del espacio no cambian con el tiempo, su valor es constante en dicho punto del espacio, lo cual permite despreciar los términos

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial E}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

ii) Fluido incompresible:

se considera la densidad ρ constante en todo el volumen del fluido y a lo largo de todo su movimiento (por ejemplo, el aire a velocidades bajas, $\text{Mach} \leq 0.3$, se comporta como incompresible). Esta consideración implica que las ecuaciones de conservación de la masa (2.2) se reduzcan a

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.6)$$

Asimismo, las ecuaciones de conservación del momento (2.3) se transforman en

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = 0 \quad (2.7)$$

iii) Fluido inviscido:

se considera que las fuerzas viscosas son despreciables frente a las demás, con lo cual podremos despreciar de las ecuaciones anteriores todos los términos en τ_{ij} , quedándonos así las conocidas ecuaciones de Euler

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Esta aproximación se suele utilizar para altos números de Reynolds ($\text{Re} > 10000$), pero hay que destacar que, para $\text{Re} > 10000$, el fluido real pasa de ser laminar a turbulento.

Recordemos que el número de Reynolds se define como

$$\text{Re} = \frac{\rho L |\vec{u}|}{\mu} \quad (2.9)$$

y nos da una medida de la importancia de la convección respecto a las fuerzas viscosas.

ρ es la densidad del fluido estudiado, L una dimensión característica del problema, μ la viscosidad dinámica y \vec{u} la velocidad del fluido.

iv) Fluido irrotacional:

se considera que el fluido verifica la condición de irrotacionalidad

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.10)$$

condición que se da para fluidos no viscosos, siendo la viscosidad la que introduce la rotacionalidad. También se puede expresar como

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{u} = \vec{0} \quad (2.11)$$

Utilizando (2.10) en las ecuaciones de Euler (2.8) y escribiendo el término fuente f_i como derivado de un potencial de fuerza P se obtienen las siguientes ecuaciones en componentes

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{|\vec{u}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} - P \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{|\vec{u}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} - P \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{|\vec{u}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} - P \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

las cuales implican que, en todo el dominio, se cumple

$$\frac{|\vec{u}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} - P = cte \quad (2.13)$$

que es la conocida **ecuación de Bernoulli**. En los problemas en los que la fuerza que actúa sobre el fluido es su peso gravitatorio se define el potencial P como

$$P = -\frac{\gamma}{\rho} z \quad (2.14)$$

siendo γ el peso específico del fluido y z la coordenada en la dirección del campo gravitatorio (en el caso del aire consideraremos despreciable esta fuerza).

Queda asegurar la irrotacionalidad expresando el campo de velocidades como derivado de una función potencial $\varphi(x, y, z)$ continua en todo el dominio tal que

$$u_1 = u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad u_2 = v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad u_3 = w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (2.15)$$

Esta definición asegura automáticamente la irrotacionalidad [6].

Si la sustituimos en la ecuación de continuidad (2.6) se llega a

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right) = \vec{\nabla}^2 \varphi = 0 \quad (2.16)$$

conocida como ecuación de Laplace.

Esta última ecuación es equivalente a la ecuación de Poisson sin el término de fuente

$$k \vec{\nabla}^2 \phi + Q = 0 \quad (2.17)$$

De este modo, bajo adecuadas condiciones de contorno, se podrá resolver (2.16) en un dominio Ω mediante el Método de Elementos Finitos (MEF).

2.2 PROGRAMA CALTEP2000 Y MODIFICACIONES NECESARIAS

Como vimos anteriormente, la ecuación de Laplace (2.16) es idéntica a la ecuación de Poisson de la conducción del calor reemplazando T por φ y asignando $k = 1$ y $Q = 0$. Ello permite que, cualquier programa que resuelva la conducción del calor por el MEF, pueda ser utilizado para resolver un problema de flujo potencial.

2.2.1 Guión de resolución de un problema de flujo potencial con el Método de Elementos Finitos

a) Plantear las ecuaciones a resolver. Por ejemplo, para el caso tridimensional quedan

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (2.18)$$

b) Plantear condiciones de contorno adecuadas

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \bar{u}_n \\ \varphi = \bar{\varphi} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{en } \Gamma_u \\ \text{en } \Gamma_\varphi \end{array} \quad (2.19)$$

c) Discretización. Dividir el dominio en elementos con geometría sencilla y aproximar en cada región la incógnita (por ejemplo por polinomios, que luego serán expresados en función de valores locales de la incógnita).

d) Resolución mediante el Método de Residuos Ponderados utilizando la forma débil y ponderación de Galerkin. De aquí se obtiene un sistema de ecuaciones lineales

$$\mathbf{K} \cdot \bar{\varphi} = \mathbf{F} \quad (2.20)$$

siendo \mathbf{K} la matriz de rigidez.

e) Imposición de las condiciones de contorno de Dirichlet (φ prescrito) y resolución del sistema lineal de ecuaciones obteniendo φ en todo el dominio Ω .

f) Cálculo de las velocidades del fluido mediante las derivadas de la función potencial φ

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (2.21)$$

g) Imponer la ecuación de Bernoulli (2.13) en un punto donde presión p , velocidad \bar{u} y distancia z sean conocidas para determinar el valor de la *cte* a utilizar para nuestro problema

$$cte = \frac{|\bar{u}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \quad (2.22)$$

h) Finalmente, la presión en cualquier punto viene dada por

$$p(x, y, z) = \rho \cdot \left[cte - gz - \frac{|\bar{u}(x, y, z)|^2}{2} \right] \quad (2.23)$$

i) Es frecuente utilizar la forma adimensionalizada de la presión, denominada coeficiente de presión C_p :

$$C_p = 1 - \frac{|\vec{u}(\vec{x})|^2}{|\vec{U}_\infty|^2} \quad (2.23\text{bis})$$

j) Complementariamente, la sustentación y la resistencia al avance de la geometría del objeto estudiado se pueden calcular integrando la presión sobre dicha geometría

$$Lift = \int_{\Gamma} p \cdot m \, d\Gamma \quad (2.24)$$

$$Drag = \int_{\Gamma} p \cdot l \, d\Gamma \quad (2.25)$$

siendo l y m los cosenos directores de la normal exterior a la superficie Γ de la geometría del objeto estudiado.

2.2.2 Presentación de CALTEP2000

CALTEP2000 es un programa desarrollado en el CIMNE por el Dr. Francisco Zárate que permite resolver la ecuación de Poisson 2D estacionaria mediante el Método de Elementos Finitos en el caso de la transmisión de calor. Dicho programa, realizado en FORTRAN 90, sigue una estructura básica que obedece al siguiente esquema simplificado

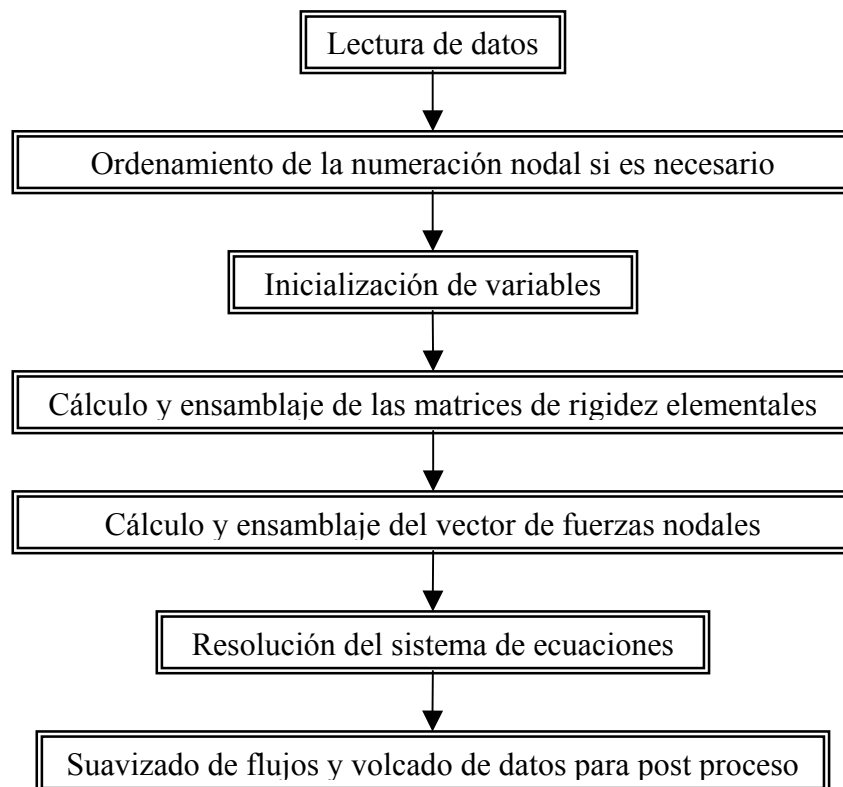


Figura 2.1. Diagrama de flujo del programa CALTEP2000.

2.2.3 Limitaciones asociadas a problemas de aerodinámica

Observando el guión del apartado 2.2.1 se llega a la conclusión de que, con las modificaciones adecuadas, se puede utilizar el programa CALTEP2000 para resolver el problema del flujo potencial reemplazando T por φ y asignando $k = 1$ y $Q = 0$ en la ecuación de Poisson de la conducción del calor.

Sin embargo, esto no es suficiente pues, la teoría del flujo potencial, es una primera aproximación y tiene grandes limitaciones que podrían conducir a valores completamente erróneos si se utiliza incorrectamente.

Un fenómeno muy estudiado con la teoría del flujo potencial que es la base de la presente Tesis de Máster, es el flujo alrededor de objetos aerodinámicos que presentan un borde de fuga o trailing edge (Fig.2.2). Es el caso de perfiles de ala de avión, quillas de barcos, alerones de estabilización de automóviles, etc. (ver Apéndice B).

El borde de fuga bien determinado, con un ángulo suficientemente agudo, hace que el desprendimiento del fluido se produzca en dicho borde. Se trata de un fenómeno viscoso y localizado sobre la superficie del perfil del ala que hace que desde el borde de fuga deba salir una línea de corriente. Es decir, que la velocidad en la parte superior e inferior en las proximidades del borde de fuga debe ser la misma (Fig.2.3).

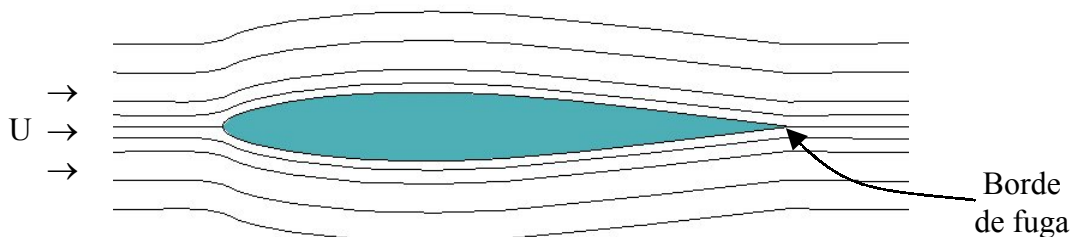


Figura 2.2. Flujo alrededor de un perfil aerodinámico.

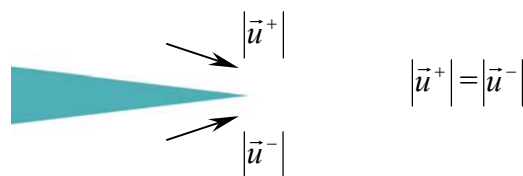


Figura 2.3. Velocidades cerca del borde de fuga.

Si no se toman las medidas adecuadas, al estudiar este fenómeno con la teoría del flujo potencial obtendríamos resultados de sustentación incorrectos (Figura 2.4). Para evitar este resultado erróneo se ha de considerar la **Condición de Kutta-Joukowski** (ver Apéndice A).

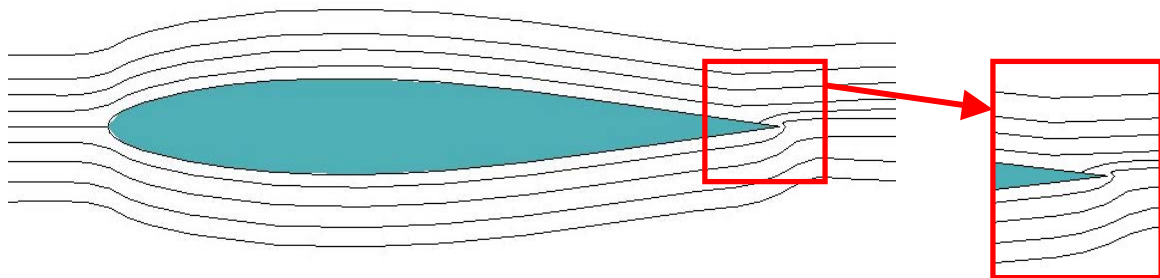


Figura 2.4. Flujo alrededor de un perfil aerodinámico sin condición de Kutta-Joukowski.

2.2.4 Modificaciones necesarias

Una forma de considerar la condición de Kutta-Joukowski es realizar un corte sobre el dominio de forma que, la función potencial φ , tenga un salto sobre dicho corte (Figura 2.5).

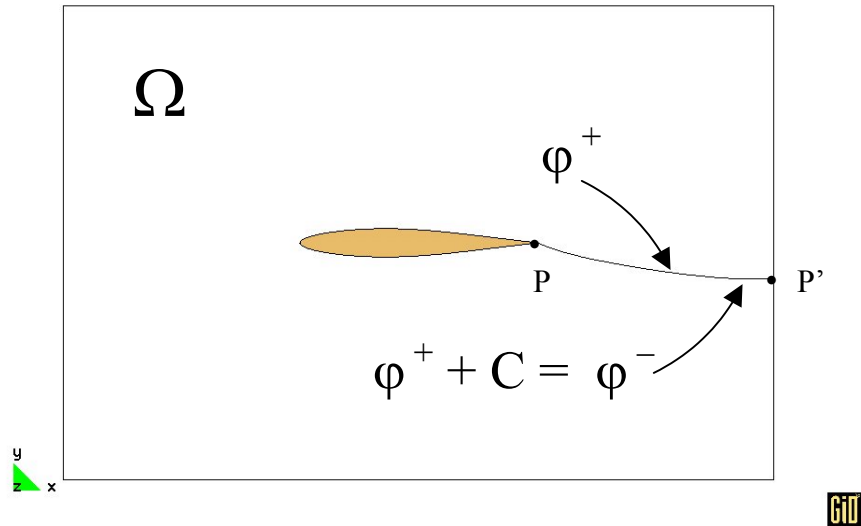


Figura 2.5. Dominio de estudio con la línea de corte arbitraria.

Es decir, sobre la línea arbitraria PP' de la figura 2.5 se efectúa, en la malla de elementos finitos, un corte de forma que, en la parte superior del corte, la función potencial φ tenga un valor $\varphi^+(s)$ y en la parte inferior tenga un valor $\varphi^-(s) = \varphi^+(s) + C$; siendo s la coordenada sobre la línea de corte y C una constante a determinar (Figura 2.6).

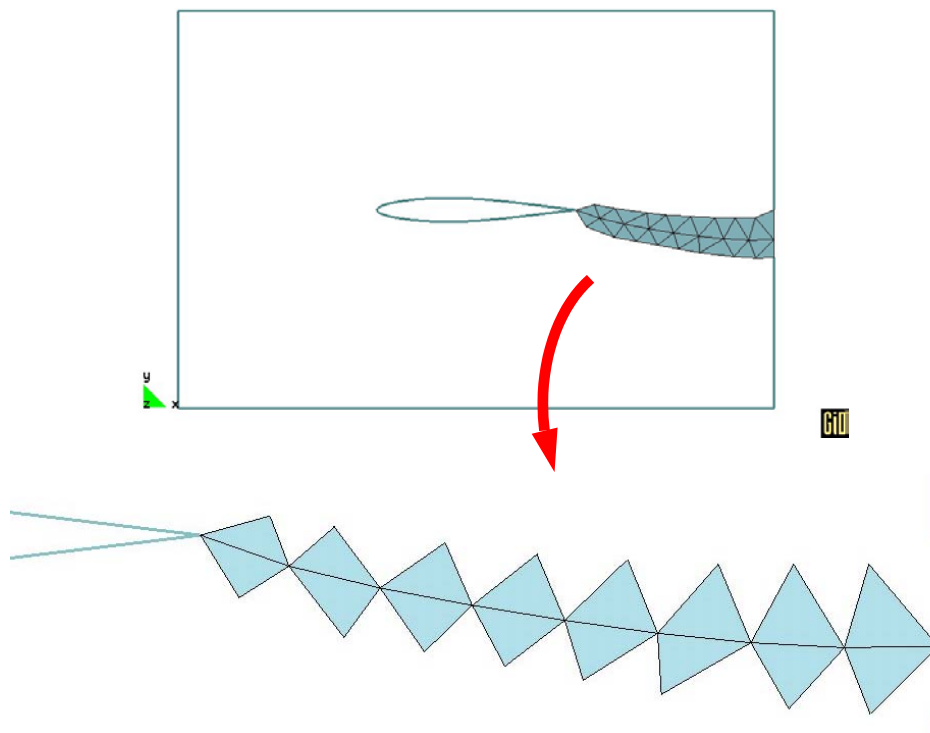


Figura 2.6. Corte en la malla y elementos implicados en el corte.

Este salto de la función potencial permite obtener diferentes soluciones variando la magnitud del salto. Dado que la velocidad depende de la derivada de φ , el salto no introduce discontinuidad en la magnitud de la velocidad en la dirección de s . Veámoslo, sea u_s la componente de la velocidad en la dirección del corte

$$u_s = \frac{\partial \varphi}{\partial s} \quad (2.26)$$

de este modo

$$u_s^+ = \frac{\partial \varphi^+}{\partial s} \quad (2.27)$$

$$u_s^- = \frac{\partial \varphi^-}{\partial s} = \frac{\partial (\varphi^+ + C)}{\partial s} = \frac{\partial \varphi^+}{\partial s} + \frac{\partial C}{\partial s} = \frac{\partial \varphi^+}{\partial s} = u_s^+ \quad (2.28)$$

Ya tenemos la continuidad en la dirección del corte s . Se necesita también la continuidad en la dirección normal al corte n

$$u_n^- = \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} = \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} = u_n^+ \quad (2.29)$$

Para lograrlo aislamos de (2.29)

$$\frac{\partial \varphi^+}{\partial n} - \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} = 0 \quad (2.30)$$

y agregamos la ecuación (2.30) a la ecuación del Método de Residuos Ponderados que habíamos obtenido con (2.18) y (2.19). De esta forma se llega a

$$\int_{\Omega} \mathbf{N} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) d\Omega + \int_{\Gamma_n} \mathbf{N} \left(\bar{u}_n - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_c} \mathbf{N} \left(\frac{\partial \varphi^+}{\partial n} - \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} \right) d\Gamma_c = 0 \quad (2.31)$$

siendo Γ_c el contorno del corte.

En el proceso de integración por partes del Método de Residuos Ponderados para llegar a la forma débil, el último término de (2.31) se anula con las integrales de contorno que aparecen, quedando de nuevo el sistema de ecuaciones lineales

$$\mathbf{K} \cdot \bar{\varphi} = \mathbf{F} \quad (2.32)$$

De este modo sólo queda imponer explícitamente la condición

$$\varphi^-(s) = \varphi^+(s) + C \quad (2.33)$$

Una forma de imponer (2.32) a nivel numérico es suponer que ciertos valores del vector incógnita $\bar{\varphi}$, llamados $\bar{\varphi}^+$, difieren de otros llamados $\bar{\varphi}^-$ en una constante, es decir

$$\bar{\varphi}^- = \bar{\varphi}^+ + \vec{C} \quad (2.34)$$

En consecuencia, el vector de incógnitas adquiere una estructura por partes

$$\bar{\varphi} = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}^+ \\ \bar{\varphi}^- \\ \bar{\varphi}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}^+ \\ \bar{\varphi}^+ + C \\ \bar{\varphi}_R \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

siendo $\bar{\varphi}_R$ un vector que reúne los términos que no están involucrados en el corte.

Sustituyendo (2.35) en el sistema de ecuaciones (2.32) nos lleva a un sistema de ecuaciones del tipo

$$\mathbf{K} \cdot \bar{\varphi} = \mathbf{F} - \mathbf{G} \quad (2.36)$$

Particularizando para el caso de una malla de elementos triangulares, recordamos que dentro de cada elemento hay tres funciones de forma:

$$\varphi = N_1\varphi_1 + N_2\varphi_2 + N_3\varphi_3 \quad (2.37)$$

Entonces le añadimos unos términos correspondientes a los nodos del lado del elemento que está tocando al corte

$$\varphi^+ = N_1\varphi_1 + N_2\varphi_2 + N_3\varphi_3 + N_1C + N_2C \quad (2.38)$$

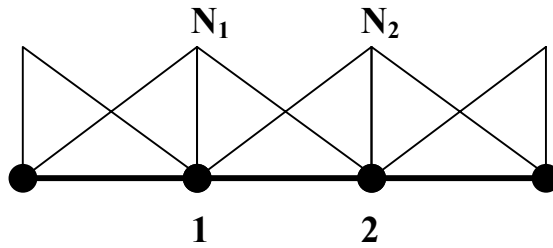


Figura 2.7. Sección de la línea de corte antes de añadir la constante C .

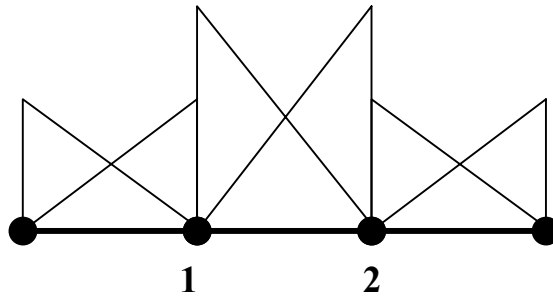


Figura 2.8. Sección de la línea de corte después de añadir la constante C .

Esta consideración modifica la matriz de rigidez del sistema, apareciendo un nuevo término \mathbf{G} que no depende de los valores de las incógnitas. Dicho término pasa entonces a modificar el vector de fuerzas nodales \mathbf{F} en forma de resta: $\mathbf{F} - \mathbf{G}$.

El cálculo explícito del vector \mathbf{G} viene dado por

$$\mathbf{G} = \int_{\Gamma_c} C \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \left(\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial x} \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_c} C \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \left(\frac{\partial N_1}{\partial y} + \frac{\partial N_2}{\partial y} \right) d\Gamma \quad (2.39)$$

siendo N_1, N_2 las funciones de forma del lado del elemento que toca al corte y el vector $\mathbf{N}^t = (N_1, N_2, N_3)$.

Se considera nula la contribución un elemento que sólo toca en un nodo a la línea de corte ya que, un punto, es un conjunto de medida nula y no contribuye al salto de potencial en una línea (Figura 2.9).

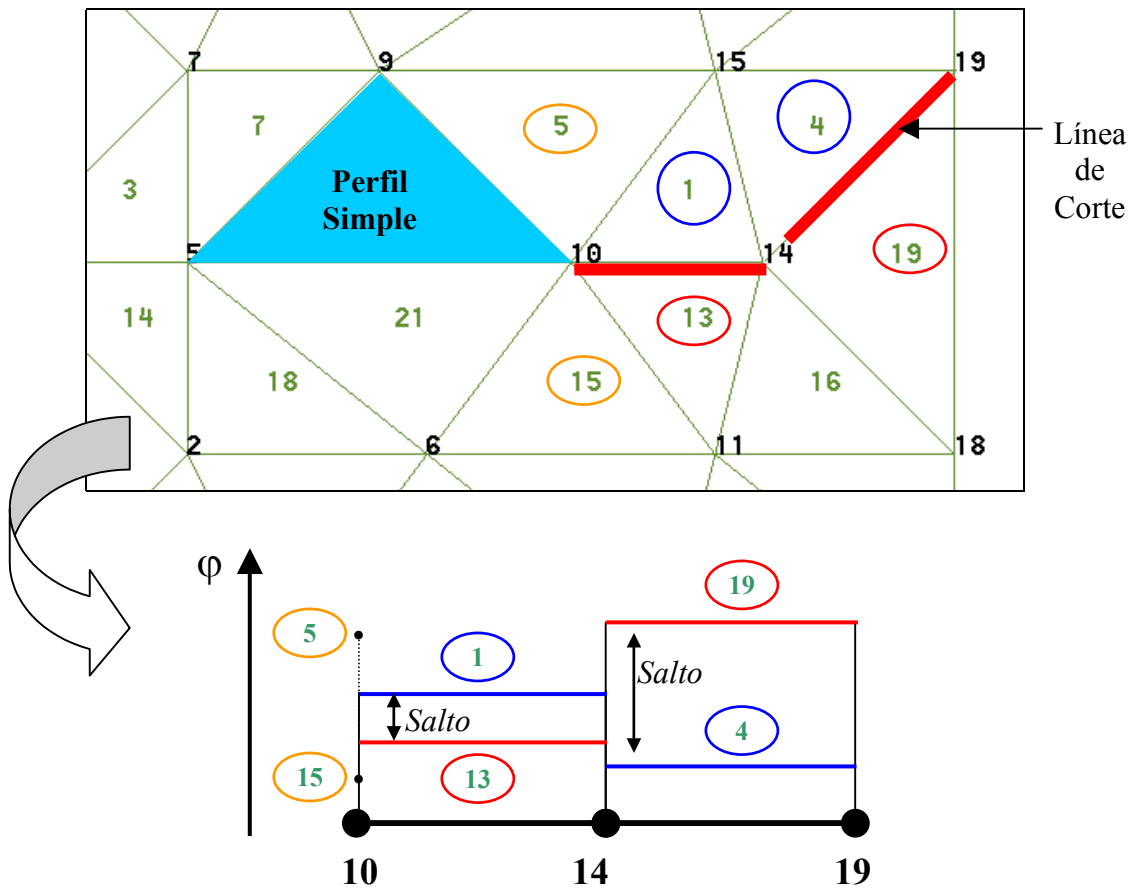


Figura 2.9. Contribución de un lado y de un punto al salto sobre la línea de corte.

Es necesario entonces, añadir el cálculo del nuevo término de fuerzas nodales \mathbf{G} al programa de cálculo de transmisión de calor por el Método de Elementos Finitos.

Por otra parte, para evaluar la constante C necesaria se utiliza el hecho de que se ha demostrado (de Vries and Norrie 1971; [1];[6]) que el salto $\Delta u = |\vec{u}^+| - |\vec{u}^-|$ es función lineal de dicha constante

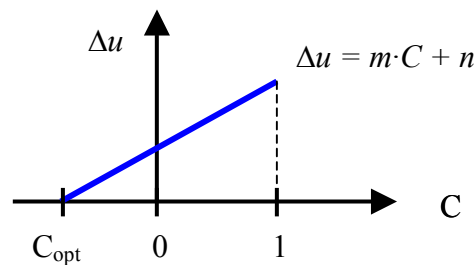


Figura 2.10. Relación lineal entre el salto Δu y la constante C .

De este modo, en dos iteraciones de nuestro programa se alcanza el valor de C correcto (C_{opt}) que satisface la condición de Kutta-Joukowski. Es decir, primero se resuelve el problema con un valor $C = 0$ (que da el resultado de CALTEP2000 sin modificar). En

segundo lugar se resuelve el problema con un valor $C = 1$. El C correcto es el que lleva a $\Delta u = 0$ en la dirección normal sobre la línea de corte.

Si tomamos la relación lineal

$$\Delta u = m \cdot C + n \quad (2.40)$$

el cálculo con $C = 0$ nos da un valor Δu_1 , el cual nos lleva a

$$n = \Delta u_1 \quad (2.41)$$

Del mismo modo, el cálculo con $C = 1$ nos da a su vez un valor Δu_2 , el cual, usado junto con (2.40) y (2.41) nos conduce a

$$m = \Delta u_2 - \Delta u_1 \quad (2.42)$$

quedando la ecuación (2.40) como sigue

$$\Delta u = (\Delta u_2 - \Delta u_1) \cdot C + \Delta u_1 \quad (2.43)$$

Finalmente, dado que la constante C correcta (o C_{opt}) es la que lleva a $\Delta u = 0$ en la dirección normal sobre la línea de corte, tenemos

$$C_{opt} = \frac{\Delta u_1}{(\Delta u_1 - \Delta u_2)} \quad (2.44)$$

donde

$$\Delta u_i = |\vec{u}_i^+| - |\vec{u}_i^-| \quad (2.45)$$

La componente $|\vec{u}_i^+|$ se calcula proyectando, la velocidad del elemento que está encima de la línea de corte, sobre la dirección normal al lado que toca dicha línea y haciendo su módulo. De igual forma, La componente $|\vec{u}_i^-|$ se calcula proyectando, la velocidad del elemento que está debajo de la línea de corte, sobre la dirección normal al lado que toca dicha línea y haciendo su módulo.

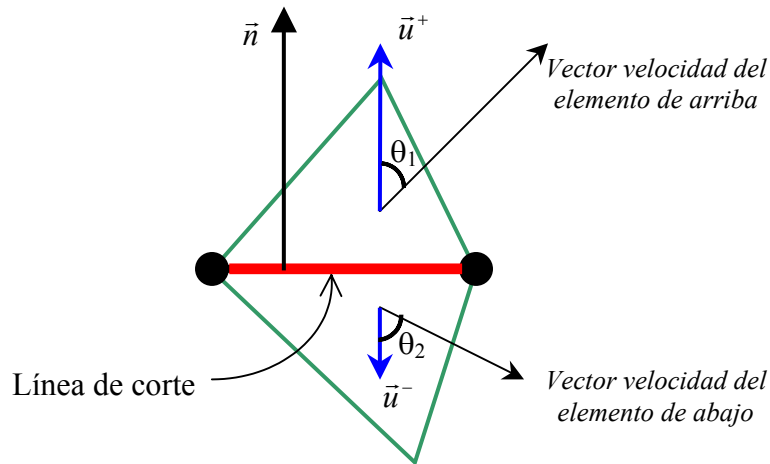


Figura 2.11. Proyecciones de la velocidad sobre la normal a la línea de corte.

2.3 MODIFICACIONES EFECTUADAS

Seguidamente se procede a exponer las subrutinas de Caltep2000 modificadas explicando la modificación efectuada en cada caso. A continuación, se exponen las nuevas subrutinas que han sido necesarias para adaptar Caltep2000 a la condición de Kutta-Joukowski así como el nuevo Problem Type adaptado a las modificaciones introducidas.

2.3.1 Subrutinas modificadas

a) Subrutina *Caltep2000.f90*

El flujo del programa Caltep2000 fue modificado para incluir las iteraciones necesarias para el cálculo de la constante C_{opt} y, posteriormente, el cálculo de la velocidad del fluido en cada nodo del dominio, de la presión también en cada nodo, del coeficiente de presión y, finalmente, el cálculo de la sustentación y del arrastre.

El resultado es la subrutina *Calpot2002.f90* cuyo diagrama de flujo se expone a continuación

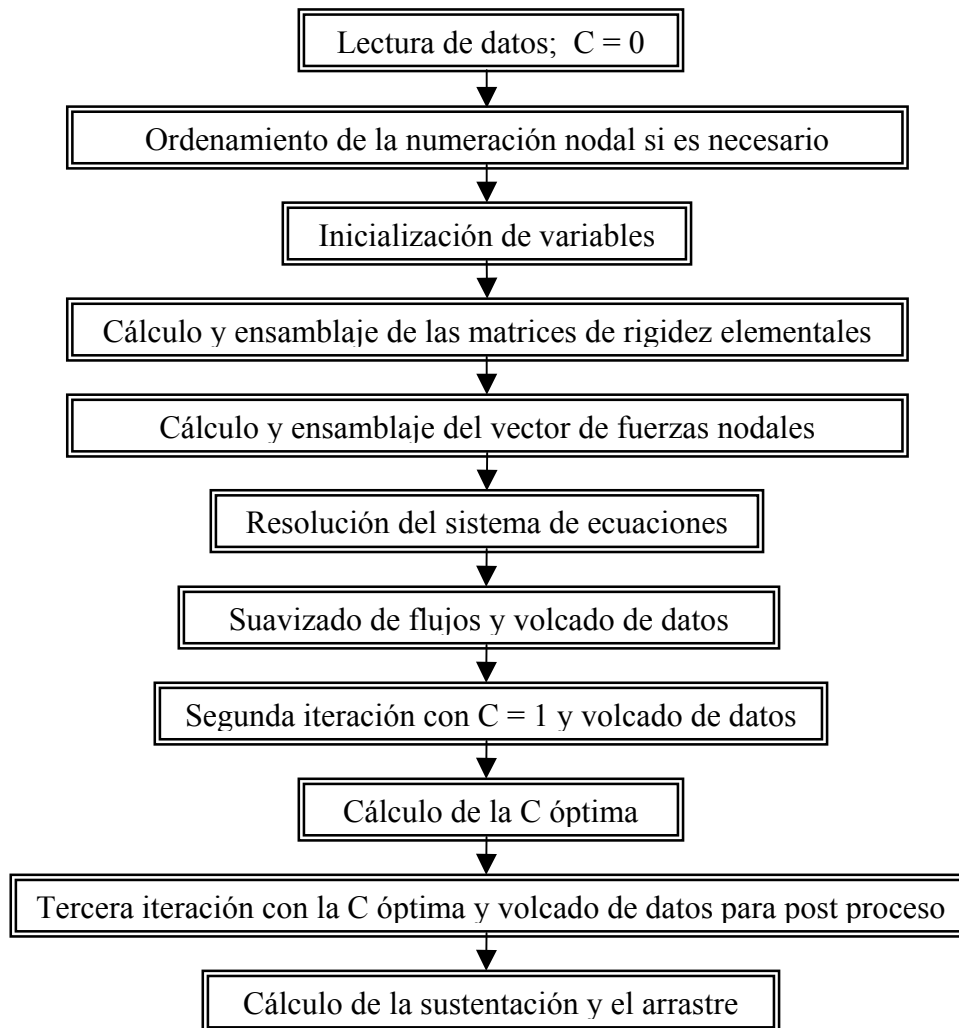


Figura 2.12. Diagrama de flujo del programa Calpot2002.

b) Subrutina *openfile.f90*

Se le añaden a esta subrutina los ficheros asociados a los nuevos cálculos.

c) Subrutina *datos.f90*

Se le añade el uso del módulo *cutline_db*.

d) Subrutina *rdmat.f90*

Se guarda el valor de la variable *densi* en el módulo *lift_db* para cálculos posteriores.

e) Subrutina *rdloa.f90*

Se agrega la comprobación de si en el fichero de datos *.cal* existen elementos y nodos correspondientes al contorno del objeto estudiado. En caso afirmativo se llama a la subrutina *liftat*.

También comprueba si existe una línea de corte. En caso afirmativo se llama a la subrutina *cutdat* y se activa el marcador *ipfuga*.

f) Subrutina *disdat.f90*

Se guardan, en el módulo *lift_db*, unos valores constantes para todo el problema que se han de utilizar más adelante. Además, se implementa el cálculo de la *cte* de la ecuación (2.22) para poderla utilizar en la ecuación (2.23) consecuencia de la ecuación de Bernoulli.

g) Subrutina *inpda2_TR03.f90*

Se añade el almacenamiento, en la matriz *elemtotals*, de todos los elementos y sus nodos correspondientes para cálculos posteriores.

h) Subrutina *flujon_TR03.f90*

Se añade el almacenamiento de la velocidad en cada elemento para cada iteración del proceso para poderla utilizar en la obtención de la C_{opt} . Asimismo, se implementa el cálculo de la presión en cada nodo del dominio a partir del flujo suavizado. A su vez, se implementa el cálculo del coeficiente de presión (presión adimensionalizada) en cada nodo según (2.23bis) y la escritura de resultados en el archivo correspondiente para poderlos utilizar en el postproceso.

i) Subrutinas *dmattp_01.f90* y *dmattp_02.f90*

Se asigna permanentemente el valor 1 a los elementos de la diagonal principal de la matriz de conductividad D y 0 al resto de elementos. Ello es debido a la identificación de la ecuación de Laplace (2.16) con la ecuación de Poisson (ver sección 2.2).

j) Módulo *fuerza_db.f90*

Se añade la definición del marcador *ipfuga*.

k) Subrutina *fuerza.f90*

Se agrega la comprobación de si el marcador *ipfuga* está activado. En caso afirmativo se llama a la subrutina *fkutta*.

l) Subrutina *fuerza.f90*

Se agrega el cierre de los nuevos ficheros asociados al programa.

2.3.2 Subrutinas nuevas

a) Módulo *cutline_db.f90*

Este es un módulo de definición y manejo de la base de datos de las variables de la línea de corte. Aquí se definen y almacenan variables que se van utilizando durante todo el programa en cálculos relacionados con la línea de corte.

Las variables aquí definidas son las siguientes:

<i>ncutelem</i>	:= número de elementos implicados en la línea de corte.
<i>cutpointer</i>	:= puntero para identificar la iteración en la cual estamos. Si vale 1 estamos en el cálculo con $C = 0$, si vale 2 estamos con $C = 1$ y si vale 3 estamos con $C = C_{opt}$.
<i>ccut</i>	:= vector que almacena la constante C para cada elemento de la línea de corte.
<i>cutelem</i>	:= vector que almacena los elementos que tocan con un lado la línea de corte y están situados por encima de ella.
<i>cutnodes</i>	:= vector que almacena los nodos de la línea de corte.
<i>cutelemdeb</i>	:= vector que almacena los elementos que tocan con un lado la línea de corte y están situados por debajo de ella.
<i>elemtotals</i>	:= matriz que almacena todos los elementos y sus nodos correspondientes.
<i>cutflujo</i>	:= matriz que almacena las velocidades en el elemento para cada iteración.
<i>svect</i>	:= matriz que almacena las componentes de la dirección normal al lado del elemento considerado que toca a la línea de corte.

b) Módulo *lift_db.f90*

Este es un módulo de definición y manejo de la base de datos de las variables del contorno del objeto estudiado y otras variables del problema. Aquí se definen y almacenan variables que se van utilizando durante todo el programa en cálculos relacionados con la presión.

Las variables aquí definidas son las siguientes:

<i>densi</i>	:= densidad del fluido en el cual se mueve el objeto estudiado.
<i>cte</i>	:= constante de la ecuación (2.22) usada en la ecuación de la presión (2.23).
<i>flujoinitial</i>	:= constante que proporciona la velocidad de entrada del fluido en un punto conocido (que será un punto de la línea de entrada del dominio).
<i>nlift</i>	:= número de elementos implicados en el contorno del objeto estudiado.
<i>pressurenode</i>	:= nodo en el cual es conocida la velocidad de entrada y la presión (al ser un problema de fluido incompresible dicho valor inicial de presión no es relevante tomándose la unidad).
<i>liftelem</i>	:= vector que almacena los elementos que tocan con un lado el contorno del objeto estudiado.
<i>liftnodes</i>	:= vector que almacena los nodos del contorno del objeto estudiado.
<i>presion</i>	:= vector que almacena el valor de la presión calculado en cada nodo del dominio de estudio.
<i>cp</i>	:= vector que almacena el valor del coeficiente de presión (o presión adimensional) en cada nodo del dominio de estudio.

c) *Subrutina cutdat.f90*

Tomando como base la subrutina *disdat*, se implementa la lectura y el almacenamiento de los elementos que tocan con un lado la línea de corte, así como los respectivos nodos de dicho lado.

d) *Subrutina liftat.f90*

Tomando como base la subrutina *disdat*, se implementa la lectura y el almacenamiento de los elementos que tocan con un lado el contorno del objeto estudiado, así como los respectivos nodos de dicho lado.

e) *Subrutina fkutta.f90*

Tomando como base la subrutina *rigima_TR03*, se implementa el cálculo de la dirección ortogonal (normal) al lado del elemento considerado que toca a la línea de corte. También se implementa el cálculo del vector \mathbf{G} de (2.39) así como su ensamblaje en la ecuación (2.36). Asimismo se implementa la búsqueda de los elementos que están por debajo de la línea de corte y que la tocan en un lado para poder efectuar más adelante el cálculo de la C_{opt} indicado en la ecuación (2.44).

f) *Subrutina cutline.f90*

Esta subrutina se encarga de realizar una nueva iteración del proceso con la constante C que se le asigne para poder tener así las tres iteraciones necesarias para nuestro cálculo (ver sección 2.2.4). El diagrama de flujo simplificado queda como sigue

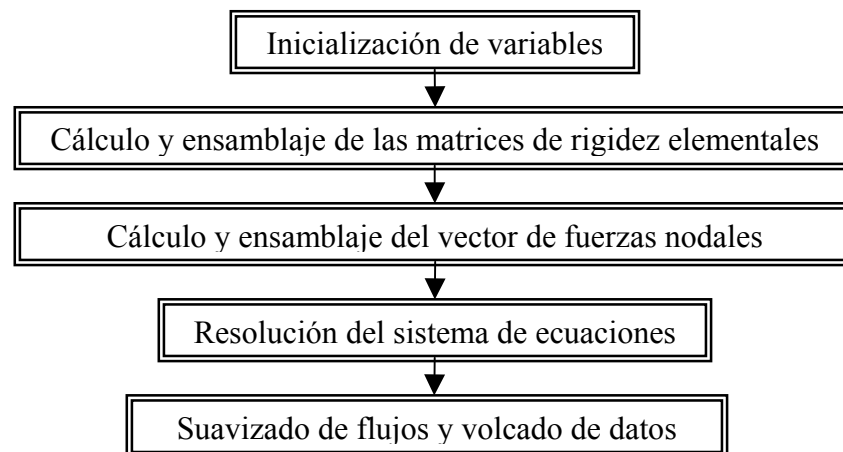


Figura 2.13. Diagrama de flujo de la subrutina *cutline*.

g) *Subrutina cutopt.f90*

Se implementa aquí el cálculo del valor correcto de la constante C , llamado C_{opt} , que lleva a que se satisfaga la condición de Kutta-Joukowski. Dicho cálculo se efectúa mediante la ecuación (2.44) de la sección 2.2.4. Para llegar a este resultado es necesario realizar un búsqueda de las velocidades de los elementos que tocan con un lado por debajo de la línea de corte. También se implementa aquí el cálculo de las proyecciones \vec{u}_i^+ , \vec{u}_i^- de las velocidades sobre la dirección normal a la línea de corte así como sus módulos; todo ello para cada iteración del proceso general.

h) *Subrutina lift.f90*

Se implementa aquí el cálculo de la sustentación (*sustentacion* y *liftcoefficient*) y el arrastre (*drag* y *dragcoefficient*) sobre el contorno del objeto estudiado.

2.3.3 Problem Type modificado

Se ha adaptado y ampliado el Problem Type de Caltep2000 para poder hacer uso de las nuevas opciones que necesita Calpot2002. Puede observarse el interface de usuario en la siguiente figura

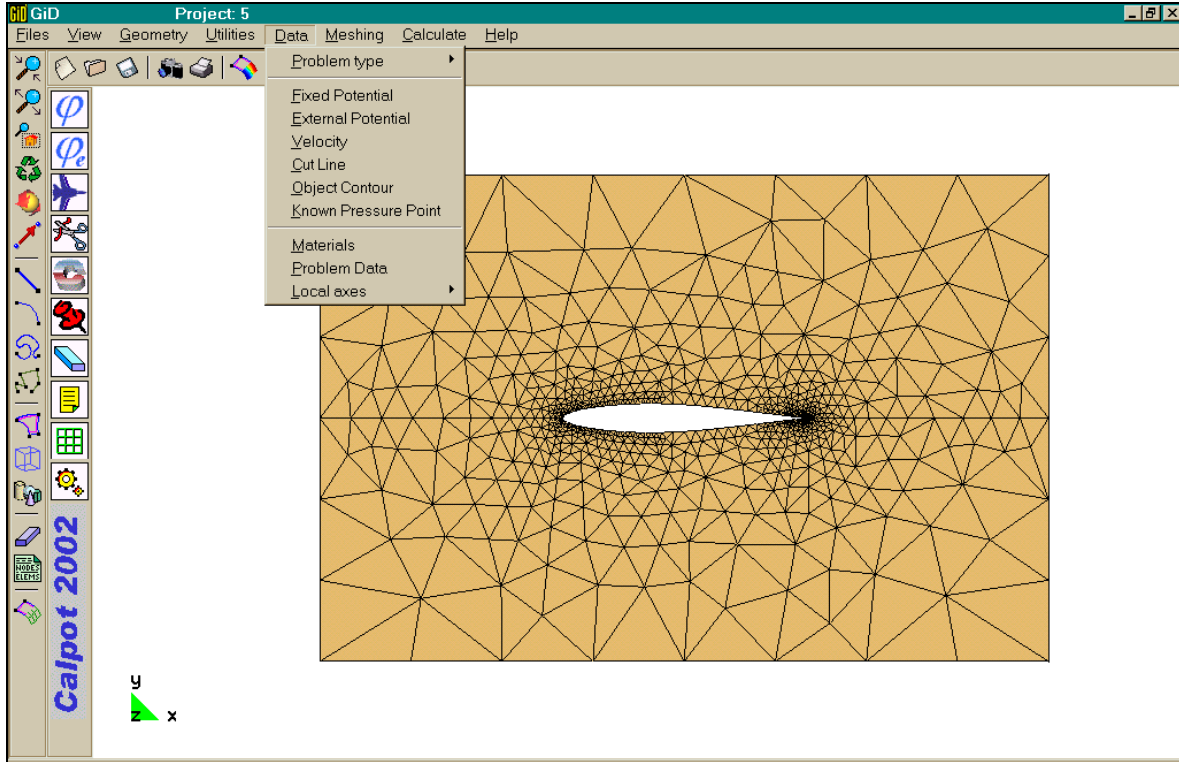


Figura 2.14. Pantalla de usuario en Calpot2002.

Las nuevas opciones introducidas quedan reflejadas en el siguiente esquema, que muestra el cuadro de botones de acceso rápido a las opciones del Problem Type de Calpot2002:

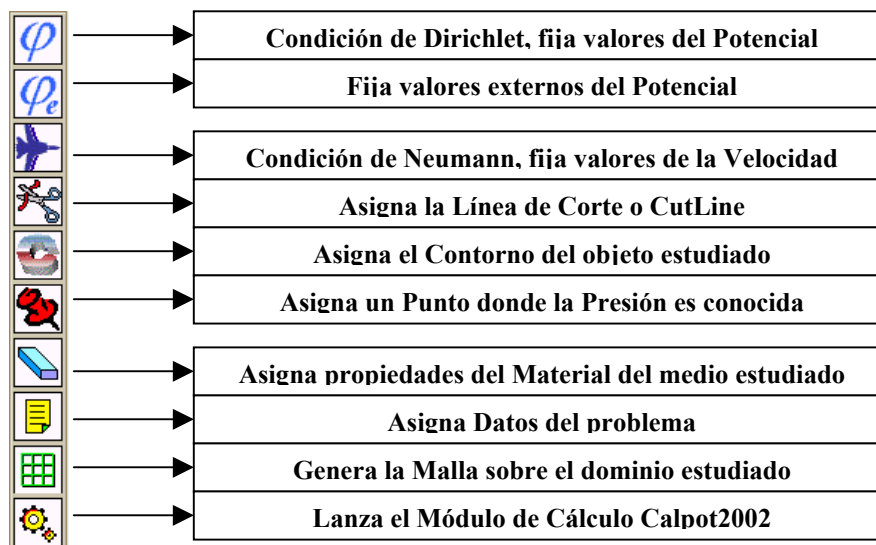


Figura 2.15. Esquema de botones de acceso rápido.

Asimismo, para poder activar estos botones y las opciones asociadas, se procedió a modificar los archivos del Problem Type: Calpot2002.cnd, Calpot2002.mat, Calpot2002.prb, Calpot2002.sim, Calpot2002.tcl, Calpot2002.win.bat y Calpot2002.bas. Del mismo modo, se introdujeron los nuevos archivos de imagen para la pantalla inicial y los botones de acceso rápido, así como los archivos .geo necesarios para la identificación de las condiciones impuestas al problema (Figura.2.16).

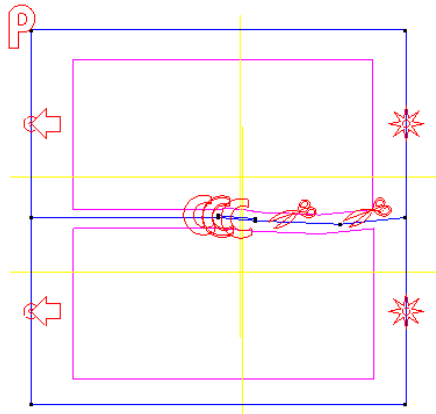


Figura 2.16. Ejemplo de identificación de las condiciones impuestas.

2.3.4 Programa final CALPOT2002

El resultado final de todas estas modificaciones y ampliaciones es el programa CALPOT2002 especializado en la resolución de problemas aerodinámicos con un borde de fuga en la aproximación de flujo potencial.



Figura 2.17. Pantalla de inicio de Calpot2002.

3

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

3.1 PERFIL SIMPLIFICADO DE UN ALA

Con objeto de validar el programa Calpot2002 se procedió a diseñar un perfil de ala simplificado dentro de un dominio simple.

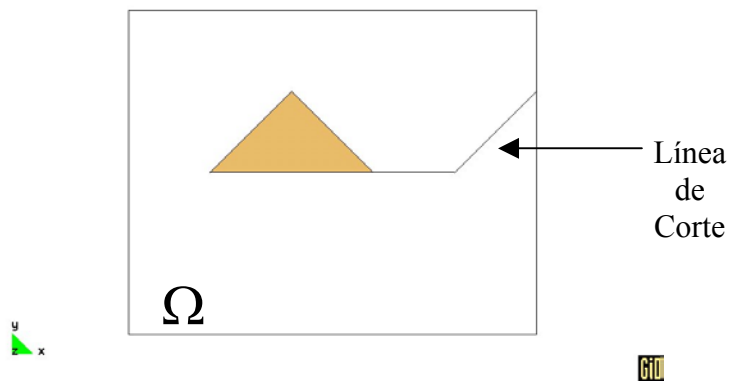


Figura 3.1. Perfil simplificado de un ala y dominio de estudio.

Las condiciones de contorno y elementos utilizados en los cálculos son los siguientes

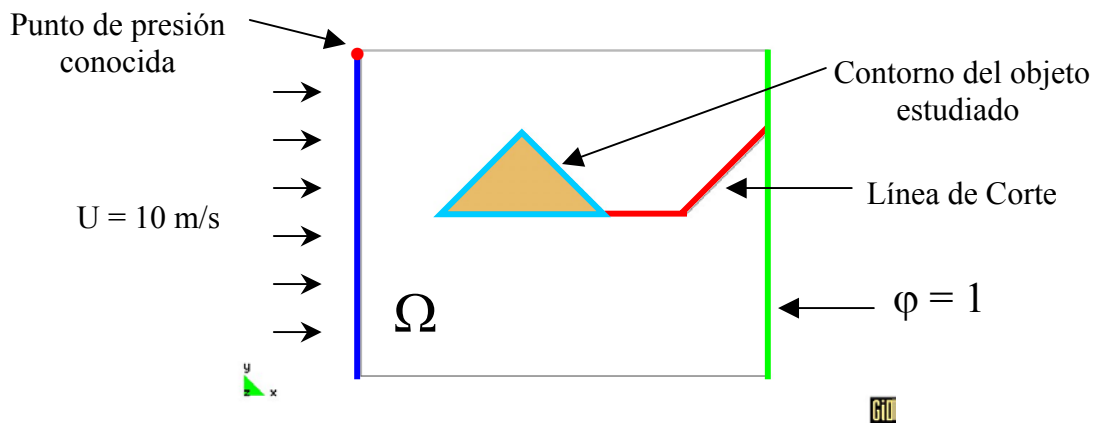


Figura 3.2. Condiciones de contorno y elementos implicados en el cálculo.

La condición impuesta a la salida del fluido es en cierta medida arbitraria. Al imponer φ constante sobre el lado de salida se implica que la velocidad vertical v en dicho lado es nula (ver ecuación (2.15)). Esto está suponiendo que el fluido ya se encuentra en posición horizontal sobre ese lado o, equivalentemente, que las velocidades son horizontales.

3.1.1 Cálculo con CALPOT2002

Se introducen las condiciones necesarias y se lanza el módulo de cálculo de Calpot2002. Los archivos utilizados y de resultados quedan recogidos en la subcarpeta *PerfilSimpleCalpot.gid* dentro de la carpeta *Validation* del CD-Rom adjunto.

La primera comprobación es realizar el cálculo del problema con el programa Caltep2000 (carpeta *PerfilSimpleCaltep.gid*) y constatar si los resultados coinciden con los de la iteración de Calpot2002 para $C = 0$.

Comparando visualmente los archivos de resultados *PerfilSimpleCaltep.flavia.res* y *PerfilSimpleCalpot2.flavia.res* se puede constatar que los resultados son idénticos, lo cual indica que, de momento, no hay un error en la programación.

3.1.2 Validación con ED-Poiss

Para validar el resultado de las siguientes iteraciones con Calpot2002 y el resultado final, se utiliza el programa educativo ED-Poiss creado por CIMNE. Dado el reducido tamaño de la malla del presente ejemplo, es posible realizar “a mano” y con la ayuda de ED-Poiss los cálculos necesarios para llegar al resultado final. Nótese que, en la malla de elementos finitos, la numeración de elementos y nodos en ED-Poiss y en Calpot2002 no es del todo igual, lo cual hay que tener en cuenta a la hora de comparar resultados.

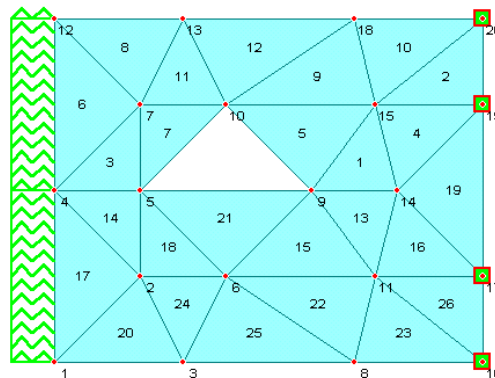


Figura 3.3. Malla utilizada con ED-Poiss.

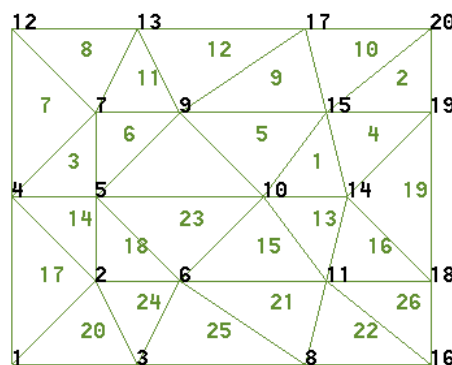


Figura 3.4. Malla utilizada con Calpot2002.

El cálculo de los elementos necesarios queda como sigue

a) *Elemento 1*

La matriz de gradientes del Elemento 1 (triangular de tres nodos) es

$$\mathbf{B}^{(1)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1^{(1)}}{\partial x} & \frac{\partial N_2^{(1)}}{\partial x} & \frac{\partial N_3^{(1)}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^{(1)}}{\partial y} & \frac{\partial N_2^{(1)}}{\partial y} & \frac{\partial N_3^{(1)}}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.25 & 0.25 & 0 \\ -0.0625 & -0.1875 & 0.25 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Para este elemento, las funciones de forma que tocan al corte son las de los nodos 9 y 14, las cuales corresponden, respectivamente, a las funciones de forma N_1 y N_2 en numeración local. A su vez, el área del elemento es 8.

De este modo, sustituyendo en la ecuación (2.39) se obtiene

$$\mathbf{G}^{(1)} = 8 \cdot C \cdot \left[\begin{pmatrix} -0.25 \\ 0.25 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (0) + \begin{pmatrix} -0.0625 \\ -0.1875 \\ 0.25 \end{pmatrix} \cdot (-0.25) \right] = C \cdot \begin{pmatrix} 0.125 \\ 0.375 \\ -0.5 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

vector cuyas componentes, a la hora de ensamblar el vector de fuerzas nodales según (2.36), afectarán a los nodos 9, 14 y 15 respectivamente.

b) *Elemento 4*

De forma análoga al apartado anterior, la matriz de gradientes del Elemento 4 (triangular de tres nodos) es

$$\mathbf{B}^{(4)} = \begin{pmatrix} -0.2 & 0 & 0.2 \\ 0.2 & -0.25 & 0.05 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Para este elemento, las funciones de forma que tocan al corte son las de los nodos 14 y 19, las cuales corresponden, respectivamente, a las funciones de forma N_2 y N_3 en numeración local. A su vez, el área del elemento es 10.

De este modo, sustituyendo en la ecuación (2.39) se obtiene

$$\mathbf{G}^{(4)} = 10 \cdot C \cdot \left[\begin{pmatrix} -0.2 \\ 0 \\ 0.2 \end{pmatrix} \cdot (0.2) + \begin{pmatrix} 0.2 \\ -0.25 \\ 0.05 \end{pmatrix} \cdot (-0.2) \right] = C \cdot \begin{pmatrix} -0.8 \\ 0.5 \\ 0.3 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

vector cuyas componentes, a la hora de ensamblar el vector de fuerzas nodales según (2.36), afectarán a los nodos 15, 14 y 19 respectivamente.

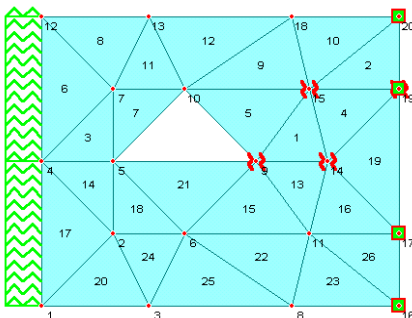


Figura 3.5. Nodos afectados por el vector \mathbf{G} .

Lanzando el módulo de cálculo de ED-Poiss se obtienen los siguientes flujos (o velocidades) para los elementos encima y debajo de la línea de corte:

Flujos para $C = 0$

$$\text{Encima} \rightarrow \vec{q}_1^{(1)+} = (-9.234750, 0.408252), \quad \vec{q}_1^{(4)+} = (-10.024900, 0.210710)$$

$$\text{Debajo} \rightarrow \vec{q}_1^{(13)-} = (-9.234750, -0.419546), \quad \vec{q}_1^{(19)-} = (-9.814210, 0.000000)$$

Flujos para $C = 1$

$$\text{Encima} \rightarrow \vec{q}_2^{(1)+} = (-9.278850, 0.537848), \quad \vec{q}_2^{(4)+} = (-10.114300, 0.328989)$$

$$\text{Debajo} \rightarrow \vec{q}_2^{(13)-} = (-9.278850, -0.435645), \quad \vec{q}_2^{(19)-} = (-9.785290, 0.000000)$$

Las direcciones normales a los lados de los elementos que tocan la línea de corte se calculan fácilmente de la siguiente figura

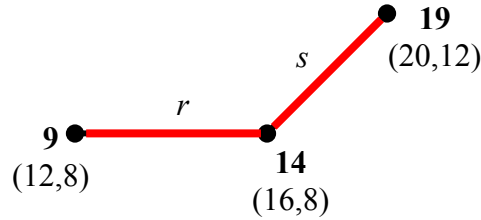


Figura 3.6. Lados que tocan la línea de corte en el perfil simplificado.

$$r \equiv (12,8) + \lambda(4,0) \rightarrow \vec{v}_r = (1,0) \rightarrow \vec{v}_{r^\perp} = (0,1)$$

$$s \equiv (16,8) + \lambda(4,4) \rightarrow \vec{v}_s = (1,1) \rightarrow \vec{v}_{s^\perp} = (-1,1)$$

con lo cual, las proyecciones de los flujos (velocidades) en las direcciones normales respectivas se calculan con las siguientes fórmulas

$$q_{r^\perp} = \|q\| \cdot \cos\theta \cdot \frac{\vec{v}_{r^\perp}}{\|\vec{v}_{r^\perp}\|} = \|q\| \cdot \frac{\langle q, \vec{v}_{r^\perp} \rangle}{\|q\| \cdot \|\vec{v}_{r^\perp}\|} \cdot \frac{\vec{v}_{r^\perp}}{\|\vec{v}_{r^\perp}\|} = \frac{\langle q, \vec{v}_{r^\perp} \rangle}{\|\vec{v}_{r^\perp}\|^2} \cdot \vec{v}_{r^\perp} \quad (3.5)$$

$$q_{s^\perp} = \frac{\langle q, \vec{v}_{s^\perp} \rangle}{\|\vec{v}_{s^\perp}\|^2} \cdot \vec{v}_{s^\perp} \quad (3.6)$$

Tenemos así

Proyecciones de los flujos para $C = 0$

$$\text{Encima} \rightarrow \vec{q}_1^{(1)+} = (0.000000, 0.408252), \quad \vec{q}_1^{(4)+} = (-5.117805, 5.117805)$$

$$\text{Debajo} \rightarrow \vec{q}_1^{(13)-} = (0.000000, -0.419546), \quad \vec{q}_1^{(19)-} = (-4.907105, 4.907105)$$

Proyecciones de los flujos para $C = 1$

$$\text{Encima} \rightarrow \vec{q}_2^{(1)+} = (0.000000, 0.537848), \quad \vec{q}_2^{(4)+} = (-5.221645, 5.221645)$$

$$\text{Debajo} \rightarrow \vec{q}_2^{(13)-} = (0.000000, -0.435645), \quad \vec{q}_2^{(19)-} = (-4.892645, 4.892645)$$

Siguiendo la formulación presentada al final del apartado 2.2.4 y según la ecuación (2.44) adaptada al cambio de letras como sigue

$$C_{opt} = \frac{\Delta q_1}{(\Delta q_1 - \Delta q_2)} \quad (3.7)$$

donde

$$\Delta q_i = |\bar{q}_i^+| - |\bar{q}_i^-| \quad (3.8)$$

se obtienen las siguientes constantes correctas para que se satisfaga la condición de Kutta-Joukowski

$$C_{opt}^{(1)} \cdot 0.099509 \quad \text{y} \quad C_{opt}^{(4)} \cdot -1.781074 \quad (3.9)$$

Utilizando estos valores en (3.2) y (3.4) respectivamente, ensamblando los vectores \mathbf{G} en (2.36) y lanzando el módulo de cálculo de ED-Poiss se obtienen unos flujos que, una vez proyectados en las direcciones normales correspondientes, conducen a los vectores siguientes:

Proyecciones de los flujos para $C = C_{opt}$

$$\text{Encima} \rightarrow \bar{q}_2^{(1)+} = (0.000000, 0.276985), \quad \bar{q}_2^{(4)+} = (-5.004986, 5.004986)$$

$$\text{Debajo} \rightarrow \bar{q}_2^{(13)-} = (0.000000, -0.407996), \quad \bar{q}_2^{(19)-} = (-4.913420, 4.913420)$$

Evaluando la diferencia de módulos entre los flujos encima y debajo de la línea de corte se llega a

$$\Delta q^{(1)-(13)} \cdot -0.131 \quad \text{y} \quad \Delta q^{(4)-(19)} \cdot 0.130 \quad (3.10)$$

que son unas diferencias del orden del 1.3 % del flujo inicial entrante.

Se pretendía que la diferencia de velocidades encima y debajo en la dirección normal a la línea de corte fuese nula y, dado el gran tamaño de la malla utilizada, se puede considerar que se ha alcanzado dicho objetivo a la vista del pequeño valor de las diferencias (3.10).

Los resultados de potencial en los nodos y velocidades suavizadas quedan recogidos en el archivo *ALACOM~3.res* dentro de la subcarpeta *Ejemplos ED-Poiss* dentro de la carpeta *Validation* del CD-Rom adjunto.

Comparando visualmente los archivos de resultados *ALACOM~3.res* y *PerfilSimpleCalpot.flavia.res* se puede constatar que los resultados son idénticos (teniendo en cuenta que Calpot2002 presenta los resultados con más cifras decimales).

A modo de ejemplo, las constantes correctas calculadas con Calpot2002 son

$$C_{opt}^{(1)} \cdot 0.099508 \quad \text{y} \quad C_{opt}^{(4)} \cdot -1.781456 \quad (3.11)$$

valores muy aproximados a los dados en (3.9).

Todos estos resultados permiten concluir que, la validación del programa Calpot2002, es completa, lo cual permite a su vez pasar a ejemplos más elaborados y comparar nuestros resultados con resultados experimentales.

3.2 CILINDRO CIRCULAR

Un ejemplo académico con el cual validar el programa Calpot2002 es el estudio del flujo alrededor de un cilindro circular. El cilindro utilizado posee un radio de 0.5 m y la velocidad del flujo entrante tomada es de 1m/s (carpeta *Cylinder2DCalpot.gid* dentro de la carpeta *Validation*).

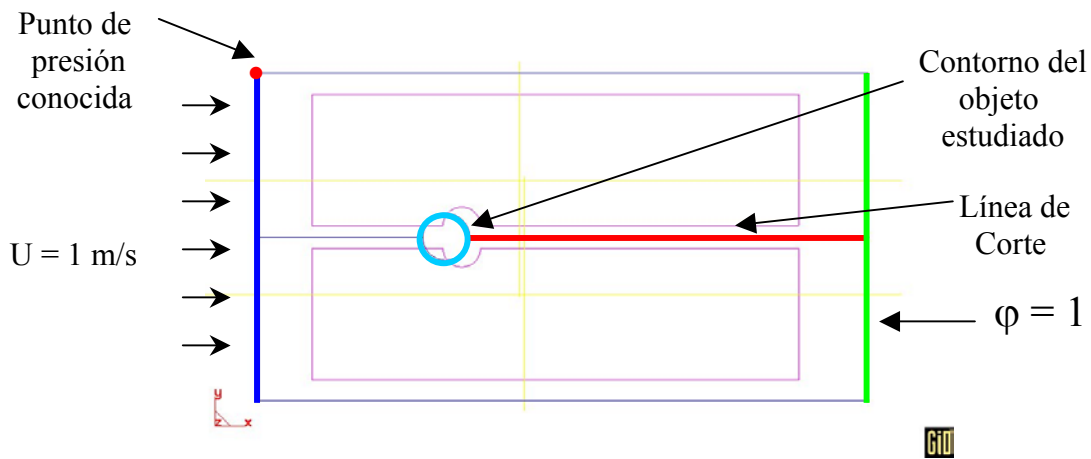


Figura 3.7. Perfil y condiciones de contorno utilizadas

El presente ejemplo posee una solución analítica sencilla. Comparando los resultados analíticos [8] (pág.149) y [2] con los obtenidos con Calpot2002 se aprecia una muy buena coincidencia tanto en la distribución sobre la superficie como en los valores extremos:

$$C_p^{\text{teórico máx}} = 1, \quad C_p^{\text{teórico mín}} = -3$$

$$C_p^{\text{Calpot2002 máx}} = 0.9994, \quad C_p^{\text{Calpot2002 mín}} = -3.0638$$

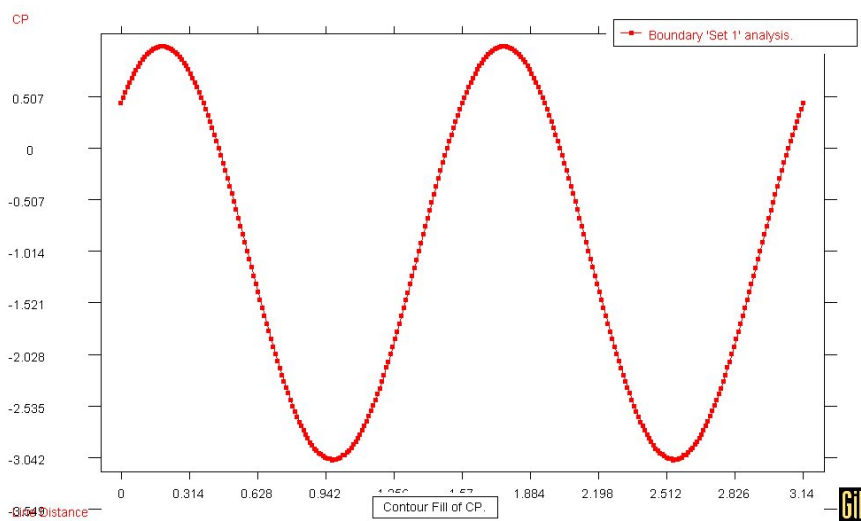


Figura 3.8. Coeficiente de Presión alrededor del perfil del cilindro

3.3 PERFIL NACA-63012A

Para validar Calpot2002 con un ejemplo interesante de aplicación a la realidad se procedió a buscar perfiles de ala reales. De esta forma se pueden comparar resultados experimentales con los obtenidos con el programa Calpot2002.

3.3.1 Introducción a NACA Airfoil

A principios de los años 30 (y en adelante) el National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) estudió y desarrolló unas series de perfiles ya que, hasta la fecha, el diseño de perfiles era más arbitrario, sin ninguna guía para los diseñadores que la experiencia con formas conocidas y la experimentación con modificaciones de estas formas. De este modo, hoy en día es posible crear con exactitud uno de estos perfiles y conocer de antemano algunas de sus propiedades más importantes.

Para ampliar la información sobre los perfiles NACA y sus aplicaciones ver los Apéndices B y C.

3.3.2 Perfil NACA-63012A con CALPOT2002

De entre todos los perfiles NACA disponibles se escogió el perfil NACA-63012A, el cual tiene las siguientes características:

- 1- Alto coeficiente de sustentación máximo
- 2- Bajo pitching moment
- 3- Pequeño efecto del rozamiento
- 4- Relativamente alto arrastre

Su uso se extiende a la aviación general, bombarderos, transportes aéreos y jets privados.

Los coeficientes 63012 significan (ver Apéndice B.1) que el perfil tiene un coeficiente de sustentación diseñado de 0.9, la presión mínima se da en la posición $0.3c$ (30% de la longitud de la cuerda desde el borde delantero), tiene una curvatura máxima del 6% de la cuerda (c) localizada al 15% de la cuerda desde el borde delantero y tiene un 12% de espesor máximo. Los últimos dos dígitos de la clasificación dan el espesor en porcentaje de cuerda.

Los datos de las coordenadas de los puntos que definen el perfil NACA63012A se pueden encontrar navegando por la Web y quedan recogidos en el archivo *n63012a.dat* dentro de la carpeta *Validation* del CD-Rom adjunto. Su representación gráfica con GiD se puede observar en la siguiente figura

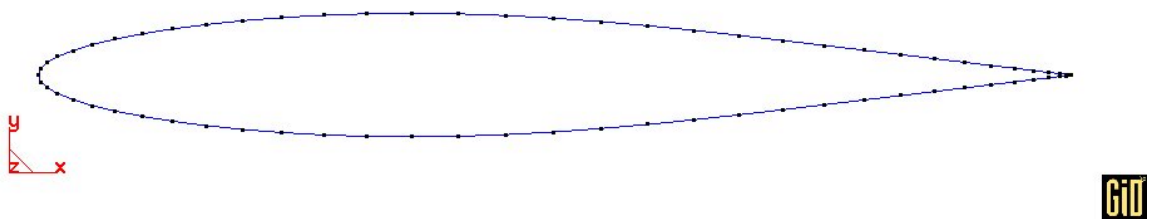


Figura 3.9. Perfil NACA63012A.

Las condiciones de contorno y elementos utilizados en los cálculos son los siguientes

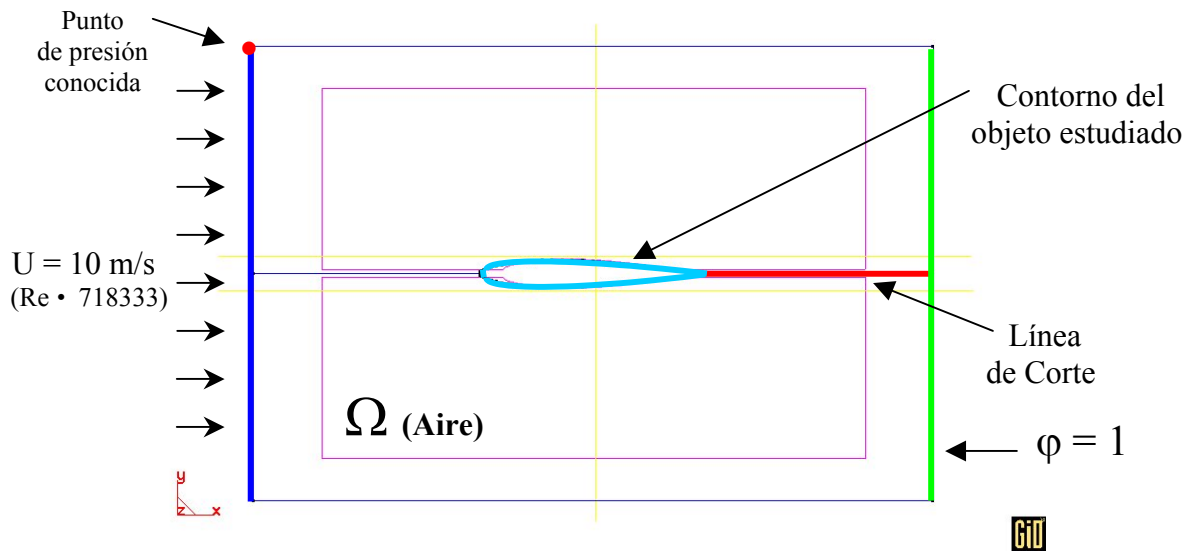


Figura 3.10. Condiciones de contorno y elementos implicados en el cálculo.

Se introducen entonces las condiciones necesarias y se lanza el módulo de cálculo de Calpot2002. Los archivos utilizados y de resultados quedan recogidos en la subcarpeta *Alav10.gid* dentro de la carpeta *Validation* del CD-Rom adjunto.

Pasando al post proceso se pueden representar las superficies equipotenciales en las cuales se puede observar el resultado esperado físicamente [6].

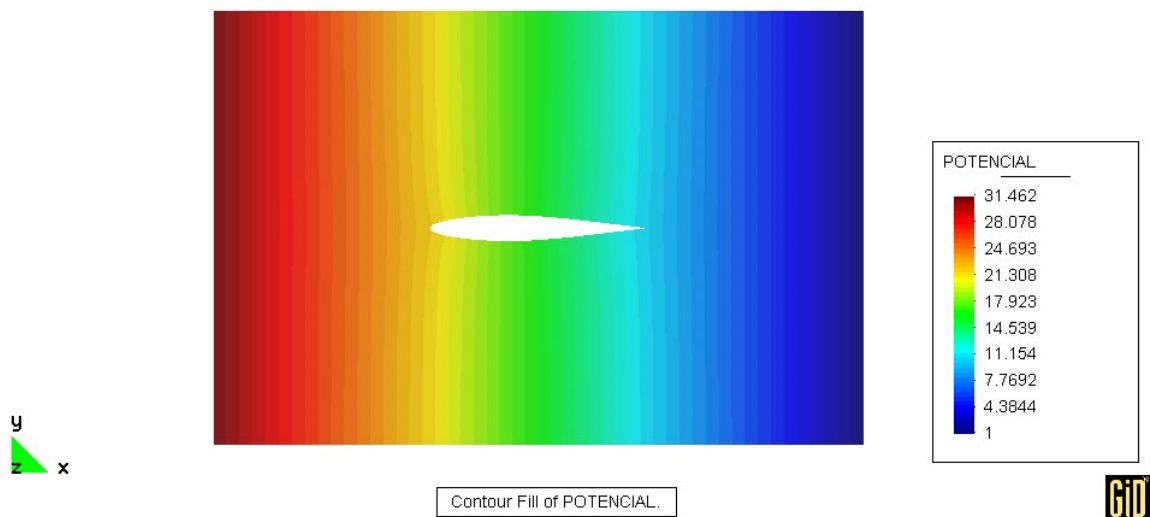


Figura 3.11. Distribución del potencial ϕ en el dominio.

Del mismo modo se procede a representar los Contour Fill correspondientes al coeficiente de presión C_p y a la velocidad del fluido. El contour Fill de la presión en el dominio, como era de esperar, sólo difiere del Contour Fill de C_p en los valores ya que este último es la forma adimensionalizada de la presión.

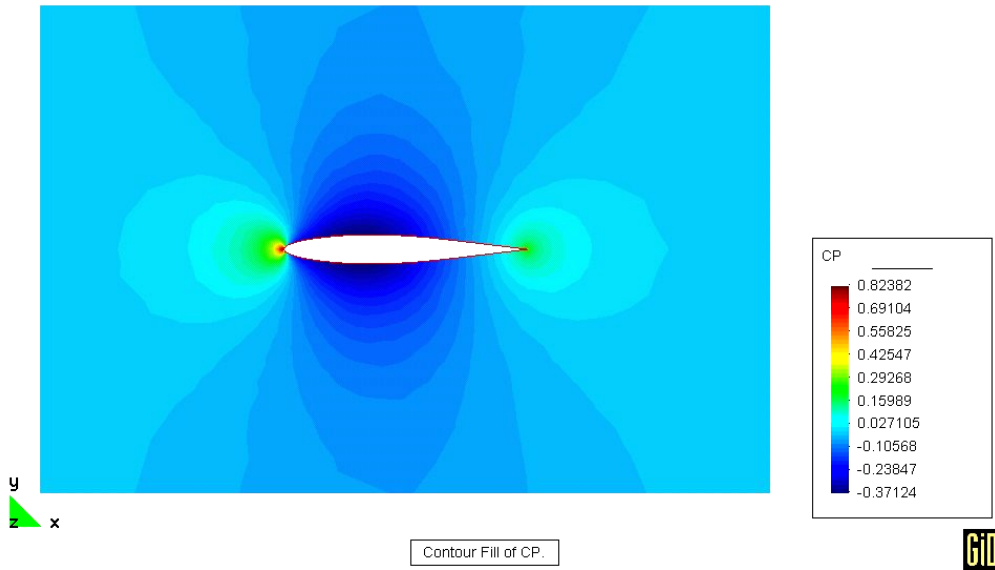


Figura 3.12. Distribución de CP en el dominio.

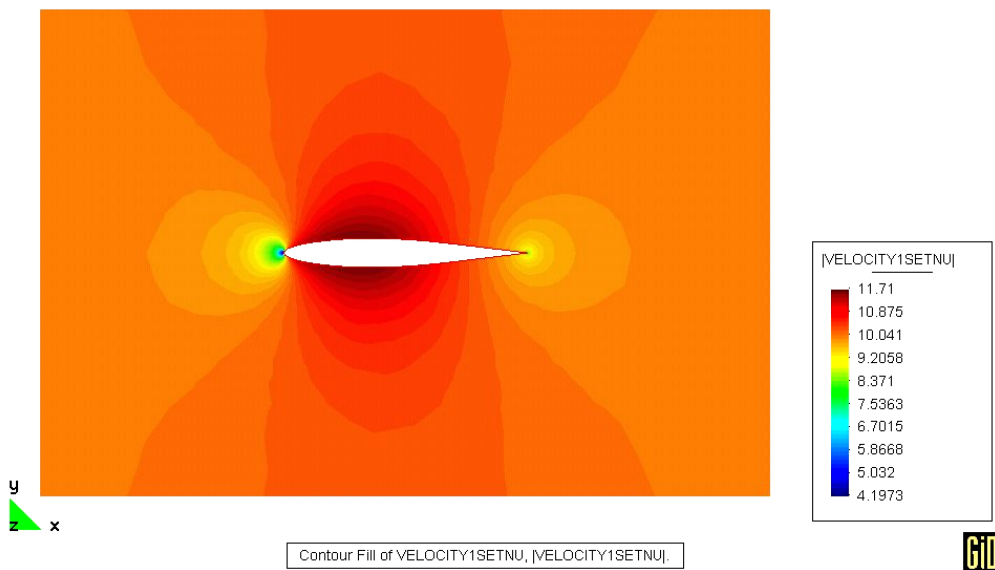


Figura 3.13. Distribución de velocidades en el dominio.

Nótese que, donde la velocidad es mayor la presión es menor y, a la inversa, donde la velocidad es menor la presión es mayor. Resultados éstos consecuencia de la ecuación de Bernoulli (2.13) o (2.23).

Un resultado interesante es la representación gráfica de la curva del coeficiente de presión CP sobre el contorno del perfil, en función de la longitud de la cuerda de éste último. Este gráfico es un resultado estándar en los estudios aerodinámicos de perfiles y proporciona una curva característica fácilmente identificable. De igual modo se representa el módulo de la velocidad en el contorno del perfil en función de la longitud de la cuerda.

En el apartado 3.3.4 podremos comparar estos gráficos con los resultados del programa comercial DesignFOIL.

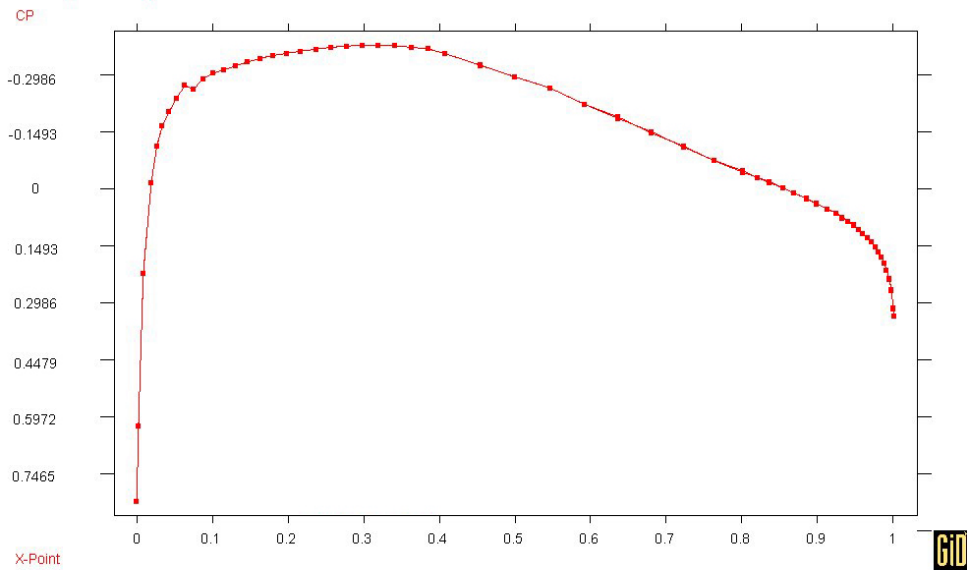


Figura 3.14. Coeficiente CP en el contorno del perfil con Calpot2002.

Debido a la simetría del perfil no hay diferencia entre el contorno superior y el inferior.

También es posible identificar con GiD los puntos donde los valores de CP son máximo y mínimo y recuperar estos valores:

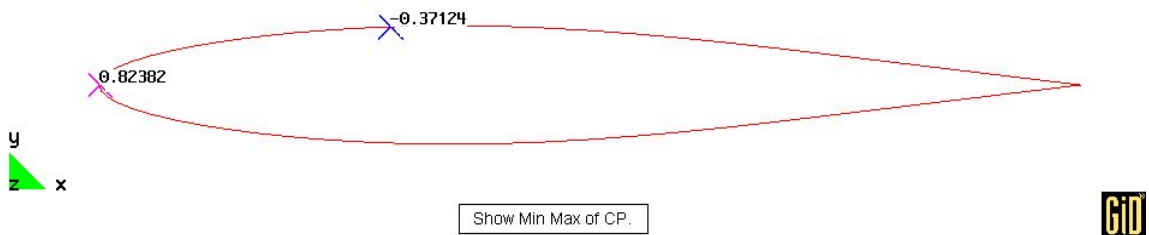


Figura 3.15. Valores extremos del coeficiente CP en el contorno del perfil.

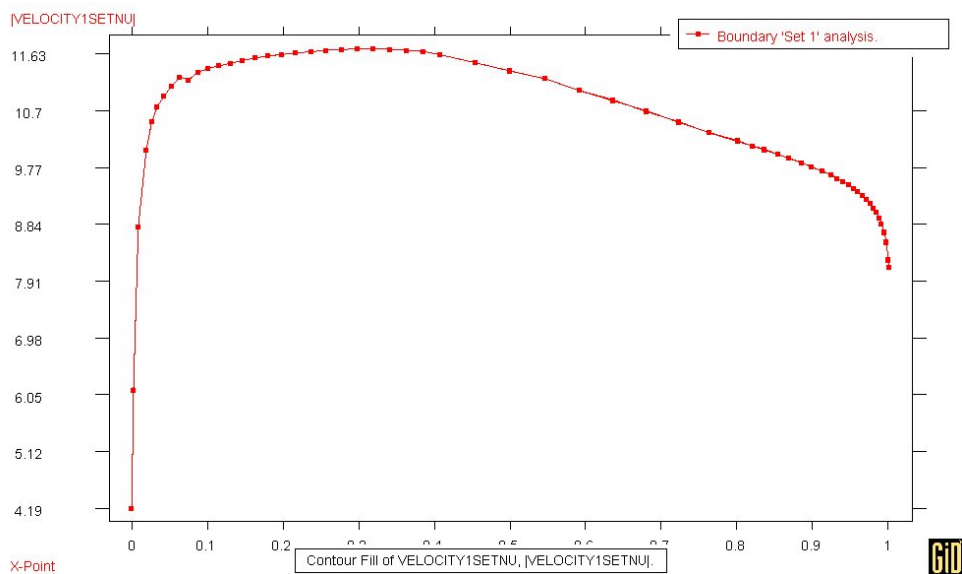


Figura 3.16. Módulo de la velocidad en el contorno del perfil con Calpot2002.

Los valores máximo y mínimo del módulo de la velocidad son fácilmente identificables con GiD:

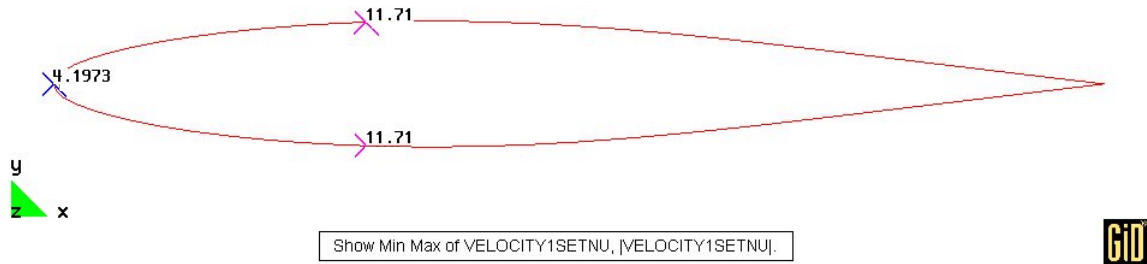


Figura 3.17. Valores extremos del módulo de la velocidad en el contorno del perfil.

3.3.3 Perfil NACA-63012A con DesignFOIL

DesignFOIL(TM) es un programa comercial, creado por DreeseCode Software, como un sistema profesional de desarrollo de perfiles (para instalarlo ir a la carpeta *Programas* del CD-Rom adjunto). Este programa permite, entre sus muchas funciones, crear o importar un perfil y analizarlo en su túnel de viento virtual bajo diferentes condiciones y ángulos de ataque (ver Apéndice B.2).

El túnel de viento virtual de este programa simula el flujo alrededor del perfil mediante el Método de Paneles. Básicamente, DesignFOIL divide el perfil en muchos paneles y fuerza a la velocidad a ser tangencial a la superficie dentro de cada panel. Agrupando todas estas velocidades se llega a la distribución total de velocidades así como a la distribución del coeficiente de presión. DesignFOIL es apropiado para modelos de velocidades moderadamente altas.

Importando los datos del perfil NACA63012A del archivo *n63012a.dat* se procedió a ejecutar el túnel de viento virtual con un número de Reynolds de valor 718333.33; el cual corresponde a una velocidad de 10 m/s en aire para el perfil considerado.

La gráfica del coeficiente de presión resultante queda reflejada en la siguiente figura:

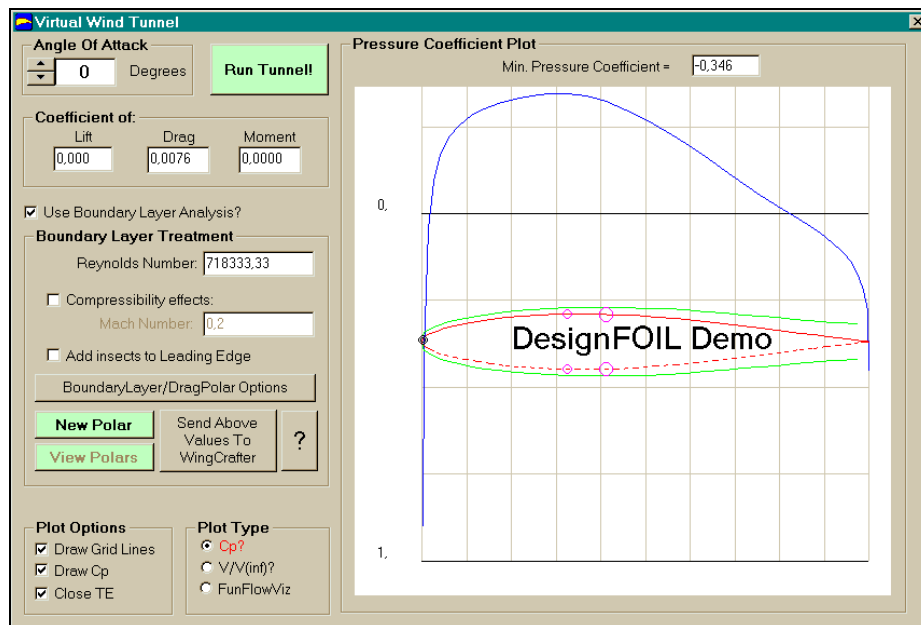


Figura 3.18. Coeficiente CP en el contorno del perfil con DesignFOIL.

Nótese que, en el mundo de la aerodinámica, es usual representar invertido el eje de ordenadas de forma que la curva de C_p presente un máximo con valor negativo.

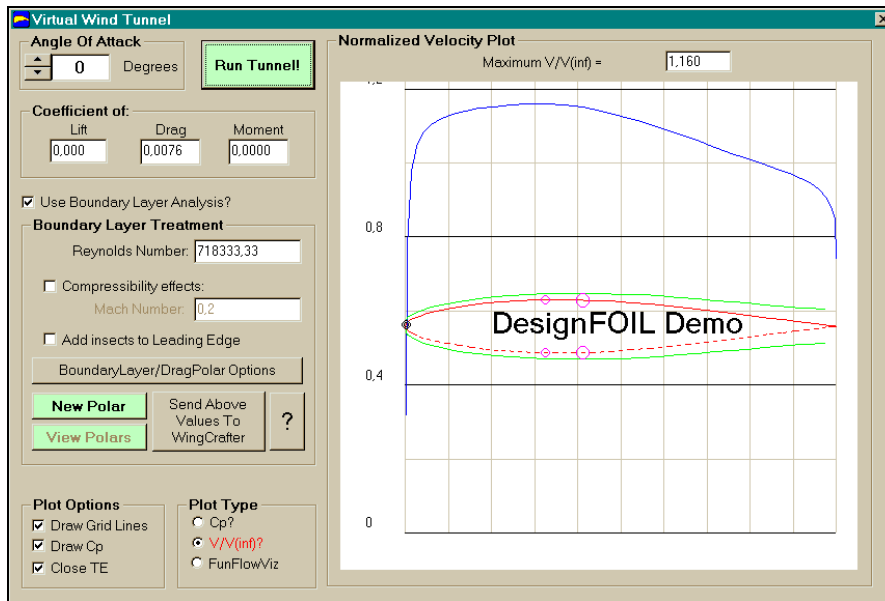


Figura 3.19. Módulo de la velocidad normalizada en el contorno con DesignFOIL.

3.3.4 Comparación de resultados

a) Acuerdo con el diseño del perfil

En el cálculo con Calpot2002 puede observarse que, tal y como está especificado en el código 63012 del perfil utilizado, el mínimo del coeficiente de presión se da en la posición 0.3c, es decir, en el 30% de la longitud de la cuerda desde el borde delantero (figuras 3.14 y 3.15). En consecuencia, debido a la ecuación de Bernoulli (2.13), el mínimo en la presión coincide con el máximo en la velocidad (figuras 3.16 y 3.17).

Por otra parte, se puede constatar que el máximo de presión/mínimo de velocidad tienen lugar en el borde delantero del perfil.

b) Curva del coeficiente de presión

La curva del coeficiente de presión obtenida con Calpot2002 (figura 3.14) es casi idéntica a la obtenida con DesignFOIL (figura 3.18). Si comparamos a su vez los valores mínimos de dicho coeficiente (figura 3.15) se observa la aproximación de los resultados:

$$\begin{aligned} C_p \text{ mín. con Calpot2002} &= -0.371 \\ C_p \text{ mín. con DesignFOIL} &= -0.346 \end{aligned}$$

c) Curva del módulo de la velocidad

La curva del módulo de la velocidad obtenida con Calpot2002 (figura 3.16) es también casi idéntica a la obtenida con DesignFOIL si giramos el eje de ordenadas (figura 3.19). Si comparamos a su vez los valores mínimos de dicho módulo de velocidad (figura 3.17) dividido por el módulo de la velocidad incidente (velocidad normalizada), se observa otra vez la aproximación de los resultados:

$$\begin{aligned} |\vec{u}|/|\vec{U}_\infty| \text{ máx. con Calpot2002} &= 1.171 \\ |\vec{u}|/|\vec{U}_\infty| \text{ máx. con DesignFOIL} &= 1.160 \end{aligned}$$

3.3.5 Resultados en Calpot2002 con otra línea de corte arbitraria

Para constatar la independencia del resultado de la línea de corte escogida se realizó el mismo cálculo variando dicha línea:

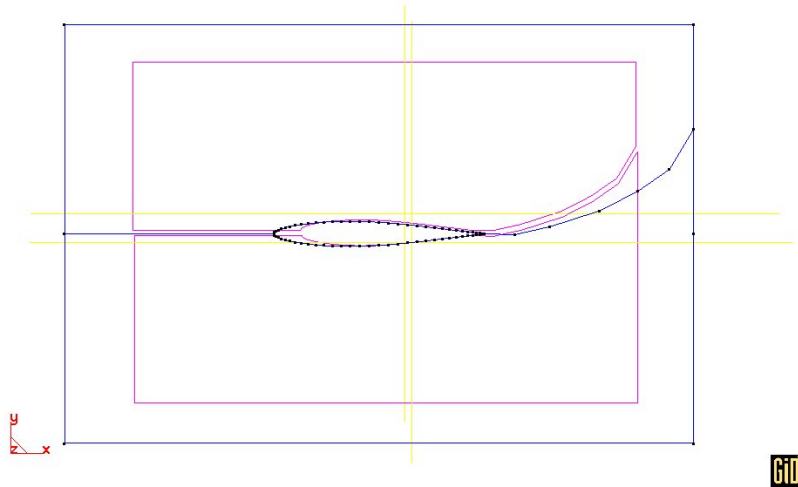


Figura 3.20. Perfil NACA63012A con la nueva línea de corte.

Los resultados, recogidos en el archivo de la subcarpeta *Alav10otralinea.gid* dentro de la carpeta *Validation*, son prácticamente idénticos (los valores que varían lo hacen ligeramente en la tercera o cuarta cifra decimal).

De este modo constatamos que, tal y como se esperaba teóricamente, la variación arbitraria de la línea de corte no afecta apreciablemente al conjunto de resultados finales y no hemos de preocuparnos por la forma de dicha línea.

Incluso se probó a realizar el cálculo con otra línea mucho más complicada:

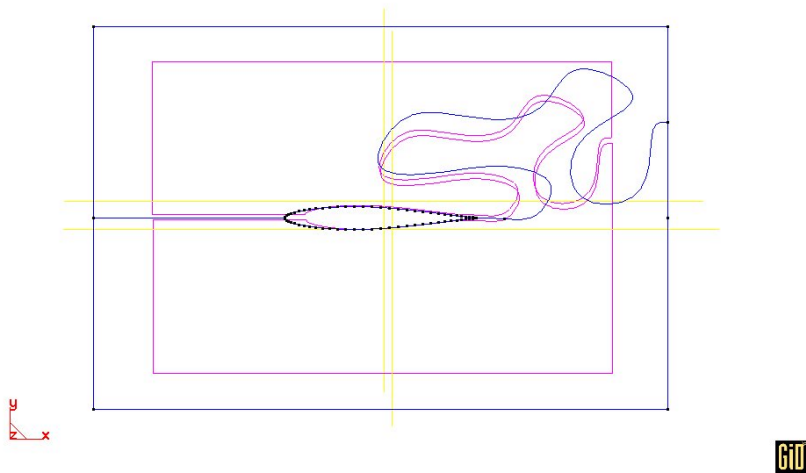


Figura 3.21. Perfil NACA63012A con la nueva línea de corte.

Los resultados, recogidos en el archivo de la subcarpeta *Alav10otralinea2.gid* dentro de la carpeta *Validation*, son prácticamente idénticos, variando ligeramente en la tercera cifra decimal. Con lo cual, para el orden de aproximación que nos interesa, se puede considerar el problema prácticamente independiente de la forma de la línea de corte.

3.3.6 Análisis de resultados a velocidades bajas

Como siguiente paso en la validación, se procedió a estudiar el mismo perfil pero reduciendo la velocidad entrante de 10 m/s a sólo 0.5 m/s ($Re = 35916.67$). Los resultados son los que siguen:

a) Resultados con Calpot2002

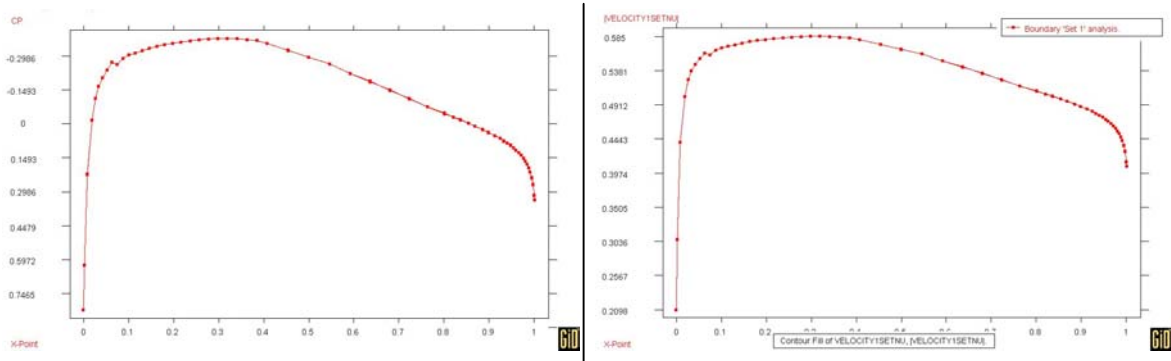


Figura 3.22. Gráficas de resultados de C_p y velocidad con Calpot2002.

b) Resultados con DesignFOIL

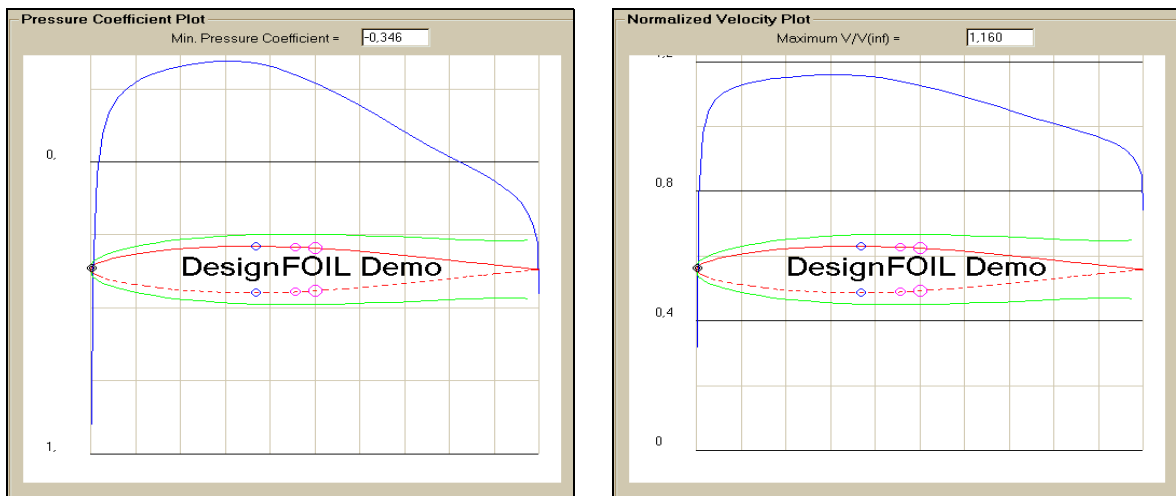


Figura 3.23. Gráficas de resultados de C_p y velocidad con DesignFOIL.

c) Comparación de resultados

Las gráficas del coeficiente de presión y las de la velocidad normalizada calculadas con Calpot2002 y con DesignFOIL son idénticas a sus respectivas gráficas en el ejemplo de velocidad de entrada 10 m/s.

Los valores de estas variables adimensionalizadas son también idénticos a los calculados con velocidad 10 m/s. La única diferencia la encontramos en el valor calculado para el Drag = 0.0184, que es ahora 2.42 veces mayor que el del apartado 3.3.3.

De este modo queda constatado que el modelo también funciona a velocidades bajas.

3.3.7 Estudio con ángulo de ataque de 5°

Seguidamente se procedió a estudiar de nuevo el mismo perfil con velocidad entrante de 10 m/s ($Re \cdot 718333.33$), pero variando en este caso la inclinación o ángulo de ataque (ver Apéndice B.2.2). Se fijó un ángulo de ataque de 5°.

Los archivos utilizados y de resultados quedan recogidos en la subcarpeta *Alav10grados5.gid* dentro de la carpeta *Validation* del CD-Rom adjunto.

Pasando al post proceso se pueden representar las superficies equipotenciales en las cuales se puede observar una pequeña separación cercana al borde de fuga. Esta separación esta de acuerdo al resultado esperado físicamente (ver figura A.3 del Apéndice A).

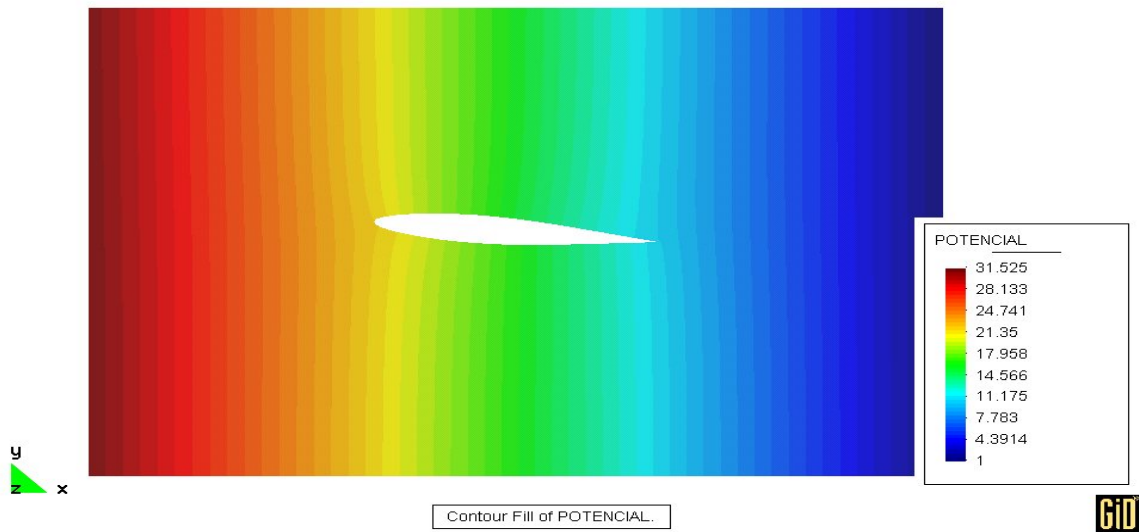


Figura 3.24. Distribución del potencial ϕ en el dominio.

Del mismo modo se procede a representar el Contour Fill correspondiente al coeficiente de presión C_p . Para comparar se utiliza un resultado obtenido con el programa *Airfoil Analysis Potential Module* (para instalarlo ir a la carpeta *Programas* del CD-Rom adjunto). Este programa permite, entre sus muchas funciones, importar un perfil y analizarlo bajo diferentes condiciones y ángulos de ataque. Al igual que DesignFOIL, este otro programa simula el flujo alrededor del perfil mediante el Método de Paneles.

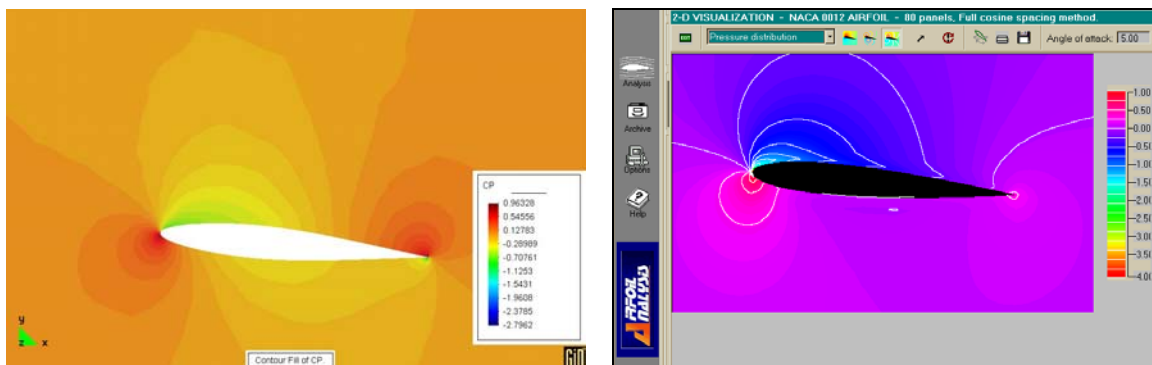


Figura 3.25. Comparación de la distribución del C_p en el dominio calculadas con *Calpot2002* (izquierda) y *Airfoil Analysis* (derecha).

Nótese la diferencia de presiones (empuje) responsable de la sustentación del ala.

Puede observarse que las distribuciones son muy similares y que donde difieren es en la zona cercana al borde de fuga.

Para minimizar las perturbaciones cerca del borde de fuga se redujo el tamaño de malla en esta zona y en el perfil del ala (archivos *Alav10grados5mallafina.gid* y *Alav10grados5mallafina2.gid* dentro de la carpeta *Validation*). Asimismo, para evitar efectos derivados de la cercanía de las paredes del dominio, éstas se alejaron en la siguiente proporción:

Pared delantera (entrada) → a 15 veces la longitud del perfil.

Pared trasera (salida) → a 99 veces la longitud del perfil.

Paredes superior e inferior → a 15 veces la longitud del perfil.

quedando recogidos los datos y resultados en la carpeta *NACAlejos.gid*. Estos últimos fueron los resultados que más minimizaban el salto que se aprecia cerca del borde de fuga.

Comparemos entonces las gráficas de C_p y de velocidad normalizada obtenidas con Calpot2002 y con DesignFOIL:

a) Resultados con Calpot2002

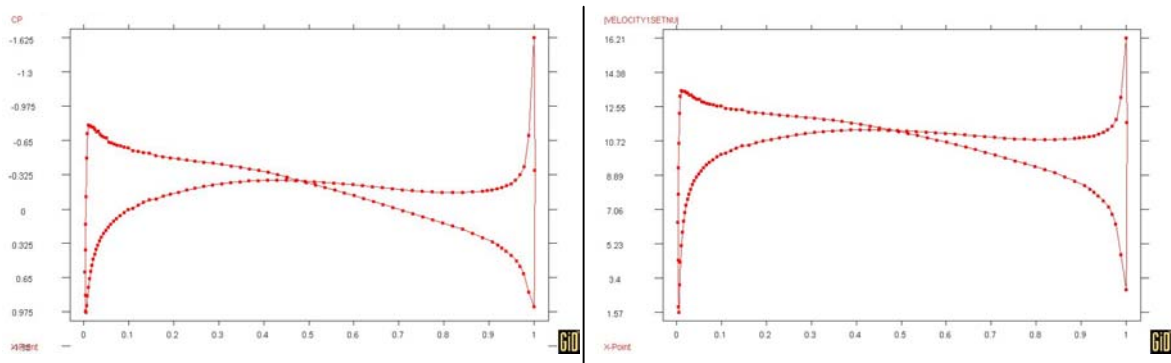


Figura 3.26. Gráficas de resultados de C_p y velocidad con Calpot2002.

b) Resultados con DesignFOIL

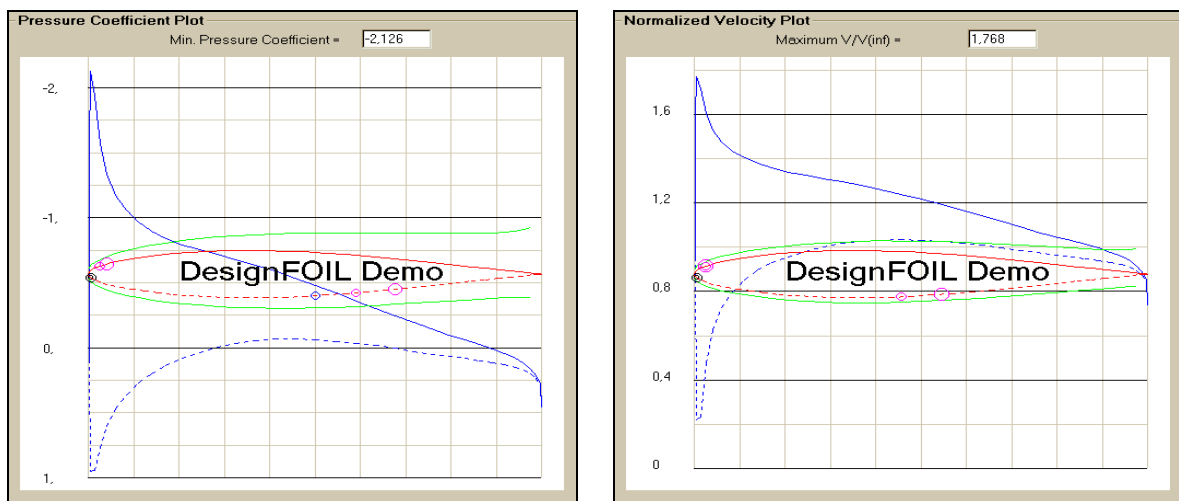


Figura 3.27. Gráficas de resultados de C_p y velocidad con DesignFOIL.

c) *Comparación de resultados*

Las gráficas del coeficiente de presión y las de la velocidad normalizada correspondientes al perfil superior calculadas con Calpot2002 y con DesignFOIL son muy similares a excepción del valor del pico inicial. De hecho, Calpot2002 reproduce muy bien las pendientes de la bajada, pero puede apreciarse cómo sus gráficas del perfil superior aparecen desplazadas hacia abajo.

Para el perfil inferior la gráfica de Calpot2002 es casi idéntica en forma a la de DesignFOIL hasta llegar a las cercanías del borde de fuga.

Los valores extremos obtenidos para el perfil superior son:

$$C_{p \text{ min. Calpot2002}} = -0.798, \quad |\vec{u}|/|\vec{U}_\infty|_{\text{máx. Calpot2002}} = 1.341$$

que comparados con los valores extremos calculados con DesignFOIL denotan, tal y como se puede apreciar gráficamente, que no se reproduce bien este pico.

La explicación de este fenómeno radica en el cálculo de la constante óptima C_{opt} realizado con (2.44) y (2.45). Como puede apreciarse, dicho cálculo utiliza los valores nodales de la velocidad. En Calpot2002, se integra numéricamente utilizando cuadratura de Gauss con tres puntos interiores al triángulo. Posteriormente, se efectúa un suavizado de la velocidad en los nodos para obtener dichos valores nodales. Esto provoca un error que se propaga al cálculo del vector de fuerzas nodales añadido \mathbf{G} de (2.39) que a su vez se propaga a la resolución del sistema de ecuaciones (2.36). Todo este proceso se itera dos veces más y, al final, se vuelven a utilizar los valores suavizados para calcular la presión (2.23) y el coeficiente de presión C_p (2.23bis).

Se podría pensar que minimizando el tamaño de malla se podrían mejorar los resultados, pero se ha comprobado que esta vía de actuación no mejora apreciablemente dichos resultados (ver archivo *Alav10grados5mallafina.gid* dentro de la carpeta *Validation*). Es más, si se minimiza el tamaño de elemento cerca del borde de fuga (ver archivo *Alav10grados5mallafina2.gid*), incluso empeora el resultado (figura 3.28), aspecto este que corrobora la propagación del efecto del cálculo de la C_{opt} comentado en el párrafo anterior.

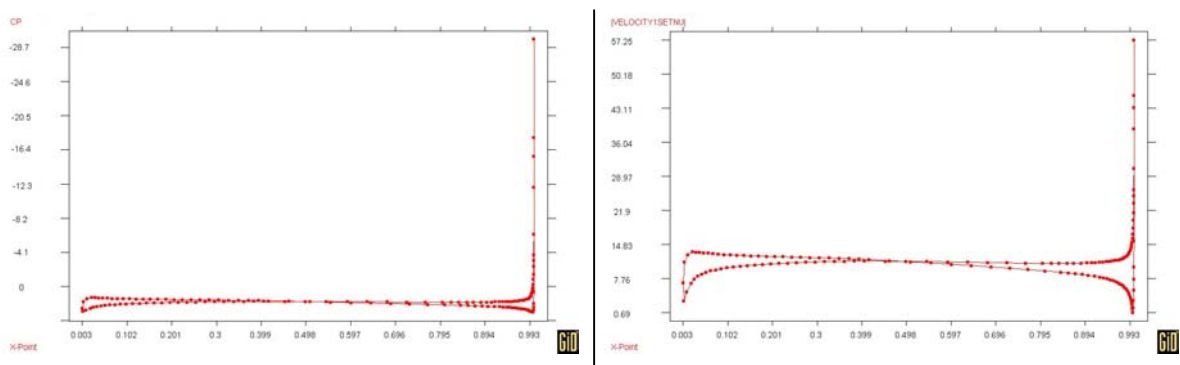


Figura 3.28. Gráficas de resultados con malla fina cerca del borde de fuga.

Para minimizar este efecto sería necesario optimizar el proceso de alisado nodal de velocidades, utilizando por ejemplo el Método de Mínimos Cuadrados, quedando este aspecto como un punto a tener en cuenta en el capítulo 4 de Alternativas y vías de continuación.

3.4 PERFIL NACA-M12

Como siguiente ejemplo en la validación de Calpot2002 se procedió con un perfil de ala no simétrico como es el NACA-M12 con las condiciones de contorno habituales de los ejemplos anteriores.

Los archivos utilizados y de resultados quedan recogidos en la subcarpeta *NACAM12.gid* dentro de la carpeta *Validation* del CD-Rom adjunto.

Si se representan las distribuciones de Potencial y de Presiones, figuras 3.29 y 3.30, y se comparan con los resultados esperados, figura 3.31, se puede observar la clara correlación entre ambos, lo cual denota la bondad del programa objeto de validación.



Figura 3.29. Distribución del Potencial calculada con Calpot2002

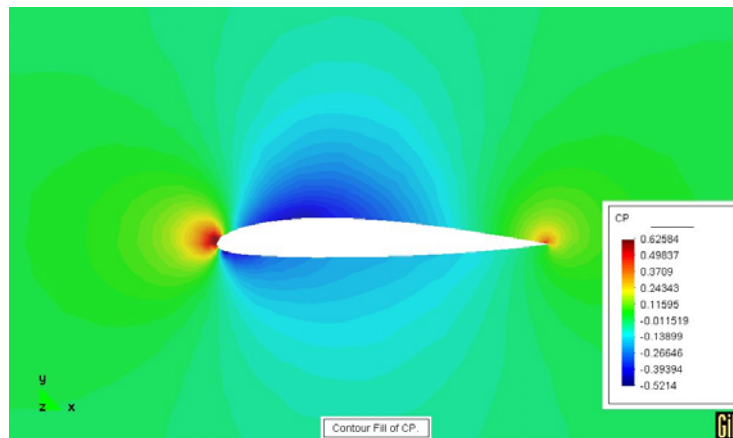


Figura 3.30. Distribución del C_p calculada con Calpot2002

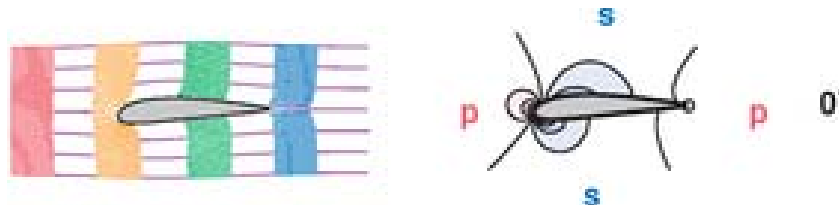


Figura 3.31. Distribuciones del Potencial y del C_p esperadas

Cabe destacar que todas las presiones son medidas relativas a la presión atmosférica ambiente. Las regiones sombreadas en azul indican succión, es decir, presiones negativas respecto al ambiente, mientras que las sombreadas en verde-amarillo-rojo indican presiones

positivas relativas al ambiente. La línea de división entre presión y succión está también indicada en la figura.

Importando los datos del perfil NACA-M12 del archivo *NACAm12.dat* se procedió a ejecutar el túnel de viento virtual de DesignFOIL con $Re = 718333.33$; el cual corresponde a una velocidad de 10 m/s en aire para el perfil considerado.

A continuación se procede a comparar los resultados de C_p y velocidad:

a) *Resultados con Calpot2002*

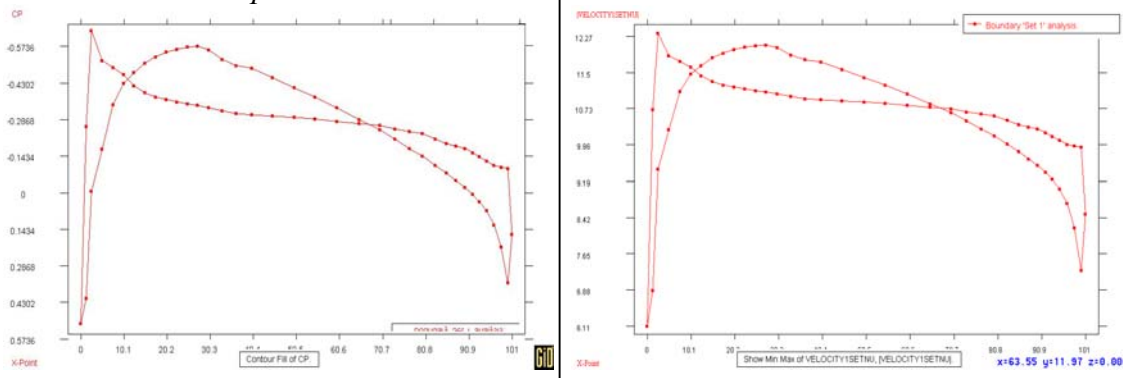


Figura 3.32. Gráficas de resultados de C_p y velocidad con Calpot2002.

Valores extremos perfil superior: $C_{p \text{ min. Calpot2002}} = -0.462$, $|\vec{u}|/|\vec{U}_\infty|_{\text{máx. Calpot2002}} = 1.209$

b) *Resultados con DesignFOIL*

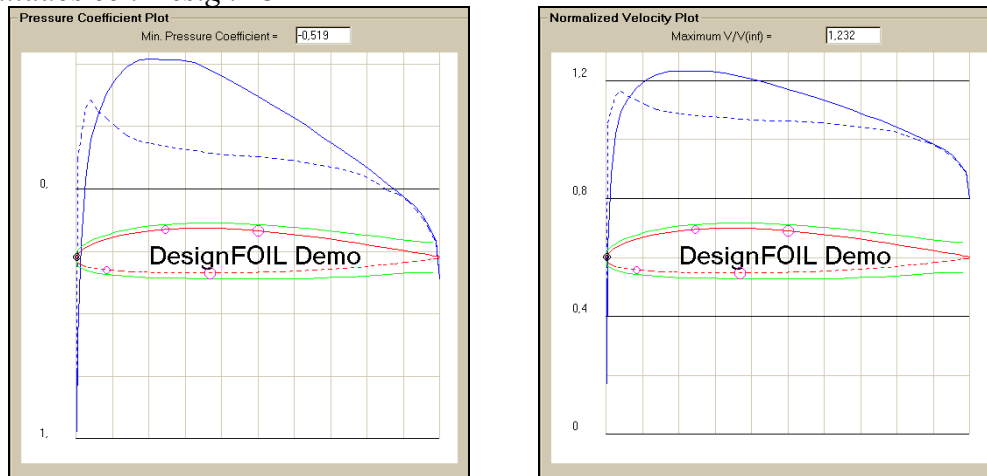


Figura 3.33. Gráficas de resultados de C_p y velocidad con DesignFOIL.

Nótese la diferencia de presiones (empuje) responsable de la sustentación del ala.

c) *Comparación de resultados*

Las gráficas del coeficiente de presión y las de la velocidad normalizada calculadas con Calpot2002 y con DesignFOIL son muy similares. Nótese incluso las formas de las diferentes pendientes de las curvas. La diferencia apreciable es que existe un desplazamiento de la curva correspondiente a la parte inferior del perfil hacia arriba y un desplazamiento de la curva de la parte superior hacia abajo; aunque las formas de las curvas son las correctas. Efecto éste que también se ha podido constatar en el perfil NACA-63012A con ángulo de ataque de 5° . Es decir, que nos encontramos con este desplazamiento cuando el perfil es no simétrico. La cuantificación del desplazamiento en este ejemplo para la parte superior del perfil nos da un 10.98% para el C_p y un 1.87% para la velocidad normalizada.

4

ALTERNATIVAS Y VÍAS DE CONTINUACIÓN

Dado que la teoría del flujo potencial es una teoría sencilla fruto de grandes aproximaciones, los resultados han de considerarse como una primera aproximación. En caso de querer obtener resultados más precisos, habría que añadir algún término como por ejemplo la turbulencia o la compresibilidad.

Una alternativa muy utilizada en aeronáutica es el Método de Paneles [2] que, como se ha expuesto anteriormente, consiste básicamente en dividir el perfil en muchos paneles y forzar a la velocidad a ser tangencial a la superficie dentro de cada panel. Dicho método trabaja con los contornos sólidos y no requiere la discretización de todo el dominio del flujo. Esto último es interesante dado que implica la resolución de sistemas de ecuaciones mucho menores y proporciona la solución exacta basada en la superposición de soluciones exactas. A su vez, no es necesario imponer condiciones de contorno en contornos que no sean del cuerpo estudiado (por ejemplo salida del flujo aguas abajo). Por contra, el sistema de ecuaciones es lleno y la matriz no es simétrica, pudiendo aparecer soluciones espúreas. También, en perfiles con esquinas la solución puede no ser fiable a escala local debido a singularidades en la velocidad (tiende a infinito en bordes afilados).

Como vías de continuación del presente trabajo se pueden destacar las siguientes:

a) Optimización del alisado nodal

Tal y como se comenta al final del apartado 3.3.7, para minimizar el efecto del cálculo de la C_{opt} sería necesario optimizar el proceso de alisado nodal de velocidades, por ejemplo usando el Método de Mínimos Cuadrados. Asimismo, es interesante el uso de una cuadratura cerrada, como la **Cuadratura de Lobatto**, que proporciona una matriz de masa diagonal más fácil de invertir al resolver los mínimos cuadrados del alisado nodal.

b) Flujo compresible

En el caso de querer estudiar flujos a altas velocidades (cercanas a la del sonido o superiores) habría que introducir la compresibilidad, quedando como sigue las ecuaciones correspondientes en la teoría de flujo potencial:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (4.1)$$

c) *Flujo transitorio*

Es interesante la posibilidad de poder estudiar la evolución en el tiempo del comportamiento del fluido sobre el perfil y, a su vez, observar la evolución de los vórtices. Así, por ejemplo, las ecuaciones correspondientes al flujo compresible y transitorio son:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \text{en } \Omega \quad (4.2)$$

d) *Variedad de elementos*

El presente estudio trabaja sólo con elementos triangulares lineales de 3 nodos, con lo cual, una continuación evidente sería la programación de otros elementos para ganar versatilidad en los estudios efectuados.

Por otra parte, resulta interesante la inclusión de más puntos de Gauss para la integración numérica en los elementos considerados.

e) *Turbulencia*

A números de Reynolds (Re) elevados, el fluido suele comportarse como turbulento y dejan de ser aplicables las teorías para fluidos laminares. Es por ello que tendrían que introducirse modificaciones para tener en cuenta la viscosidad turbulenta.

f) *Modelo 3D*

Una continuación muy deseable (pero nada sencilla) es la programación del modelo para casos tridimensionales. Ello permitiría el estudio de objetos completos y la influencia del flujo sobre todos los contornos.

Como aplicaciones más relevantes de esta continuación podemos destacar:

- industria del automóvil
- industria aeronáutica (aviónica, ingeniería naval)
- estudio de propulsores (turbinas, hélices)
- sistemas de ventilación

g) *Implementación alternativa*

Una alternativa muy interesante es la implementación que propone Pironneau [6] en la página 43 de su libro. En ella se propone utilizar sólo los dos triángulos T^+ y T^- que se apoyan en el perfil S del ala y que contienen el borde de fuga P :

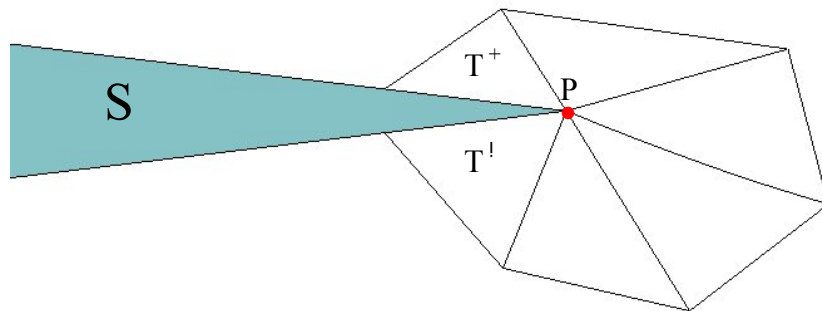


Figura 4.1. Configuración de la malla en la vecindad del borde de fuga.

5

CONCLUSIONES

Debido a las grandes aproximaciones efectuadas para llegar a la teoría del Flujo Potencial, esta sencilla teoría se puede utilizar para realizar un primer cálculo aproximativo y determinar órdenes de magnitud o zonas conflictivas. Una vez identificados los puntos o valores interesantes para el estudio, se puede pasar a realizar un cálculo más completo haciendo intervenir turbulencia, compresibilidad, etc.

No obstante, dado que en la mayoría de las aplicaciones de la ingeniería en la vida cotidiana no se superan los 300 km/h, los resultados obtenidos pueden proporcionar buenas líneas de trabajo a un coste computacional barato en comparación con los cálculos en los que intervengan efectos como la turbulencia. Ello es debido a la enorme simplicidad de las ecuaciones (2.16) implicadas en la teoría del Flujo Potencial. Esta teoría viene acompañada de unas limitaciones, derivadas de las aproximaciones consideradas, que hay que tener siempre presentes.

Por otra parte, el modelo estudiado presenta una buena alternativa al popular Método de Paneles ya que, este último, conlleva la resolución de un sistema de ecuaciones con matriz llena y no simétrica, con lo cual no es posible utilizar las potentes herramientas del Análisis Numérico para resolver sistemas con matrices quasi-vacías y simétricas. Asimismo, con el Método de Paneles pueden aparecer oscilaciones espúreas en la solución que requieren de una filtración.

A su vez, el modelo estudiado proporciona soluciones en todo el dominio considerado, lo cual es necesario si se pretende observar también el efecto de uno o varios objetos sobre determinadas zonas de influencia.

6

AGRADECIMIENTOS

Quisiera finalmente expresar mi sincero agradecimiento a aquellas personas que han contribuido en diferentes aspectos a la realización de la presente Tesis de Máster:
al Dr. Francisco Zárate, creador de Caltep2000 y director de Tesis, por proporcionar el programa Caltep2000 y su guía a través de dicho programa y las nuevas modificaciones necesarias; al Dr. Sergio Idelshon profesor de Mecánica de Fluidos y director de Tesis, por sus explicaciones del mundo de la Mecánica de Fluidos visto con el ojo de los Elementos Finitos; al Dr. Ramon Codina por sus acertadas puntualizaciones y comentarios sobre la teoría de Flujo Potencial; al Dr. Joan Albert Sánchez por su paciencia en el período de ultimación de la Tesis; a Afsané Bouzrina I.L.D.F.I. y a toda mi familia y personas que me han apoyado y ayudado durante la realización del Máster en Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.

7

ANEXOS

ANEXO 1. LISTADOS DE LAS SUBRUTINAS

Los listados de las subrutinas utilizadas para constituir el programa Calpot2002 quedan recogidos en la subcarpeta *Fuentes* dentro de la carpeta *Calpot2002* del CD-Rom adjunto. Asimismo, queda también incluida la carpeta *Debug* correspondiente a la compilación del ejecutable del programa conteniendo a su vez dicho ejecutable *Calpot2002.exe*.

ANEXO 2. PROBLEM TYPE CALPOT2002

Dentro de la carpeta *Problem Type* se encuentra ubicada la subcarpeta *Calpot2002.gid*, la cual está preparada para copiarla, incluirla en la carpeta *problemtypes* de GiD y empezar a utilizar este módulo de cálculo Calpot2002.

ANEXO 3. ARCHIVOS DE DATOS Y DE RESULTADOS

Como se ha ido comentando en el momento oportuno, los archivos de datos y resultados correspondientes a los diversos ejemplos probados, quedan todos recogidos en la carpeta *Validation*.

ANEXO 4. PROGRAMAS Y EXTRAS EN EL CD-ROM

En la carpeta *Programas* del CD-ROM adjunto se incluyen los siguientes programas:

- aageomoddemo.zip* → Demo de un generador de perfiles.
- aapotmoddemo.zip* → Demo del programa Airfoil Analysis Potential Module.
- ctracfoilH.exe* → Demo de un trazador de perfiles para aeromodelos.
- DesignFOIL.zip* → Demo del programa DesignFOIL.
- GiD6.2.0d-win.exe* → Demo del Postprocesador GiD versión 6.2.0.
- profils.exe, profils-in-arcfiles.zip* → Bases de datos con 1469 y 1163 perfiles.

La página *Atmospheric Properties Calculator.htm* es una utilidad que permite, sin conectarse a internet, computar condiciones de la atmósfera y cantidades aerodinámicas en referencia al cuerpo estudiado (trabaja en unidades del S.I. o Sistema Técnico Inglés).

Muy interesante el archivo *Experimentar con ala de avion.pdf* (carpeta *Validation*) que enseña a construir un perfil en casa y experimentar con él ayudado de un ventilador.

En la carpeta *Reports* encontraremos varios reports del NACA y de la NASA.

8

APÉNDICES

APÉNDICE A. CONDICIÓN DE KUTTA

La condición de Kutta para que el flujo potencial calculado alrededor de un perfil aerodinámico se aproxime al flujo real puede enunciarse de distintas formas equivalentes:

- a) Un perfil con sustentación genera una circulación tal que el punto de remanso posterior debe coincidir con el borde de fuga del perfil.
- b) Un perfil con sustentación genera una circulación tal que la velocidad en el borde de fuga es finita.
- c) La línea de corriente que se abre para rodear al perfil, se cierra y abandona al mismo en el borde de fuga con una dirección comprendida entre las dos tangentes al intradós y al extradós respectivamente, **condición extendida de Kutta-Joukovsky**.

Si se calcula el flujo potencial alrededor de un perfil y no se tiene en cuenta la circulación que cumpla esta condición, las distribuciones obtenidas de velocidades y presiones (y en consecuencia el cálculo de la sustentación) no se aproximarán a los valores experimentales; la línea de corriente que embiste al perfil presentará un quiebre en un borde de fuga afilado, originándose en el mismo velocidades infinitas, imposibles en un flujo real (Figura A.1).

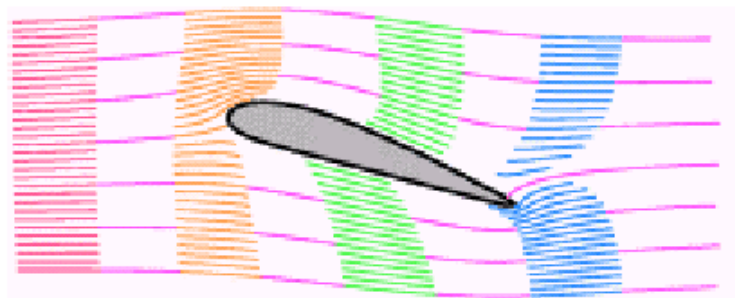


Figura A.1. Líneas de corriente sin condición de Kutta.

Si, por el contrario, se aplica esta condición, el campo de flujo potencial calculado representará con muy buena aproximación el flujo alrededor de perfiles aerodinámicos con ángulos de ataque moderados (Figura A.2), y los valores de sustentación y momento calculados aproximarán con buena precisión los medidos experimentalmente. De ahí la importancia de la condición de Kutta en el estudio de la aerodinámica aeronáutica.

La condición enunciada implica así que las líneas de corriente que proceden de las dos caras del perfil deben encontrarse suavemente sin girar ningún ángulo, obteniéndose así un esquema muy parecido al verdadero, en donde la velocidad es en todos puntos finita y se produce únicamente la separación en el borde de fuga. La solución resulta ahora única y, en particular, la circulación Γ que es necesaria para calcular la fuerza de sustentación tiene un valor definido.

$$\Gamma = \oint \vec{u} \cdot d\vec{l} \quad (8.1)$$

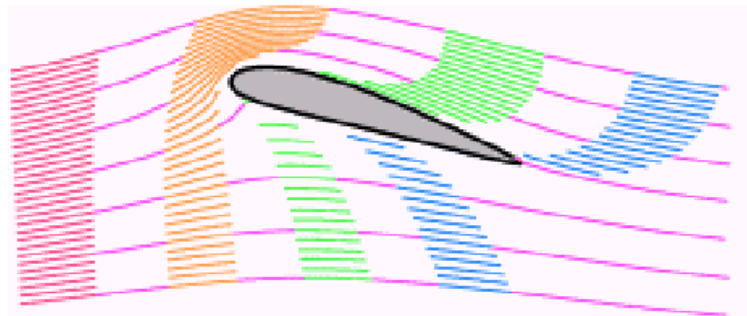


Figura A.2. Líneas de corriente con condición de Kutta.

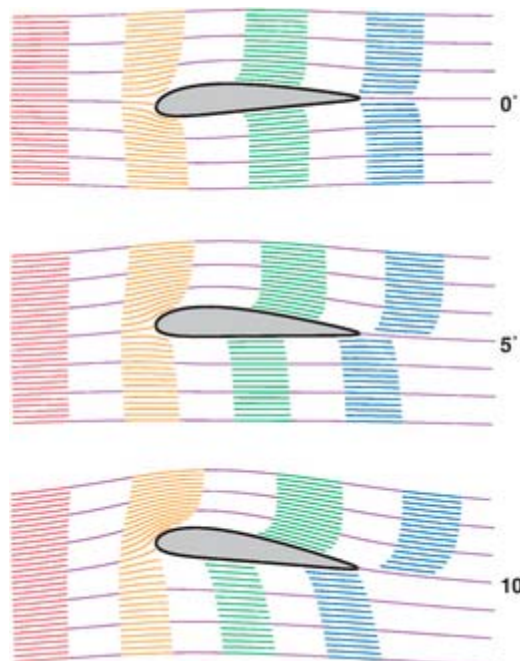


Figura A.3. Equipotenciales a varios ángulos de ataque.

APÉNDICE B. N.A.C.A. AIRFOIL

Las primeras series NACA airfoil, la 4-dígitos, la 5-dígitos, y la 4-/5-dígitos modificada, fueron generadas utilizando ecuaciones analíticas que describen la curvatura (camber) de la línea media o mean-line (línea central geométrica) del perfil así como la distribución del espesor de la sección a lo largo de la longitud del perfil. Las últimas familias, incluyendo las Series-6, tienen formas más complicadas derivadas usando más métodos teóricos que geométricos.

Antes de que el National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) desarrollase estas series, el diseño de perfiles era más arbitrario, sin ninguna guía para los diseñadores que la experiencia con formas conocidas y la experimentación con modificaciones de estas formas.

Esta metodología empezó a cambiar a principios de 1930 con la publicación de un NACA report titulado "*The Characteristics of 78 Related Airfoil Sections from Tests in the Variable Density Wind Tunnel*" (ver *NACA-report-460.pdf* en la carpeta *Reports*). En este conocido informe, los autores constataron que había muchas similitudes en los perfiles más exitosos, y las dos principales variables que afectaban a estas formas eran la inclinación de la línea media de curvatura y la distribución de espesores encima y debajo de esta línea.

Ellos presentaron entonces una serie de ecuaciones incorporando estas dos variables que pueden ser usadas para generar una familia entera de perfiles relacionados.

Conforme el diseño de perfiles se volvía más sofisticado, fue modificándose esta aproximación básica incluyendo variables adicionales, pero estos dos valores geométricos básicos permanecen en el corazón de todas las series de perfiles NACA.

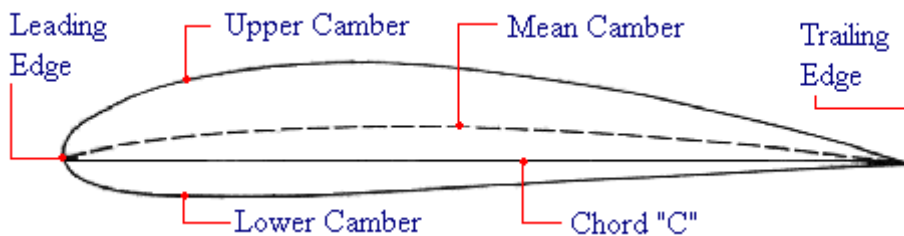


Figura B.1. Parámetros básicos de un perfil.

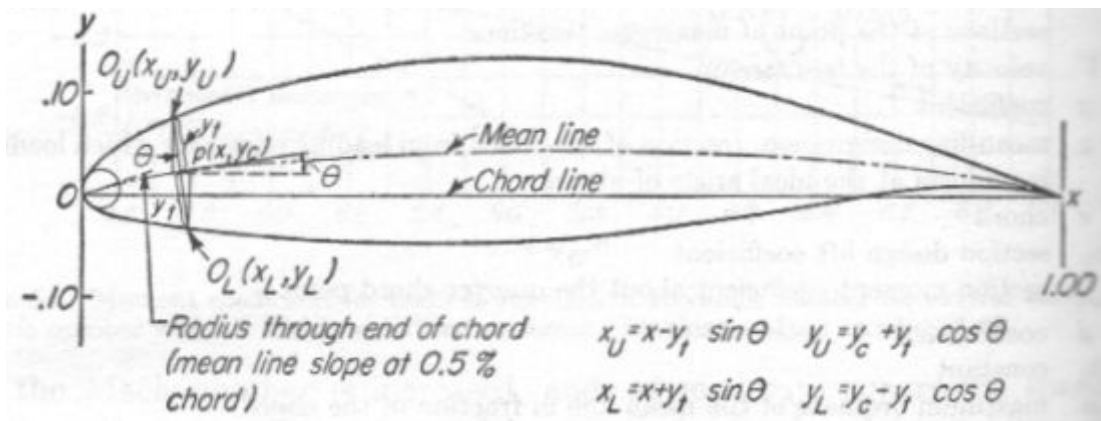


Figura B.2. Construcción geométrica de un perfil NACA.

CONVENTIONAL AIRFOILS

The following illustrations depict a selection of designs of airfoil sections. These are known as conventional airfoils.



Low camber — low drag — high speed — thin wing section
Suitable for race planes, fighters, interceptors, etc.



Deep camber — high lift — low speed — thick wing section
Suitable for transports, freighters, bombers, etc.



Deep camber — high lift — low speed — thin wing section
Suitable as above.



Low lift — high drag — reflex trailing edge wing section.
Very little movement of centre of pressure. Good stability.



Symmetrical (cambered top and bottom) wing sections.
Similar to above.



GA(W)-1 airfoil — thicker for better structure and lower weight
— good stall characteristics — camber is maintained farther rearward which increases lifting capability over more of the airfoil and decreases drag.

Figura B.3. Ejemplos de perfiles y características principales.

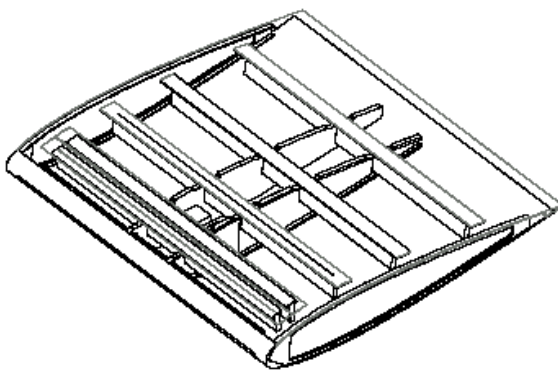


Figura B.4. Diseño de un modelo de perfil NACA 0015 (izquierda) y modelo real NACA 0015 construido para uso experimental (derecha).

B.1. DEFINICIÓN DE ALGUNAS SERIES NACA

a) NACA 5-Series

Los dígitos de la serie de perfiles NACA 5-dígitos significan lo siguiente:

el primer dígito designa la curvatura aproximada en porcentaje de cuerda o, multiplicado por 3/2, proporciona el coeficiente de sustentación diseñado (c_l) en décimas. El segundo dígito indica el doble de la posición de la máxima curvatura en décimas de cuerda; también indica la localización de la presión mínima en porcentaje de cuerda. El tercero (0 o 1) distingue el tipo de línea de curvatura media (o los dígitos segundo y tercero, divididos por 2, proporcionan la posición de la máxima curvatura en porcentaje de cuerda). Los últimos dos dígitos proporcionan el máximo espesor en porcentaje de cuerda.

Por ejemplo, el perfil 23012 tiene un coeficiente de sustentación diseñado de 0.3, la presión mínima se da en la posición 0.3c, tiene una curvatura máxima del 2% de la cuerda localizada al 15% de la cuerda desde el borde delantero (3 décimas divididas por 2) y tiene un 12% de espesor máximo. Los últimos dos dígitos de la clasificación dan el espesor en porcentaje de cuerda.

b) Sumario

En la siguiente tabla se exponen brevemente algunas características de las primeras familias de perfiles desarrolladas en Estados Unidos antes de la llegada del vuelo supersónico.

Familia	Ventajas	Inconvenientes	Aplicaciones
4-Dígitos	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bajo movimiento del centro de presión a lo largo de un gran rango de velocidades 2. Pequeño efecto del rozamiento 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bajo coeficiente de sustentación máximo 2. Relativamente alto arrastre 3. Alto pitching moment 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aviación general 2. Jets supersónicos 3. Hélices de helicópteros 4. Alerones de misiles o cohetes
5-Dígitos	<ol style="list-style-type: none"> 1. Alto coeficiente de sustentación máximo 2. Bajo pitching moment 3. Pequeño efecto del rozamiento 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Relativamente alto arrastre 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aviación general 2. Bombardeos, transportes aéreos 3. Conmutadores 4. Jets privados
Serie-16	<ol style="list-style-type: none"> 1. Evita bajos picos de presión 2. Bajo arrastre a altas velocidades 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Relativamente baja sustentación 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Hélices de aeronaves 2. Hélices de barcos
Serie-6	<ol style="list-style-type: none"> 1. Alto coeficiente de sustentación máximo 2. Muy bajo arrastre sobre un pequeño rango de condiciones de operación 3. Optimizado para altas velocidades 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Alto arrastre fuera del rango óptimo de las condiciones de operación 2. Alto pitching moment 3. Muy susceptible al rozamiento 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aviones de combate 2. Jets privados 3. Jets de entrenamiento 4. Jets supersónicos
Serie-7	<ol style="list-style-type: none"> 1. Muy bajo arrastre sobre un pequeño rango de condiciones de operación 2. Bajo pitching moment 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reducido coeficiente de sustentación máximo 2. Alto arrastre fuera del rango óptimo de las condiciones de operación 3. Muy susceptible al rozamiento 	Poco usada
Serie-8	Desconocido	Desconocido	Muy poco usada

Hoy en día, el diseño de perfiles ha vuelto en muchos casos a los primeros tiempos antes de que las familias NACA se crearan. Los recursos computacionales disponibles ahora, permiten al diseñador realizar un rápido diseño y optimizar un perfil específicamente cortado para una aplicación particular en lugar de escoger uno de una familia existente.

A título de ejemplo se lista a continuación un conjunto popular de aeroplanos que poseen alas con un perfil NACA:

Aeroplano	Root Airfoil	Tip Airfoil
Beech 50 Twin Bonanza	NACA 23014.1	NACA 23012
B-17 Flying Fortress	NACA 0012	NACA 0010
Cessna 152	NACA 2412	NACA 0012
Cessna 172 1973-later	NACA 2412	NACA 2412 mod
Cessna 550 Citation II	NACA 23014	NACA 23012
Douglas DC-3	NACA 2215	NACA 2206
Fairchild A-10 Thunderbolt II	NACA 6716	NACA 6713
Sikorsky S-61 SH-3 Sea King	NACA 0012	NACA 0012

B.2. APLICACIONES AERONÁUTICAS

B.2.1. Fundamentos

El “fundamento” de la aviación radica en el hecho de que al aumentar la velocidad baja la presión que ejerce el fluido y, al contrario, al disminuir la velocidad aumenta la presión ejercida. Es decir, el ala de los aviones se suele proyectar de forma que el aire se mueve con más rapidez sobre la parte superior de la misma que el que circula por su parte inferior, haciendo así que la presión del aire sea menor en la parte de arriba del ala que la existente en su parte inferior. Esta diferencia de presión da como resultado una fuerza neta sobre el ala dirigida hacia arriba.

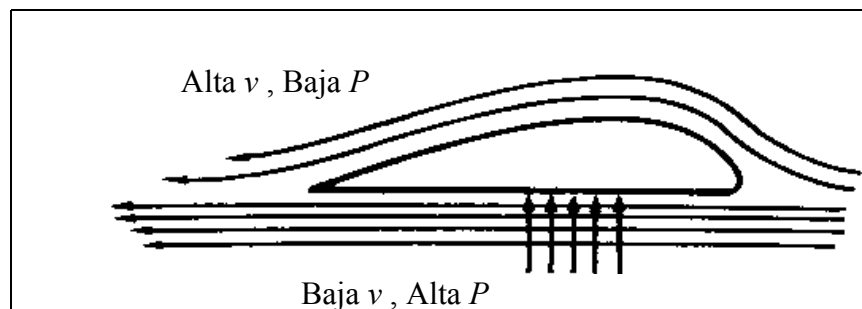


Figura B.5. Representación gráfica del “fundamento” de la aviación.

Este efecto, conocido también como *Efecto Venturi*, estamos acostumbrados a observarlo o utilizarlo en la vida cotidiana. Pongamos unos ejemplos:

a) *Balón de fútbol (o pelota de béisbol).*

Un balón de fútbol lanzado con un efecto que lo hace girar sobre sí mismo en sentido contrario a las agujas del reloj (lanzamiento de un jugador diestro), en su sistema de referencia se encuentra estacionario pero girando y el aire circula con gran velocidad al pasar junto a él. Debido a su cubierta rugosa, el balón girando arrastra el aire a su alrededor, provocando que la velocidad del aire sea mayor en su parte izquierda que en la derecha. Por consiguiente, la presión es menor en la parte izquierda, en donde la velocidad del aire es mayor, de forma que la pelota se desvía hacia la izquierda.

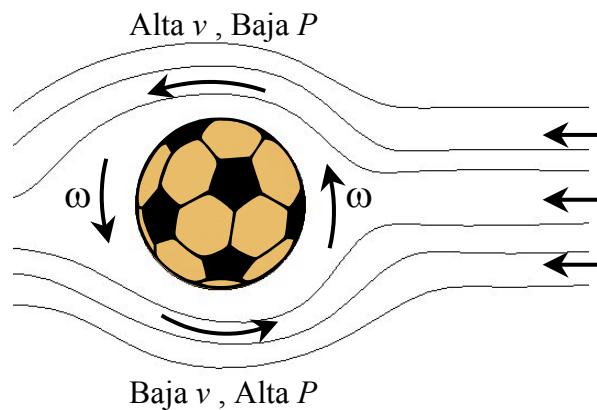


Figura B.6. Vista superior del balón lanzado con efecto.

b) *Pulverizador.*

Apretando el bulbo de la izquierda (ver figura B.7) se obliga al aire a atravesar la parte estrecha del tubo. Como la presión allí es menor que la presión atmosférica, el líquido contenido en el depósito inferior se ve forzado a introducirse en la corriente de aire, dando como resultado una fina lluvia de gotitas.

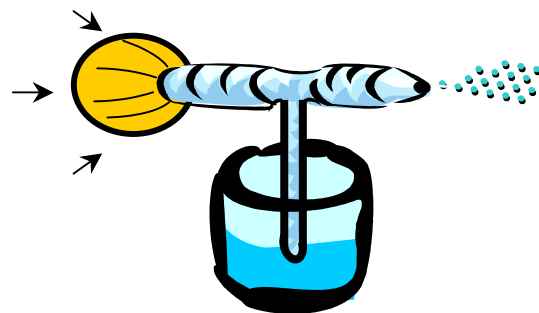
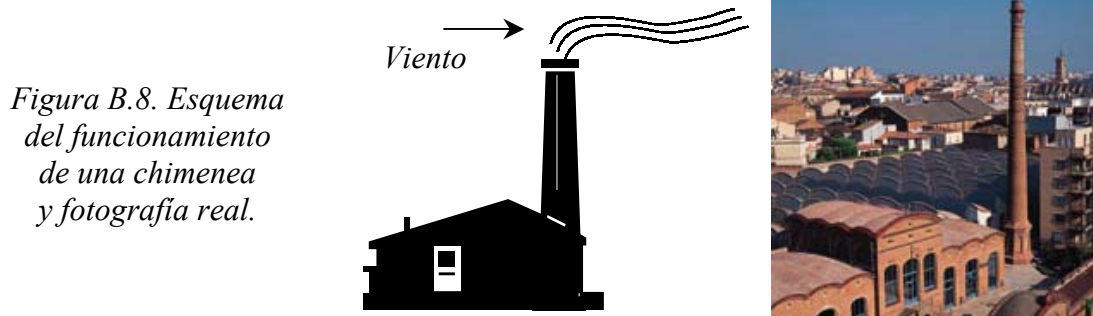


Figura B.7. Esquema del funcionamiento de un pulverizador.

c) *Chimenea de una fábrica.*

Las chimeneas de las antiguas fábricas (p.ej. textiles) tenían una gran altura. Ello es debido a que el aire que circula alto va más rápido (no hay edificios que le impidan circular libremente). De este modo, el aire que pasa cerca de la boca de la chimenea va más rápido que el que está en el interior, lo cual provoca una diferencia de presión con la consecuente succión del humo de dentro a fuera.



B.2.2. Ángulo de incidencia

El ángulo de incidencia se define como el ángulo con el cual el ala está permanentemente inclinada respecto al eje longitudinal del aeroplano (figuras B.9 y B.10).

Escogiendo el ángulo de incidencia correcto puede aumentar la visibilidad en vuelo, mejorar las características de despegue y aterrizaje y reducir el arrastre en pleno vuelo.

El ángulo de incidencia que se escoge usualmente es el ángulo de ataque al cual la relación sustentación-arrastre (lift-drag) es óptima. En muchos aeroplanos modernos, hay un pequeño ángulo de incidencia positivo de manera que el ala mantiene un pequeño ángulo de ataque cuando el aeroplano está en un nivel de vuelo de crucero.

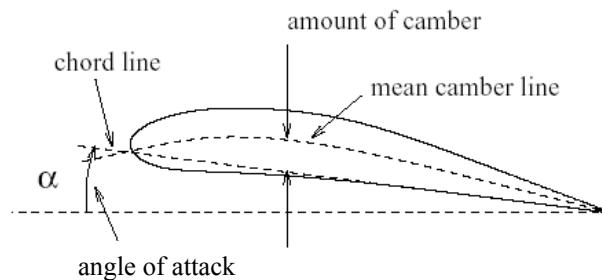


Figura B.9. Definición gráfica del ángulo de ataque.

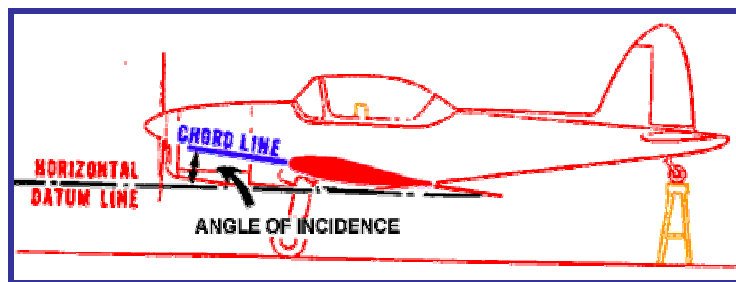


Figura B.10. Ángulo de incidencia como parte del diseño.



Figura B.11. Demostración aérea de la entrada en un ángulo de ataque elevado.

B.2.3. FOTOGRAFÍAS

Resulta interesante la observación de fotografías reales resultado de la aplicación de los conceptos estudiados anteriormente. He aquí por lo tanto una serie de imágenes correspondientes a varios aviones, incluyendo los espectaculares cazas:



Figura B.12. Fotografías de varios aviones utilizados en la actualidad.

Es a su vez interesante observar el vídeo *F-16 en vuelo.mpeg* que se encuentra en la carpeta *Validation*. En el se muestran dos aviones F-16 en pleno vuelo desde diferentes perspectivas.

B.2.4. Otras aplicaciones

a) Náutica.

Un mundo muy interesante y a la vez muy amplio es el de la náutica o navegación marítima tanto por encima como por debajo del agua. Aquí podemos aplicar los conceptos de aerodinámica en los diseños de los cascos, quillas, hélices, etc. Sirvan como ejemplos las siguientes figuras donde se pueden observar los perfiles utilizados:

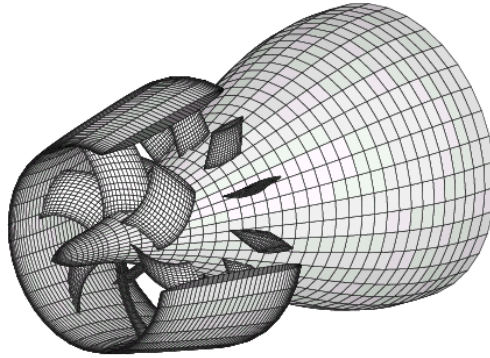


Figura B.13. Diseño exterior del sistema propulsor de un submarino.



Figura B.14. Elementos accesorios del casco de un velero.

b) Automoción.

Un campo de investigación continua es la automoción. Los aspectos investigados van desde el rozamiento a la estabilidad pasando por reducción de ruidos y un gran número de aplicaciones diversas.



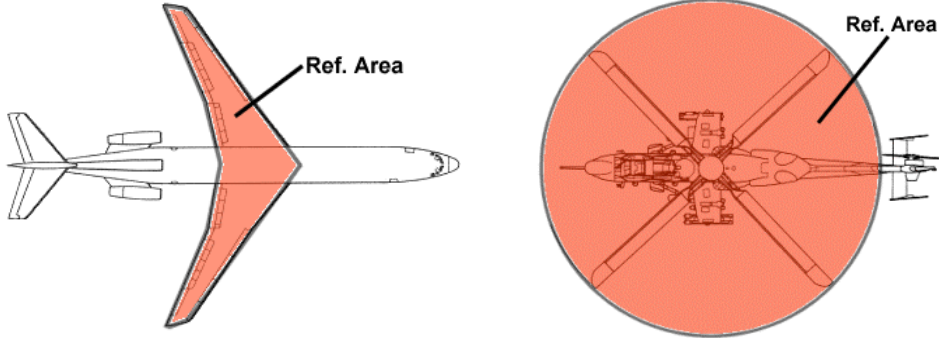
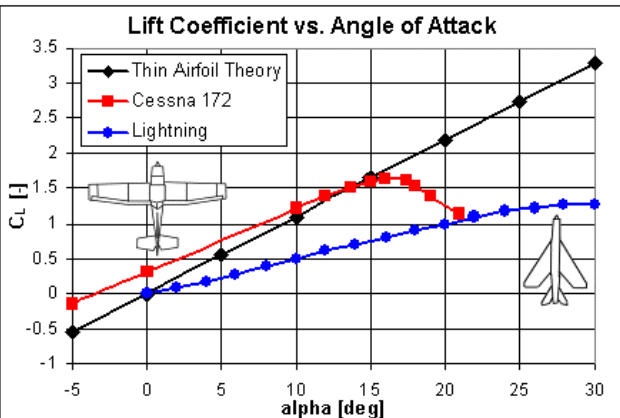
Figura B.15. Aplicaciones en automoción.

APÉNDICE C. LIFT COEFFICIENT

La ecuación de la sustentación o lift es:

$$L = \frac{1}{2} \rho \cdot U^2 \cdot A_{ref} \cdot C_L \quad (C.1)$$

siendo:

Variable	Descripción
L	Fuerza de sustentación.
ρ	Densidad del aire. La densidad del aire es una función de la altitud, con lo cual, su valor depende de la altura a la que se busca la sustentación. Existen tablas de las propiedades del aire a diferentes altitudes en los apéndices de algunos libros de aerodinámica, y también se pueden calcular dichas propiedades en el link Atmospheric Properties Calculator . Entrando la altitud requerida se calcula la temperatura, densidad, presión, velocidad del sonido, viscosidad y viscosidad cinemática a dicha altura.
U	Velocidad del avión.
A_{ref}	<p>Área de referencia. Para un aeroplano, el área de referencia es el área del ala vista desde arriba. Se ha de incluir el área de la parte del ala que atraviesa el fuselaje:</p>  <p>Para un helicóptero, el área de referencia es el área del disco barrido por las hélices. Se pueden encontrar valores del área de referencia para varias aeronaves en el link The Aircraft Museum.</p>
C_L	<p>Coefficiente de sustentación. Es una variable adimensional que depende de la aeronave y cambia con la velocidad y el ángulo de ataque. Aunque C_L se determina experimentalmente en túneles de viento (o mediante CFD, códigos de paneles o métodos semi-empíricos), el coeficiente de sustentación puede ser estimado con precisión para muchas aeronaves. Los siguientes datos están basados en el Cessna 172 (avioneta monohélice de baja velocidad) y en el Lightning (caza británico que llega a Mach 2). Muchos datos de aviones son similares al Cessna 172 mientras que para aviones de altas velocidades con alas cortas, como los cazas, se parecen al Lightning.</p> 

9

BIBLIOGRAFÍA

- [1] K.J. BATHE, “Finite Element Procedures in Engineering Analysis”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1996.
- [2] G. GÓMEZ, “Simulación de flujo potencial bidimensional mediante el método de paneles. Tesis de Máster”, CIMNE, 2003.
- [3] S. IDELSOHN, E. OÑATE, “Apuntes de la asignatura Mecánica de Fluidos”, CIMNE, 2002.
- [4] L.D. LANDAU, E.M. LIFSHITZ, “Mecánica de Fluidos”, Reverté, 1986.
- [5] E. OÑATE, F. ZÁRATE, “Apuntes de la asignatura Introducción al Método de los Elementos Finitos”, CIMNE, 2002.
- [6] O. PIRONNEAU, “Méthodes des éléments finis pour les fluides”, Masson, 1988.
- [7] P.A. TIPLER, “Física”, Vol. I, Reverté, 1993.
- [8] D.J. TRITTON, “Physical Fluid Dynamics”, Clarendon Press, 1988.
- [9] O.C. ZIENKIEWICZ y R.L. TAYLOR, “El Método de los Elementos Finitos”, Vol. I, Capítulo 10, McGraw-Hill, 1994.
- [10] O.C. ZIENKIEWICZ y R.L. TAYLOR, “El Método de los Elementos Finitos”, Vol. II, pp. 563-611, McGraw-Hill, 1994.

10

WEBS DE INTERÉS

A continuación se listan una serie de páginas webs relacionadas con el estudio de perfiles de ala. De algunas de ellas se ha extraído información para completar la presente tesis de Máster.

<http://www.aae.uiuc.edu/m-selig/ads.html>

<http://www.aerospaceweb.org>

<http://airfanalysis.hypermart.net>

<http://www.allstar.fiu.edu>

<http://www.dreeseccode.com>

<http://www.dfrc.nasa.gov/gallery>

<http://www.drones.com>

<http://fly.to/tracfoil>

<http://www.hanlevinnovations.com>

<http://naca.larc.nasa.gov>

<http://www.nasg.com>

Asimismo, si escribimos una o varias palabras clave en cualquier buscador (Google, Altavista, Yahoo, etc.), aparecerá una enorme lista de webs relacionadas con el tema.