

## INFLUENCIA DE LA CALIDAD DEL HORMIGÓN EN EL REFUERZO CON LÁMINAS DE FIBRAS DE CARBONO DE VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO

M. Braun<sup>1</sup>, E.I. Villa<sup>2,\*</sup>, C. Rocco<sup>2</sup> y J. Fernández-Sáez<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras.  
Universidad Carlos III de Madrid.  
Avda. de la Universidad, 30, 28911 Leganés, Madrid, España.

<sup>2</sup> Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.  
Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, República Argentina.  
\* e-mail: eivilla@ing.unlp.edu.ar

### 1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se analiza la influencia de la calidad del hormigón en el comportamiento mecánico de vigas de hormigón armado reforzadas con láminas de fibras de carbono. Para llevar a cabo el estudio se ha desarrollado un modelo de análisis por el Método de los Elementos Finitos (MEF), implementado en el código comercial Abaqus/Standard [1]. El comportamiento no lineal, tanto del material correspondiente a las barras de acero como a la masa de hormigón y a las fibras de carbono, se ha llevado a cabo mediante los modelos constitutivos correspondientes a cada uno de ellos.

Los resultados obtenidos ponen en evidencia la influencia de la calidad del hormigón así como del número de láminas de fibra de carbono en el diseño del refuerzo, constituyendo el modelo una herramienta muy potente para el diseño de refuerzos estructurales y/o el establecimiento de las condiciones de seguridad en servicio de vigas reforzadas.

### 2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Se han discretizado de manera diferenciada las barras de acero de refuerzo, el hormigón y las fibras de carbono. El comportamiento no lineal de cada uno de estos materiales ha sido simulado empleando los modelos constitutivos apropiados, disponibles en la librería del código utilizado [1]. A continuación se describen las leyes constitutivas de los materiales.

#### 2.1. Barras de Acero

Las barras de acero de refuerzo se han modelado asumiendo un comportamiento elástico-perfectamente plástico. Por lo tanto, el modelo constitutivo del acero ha sido definido por la tensión de fluencia  $\sigma_y$ , el Coeficiente de Poisson  $\mu_s$  y el Módulo de Young  $E_s$ . Las barras de acero fueron modeladas con elementos tipo *truss* (T3D2), disponibles en la librería del código [1]. Estos elementos solo soportan la aplicación de cargas en la dirección del eje, con lo que su comportamiento queda unívocamente determinado a partir de las propiedades mecánicas del material y la sección transversal.

#### 2.2. Hormigón

Como es bien conocido, el hormigón es un material que presenta distinto comportamiento a tracción y a compresión. Por tal motivo, su caracterización mecánica requiere el conocimiento de la curva tensión-deformación en cada una de estas dos situaciones. Debido a las dificultades que supone la determinación experimental de sus propiedades mecánicas, es una práctica habitual describir el comportamiento del hormigón a partir de su resistencia a la compresión uniaxial  $\sigma'_c$ .

Así, la tensión de rotura a tracción  $\sigma_t$  se ha calculado a partir de la siguiente expresión:

$$\sigma_t = 1.7 \left( \sqrt[3]{\frac{\sigma'_c}{12}} \right)^2 \quad (1)$$

y el módulo de elasticidad inicial del hormigón,  $E_c$ , mediante la siguiente ecuación:

$$E_c = 4700 \sqrt{\sigma'_c} \quad (2)$$

El Coeficiente de Poisson del hormigón sometido a compresión,  $\mu_c$ , se encuentra en el rango comprendido entre 0.15 y 0.22, habiéndose adoptado en este estudio un valor de 0.20. Para definir el comportamiento a compresión, se ha empleado la curva tensión-deformación propuesta por Saenz [2], cuya expresión matemática es la siguiente:

$$\sigma' = \frac{E_c \epsilon}{1 + (r + R_E - 2) \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) - (2R - 1) \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 + R \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^3} \quad (3)$$

donde:

$$R = \frac{R_E(R_\sigma - 1)}{(R_\epsilon - 1)^2} - \frac{1}{R_\epsilon} \quad R_E = \frac{E_c}{E_0} \quad E_0 = \frac{\sigma'_c}{\epsilon_0}$$

y se asume  $R_\sigma = R_\epsilon = 4$ . El valor de la resistencia a compresión uniaxial se corresponde con una deformación máxima  $\epsilon_0$  del 0.3 por ciento, de acuerdo a lo recomendado por el ACI. Finalmente, se adopta  $r = R$  para garantizar que la tensión correspondiente a la deformación máxima coincida con el valor adoptado para la resistencia a compresión.

Debido a que la resistencia del hormigón para diferentes combinaciones de estados multiaxiales de tensiones es distinta en cada caso, en este trabajo se ha empleado la función de fluencia de Lubriner et al. [3], con la modificación propuesta por Lee y Fenves [4] que tiene en cuenta la evolución de la resistencia a tracción y a compresión. La evolución de la superficie de fluencia es definida por unas variables de endurecimiento,  $\bar{\epsilon}_c^{pl}$  y  $\bar{\epsilon}_t^{pl}$  según una función de la siguiente forma:

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} [\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\bar{\epsilon}_c^{pl})(\bar{\sigma}_{max}) - \gamma(-\bar{\sigma}_{max})] - \bar{\sigma}_c(\bar{\epsilon}_c^{pl}) \quad (4)$$

donde:

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}{2(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1} \quad 0 \leq \alpha \leq 0.5$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad \beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\bar{\epsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\bar{\epsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha)$$

$\bar{\sigma}_{max}$  es la tensión efectiva principal máxima,  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  es el coeficiente entre la tensión de compresión plástica equiaxial y la tensión de compresión plástica uniaxial (se lo asume igual a 1.16) y  $K_c$  es un coeficiente comprendido entre 0.5 y 1.0 (en este trabajo se adopta  $K_c = \frac{2}{3}$ ).

Para definir el comportamiento a tracción se ha adoptado una ley bilineal, en la que la deformación de rotura es aproximada como 10 veces la deformación correspondiente a la tensión máxima [1]. En la Figura 2 puede verse la ley lineal de evolución de daño adoptada en el presente trabajo [1].

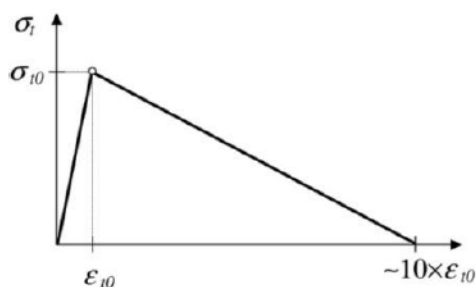


Figura 1: Curva tensión-deformación bilineal.



Figura 2: Evolución de la variable de daño.

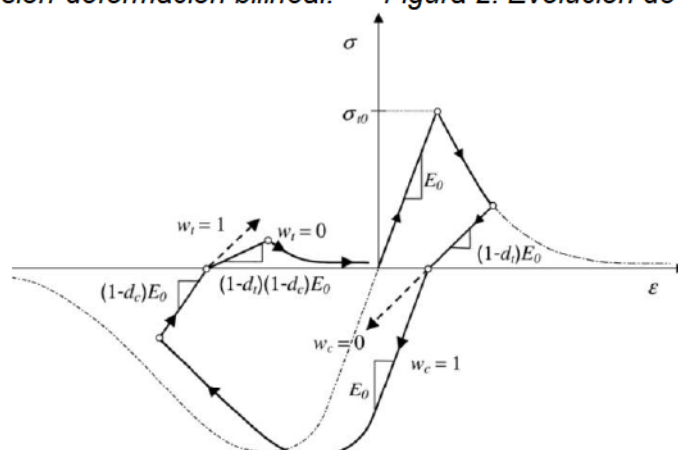


Figura 3: Ciclos de carga uniaxial (tracción-compresión-tracción).

Para que quede detallada la ley constitutiva se han definido las variables  $\omega_t$  y  $\omega_c$  que establecen el comportamiento del hormigón frente a ciclos de carga y descarga uniaxial, tal como se indica en la Figura 3. En este trabajo se ha adoptado  $\omega_c = 1$ , lo que implica que la rigidez a compresión se recupera al cerrarse la fisura, y  $\omega_t = 0$  de manera que la rigidez a tracción no se recupera cuando se desarrolla daño a compresión. El hormigón se ha discretizado con elementos cúbicos de 8 nodos (C3D8), con un mallado estructurado y regular. El uso del modelo de daño y plasticidad en hormigón hace que la matriz de rigidez del material sea no simétrica. Para obtener una mejora en la convergencia se ha utilizado una matriz de almacenamiento asimétrica y sus correspondientes técnicas de resolución.

### 2.3. Laminados de Fibra de Carbono

Se ha empleado un análisis macroscópico para modelar el comportamiento general de los elementos constituyentes del material compuesto, considerando un comportamiento ortotrópico empleando la hipótesis de tensión plana. De este modo, el comportamiento elástico del material se define según la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (5)$$

El criterio de inicio de daño empleado se basa en la teoría de Hashin [5], que define el punto a partir del cual comienza a existir una degradación de la rigidez. La respuesta del material una vez comenzado el proceso de daño tiene la siguiente forma:

$$\sigma = C(d):\epsilon \quad (6)$$

en la que  $C(d)$  es la matriz rigidez dañada, cuya expresión es la siguiente:

$$C(d) = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1-d_f)E_1 & (1-d_f)(1-d_m)v_{21}E_1 & 0 \\ (1-d_f)(1-d_m)v_{12}E_2 & (1-d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & D(1-d_s)G \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde  $d_f$ ,  $d_m$  y  $d_s$  son las variables de daño, y:

$$D = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}v_{21} > 0$$

$$d_s = 1 - (1 - d_{ft})(1 - d_{fc})(1 - d_{mt})(1 - d_{mc})$$

En este modelo se asume una curva de ablandamiento lineal, quedando el comportamiento definido en función de las Energías Específicas de Fractura  $G_{ft}$ ,  $G_{fc}$ ,  $G_{mt}$  y  $G_{mc}$ .

### 3. CASOS ESTUDIADOS

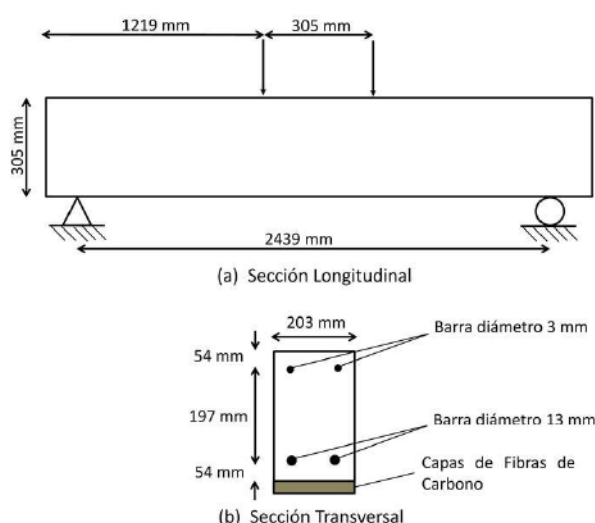


Figura 4: Esquema de la geometría y condiciones de contorno.

Material	Propiedad	Magnitud
Acero	$E_s$	199.9 MPa
	$\nu_s$	0.30
	$\sigma_y$	468.8 MPa
Fibras de Carbono	$E_{11}$	141.3 GPa
	$E_{22}$	14.5 GPa
	$G_{12}$	5.86 GPa
	$G_{13}$	5.86 GPa
	$G_{23}$	3.52 GPa
	$\nu_{12}$	0.21
	X	2758 MPa
	X'	-2758 MPa
	Y	52 MPa
	Y'	-206 MPa
S	93 MPa	
espesor		0.17 mm/capa

Tabla 1: Propiedades de los materiales considerados.

En la Tabla 1 se muestran las propiedades mecánicas adoptadas para el acero y las láminas de fibras de carbono, extraídas de la literatura [6]. Para el hormigón se han considerado cuatro calidades distintas, correspondientes a 20, 30, 40 y 50 MPa de resistencia a compresión. A partir de estos valores se han definido el resto de las propiedades mecánicas, de acuerdo a lo desarrollado en la sección anterior. Para cada calidad de hormigón se han considerado de 1 a 5 capas de laminado y también la situación en la que no hay refuerzo.

En la Figura 4 se muestra la geometría y las condiciones de contorno adoptadas. Para garantizar el comportamiento solidario entre las barras de acero y el hormigón se ha empleado una interacción de tipo *EmbeddedRegion*, disponible en la librería del código. Para modelar la interacción entre la fibra de carbono y el hormigón se ha empleado un contacto tipo *tie*, que permite considerar una unión perfecta de los materiales [6,7].

### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En la Figura 5 se muestra el momento flector máximo,  $M_{max}$ , normalizado respecto al momento flector máximo que soporta la viga intacta sin refuerzo,  $M_{i,max}$ , frente al

número de capas de fibras de carbono, para cada calidad de hormigón. Como puede observarse, la eficiencia del refuerzo aumenta al mejorar la calidad del hormigón.

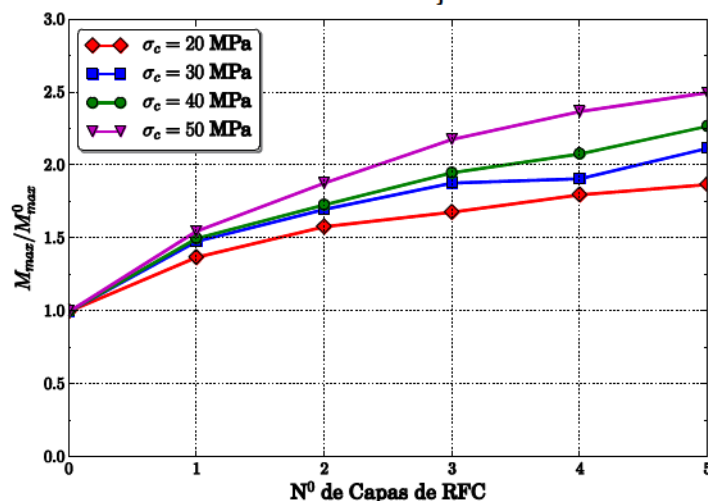


Figura 5: Momento máximo normalizado en función del número de capas de refuerzo.

Realizando un análisis de regresión por mínimos cuadrados mediante un polinomio de segundo grado, de las curvas presentadas en la Figura 5 se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{M_{max}}{M_{max}^0} = -A_H(n^{\circ} \text{ capas de refuerzo})^2 + B_H(n^{\circ} \text{ capas de refuerzo}) + 1 \quad (8)$$

donde las constantes  $A_H$  y  $B_H$  indicadas en la Tabla 2, dependen de la calidad del hormigón.

Resistencia a Compresión	$A_H$	$B_H$
20 MPa	-0.0336	0.3318
30 MPa	-0.0384	0.3993
40 MPa	-0.0356	0.4264
50 MPa	-0.0488	0.5437

Tabla 2: Parámetros de la función de ajuste para el cálculo del momento máximo.

Calculando la derivada de esta función se obtiene una expresión que permite aproximar la tasa de cambio del momento máximo normalizado en función del número de capas:

$$\frac{[d(M)_{max}]}{d(n^{\circ} \text{ de capas})} = 2A_H(n^{\circ} \text{ capas de refuerzo}) + B_H \quad (9)$$

En la Figura 6 se han graficado las curvas obtenidas a partir de la expresión anterior, donde puede verse que a medida que se incrementa el número de capas de laminado el incremento en la capacidad portante de la viga disminuye. A tal punto que, superada una cantidad de láminas, el momento máximo que es capaz de soportar la viga no aumenta. A partir de este análisis es posible establecer, para cada calidad de hormigón, un valor óptimo de capas de laminado. Por otra parte, también permite establecer el incremento máximo en la capacidad portante de una viga que puede alcanzarse mediante este tipo de refuerzo.

## 5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha realizado la simulación numérica del comportamiento mecánico de una viga de hormigón armado, reforzada con láminas de fibras de carbono, solicitada a

flexión en cuatro puntos. Mediante la implementación del modelo se ha llevado a cabo un análisis paramétrico en el que se han considerado 4 calidades distintas de hormigón, y para cada una de éstas se han aplicado de 0 a 5 láminas de refuerzo de fibra de carbono (RFC).

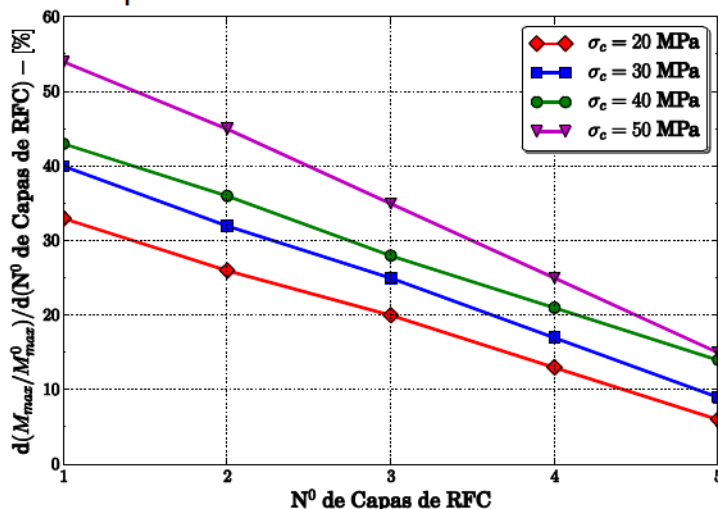


Figura 6: Momento máximo normalizado en función del número de capas de refuerzo.

A partir de los resultados del estudio paramétrico, correspondiente a 24 simulaciones en las que se ha calculado el momento máximo que es capaz de soportar la sección, se ha podido establecer que los RFC son una herramienta muy eficiente para incrementar la capacidad portante de vigas en servicio. Sin embargo, esta eficiencia disminuye en la medida en que se incorporan más capas de laminados. Asimismo, la eficacia de los RFC aumenta con la resistencia a compresión del hormigón. En efecto, una capa de laminado en un hormigón con una resistencia a compresión de 50 MPa aumenta su resistencia un 55%, mientras que en un hormigón de 20 MPa de resistencia la mejora es del 33%.

Finalmente, es interesante resaltar que el modelo implementado constituye una herramienta muy útil para el diseño de refuerzos estructurales y/o el establecimiento de las condiciones de seguridad de vigas reforzadas en servicio. Para una generalización de su validación sería de sumo interés disponer de una campaña experimental que involucre otras geometrías y estados de carga diferentes al considerado en el presente trabajo.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] ABAQUS, *User's Manual Version 6.13*, Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc., 2014.
- [2] Sanz, L.P., *Discussion of equation for the stress-strain curve of concrete*. ACI Journal Proceedings, 61:1229-1235, 1964.
- [3] Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. and Oñate, E., *A Plastic-Damage Model for Concrete Structures*. Journal of Engineering Mechanics, 25:229-329, 1989.
- [4] Lee, J. And Fenves, G.L., *Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures*. Journal of Engineering Mechanics, 124:892-900, 1998.
- [5] Hashin, Z., *Failure criteria for unidirectional fiber composites*. Journal of Applied Mechanics, 47:329-334, 1980.
- [6] Hu, H.T., Lin, F.M. and Jan Y.Y., *Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beams strengthened by fiber-reinforced plastics*. Composites Structures, 63:271-281, 2004.
- [7] Hu, H.T., Lin, F.M., Liu, H.T., Huang, Y.F. and Pan, T.C., *Constitutive modelling of reinforced concrete and prestressed concrete structures strengthened by fiber-reinforced plastics*. Composites Structures, 92:1640-1650, 2010.