

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Exactas
Departamento de Física

Estudio de Técnicas Speckle Opto-Digitales

Tesis para optar al título de:

Doctor en Física

Presentada por:

Rodrigo de Jesús Henao Henao

1997

Rodrigo de Jesús Henao Henao

Medellín COLOMBIA

Estudio de Técnicas Speckle Opto-Digitales.

Tesis dirigida por:

Dr. Mario Garavaglia

codirigida por:

Dr. Roberto Torroba - Dr. Marcelo Trivi

y realizada en el:

Centro de Investigaciones Ópticas, CIOp

A GET.

“El Camino no es las cosas que se ven, ni de las cosas que no se ven. No es de las cosas conocidas, ni de las cosas desconocidas. No lo busques, ni lo estudies, ni lo nombres.

Para alcanzarlo, ábrete con la amplitud del cielo”

Mumon.

Índice General

	Pág.
Índice General	i
Índice de Figuras	v
Índice de Tablas	ix
Agradecimientos	xii
 CAPÍTULO 1	
1. Introducción General	3
1.1 Motivaciones y objetivos.....	3
1.2 Esquema general.....	5
1.3 Bibliografía	7
 CAPÍTULO 2	
2. Propiedades del Speckle	11
2.1 El fenómeno de granularidad óptica (speckle)	12
2.2 Estadística de primer orden.....	14
2.2.1 El speckle como un fenómeno de camino aleatorio	15
2.2.2 Adición de patrones de speckle.....	19
2.2.3 Patrones de speckle parcialmente polarizados	21
2.2.4 Suma de un patrón de speckle y un fondo coherente.....	22
2.2.5 Speckle integrados	23
2.3 Estadística de segundo orden	27
2.3.1 Geometría de espacio libre.....	28
2.3.2 Geometría de formación de imágenes	32
2.4 Representación de un patrón de speckle mediante funciones de Walsh.....	35
2.4.1 Funciones de Walsh.....	35
2.4.2 Representación del patrón de speckle en el espacio de las funciones de Walsh	37
2.5. Aplicación de las propiedades del speckle a la medición del núcleo de una fibra óptica multimodo	41
2.5.1 Descripción del algoritmo.....	42

2.5.2 Simulaciones por computador.....	45
2.5.3 Prueba del algoritmo.....	48
2.5.4 Resultados experimentales.....	50
2.6 Bibliografía.....	53

CAPÍTULO 3

3. Metrología analógica de speckles.....	59
3.1 Introducción.....	60
3.2 Correlación cruzada de la luz dispersada.....	61
3.2.1 Dependencia paramétrica del grado de correlación máxima de patrones de speckle.....	64
3.3 Fotografía speckle.....	69
3.3.1 Determinación experimental del máximo grado de correlación de patrones de speckle en fotografía speckle.....	73
3.4 Interferometría de speckle.....	75
3.4.1 Interferometría con haz de referencia.....	77
3.4.2 Método con doble iluminación.....	78
3.4.3 Método de doble abertura.....	81
3.4.4 Interferometría speckle de corrimiento.....	83
3.5 Medidas de desplazamientos tridimensionales usando una red de difracción.....	88
3.5.1 Teoría.....	88
3.5.2 Resultados experimentales.....	95
3.6 Bibliografía.....	97

CAPÍTULO 4

4. Correlación digital de patrones de speckle.....	103
4.1 Introducción.....	104
4.2 Método digital de mascarar complementarias de speckle.....	105
4.3 De la Interferometría Electrónica a la Interferometría Digital de Patrones de Speckle.....	110
4.3.4 Formación de franjas de correlación por sustracción.....	113
4.3.5 Franjas de correlación por adición.....	115

4.4 Medidas de desplazamientos con DSPI	116
4.4.1 DSPI con un solo haz de iluminación sobre el objeto.....	116
4.4.2 DSPI con doble haz de iluminación.....	118
4.5 DSPI con múltiples puntos de observación	123
4.6 Dependencia paramétrica de la visibilidad de la franjas.....	127
4.6.1 Visibilidad vs rugosidad y ángulo de iluminación.....	127
4.6.2 Medición de ángulos a través de cambios de la visibilidad de las franja.	128
4.7 Interferometría digital de patrones de speckle por corrimiento.....	132
4.7.1 Interferometría digital por corrimiento mediante una red de difracción.	135
4.7.1.1 Análisis teórico	135
4.7.1.2 Resultados experimentales	137
4.8 DSPI sensible a la polarización.....	140
4.8.1 Aproximación teórica	140
4.8.2 Resultado experimentales	146
4.9 Visualización de la evolución temporal de patrones de speckle mediante DSPI.....	150
4.9.1 Captura de la información.....	150
4.9.2 Generación de las franjas.	151
4.9.3 Geometría del arreglo de adquisición.	160
4.9.4 Interferometría digital de patrones de speckle dinámicos por corrimiento	162
4.10 Bibliografía	164

CAPÍTULO 5

5. Determinación de Fase.....	171
5.1 Introducción	172
5.2 Método de la transformada de Fourier.....	173
5.3 Métodos de corrimiento y de pasos de fase	177
5.4 Interferometría digital de patrones de speckle con corrimiento de fase.	183

5.5 Demodulación de fase.....	186
5.5.6 Funciones indicadoras.....	187
5.5.7 Algoritmos de demodulación.....	188
5.5.8 Ejemplos.....	190
5.6 Determinación de la fase en interferometría digital de patrones de speckle por corrimiento con red de difracción.....	193
5.7 Determinación de la franja de orden cero.....	196
5.7.1 Fundamentos de la teoría.....	196
5.7.2 Experimentos.....	199
5.8 Bibliografía.....	203
 CAPÍTULO 6	
6. Conclusiones Generales y Perspectivas.....	209
6.1 Conclusiones generales.....	209
6.2 Perspectivas.....	213
6.3 Lista de publicaciones.....	215

Índice de Figuras

	Pág.
Capítulo 2	
Figura 2.1: Imagen de un patrón de speckle.....	12
Figura 2.2: Formación de speckles objetivo y subjetivo.....	13
Figura 2.3: Función densidad de probabilidad (FDP) de un patrón de speckle.....	17
Figura 2.4: FDP para la suma de dos patrones de speckle.	20
Figura 2.5: Contraste para la suma de dos patrones de speckle.....	21
Figura 2.6: Patrón de speckle simulado.....	25
Figura 2.7: FDP para el patrón de speckle simulado.....	26
Figura 2.8: FDP para el patrón de speckle de la figura 2.1.....	27
Figura 2.9: Geometría de propagación libre para la formación de los speckles.....	29
Figura 2.10: Geometría de formación de imagen para la generación de speckles.....	33
Figura 2.11: Patrón de speckle unidimensional.....	43
Figura 2.12: Autocorrelación discreta.....	43
Figura 2.13: Gráfica reescalada del primer mínimo local.....	45
Figura 2.14: Patrón de speckle unidimensional simulado.....	46
Figura 2.15: a) Resultados de aplicar el algoritmo de autocorrelación al patrón de speckle de la figura 2.13. b) Porción agrandada y normalizada de a).....	47
Figura 2.16: Error relativo en el tamaño del speckle.....	48
Figura 2.17: Montaje experimental para adquirir un patrón de speckle.....	50
Figura 2.18: Geometría y perfil del índice de refracción de una fibra óptica multimodo de índice de escalón.....	51
Figura 2.19: Montaje experimental para el registro del patrón de speckle producido por una fibra óptica multimodo.....	51
Capítulo 3	
Figura 3.1: Montaje experimental para la correlación de intensidades de patrones de speckle.....	64
Figura 3.2: Esquema para la generación de patrones de speckle por desplazamientos 3-D.....	65
Figura 3.3: Muestra los ángulos θ_p , θ_s para antes y θ'_p , θ'_s para después del desplazamiento d.	68

Figura 3.4: Esquema básico para el registro de un patrón de speckle en fotografía speckle por doble exposición.....	70
Figura 3.5: Sistema de coordenadas para la observación de franjas de Young.....	71
Figura 3.6: Situaciones físicas que afectan la intensidad de las franjas de Young.....	73
Figura 3.7: Esquema de desplazamientos durante el registro del specklegrama de doble exposición	73
Figura 3.8: Franjas de Young obtenidas para los specklegramas: (a) A y (b) B	74
Figura 3.9: Montaje tipo interferómetro de Michelson usado como interferómetro de correlación de patrones de speckle.....	76
Figura 3.10: Interferómetro con haz de referencia.....	77
Figura 3.11: Interferómetro con doble haz de iluminación para la observación de desplazamiento en el plano.....	80
Figura 3.12: Interferómetro de doble abertura para la medición de desplazamientos en el plano.....	82
Figura 3.13: Montaje tipo interferómetro de Michelson usado para medir las derivadas del desplazamiento.....	85
Figura 3.14: Montaje para medir las derivadas del desplazamiento usando una cuña para producir el corrimiento.....	87
Figura 3.15: Imagen de una fuente puntual producida por una red de difracción y una lente.....	89
Figura 3.16: Montaje experimental.....	90
Figura 3.17: Notación para las matrices de proyección.....	92
Figura 3.18: Dos puntos objeto P_1 , P_2 , que corresponden a una deformación local.....	93
Figura 3.19: Resultados experimentales.....	96
 Capítulo 4	
Figura 4.1: Montaje experimental para el método digital de máscaras complementarias de speckle.....	106
Figura 4.2 Curva de transferencia.....	107
Figura 4.3 Punto fijo para una coma.....	109
Figura 4.4 Punto fijo para un punto.....	109
Figura 4.5 Montaje básico de ESPI.....	110
Figura 4.6 Representación mediante un diagrama de bloques de un sistema digital de procesamiento de imágenes usado en DSPI.....	113
Figura 4.7: Franjas de correlación generadas por substracción.....	115
Figura 4.8: DSPI con un solo haz de iluminación sobre el objeto.....	117

Figura 4.9: Vector sensibilidad para un solo haz de iluminación.	118
Figura 4.10: DSPI con doble haz de iluminación.	119
Figura 4.11: Vector sensibilidad para iluminación doble.	120
Figura 4.12: Representación esquemática del efecto de desplazar lateralmente una fuente puntual ubicada en el plano focal de una lente.	120
Figura 4.13: Diferencia de camino óptico para dos ondas planas que alcanzan una pantalla viajando en distintas direcciones.	121
Figura 4.14: Interferómetro de DSPI con múltiple puntos de observación.	125
Figura 4.15: Resultados experimentales.	126
Figura 4.16: Cambio de índice de refracción.	126
Figura 4.17: Curva de transferencia para dos superficies con valores rms de rugosidad de $\sigma=1.6 \mu\text{m}$ y $\sigma=6.3 \mu\text{m}$	129
Figura 4.18: Curva de transferencia.	130
Figura 4.19: Franjas de correlación producidas por un interferómetro de corrimiento tipo Michelson.	134
Figura 4.20: Montaje experimental para un interferómetro digital de patrones de speckle por corrimiento con red de difracción.	136
Figura 4.21: Franjas de sherografía digital con red a lo largo del eje x.	137
Figura 4.22: Secuencia a), b) y c) que muestra el efecto en diferentes instantes de una fuente térmica puntual.	138
Figura 4.23: Montaje experimental del DSPI sensible a la polarización.	144
Figura 4.24: Gráfico de la visibilidad para valores teóricos y experimentales como función de la rotación de la polarización. Correspondiente a la aproximación de δ pequeño.	147
Figura 4.25: Gráfico de visibilidad con la comparación entre la curva teórica y los valores experimentales para dos valores diferentes del parámetro δ , (a) 4° , (b) $=7^\circ$	148
Figura 4.26: Ejemplo de una imagen AIB.	151
Figura 4.27: Franjas de DSPI normal para una fuente térmica puntual centrada por detrás de una placa metálica tomadas a medida que evolucionan con el tiempo, (a), (b), (c).	152
Figura 4.28: Caso de la figura 4.28, pero con columnas de referencia: (a) 20, (b) 256, (c) 400.	154
Figura 4.29: Imágenes ODT a) una localización superior de la fuente térmica puntual sobre la placa metálica, b) para una localización inferior.	155
Figura 4.30: Diferentes tasas de cambio de fase para dos materiales bajo la misma fuente térmica extendida.	156

Figura 4.31: Imagen ODT de una carga residual aplicada cerca del centro de la placa metálica.	156
Figura 4.32: Ejemplo ODT para una membrana vibrando donde la columna de referencia es la 100.	157
Figura 4.33: El mismo ejemplo de la figura 4.28 usando ODIC con retardos temporales de a) 60, b) 80 y c) 100.	158
Figura 4.34: (a) Imagen AIB donde se generó un cuadrante de referencia. (b) Imagen resultante de aplicar ODIC sobre (a).	160
Figura 4.35: (a) Imagen AIB donde la primera columna se repitió 140 veces para generar un cuadrante de referencia. (b) Imagen resultante de aplicar ODIC donde el primer cuadrante (el de referencia) es ODT	160
Figura 4.36: Visualización de las franjas ODT para el arreglo de adquisición circular.	161
Figura 4.37: Sherograma para la deformación producida por una fuente térmica puntual actuando sobre una placa metálica.	162
Figura 4.38: Franjas de la evolución temporal de las derivadas de la deformación cuando la columna de referencia es: (a) 200 y (b) 100	163

CAPÍTULO 5

Figura 5.1: Secuencia de imágenes que ilustran el método de la transformada de Fourier.....	176
Figura 5.2: Método del corrimiento de fase en DSPI.	185
Figura 5.3: Las cuatro trayectorias posibles de examinar para un pixel (x,y).....	188
Figura 5.4: Mapa de fase de un sistema de franjas simulado.	191
Figura 5.5: Mapa de fase después de aplicar el algoritmo de demodulación al caso de la figura 5.2.	192
Figura 5.6: Los tres interferogramas necesarios para el algoritmo de corrimiento de fase.	194
Figura 5.7: Mapa de fase 2π obtenido por el algoritmo propuesto.	195
Figura 5.8: Gráfica de la fase con datos obtenidos después de la demodulación de la fase	195
Figura 5.9: (a) Objeto de prueba. (b) Franjas de correlación producida por una deformación sobre el objeto de prueba	199
Figura 5.10: (a) Resultado del procedimiento de promediado para el caso de la figura 5.9. (b) Mapa de fase resultante.....	200
Figura 5.11: (a) Franjas resultantes de la rotación de un placa, (b) la franja de orden cero (eje de rotación), (c) el mapa de fase obtenido de (a) junto con la posición del eje de rotación obtenido de (b).	201

Índice de Tablas

	Pág.
Capítulo 2	
Tabla 2.1: Funciones de Walsh bidimensionales para $M=2$	36
Tabla 2.2: Comparación de los valores de los diámetros para tres pupilas circulares diferentes.	50
Tabla 2.3: Valores del diámetro del núcleo de dos fibras ópticas de índice de escalón.	52
Capítulo 4	
Tabla 4.1 Tabla para valores de los ángulos obtenidos usando valores de visibilidad.	131
Tabla 4.2. Vectores de Jones y de Stokes para algunos estados de polarización típicos.	142
Tabla 4.3: Matrices de Jones y de Mueller para algunos dispositivos típicos	143

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a los Drs. Mario Garavaglia, Roberto Torroba y Marcelo Trivi por la dirección de esta Tesis. Su confianza y voluntad constantes fueron fundamentales para el desarrollo de mi trabajo. A ellos agradezco sus enseñanzas e invaluable colaboración.

Debo hacer un reconocimiento especial al Dr. Roberto Torroba sin cuya paciencia y orientación permanentes este trabajo no hubiera sido posible.

Al Dr. Mario Gallardo, Director del Centro de Investigaciones Ópticas, CIOp, agradezco su amabilidad y generosidad al acogerme en esta institución y hacerme sentir, desde el inicio de mi labor, parte de ella.

Quiero agradecer también muy especialmente al Dr Hector Rabal, Dr. Juan Pomarico y al Lic. Ricardo Arizaga por las horas de trabajo compartido y las extensas discusiones que mantuvimos.

A todos aquellos con quien compartí charlas alrededor de una ocasional ronda de mate o de una humeante taza de café.

A todo el Personal del CIOp: Investigadores, Profesionales, Becarios, Técnicos, Administrativos y de Servicios, quienes contribuyeron con su amabilidad y simpatía a hacer de mi estancia en este país inolvidable.

Por último, quiero agradecer al CONICET de Argentina por el otorgamiento de una Beca para Graduados Latinoamericanos.

La Plata, Mayo de 1997

Capítulo 1

Introducción General

-
- 1.1 *Motivaciones y objetivos*
 - 1.2 *Esquema general*
 - 1.3 *Bibliografía*
-

1. Introducción General

1.1 Motivaciones y Objetivos

El fenómeno de speckle está asociado al aspecto granular que presentan los objetos al ser iluminados por luz altamente coherente, luz láser. No obstante, la historia del speckle comienza mucho antes que la del láser, ya que se conoce desde hace más de dos siglos. Nombres como los Newton^[1.1] y Lord Rayleigh^[1.2] aparecen relacionados con él. Ya hace casi un siglo atrás que fue reconocido en conexión con el estudio de la difracción de Fraunhofer de partículas distribuidas aleatoriamente e iluminadas con luz que tenía un grado de coherencia espacial relativamente alto. Los primeros estudios sobre la estadística de los speckles fueron realizados por Rayleigh^[1.2] y von Laue^[1.3]. Sin embargo, es con el desarrollo del láser que se ha profundizado su análisis y generado numerosas y diversas aplicaciones, gracias a que muchos investigadores han estudiado y discutido este fenómeno, tanto en el campo cercano como el lejano con diferentes metas y propósitos.

En los primeros años del láser y debido al aspecto granular que presentan los objetos cuando son iluminados de esta forma, el speckle se constituyó en un severo inconveniente para la holografía ya que degrada la calidad de la imagen. Es por ello que varios investigadores desarrollaron métodos para reducir el speckle en imágenes holográficas.

Paralelamente, a medida que se lograban avances para disminuir la presencia del speckle como factor de ruido en los sistemas ópticos y en las técnicas de radar, surgían las técnicas de fotografía e interferometría speckle. Estas encontraron rápidamente

aplicaciones metrológicas en la determinación de desplazamientos, deformaciones, tensiones, fracturas, vibraciones, etc. de objetos difusores.

Por otro lado, la aparición y popularización de las primeras computadoras, capaces de manejar grandes cantidades de datos, influyó también en la óptica, haciendo que los especialistas de esta área se vieran interesados por la combinación de sistemas de metrología speckle con la adquisición y el procesamiento de la información. Surge así, ya en la década del 70, la técnica que se denominó Interferometría Speckle Electrónica, que, como su nombre lo indica, se basa en la fluctuación de la correlación de dos diagramas de speckle. Pero el registro del speckle ya no se realiza en placas o películas fotográficas, sino que éstos eran leídos por una cámara de televisión, almacenados y procesados electrónicamente; los resultados podían observarse en un monitor de video.

Posteriormente, en los años 80, el gran desarrollo de las computadoras y la aparición en el mercado de sistemas dedicados de procesamientos de imágenes dieron un nuevo impulso a los sistemas opto-digitales aplicados a la metrología, aprovechando la "bondad" de los métodos ópticos de no "tocar" a los objetos que se desea controlar y la velocidad y versatilidad de los sistemas de computación. A causa de esto, la interferometría speckle electrónica es denominada actualmente Interferometría Speckle Digital (abreviado DSPI= Digital Speckle Pattern Interferometry en el idioma original).

Para obtener datos cuantitativos de los interferogramas, es necesario derivar la información de fase de ellos, ya que las cantidades físicas de interés se calculan a partir de las diferencias de caminos ópticos que producen los cambios de fase. Así, que el paso central de este punto de vista es la determinación de la fase registrada en intensidad por medio de la interferencia. Todo lo anterior, junto con el incremento del poder de resolución de los mecanismos modernos de medida y de los sistemas de registro, combinados con la adquisición automática y evaluación de datos, ha llevado al desarrollo de técnicas de DSPI que involucran la determinación de fase. Por lo tanto, no es extraño que hoy en día el esfuerzo de un gran número de investigadores este dirigido hacia las técnicas y algoritmos de determinación de fase.

La recopilación realizada hasta aquí es necesariamente incompleta, debido a la amplitud y variedad del tema, que ha merecido la edición de varios libros. Por ejemplo, el libro editado por Dainty^[1.4] se convirtió en una de las fuentes de consulta y referencia sobre el fenómeno de speckle, ya que refleja el estado del arte en el tema de speckle (hasta el momento de su edición) y por su extensa bibliografía se referencia para los trabajos anteriores en esta materia. Además existen otros autores como Françon^[1.5], Erf^[1.6], Jones y Wykes^[1.7] en los campos de metrología e interferometría de speckle y Osten^[1.8] en el análisis de interferogramas. En los aspectos básicos del estudio del speckle deben destacarse los trabajos de Goodman^[1.9], Dainty^[1.10], Ohtsubo y Asakura^[1.11] en el análisis de las propiedades estadísticas para el caso coherente y parcialmente coherente.

De acuerdo con estos antecedentes, el presente Trabajo de Tesis se dirigió a la investigación, creación, desarrollo e implementación de técnicas que hacen uso del speckle y de su correlación digital, siendo su representante mas exitoso el DPSI. Organizándose en un total de seis capítulos, cuyos lineamientos generales se presentan a continuación.

1.2 Esquema General

Cada Capítulo esta dividido en secciones y contiene un breve resumen de su contenido y una introducción.

El capítulo 2 contiene una introducción a algunos de los principios básicos del fenómeno de speckle esenciales para el entendimiento del resto de la Tesis. Se establece la estadística de primer y segundo orden para patrones de speckle generados de diferente manera. Como aporte original consideramos un patrón de speckle típico estableciendo una representación de este en el dominio de las funciones Walsh, donde derivamos los parámetros de interés de la estadística de primer y segundo orden en conexión con los coeficientes de la expansión Walsh. Y finalmente, con base en la autocorrelación de speckle, proponemos un método para medir el núcleo de una fibra óptica multimodo

mediante un algoritmo fundamentado en la determinación del tamaño del mínimo grano de speckle presente en un patrón.

En el Capítulo 3 se discuten los fundamentos y las técnicas principales de lo que constituye la metrología de speckle. Se inicia este capítulo con la correlación cruzada de patrones de speckle, tanto para intensidad como para amplitud. Establecemos una nueva condición general para máxima correlación entre dos patrones de speckle, en aproximación paraxial, la cual nos permite determinar los límites bajo los cuales ocurre una buena correlación entre dos patrones de speckle involucrados en las mediciones mediante correlación. A través del concepto de correlación cruzada se puede entonces introducir el formalismo de generación de franjas en fotografía e interferometría speckle. Se presentan resultados experimentales de fotografía speckle obtenidos aplicando la condición de máxima correlación obtenida anteriormente. Se describen algunos montajes experimentales sobre los que se basan algunas de las técnicas del próximo capítulo; tales como los interferómetros con un haz de referencia, con doble iluminación, con doble abertura y de corrimiento. Finalmente, se discute una propuesta novedosa y experimentalmente simple, implementada por el autor, para determinar los desplazamientos tridimensionales de un patrón de speckle por métodos de fotografía speckle de doble exposición a través de la utilización de una red de difracción.

El tratamiento de la correlación del speckle digitalizado es presentado en el Capítulo 4, se comienza con la implementación digital original de un método de correlación de speckle basado en el concepto de máscara complementaria, en el cual un negativo de un patrón de speckle registrado es reposicionado en su lugar original de tal forma que no se transmite luz. Cualquier alteración del patrón de speckle se observará como luz que atraviesa la máscara. En la propuesta del autor, se registra digitalmente el patrón de speckle original y se resta a tiempo real que registra la cámara en vivo. Se continúa el desarrollo de este capítulo, con los fundamentos de la interferometría digital de patrones de speckle y con la descripción de los esquemas experimentales básicos para los interferómetros digitales, calculándose las expresiones que permiten representar las franjas de correlación. Como una adaptación digital de la técnica usando una red de difracción propuesta por el autor en capítulo 3, se presenta un DSPI con múltiples

puntos de observación. Se expresa la dependencia de la visibilidad de las franjas de correlación con respecto a la rugosidad del objeto y a cambios en la dirección de iluminación, mediante la cual el autor desarrolla una técnica para la medición de pequeñas rotaciones. Se muestran las bases de la interferometría digital patrones de speckle por corrimiento, las cuales le permiten al autor desarrollar un interferómetro digital por corrimiento utilizando una red de difracción. Uno de los aspectos más interesantes de este capítulo lo constituye el estudio realizado sobre el DSPI sensible a la polarización. Finalmente, se presenta la propuesta para la visualización de la evolución temporal a través del DSPI.

El capítulo 5 está dedicado al tema central en la interferometría, la determinación de la fase, pero enfocado al análisis de datos provenientes del DSPI. Dentro de este marco, se discuten los dos métodos principales utilizados en estos casos, el de la transformada de Fourier y el de corrimiento de fase. Se hace una breve revisión de las técnicas de demodulación de fase, que constituye el paso final para cualquiera de los dos métodos antes mencionados. Como contribuciones del autor se discuten el método de pasos de fase en un interferómetro digital de patrones de speckle por corrimiento a través de una red de difracción, y como una técnica complementaria a los pasos de fase o corrimientos de fase, se desarrolla un método para la determinación de la franja de orden cero, que es la franja que corresponde a zonas de desplazamiento nulo y constituye un origen absoluto para el conteo de franjas, en experimentos de DSPI.

Por último, en el Capítulo 6 se discuten los resultados obtenidos, se analizan y se presentan las conclusiones generales del trabajo. También se plantean posibles líneas de una eventual continuidad en la investigación en ésta área.

1.3 Bibliografía

- [1.1] Newton, I. "Opticks;" (Reimpreso por Dover Press, New York, 1952). Libro I. Parte I. Prop. VIII, Prob. II (1730).
- [1.2] Rayleigh (L) Phil. Mag. (G-B) **10** (1880) 73.

- [1.3] von Laue, M. "Mathematische Betrachtungen über die Beugungsecheinungen an vielen unregelmässig verstreuten Teilchen;" Mitt. Physik. Ges. **18** (1916) 90.
- [1.4] J.C. Dainty (Editor), "Laser speckle and related phenomena", Springer-Verlag, New York, (1975), 286 p.
- [1.5] M. Françon, "La granularité laser (speckle) et ses applications en optique", Mason, Paris, (1978) 132p.
- [1.6] Erf, R. K. "Speckle Metrology" Academic Press, New York (1978), 331p.
- [1.7] Jones, R., Wykes, C. "Holographic and speckle interferometry," Segunda edición, Cambridge University Press, New York (1989) 353p.
- [1.8] Osten, W. "Digitale Verarbeitung und Auswertung von Interferenzbildern;" Akademig Verlag, Berlin (1991) 187p.
- [1.9] Goodman, J. M. "Statistical properties of laser speckle patterns;" Tech. Rep. N° 2303-1, Stanford Electronic Laboratories, Stanford, (1963).
- [1.10] Dainty, J.C. "The statistics of speckle patterns;" en Progress in Optics XIV, E. Wolf editor, North-Holland, Amsterdam (1976) 1p.
- [1.11] Ohtsubo, J., Asakura, T. "Statistical properties of laser speckles produced in the diffraction field;" Appl. Opt. **16** (1977) 1742

Capítulo 2

El Speckle, un fenómeno aleatorio.

-
- 2.1 *El fenómeno de granularidad óptica (Speckle)*
 - 2.2 *Estadística de primer orden*
 - 2.3 *Estadística de segundo orden*
 - 2.4 *Representación de un patrón de speckle mediante funciones de Walsh*
 - 2.5 *Aplicación de las propiedades del speckle para la medición del núcleo de una fibra óptica multimodo*
 - 2.6 *Bibliografía*
-

2. Propiedades del Speckle.

La granularidad óptica conocida como speckle, es un fenómeno enteramente estadístico que tiene lugar siempre que la luz coherente este sometida a fluctuaciones aleatorias de fase producidas, por ejemplo, por la dispersión de una superficie rugosa. Por lo tanto, el conocimiento de las propiedades estadísticas, de esta distribución aleatoria de intensidad, constituye la base fundamental para poder abordar los fenómenos y técnicas que la involucran. Es por ello que en la primera parte del capítulo consideraremos la estadística de primer orden asociada con un único patrón de speckle, con la suma de ellos, o con la adición de un campo óptico, con patrones de speckle parcialmente polarizados, o con speckle integrados. Esto se continúa con la estadística de segundo orden para la geometría de espacio libre y para la formación de imágenes.

Como contribución original proponemos una representación de dicho patrón en el dominio de las funciones de Walsh. Estas son un conjunto de funciones ortonormales, cuyas propiedades permiten trabajar patrones digitalizados con alta eficiencia.

Como aplicación de los estudios arriba mencionados y utilizando el patrón de speckle generado en una fibra óptica multimodo, desarrollamos una nueva técnica para medir el diámetro del núcleo de la fibra, empleando un algoritmo basado en las propiedades del speckle.

2.1 Fenómeno de granularidad óptica (Speckle).

Los objetos difusores iluminados con luz altamente coherente (también para iluminación parcialmente coherente bajo ciertas condiciones^[2.1]) adquieren, al ser observados, una apariencia granular que constituye un patrón aleatorio extremadamente complejo. Bajo iluminación coherente, la onda reflejada por la superficie del objeto consiste de contribuciones provenientes de muchas áreas dispersoras independientes. Su propagación hasta un punto de observación distante resulta de la adición de las componentes dispersadas con retardos relativos, los cuales pueden variar desde algunas hasta muchas longitudes de onda, y dependen de la microestructura de la superficie y de su geometría. La interferencia de estas ondas desfasadas pero coherentes, genera el patrón granular conocido con el nombre anglosajón de *speckle*.

Si se considera otro punto de observación las condiciones de interferencia varían debido a que la longitud de la trayectoria de propagación de las componentes dispersadas es diferente y por consiguiente, puede resultar del proceso de interferencia un valor de intensidad diferente e independiente del anterior. Por lo tanto, el patrón de speckle exhibirá una multitud de puntos brillantes donde la interferencia es constructiva, y de puntos oscuros donde la interferencia es destructiva, así como también valores intermedios, figura 2.1.

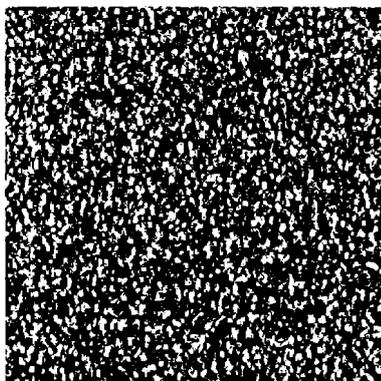


Figura 2.1 Imagen de un Patrón de Speckle.

Cuando la geometría involucra un sistema formador de imagen, la explicación sobre la estructura del patrón debe incorporar el fenómeno de difracción. Si bien la interferencia se produce a través de todo el espacio ocupado por las ondas dispersadas por la

superficie, es decir, los speckles no están localizados y llenan todo el espacio entre la superficie dispersora y el plano de observación, la que se toma en cuenta es la que tiene lugar en el plano del detector o medio de registro (i.e., la retina del ojo, el plano de la película o el sensor de la cámara).

El patrón de speckle registrado por un sistema formador de imagen (ojo o cámara) se conoce como *speckle subjetivo o imagen*, mientras que el detectado solamente por un sensor delante del objeto difusor iluminado se denomina *speckle objetivo o de campo lejano*, si la configuración es de Fraunhofer.

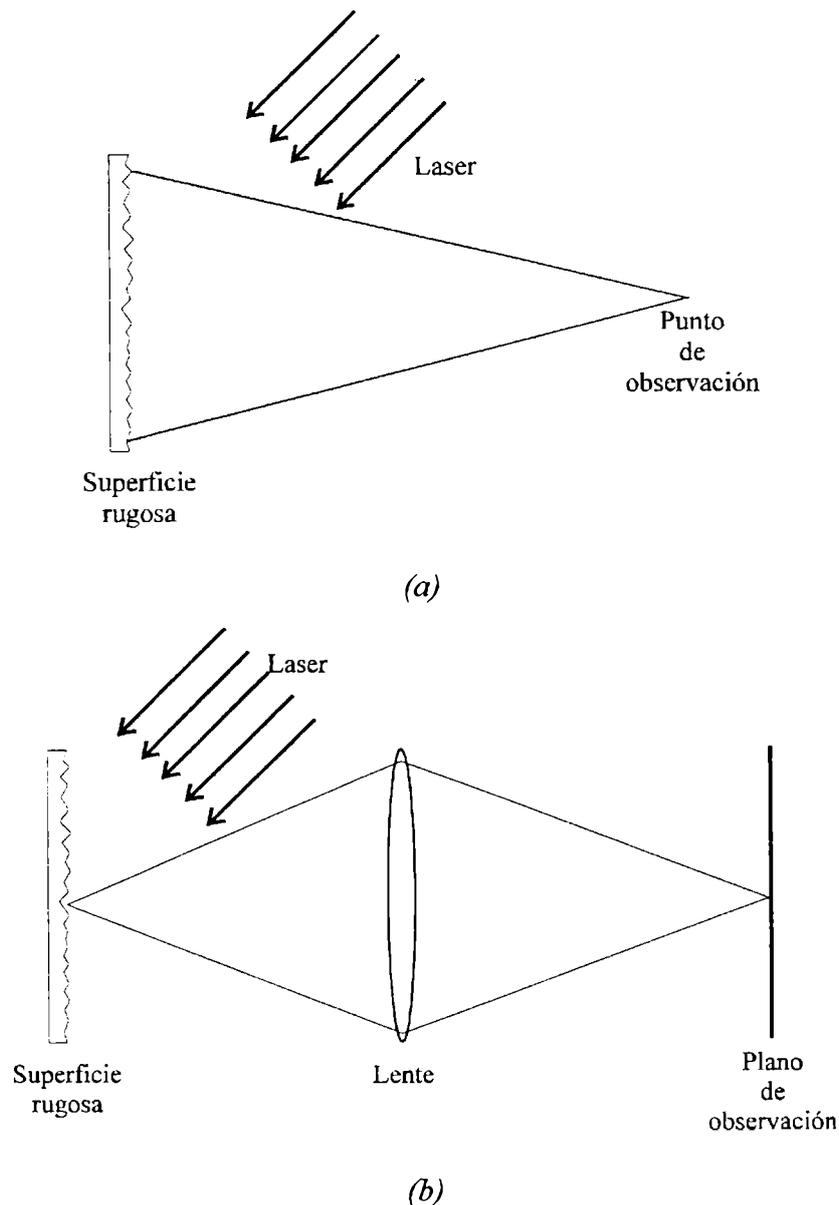


Figura 2.2 Formación de (a) *speckle objetivo*, (b) *speckle subjetivo*

Un patrón de speckle objetivo (figura 2.2 (a)) resulta de la suma de ondas dispersadas desde todas las partes de la superficie en un punto del espacio. En un patrón de speckle subjetivo (figura 2.2 (b)), la suma de las ondas en el plano de observación está limitada por la celda de resolución del sistema formador de imágenes. En este caso, el sistema suele enfocarse de manera que se observa el patrón de speckle superpuesto al objeto. El hecho de que la configuración para el speckle subjetivo conlleva la imagen de la superficie de prueba, hace que esta sea generalmente un factor de aprovechamiento en aplicaciones de metrología. La figura 2.1 es un ejemplo del aspecto de un patrón de speckle imagen.

Al ser un patrón de speckle un fenómeno aleatorio, solo puede ser descrito estadísticamente. Esta naturaleza estadística ha sido estudiada desde el punto de vista teórico y experimental por muchos investigadores^[2.1-2.6], llegándose a establecer que sus propiedades estadísticas están íntimamente conectadas a las características estadísticas del objeto difusor y al grado de coherencia de la luz que lo produce. Es por ello que en lo que sigue abocaremos la descripción, desde el punto de vista de la estadística, de algunas de las características fundamentales que definen a este fenómeno. En general, las propiedades estadísticas de los speckle imagen y de campo lejano son idénticas.

2.2 Estadística de Primer Orden.

La estadística de primer orden describe las propiedades de un patrón de speckle punto a punto, es decir no toma en cuenta las relaciones entre puntos diferentes.

En esta sección se tratará con luz completamente coherente, considerándose además que la dependencia de las propiedades de la superficie puede despreciarse si ella introduce diferencias de camino óptico mayores que una longitud de onda.

Del análisis de la estadística de primer orden se encuentra una función densidad de probabilidad (FDP) para la amplitud compleja, la fase y la intensidad del frente de onda dispersado. También posibilita la obtención de una expresión para el contraste de los patrones de speckle.

2.2.1 El speckle como fenómeno de camino aleatorio.

Sea $u(x,y,z;t)$ la representación analítica del campo monocromático y perfectamente polarizado incidente en el punto (x,y,z) y en el instante t

$$u(x,y,z;t) = A(x,y,z)\exp(i2\pi\nu t) \quad (2.2.1)$$

donde ν es la frecuencia óptica y $A(x,y,z)$ es el fasor de amplitud el cual es una función compleja, que se puede expresar como

$$A(x,y,z) = |A_o(x,y,z)|\exp[i\theta(x,y,z)] \quad (2.2.2)$$

La cantidad observable es la intensidad en $I(x,y,z)$ que esta dada por

$$I(x,y,z) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |u(x,y,z;t)|^2 dt = |A_o(x,y,z)|^2 \quad (2.2.3)$$

La amplitud compleja del campo en (x,y,z) se puede considerar como el resultado de la suma de contribuciones de muchas áreas dispersoras elementales sobre la superficie rugosa. Por lo tanto el fasor de amplitud de la ec. (2.2.2) se puede representar en forma más general para la descripción de este fenómeno por

$$A(x,y,z) = \sum_{k=1}^N |a_k| \exp(i\phi_k) \quad (2.2.4)$$

donde a_k y ϕ_k representan la amplitud y la fase de la contribución de la k -ésima área dispersora y N es el número total de tales contribuciones.

Se suponen las siguientes propiedades para los dispersores elementales

- (i) La amplitud a_k y la fase ϕ_k del k -ésimo fasor elemental son estadísticamente independientes el uno del otro y de las amplitudes y las fases de todos fasores elementales.
- (ii) Las fases ϕ_k están uniformemente distribuidas sobre un el intervalo primario $(-\pi,\pi)$ (i.e. la superficie es rugosa comparada con la longitud de onda, con lo cual resulta que variaciones de fase de muchas veces 2π radianes producen una distribución uniforme sobre el intervalo primario).

A continuación se resumen algunos resultados ya conocidos en la literatura^[2.2-2.6]. Para un número N grande de contribuciones elementales, se encuentra que las partes real e

imaginaria del las componentes del campo en (x,y,z) son independientes, tienen media cero y son variables aleatorias gaussianas indenticamente distribuidas. A partir de estos resultados pueden obtenerse^[2.1] las funciones densidad de probabilidad $p(A_o)$ para amplitud, $p_I(I)$ para intensidad y $p_\theta(\theta)$ para fase siendo ellos respectivamente

$$p(A_o) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{|A_o|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.2.5)$$

donde la varianza está dada por

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \quad (2.2.6)$$

$$p_I(I) = \begin{cases} \frac{1}{\langle I \rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right) & I \geq 0 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.2.7)$$

$$p_\theta(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & -\pi \leq \theta \leq \pi \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.2.8)$$

con la varianza σ_I^2 dada por

$$\sigma_I^2 = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2, \quad (2.2.9)$$

que en el caso de un patrón de speckle perfectamente polarizado es $\sigma_I^2 = \langle I \rangle^2$, esto es que la desviación estándar del patrón de speckle polarizado es igual a la intensidad media. Un patrón de speckle cuya función densidad de probabilidad para la intensidad obedece la forma exponencial negativa se denomina *patrón de speckle completamente desarrollado*.

La probabilidad de que la intensidad exceda un valor umbral I_u dado es

$$P(I > I_u) = \exp\left(-\frac{I_u}{\langle I \rangle}\right) \quad I_u \geq 0 \quad (2.2.10)$$

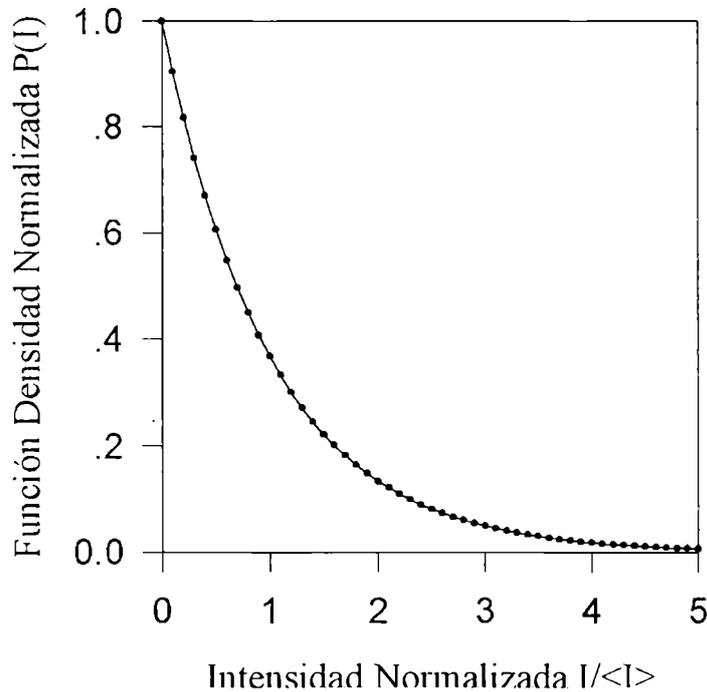


Figura 2.3 Función densidad de probabilidad de intensidad de un patrón de speckle.

La figura 2.3 representa la función densidad de probabilidad normalizada $\langle I \rangle p_I(I)$. Igualmente representa la probabilidad $P(I)$ que la intensidad exceda el umbral I . Los valores típicos de intensidad se encuentran en el intervalo efectivo $0 \leq I \leq 2\langle I \rangle$. De hecho, la probabilidad de encontrar valores de intensidad mayores que $5\langle I \rangle$ es prácticamente nula. En efecto, $P[0 \leq I \leq 2\langle I \rangle] = 0.87$ y $P[I > 5\langle I \rangle] = 0.005$. Por otra parte el que $I_{min} = 0$ y que $P[I_{min}]$ tenga el máximo valor implica que la visibilidad del patrón es igual a uno y por lo tanto, que los puntos brillantes serán perfectamente diferenciables sobre un fondo oscuro.

De la ec(2.2.5) se concluye que un patrón de speckle es un proceso estocástico Gaussiano, cuya distribución de amplitudes otorga la máxima probabilidad al valor esperado, esto es,

$$P_{max}(A_o) = P(\langle |A_o| \rangle) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}, \quad \langle |A_o| \rangle = 0,$$

lo que nos lleva a pensar que los puntos oscuros tienen mayor probabilidad de ocurrencia.

El contraste del patrón de speckle polarizado está definido por

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} \quad (2.2.11)$$

que es siempre uno si está perfectamente polarizado.

Para simplificar ciertas operaciones se usa la función característica, que es la transformada de Fourier de la función densidad de probabilidad (con signo contrario), dada por

$$M(v) = \int_{-\infty}^{\infty} p(I) \exp(ivI) dI = \frac{1}{1 - iv\langle I \rangle}. \quad (2.2.12)$$

Por ejemplo, se puede calcular fácilmente cualquier momento de orden n para la variable aleatoria I , definido como $m_n = \langle I^n \rangle$, a través del "Teorema de los momentos": Las derivadas de la función característica de la variable aleatoria I están relacionadas con sus

momentos por $\left. \frac{d^n M(v)}{dv^n} \right|_{v=0} = i^n m_n$. Si derivamos una vez la ec.(2.2.12) obviamente

obtenemos $\langle I \rangle$, que es el primer momento.

Résumiendo, para speckles Gaussianos que se producen i) cuando luz coherente es dispersada desde una superficie difusora cuya rugosidad rms (que describe las fluctuaciones de las alturas de la superficie) es grande comparada con la longitud de onda de la luz, ii) la longitud de coherencia de la luz y el tamaño del área dispersora son mucho más grandes que las diferencias de fase causadas por la rugosidad de la superficie y iii) el número de contribuciones de centros dispersores a la producción del patrón de speckle es grande, entonces se tiene que la función densidad de probabilidad para la intensidad es una función exponencial negativa. Este es precisamente el comportamiento que se encuentra en la práctica para la mayoría de los casos.

Analizaremos a continuación diferentes situaciones referidas a la suma de un patrón de speckle con diferentes campos ópticos.

2.2.2 Adición de patrones de speckle.

Este tema fue abordado bajo diferentes puntos de vista según lo que detallamos a continuación. Las propiedades estadísticas de la suma de dos patrones de speckle fueron primero estudiada por Burch^[2.7], mientras Barakat^[2.8] consideró la suma de dos patrones de speckle parcialmente correlacionados y estudió su función densidad de probabilidad. Usando la técnica de la matriz de coherencia, Goodman^[2.9] desarrolló un formalismo general por el cual se estudia las propiedades estadísticas de la suma de N patrones de speckle parcialmente correlacionados. Ohsubo y Asakura^[2.10] realizaron estudios experimentales de la suma de patrones de speckle total o parcialmente polarizados.

Tomando el modelo desarrollado por Goodman^[2.9], la intensidad total I de la suma de N patrones de speckle se expresa como,

$$I = \sum_{k=1}^N I_k \quad (2.2.13)$$

donde $I = |A|^2$ e $I_k = |A_k|^2$, con A el fasor de amplitud compleja total y A_k el fasor de amplitud compleja de cada patrón de speckle. Se pueden definir los coeficientes de correlación para expresar las correlaciones existentes entre las N componentes

$$c_{kl} = \frac{\langle I_k I_l \rangle - \langle I_k \rangle \langle I_l \rangle}{\left[\langle (I_k - \langle I_k \rangle)^2 \rangle \langle (I_l - \langle I_l \rangle)^2 \rangle \right]^{1/2}} \quad k, l = 1, \dots, N \quad (2.2.14)$$

Estas correlaciones entre los N campos pueden expresarse de una forma más compacta a través de una matriz Hermítica, cuyos autovalores o valores propios denotaremos $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$. En el caso de analizar la superposición de dos patrones de speckle, $N=2$, se encuentra que la función densidad de probabilidad para la suma de dos patrones de speckle es

$$p_I(I) = \frac{\exp\left(-\frac{I}{\lambda_1}\right)}{\lambda_1 - \lambda_2} - \frac{\exp\left(-\frac{I}{\lambda_2}\right)}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad \lambda_1 \neq \lambda_2 \quad (2.2.15)$$

o bien

$$p_I(I) = \frac{\exp\left(-\frac{I}{\lambda_0}\right)}{\lambda_0^2} \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0 \quad (2.2.16)$$

La figura 2.4 muestra las funciones densidad de probabilidad de la suma de dos patrones para los casos particulares en que los coeficientes de correlación de intensidad son $c_{12}=0$ ($\lambda_1=\lambda_2=0.5$), $c_{12}=0.6$ ($\lambda_1=0.887$, $\lambda_2=0.113$) y $c_{12}=1.0$ ($\lambda_1=1$, $\lambda_2=0$), bajo la suposición que las intensidades medias son iguales. Para el caso $c_{12}=1.0$ el gráfico coincide obviamente con el de la figura 2.3 ya que representa un único patrón de speckle polarizado y la intensidad obedece a una estadística exponencial negativa.

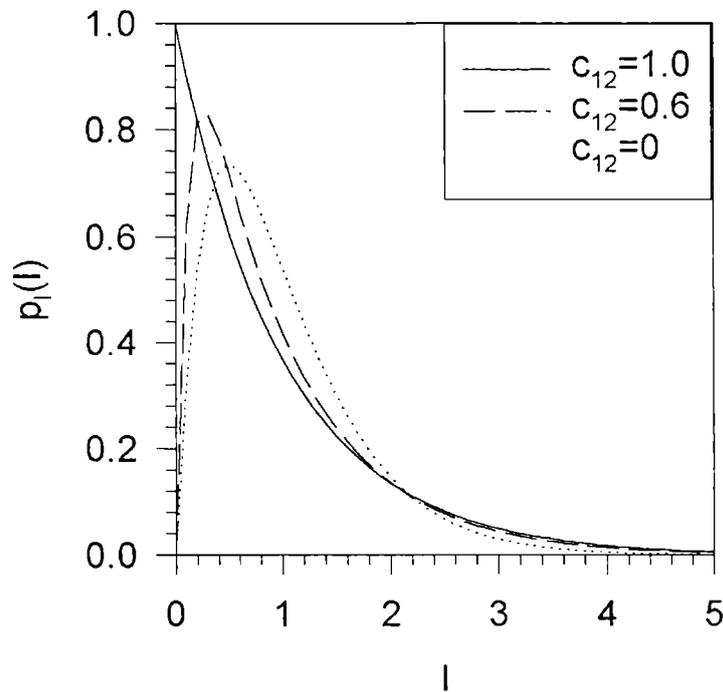


Figura 2.4 Funciones densidad de probabilidad para intensidad de la suma de dos patrones de speckle con $\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle = 1/2$ y $c_{12} = 0, 0.6, 1.0$

Si la intensidad media se hace igual a la unidad ($\langle I \rangle = \lambda_1 + \lambda_2 = 1$), el contraste $\sigma_I / \langle I \rangle$ asociado con el patrón resultante será

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} = \left[2\lambda_1^2 - 2\lambda_1 + 1 \right]^{1/2}, \quad (2.2.17)$$

cuya gráfica se muestra en la figura 2.5. Se observa que C toma un valor mínimo $1/\sqrt{2}$ cuando $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5$ y tiene el valor máximo $C=1$ cuando $\lambda_1=0, \lambda_2=1$ y $\lambda_1=1, \lambda_2=0$, que representa a un único patrón de speckle.

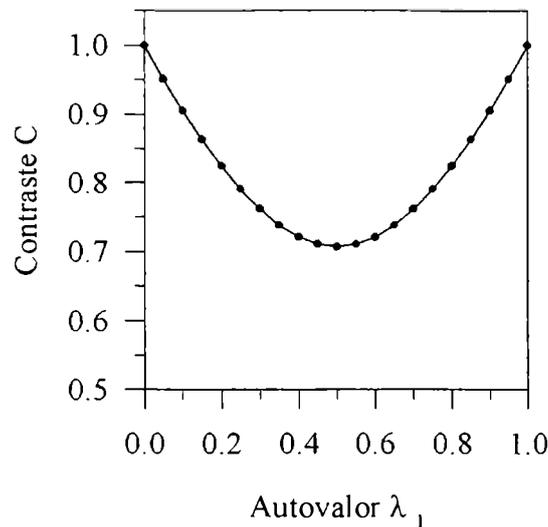


Figura 2.5 Contraste para la suma de dos patrones de speckle con $\langle I \rangle = 1$.

2.2.3 Patrones de speckle parcialmente polarizados.

Para aplicaciones que se discutirán mas adelante se hace necesario mencionar el caso de patrones de speckle parcialmente polarizados. Este patrón puede ser supuesto como la suma de dos patrones no correlacionados, uno un patrón de speckle polarizado y el otro no polarizado. La función densidad de probabilidad de I , para este caso, consiste en una diferencia de dos funciones exponenciales negativas^[2.2]

$$p_I(I) = \begin{cases} \frac{1}{\langle I \rangle} \left\{ \exp\left[-\frac{2I}{(1+\zeta)\langle I \rangle}\right] - \exp\left[-\frac{2I}{(1-\zeta)\langle I \rangle}\right] \right\} & \text{para } \zeta \neq 0 \\ \frac{4I}{\langle I \rangle^2} \exp\left[-\frac{2I}{\langle I \rangle}\right] & \text{para } \zeta = 0 \end{cases} \quad (2.2.18)$$

con ζ el grado de polarización, definido como la relación entre la intensidad promedio de la componente polarizada y la intensidad promedio total, de tal forma que ζ permanecerá

siempre entre 0 y 1. Para la luz polarizada \wp tiene su valor más alto, 1. Para la luz no polarizada toma el valor más bajo, $\wp=0$. La desviación estándar σ_I está dada ahora por

$$\sigma_I^2 = \left(\frac{1 + \wp^2}{2} \right) \langle I \rangle^2 \quad (2.2.19)$$

2.2.4 Suma de un patrón de speckle y un fondo coherente.

En algunas de las configuraciones a investigar se produce la interacción entre un patrón de speckle y una onda plana^[2.11], por eso se analiza este caso bajo las siguientes suposiciones :

- i) el patrón de speckle está perfectamente polarizado, con campos que obedecen estadísticas Gaussianas independiente de la componente coherente.
- ii) el fondo coherente es de intensidad constante y tiene el mismo estado de polarización del patrón de speckle.

La función densidad puede expresarse como

$$p_I(I) = \begin{cases} \frac{1}{\langle I_N \rangle} \exp\left(-\frac{I + I_s}{\langle I_N \rangle}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{II_s}{\langle I_N \rangle}}\right) & I \geq 0 \\ 0 & \end{cases} \quad (2.2.20)$$

donde $I_0(\dots)$ es una función de Bessel modificada de orden cero, I_s es la intensidad del fondo coherente, e $\langle I_N \rangle$ es la intensidad promedio del patrón de speckle solamente. Esta función densidad es conocida como la *densidad de Rician modificada*.

El correspondiente contraste asociado a esta distribución es

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} = \frac{\sqrt{1 + 2r}}{1 + r} \quad (2.2.21)$$

donde el parámetro r es $r = \frac{I_s}{\langle I_N \rangle}$

La relación señal-ruido, que para esta situación esta definido como I_s/σ_I

$$\frac{S}{N} = \frac{I_s}{\sigma_I} = \frac{r}{\sqrt{1+2r}} \quad (2.2.22)$$

nos da idea cuanto se destaca la señal sobre el ruido.

La función densidad para la fase asociada a este caso puede expresarse mediante

$$p_\theta(\theta) = \frac{e^{-r}}{2\pi} + \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos\theta \exp(-r \sin^2 \theta) \Phi(\sqrt{2r} \cos\theta) \quad (2.2.23)$$

para $-\pi \leq \theta \leq \pi$, y cero en otro caso, y donde

$$\Phi(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^b \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \quad (2.2.24)$$

Cuando el fondo es muy débil ($r \rightarrow 0$), la fase de la luz se distribuye uniformemente, tal como en el caso de un solo patrón de speckle. Cuando el fondo es muy fuerte ($r \gg 1$), la función densidad toma sus valores mas altos alrededor del valor de la fase del fondo coherente ($\theta=0$ para el caso tratado). Cuando r es grande se puede demostrar que la función densidad de la fase es aproximadamente Gaussiana

$$p_\theta(\theta) \cong \sqrt{\frac{r}{\pi}} \exp(-r\theta^2) \quad (2.2.25)$$

2.2.5 Speckle Integrados.

Cuando la intensidad de un patrón de speckle se registra con un detector de abertura finita, la estadística de la señal adquirida diferirá de la estadística de intensidades de primer orden. Para este caso, la función densidad de probabilidad se puede calcular usando un método basado en la expansión de Karhunen-Loeve^[2.12] del patrón de speckle.

El punto central es la solución de un problema de valores propios en forma de una ecuación integral. En la mayoría de los casos una solución analítica del problema es complicada e incluso llegar a ser imposible.

Se considera aquí el caso de una función de distribución para un sistema con una función de correlación espacial Gaussiana para el speckle y una abertura del detector Gaussiana, cuyo problema de valores propios fue resuelto exactamente por Stansberg^[2.13].

Cuando se observa el patrón a través de una abertura finita, la señal total registrada I_o es una suma de todas las intensidades $I(\mathbf{r})$ en la abertura

$$I_o = \iint_{-\infty}^{\infty} h(\mathbf{r}) I(\mathbf{r}) d^2 \mathbf{r} \quad (2.2.26)$$

donde $h(\mathbf{r})$ define la abertura del detector.

Expresando la amplitud compleja $A(\mathbf{r})$ con estadística gaussiana circular por medio de la expansión de Karhunen-Loeve

$$A(\mathbf{r}) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \frac{1}{\sqrt{h(\mathbf{r})}} \psi_m(\mathbf{r}) \quad (2.2.27)$$

donde las funciones $\psi_m(\mathbf{r})$ cumplen la condición de ortonormalidad

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \psi_n(\mathbf{r}) \psi_m^*(\mathbf{r}) d^2 \mathbf{r} = \delta_{nm} \quad (2.2.28)$$

con δ_{nm} el delta de Kronecker, y por lo tanto forman una base vectorial. Los coeficientes a_m pueden escribirse como

$$a_m = \iint_{-\infty}^{\infty} \sqrt{h(\mathbf{r})} A(\mathbf{r}) \psi_m^*(\mathbf{r}) d^2 \mathbf{r} \quad (2.2.29)$$

Introduciendo la condición $\langle a_n a_m^* \rangle = \lambda_m \delta_{nm}$, la intensidad integrada se puede expresar como

$$I_o = \iint_{-\infty}^{\infty} h(\mathbf{r}) |A(\mathbf{r})|^2 d^2 \mathbf{r} = \sum_{m=0}^{\infty} |a_m|^2 \quad (2.2.30)$$

y

$$\langle I_o \rangle = \sum_{m=0}^{\infty} \lambda_m \quad \text{y} \quad \langle \Delta I_o^2 \rangle = \sum_{m=0}^{\infty} \lambda_m^2 \quad (2.2.31)$$

Los $|a_m|^2$ son estadísticamente independientes debido a la condición de ortonormalidad de las 'amplitudes' a_m .

$$p_o(I_o) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} M_o(v) \exp(-ivI_o) dv \quad (2.2.32)$$

donde M_o es la función característica, y en esta caso, esta dada por

$$M_o(v) = \prod_{m=0}^{\infty} M_m(v) = \prod_{m=0}^{\infty} \frac{1}{1 - iv\lambda_m} \quad (2.2.33)$$

Si todos λ_m son distintos,

$$p_o(I_o) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{d_m}{\lambda_m} \exp\left(-\frac{I_o}{\lambda_m}\right) \quad (2.2.34)$$

para $I_o \geq 0$ y cero en otro caso, con la definición

$$d_m = \prod_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_m}} \quad (2.2.35)$$

y para $n \neq m$.

En la figura 2.6 se observa un patrón de speckle simulado para una función densidad de probabilidad exponencial negativa para la intensidad. La figura 2.7 muestra la función densidad de probabilidad obtenida a partir del histograma de la imagen de la figura 2.5, el cual se obtiene leyendo el valor de gris (de 0 a 256) de cada uno de los pixeles de la imagen.

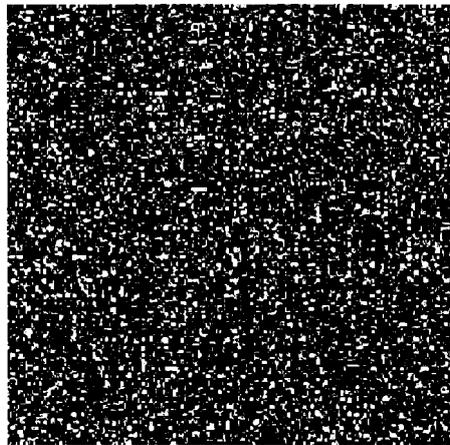


Figura 2.6 Patrón de speckle simulado con distribución de intensidad exponencial negativa.

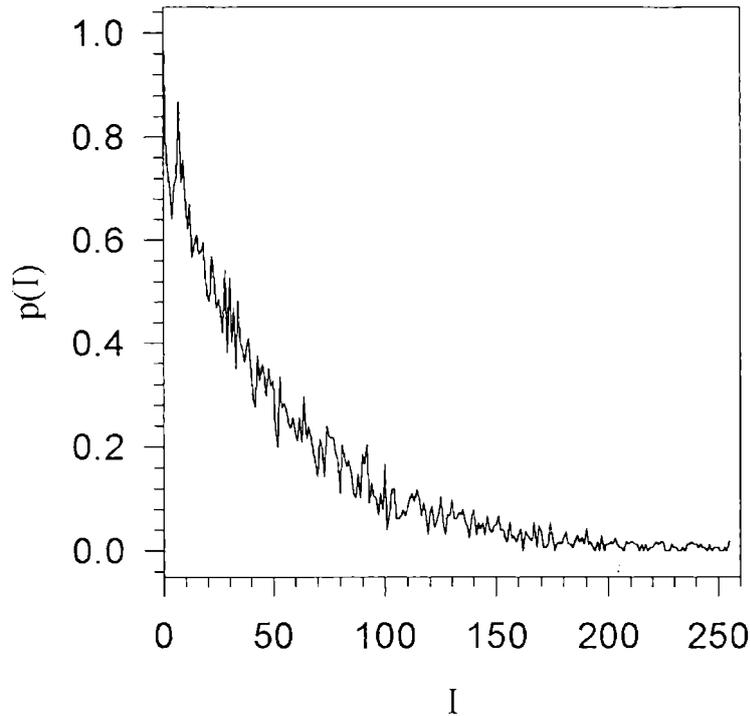


Figura 2.7 Función densidad de probabilidad encontrada a partir del histograma del patrón de speckle simulado.

Como era de esperarse la función densidad de probabilidad de la figura 2.7 tiene forma exponencial negativa.

La figura 2.8 muestra la función distribución de probabilidad obtenida para el patrón de speckle polarizado registrado por una cámara CCD con un tamaño de los sensores de $11 \mu\text{m}$ por $11 \mu\text{m}$ y un $f\# = 8$ y cuya imagen se muestra en la figura 2.1. Se ve claramente como esta función de densidad de probabilidad ya no es mas exponencial negativa de acuerdo con la ecuación (2.2.31). En el caso de seguir la aproximación descrita por Goodman^[2.2] podríamos ajustar la curva a una función densidad gamma, o para hacer un ajuste más preciso, podría seguirse el tratamiento propuesto Stanberg^[2.13] que asume aberturas gaussianas para el detector, ya que en este caso los problemas de valores propios pueden resolverse de forma exacta.

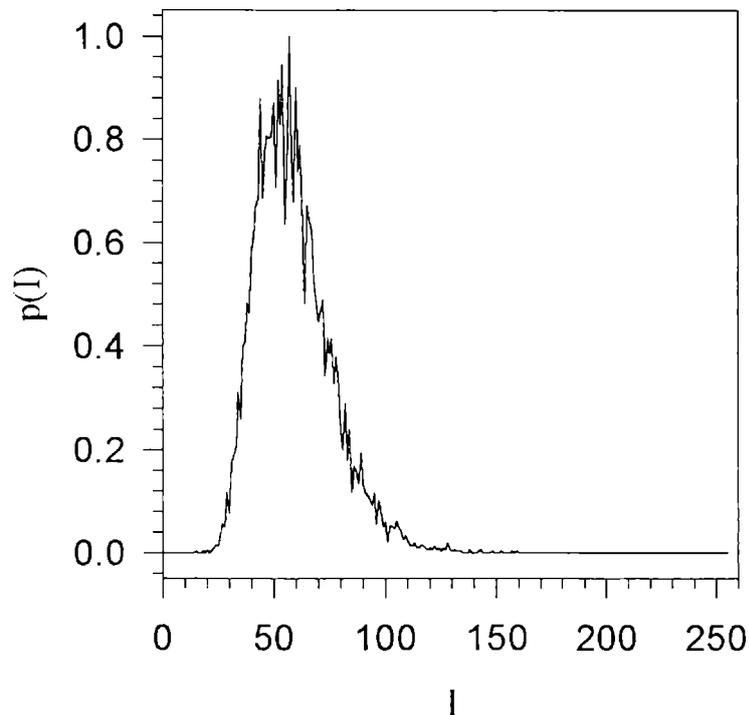


Figura 2.8 Función densidad de probabilidad para el patrón de speckle de la figura 2.1 tomado con un arreglo CCD.

2.3 Estadística de segundo orden.

La estadística de segundo orden de un patrón de speckle describe cuán rápido varía la intensidad de un punto a otro en el patrón y de esta manera, permite estimar el tamaño de los speckles y de su distribución en el patrón.

Fue Goldfisher^[2,14], quien en 1965 estudio la estadística de segundo orden de los patrones de speckle con base en la función de autocorrelación, su transformada de Fourier y la densidad de potencia espectral (o espectro de Winner), que son las funciones más usadas para caracterizar la estadística de segundo orden.

Consideraremos a continuación la estadística de segundo orden tanto para el caso speckle objetivo (geometría de espacio libre) como para el caso del speckle subjetivo (geometría de formación de imagen).

2.3.1 Geometría de espacio libre.

Siguiendo el formalismo descrito por Goodman^[2.2], definimos la función de autocorrelación de la distribución de intensidad $I(x, y) = |A(x, y)|^2$ por

$$R_I(x, y) = \langle I(x_1, y_1) I(x_2, y_2) \rangle \quad (2.3.1)$$

donde el promedio, denotado por $\langle \rangle$, se calcula sobre un ensamble de superficies rugosas. El ancho de esta función de autocorrelación provee una medida razonable del “ancho promedio” de los speckles.

Análogamente, se puede definir la función de autocorrelación del campo óptico

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle A(x_1, y_1) A^*(x_2, y_2) \rangle \quad (2.3.2)$$

referida como la *intensidad mutua* del campo, en concordancia con la teoría de coherencia. Para campos Gaussianos complejos circulares se encuentra la siguiente relación entre R_I y J_A

$$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1) I(x_2, y_2) \rangle + |J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2 \quad (2.3.3)$$

El problema de calcular R_I se reduce así al del cálculo de la intensidad mutua J_A .

La relación entre la amplitud de campos óptico $\alpha(\xi, \eta)$ en la superficie difusora y $A(x, y)$ en el plano de observación, (figura 2.9) está expresada en términos del principio de Huygens-Fresnel, para la aproximación de Fresnel como

$$A(x, y) = \frac{1}{\lambda z} \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)\right] \iint_{-\infty-\infty}^{\infty} \alpha(\xi, \eta) \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda z} (\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda z} (x\xi + y\eta)\right] d\xi d\eta \quad (2.3.4)$$

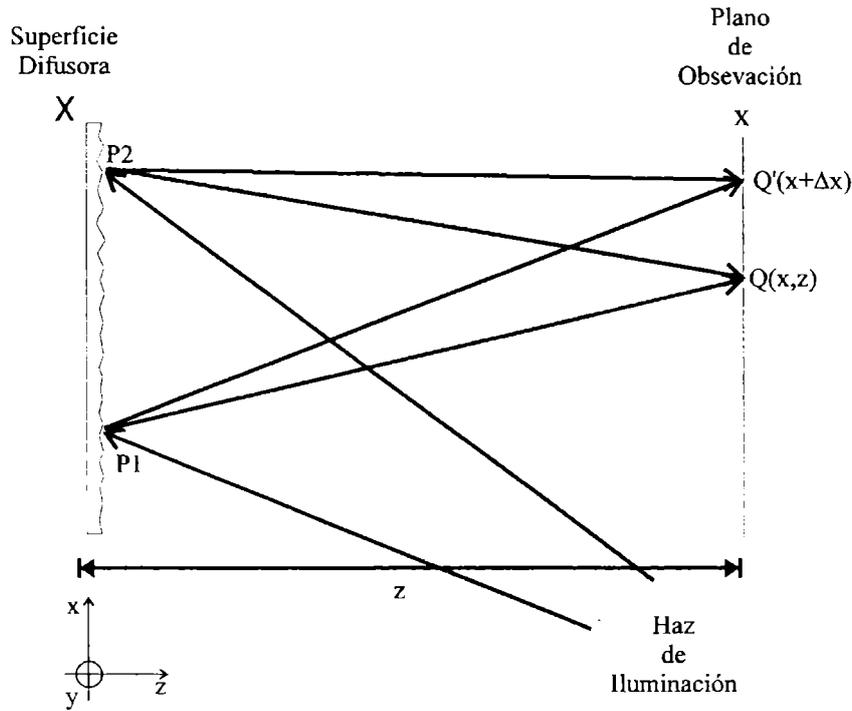


Figura 2.9 Geometría de propagación libre para la formación del speckle.

Si $A(x_1, y_2)$ esta expresada de forma tal que es una integral sobre las variables (ξ_1, η_1) y $A(x_2, y_2)$ sobre (ξ_2, η_2) al sustituir en la expresión para J_A , ec.(2.3.2), se encuentra una relación entre la intensidad mutua J_A en el plano de observación y la intensidad mutua J_α en el plano de dispersión. J_α puede expresarse, bajo la consideración de que la dimensión media de los dispersores es mas pequeña que la dimensión de la celda de resolución del sistema de observación, como

$$J_\alpha(\xi_1, \eta_1) \cong \kappa P(\xi_1, \eta_1) P^*(\xi_2, \eta_2) \delta(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2) \quad (2.3.5)$$

donde κ es una constante de proporcionalidad, $P(\xi, \eta)$ representa la amplitud del campo incidente sobre un punto dispersor y $\delta(\xi, \eta)$ es una función delta de Dirac bidimensional. De esta forma puede derivarse la siguiente expresión para J_A

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \frac{\kappa}{(\lambda z)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} |P(\xi_1, \eta_1)|^2 \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda z} [\xi_1(x_1 - x_2) + \eta_1(y_1 - y_2)]\right\} d\xi_1 d\eta_1 \quad (2.3.6)$$

La intensidad mutua de los campos observados depende solamente de la diferencia de coordenadas en el plano (x, y) y está dada, a parte de unas constantes multiplicativas, por

la transformada de Fourier de la distribución de intensidad incidente $|P(\xi, \eta)|^2$ sobre el punto dispersor. Esta relación es completamente análoga al teorema de Van Cittert-Zernike^[2,15], base de la teoría de coherencia.

La intensidad mutua normalizada, conocida con el nombre de *grado complejo de coherencia*, se define como

$$\gamma_A = \frac{J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)}{[J_A(x_1, y_1; x_1, y_1)J_A(x_2, y_2; x_2, y_2)]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.3.7)$$

La función de autocorrelación de la intensidad del patrón de speckle toma la forma

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 [1 + |\gamma_A(\Delta x, \Delta y)|^2] \quad (2.3.8)$$

o equivalentemente

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 \left[1 + \frac{\left| \iint_{-\infty-\infty}^{\infty-\infty} |P(\xi, \eta)|^2 \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda z} (\xi \Delta x + \eta \Delta y) \right] d\xi d\eta \right|^2}{\iint_{-\infty-\infty}^{\infty-\infty} |P(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \right] \quad (2.3.9)$$

con $\Delta x = x_2 - x_1$ y $\Delta y = y_2 - y_1$.

Debe notarse que por el carácter aleatorio de la distribución de campo óptico $A(x, y)$ la longitud de coherencia del campo óptico en el patrón de speckle es finita,

$$J_A(x_1, y_1; x_1, y_1) = J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) \Big|_{MAX} \quad \text{y} \quad \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow \infty \\ \Delta y \rightarrow \infty}} J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = 0, \quad \text{y por lo}$$

tanto, $0 \leq |\gamma_A(\Delta x, \Delta y)|^2 \leq 1$ y $1 \leq \frac{R_I(\Delta x, \Delta y)}{\langle I \rangle} \leq 2$. Ello significa que la autocorrelación

del patrón de intensidades presenta un máximo absoluto muy pronunciado correspondiente a dislocación cero, el cual decae rápidamente de un fondo correspondiente al valor cuadrado de la intensidad promedio.

Si se considera una superficie iluminada por un haz de intensidad uniforme tal que ilumina un área de $L \times L$, es decir,

$$|P(\xi, \eta)|^2 = \text{rect} \frac{\xi}{L} \text{rect} \frac{\eta}{L} \quad (2.3.10)$$

donde $\text{rect}(x)=1$ para $|x| \leq \frac{1}{2}$ y cero en otro caso. La función de autocorrelación de la intensidad dispersada es

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle \left[1 + \text{senc}^2 \left(\frac{L\Delta x}{\lambda z} \right) \text{senc}^2 \left(\frac{L\Delta y}{\lambda z} \right) \right] \quad (2.3.11)$$

y donde la función $\text{senc}(x) = [\text{sen}(x)]/x$.

El “tamaño” promedio de un speckle se puede tomar con el valor de x (ó y) para el cual la función senc tiene su primer cero y estará dado por

$$(\delta x)_{sp} = \frac{\lambda z}{L} \quad (2.3.13)$$

Podemos encontrar también el tamaño promedio del speckle utilizando algunas consideraciones físicas. El área iluminada esta limitada en el eje x por los puntos P_1 y P_2 , figura 2.8. Todos los puntos del objeto contribuyen a la intensidad en el punto $Q(x, z)$ en el plano de observación. Cuando se varía la posición de Q las amplitudes de las componentes individuales varían muy lentamente, pero sus fases relativas a cualquier otra componente se alteran rápidamente.

La diferencia de trayectoria desde los punto P_1 y P_2 a Q esta dada por

$$s = (P_1Q - P_2Q) \cong \frac{xL}{z} + \frac{L^2}{2z} \quad (2.3.14)$$

La diferencia en la trayectoria desde P_1 y P_2 a un punto adyacente $Q'(x+\Delta x, z)$ esta dada por

$$s' = (P_1Q' - P_2Q') \cong \frac{xL}{z} + \frac{L^2}{2z} + \frac{\Delta x L}{z} \quad (2.3.15)$$

Por lo tanto el cambio en la trayectoria relativo a Q y Q' esta dado por

$$\Delta s = \frac{\Delta x L}{z} \quad (2.3.16)$$

Si Δs es considerablemente menor que una longitud de onda λ , la fase relativa de todas las componentes será aproximadamente la misma. Si, sin embargo,

$$\frac{\Delta x L}{z} \approx \lambda, \quad (2.3.17)$$

las fases serán lo suficientemente diferentes para que la intensidad en Q' no este relacionada a la de Q y por lo tanto la ecuación (2.3.17) dará el tamaño del speckle que obviamente coincide con la ecuación (2.3.13) obtenida a través de la función de autocorrelación.

El patrón de speckle puede ser considerado como constituido por un conjunto de redes de frecuencias espaciales variables. La frecuencia espacial máxima f_{max} está dada por la red formada debido a la interferencia de la luz dispersada por los bordes del área iluminada. El valor está claramente relacionado con el tamaño del área iluminada y la distancia del objeto a la posición de observación.

2.3.2 Geometría de formación de imágenes.

Consideremos ahora un patrón de speckle formado en el plano imagen de una lente, figura 2.10, asumiendo que la superficie difusora esta iluminada uniformemente, y el que tamaño del speckle es muy pequeño comparado con la pupila de la lente. La función de autocorrelación del patrón de intensidad del patrón de speckle consiste de un término constante más el cuadrado del módulo de la transformada de Fourier normalizada de la transmitancia de *intensidad* $|P(\xi, \eta)|^2$ de la pupila de la lente. Para una pupila de lente circular de diámetro D , la función de autocorrelación es

$$R_I(r) = \langle I \rangle \left[1 + 2 \left| \frac{J_1\left(\frac{\pi D r}{\lambda z}\right)}{\frac{\pi D r}{\lambda z}} \right|^2 \right] \quad (2.3.18)$$

donde $r = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]^{\frac{1}{2}}$ y J_1 es la función de Bessel de orden uno.

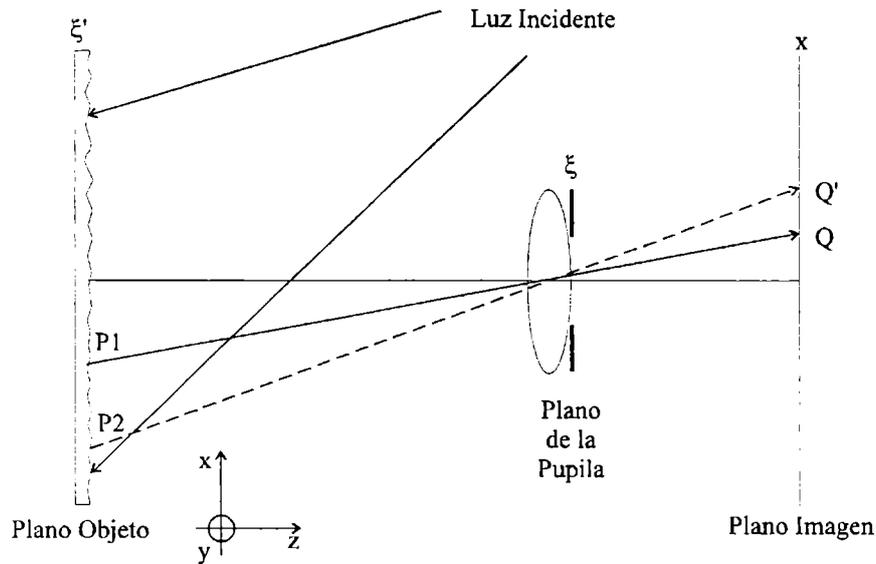


Figura 2.10 Geometría de formación de imagen para la generación del speckle.

Si para estimar el "tamaño" del speckle se toma el radio del máximo central de la función de Bessel

$$d_{sp} = \frac{2.4\lambda z}{D} \quad (2.3.19)$$

$J_1(x)=0$ cuando $x=1.22\pi$.

La distribución espacial del speckle está determinada por el límite de difracción del sistema formador de imagen, figura 2.10. Un punto P_1 en el objeto forma un patrón de difracción centrado en Q . La distribución de amplitud en Q está dada por

$$U(Q) = A_o \exp\left(\frac{2\pi i l \cos \theta}{\lambda}\right) \left[\frac{J_1\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right] \quad (2.3.20)$$

donde θ es el ángulo de la línea a Q con respecto al eje, l la distancia desde la lente de diámetro a . La luz desde P_1 tiene fase aleatoria, asociada con la variación aleatoria de la altura de la superficie. El punto Q está también iluminado por puntos adyacentes a P_1 , tales puntos producen patrones de difracción que se superponen en Q . Estos patrones de difracción también poseen fases aleatorias debidas a las variaciones de altura de la superficie. Un punto P_2 , está localizado de manera tal que el primer mínimo de su patrón

de difracción coincide con Q, no contribuyendo a la amplitud compleja de la luz en Q. Despreciando las contribuciones de los máximos secundarios de difracción, ya que su contribución es muy pequeña comparada con el primer máximo, la intensidad en Q la conforman las contribuciones desde un área del objeto centrada alrededor de P₁ cuyo diámetro d_{obj} está dado por el doble de la distancia entre P₁ y P₂.

La distancia QQ' se encuentra de la condición del primer mínimo del patrón de Airy

$$I = I_o \left[\frac{2J_1\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right]^2 \quad (2.3.21)$$

$J_1(x)=0$ cuando $x=1.22$ lo cual implica que $\sin \theta = (1.22\lambda)/a$ en aproximación paraxial $\sin \theta \cong \tan \theta = QQ'/v$, donde v es la distancia de la lente al plano imagen.

$$QQ' = \frac{1.22\lambda}{a} \quad (2.3.22)$$

El "tamaño" de los speckles puede ser del orden de dos veces esta cantidad.

$$d_{sp} \cong 2.4 \frac{\lambda v}{a} \quad (2.3.23)$$

La distancia P₁P₂ la cual es el radio del elemento del área objeto la cual dispersa la luz al punto Q dado por

$$(r_s)_{obj} = \frac{1.22\lambda u}{a} \quad (2.3.24)$$

donde u es la distancia objeto-lente.

El "tamaño" de los speckles plano-imagen depende de la abertura de la lente de observación de aquí el uso del término "speckle subjetivo".

La frecuencia espacial máxima está determinada por el tamaño de la abertura de la lente y la distancia desde la lente a el plano de observación, y está dada por

$$\frac{1}{f_{max}} = g_{min} \cong \frac{\lambda v}{a} \quad (2.3.25)$$

2.4 Representación de un patrón de speckle mediante funciones de Walsh.

Las propiedades estadísticas del patrón de speckle son sensibles a la resolución, rango dinámico, y ruido de los dispositivos de registro y procesamiento. Por ejemplo, baja resolución en el registro introducirá borroneado, un rango dinámico bajo hará que la función densidad de probabilidad de la intensidad fluctúe y la estadística del ruido se superpondrá a la estadística del speckle. Por lo tanto es crucial tener sistemas de registro y procesamiento de alta eficiencia.

Por otra parte, el procesamiento de patrones de speckle requiere, usualmente, transformaciones o expansiones de los patrones en bases ortonormales. Las Transformadas y la expansión en series de Fourier son técnicas ampliamente utilizadas. Sin embargo, existen otras transformaciones y bases ortonormales que ofrecen mayores ventajas de procesamiento.

Las funciones Walsh constituyen una base de funciones ortonormales muy atractiva^[2.16-2.19], ya que los algoritmos de transformada rápida de Walsh son mucho más veloces que los algoritmos de transformada rápida de Fourier.

En esta sección demostramos por primera vez como las funciones Walsh bidimensionales proveen una representación definida de un patrón de speckle. Este aporte original constiuye una alternativa frente a los métodos tradicionales de la descripción del fenómeno de speckle.

2.4.1 Funciones de Walsh.

Las funciones de Walsh^[2.20] bidimensionales con simetría cartesiana están definidas como

$$W_{nk}(x, y): \Re \in [0, 1) \times [0, 1) \rightarrow \{+1, -1\} \quad (2.4.1)$$

donde $n, k = 0, 1, 2, \dots, 2^M - 1$, con $M = 0, 1, 2, \dots$, \times denota el producto cartesiano y \Re los números reales. Ellas exhiben un número finito de discontinuidades de salto, las cuales ocurren en líneas conocidas con el nombre de diádicas.

El conjunto de líneas diádicas se determina introduciendo una partición con un intervalo cuadrado de lado 2^{-2M} en el dominio de las funciones. Sin embargo, la distribución de líneas de discontinuidad, característica de cada función Walsh, no es uniforme en general. La tabla 2.1 representa las funciones Walsh bidimensionales para el caso de $M=2$.

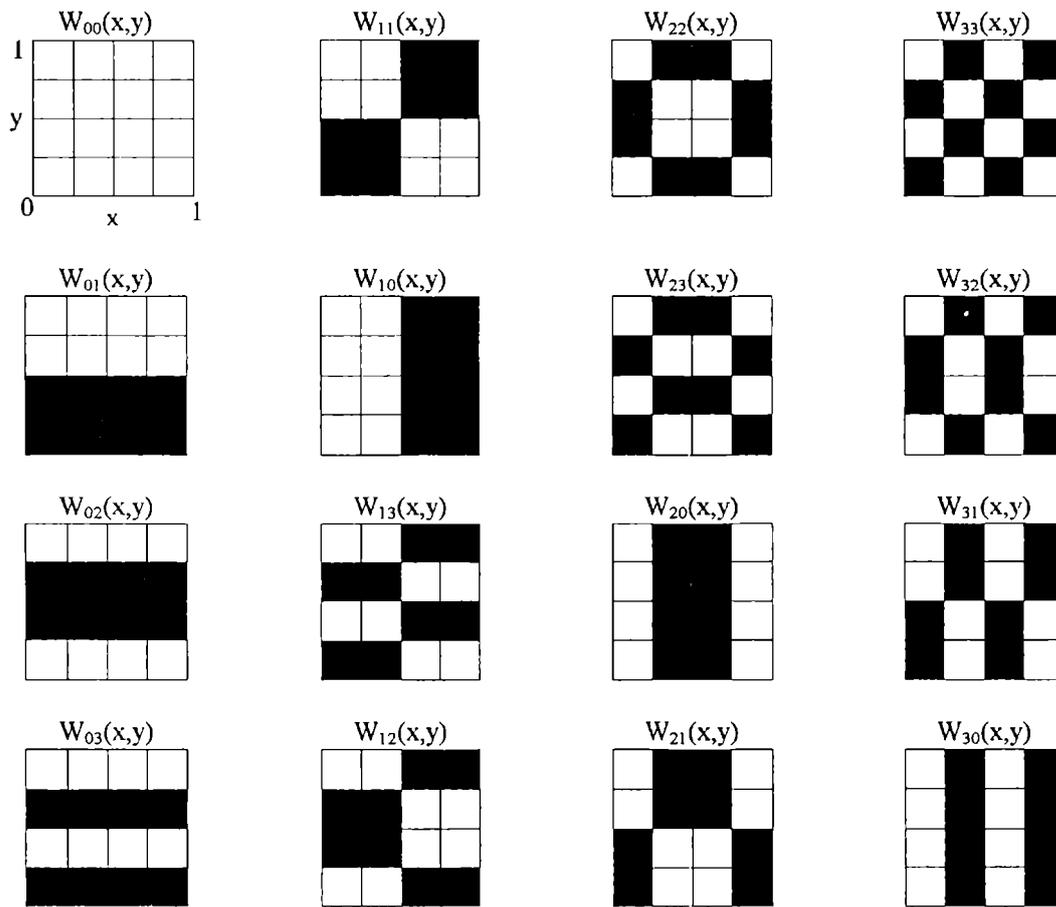


Tabla 2.1 Funciones Walsh bidimensionales para $M=2$. Donde las regiones blancas representan el valor $+1$ y las oscuras el -1 .

Se define el orden diádico de las funciones de Walsh bidimensionales como $n \oplus k$, con \oplus el operador XOR (OR exclusivo). En consecuencia, hay 2^M funciones de orden $n \oplus k$, y el conjunto completo incluye 2^{2M} funciones de Walsh.

Las funciones Walsh poseen la propiedad multiplicativa^[2,20] $W_{nk}(x,y)W_{mj}(x,y)=W_{n\oplus k, k\oplus j}(x,y)$, teniendo en cuenta esta propiedad y la propiedad asociativa del XOR, se

obtiene que el producto entre funciones Walsh de ordenes n y k será una función Walsh de orden $n \oplus k$.

El conjunto de las funciones Walsh bidimensionales para un M fijo constituye una base ortogonal para el espacio bidimensional, esto es

$$\iint_{0,0} W_{nk}(x,y)W_{mj}(x,y)dx dy = \delta_{nm}\delta_{kj} \quad (2.4.2)$$

con δ_{mn} y δ_{kj} deltas de Kronecker y

$$\sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} W_{nk}(x,y)W_{nk}(x',y') = 2^{2M} \delta(x \oplus x')\delta(y \oplus y') \quad (2.4.3)$$

con $\delta(x \oplus x')$ y $\delta(y \oplus y')$ funciones deltas de Dirac. Por lo tanto las funciones bidimensionales se pueden mapear en el intervalos $[0,1) \times [0,1)$ usando coordenadas reducidas y se pueden expandir, entonces, como

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} C_{nk} W_{nk}(x,y) \quad (2.4.4)$$

Los coeficientes de expansión, cuyo conjunto es llamado Espectro de Secuencia de $f(x,y)$, se pueden expresar como

$$C_{nk} = \frac{1}{2^{2M}} \iint_{0,0} f(x,y)W_{nk}(x,y)dx dy \quad (2.4.5)$$

La ecuaciones (2.4.4) y (2.4.5) constituyen el par de Transformada de Walsh Bidimensional.

2.4.2 Representación del Patrón de Speckle en el espacio de las funciones de Walsh.

De acuerdo con la ecuación (2.4.4) la distribución de intensidades de un patrón de speckle registrado por un procesador digital se puede expresar como

$$I(x,y) = \sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} \alpha_{nk} W_{nk}(x,y) \geq 0 \quad (2.4.6)$$

antes de introducir coordenadas reducidas para determinar el área de observación. El número mínimo de funciones Walsh que se requieren para la representación adecuada del patrón de speckle estará determinada por el tamaño promedio de los granos brillantes. De hecho, el área correspondiente determinará el intervalo de partición mas grande para el área de observación.

El radio promedio de los granos brillantes del patrón de speckle se pueden encontrar a partir de las ecuaciones (2.3.13) y (2.3.24) para speckle objetivo y subjetivo respectivamente

$$r = \begin{cases} 1.22 \frac{\lambda z}{a} & \text{para speckles objetivos} \\ 1.22 \frac{\lambda}{NA} & \text{para speckles subjetivos} \end{cases} \quad (2.4.7)$$

con a el radio del área circular iluminada sobre el difusor, z la distancia difusor-plano de observación, NA la apertura numérica del sistema formador de imagen y λ la longitud de onda, $r >$ celda de registro para evitar la integración.

Se tiene entonces la condición $2^{-2M} \leq \pi r^2$, con r el radio promedio del grano de speckle, para el intervalo de partición del área de observación. En consecuencia,

$$M \geq \log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{\pi r^2}} \right) \quad (2.4.8)$$

y el conjunto completo de funciones de Walsh requeridas incluirá $2^{2M} \geq 1/\pi r^2$ funciones.

De las ecuaciones (2.4.5) y (2.4.6) se obtendrá el espectro de Walsh o el espectro de secuencia del patrón de speckle,

$$\alpha_{nk} = \frac{1}{2^{2M}} \iint_0^1 I(x,y) W_{nk}(x,y) dx dy \quad (2.4.9)$$

Debido a que tanto la distribución de intensidades y las funciones Walsh son ambas de valor real, el espectro de secuencia es de valor real.

De otro lado, de la ec. (2.4.5) se obtiene $\langle I \rangle = 2^{2M} \alpha_{00} \geq \frac{\alpha_{00}}{\pi^2}$. Además, la desviación estándar de la distribución de intensidades estará dada por

$$\sigma_I = \sqrt{\iint_{00} [I(x,y) - \langle I \rangle]^2 dx dy} = \sqrt{\iint_{00} I^2(x,y) dx dy - \langle I \rangle^2} \quad (2.4.10)$$

Teniendo en cuenta las ecs.(2.4.2) y (2.4.6), σ_I puede expresarse como

$$\sigma_I = 2^{2M} \sqrt{\sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} \alpha_{nk}^2} \quad (2.4.10)$$

En consecuencia de la ec. (2.2.11) para el contraste de un patrón de speckle se obtiene

$$C = \sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} \left(\frac{\alpha_{nk}}{\alpha_{00}} \right)^2 = 1 \quad (2.4.11)$$

Las fracciones $\left(\frac{\alpha_{nk}}{\alpha_{00}} \right)^2$ se pueden interpretar como probabilidades asociadas a las funciones Walsh $W_{nk}(x,y)$.

La correlación diádica para la distribución de intensidad del patrón de speckle es

$$\Gamma_{II}(X,Y) = \frac{1}{2^{2M}} \iint_{00} I(x,y) I(x \oplus X, y \oplus Y) dx dy \quad (2.4.12)$$

Usando la ec. (2.4.6) se tiene

$$\Gamma_{II}(X,Y) = \frac{1}{2^{2M}} \iint_{00} \sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} \sum_{m=0}^{2^M-1} \sum_{l=0}^{2^M-1} \alpha_{nk} \alpha_{ml} W_{nk}(x,y) W_{ml}(x \oplus X, y \oplus Y) dx dy \quad (2.4.13)$$

utilizando el teorema del producto $W_{ml}(x,y) W_{ml}(X,Y) = W_{ml}(x \oplus X, y \oplus Y)$

$$\Gamma_{II}(X,Y) = \frac{1}{2^{2M}} \sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} \sum_{m=0}^{2^M-1} \sum_{l=0}^{2^M-1} W_{ml}(X,Y) \iint_{00} \alpha_{nk} \alpha_{ml} W_{nk}(x,y) W_{ml}(x,y) dx dy \quad (2.4.14)$$

utilizando la ec. (2.4.2)

$$\Gamma_{II}(X, Y) = 2^{2M} \sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} \sum_{m=0}^{2^M-1} \sum_{l=0}^{2^M-1} \alpha_{nk} \alpha_{ml} \delta_{nm} \delta_{kl} W_{ml}(X, Y) \quad (2.4.15)$$

$$\Gamma_{II}(X, Y) = 2^{2M} \sum_{n=0}^{2^M-1} \sum_{k=0}^{2^M-1} \alpha_{nk}^2 W_{nk}(X, Y) \quad (2.4.16)$$

Esta ecuación representa el teorema de Wiener-Khintchine^[2.21] en el dominio de las funciones Walsh. Utilizando el hecho de que $W_{00}(x, y) = 1$, se tiene que

$$\Gamma_{II}(X, Y) = 2^{2M} \alpha_{00}^2 + 2^{2M} \sum_{n=1}^{2^M-1} \sum_{k=1}^{2^M-1} \alpha_{nk}^2 W_{nk}(X, Y) \quad (2.4.17)$$

$$\Gamma_{II}(X, Y) = \langle I \rangle^2 \left[1 + \sum_{n=1}^{2^M-1} \sum_{k=1}^{2^M-1} \left(\frac{\alpha_{nk}}{\alpha_{00}} \right)^2 W_{nk}(X, Y) \right] \quad (2.4.18)$$

De acuerdo con la ec. (2.3.8), el término de la sumatorias sobre n y k se puede indentificar con el grado complejo de coherencia $\mu(X, Y)$ mediante

$$\mu(X, Y) = \left[\sum_{n=1}^{2^M-1} \sum_{k=1}^{2^M-1} \left(\frac{\alpha_{nk}}{\alpha_{00}} \right)^2 W_{nk}(X, Y) \right]^{1/2} \quad (2.4.19)$$

$$\Gamma_{II}(X, Y) = \langle I \rangle^2 \left[1 + |\mu(X, Y)|^2 \right] \quad (2.4.20)$$

De esta forma, $\Gamma_{II}(X, Y)$ tiene su máxima altura igual a $2\langle I \rangle^2$ en $X=0, Y=0$ y decae a $\Gamma_{II}(2^{2M}-1, 2^{2M}-1) = \langle I \rangle^2$. El contraste esta dado por

$$C = \frac{\Gamma_{II}(0, 0) - \Gamma_{II}(2^{2M}-1, 2^{2M}-1)}{\Gamma_{II}(2^{2M}-1, 2^{2M}-1)} = 1 \quad (2.5.21)$$

En esta sección hemos demostrado que las funciones de Walsh constituyen una buena representación de los patrones de speckle. Debido al hecho de que los algoritmos de transformada rápida de Walsh son más rápidos que los de transformada rápida de Fourier, permitiría la implementación de análisis a tiempo casi real. La principal desventaja de este método es la interpretación del espectro de secuencia, pero un estudio sistemático futuro en este sentido permitirá llegar a un conjunto de pautas indentificadoras que faciliten esta interpretación.

2.5 Aplicación de las propiedades del speckle para la medición de núcleos de fibras ópticas multimodo.

Ensayaremos a continuación una aplicación que ideamos en base a las pautas de comportamiento de los patrones de speckle que hemos explicado anteriormente.

La luz coherente de una fuente láser muestra un fenómeno de speckle cuando se transmite a través de una fibra óptica multimodo^[2.22]. Este fenómeno está estrechamente relacionado con el ruido modal, i.e. la interferencia mutua de los modos que se está propagando. Generalmente, la distribución de intensidades a la salida de una fibra óptica multimodo de índice de refracción de escalón es del tipo de la de un patrón de speckle que sigue una función de densidad de probabilidad exponencial negativa y se tiene además, que el tamaño de los granos de speckle son estacionarios espacialmente. Es por esto que las propiedades anteriormente derivadas para un patrón de speckle se pueden emplear en una primera aproximación para el estudio del patrón de speckle generado por la fibra. Es así, que en esta sección proponemos un método para medir el diámetro del núcleo de una fibra óptica multimodo, sobre el hecho de que el diámetro de la pupila del sistema óptico esta directamente relacionado con el tamaño del speckle del patrón resultante, este estudio es de interés porque no es sencillo medir el diámetro interno de la fibra. La medición final del diámetro del núcleo de una fibra óptica no se hace durante la fabricación, como en el caso del diámetro externo, el cual es usualmente controlado continuamente utilizando técnicas de difracción a campo lejano.

Considerando fibras de índice escalón, el diámetro del núcleo de la fibra se puede determinar por el cambio en el índice de refracción en la interfaces núcleo-revestimiento. Por lo tanto la técnica para determinar el perfil del índice de refracción (interferométrico, dispersión de campo cercano, rayo refractado, etc^[2.23]) pueden utilizarse para medir el núcleo de la fibra.

Hay reportes en la literatura sobre mediciones del núcleo para el caso de fibras mono y multimodos^[2.24-2.25]. Estos utilizan técnicas interferométricas y de imágenes y el speckle generado por un difusor colocado en el extremo libre de la fibra^[2.26-2.27].

En este caso, hemos desarrollado un algoritmo para calcular el tamaño del mínimo speckle presente en dicho patrón. Este patrón se detecta usando un arreglo lineal de fotodiodos (ALFD). Se realizaron simulaciones digitales y mediciones de pupilas circulares para probar el algoritmo, aplicándolo finalmente a la determinación del núcleo de una fibra multimodo^[2,28].

2.5.1 Descripción del Algoritmo.

Si realizamos un muestreo de intensidades a lo largo de una dirección particular en el plano de observación de un patrón de speckle, la variación de los valores de intensidad a lo largo de esta, constituiría un patrón de speckle unidimensional. Logramos la detección de este patrón unidimensional colocando con un arreglo lineal de N fotodiodos idénticos en el plano de observación, donde en la posición i del arreglo se registra una intensidad $I(i)$. Hacemos que el tamaño speckle sea suficientemente grande, comparado con la dimensión de un detector individual (pixel), como para iluminar muchos de ellos. De esta forma, se puede considerar que cada grano de speckle es muestreado correctamente por el arreglo.

Bajo las anteriores suposiciones, proponemos el siguiente algoritmo de autocorrelación para obtener el tamaño del mínimo grano de speckle presente en el patrón:

a) Se almacena el vector $I(i)$, que contiene la intensidad de N valores registrados por los elementos del arreglo, el cual se muestra en la figura 2.11.

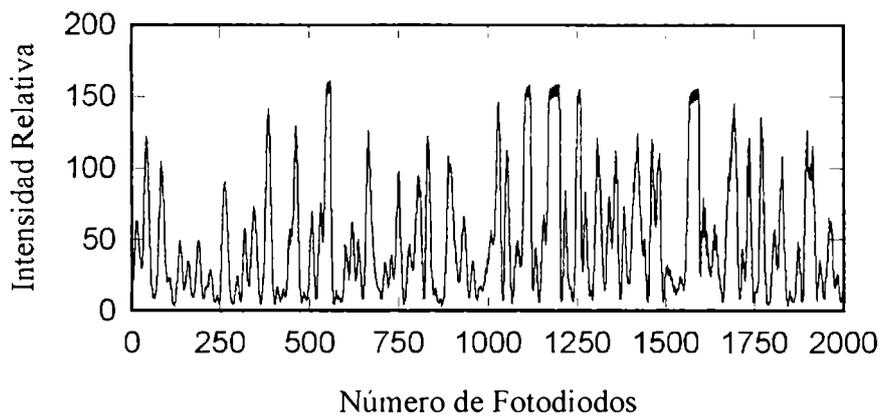


Figura 2.11 Patrón de speckle unidimensional obtenido usando un arreglo lineal de fotodiodos.

b) La autocorrelación discreta del vector $I(i)$ esta dada por:

$$A(x) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^N I(i)I(i+x) \quad (2.5.1)$$

En la ecuación (2.5.1) x va de cero a N y denota el desplazamiento de correlación, k es una constante de normalización obtenida para $x = 0$.

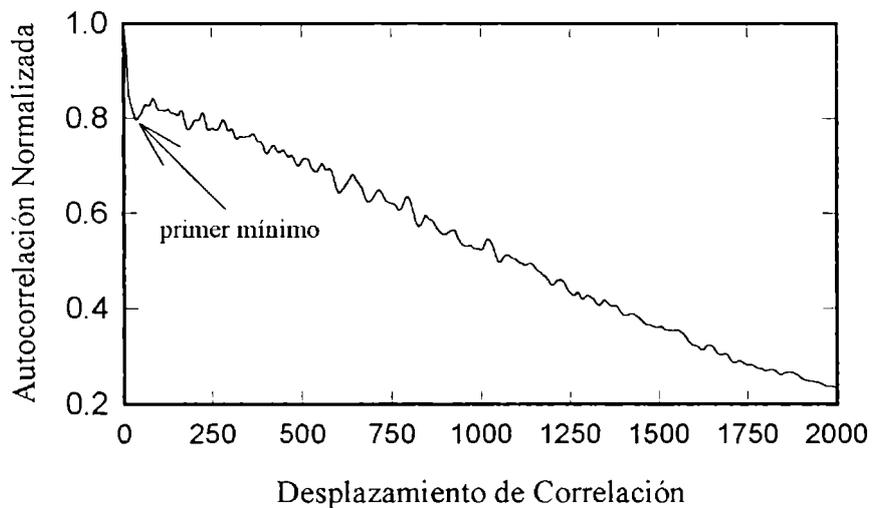


Figura 2.12 Autocorrelación discreta del vector cuyas entradas pertenecen al patrón de la figura 2.11.

Cuando se calcula la ecuación (2.5.1), se debe tener cuidado de extender $I(i)$ con ceros, de modo tal que las posiciones con índice $i+x$ más grande que N no permanezcan indefinidas.

La figura 2.12 muestra el resultado de la autocorrelación del vector de la figura 2.11. Se observa que la autocorrelación decrece desde un valor máximo (en $x=0$) hasta un primer mínimo local y después comienza a oscilar hasta que decae gradualmente a cero. Este comportamiento puede entenderse fácilmente con las siguientes consideraciones: Primero, el hecho de que la autocorrelación $A(x)$ tienda gradualmente a cero cuando se incrementa x es una consecuencia de la extensión finita del arreglo. Debido a esto, con el incremento de x , menos y menos datos contribuyen al valor final de $A(x)$, causando que decaiga monótonamente. Los datos pueden considerarse también como el resultado de multiplicar un arreglo infinito de datos con una función rectángulo, siendo esta igual a 1 en cada pixel donde existen datos presentes y cero donde no hay. Esta caída gradual corresponde a una función triángulo envolvente dada por la ampliamente conocida autocorrelación de la función rectángulo^[2,29]. Segundo, las oscilaciones están directamente relacionadas a las fluctuaciones de intensidad en el patrón de speckle. Si pensamos en un único “grano” de diámetro d , su autocorrelación se hace cero cuando el desplazamiento x se iguala a d . Pero, si están presentes muchos “granos” de diferentes diámetros, el primer mínimo local ocurrirá solamente cuando el desplazamiento de correlación x alcanza un valor que será igual al diámetro d_{\min} de los “granos” de speckle de tamaño mínimo. Además en la figura 2.12 se observa que la caída mas abrupta en la autocorrelación corresponde al primer mínimo, lo cual nos indica que existe un gran número de speckles de tamaño mínimo en el patrón. $A(x)$ no decae a cero a causa de la existencia de otros “granos” que tienen diámetros mayores, los cuales están aun contribuyendo a su valor. Con un incremento adicional en x , los “granos” que tienen d_{\min} comienzan a superponerse con sus vecinos incrementando el valor de $A(x)$. Este proceso se repite hasta que $A(x)$ decae a cero.

Finalmente para determinar el valor x que corresponde a la posición del primer mínimo local, i.e el diámetro del mínimo speckle, se determina el primer cambio de signo de la pendiente de $A(x)$. La figura 2.13 muestra una porción reescalada de la figura 2.12 hasta el punto donde ocurre el primer mínimo local. Este punto corresponde al tamaño del speckle en unidades de pixel, que este caso tiene un valor de 33 pixels. La escala vertical también ha sido renormalizada para una mejor visualización.

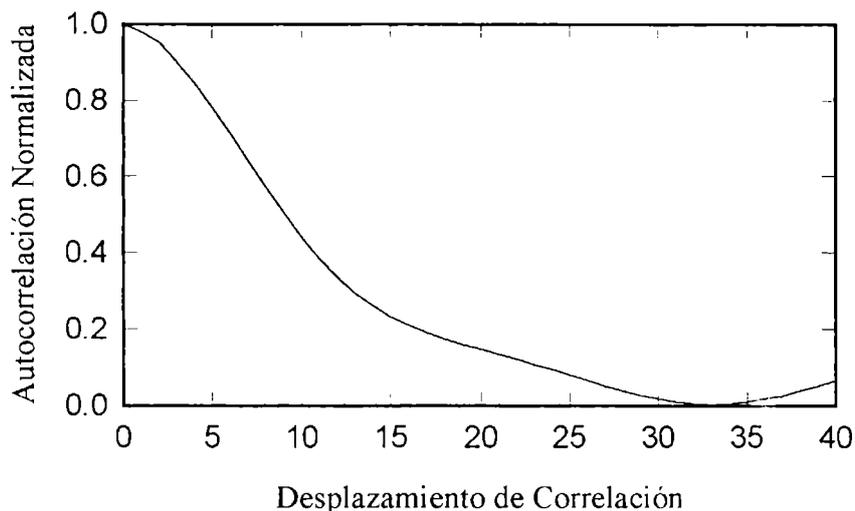


Figura 2.13 Vista reescalada y renormalizada del primer mínimo local de fig. 2.12

2.5.2 Simulaciones por computador.

Se llevaron a cabo simulaciones en computador para probar la precisión con que el algoritmo encuentra el diámetro del speckle de tamaño mínimo presente en el patrón.

Como primer paso, se generan muchos patrones de speckle unidimensionales, supuestamente producidos por un vidrio difusor limitado por una pupila circular. Se asume un arreglo lineal de 2048 fotodiodos, cada uno capaz de registrar intensidades de 0 a 255 (8 bits). De esta forma, el resultado obtenido puede ser directamente aplicado al arreglo lineal de fotodiodos usados en los experimentos, como se verá más adelante.

Cada grano de speckle está representado por el perfil de intensidad de un disco de Airy de diámetro d , el cual varía de forma aleatoria entre el valor mínimo deseado y, por ejemplo, tres veces este valor. La distribución de intensidades se programó para que siguiera la ley de distribución exponencial de la distribución de intensidades de un patrón de speckle gaussiano. Esta simulación produce un patrón de speckle que tiene un buen contraste debido al hecho de que cada patrón de disco de Airy comienza justamente después que la caída a cero del disco precedente, y no se produce sobreposición de los granos. Esto simplifica la programación sin alterar la localización del mínimo en los cálculos de autocorrelación.

El patrón resultante se muestra en la figura 2.14, descrito para un tamaño del mínimo speckle de 21 pixel. Nótese que esta simulación produce un patrón de speckle que tiene

contraste óptimo (como en un patrón de speckle completamente desarrollado) debido al hecho de que cada disco de Airy comienza justo después de que el precedente cae a cero y por lo tanto no ocurre superposición entre granos. Esto simplifica la programación sin alterar la localización de los mínimos en los cálculos de autocorrelación.

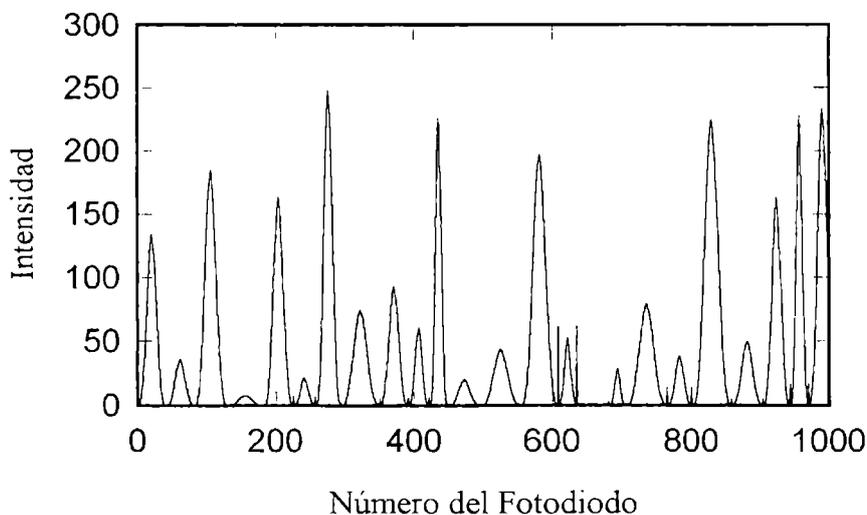
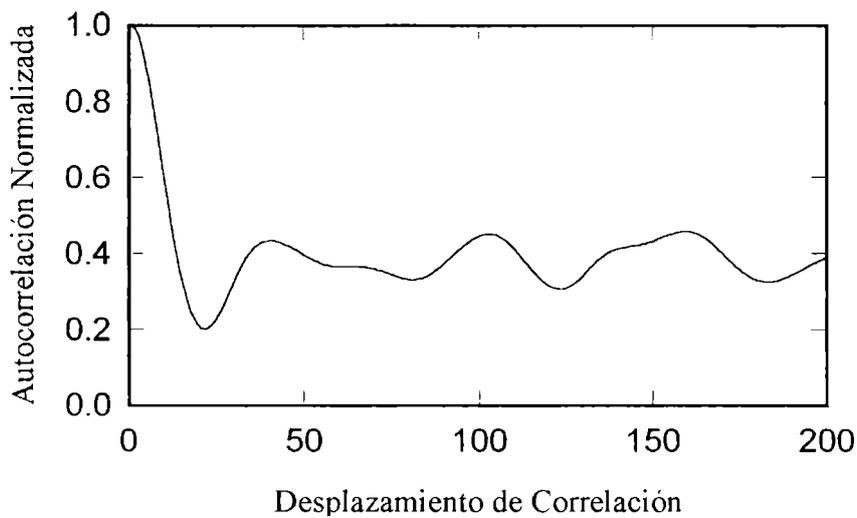
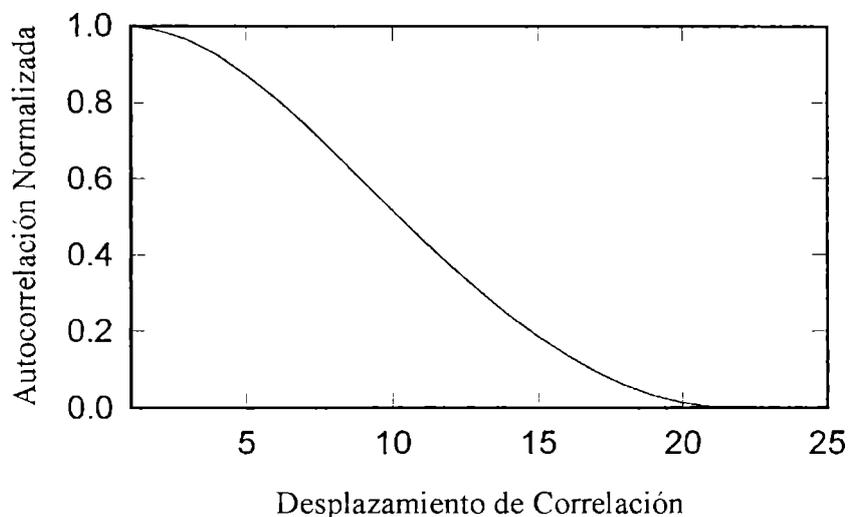


Figura 2.14 Patrón de speckle Gaussiano simulado por computador para 1000 fotodiodos. El mínimo tamaño del grano se eligió de 21 pixeles.

Usando el algoritmo propuesto en el patrón de speckle de la figura 2.14 se encuentra el gráfico de la figura 2.15. La figura 2.15 (a) representa la función de autocorrelación y la figura 2.15 (b) muestra una gráfica ampliada de la zona donde la autocorrelación tiene su primer mínimo local. Se puede ver que la curva toca el eje horizontal en $x=21$, como era de esperarse. Para que el algoritmo de autocorrelación funcione correctamente, es necesario que muchos granos de speckle estén presentes en el patrón.



(a)



(b)

Figura 2.15 (a) Resultado de aplicar la autocorrelación al patrón de speckle de la fig. 2.14, mostrando los 300 primeros puntos. (b) Porción agrandada y normalizada de los primeros 25 puntos en (a) para una mejor visualización.

A pesar de que el número de granos de speckle de tamaño mínimo es grande, su posición en el patrón es aleatoria y debido a ello, el ALDF debe registrar un número razonable de speckles para poder hacer una estadística de tal forma que el número total de fotodiodos en el ALDF sea grande en comparación con el número fotodiodos necesarios para realizar el muestreo de un solo speckle, ya que la localización de speckles de tamaño mínimo es aleatoria.

Definiremos el parámetro τ como

$$\tau = \frac{n_{\sigma}}{N} \quad (2.5.2)$$

con n_{σ} el número de fotodiodos que ocupa grano de speckle de tamaño mínimo y N el número total de fotodiodos del ALFD, el cual nos permitirá determinar la posición del plano de observación y el tamaño de speckle óptimos para desempeño mejor del algoritmo.

Se ha probado el algoritmo para valores diferentes de τ y los resultados se muestran en la figura 2.16. El error relativo en determinar el mínimo speckle aumenta abruptamente cuando τ excede el valor 0.06. Para las simulaciones llevadas a cabo con un arreglo de $N=2048$ posiciones, usando la ec. (2.5.2), este valor corresponde para un valor n de alrededor de 120 fotodiodos.

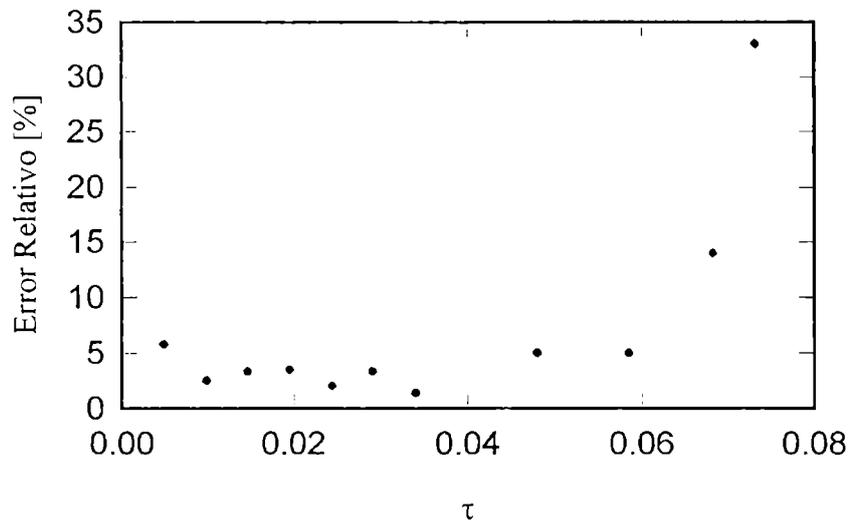


Figura 2.16 Error relativo en el tamaño del speckle obtenido usando el algoritmo de correlación como función del parámetro τ , definido en la ecuación 2.5.2

2.5.3 Prueba del Algoritmo.

Varias pupilas conocidas fueron medidas para probar el desempeño del algoritmo. Las pupilas fueron realizadas por reducción fotográfica, partiendo de un punto oscuro de aproximadamente 5 mm de diámetro. De esta manera, solo se requiere un paso para

obtener cada una de las pupilas “impresas” sobre una película de alto contraste. El diámetro de las pupilas fue medido con ayuda de un microscopio que tiene un error absoluto de 5 μm . Cada pupila fue medida muchas veces después de rotarla sobre su propio plano, permitiendo determinar un valor promedio del diámetro y la consecuente reducción del error.

Los datos del speckle fueron adquiridos usando el montaje experimental de la figura 2.17. Se empleó un láser de He-Ne de 5 mW para iluminar el vidrio despulido D en el centro de la pupila P, la cual se colocó en contacto con el difusor. Un ALFD compuesto de 2048 elementos idénticos, cada uno de 13 μm de ancho, se colocó a una distancia Z del difusor, interceptando horizontalmente el eje óptico. La distancia Z debe ser elegida de tal forma que se pueda realizar un buen muestreo de cada speckle, es decir, que el speckle que resulta ocupe varios elementos detectores, y además que un buen número de ellos sean registrados en el ALDF.

El speckle objeto resultante fue muestreado por el ALFD y la señal que proviene de él se envió a un computador para su procesamiento posterior, utilizando un convertidor análogo-digital (A/D).

Si una abertura a es iluminada con luz de longitud de onda λ el diámetro mínimo d del speckle observado a una distancia z (montaje, figura 2.17)

$$a = 2 \frac{1.22 \lambda z}{d}$$

ecuación que puede utilizarse para obtener a , si se mide d .

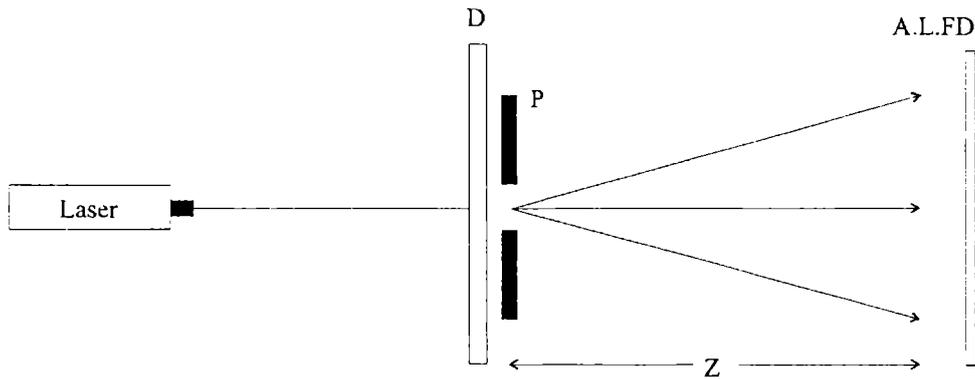


Figura 2.17 Montaje experimental para adquirir un patrón de speckle: A.L.FD arreglo lineal de fotodiodos, P pupila, y D difusor.

- *Medidas de diámetros de pupilas de sistemas ópticos.*

Se midieron, para probar el algoritmo, varias pupilas previamente controladas por un microscopio en un rango de diámetros desde 400 μm a 1000 μm .

Pupila	Valor [μm]	Valor Experimental [μm]
1	1000 \pm 5	987 \pm 7
2	754 \pm 5	741 \pm 7
3	455 \pm 5	432 \pm 7

Tabla 2.2 Comparación de los valores para tres pupilas circulares diferentes medidas usando un microscopio

2.5.4 Resultados experimentales.

- Medida del núcleo de una fibra óptica multimodo.

Una fibra óptica multimodo de índice de refracción de escalón es una guía dieléctrica de ondas de forma cilíndrica especificada por los índices de refracción de núcleo y revestimiento, n_1 y n_2 , y sus respectivos radios a y b , figura 2.18. Los índices de refracción difieren solamente un poco, tal que el cambio fraccional del índice de refracción

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \text{ es pequeño } (\Delta \ll 1).$$

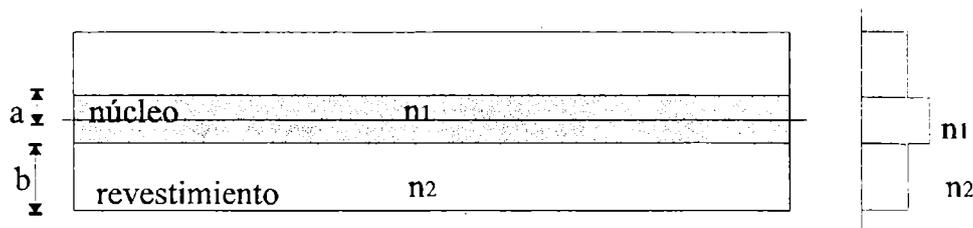


Figura 2.18 Geometría y perfil del índice de refracción de una fibra óptica multimodo de índice de refracción de escalón.

Cuando la luz viaja a través de este tipo de fibra los modos guía tienen diferentes tiempos de viaje hasta el extremo final del segmento de fibra, debido a las diferentes velocidades modales. De esta forma, todos los modos están presentes en el extremo final de fibra con fases que varían aleatoriamente, la una con respecto a la otra, produciendo un patrón de speckle en el campo lejano y cuya función de densidad de probabilidad para la intensidad es de forma exponencial negativa. Adicionalmente, para el caso de la fibra óptica, la dispersión angular de la luz está gobernada por la apertura numérica.

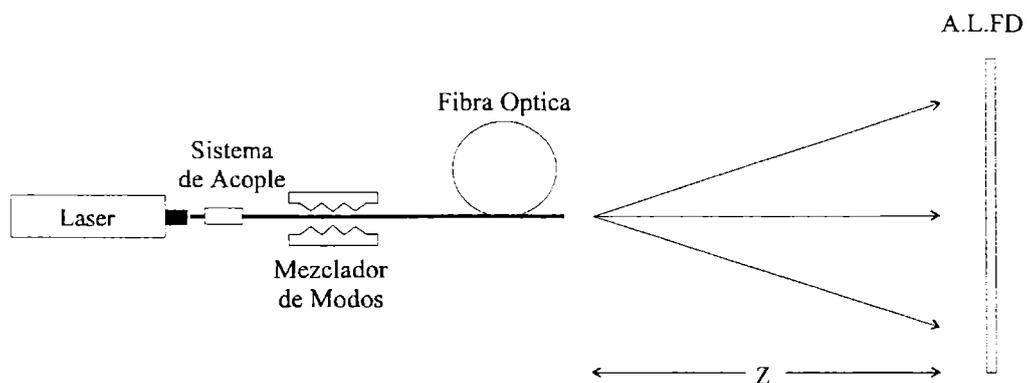


Figura 2.19 Montaje experimental para el registro del patrón de speckle producido a una distancia z del extremo de una fibra óptica multimodo: A.L.FD arreglo lineal de fotodiodos.

En el montaje esquematizado en la figura 2.19 se utilizó para adquirir los datos correspondientes a la fibra óptica un láser de 0.5 mW He-Ne como fuente de luz. El uso de un mezclador de modos asegura una distribución estable de modos en el extremo de la fibra. Para $\lambda = 0.633 \text{ m}$ y para una fibra que tenga un núcleo de diámetro 100 μm , el número total de modos se puede estimar en 14000.

Los resultados, obtenidos como se describió en la sección anterior se muestran en la tabla 2.3 para dos fibras ópticas diferentes.

#	Valor del diámetro del algoritmo [μm]	Valor del diámetro de fabrica [μm]
1	54 ± 7	50
2	100 ± 7	100

Tabla 2.3. Medidas del núcleo de dos fibras ópticas de índice de escalon.

En conclusión, las mediciones de pupilas conocidas (Tabla 2.2) dan resultados que presentan pequeñas desviaciones con respecto a los valores medidos por un comparador, todas ellas dentro del intervalo de error. Igualmente, los resultados obtenidos para el núcleo de la fibra óptica (Tabla 2.3) muestran una buena concordancia con el valor suministrado por el fabricante de la fibra. Esto hace esta técnica muy atractiva debido a su facilidad de implementación instrumental en comparación con los métodos habituales para la medición de diámetros del núcleo de una fibra óptica.

2.6 Bibliografía

- [2.1] Parry, G. "Speckle patterns in partially coherent light;" en J.C. Danty (Editor) Laser speckle and related phenomena, Springer-Verlag, New York (1975) 77
- [2.2] Goodman, J.M "Statistical properties of laser speckle pattern", en J.C. Danty (Editor) Laser speckle and related phenomena, Springer-Verlag, New York (1975) 9
- [2.3] Goodman, J.M. "Some fundametal properties of speckle", J.Opt. Soc. Am. **66** (1976) 1145
- [2.4] Goodman, J.M. "Statiscal Optics" Wiley, 1985, 550p
- [2.5] Dainty, J.C. "Some statistical properties of random speckle patterns in coherent and partially coherent illumination," Opt. Acta **17** (1970) 761
- [2.6] Dainty, J.C. "The statistics of speckle patterns;" en E. Wolf (Editor) Progress in Optics XIV, North-Holland, Amsterdam (1976) 1.
- [2.7] Burch, J.M. "Interferometry with scattered light," en Dickson, J. H.(editor) Optical Instruments and Techniques, Oriel Press, Newcastle Upon tyne (1970) 213
- [2.8] Barakat, R. "The brightness distribution of the sum of two correlated speckle patterns," Opt. Commun. **8** (1973) 14
- [2.9] Goodman, J.M. "Probability density function of the sum of N partially correltated speckle patterns," Opt. Commun. **13** (1975) 244
- [2.10] Ohtsubo, J., Asakura, T. "Statistical properties of the sum of two partially correlated speckle patterns," Appl. Phys. **14** (1972) 183
- [2.11] Dainty, J.C. "Coherent addition of a uniform beam to a speckle pattern;" J. Opt. Soc. Am. **62** (1972) 595
- [2.12] Thomas, J. "An Introduction to Statistical Communication Theory", New York, Wiley, 1969.

- [2.13] Stanberg, C.T. "On the first-order probability density function of integrated laser speckle" *Optica Acta*, **28** (1981) 917
- [2.14] Goldfisher, L.I. "Autocorrelation function and power spectral density of laser-produced speckle patterns," *J. Opt. Am.* **55** (1965) 247
- [2.15] Born, M and Wolf, E. "Principles of Optics," 6th ed, New York, Pergamon Press, (1983) 808 p. 508
- [2.16] Zeek, R.W., Showalter, A.E. Eds "Proc. Symp. Applications of Walsh Functions", *IEEE Trans Electromagn. Compat.* **EMC 13** (1971) 1
- [2.17] Beauchamp, K.G. "Walsh Functions and their Applications". Academic, New York (1975).
- [2.18] Andrews, H.C., Patterson, C.L. " Outer product expansions and their uses in digital image processing", *IEEE Trans. on Computer* (1976) 72
- [2.19] Clarke, R.J. "Transform coding of images", Academic Press, 1985, 435
- [2.20] Walsh, J.M. "A closed set of orthogonal functions", *Amer. J. Math.* **45** (1923) 5
- [2.21] Idem [2.15] pp 504.
- [2.22] Imai, M., Asakura, T. "Speckle Contrast of laser light transmitted through multimode optical fiber". *Optik*, **48** (1977) 335
- [2.23] Senior J.M.: " Optical Fiber Communications: Principles and Practice", Prentice Hall, New York, (1992) Chap. 13.
- [2.24] Baines, G.N., Hallam, A.G., Raine, K. W., Turner, N.P. "Fiber diameter measurements and their calibration," *IEEE/OSA J. Lightwave Technology* **LT-8** (1990) 1259
- [2.25] Marcuse, D "Principles of optical fiber measurement," Academic Press, New York (1981) 322

- [2.26] Joenathan, C., Bunch, R.M. "Diameter measurement of single mode fiber by using interferometric and imaging techniques". Appl. Opt. **32** (1993) 5989
- [2.27] Burton, D.G., Joenathan, C "Multimode optical fiber core diameter measurement using laser speckles," Optik 96 (1994) 47
- [2.28] Henao, R., Pomarico, J., Russo, N., Torroba, R., Trivi, M. "Multimode optical fiber core measurement by speckle correlation," Opt. Eng. **35** (1996) 26
- [2.29] Goodman, J. M. "Introduction to Fourier Optics," McGraw-Hill, San Francisco (1968) 287p

Capítulo 3

Metrología analógica de speckles

- 3.1 *Introducción*
 - 3.2 *Correlación cruzada de la luz dispersada*
 - 3.3 *Fotografía speckle*
 - 3.4 *Interferometría de speckle*
 - 3.5 *Medida de desplazamientos tridimensionales usando una red de difracción*
 - 3.6 *Bibliografía*
-

3. Metrología analógica de speckles

Paralelamente con el estudio de las propiedades estadísticas del speckle se desarrollaron muchas aplicaciones que lo utilizaban en técnicas de medición, en particular aquellas empleadas en ensayos no destructivos. Esto permitió el surgimiento de una nueva rama de la óptica conocida actualmente como metrología de speckle. El medio de registro usual es la película fotográfica, lo cual hace que los métodos desarrollados sean analógicos.

El grado de correlación entre dos patrones de speckle constituye la característica fundamental que se debe determinar en metrología de speckle. Es por ello que en este capítulo inicialmente nos ocuparemos de definir la función de correlación cruzada de los patrones de speckle y de describir un experimento que visualiza dicha propiedad. Como contribución original en este campo desarrollamos una nueva condición general para máxima correlación entre dos patrones de speckle, en aproximación paraxial. A través de los conceptos adquiridos podemos introducir el formalismo de generación de franjas en fotografía e interferometría speckle. Es con la primera de estas técnicas que realizamos experimentos para corroborar la condición antes mencionada. Adicionalmente describimos algunas configuraciones interferométricas que nos serán útiles en el próximo capítulo.

Por último, proponemos nuestro propio procedimiento para medir desplazamientos tridimensionales con fotografía de speckle a través de una red de difracción.

3.1 Introducción

El speckle contiene información sobre la fuente de luz incidente, la posición relativa entre la superficie que lo produce, el plano de observación y las propiedades de dispersión del objeto iluminado. Cualquier variación de uno de estos parámetros provoca un cambio en la estructura del speckle, que puede ser evaluado comparando los speckles obtenidos, antes y después, de haberse producido dicha variación.

La Metrología Speckle puede definirse como la rama de la óptica en la que el fenómeno de speckle es utilizado para determinar y cuantificar desplazamientos, deformaciones y velocidades de objetos difusores, variaciones o gradientes de índice de refracción de un medio, etc. Comprende una cantidad relativamente extensa de técnicas^[3.1-3.4], las cuales generalmente resultan incluidas en una de las dos categorías siguientes: a) Fotografía Speckle y b) Interferometría Speckle.

Realizar una distinción cortante de las dos categorías mencionadas (Fotografía e Interferometría Speckle) no resulta trivial, ya que ambas incluyen técnicas fotográficas (como medio de registro) e involucran al fenómeno de interferencia presente en el speckle, que es en sí mismo el resultado de interferencias múltiples. Podría pensarse entonces, a primera vista, que no existen diferencias entre ambos métodos, sin embargo, en la práctica tales diferencias existen.

En 1975 Stetson^[3.4] las señaló claramente al sugerir que si en una doble exposición, ambas imágenes de los diagramas de speckle están correlacionadas, el proceso se denomina Fotografía Speckle. Si, por otro lado, las franjas se forman como resultado de la fluctuación en la correlación de ambos diagramas de speckle, exista o no traslación entre las porciones correlacionadas de ellos, el proceso se denomina Interferometría Speckle. El primer caso corresponde a la experiencia de Burch y Tokarsky^[3.5], donde las franjas de interferencia surgen como franjas de Young, al iluminar una placa doblemente expuesta. Dichas franjas son producidas por pares congruentes de granos de speckle.

En el capítulo 2 estudiamos la autocorrelación de patrones de speckle mediante la cual se desarrolló la estadística de segundo orden. Ahora es importante que nos ocupemos de la correlación, ya no de un patrón de speckle con él mismo, sino de la correlación de un

patrón de speckle con aquel que se genera por alguna variación de las condiciones que le dieron origen al primero. Esta correlación entre dos estados diferentes se conoce con el nombre de correlación cruzada y constituye la piedra angular de la metrología de speckle, por ello nos ocuparemos de ella en la siguiente sección.

3.2 Correlación cruzada de la luz dispersada

Siguiendo el análisis de Yamaguchi^[3.6], los cambios en la luz difusa reflejada causados por la deformación del objeto pueden describirse en forma cuantitativa en términos de la correlación cruzada $J_{12}(\bar{x}, \bar{y}; x, y)$ de las amplitudes complejas \mathbf{A}_1 y \mathbf{A}_2 en un plano dado de observación antes y después de la deformación del objeto defina por:

$$J_{12}(\bar{x}, \bar{y}; x, y) = \left\langle \mathbf{A}_1(x, y) \mathbf{A}_2^*(x + \bar{x}, y + \bar{y}) \right\rangle \quad (3.2.1)$$

donde $\langle \rangle$ representa promedio de ensamble. Considerado que la luz dispersada por la superficie despulida es un proceso ergódico y por lo tanto necesariamente estacionario en sentido amplio^[3.7], la definición dada por la ec. (3.2.1) es equivalente a

$$J_{12}(x_1, y_1; x_2, y_2) = \left\langle \mathbf{A}_1(x_1, y_1) \mathbf{A}_2^*(x_2, y_2) \right\rangle = J_{12}(\bar{x}, \bar{y}; x, y) \quad (3.2.2)$$

con $\bar{x} = x_1 - x_2$ e $\bar{y} = y_1 - y_2$. Para el caso de la autocorrelación la ec. (3.2.2) coincide con la ec.(2.3.2). Las anteriores ecuaciones guardan una estrecha similitud con la función de coherencia mutua de la teoría de coherencia clásica.

En la práctica lo que se observa son las fluctuaciones espaciales de la intensidad, descrita a través de la correlación cruzada de las intensidades I_1 e I_2

$$\begin{aligned} R_{I_{12}}(\bar{x}, \bar{y}; x, y) &= \left\langle I_1(x, y) I_2(x + \bar{x}, y + \bar{y}) \right\rangle \\ &= \left\langle I_1(x, y) \right\rangle \left\langle I_2(x + \bar{x}, y + \bar{y}) \right\rangle + \left| \left\langle \mathbf{A}_1(x, y) \mathbf{A}_2^*(x + \bar{x}, y + \bar{y}) \right\rangle \right|^2 \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Esta es la ecuación fundamental de la metrología de speckle, ya que mediante ella ha sido posible estudiar los movimientos y la pérdida de correlación del speckle, los cuales obviamente pueden relacionarse con cambios en el objeto bajo observación.

Por simplicidad vamos a expresar la dependencia de (x,y) por medio del vector \mathbf{r} , que no es más que el vector posición para el punto (x,y) con componentes x e y , en el plano de observación y por lo tanto, $\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. El segundo término del lado derecho de la ec. (3.2.3) es la función de correlación cruzada de la fluctuación de intensidad alrededor de la media de intensidad, $\Delta I_i(\mathbf{r}) = I_i(\mathbf{r}) - \langle I_i(\mathbf{r}) \rangle$, ($i=1,2$), es decir, el módulo cuadrado de la función de correlación cruzada es igual a la correlación cruzada de la fluctuación de intensidad y lo expresamos como

$$R_{\Delta I_{12}}(\bar{\mathbf{r}}; \mathbf{r}) = \langle \Delta I_1(\mathbf{r}) \Delta I_2(\mathbf{r} + \bar{\mathbf{r}}) \rangle = \left| \langle \mathbf{A}_1(\mathbf{r}) \mathbf{A}_2^*(\mathbf{r} + \bar{\mathbf{r}}) \rangle \right|^2 = |J_{12}(\mathbf{r}; \bar{\mathbf{r}})|^2 \quad (3.2.4)$$

La función de correlación cruzada para la amplitud compleja puede derivarse aplicando una relación de transmisión lineal, basada en la fórmula de difracción de Fresnel-Kirchhoff. Asumiendo que el vector desplazamiento del objeto $\mathbf{d}(x,y)$ es una función lineal de la posición, es decir, la deformación de la región es homogénea; se puede expresar J_{12} para varios sistemas de observación como

$$\begin{aligned} J_{12}(\bar{\mathbf{r}}; \mathbf{r}) &= \langle \mathbf{A}_1(\mathbf{r}) \mathbf{A}_2^*(\mathbf{r} + \bar{\mathbf{r}}) \rangle \\ &= \left[\langle I_1(\mathbf{r}) \rangle \langle I_2(\mathbf{r} + \bar{\mathbf{r}}) \rangle \right]^{\frac{1}{2}} \exp \left[ik \frac{(\mathbf{r} \cdot \bar{\mathbf{r}})}{L'} + \Phi \right] \\ &\times \int \mathbf{G}(\mathbf{s}) \mathbf{G}^*(\mathbf{s} + \mathbf{B}) \exp(i\Psi) \exp \left[ik \frac{\mathbf{s} \cdot (\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{D})}{L} \right] d^2\mathbf{s} \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

y por lo tanto la autocorrelación cruzada de fluctuación de intensidad $R_{\Delta I_{12}}$ toma la forma

$$R_{\Delta I_{12}}(\bar{\mathbf{r}}; \mathbf{r}) = \langle I_1(\mathbf{r}) \rangle \langle I_2(\mathbf{r} + \bar{\mathbf{r}}) \rangle \left| \int \mathbf{G}(\mathbf{s}) \mathbf{G}^*(\mathbf{s} + \mathbf{B}) \exp(i\Psi) \exp \left[ik \frac{\mathbf{s} \cdot (\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{D})}{L} \right] d^2\mathbf{s} \right|^2 \quad (3.2.6)$$

Cada función incluida en las dos últimas ecuaciones es dependiente de la configuración de observación (propagación en espacio libre o a través de un sistema formador de imagen), donde Φ es el corrimiento de fase causado por la deformación del objeto y es llamada a menudo la función de franja, la variable \mathbf{s} representa las coordenadas del objeto o las coordenadas de la pupila, dependiendo de los campos de observación, $\mathbf{G}(\mathbf{s})$ representará la distribución de amplitud en el objeto para el caso de

campos difractados o la función pupila en el caso de campos imagen. El vector \mathbf{B} es igual a los desplazamientos \mathbf{d}_T en el plano objeto para el caso de campos de difracción, mientras que en los campos imágenes es el desplazamiento \mathbf{d}_p del speckle en el plano de la pupila. \mathbf{D} es el desplazamiento del speckle en el plano de observación. La función ψ es un término de segundo orden de las coordenadas de la pupila s en el caso de campo imagen y es cero en el caso del campo de difracción. Por último L es la distancia objeto y L' la distancia imagen y en el caso de geometría espacio libre $L=L'=L_0$.

Groh^[3.8] propuso un estudio de la correlación de intensidades de dos patrones de speckle como una aproximación al problema de la medición de la correlación. Para ello uso un patrón de speckle como una máscara complementaria en un ensayo de fractura por fatiga. El esquema involucra el registro de un patrón de speckle por la exposición de una película fotográfica a la luz dispersada por el objeto difusor y el uso posterior de la película revelada (la cual es el negativo del patrón que la iluminó, esto es el negativo del patrón de speckle) como la máscara de filtrado. De esta forma las áreas oscuras, que corresponden a la formación de speckles brillantes, coinciden actualmente con la formación de speckles brillantes y por lo tanto evitan la transmisión de luz casi completamente. Esta condición es satisfecha solamente cuando la superficie que genera el speckle permanece exactamente en el mismo estado. Un detector fue montado para recoger la luz que se transmite a través de la máscara de speckle.

En la figura 3.1 se observa un esquema del dispositivo usado, donde OD es el objeto difusor, PF es el negativo (que actúa como filtro de máscara complementaria) y F es un fotodetector. Cuando se aplica una carga al objeto tiene lugar una deformación de la superficie, la posición del speckle formado por ella se mueve con respecto a la máscara permitiendo que la luz sea transmitida y captada por el detector.

Leendertz^[3.9] adicionó un haz de referencia al patrón de speckle, como el empleado en holografía, lo cual no produce una diferencia visible al patrón de speckle formado por la dispersión de la superficie. Bajo estas condiciones, el patrón de speckle es repetitivo para movimientos de la superficie igual a múltiplos de la longitud de onda. Inicialmente el experimento fue realizado usando dos exposiciones del patrón de speckle sobre dos placas fotográficas separadas, mientras un pequeño desplazamiento del objeto ocurre

entre las exposiciones. Al reposicionar las placas cuidadosamente e iluminar coherentemente, se observó claramente un patrón de franjas. En este caso, nos encontramos con una técnica de correlación de fase. Este fue el primer método que mostró que es posible extraer información por substracción óptica de dos patrones de speckle.

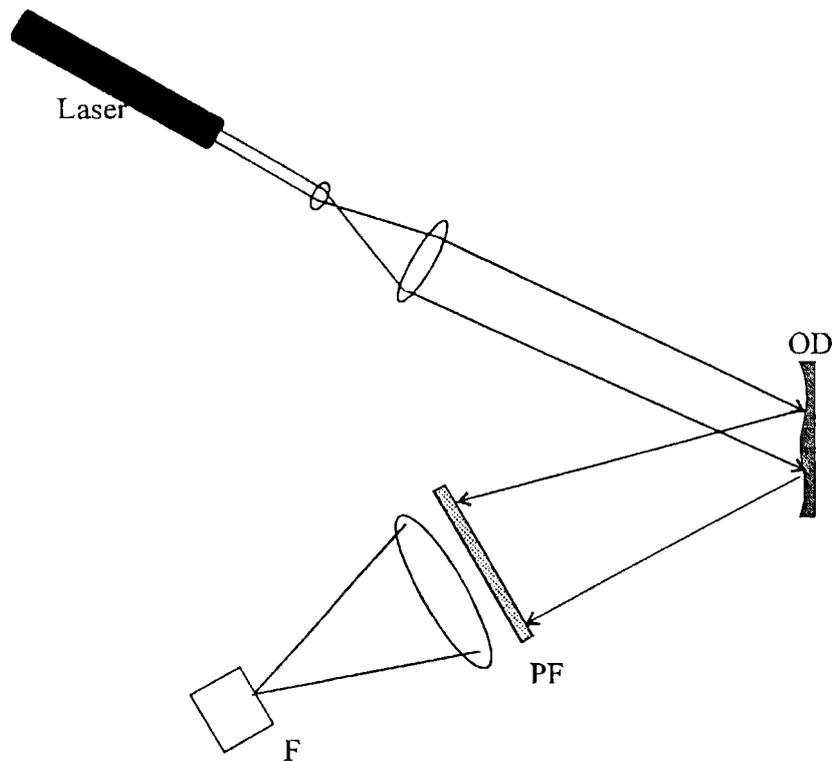


Figura 3.1 Montaje experimental para la correlación de intensidad de patrones de speckle

3.2.1 Dependencia paramétrica del grado de correlación máxima de patrones de speckle.

En esta sección vamos a establecer la función de correlación cruzada entre dos patrones de speckle cuando se modifica la posición de la fuente, el área iluminada y el desplazamiento transversal del difusor^[3.10]. Cuando tanto los puntos de la fuente y de observación varían, el área iluminada sobre el difusor puede cambiar. Para este caso, hemos determinado el máximo rango de correlación entre dos patrones de speckle,

también demostramos que cuando se tiene en cuenta un desplazamiento transversal adicional que modifica las distancias entre la fuente y el difusor la correlación del speckle disminuye. Finalmente, confirmamos la dependencia sobre la distancia entre el difusor y la fuente de acuerdo a lo establecido por Groh^[3.8].

Cuando un punto S_1 se mueve a la posición S_2 el área iluminada del difusor cambia de un valor de área σ_1 a σ_2 , simultáneamente el patrón de speckle se mueve desde P_1 a P_2 . Por lo tanto la condición de máxima correlación será impuesta sobre los puntos P_1 y P_2 .

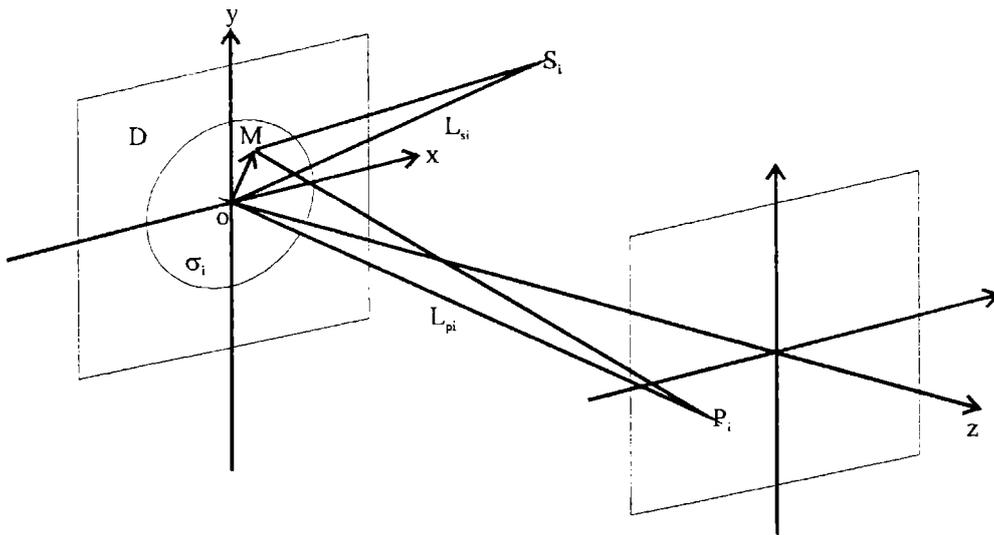


Figura 3.2 Esquema para la generación de patrones de speckle por desplazamientos 3-D

La figura 3.2 muestra la situación genérica. Definamos $\mathbf{r} = \mathbf{OM}$ el vector posición de un punto arbitrario sobre el plano difusor D, y $d\sigma$ el área diferencial alrededor de la posición \mathbf{r} . La luz es difractada por los dispersores en el área iluminada σ_i de tal forma que la perturbación $A(P_i)$

$$A(P_i) = \int_{\sigma_i} \frac{B(\mathbf{r})}{|S_i M| |M P_i|} \exp[jk(|S_i M| + |M P_i|)] d\sigma_r \quad (3.2.7)$$

siendo $|S_i M|$ la distancia entre la fuente (en la posición S_i) y cualquier punto sobre el difusor, $|M P_i|$ la distancia entre el punto P_i (sobre el plano de observación) y M , y $B(\mathbf{r})$ tiene información sobre las propiedades de reflexión y transmisión de la superficie difusora. Bajo estas condiciones, expandiendo el segundo término obtenemos:

$$S_i M \cong L_{s_i} - l_{s_i} \cdot r + \frac{(r)^2}{2L_{s_i}} \quad (3.2.8a)$$

$$S_i P \cong L_{p_i} - l_{p_i} \cdot r + \frac{(r)^2}{2L_{p_i}} \quad (3.2.8b)$$

donde $L_{s_i} = |OS_i|$, $L_{p_i} = |OP_i|$, $l_{s_i} = OS_i / L_{s_i}$, $l_{p_i} = OP_i / L_{p_i}$. Usando las anteriores definiciones y algunas aproximaciones, la ecuación (1) se convierte en

$$A(P_i) = \frac{\exp[jk(L_{s_i} + L_{p_i})]}{L_{s_i} L_{p_i}} \int_{\sigma_i} B(r) \exp[jk(-(l_{p_i} + l_{s_i}) + (\frac{1}{L_{s_i}} + \frac{1}{L_{p_i}}) \frac{|r|^2}{2})] d\sigma_r \quad (3.2.9)$$

Calcularemos las propiedades estadísticas entre los puntos P_1 y P_2 usando la función correlación cruzada de intensidad $R_{I_{12}}(P_1, P_2)$, la cual se encuentra a partir de la ec.(3.2.3). Debemos establecer las condiciones para las cuales $R_{I_{12}}(P_1, P_2)$ tiene un máximo, de acuerdo a la ec.(3.2.3) la condición de máximo puede obtenerse de la función $J_{I_{12}}(P_1, P_2)$.

Si definimos ρ_i como el radio del círculo que circunscribe el área iluminada σ_i . Siguiendo las aproximaciones de Chiang y Li^[3.11] se puede escribir:

$$J_{I_{12}}(P_1, P_2) = \frac{\exp[\Delta L_t]}{\Lambda} \iint \langle B(r_1) B^*(r_2) \rangle \exp\{jkF\} d\sigma_1 d\sigma_2 \quad (3.2.10)$$

con

$$F = (l_{s_2} + l_{p_2}) \cdot r_2 - (l_{s_1} + l_{p_1}) \cdot r_1 + \left[\left(\frac{1}{L_{s_2}} + \frac{1}{L_{p_2}} \right) \frac{|r_2|^2}{2} - \left[\left(\frac{1}{L_{s_1}} + \frac{1}{L_{p_1}} \right) \frac{|r_1|^2}{2} \right] \right. \quad (3.2.11)$$

donde

$$L_t = L_s + L_p, \quad \Delta L_t = L_{t2} - L_{t1} = (L_{p2} - L_{p1}) + (L_{s2} - L_{s1}),$$

$$\Lambda = L_{s1} L_{s2} L_{p1} L_{p2}.$$

En la mayoría de los casos, el tamaño medio de los difusores es más pequeño que las dimensiones de la celda de resolución del sistema de observación, por lo tanto^(3.7)

$$\langle B(r_1)B^*(r_2) \rangle = Kr_1r_2\delta(r_1 - r_2) \quad (3.2.12)$$

donde K es una constante.

Si reemplazamos r_i por $\rho_i f_i$ en ec.(6) y la ec.(7), donde $0 \leq |f| \leq 1$ y definimos $N_i \approx (\rho_i^2/\lambda)[(1/Ls_i) + (1/Lp_i)]$, lo cual corresponde a la aproximación parabólica del número de zonas de Fresnel N_i . Usando la propiedad de $B(r_i)$ expresada en ec.(3.2.12), y tomando el modulo cuadrado de la ecuación resultante obtenemos:

$$|J_{12}|^2 = \left[\frac{2\pi K \rho_1^4 \rho_2^4}{\Lambda} \right]^2 \left| \int_0^1 \exp[jk(\Delta(\rho\theta) - \lambda f \Delta(N)/2)] f^2 df \right|^2 \quad (3.2.13)$$

donde $\rho_1, \rho_2 = \rho_1 + \Delta\rho$ son los radios de las áreas σ_1 y σ_2 respectivamente, $\theta = \theta_p = \theta_s$ con los ángulos θ_p y θ_s definidos. Podemos asumir que los ángulos θ_p y θ_s en la figura son pequeños. En la figura 3.3 se considera un desplazamiento d adicional del difusor.

Después de unos tediosos cálculos y de despreciar algunos términos pequeños de acuerdo a los montajes experimentales típicos, encontramos que tiene un máximo cuando

$$\lambda(\Delta N) - 2\Delta(\rho\theta) = \lambda \quad (3.2.14)$$

La ec.(3.2.14) establece la dependencia sobre la distancia fuente difusor a través del parámetro N. Conecta la variación del número de zonas de Fresnel (ΔN) y la variación del término asociado con el área y el ángulo de inclinación θ . Esta ecuación establece una condición diferente a aquella dada en la ref.[3.11] para la correlación máxima entre patrones de speckle. Esta diferencia es causada por el desplazamiento transversal adicional del difusor que produce, como veremos más adelante, los pares de speckle de Young en el plano de observación.

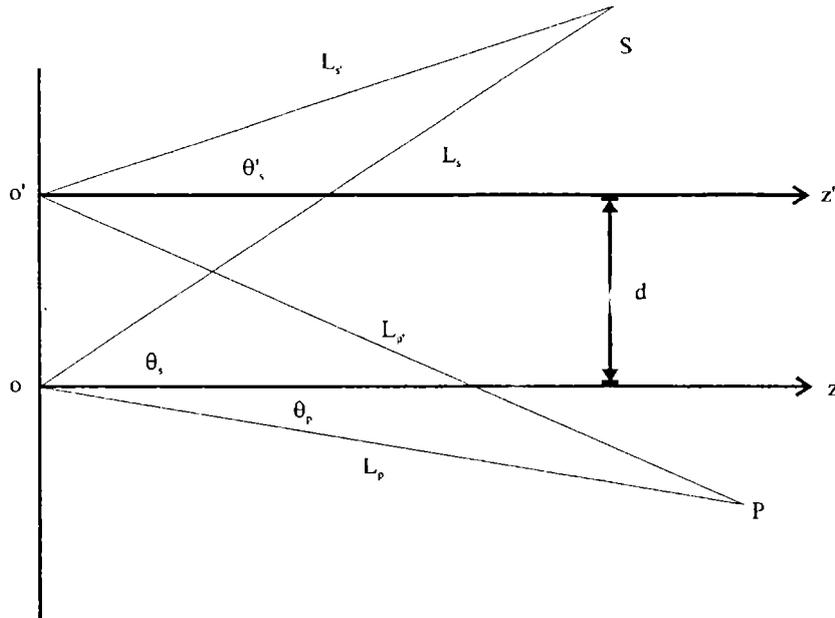


Figura 3.3 Muestra los ángulos θ_p , θ_s para antes y θ'_p , θ'_s para después del desplazamiento d .

En orden de comparar las condiciones teóricas propuestas con los experimentos, definimos nuevas variables:

$$\alpha_V = \frac{\Delta V}{V}, \quad (3.2.15)$$

donde V representa cualquier conjunto de variables consideradas (L_t , L_p , L_s , θ ó ρ). Estas variables α_V tienen la propiedad que $|\alpha_V| < 1$.

Usando la ec.(3.2.14), despreciando los términos de orden superior en α_V , y resolviendo para ΔL_p , obtenemos

$$\Delta L_p = L_p \alpha_s + \frac{L_t L_p}{L_s} (2\alpha_\rho - \alpha_s) - \left(\frac{L_p}{\rho}\right)^2 \left[2\rho\theta (\alpha_\rho + \alpha_\theta) + \lambda \right] \quad (3.2.16)$$

Esta ecuación da la distancia entre las posiciones P_1 y P_2 para las cuales los patrones de speckle presentan una correlación de intensidad máxima.

En la ec.(3.2.16) se observa una variación grande de ΔL_p con respecto a θ a través del cuadrado de L_p/r . Esto indica que para un valor dado de θ existe un incremento del valor L_p que produce grandes cambios en el valor final de ΔL_p . Esto implica que una

inclinación involuntaria introducida cuando se desplaza el objeto difusor, produce un desplazamiento lateral, no deseado, que desacopla los speckles^[3.12]. De otro lado, causa pérdida de correlación entre las intensidades de los puntos P_i . Con ello se puede explicar una de las dificultades experimentales para determinar la longitud del speckle^[3.13].

3.3 Fotografía speckle

La Fotografía Speckle está fundamentada en la experiencia de Burch y Tokarsky^[3.5] y sus aplicaciones. Esta experiencia se basa en la determinación del desplazamiento del speckle por el procesamiento óptico del negativo de una película (specklegrama) en la cual se registra, por doble exposición, los patrones de speckle antes y después de una deformación del objeto. Los specklegramas son registrados normalmente en el plano imagen del objeto. Si se explora localmente punto por punto cada pequeña región del specklegrama con un haz láser concentrado aparecerán franjas de Young rectas y equiespaciadas en el espectro de difracción. Su orientación es perpendicular a la dirección del desplazamiento del speckle, mientras que su espaciado es inversamente proporcional a la magnitud del desplazamiento. Por lo tanto al extraer estos parámetros de las franjas de Young se puede evaluar la distribución de los desplazamientos en el specklegrama.

Adicionalmente al filtrar ópticamente el specklegrama se pueden observar líneas de contorno de los desplazamientos del speckle a lo largo de una dirección que depende del azimut de la imagen del specklegrama. La sensibilidad de los contornos es afectada por el ángulo fuera de eje de la lente que forma la imagen.

La relación entre la deformación del objeto y el desplazamiento del speckle es esencial. Si el specklegrama se registra en el plano imagen de un objeto, desplazamientos del speckle cerca del eje óptico son iguales al desplazamiento del objeto en el plano multiplicados por la magnificación. Sin embargo, en desplazamientos de imágenes de speckle desenfocadas, existe también dependencia de la deformación fuera del plano.

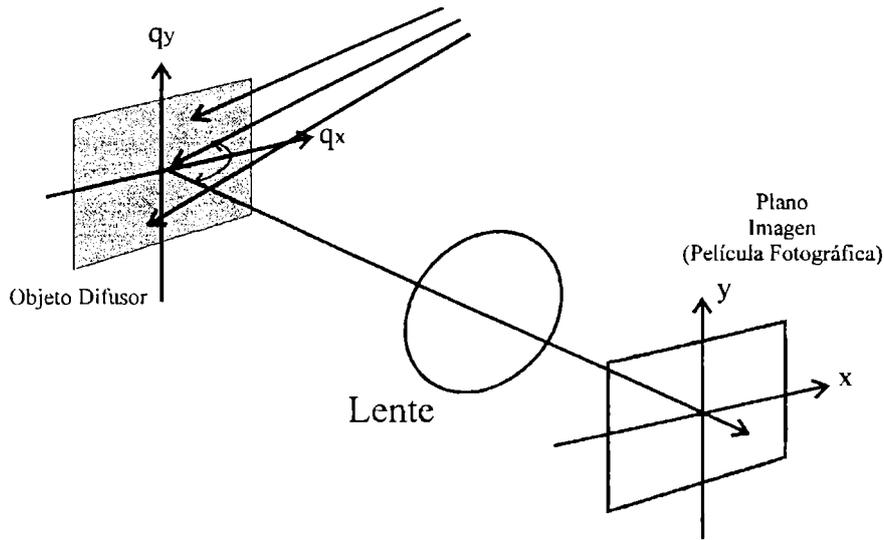


Figura 3.4 Esquema básico para el registro en fotografía speckle por doble exposición.

En la figura 3.4 se muestra el montaje utilizado para el registro del specklegrama, donde el objeto difusor es iluminado con luz coherente, una lente forma la imagen del patrón de speckle producido por el objeto sobre la película fotográfica donde se registra el patrón de speckle antes y después de la deformación, por doble exposición.

Consideremos ahora una descripción más formal de la generación de la franjas.

• Formación de Franjas de Young.

Si A_1 y A_2 son las amplitudes complejas antes y después de la deformación, las franjas de Young se obtienen de la transformada óptica de Fourier \mathfrak{F} del specklegrama en el cual se registraron $I_1 = |A_1(x,y)|^2$ e $I_2 = |A_2(x,y)|^2$ y cuya intensidad en el plano de frecuencias espaciales esta dada por

$$I_Y(p_x, p_y) = \left\langle \mathfrak{F} \left\{ [I_1(x,y) + I_2(x,y)] A_B(x,y) \right\}^2 \right\rangle \quad (3.3.1)$$

donde p_x y p_y denotan una posición en el plano de Fourier y $A_B(x,y)$ es la amplitud del haz láser incidente. El procedimiento de promediado se introduce para eliminar ruido tipo speckle superpuesto con las franjas. La formación de franjas de Young fue investigada por Khetan y Chiang^[3.14] y por Yamaguchi^[3.15].

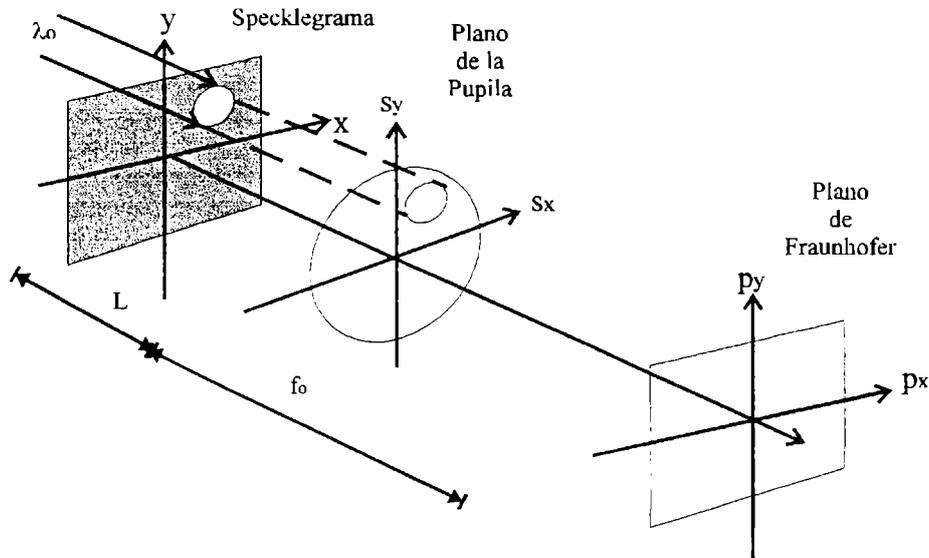


Figura 3.5. Sistema coordinado para la observación de las franjas de Young

En la figura 3.5 se muestra un specklegrama iluminado por un spot láser de longitud de onda λ_o , donde L es la distancia del specklegrama y f_o es la distancia focal de la lente, además, el plano de la pupila y la lente coinciden. La función de transmisión de amplitud del specklegrama, en primera aproximación, esta dada por

$$T_{12}(x,y) = T_o - \eta [I_1(x,y) + I_2(x,y)] \quad (3.3.2)$$

donde T_o y η son constantes. Hemos supuesto que el registro del specklegrama se ha realizado de manera que el límite de resolución de la película no tenga efecto sobre él.

Una región pequeña del specklegrama es iluminado con un haz láser de amplitud $A_B(x - x_c, y - y_c)$ con (x_c, y_c) las coordenadas del centro de su spot. Entonces, este haz de lectura generará franjas de Young en el plano focal de la lente de coordenadas (p_x, p_y) . La intensidad de las franjas estará dada por

$$I_Y(p_x, p_y) = \left\langle \left| \iint A_B(x - x_c, y - y_c) T_{12}(x, y) \exp\left(-\frac{ik_o(xp_x + yp_y)}{f_o}\right) dx dy \right|^2 \right\rangle \quad (3.3.3)$$

donde $k_o = 2\pi/\lambda_o$ es el número de onda del haz láser y f_o la distancia focal de la lente.

$$\begin{aligned}
I_Y(p_x, p_y) &= (T_o - \eta \langle I \rangle)^2 \left| \tilde{A}_B \left(\frac{p_x}{\lambda_b f_o}, \frac{p_y}{\lambda_b f_o} \right) \right|^2 \\
&+ 2\eta^2 \iint |A_B(x, y)|^2 dx dy \times \Re \left(\frac{p_x}{\lambda_b f_o}, \frac{p_y}{\lambda_b f_o} \right) \left\{ 1 + \gamma_Y \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda_b f_o} (p_x d_{xc} + p_y d_{yc}) \right] \right\}
\end{aligned} \quad (3.3.4)$$

con \tilde{A}_B la transformada de Fourier de A_B , \Re dado por

$$\Re \left(\frac{p_x}{\lambda_b f_o}, \frac{p_y}{\lambda_b f_o} \right) = \iint |P(s_x, s_y)|^2 P \left[s_x + \frac{\lambda L}{\lambda_b f_o} p_x, s_y + \frac{\lambda L}{\lambda_b f_o} p_y \right]^2 ds_x ds_y \quad (3.3.5)$$

y el término γ_Y definido como

$$\gamma_Y = \frac{\left| \iint P(s_x, s_y) P^*(s_x + d_{s_x}, s_y + d_{s_y}) ds_x ds_y \right|^2}{\left[\iint |P(s_x, s_y)|^2 ds_x ds_y \right]} \quad (3.3.6)$$

En una interpretación física de la ec. (3.3.4), podemos considerar que el primer término del lado derecho representa la “mancha” de orden cero que aparece en el sistema de franjas, el segundo término es el que da origen las franjas, donde la función \Re representa una envolvente de las franjas de Young llamada *halo de difracción*, que también corresponde al espectro de Wiener del speckle y depende solamente del tamaño de la abertura de la lente que forma la imagen del objeto y no de sus aberraciones. Las franjas de Young son perpendiculares al desplazamiento del speckle $d(x_c, y_c)$ y tienen un espaciado igual a $\frac{\lambda_o f_o}{|\mathbf{d}|}$. Por lo tanto, a partir del espaciado y la orientación se puede

obtener el desplazamiento \mathbf{d} , excepto por un signo. La figura 3.6 muestra un esquema de las situaciones físicas que se presentan en los diferentes planos en el proceso de observación de franjas.

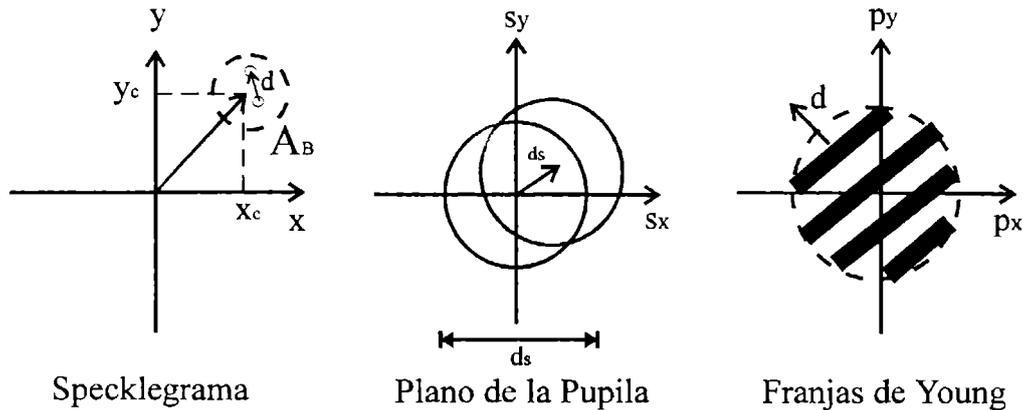


Figura 3.6 Situaciones físicas que afectan la intensidad de las franjas de Young.

3.3.1 Determinación experimental del máximo grado de correlación de patrones de speckle en fotografía speckle.

Ilustraremos los resultados de la condición teórica en la ec. (3.2.16) usando el montaje experimental de la figura 3.7, donde se muestra los desplazamientos realizados durante el registro del specklegrama de doble exposición.

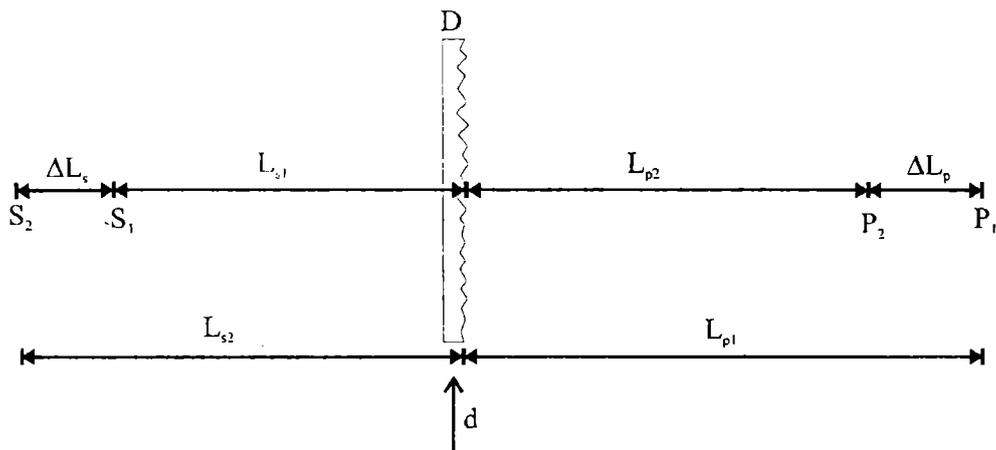


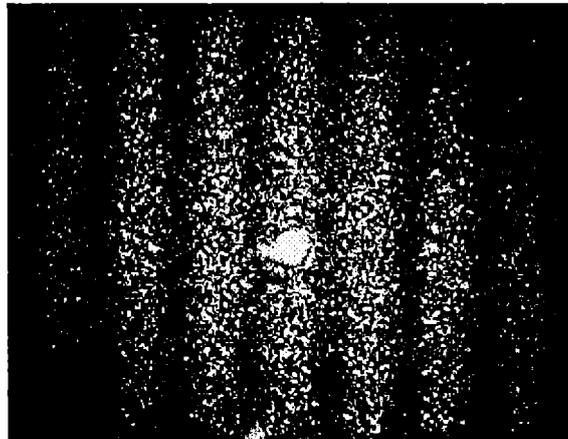
Figura 3.7 Esquema de desplazamiento durante el registro del specklegrama de doble exposición. Con D = difusor; d = desplazamiento lateral de D ; S_i, P_i = Posiciones de la fuente y el punto de observación, $i=1,2$ posición inicial y final, respectivamente. ΔL_s = desplazamiento de la fuente; ΔL_p = desplazamiento del punto P .

Obtuvimos dos specklegramas A y B, a partir de los cuales obtuvimos franjas de Young de la forma descrita anteriormente y las cuales se muestra en la figura 3.8(a) y 3.8(b) respectivamente. Los valores de las variables para el specklegrama A fueron:

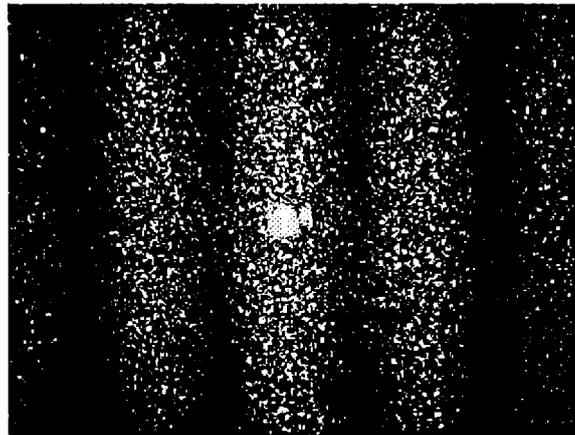
$$L_p = 150 \text{ mm} ; L_s = 310 \text{ mm} ; d = 10^{-2} \text{ mm} ; \rho = 10 \text{ mm} ; \Delta L_s = 2.03 \text{ mm} ;$$

$$\Delta \rho = 0.1 \text{ mm} ; \lambda = 632.8 \times 10^{-6} \text{ mm} ; \Delta L_p = 8 \times 10^{-2} \text{ mm}.$$

De la ec. (3.2.16), el cálculo de ΔL_p fue igual a 8.8×10^{-2} mm.



(a)



(b)

Figura 3.8 Franjas de Young obtenidas de los specklegramas (a) A y (b) B.

Para el specklegrama B solamente modificamos las siguientes cantidades:

$$L_s = 410 \text{ mm} ; \Delta L_p = 5 \times 10^{-2} \text{ mm}.$$

En este caso, el valor calculado de ΔL_p fue 4.8×10^{-2} mm. Si comparamos los valores los valores experimentales con los teóricos vemos que existe una buena concordancia.

3.4 Interferometría de speckle

La definición de interferometría speckle no es siempre explícita. Puede ser definida como la generación de una clase de franjas de moiré entre un par de patrones de speckles obtenidos antes y después de la deformación del objeto que los produce. Las franjas que son generadas al tomar el producto de estos patrones representan los contornos de los cambios de fase causados por la deformación del objeto.

El punto de partida de la Interferometría Speckle puede considerarse representado en el trabajo de Leendertz^[3.9], quien utilizó un arreglo interferométrico similar al de un interferómetro de Michelson, pero donde los espejos fueron reemplazados por las superficies difusoras, S_1 y S_2 , como se muestra en la figura 3.9. Un sistema óptico formador de imágenes (una lente) se requiere de modo tal, que las dos superficies se superponen en el plano imagen. De esta forma, es posible realizar un registro fotográfico simultáneo de las mismas. Una de las superficies dará origen a un diagrama de speckle $I_1(x,y)$ y la otra a otro diagrama diferente $I_2(x,y)$. La adición coherente de estos dos diagramas de speckle aleatorios dará, en general, como resultado un nuevo diagrama de speckle $I_{s1}(x,y)$, con estadística similar a los anteriores pero distinto en los detalles, que se puede expresar como

$$I_{s1}(x,y) = I_1(x,y) + I_2(x,y) + \sqrt{I_1(x,y)I_2(x,y)} \cos(\phi) \quad (3.4.1)$$

con $\phi = \phi_1 - \phi_2$ y donde ϕ_1 y ϕ_2 son las fases de los patrones de speckle individuales. Cuando S_1 es desplazada una distancia d_1 paralela a la normal a la superficie el cambio de fase resultante esta dado por

$$\Delta\delta = \frac{4\pi d_1}{\lambda}, \quad (3.4.2)$$

y se genera una modificación en el patrón de speckle que se puede expresar de la siguiente forma

$$I_{s2}(x,y) = I_1(x,y) + I_2(x,y) + \sqrt{I_1(x,y)I_2(x,y)} \cos(\phi + \Delta\delta(d_1)) \quad (3.4.3)$$

Los patrones resultantes son superpuestos antes y después del desplazamiento por un registro de doble exposición, en un material no lineal, o por un filtro de máscara en el cual solamente se registra el primer patrón y luego se posiciona de nuevo en su lugar original. El patrón obtenido de esta superposición representa el contorno de los cambios en la diferencia de camino entre la onda objeto y la onda de referencia, que surge de la deformación del objeto.

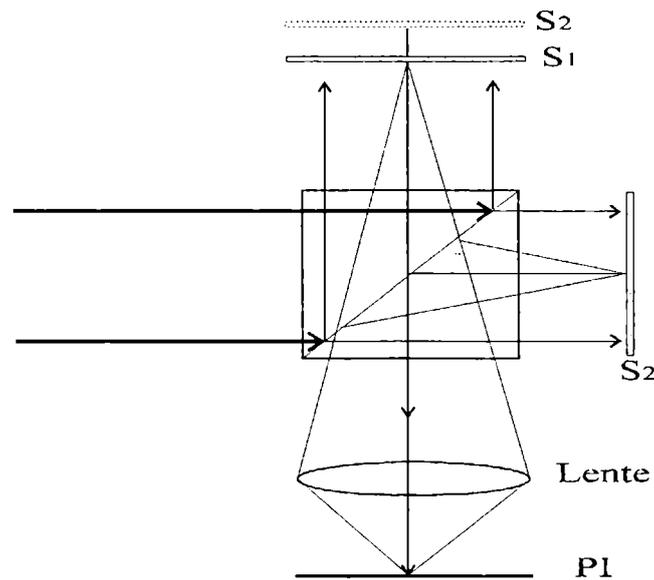


Figura 3.9 Montaje tipo interferómetro de Michelson usando como interferómetro de correlación de patrones de speckle.

El patrón observado está dado por la expresión

$$I_S(x,y) = \langle I_{S_1}(x,y) I_{S_2}(x,y) \rangle = \langle |A_{S_1}(x,y)|^2 |A_{S_2}(x,y)|^2 \rangle \quad (3.4.4)$$

donde se ha usado que $I_{S_1} = |A_{S_1}|^2$ y $I_{S_2} = |A_{S_2}|^2$

Cuando $\Delta\delta = (2n+1)\pi$, $n=0,1,2,\dots$ la correlación será cero pero cuando $\Delta\delta = 2n\pi$, $n=1,2,\dots$ los patrones estarán nuevamente correlacionados.

Finalmente, es importante destacar el paralelismo existente entre esta técnica de correlación de diagramas de speckle y la Holografía Interferométrica en el plano imagen. La diferencia fundamental a favor de la primera de estas dos consiste en que no es necesario que el medio de registro pueda resolver muy altas frecuencias (del orden de

2000 líneas/mm) como se requiere para la holografía. El precio a pagar por ello es que las franjas de correlación aparecen inmersas en el ruido generado precisamente por el speckle; de este modo las franjas más finas se "pierden" en el ruido de fondo, limitando así la resolución del método a una menor que la alcanzable holográficamente.

3.4.1 Interferometría con haz de referencia.

Aunque el interferómetro propuesto inicialmente por Leendertz, descrito en la sección anterior, es sensible a desplazamientos fuera del plano, existe un arreglo alternativo que en vez de utilizar un patrón de speckle como referencia utiliza una onda plana o esférica. El objeto difusor OD (figura 3.10), es iluminado por el haz objeto u_o que forma un ángulo θ_1 con la normal a la superficie. Una lente forma la imagen en el plano I, es decir se tiene un patrón de speckle subjetivo, con amplitud compleja A_1 . La onda de referencia u_R se adiciona a través del divisor de haz DH, produciendo

$$A_{S_1} = A_1 + u_R \quad (3.4.5)$$

Cuando el objeto es desplazado una distancia d , el patrón de speckle se modifica y por lo tanto se tiene que

$$A_{S_2} = A_2 + u_R \quad (3.4.6)$$

reemplazando las ecs.(3.4.5) y (3.4.6) en la ec.(3.4.4) se obtiene

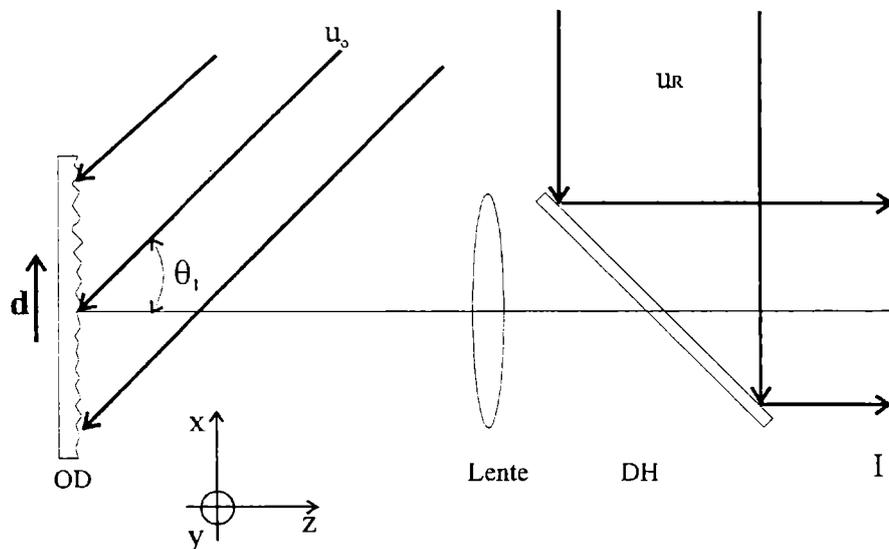


Figura 3.10 Interferómetro con haz de referencia.

$$\begin{aligned}
I_s(\mathbf{r}) &= \left\langle \left| A_{s_1}(\mathbf{r}) \right|^2 \left| A_{s_2}(\mathbf{r}) \right|^2 \right\rangle = \left\langle \left| A_{s_1}(\mathbf{r}) \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| A_{s_2}(\mathbf{r}) \right|^2 \right\rangle + \left\langle A_{s_1}(\mathbf{r}) A_{s_2}^*(\mathbf{r}) \right\rangle \\
&= 2 \langle I_R(\mathbf{r}) \rangle^2 + 2 \langle I_R(\mathbf{r}) \rangle \langle I(\mathbf{r}) \rangle + \langle I(\mathbf{r}) \rangle^2 + \left\langle \left| A_1(\mathbf{r}) A_2^*(\mathbf{r}) \right|^2 \right\rangle + 2 \langle I_R(\mathbf{r}) \rangle \operatorname{Re} \langle A_1(\mathbf{r}) A_2^*(\mathbf{r}) \rangle
\end{aligned} \tag{3.4.7}$$

donde $\langle I \rangle = \langle |A_1^2| \rangle = \langle |A_2^2| \rangle$ y se consideró que el haz objeto y el de referencia son estadísticamente independientes. El patrón de franjas se origina en el último término de la ec. (3.4.7). Despreciando el efecto de la decorrelación del speckle e introduciendo el término $t = \frac{\langle I_R \rangle}{\langle I \rangle}$ se tiene que

$$I_s(\mathbf{r}) = 1 + \left(\frac{2t\gamma}{1 + 2t + 2t^2 + \gamma^2} \right) \cos[(\mathbf{l}_s + \mathbf{l}_o) \cdot \mathbf{d} + \alpha] \tag{3.4.8}$$

donde \mathbf{l}_s , \mathbf{l}_o son vectores unitarios en las direcciones de iluminación y observación respectivamente, \mathbf{d} es el desplazamiento en el plano objeto, γ y α se obtienen a partir de

$$\gamma \exp(i\alpha) = \frac{\int P(\mathbf{s}) P^*(\mathbf{s} + \mathbf{d}_T) \exp\left(ik \frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{d}_T}{ML}\right) d^2\mathbf{s}}{\int |P_e(\mathbf{s})|^2 d^2\mathbf{s}} \tag{3.4.9}$$

con \mathbf{s} , el vector posición del punto en el plano de la pupila, \mathbf{d}_T es el desplazamiento tangente, L es la distancia imagen, M es el inverso de la magnificación lateral de la lente.

3.4.2 Método con iluminación doble.

Propuesto por Leendertz^[3,9] para medir desplazamientos en el plano y examinado posteriormente por Archbold, Burch y Ennos^[3,16]. En este caso la superficie difusora actúa como los dos elementos dispersores de un interferómetro equivalente de tipo Michelson. Esto se logra iluminando la superficie con dos haces de luz coherente que inciden con ángulos iguales a uno y otro lado de la norma, figura 3.11. Se forma una

imagen sobre una película fotográfica por medio de una lente. Cada haz de iluminación genera su propio patrón de speckle, el cual se combina coherentemente con el patrón producido por la dispersión del haz complementario, y que podemos expresar en términos de sus amplitudes por

$$A_{s_1} = A_{a_1} + A_{b_1} \quad (3.4.10)$$

Si la superficie se mueve en la dirección z (normal a la superficie difusora) los dos haces que interfieren sufrirán iguales cambios en la longitud de sus trayectorias y el patrón de speckle combinado en la imagen formada por la lente permanecerá sin cambios. Similarmente, habrá modificaciones debido a movimiento en y , en el plano de la superficie. Sin embargo, si una parte elemental de la superficie es desplazada una pequeña distancia d_x en la dirección x (definida por la intersección del plano de la superficie y los haces que la iluminan), una trayectoria se incrementará en $d_x \sin \theta$ mientras que la otra disminuye la misma cantidad. Por lo tanto se modificarán los patrones de speckle producidos por cada haz y se tendrá

$$A_{s_2} = A_{a_2} + A_{b_2} \quad (3.4.11)$$

El producto de las intensidades de los patrones de speckles está representado por

$$I_s(\mathbf{r}) = \left\langle \left| A_{a_1}(\mathbf{r}) + A_{b_1}(\mathbf{r}) \right|^2 \left| A_{a_2}(\mathbf{r}) + A_{b_2}(\mathbf{r}) \right|^2 \right\rangle \quad (3.4.12)$$

donde los subíndices a y b denotan cada haz de iluminación.

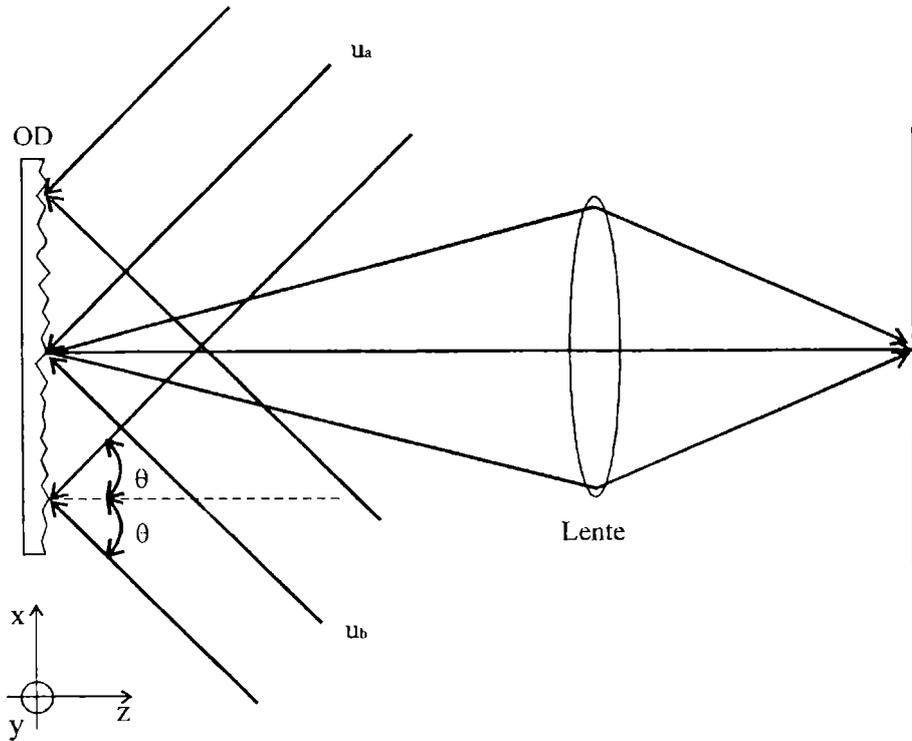


Figura 3.11 Interferómetro con doble haz de iluminación para la observación de desplazamientos en el plano.

Haciendo uso de la independencia estadística entre las amplitudes complejas de los dos haces, que esta garantizada cuando el ángulo subtendido por ellos es mayor que el ángulo subtendido por la abertura de la lente, lo cual implica que los espectros angulares de los dos haces no se superponen, se obtiene

$$\begin{aligned}
 I_s(\mathbf{r}) = & \left(\langle |A_{a_1}(\mathbf{r})|^2 \rangle + \langle |A_{b_1}(\mathbf{r})|^2 \rangle \right) \left(\langle |A_{a_2}(\mathbf{r})|^2 \rangle + \langle |A_{b_2}(\mathbf{r})|^2 \rangle \right) \\
 & + \left| \langle A_{a_1}(\mathbf{r}) A_{a_2}^*(\mathbf{r}) \rangle \right|^2 + \left| \langle A_{b_1}(\mathbf{r}) A_{b_2}^*(\mathbf{r}) \rangle \right|^2 + 2 \operatorname{Re} \left(\langle A_{a_1}(\mathbf{r}) A_{a_2}^*(\mathbf{r}) \rangle \langle A_{b_1}(\mathbf{r}) A_{b_2}^*(\mathbf{r}) \rangle \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.4.13}$$

con la ayuda de la ecuación (3.2.5)

$$I_s(\mathbf{r}) = 4 \langle I(\mathbf{r}) \rangle^2 + (\gamma_a^2 + \gamma_b^2) \langle I(\mathbf{r}) \rangle^2 + 2\gamma_a \gamma_b \langle I(\mathbf{r}) \rangle^2 \cos [k(\mathbf{l}_{sa} - \mathbf{l}_{sb}) \cdot \mathbf{d} + \alpha_a - \alpha_b]
 \tag{3.4.15}$$

Donde γ , α_a , α_b se encuentran mediante las expresiones $\gamma_j \exp(i\alpha_j)$ ($j=a,b$) dadas por una ecuación similar a la ec.(3.4.9). La distribución de las franjas de speckle está determinada por el término

$$(\mathbf{l}_{sa} - \mathbf{l}_{sb}) \cdot \mathbf{d} = 2d_x \sin \theta_s \quad (3.4.16)$$

que es proporcional al componente d_x en el plano paralelo al que contiene los haces.

3.4.3 Método de doble abertura.

Propuesto por Duffy^[3.17-3.18] en 1972 como una alternativa para medir desplazamientos en el plano utiliza en lugar de dos haces de iluminación simétricamente dispuestos un solo haz y una lente con dos aberturas circulares simétricamente dispuestas en su pupila, como se indica en la figura 3.12. De esta forma, se formarán dos patrones de speckles (uno por cada abertura) en el plano imagen y se combinarán en forma coherente dando lugar a una modulación periódica en forma de red a cada grano.

La ec. (3.4.8) también es válida en este caso, donde los subíndices a y b denotan ahora las ondas de luz transmitida a través de cada una de las aberturas. Las amplitudes complejas de las ondas que pasan a través de cada abertura son estadísticamente independientes debido a que las componentes del espectro angular de la luz dispersada que pasan por las aberturas son diferentes. Como consecuencia de la superposición coherente de estas ondas cada grano de speckle en el plano I está modulado por franjas de Young. La independencia estadística antes mencionada implica la independencia de las fases espaciales de las franjas de Young pertenecientes a diferentes speckles. La distribución del patrón de interferencia dará

$$I_S(x,y) = 4\langle I(x,y) \rangle + (\gamma_a^2 + \gamma_b^2) \langle I(x,y) \rangle^2 + 2\gamma_a \gamma_b \langle I(x,y) \rangle^2 \cos[k(\mathbf{l}_a - \mathbf{l}_b) \cdot \mathbf{d} + \alpha_a - \alpha_b] \quad (3.4.16)$$

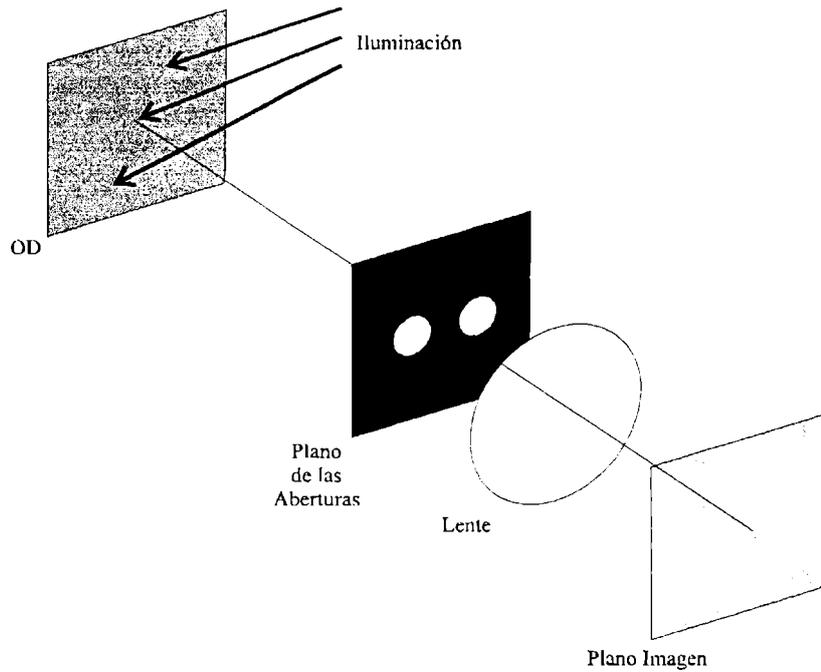


Figura 3.12 Interferómetro con doble apertura para la medición de desplazamientos en el plano.

donde l_a y l_b son los vectores unitarios dirigidos desde el punto objeto a los centros de las aberturas y γ_i , α_i ($i=a,b$), que están relacionados con la visibilidad compleja de las franjas, estarán dados por

$$\gamma_{a,b} \exp(i\alpha_{a,b}) = \exp(-ikl_{a,b} \cdot \mathbf{d}) \frac{\int P_e(\mathbf{s}) P_e^*(\mathbf{s} + \mathbf{d}_s) \exp\left(ik \frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{d}_T}{ML}\right) d^2\mathbf{s}}{\int |P_e(\mathbf{s})|^2 d^2\mathbf{s}} \quad (3.4.17)$$

donde $P_e(\mathbf{s})$ es la función de la apertura, y se considera que esta apertura es mas pequeña que la de la lente completa.

Cuando la componente del desplazamiento paralela a la línea que conecta las aberturas elementales es un múltiplo de este valor, las franjas de Young dentro de cada speckle mueve un múltiplo de su espaciado para producir franjas brillantes sobre el promedio.

Para desplazamientos en la dirección x , paralela a la línea que une los centros de las aberturas, la fase resultante hará que esta modulación periódica se desplace paralelamente a sí misma, avanzando un período cada vez que el desplazamiento

corresponda a $\frac{\lambda}{2} \sin \theta$; siendo θ el ángulo subtendido por cada una de las aberturas de la pupila. En este caso ambos patrones de speckle se encuentran correlacionados. Para desplazamientos de la mitad del valor que los anteriores, la modulación invertirá su contraste, cambiando las franjas brillantes por oscuras respecto al patrón original y viceversa. Los patrones de speckle combinados no estarán, en este caso, correlacionados.

3.4.4 Interferometría Speckle por Corrimiento.

La interferometría speckle por corrimiento, conocida también con el nombre de “*sherografía*”, fue propuesta inicialmente por Leendertz y Butters^[3.14], con el fin de obtener, directamente, las derivadas espaciales de la deformación de la superficie, a partir de un par de patrones de speckle desplazados lateralmente. El interés en esto radica en que la determinación de la segunda derivada para desplazamientos fuera del plano y la primera derivada para desplazamientos en el plano son muy importantes en el análisis de esfuerzos, pues, están directamente relacionados con los coeficientes mecánicos asociados con ellos.

El corrimiento de las imágenes se ha obtenido a través de varios métodos. Por ejemplo, Leendertz y Butters^[3.19] emplearon un interferómetro de Michelson; Hung, Rowlands y Daniel^[3.20] usaron una placa inclinada que cubre una de dos aberturas; Hariharan^[3.21] utilizó dos redes en contacto; Debrus^[3.22] una placa de Savart; Hung y Liang^[3.23] una cuña que cubre la mitad de la abertura de una lente, la propuesta de Hung y Durrelli^[3.24] se basó en una cuña especial dividida en cuatro cuadrantes, la de Murty, Sirohi y Konthiyal^[3.25] en una lente dividida, la de Rabal, Henao y Torroba^[3.26] mediante el uso de una red de difracción holográfica y que se describirá en el capítulo 4.

Para discutir la formación de franjas en interferometría speckle por corrimiento considérese la siguiente expresión

$$I_s = \left\langle \left| A_{a_1}(\mathbf{r}) + A_{b_1}(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \right|^2 \left| A_{a_2}(\mathbf{r}) + A_{b_2}(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \right|^2 \right\rangle \quad (3.4.18)$$

con el vector de corrimiento $\Delta \mathbf{r}$ en el plano imagen. Si se expande la ec. (3.4.18) considerando que el término que aparece es

$$\langle A_i(\mathbf{r}) A_j^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) \rangle = 0 \quad i, j = 1, 2 \quad (3.4.19)$$

para desplazamientos suficientemente grandes en comparación con el tamaño medio del speckle en el plano imagen, la relación final se puede escribir como

$$I_S = 4\langle I \rangle^2 + \left| \langle A_1(\mathbf{r}) A_2^*(\mathbf{r}) \rangle \right|^2 + 2 \operatorname{Re} \left(\langle A_1(\mathbf{r}) A_2^*(\mathbf{r}) \rangle \langle A_1(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) A_2^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) \rangle \right) \quad (3.4.20)$$

El tercer término en esta ecuación corresponde al patrón de moiré generado entre las franjas holográficas desplazadas lateralmente una cantidad $|\Delta \mathbf{r}|$. El patrón resultante indica que el patrón de interferencia representa líneas de contorno de la diferencia de desplazamientos entre dos puntos separados $\Delta \mathbf{r}$.

$$I_S = 2(2 + \gamma^2) \langle I \rangle \left[1 + \left(\frac{\gamma^2}{2} + \gamma^2 \right) \cos \left[k(\mathbf{l}_s + \mathbf{l}_o) \cdot (\mathbf{a}(\mathbf{r}) - \mathbf{a}(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r})) \right] \right] \quad (3.4.21)$$

donde

$$\gamma = \frac{\left| \int |P(\mathbf{s})|^2 \exp \left[-ik \frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{d}_T}{L} \right] d^2 \mathbf{s} \right|}{\int |P(\mathbf{s})|^2 d^2 \mathbf{s}} \quad (3.4.22)$$

Se ha supuesto que los desplazamientos locales en el plano d_T se pueden considerar iguales y de magnificación igual a uno.

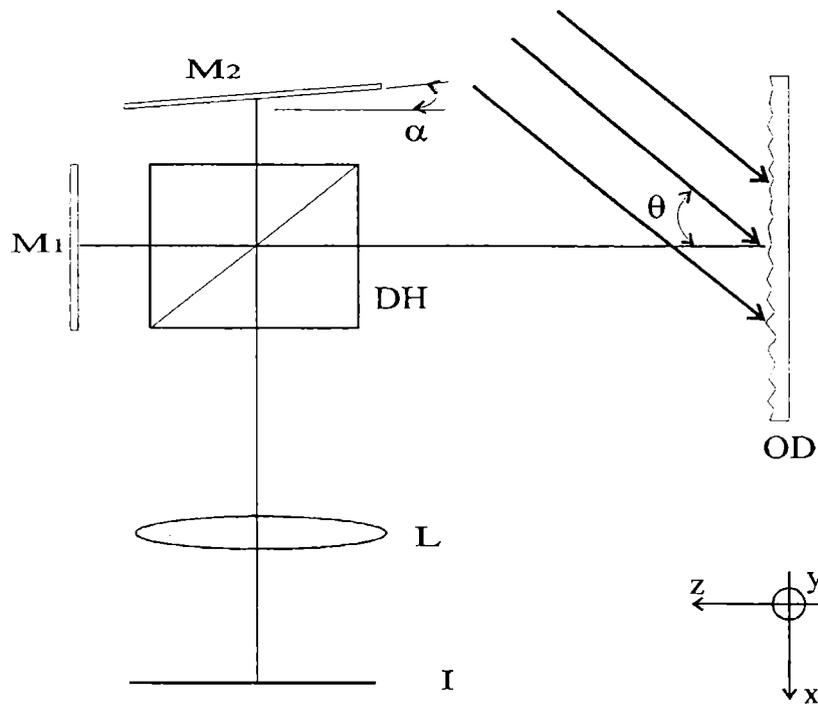


Figura 3.13 Montaje tipo interferómetro de Michelson usado para medir las derivadas del desplazamiento

Para analizar mejor la situación consideraremos dos casos en donde el corrimiento se produce a través de un interferómetro de Michelson (figura 3.13) y por una cuña que cubre la mitad de la lente (figura 3.14).

En la primera situación, figura 3.13, un objeto difusor OD es iluminado por un haz que forma un ángulo θ con la normal a la superficie, es observado a través del arreglo óptico consistente del divisor de haz DH y los espejos M_1 y M_2 por una lente. El espejo M_1 permanece paralelo al plano del objeto xy, mientras que M_2 está inclinado un pequeño ángulo α con respecto a la dirección z. Se forman dos imágenes de OD en el plano I como resultado del corrimiento del frente de onda producido por este montaje de observación. El corrimiento entre las imágenes puede ser variado cambiando el ángulo de inclinación α de M_2 . La intensidad en un punto Q de la imagen corresponderá a la superposición de la luz dispersada desde dos puntos adyacentes en el objeto, separados S_1 en la dirección del eje x. Al desplazar el objeto, los puntos que iluminan Q se desplazan d y d' , y por lo tanto la fase de la luz que llega a Q sufre un cambio dado por

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (\mathbf{l}_o - \mathbf{l}_s) \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{d}') \quad (3.4.23)$$

\mathbf{l}_o y \mathbf{l}_s son las direcciones de observación e iluminación respectivamente. Cuando estas direcciones son normales se obtiene

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d_N \quad (3.4.24)$$

reescribiendo

$$d_N(x) - d_N(x_o) = \frac{\partial d_N}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 d_N}{\partial x^2} \frac{1}{2} (\Delta x)^2 + \dots \quad (3.4.25)$$

como la separación entre los dos puntos es lo suficientemente pequeña se pueden despreciar los términos de orden superior y el cambio de fase queda de la forma

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda} \left(\frac{\partial d_N}{\partial x} \right) s \quad (3.4.26)$$

En el caso de la cuña, el esquema experimental se muestra en la figura 3.14 donde la cuña C cubre la mitad de la lente que forma la imagen del objeto difusor iluminado con el haz objeto u_s en el plano imagen I. En este caso, los rayos que pasan a través de la cuña son desviados generando dos imágenes (enfocadas por cada mitad de la lente) desplazadas lateralmente una con respecto a la otra. Los rayos dispersados desde un punto del objeto interferirán con aquellos provenientes de un punto cercano. Si el corrimiento se produce en la dirección x , los rayos provenientes de un punto $P(x,y)$ interferirán con los de un punto cercano $P(x+\delta x,y)$. El corrimiento generado está relacionado con el ángulo α de la cuña a través de

$$\delta x = L_o (n_c - 1) \alpha \quad (3.4.27)$$

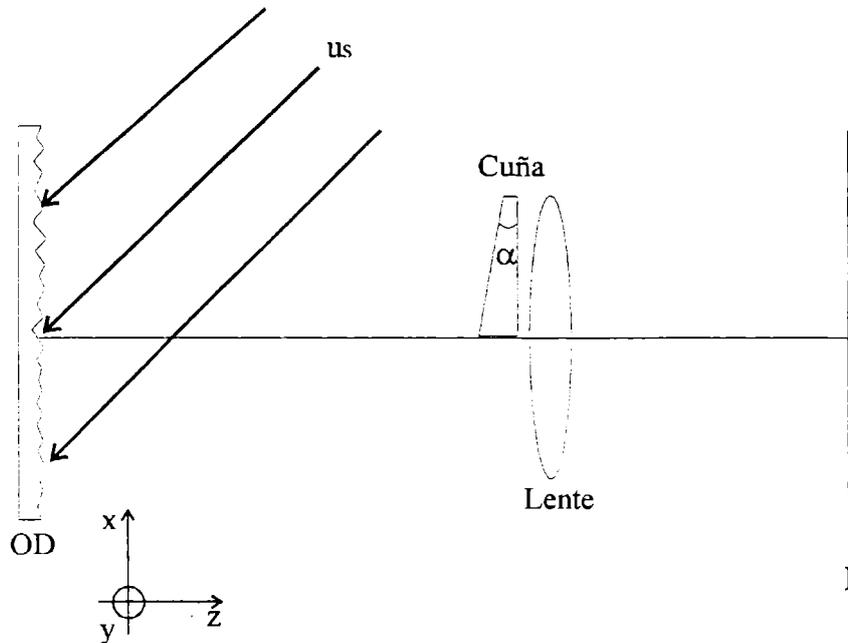


Figura 3.14 Montaje para medir las derivadas del desplazamiento usando una cuña para producir el corrimiento.

donde L_0 es la distancia desde el objeto a la cuña y n_c es el índice de refracción de la cuña.

Cuando el objeto es deformado existe un corrimiento entre los puntos que produce un cambio de fase relativo, $\Delta\phi$, dado por

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ (1 + \cos\theta) [d_N(x + \delta x, y) - d_N(x, y)] + \text{sen}\theta [d_T(x + \delta x, y) - d_T(x, y)] \right\} \quad (3.4.28)$$

con d_T y d_N las componentes del desplazamiento en el plano (dirección x) y fuera del plano respectivamente. Si x es pequeño, los desplazamientos relativos pueden ser aproximados por las derivadas de los desplazamientos, entonces

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ (1 + \cos\theta) \left[\frac{\partial d_N(x, y)}{\partial x} \right] + \text{sen}\theta \left[\frac{\partial d_T(x, y)}{\partial x} \right] \right\} \quad (3.4.29)$$

En conclusión, se ha mostrado que independiente del método de corrimiento que se utilice, la información del cambio de fase obtenida del interferograma está relacionada con la derivada del desplazamiento en la dirección del corrimiento.

3.5 Medida de desplazamientos tridimensionales usando una red de difracción.

El experimento de Burch y Tokarski^[3.5] ha sido el inicio de un conjunto de aplicaciones del speckle a la metrología. Desafortunadamente, es solamente apropiado para mediciones de desplazamientos perpendiculares al eje óptico, esto es en el plano. Para mediciones de desplazamientos a lo largo del eje óptico, y por lo tanto fuera del plano, las geometrías involucradas son mucho más complicadas^[3.27-3.28]. Lohman y Weigelt^[3.29] usan un método de correlación de speckle para el mismo propósito pero esta restringido a movimientos de cuerpo rígido. Para medir deformaciones locales en tres dimensiones se deben usar varios puntos de observación diferentes^[3.30]. En esta sección proponemos una técnica que demuestra que es posible medir deformaciones tridimensionales al adicionando una red de difracción al montaje experimental de Burch y Tokarski^[3.31].

3.5.1 Teoría.

La imagen de una fuente puntual producida por una lente y una red de difracción consiste de una imagen de la fuente en el orden cero y un conjunto de replicas de esta imagen a cada lado. Las posiciones de estas replicas para el primer orden difractado son obtenidas mediante simples aproximaciones de^[3.32]

$$d = \lambda f_o z_{34} \frac{\frac{z_{12}}{z_{23}}}{1 + \frac{z_{12}}{z_{23}}} = \lambda f_o \frac{z_{34} z_{32}}{z_{23} + z_{12}} \quad (3.5.1)$$

donde λ es la longitud de onda de la luz, f_o es la frecuencia de la red, y $z_{ij} = z_j - z_i$ son las distancias definidas en la figura 3.15.

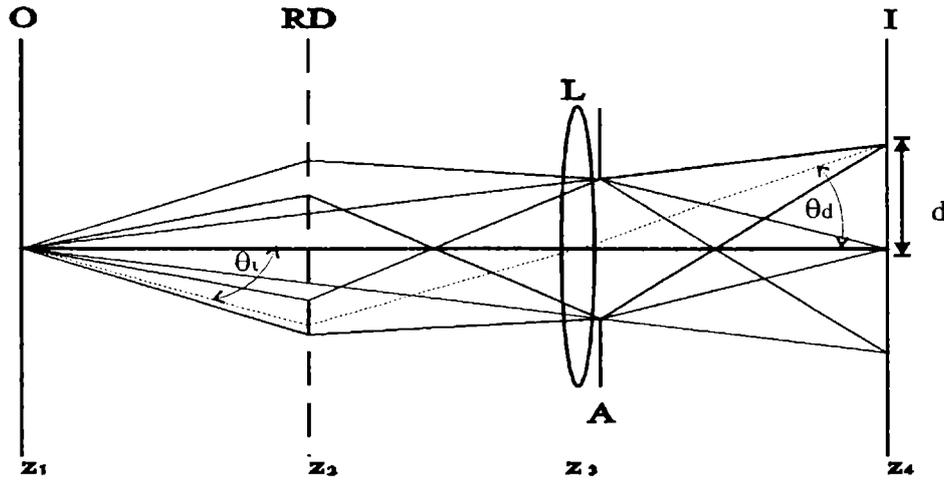


Figura 3.15 Imagen de una fuente puntual producida por una red de difracción y una lente.

De la figura 3.15 se puede ver que el rayo principal de un orden difractado intercepta la red RD formando un ángulo θ_i . El ángulo de difracción θ_d para este rayo está dado por la ecuación de la red con incidencia oblicua,

$$a(\sin \theta_d + \sin \theta_i) = m\lambda \quad (3.5.2)$$

donde a es el espaciado de la red (i.e., $a=1/f_o$) y m es el orden difractado ($m=1$, para el caso considerado). Por propagación del rayo principal a la imagen se puede observar que

$$\tan \theta_d = \frac{d}{z_{34}} = \frac{\lambda f_o z_{12}}{z_{12} + z_{23}} \quad (3.5.3)$$

Al reemplazar la ecuación (3.5.3) en (3.5.2) y operando se obtiene que

$$\theta_i = \sin^{-1} \left[\lambda f_o \left(1 - \frac{z_{12}}{\left[(z_{12} + z_{23})^2 + (\lambda f_o z_{12})^2 \right]^{1/2}} \right) \right] \quad (3.5.4)$$

El objeto es observado desde dos direcciones simétricas con respecto del eje óptico dado por la ecuación (3.5.4).

Cuando se forma la imagen de un objeto por este montaje, el conjunto de imágenes replicas constituyen pares estereoscópicos del objeto^[3.32].

Consideramos que el objeto sufre una deformación. El efecto de la red es entonces producir puntos adicionales de observación, cada replica puede ser analizada por separado para la misma deformación y además cada una dará información sobre la componente perpendicular a su dirección de observación.

En la figura 3.16, se muestra el montaje experimental de nuestra propuesta, donde se considera que el objeto O sufre una deformación. Ya que la red provee puntos de vista adicionales, en cada replica $(-1, 0, +1)$ se obtiene el experimento de Burch y Tokarsky para misma deformación. El par de puntos dibujados en cada replica representan un punto antes de la deformación y el mismo después de deformar el objeto.

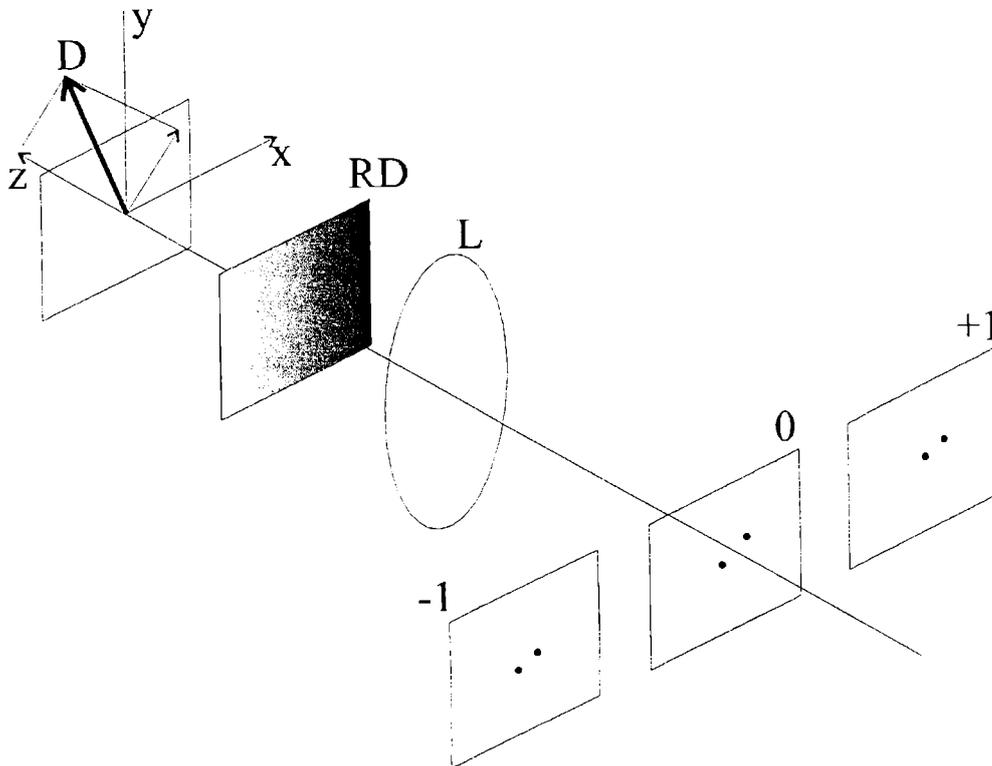


Figura 3.16 Montaje experimental: O , objeto; D , vector desplazamiento; RD , red de difracción; L , lente; $\pm 1, 0$, ordenes de difracción.

Si la longitud de correlación del speckle no ha sido excedida, el análisis combinado de tales imágenes determinará la descripción completa del vector deformación, excepto por el signo. El signo se pierde a causa de que el registro fotográfico no distingue entre los estados inicial y final como el clásico experimento de Burch.

Supongamos que la deformación local esta descrita por el vector D . Cuando están presentes las componentes fuera del plano del desplazamiento D , el hecho de que una lente realice una proyección de perspectiva central se vuelve importante, a causa de que la disposición de los pares de speckles observados dependen de todas las componentes del vector desplazamiento. Este efecto puede ser corregido tomando en consideración la matriz de proyección central^[3.33].

Consideraremos ahora la descripción formal de nuestro modelo. En la figura 3.16 un objeto puntual es observado a través de la pupila de entrada del sistema formador de imagen a lo largo de la dirección del vector unitario k . El desplazamiento de la imagen D_{im} que corresponde al desplazamiento del objeto D será

$$D_{im} = [P_{kn}]D \quad (3.5.5)$$

donde n es el vector unitario normal al plano imagen x,y , y $[P_{kn}]$ es la llamada matriz de proyección oblicua que proyecta el vector D sobre el plano normal a n a lo largo de la dirección definida por k . Siguiendo la aproximación de Stetson^[3.30, 3.33] dicha matriz de proyección se expresa como

$$[P_{nk}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -kx/kz \\ 0 & 1 & -ky/kz \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\tan\alpha \\ 0 & 1 & -\tan\beta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5.6)$$

donde α y β están definidos en la figura.3.17.

Cuando reemplazamos la matriz en la ec. (3.5.5) el resultado será

$$D_{im} = i(D_x - D_z \tan\alpha) + j(D_y - D_z \tan\beta). \quad (3.5.7)$$

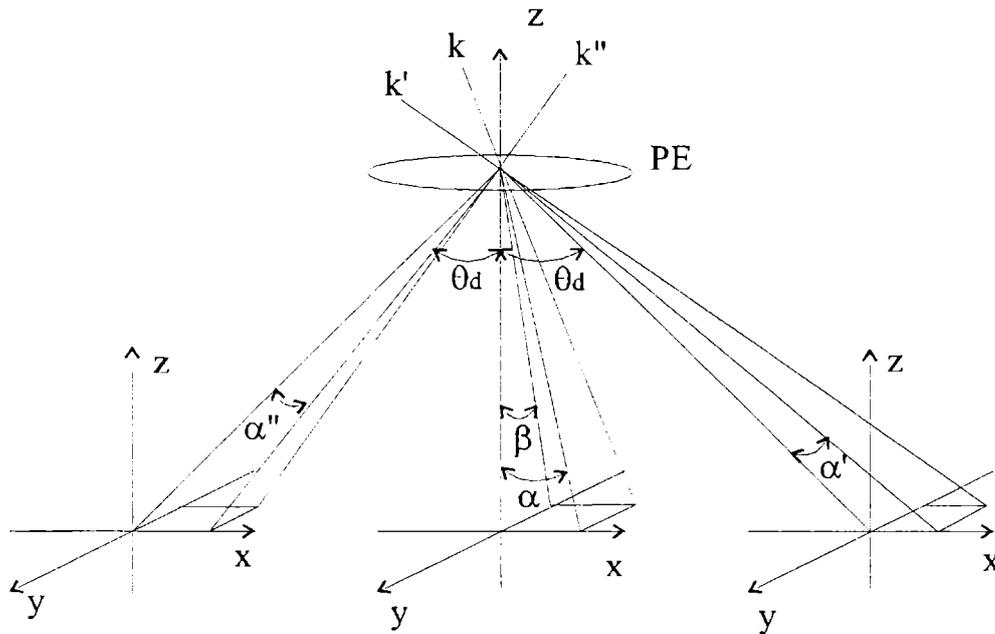


Figura 3.17 Notación para las matrices de proyección; PE pupila de entrada del sistema formador de imagen.

Considerando de nuevo la figura 3.15, se puede ver que los órdenes difractados actúan como cámaras adicionales que proveen puntos adicionales de observación, con la única diferencia de que la proyección central producida por la lente es oblicua, que puede ser descrita por

$$\left[P'_{nk} \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -k'_x/k'_z \\ 0 & 1 & -k'_y/k'_z \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\tan(\theta_d + \alpha') \\ 0 & 1 & -\tan\beta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5.8)$$

lo cual conduce a un D'_{im} :

$$D'_{im} = \mathbf{i}[D_x - D_z \tan(\theta_d + \alpha')] + \mathbf{j}(D_y - D_z \tan\beta) \quad (3.5.9)$$

donde α' está definida en la figura 3.17. Nótese que la componente \mathbf{j} no aporta nueva información.

El cálculo para el otro orden de difracción resulta en

$$D''_{im} = \mathbf{i}[D_x - D_z \tan(\theta_d - \alpha'')] + \mathbf{j}[D_y - D_z \tan\beta] \quad (3.5.10)$$

donde α'' está también definida en la figura 3.17.

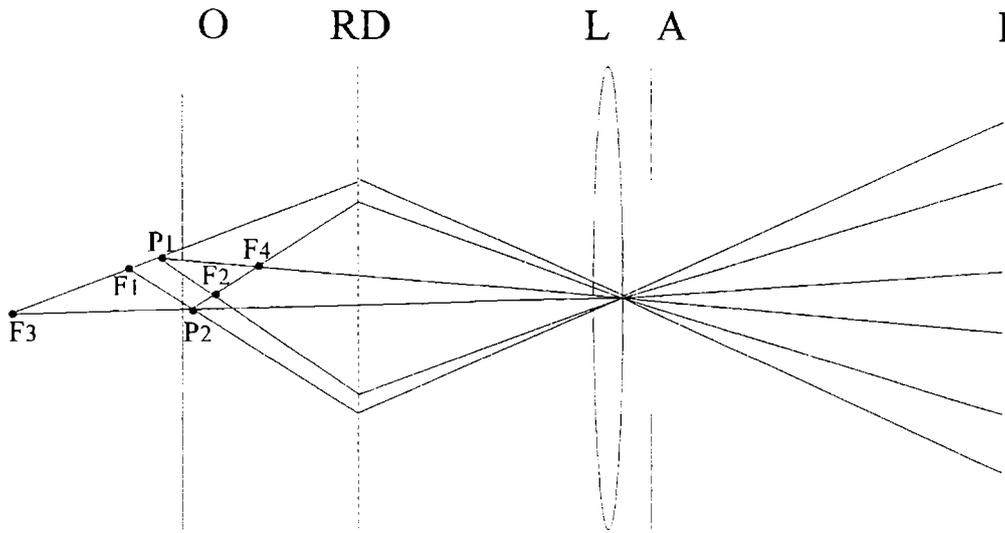


Figura 3.18 Dos puntos objeto P_1, P_2 , que corresponden a una deformación local. Al considerarla desde los tres ordenes difractados se obtienen F_1, F_2, F_3, F_4 , que son soluciones espurias producidas por la ambigüedad del signo.

Las tres componentes de D pueden, en principio, ser obtenidas con un conjunto de dos ecuaciones tales como ec.(3.5.7) y ec. (3.5.9), que corresponden a dos diferentes puntos de observación, por ejemplo los ordenes 0 y +1. De hecho, esto es posible si las componentes de D_{im} son completamente conocidas.

No obstante, en el experimento solamente se pueden determinar la magnitud de sus componentes x e y , pero no su orientación. Ello resulta del hecho de que, cuando solo se dispone de dos puntos de observación, existen dos soluciones diferentes que satisfacen ambas condiciones.

La figura 3.18 muestra los rayos principales producidos por una cierta deformación indicada por los puntos extremos P_1 y P_2 . Cuando se observa solamente desde dos puntos, estos rayos se interceptan en dos pares de puntos, P_1 y P_2 , F_1 y F_2 los cuales son los vértices de un romboide, cuyas dos diagonales son soluciones aceptables debido a que producen la misma proyección sobre las imágenes. El tercer punto de vista resuelve la ambigüedad, como se puede ver claramente en la figura 3.18. Ahora, solamente una diagonal es común a los tres romboides que se forman, la producida por la deformación P_1P_2 . Sin embargo, la ambigüedad del signo causada por los estados antes y después permanece sin resolverse.

Las componentes de D_{im} , D'_{im} , y D''_{im} se pueden medir en cada réplica, como es usual en el experimento de Burch. El espaciado de las franjas de Young producidas en el campo lejano cuando el registro se ilumina con un haz láser sin expandir será

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{\lambda L}{\left| (D_{im})_x \right|} \\ e_y &= \frac{\lambda L}{\left| (D_{im})_y \right|} \end{aligned} \quad (3.5.11)$$

donde e_x y e_y son los espaciados medidos en las direcciones x e y respectivamente, L es la distancia desde el registro fotográfico a la pantalla de observación. De las ecuaciones (3.5.7), (3.5.9), y (3.5.10) se pueden obtener D_x , D_y , y D_z . La técnica de mínimos cuadrados puede usarse si se consideran ordenes adicionales y permite mejorar la precisión de la medida.

Si el sistema formador de imagen es telecéntrico, o si la región de interés es lo suficientemente pequeña alrededor del eje óptico, la corrección debido a la proyección oblicua se puede despreciar; lo que simplifica considerablemente las ecuaciones. Si esto es así, entonces la imagen del orden cero será un clásico experimento de Burch en el plano y proporcionará información sobre las componentes D_x y D_y (ec.(3.5.11)). En las replicas de orden uno, el espaciado de las franjas será

$$\begin{aligned} e'_x &= \frac{\lambda L}{\left| (D'_{im})_x \right|} \\ e'_y &= \frac{\lambda L}{\left| (D'_{im})_y \right|} \end{aligned} \quad (3.5.12)$$

y habría un conjunto similar de ecuaciones para el orden difractado simétrico.

El valor $\left| (D'_{im})_x \right|$ está compuesto de dos términos:

$$\left| (D'_{im})_x \right| = \left| D_x \pm d_z \right| \quad (3.5.13)$$

donde d_z es la separación de las contribuciones de los speckles (siempre en la dirección x) causada por la componente de la deformación D_z . Dos diferentes posibles valores para d_z se pueden obtener de la ec.(3.5.13) como resultado de la ambigüedad de los signos.

Los valores de D_z se pueden obtener usando la ec. (3.5.1)

$$D_z = \frac{d_z (z_{12} + z_{23})^2}{\lambda f_o z_{34} z_{23} \left[1 - \frac{d_z (z_{12} + z_{23})}{\lambda f_o z_{34} z_{23}} \right]} \quad (3.5.14)$$

El análisis del orden difractado simétrico resuelve la ambigüedad. Si se siguen las expresiones anteriores y si la deformación es un movimiento puro en z , entonces no habrá franjas en la imagen del orden cero y las replicas simétricas exhibirán el mismo sistema de franjas.

3.5.2 Resultados experimentales.

Eligiendo los siguientes valores,

$$d_z = 5 \times 10^{-3} \text{ mm.}$$

$$z_{12} = z_{23} = z_{34}/2 = 50 \text{ mm}$$

$$\lambda = 0.632 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$f_o = 300 \text{ mm}^{-1}$$

Entonces, el D_z resultante es 5×10^{-2} mm.

Usualmente, el último término en los corchetes en la ec. (3.5.14) es muy pequeño ($\approx 10^{-2}$) y puede despreciarse. Por lo tanto, la ec. (3.5.14) se reduce a

$$D_z = \frac{d_z (z_{12} + z_{23})^2}{\lambda f_o z_{34} z_{23}} \quad (3.5.15)$$

Aquí, d_z debe ser más grande que el tamaño de un speckle y más pequeño que la longitud de correlación para que aparezcan franjas de Young en campo lejano.

El uso de la ec. (3.5.15) requiere de una medición precisa de las distancias z_{ij} involucradas. Algunas de ellas necesitan la localización de los planos principales del

sistema óptico. Una alternativa es determinar todas las constantes instrumentales de una vez, empleando el método para un movimiento bien calibrado.

Si se supone el caso en que $D_y=0$, hay cuatro posibles vectores para $|D_x|$ y $|D_z|$ dados. En las diferentes replicas de los ordenes difractados la distancia entre los puntos disminuye cuando el punto de observación que corresponde a la replica tiende a estar alineado con la dirección de deformación, y eventualmente colapsa si el punto de observación coincide exactamente con la dirección del vector D . En la figura 3.19, el sistema de franjas que corresponde al orden menos uno muestra un espaciado mayor que los otros. Esto indica que de todos los posibles vectores D , la dirección real de movimiento está más alineada con el punto de vista del orden menos uno que con los otros.

El efecto del movimiento sobre las distancias entre los puntos homólogos es diferente en el orden cero y los ordenes difractados. Mientras en el orden cero la distancia entre los puntos antes y después del movimiento depende solamente de la magnificación geométrica, en el orden difractado la componente z del movimiento es, para las condiciones típicamente experimentales, con muy poco magnificada.

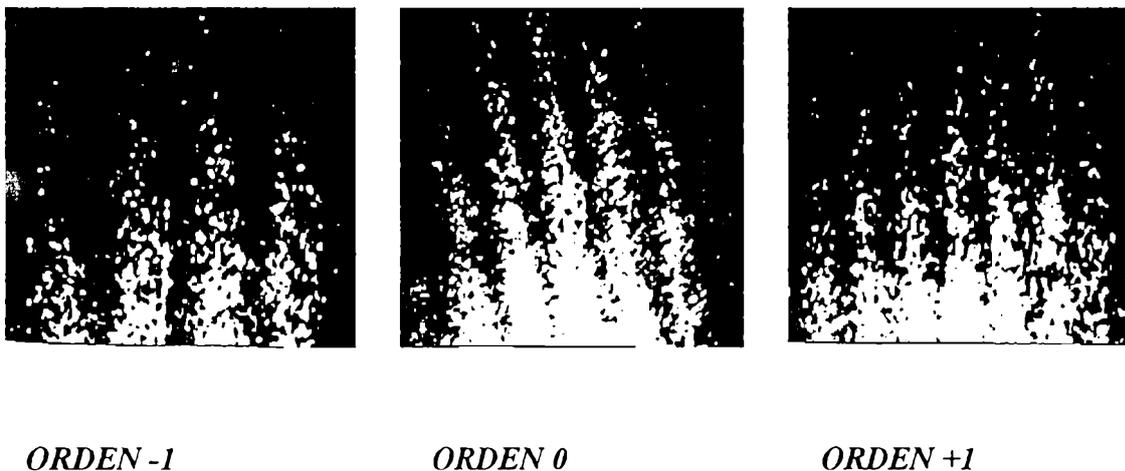


Figura 3.15. Resultado experimentales descritos en el texto.

3.6 Bibliografía

- [3.1] Erf, R. K. "Speckle Metrology" Academic Press, New York (1978), 331p
- [3.2] Jones, R., Wykes, C. "Holographic and speckle interferometry," Segunda edición, Cambridge University Press, New York (1989) 353p
- [3.3] Ennos, A. E. "Speckle interferometry," en Danty, J. C. (editor) Laser speckle and related phenomena. Springer Verlag, New York (1975) 203
- [3.4] Stetson, K. A. "A review of speckle photography and interferometry" Opt. Eng, **14**, (1975) 482
- [3.5] Burch, J., Tokarski, M. "Production of the multiple beam fringes from photographic scatterers;" Opt. Acta **15** (1968) 101
- [3.6] Yamaguchi, I. "Speckle displacement and decorrelation in the diffraction and image fields for small object deformation;" Opt. Acta **28** (1981) 1359
- [3.7] Goodman, J. W. "Statistical Optics," Wiley, New York (1985) 550p
- [3.8] Groh, G. "Engineering uses of laser-produced speckle patterns", *Symp. Eng. Uses Holography*, Cambridge Univ. Press (1970) 483
- [3.9] Leendertz, J. A. "Interferometric displacement measurement of scattering surfaces utilizing speckle effect," J. Phys. E (Sci. Instrum.), **3**, (1970) 214
- [3.10] Henao, R., Trivi, M., Medina, F. "Extensive parametric dependence of the speckle patterns maximum correlation degree;" Optik **102** (1996) 137
- [3.11] Chiang, F.P., Li, D.W. "Laws of laser speckle movement in space;" Opt. Eng. **25** (1986) 667
- [3.12] Hogert, E.N., Lunazzi, J.J., Gaggioli, N.G. "Visual speckle technique for alignment and centering of a traslucent rough surface;" App. Opt. **28** (1989) 722
- [3.13] Li, Q.B., Chiang, F.P. "Three-dimensional dimension of laser speckle;" Appl. Opt. **31** (1992) 6287

- [3.14] Khetan, R. P., Chiang, F.P. "Strain analysis by one-beam laser speckle interferometry, 1: single aperture method," *Appl. Opt.* **15** (1976) 2205
- [3.15] Yamaguchi, I. "Fringe formation in speckle photography," *J. Opt. Soc. Am.* **A1** (1984) 81
- [3.16] Archbold, E., J.M. Burch, A.E. Ennos. "Recording of in-plane surface displacement by double exposure speckle photography," *Opt. Acta* **17** (1970) 883
- [3.17] Duffy, D. E. "Moiré gauging of in-plane displacement using double aperture imaging," *Appl. Opt.* **11** (1972) 1778.
- [3.18] Duffy, D. E. "Measurement of surface displacement normal to the line of sight," *Exp. Mech.* **14** (1974) 378
- [3.19] Leendertz, J. A., Butters, J. N. "An image-shearing speckle-pattern interferometer for measuring bending moments," *J. Phys. E (Sci. Instrum.)* **6** (1973) 1107
- [3.20] Hung, Y. Y., Rowlands, R. E., Daniel, I. M. "A speckle-shearing interferometric technique: a full field strain-gage," *Appl. Opt.* **14** (1975) 618
- [3.21] Hariharan, P. "Speckle-Shearing Interferometry: a simple optical system," *Appl.* **14** (1975) 2563
- [3.22] Debrus, S., *Opt. Commun.* **20** (1977) 257
- [3.23] Hung, Y. Y., Liang, C. Y. "An image-shearing camera for direct measurement of surfaces strains," *Appl. Opt.* **18** (1979) 1046
- [3.24] Hung, Y. Y., Durrelli, J. "Simultaneous measurement of three displacement derivatives using a multiple image shearing interferometric camera," *J. Strain Analysis* **14** (1979) 81
- [3.25] Murty, R. K., Sirohi, R. S., Konthiyal, M. P. "Speckle shearing interferometry: a new method," *Appl. Opt.* **21** (1982) 2865
- [3.26] Rabal, H., Henao, R., Torroba, R. "Digital speckle pattern shearing interferometry using diffraction gratings," *Opt. Commun.* **126** (1996) 191

- [3.27] Mendez, J. A., Roblin, M. L. "Utilisation des franges d'interference en lumiere diffuse pour l'etude de l'etat de surface d'un diffuseur," *Opt. Commun.* **13** (1975) 142
- [3.28] Kumar, A., Singh, K. "Speckle photography of out plane motion: effect of multiple exposures in free space geometry of recording," *J. Opt. (Paris)* **21** (1990) 19
- [3.29] Weigelt, G. P. "Measurement of motion paths," en *Speckle Metrology*, R. K. Erf (editor), Academic Press, New York, (1978) pp. 167
- [3.30] Stenson, K. A. "Miscellaneous topics in speckle metrology," en *Speckle Metrology*, R. K. Erf (editor), Academic Press, New York, (1978) 310
- [3.31] Henao, R., Medina, F., Rabal, H., Trivi, M. "Three-dimensional speckle measurements with a diffraction grating," *Appl. Opt.* **32** (1993) 726
- [3.32] Trivi, M., Rabal, H. "Stereoscopic uses of diffraction gratings," *Appl. Opt.* **27** (1988) 1007
- [3.33] Stenson, K. A. "Use of projection matrices in hologram interferometry," *J. Opt. Soc. Am.* **69** (1979) 1705

Capítulo 4

Correlación digital de patrones de speckle

- 4.1 *Introducción*
 - 4.2 *Método digital de máscaras complementarias.*
 - 4.3 *Del ESPI al DSPI*
 - 4.4 *Configuraciones de DSPI*
 - 4.5 *DSPI con múltiples puntos de observación.*
 - 4.6 *Dependencia paramétrica de la visibilidad de las franjas de correlación.*
 - 4.7 *Interferometría digital por corrimiento*
 - 4.8 *DSPI sensible a la polarización.*
 - 4.9 *Visualización de la evolución temporal a través de DSPI.*
 - 4.10 *Bibliografía*
-

4. Correlación digital de patrones de speckle

El alto grado de desarrollo alcanzado por la tecnología de microprocesadores y de sensores de estado sólido en los últimos años ha conducido a la transformación de la detección y el procesamiento de señales en procesos digitales, con miras a lograr la mayor automatización posible. Cabe destacar que convertir un método analógico en digital no es un hecho trivial en la mayoría de los casos y conlleva un replanteamiento del método.

El fenómeno de speckle no ha sido ajeno a esta evolución. Durante los últimos años, los esfuerzos de muchos investigadores han hecho de las técnicas digitales de patrones de speckle una de las áreas más activas dentro de la óptica. Como era de esperarse, la implementación de métodos digitales para correlación de patrones de speckle se ha constituido en el fundamento de lo que podríamos denominar una metrología digital de speckle.

Iniciamos este capítulo con nuestro método digital de máscaras complementarias de speckle, que es la contraparte digital de la técnica propuesta por Groh para medir experimentalmente la correlación entre patrones de speckle. A continuación hacemos una revisión de los fundamentos y las configuraciones más usuales de la interferometría digital de patrones de speckle, conocida como DSPI; la cual combina el procesamiento en tiempo real con la flexibilidad de la manipulación por software.

Posteriormente, describimos, en la sección de DSPI con múltiples puntos de observación, la extensión digital de nuestro método para medir desplazamientos tridimensionales de patrones de speckle. Proseguimos con el estudio de la dependencia de la visibilidad de las franjas de DSPI con respecto a la rugosidad de la superficie y a

cambios en la dirección del haz de iluminación, el cual nos permite proponer una aplicación para la medición de pequeños ángulos de rotación. Discutimos además, nuestro interferómetro digital de corrimiento por red para patrones de speckle.

Seguidamente nos ocupamos de nuestro importantísimo descubrimiento del DSPI sensible al cambio en la dirección de polarización y por último, discutimos la técnica que desarrollamos para la visualización de la evolución temporal de patrones de speckle.

4.1 Introducción

Las técnicas fotográficas de registro poseen ciertas ventajas como alta sensibilidad, buena resolución y capacidad de retener la información registrada durante largos periodos sin que ésta se altere considerablemente. Por otro lado, la necesidad de utilizar procedimientos químicos para el revelado, constituye la principal desventaja de las técnicas fotográficas, convirtiéndolas en esencialmente lentas.

Algunos métodos alternativos, como la utilización de láminas termoplásticas o cristales fotorrefractivos han sido propuestos y utilizados en reemplazo de las técnicas fotográficas. Sin embargo, ninguno de ellos ha tenido un impacto tan importante en el desarrollo de la metrología óptica como el obtenido por el registro de los campos ópticos a través de cámaras de TV y su posterior procesamiento en un computador.

La metrología de speckle es una de las áreas que más se ha desarrollado con la implementación de las técnicas digitales. Mediante los patrones de speckle digitales se han logrado generar técnicas que tienen una enorme ventaja sobre sus equivalentes analógicas, ya que permiten su empleo en tiempo real y en la automatización de los procesos.

Al igual que en los métodos analógicos, en los digitales, la correlación de patrones de speckle es una operación común a todas las aproximaciones^[4.1]. Es por ello, que nuestro estudio del fenómeno de speckle nos llevó a ocuparnos de las características de la correlación digital. Dentro de este marco, implementamos un método digital de máscaras complementarias de patrones de speckle, que no es otra cosa que una medida del grado de correlación entre dos patrones de speckle digitales. Además, logramos desarrollos

importantes al estudiar la correlación de los patrones de speckles en presencia de un campo óptico de referencia, es decir, en interferometría digital, como se mostrará en las próximas secciones.

4.2 Método digital de máscaras complementarias de speckle

Las medidas de correlación dan el valor relativo de la similaridad de dos funciones, en el caso de la distribución del campo de speckle se trata la similitud del campo en cuestión antes y después de la deformación del objeto. La función óptica a ser correlacionada puede ser la intensidad o la amplitud y fase de la luz dispersada. La información así obtenida es el cambio que la deformación produce en el objeto.

El primer método a ser mencionado que usa el efecto de la correlación de speckle en metrología fue propuesto por Groh^[4.2]. En este método, descrito en la sección 3.2, se utiliza el patrón de speckle como máscara complementaria, lo que se define como el negativo del registro del patrón de speckle, el cual en la situación original es reposicionado para que actúe como una máscara o filtro para el patrón de speckle real. Leendertz^[4.3] mediante la adición de un haz de referencia al patrón de speckle, obtuvo una técnica de correlación de fase debido a la interferencia así producida. Este procesamiento produce un patrón de speckle que se repite así mismo para movimientos de la superficie igual a múltiplos de la longitud de onda. En esta sección desarrollaremos una aproximación digital al método de máscaras complementarias, la cual es muy útil cuando las observaciones son cualitativas y no se requiere de alta precisión^[4.4].

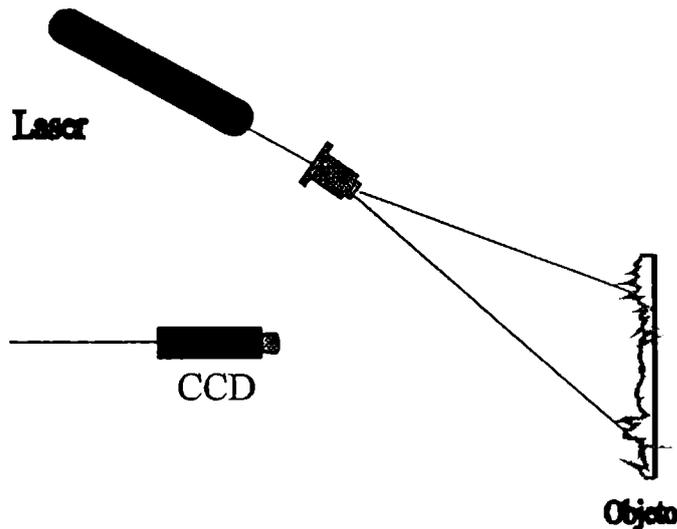


Figura 4.1 Montaje experimental

El montaje propuesto se muestra en la Figura 4.1. Un solo haz de luz coherente ilumina el objeto, el patrón de speckle generado se registra a través de una cámara CCD cuya magnificación y $\#f$ se eligen de tal forma que el tamaño promedio del grano speckle sea mayor que el tamaño del pixel de cámara, $11\mu\text{m} \times 11\mu\text{m}$, para nuestro caso el tamaño del grano fue de $23\mu\text{m}$. Las secuencias de imágenes se comparan mediante la sustracción de un estado de referencia, almacenado en la memoria de la computadora, con otro deformado. Esta operación muestra regiones oscuras en el monitor solamente si los speckles están correlacionados. Si la decorrelación ocurre como una consecuencia de la deformación del objeto, las regiones de decorrelación parcial o total aparecen como áreas grises o comparativamente más brillantes. Medidas locales calculadas sobre la imagen pueden mostrar si la decorrelación es parcial, esto es, si algunos speckles están parcialmente superpuestos, o si ellos están totalmente desplazados de sus posiciones originales. Una medida cuidadosa en condiciones controladas y movimientos precisos permite una interpretación semicuantitativa de las regiones de decorrelación parcial. Bajo decorrelación total de los speckles la correspondencia se pierde y no se pueden efectuar mediciones.

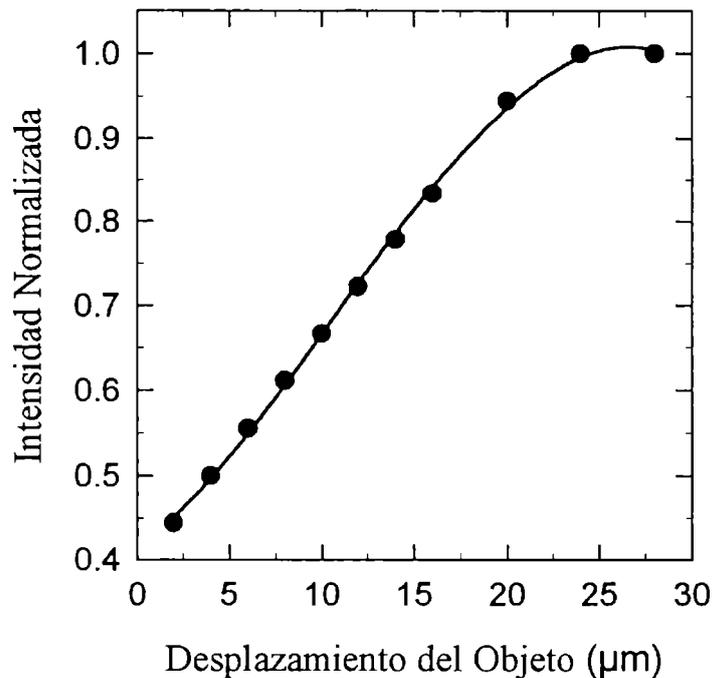


Figura 4.2 Curva de Transferencia Fotométrica

La Figura 4.2 muestra la curva de transferencia fotométrica obtenida por desplazamientos del objeto en el plano, montado sobre un motor paso a paso y midiéndose la intensidad media local para speckles parcialmente superpuestos obtenidos mediante la técnica que describimos arriba. Se puede ver en la gráfica, que la curva se satura cuando el desplazamiento sobrepasa el tamaño del grano de speckle. En este método asumimos que el proceso de deformación es lento comparado con el tiempo requerido entre dos cuadros sucesivos del sistema de adquisición de imágenes para que la operación de restado pueda ser realizada. Esta celda de resolución temporal está restringida a 0.08 s para el sistema que empleamos. Debe hacerse notar también que aunque la correlación del speckle de la primera imagen y la actual no es conmutativa, esto no necesariamente sucede entre cuadros vecinos. Esto indica que las imágenes vecinas temporalmente pueden ser comparadas y el resultado puede ser acumulado separadamente. Aún, se puede observar la evolución temporal del proceso de deformación en tiempo real comparando los cuadros actuales con otro fijo un tiempo antes.

En la evolución del proceso de deformación cuando la carga es localizada e incrementada, algunos speckles se desplazan y cambia su forma. Esto produce una región brillante que parece propagarse hacia fuera. En este contexto, se observa una característica interesante cuando la deformación es continua en el espacio, tal que cada punto en el estado no deformado está en correspondencia única con uno en el estado deformado. En esta circunstancia, una pequeña región oscura aparece en algunos lugares de las regiones brillantes, usualmente cerca del punto de aplicación de la carga. Este efecto es consecuencia del hecho de que algunos speckles se mueven en la dirección de observación y permanecen correlacionados hasta una cierta extensión, aún en el estado de desplazamiento. Este hecho puede ser explicado en términos del *Teorema del Punto Fijo de Brouwer*^[4.5], que establece "*Sea T una cierta región limitada y sea h una transformación continua desde T a T (esto es para cada punto P en T , $h(P)$ es otro punto en T). Entonces, h tiene un punto fijo, esto es, existe un punto Q en T tal que $h(Q)=Q$* ".

Sin embargo, aún si las condiciones de existencia son satisfechas, el punto fijo de Brouwer puede corresponder a una región del objeto no observada. El tamaño de la región fija cambia de un experimento al otro. Es la observación visual del objeto mientras la deformación ocurre la que revela la existencia del punto fijo.

Existe otro fenómeno, llamado imágenes Glass^[4.6], el cual está relacionado a la forma en que el sistema visual detecta las autocorrelaciones locales y las integra para formar una percepción global. Estas imágenes son arreglos de puntos aleatorios sobre los cuales se realizan transformaciones alrededor de un punto fijo. Las morfologías que emergen de estas operaciones indican la forma en que los cambios fueron introducidos. Adaptando este modelo a los patrones de speckle, podemos concluir que la dirección de los desplazamientos locales puede ser determinada por la técnica que proponemos simplemente siguiendo la "propagación" de las regiones oscuras.

Varios experimentos fueron llevados a cabo para poner a prueba nuestra propuesta. Las figuras 4.3. y 4.4. muestran dos ejemplos que usan una placa metálica anclada a la cual se le aplica por detrás una carga mecánica. En ambos casos se puede observar claramente el punto fijo.

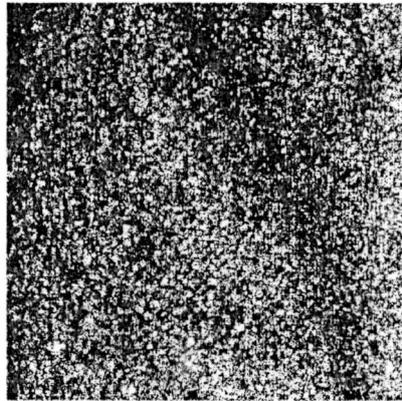


Figura 4.3. Punto fijo para una coma.

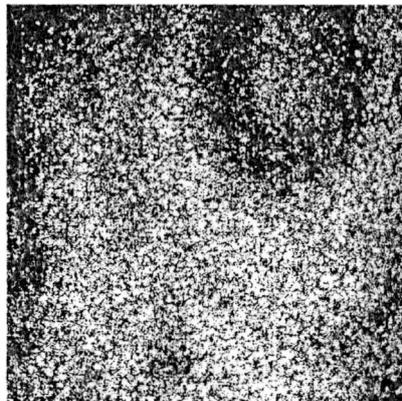


Figura 4.4. Punto fijo para un punto.

En conclusión, propusimos y verificamos experimentalmente una versión digital de un método de máscaras complementarias de speckle, basado en la correlación de intensidades de patrones de speckle producido por un objeto iluminado mediante un solo haz^[4,4]. Aunque no es altamente sensitivo, como esta basado sobre los desplazamientos del speckle, requiere menos estabilidad mecánica y puede ser implementado en condiciones de campo con pocos instrumentos. Es práctico para inspección comparativa de grandes estructuras.

4.3 De la interferometría electrónica a la interferometría digital de patrones de speckle.

En el intento de simplificar los procedimientos para aplicaciones metroológicas surge, a comienzos de los años 70 en la Universidad de Loughborough (Inglaterra) y en forma paralela en Stanford (USA), un cambio importante en la metrología speckle. Este es así cuando se reconoce la posibilidad de implementar las técnicas básicas de la Holografía Interferométrica utilizando un sistema de video en reemplazo del procesamiento fotográfico, y la factibilidad de procesar en forma electrónica las señales adquiridas ópticamente por dicho sistema de video. El principal objetivo de estos trabajos consistía en proveer sistemas rápidos (capaces de funcionar en régimen continuo o próximo a él) de análisis para la inspección de piezas "en línea", mientras éstas eran fabricadas.

La técnica resultante, que incluía un haz de referencia fijo, proveyendo así la sensibilidad interferométrica de la Holografía, surge entonces de la fusión y evolución de la Interferometría Speckle y la Holografía Interferométrica y fue denominada Interferometría Speckle Electrónica (Electronic Speckle Pattern Interferometry = ESPI, en el idioma original).

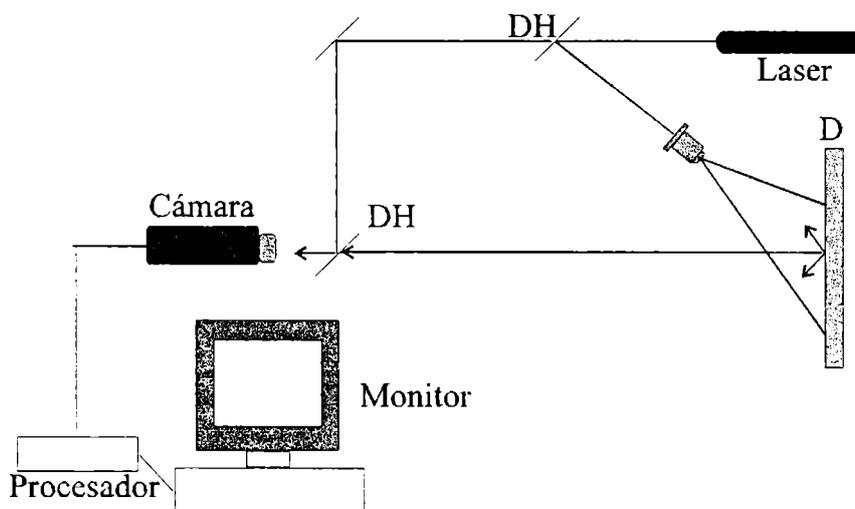


Figura 4.5 Montaje básico de ESPI

El esquema básico de los sistemas ESPI originales se muestra en la figura 4.5. El objeto a ser estudiado es iluminado por un haz láser convenientemente expandido y una imagen de dicho objeto es formada por el sistema óptico de una cámara de video sobre el elemento fotosensible de ella. Un haz de referencia es introducido por medio de un

divisor de haz de forma tal que su fuente efectiva se encuentre en el plano focal anterior del sistema óptico de la cámara; de este modo el haz de referencia llega al detector de la cámara en forma de una onda plana. El sistema estándar de detección lo constituye una cámara de vidicon o, actualmente, una cámara de estado sólido de CCD; el poder de resolución típico de ambas es de aproximadamente 500 elementos por línea. Por esta razón la pupila del sistema óptico no puede elegirse arbitrariamente grande, sino que debe reducirse de modo tal que el tamaño de los granos de speckle crezca hasta que éstos puedan ser resueltos por la cámara. De otro modo la señal en cada elemento corresponderá a un promedio sobre más de un grano de speckle, originándose así una pérdida en el contraste del diagrama. Tanto en un sistema vidicon como uno de CCD la señal luminosa recibida en un área elemental (un pixel en el caso de la cámara de CCD) es integrada durante el tiempo que el sistema electrónico demora en realizar un barrido completo de todo el detector, siendo este tiempo típicamente de 1/30seg. Las imágenes pueden ser actualizadas entonces muy rápidamente (a razón de 30 por segundo) pero, simultáneamente el tiempo máximo de exposición queda fijado en aproximadamente 33ms, de modo tal que el brillo de la superficie que se está examinando debe ser alto, para que la relación señal/ruido a la salida del detector sea apreciable. Este problema de la relación señal/ruido en los sistemas ESPI ha sido profundamente estudiado, entre otros autores, por C. Wykes^[4.7] quien encontró un valor máximo para esta relación cuando la apertura de la lente es tal que el diagrama de speckle está justo en el límite de ser completamente resuelto y cuando el cociente de las intensidades correspondientes a los haces objeto y referencia es tal que este último no supera en intensidad al primero por más de un factor de 1,7. Asimismo C. Wykes^[4.7] demostró que debido a los limitados rangos dinámicos de las cámaras, para evitar pérdidas de información causadas por la saturación del detector por excesiva iluminación, es necesario mantener valores de iluminación total tales que la intensidad media del haz objeto en el detector sea del orden del 15% del valor requerido para saturarlo. Este valor, aparentemente bajo, surge del hecho de que en un diagrama de speckle ocurren fuertes variaciones de intensidad, que pueden saturar localmente al detector de la cámara aún cuando, en promedio, la intensidad del haz objeto sea baja.

Finalmente, la señal proveniente de la cámara es amplificada y mostrada en un monitor. El paso importante reside en que, antes de que la señal alcance el monitor, puede ser procesada electrónicamente para mostrar finalmente el resultado de alguna operación deseada. En los sistemas ESPI que reemplazan a los sistemas de Interferometría Speckle con registro fotográfico, luego de que una imagen del estado inicial del objeto a analizar ha sido almacenada, las imágenes registradas a continuación son restadas punto a punto de la imagen inicial de referencia antes de que el resultado aparezca en el monitor, siguiendo siempre la idea original de Leendertz descrita en la sección 3.3. Si existe algún cambio de fase en porciones o puntos equivalentes de la imagen de referencia, respecto a la que es registrada en un determinado instante posterior (debido a que el objeto se corrió, se deformó o fue variada la dirección de iluminación del haz objeto) la resta de las dos imágenes dará, en estos puntos, un resultado variable según sea la magnitud del cambio de fase. Así, donde la fase haya variado múltiplos enteros de 2π radianes, los diagramas de speckle de ambas imágenes coincidirán y la resta dará un resultado nulo que aparecerá oscuro en el monitor. Para aquellas zonas donde el cambio de fase no resulte múltiplo de 2π radianes, la intensidad correspondiente en el monitor variará según sea el caso. La imagen del objeto en el monitor aparecerá entonces modulada por franjas que recorren zonas para las cuales se ha producido el mismo cambio de fase.

La interferometría digital de patrones de speckle (DSPI=Digital Speckle Pattern Interferometry) es una variación sobre el ESPI. En vez de registrar los patrones de speckle usando una cámara de televisión (TV) seguida por una electrónica y un monitor de televisión, en DSPI se utiliza una cámara de arreglo de diodos, y el almacenamiento y procesamiento de las imágenes se realiza digitalmente en una computadora auxiliar, dotada de un sistema dedicado de procesamiento de imágenes. La información almacenada digitalmente de las modificaciones requeridas se observa en un monitor de TV. Con los datos en forma digital se tiene más flexibilidad en su manejo. En este caso, la aplicación de técnicas de filtrado no-lineal permite mejorar el contraste de las franjas en casos en los que, por ejemplo, el tamaño medio de los granos de speckle es menor que

la resolución espacial de la cámara. La figura 4.6 muestra el diagrama de bloques del sistema digital de procesamiento usual en DSPI.

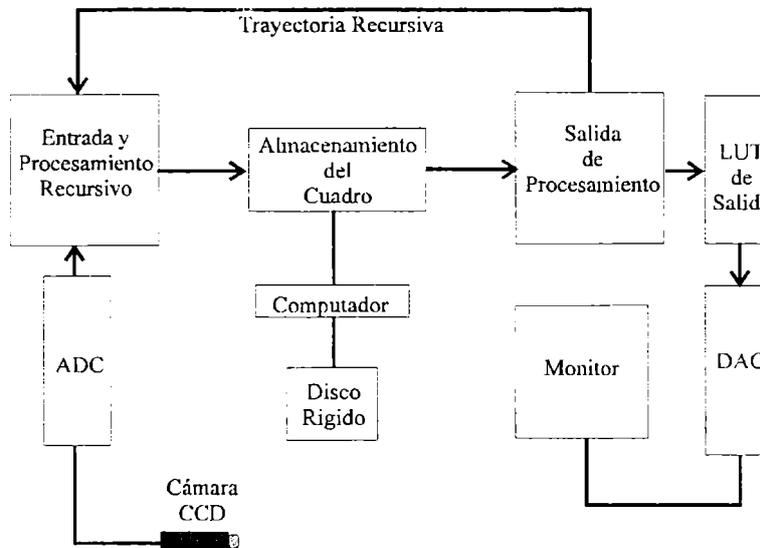


Figura 4.6 Representación mediante bloques de un sistema digital de procesamiento de imágenes usado en DSPI. Donde ADC es un convertidor análogo digital, DAC un convertidor digital análogo y LUT son las "Look Up Tables".

En lo que sigue se utilizará el término DSPI, a menos que razones históricas indiquen que la sigla ESPI es más adecuada.

4.3.1 Formación de franjas de correlación por substracción.

Sean I_1 y I_2 las intensidades registradas antes y después de que el cambio de fase $\delta(x,y)$ es introducido al modificarse el estado del objeto, con $I_o(x,y)$ la intensidad del haz que ilumina el objeto, $I_r(x,y)$ la intensidad del haz de referencia y $\phi(x,y)$ la fase aleatoria del speckle.

$$I_1(x,y,t_0) = I_o(x,y) + I_r(x,y) + 2\sqrt{I_o(x,y)I_r(x,y)} \cos \phi(x,y) \quad (4.3.1)$$

$$I_2(x,y,t) = I_o(x,y) + I_r(x,y) + 2\sqrt{I_o(x,y)I_r(x,y)} \cos(\phi(x,y) + \delta(x,y)) \quad (4.3.2)$$

Los dos primeros términos son conocidos como los términos de autointerferencia ya que relaciona la interferencia de cada haz en el interferómetro con el mismo, el tercer término es la interferencia cruzada entre los haces objeto y referencia. La modulación, contraste o visibilidad del patrón de speckle está dada por el modulo del término de la interferencia cruzada. Solamente este término da información concerniente a la cantidad

que está siendo medida, contenida en $\delta(x,y)$, tal que este puede ser considerado con el término señal $I_S(x,y,t)$ y los dos primeros términos el ruido, $I_R(x,y,t)$.

Si las señales de salida de cámara V_1 y V_2 son proporcionales a las intensidades de entrada producidas por la imagen, la resta estará dada por

$$\begin{aligned} V_R &= (V_1 - V_2) \propto (I_1(x,y) - I_2(x,y)) = 2\sqrt{I_o I_r} [\cos \phi(x,y) - \cos(\phi(x,y) + \delta(x,y))] \\ &= 4\sqrt{I_o I_r} \sin\left(\phi(x,y) + \frac{1}{2}\delta(x,y)\right) \sin\frac{1}{2}\delta(x,y) \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

Esta señal tiene valores negativos y positivos. El monitor de televisión mostrará las señales negativas como áreas oscuras, para eludir esta pérdida de señal, V_R es rectificada. El brillo B del monitor será entonces proporcional a $|V_R|$,

$$B = 4k \left[I_o I_r \sin^2\left(\phi + \frac{\delta}{2}\right) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.3.4)$$

donde k es una constante.

Las franjas obtenidas tienen forma idéntica a aquellas obtenidas cuando se usa la técnica de correlación fotográfica. Las franjas de DSPI no son franjas normales de interferencia, son franjas que representan el grado de correlación de los patrones de speckle, la figura 4.7 muestra un ejemplo de tales franjas. La información que da origen a estas franjas está contenida en la interferencia cruzada entre los haces objeto y referencia para cada patrón de speckle.

Se observa que el brillo B del monitor es máximo donde $\delta=(2n+1)\pi$ y mínimo donde $\delta=2n\pi$, figura 4.7. Debido a la substracción, todas aquellas áreas donde los speckles están correlacionados aparecerán oscuras.



Figura 4.7 Franjas de correlación producidas por sustracción.

El contraste o visibilidad de las franjas de correlación en el monitor esta usualmente definido como

$$C = \frac{B_{max} - B_{min}}{B_{max} + B_{min}} \quad (4.3.5)$$

idealmente el brillo mínimo debería ser cero, produciendo el contraste más alto posible. Pero como B_{max} es igual a la señal mas el ruido y B_{min} es igual al ruido, el contraste observado es menor que el ideal y se puede escribir como

$$C = \frac{S}{S + 2N} = \frac{\alpha}{\alpha + 2} \quad (4.3.6)$$

donde S representa la señal, N al ruido y $\alpha = S/N$ es la relación señal-ruido.

4.3.2 Franjas de correlación por adición.

En este método, el sensor de la cámara CCD se coloca de nuevo en el plano imagen del interferómetro y el objeto es iluminado mediante un láser doblemente pulsado, donde, por ejemplo, los intervalos pueden ir desde 1ms a 10 ms. Los dos pulsos del láser son disparados durante el barrido de un solo cuadro de TV y los dos patrones de speckle derivados de los dos estados del objeto son sumados sobre el sensor de la CCD. Las dos imágenes no necesitan ser superpuestas simultáneamente, ya que existe un tiempo de persistencia característico. El voltaje de salida de la cámara es proporcional a la suma de

las dos intensidades, si el tiempo de iluminación es menor que el tiempo apropiado. Por lo tanto, sumando los estados dados por la ecuaciones (4.3.1) y (4.3.2) se obtiene

$$V_A \propto 2(I_r + I_o) + 4\sqrt{I_r I_o} \cos\left(\phi + \frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\phi + \frac{\delta}{2}\right) \quad (4.3.5)$$

En este caso, el término $2(I_r + I_o)$ se suma al término de modulación de franjas, reduciendo la visibilidad y adicionando ruido óptico. Esto significa que, mediante el método de adición, el sistema de franjas tiene menor visibilidad que con el método de substracción. Sin embargo, la pequeña separación temporal entre los pulsos del láser, por ende entre los dos patrones de speckle, permite obtener franjas de correlación en condiciones ambientales extremadamente difíciles.

4.4 Medidas de desplazamientos con DSPI.

La forma y cantidad de las franjas de correlación depende del campo de desplazamientos (o deformaciones), la geometría del objeto y la configuración del montaje utilizado. El análisis de estas franjas permite la determinación del campo de desplazamientos involucrado.

A cada franja de correlación está asociado un número conocido como *orden de franja*. La función orden de franja $\mathfrak{F}(x,y)$ se define como

$$\mathfrak{F}(x,y) = \frac{\delta(x,y)}{2\pi} \quad (4.4.1)$$

donde $\delta(x,y)$ es el cambio de fase en el punto producido por una deformación en el objeto. Las franjas oscuras están siempre asociadas a ordenes de franja enteros. El vector de desplazamiento para cada punto puede ser relacionado con el orden.

4.4.1 DSPI con un solo haz de iluminación sobre el objeto.

Un montaje de DSPI con un solo haz de iluminación se observa en la figura 4.8. El objeto es iluminado con un solo haz láser. Un haz de referencia se envía hacia la cámara CCD usando un divisor de haz. El patrón de intensidad resultante debido a la

interferencia de ambos frentes de onda se adquiere a través de la cámara y luego se envía al sistema de procesamiento de imágenes.

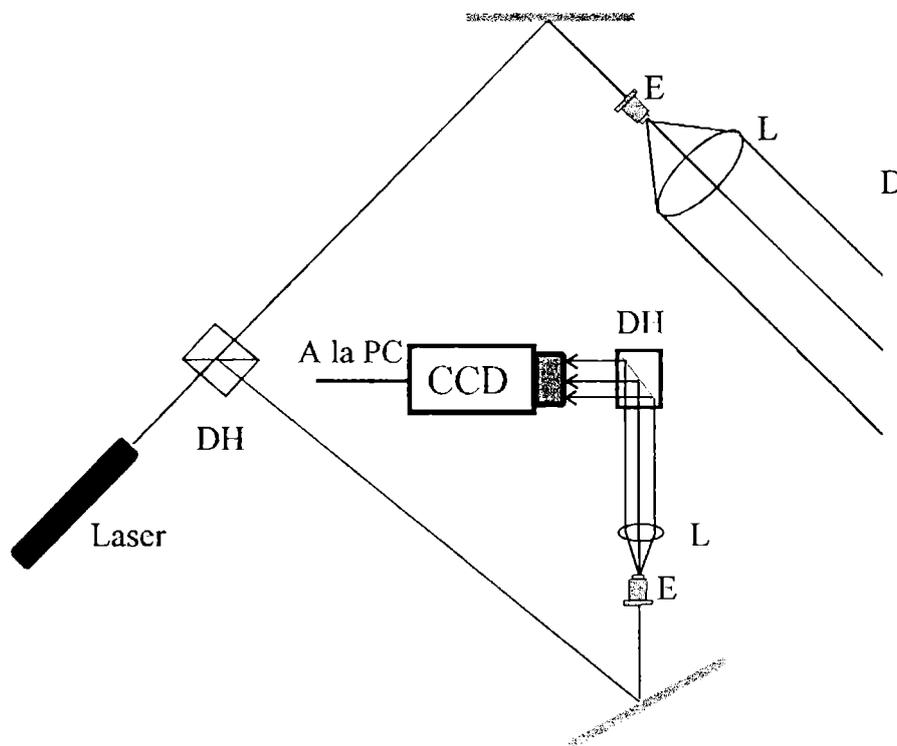


Figura 4.8 DSPI con un solo haz de iluminación sobre el objeto.

De acuerdo a las ecuaciones (4.3.3) y (4.3.4)

$$B = 4k \left[I_o I_r \sin^2 \left((\phi_r - \phi_o) + \frac{\delta}{2} \right) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.4.2)$$

donde ϕ_r y ϕ_o son las fases de los haces referencia y objeto respectivamente y $\delta = 2\pi\mathfrak{I}$ es el cambio de fase causado por el desplazamiento del objeto y donde el orden de franja \mathfrak{I} para este arreglo está dada por

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{d} = \lambda \mathfrak{I} \quad (4.4.3)$$

donde \mathbf{K} es el vector sensibilidad para esta geometría, figura 4.9, dado por

$$\mathbf{K} = \mathbf{n}_i + \mathbf{n}_o \quad (4.4.4)$$

con \mathbf{n}_i , \mathbf{n}_o vectores unitarios que apuntan desde el punto considerado en el objeto a los puntos de iluminación y de observación respectivamente, y $\mathbf{d} = d_x\mathbf{i} + d_y\mathbf{j} + d_z\mathbf{k}$ el vector desplazamiento.

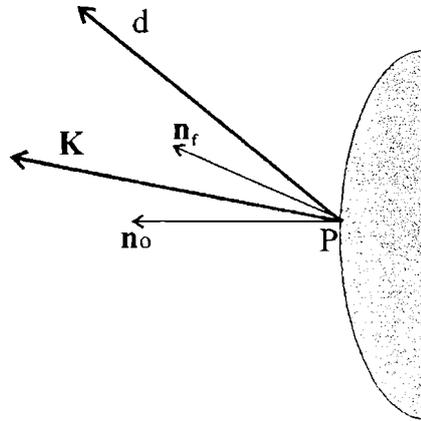


Figura 4.9 Vector sensibilidad para un solo haz de iluminación.

El producto escalar en la ec. (4.4.3) indica que el montaje es sensible a la componente del desplazamiento en la dirección del vector sensibilidad. La condición de máxima sensibilidad está dada cuando \mathbf{d} , \mathbf{n}_i y \mathbf{n}_o son colineales. Por lo tanto la ec.(4.4.3). se convierte en

$$2d = \lambda\mathfrak{S} \quad (4.4.5)$$

y el valor del desplazamiento se puede obtener simplemente multiplicando el orden de la franja por $\lambda/2$.

4.4.2 DSPI con doble haz de iluminación.

Se puede obtener un patrón de franjas de DSPI al iluminar la superficie del objeto con dos haces provenientes de un mismo láser, de tal forma que interfieren sobre el difusor D , el cual genera el diagrama de speckle. Según se puede apreciar en la figura 4.10, una cámara de CCD produce una imagen del difusor que es enviada en forma analógica al sistema de digitalización y procesamiento de imágenes. Las lentes L_1 y L_2 se ubican de tal modo que la luz emergente de los expansores E lo hacen en forma de ondas planas, Σ_1 y Σ_2 respectivamente, luego de pasar por ellas. No es por lo tanto necesario un haz de

referencia específico ya que cada fuente de iluminación puede tomarse como una iluminación de referencia para la otra fuente.

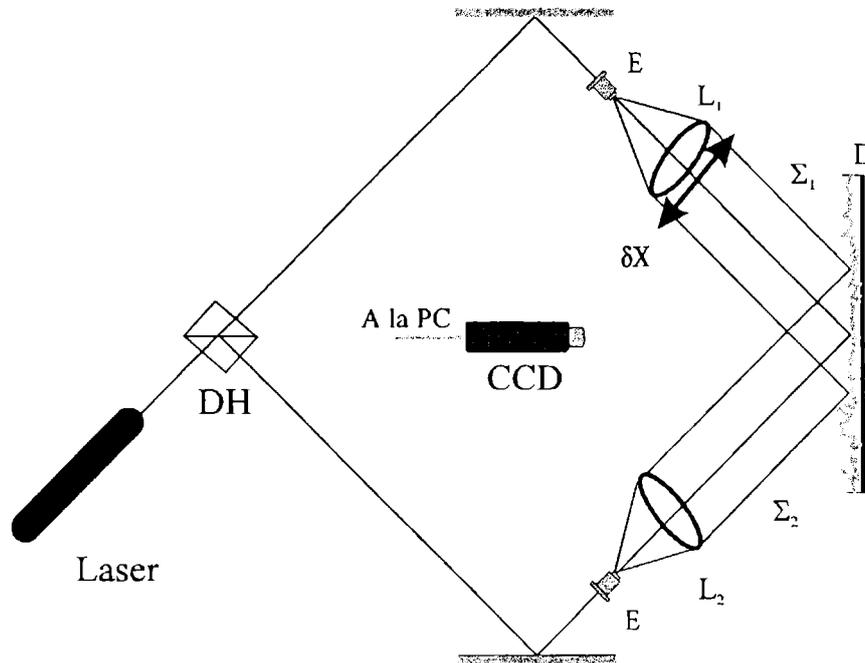


Figura 4.10 DSPI con doble haz de iluminación.

De nuevo

$$B = 4k \left[I_{\Sigma_1} I_{\Sigma_2} \sin^2 \left((\phi_1 - \phi_2) + \frac{\delta}{2} \right) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.4.6)$$

donde I_{Σ_1} e I_{Σ_2} son las intensidades para cada uno de los haces, ϕ_1 y ϕ_2 sus fases respectivas y $\delta = 2\pi\zeta$ es de nuevo el cambio de fase producido por el desplazamiento del objeto. El vector sensibilidad \mathbf{K} para este caso está dado por

$$\mathbf{K} = \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2 \quad (4.4.7)$$

donde \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_2 son los vectores unitarios centrados en que apuntan a los puntos de iluminación F_1 y F_2 respectivamente, figura 4.11. Ya que el vector sensibilidad para iluminación doble se calcula a partir de la diferencia de \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_2 , su dirección es usualmente paralela a la superficie del objeto. Por lo tanto, el DSPI con doble iluminación es el más conveniente para medir las componentes del desplazamiento en el plano.

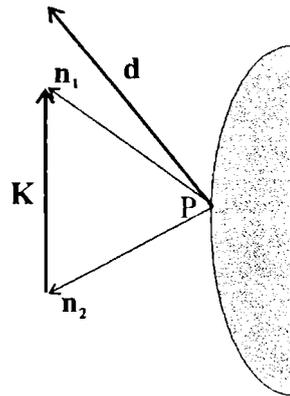


Figura 4.11 Vector sensibilidad para iluminación doble.

Franjas portadoras.

Franjas portadora lineales pueden introducirse fácilmente produciendo una inclinación en el haz de iluminación. A continuación se muestra una forma simple de producir dichas franjas y que ha sido utilizada en algunas de las técnicas presentadas más adelante.

La lente L_1 se monta sobre un sistema que permite desplazarla lateralmente en dirección perpendicular a la del haz Σ_1 . Los desplazamientos laterales, δx , son producidos por un motor paso a paso (de un desplazamiento mínimo de $2 \mu\text{m}$) y controlados con un sistema piezoeléctrico.

Con ayuda de la figura 4.12 puede observarse que un desplazamiento lateral de L_1 equivale a desplazar el punto focal del expansor (de donde emerge la luz), ubicado a su vez en el plano focal de la lente, en la misma cantidad pero en sentido contrario.

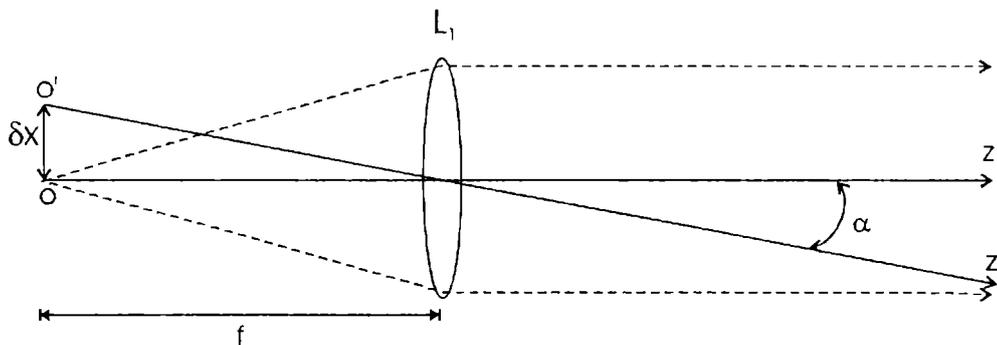


Figura 4.12 Representación esquemática del efecto de desplazar lateralmente una fuente puntual ubicada en el plano focal de una lente.

resultado de ello, la onda plana Σ_l , emergente de L_l , rota un ángulo $\alpha = \arctg(\delta x/f)$ respecto a su dirección original, siendo f la distancia focal de la lente L_l . Se obtiene así una nueva onda plana, que llamaremos Σ'_l . Esta rotación del haz Σ_l , identificado como "haz objeto" producirá sobre el difusor D un cambio de fase proporcional a dicha rotación y, por lo tanto el desplazamiento δx puede ser registrado por un sistema DSPI en forma de franjas de correlación, las cuales codifican dicho desplazamiento en su espaciado. Siguiendo el procedimiento que ya se explicó, luego de almacenar una primera imagen de D , se provoca un cambio de fase (en este caso desplazando lateralmente a L_l) y el nuevo diagrama de speckle generado por el difusor es registrado por la cámara, transmitido al procesador de imágenes y restado pixel a pixel del primero. El resultado, mostrado en módulo en el monitor de video son franjas de perfil cosenoidal que presentan zonas oscuras donde el cambio de fase resultó ser un múltiplo entero de 2π radianes.

De la figura 4.13 puede verse que si α_0 es el ángulo con que Σ_l incide sobre el difusor, entonces, luego de girar un ángulo α , la diferencia de camino óptico (DCO) entre Σ_l y Σ'_l (luego de la rotación) en algún punto del difusor puede expresarse como:

$$\text{DCO} = b - a = Z \sin(\alpha_0 + \alpha) - Z \sin \alpha_0, \quad (4.4.8)$$

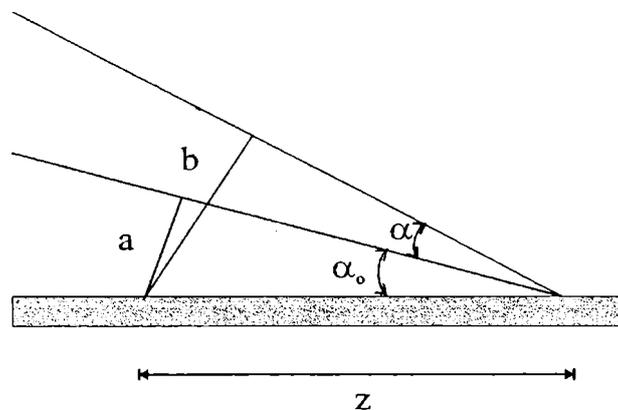


Figura 4.13 Diferencia de Camino Óptico para dos ondas planas que alcanzan una pantalla viajando en distintas direcciones.

siendo Z la distancia, medida sobre el plano del difusor, entre el punto en cuestión y el punto origen, donde ambos frentes de onda se cortan.

Más explícitamente, la ecuación (4.4.8) puede escribirse

$$\text{DCO} = Z (\text{sen } \alpha \cos \alpha_o + \cos \alpha \text{sen } \alpha_o) - Z \text{sen } \alpha_o . \quad (4.4.9)$$

Si el cociente $\delta x/f$ es pequeño, entonces lo es el ángulo α y, por lo tanto, puede considerarse $\cos \alpha \cong 1$ y $\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \delta x/f$.

Esta condición no es difícil de satisfacer, ya que la distancia focal de la lente puede elegirse suficientemente grande (del orden de 30 o 40 cm) y los desplazamientos que se desean medir son inferiores a un milímetro.

Luego, la DCO resulta:

$$\text{DCO} \cong Z \left[\frac{\delta x}{f} \cos \alpha_o \right] \quad (4.4.10)$$

si esta es igual a la longitud de onda λ de la luz con que se ilumina al difusor, entonces Z será igual al espaciado entre franjas d . Esto es,

$$\lambda = d \frac{\delta x}{f} \cos \alpha_o , \quad (4.4.11)$$

de donde, conocidos λ , f y α_o , puede obtenerse el valor del desplazamiento δx midiendo el espaciado d de la franjas. Este resulta:

$$\delta x = \frac{1}{d} \frac{\lambda f}{\cos \alpha_o} . \quad (4.4.12)$$

El valor de d puede obtenerse, por ejemplo, por aplicación de un algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (FFT) al sistema de franjas. Sin embargo, existen otras alternativas de evaluación de la interfranja d , menos complejas desde el punto de vista computacional, tal como el algoritmo basado en autocorrelación^[4.8].

4.5 DSPI con múltiples puntos de observación

Para determinación unívoca de un campo de deformación es necesario un mínimo de tres puntos de observación o de iluminación o combinaciones de ambos. Cada uno proporciona una ecuación que ha de ser resuelta para las componentes de la deformación. Se discute aquí una aproximación usando una única cámara y un solo punto de iluminación. Mediante la adición de redes de difracción se obtienen los puntos de observación adicionales^[4.9].

Usando dos redes de difracción cruzadas se producen simultáneamente los puntos de observación necesarios para procesar las franjas de DSPI con una sola cámara^[4.10].

El número mínimo requerido de puntos de observación o direcciones de iluminación depende de un conocimiento a priori del desplazamiento \mathbf{D} esperado, si está disponible, y del comportamiento del vector \mathbf{n}_i , vector unitario en la dirección de iluminación, sobre el objeto. Stetson^[4.10] ha analizado el caso de los números de puntos de observación requeridos con un solo haz de iluminación para la situación en que el vector \mathbf{n}_i se puede asumir constante sobre el objeto y cuando el vector sensibilidad cambia.

Un solo punto de observación es el caso usual en DSPI donde la correspondencia entre puntos homólogos se mantiene fácilmente. No obstante, si varios puntos de observación se encuentran disponibles sobre el mismo sensor CCD de la cámara se pueden realizar procesamientos, tales como los pasos de fase, para todas las imágenes al mismo tiempo.

De acuerdo con lo desarrollado en la sección 3.6 la imagen de una fuente puntual P producida por una lente y una red de difracción consiste de una imagen de orden cero de dicha fuente y un conjunto de replicas de ellas, como si viera desde diferentes puntos de observación. La posición angular de los puntos de observación esta descrita por la ecuación de la red de difracción, ec.(3.6.5), $a(\sin \theta_d + \sin \theta_i) = m\lambda$. Las imágenes de primer orden están localizadas en la dirección dada por la ec. (3.6.6) y la ec. (3.6.7). El objeto es observado desde muchas direcciones angulares que son simétricas con respecto al eje óptico de la lente.

Sean \mathbf{n}_{oj} los vectores desde P a los diferentes j puntos de observación. Los vectores \mathbf{n}_{oj} y el punto observado P están todos en un solo plano. Esto es así si el punto P no esta muy lejos del eje óptico. Por lo tanto estos vectores no constituyen una base en el espacio tridimensional.

Los \mathbf{K}_j vectores de sensibilidad son calculados al sumar los vectores \mathbf{n}_{oj} con el \mathbf{n}_i . Esto significa que existe una dirección del desplazamiento del objeto que no produce cualquier cambio de franja. La dirección de insensibilidad puede encontrarse como la perpendicular al plano determinado por los vectores sensibilidad. Esto es, por ejemplo, $(\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{oj}) \times (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{o2})$, donde \times denota el producto vectorial. Si se tiene algún conocimiento a priori de la deformación una sola red puede proporcionar suficientes imágenes para resolver la ecuación siguiente

$$\mathbf{K}_j \cdot \mathbf{d} = \lambda \mathfrak{I}_j \quad (4.5.1)$$

que se puede reescribir en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} K_{1x} & K_{1y} & K_{1z} \\ K_{2x} & K_{2y} & K_{2z} \\ K_{3x} & K_{3y} & K_{3z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathfrak{I}_1 \\ \mathfrak{I}_2 \\ \mathfrak{I}_3 \end{bmatrix} \quad (4.5.2)$$

El uso de dos redes de difracción cruzadas permite obtener un arreglo bidimensional de puntos de vista. Entonces, se puede elegir tres vectores sensibilidad tales que constituyan una base y que la ec.(4.5.1) pueda resolverse para las tres componentes de \mathbf{D} . Si se requiere una mayor precisión se pueden usar adicionalmente ordenes de imágenes redundantes para implementar el método de mínimos cuadrados para la solución de un sistema sobredeterminado de ecuaciones. Esto es equivalente al experimento con muchos puntos de iluminación y un solo punto de observación demostrado por Abramson^[4.11]. El tamaño angular de la red, como es observada desde el objetivo de la cámara, debe ser más grande que el tamaño angular de varias veces el objeto numero de replicas a ser usadas. Si se requiere mayor sensibilidad es necesario usar ordenes de difracción con mayor separación angular, pero el tamaño finito del sensor CCD de la cámara restringe

tanto el tamaño útil de la imagen, ya que ahora se debe incluir muchas imágenes donde antes solo se incluía una, como la separación angular máxima.

Los pasos de fase pueden ser realizados de manera usual en el haz de referencia y todas las imágenes difractadas pueden ser procesadas al mismo tiempo. Se puede establecer fácilmente la correspondencia entre puntos homólogos del objeto.

La figura 4.14 muestra el montaje experimental usado.

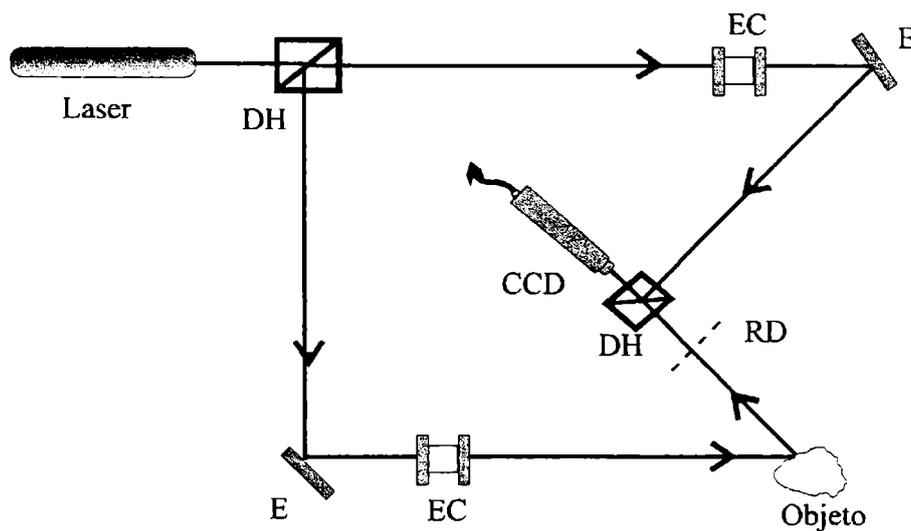


Figura 4.14 Interferómetro DSPI con múltiple puntos de observación. DH, divisor de haz; EC, expansor colimador; E, espejo; RD, red de difracción.

Como el sistema trabaja en el plano imagen, la corrección en los cálculos debe tener en cuenta para el análisis de los resultados la proyección central, usando las matrices de proyección del sistema formador de imagen de acuerdo con lo visto en la sección 3.6. Como se usan dos redes cruzadas, los puntos de observación pueden ser usados de tal forma que el sistema no sea insensible a cualquiera de las componentes de la deformación.

La figura 4.15 muestra los resultados experimentales obtenidos con el montaje descrito. Se observa la imagen de orden cero (arriba a la derecha), el primer orden de cada red (arriba a la izquierda y abajo a la derecha), y la imagen doblemente difractada (abajo a la derecha). El espejo del haz de referencia se inclinó para introducir un patrón de franjas finito y se le produjo un desplazamiento al objeto. Se puede ver claramente que cada imagen representa un patrón de franjas diferente.

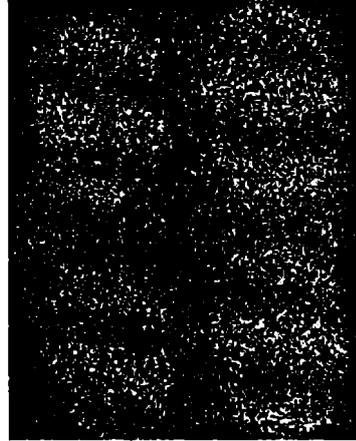


Figura 4.15 Resultados experimentales: imagen del orden cero (arriba a la derecha), el primer orden de cada red (arriba a la izquierda y abajo a la derecha), imagen doblemente difractada (abajo a la derecha).

La figura 4.16 muestra el caso de variación del índice de refracción, la localización de los ordenes de difracción es exactamente como en la figura anterior.

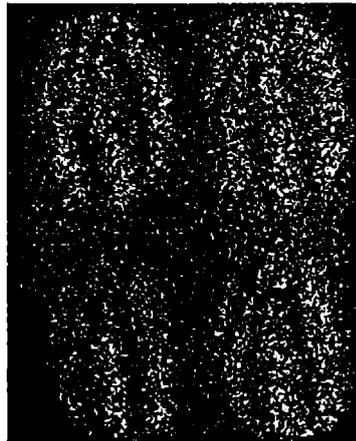


Figura 4.16. Cambio del índice de refracción.

4.6 Dependencia paramétrica de la visibilidad de las franjas.

4.6.1 Visibilidad vs rugosidad y ángulo de iluminación.

Las franjas de correlación de los patrones de speckle obtenidos de una superficie rugosa bajo diferentes ángulos de iluminación, contiene información acerca de la rugosidad. La ecuación que caracteriza dichas franjas esta dada por^[4.12]

$$\langle (I_2 - I_1)^2 \rangle = 2nA_o^2 \left\{ (n-1)A_o^2 [1 - \exp(-\xi^2 \sigma^2)] - A_R^2 [1 - \exp(-\xi^2 \sigma^2)] \right\} \quad (4.6.1)$$

donde σ es la rugosidad media cuadrática, A_o es la amplitud de la luz dispersada por un elemento dispersor, A_R es la amplitud del haz de referencia, n el número de dispersores que producen el patrón de speckle y ξ esta dado por la expresión

$$\xi = \frac{2\pi}{\lambda} [\cos \theta - \cos(\theta + \Delta\theta)] \approx \frac{2\pi}{\pi} \text{sen } \theta \cos \Delta\theta \quad (4.6.2)$$

con θ el ángulo de iluminación y $\Delta\theta$ las variaciones de dicho ángulo. Bajo la suposición que $nA_o^2 = A_S^2$ representa la intensidad total de la luz que proviene de la superficie y que A_R se puede elegir igual a A_S , se tiene que

$$\langle (I_2 - I_1)^2 \rangle = 2A_S \left[3 - \exp(-\xi^2 \sigma^2) - 2 \exp\left(-\frac{\xi^2 \sigma^2}{2}\right) \right] \quad (4.6.3)$$

Para determinar la visibilidad local V_L y su variación con respecto a $\Delta\theta$, se denota $\langle (I_2 - I_1)^2 \rangle = \langle I^2 \rangle$

$$V_L = \frac{\langle I^2 \rangle_{\max}^{1/2} - \langle I^2 \rangle_{\min}^{1/2}}{\langle I^2 \rangle_{\max}^{1/2} + \langle I^2 \rangle_{\min}^{1/2}} \quad (4.6.4)$$

En la práctica, esto es equivalente a medir la visibilidad local a través de un patrón de franjas que surgen a causa de la inclinación $\Delta\theta$ del haz de iluminación, definida por al ecuación

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (4.6.5)$$

donde I_{\max} e I_{\min} son valores de intensidades máximas y mínimas presente en el patrón, respectivamente. Para el caso de $\Delta\theta=0$, se tiene que $\langle(I_2 - I_1)^2\rangle = 0$ (no hay franjas presentes) y la ecuación se vuelve indefinida.

4.6.2 Medición de ángulos a través de cambios de la visibilidad de las franjas.

La medición óptica precisa de ángulos se realiza usualmente con autocolimadores^[4.13] o interferómetros^[4.14]. Otros métodos han sido propuestos, basados en el efecto de reflexión total interna^[4.15] o la reflexión por el objeto bajo inspección de un patrón de franjas de interferencia paralelas^[4.16]. Los autocolimadores son usados en alineación, con una precisión de aproximadamente 1 seg. de arco. Los interferómetros convencionales detectan la diferencia de camino óptico entre los dos haces y se codifica como franjas para obtener el ángulo de rotación del objeto. Dentro de la gran cantidad de configuraciones para interferómetros está el DSPI.

Como vimos anteriormente, la visibilidad de las franjas de correlación depende de la rugosidad de la superficie. La aproximación consiste en introducir una pequeña inclinación en la superficie, tal que se generan franjas de referencias, cuya medida de visibilidad está relacionada mediante simples cálculos a la rugosidad rms de la superficie dispersora. En este contexto, proponemos una alternativa para medir con precisión ángulos de rotación por medición de visibilidad de un patrón generado desde una superficie de rugosidad conocida, usando técnicas de DSPI^[4.17].

Para una rugosidad estándar de una superficie dada de una placa de prueba, obtenemos una curva de transferencia que muestra la visibilidad vs el ángulo de rotación. La placa de prueba se adhiere al objeto bajo inspección y la visibilidad de las franjas se obtiene después de la rotación del objeto. Con la ayuda de la curva de transferencia, se puede encontrar el ángulo correspondiente.

Se realizaron varias curvas de transferencia para diferentes rugosidades y datos experimentales. La rotación de la superficie se obtiene usando una montura accionada piezoelectricamente, los resultados obtenidos muestran una buena concordancia con lo esperado.

Usando de nuevo el montaje experimental descrito en la figura 4.10, se obtienen varias franjas de correlación de patrones de speckle por rotación del plano del objeto rugoso con respecto a su posición inicial, usada como referencia. El análisis de la visibilidad global usualmente conduce a la expresión (4.6.5). Los valores de visibilidad en el caso de las franjas de correlación de speckle están seriamente afectados por una estructura de fondo de granos gruesos. Las mediciones de visibilidad fueron llevadas a cabo usando un método, donde se mide la relación entre picos en el plano de Fourier^[4.18]. Si se realiza una transformada de Fourier del patrón mediante software, se puede observar un lóbulo central y lóbulos laterales asociados con las frecuencias espaciales de las franjas, mientras la contribución del speckle permanece como variaciones alrededor del lóbulo central por representar una estructura de baja frecuencia espacial relativa. La altura del lóbulo central es directamente proporcional a la visibilidad global del patrón original^[4.19]. De esta forma, se reduce la influencia del ruido de speckle y los errores en los datos de visibilidad permanecen debajo de 1.4%. Los resultados de las medidas de visibilidad se graficaron en la figura 4.17 como función del ángulo de rotación.

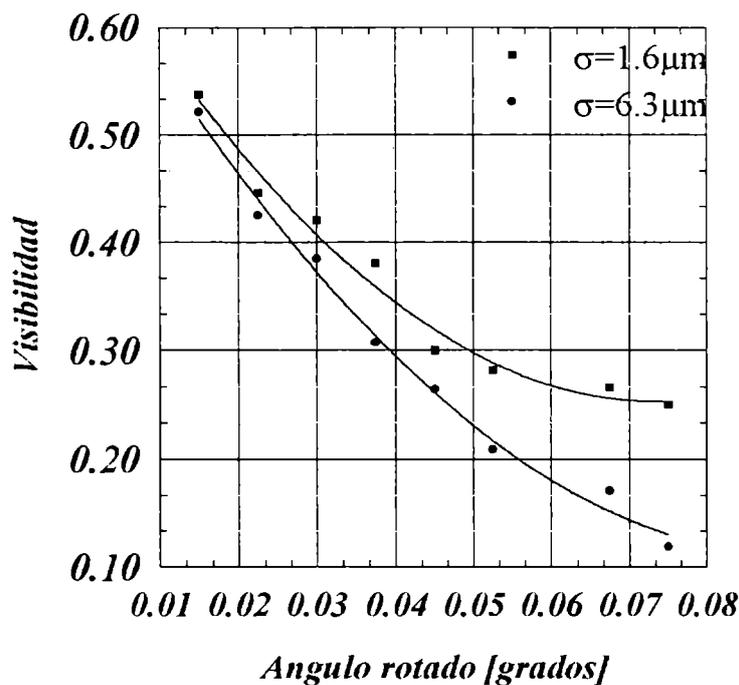


Figura 4.17 Curva de transferencia para dos superficies con valores rms de la rugosidad de $\sigma = 1.6 \mu\text{m}$ y $\sigma = 6.3 \mu\text{m}$.

Esta figura muestra los puntos experimentales obtenidos con sus correspondientes mejores ajustes para dos placas de pruebas, denominadas rugotest, con diferentes rugosidades. Como se esperaba, la superficie con mayor rugosidad induce más rápidamente la decorrelación de los patrones de speckle, resultando también en una caída rápida de la visibilidad de las franjas. De esta manera, la rugosidad de la superficie que será rotada, sirve para elegir el rango dinámico deseado y la resolución. Superficies suaves pueden ser rotadas para ángulos mas grandes antes de que la visibilidad encuentre un valor constante. Debido a esta pequeña caída de la visibilidad, se pueden resolver pequeños ángulos de rotación. De otra parte, la alta rugosidad hace que la visibilidad caiga mas rápido, reduciendo así el rango dinámico, pero incrementando la resolución.

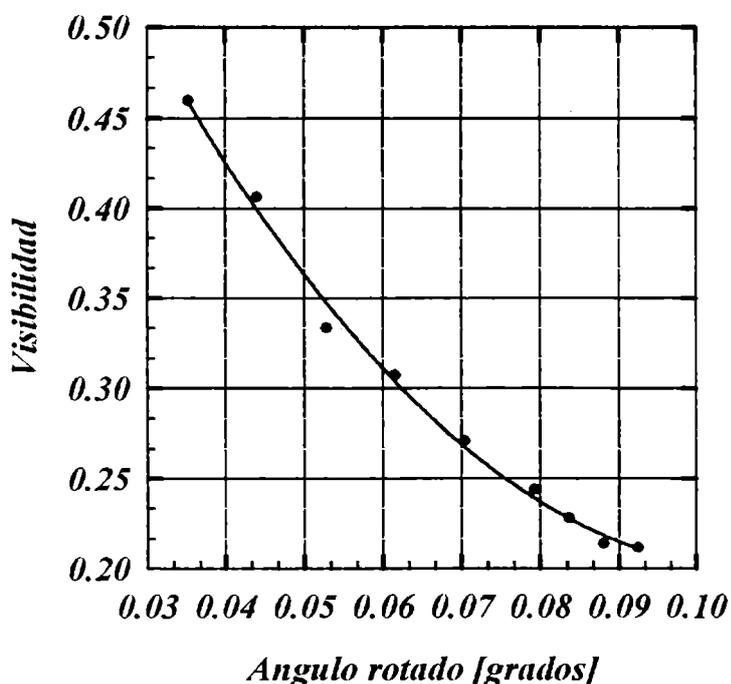


Figura 4.18 Curva de transferencia

Finalmente, probamos el método propuesto usando el mismo arreglo experimental de la figura 4.10, mediante el cual obtuvimos 13 puntos experimentales al producir rotaciones de la superficie de prueba a través del dispositivo piezoeléctrico. Usamos nueve de estos puntos para obtener la curva de visibilidad vs ángulo de rotación con mejor ajuste, esta será nuestra curva de transferencia y se muestra en la figura 4.18. Utilizamos los otros cuatro valores de visibilidad obtenidos para determinar cuatro valores de los ángulos de las correspondientes rotaciones (figura 4.18) y los comparamos

con los valores de los ángulos obtenidos del controlador del piezoeléctrico (PZT). Los resultados se muestran en la tabla 4.1. Se observa una buena concordancia de los datos, el error porcentual permanece por debajo del 1% en la mayoría de los casos.

- **Tabla 4.1** La tabla muestra los valores de los ángulos correspondientes obtenidos usando el valor de visibilidad obtenido para una rotación del objeto generada por el PZT.

Visibilidad	Angulo de fig 3 [grad]	Angulo de PZT [grad]	% Error
0.398	0.0463	0.0484	4.3
0.347	0.0550	0.0554	0.7
0.287	0.0686	0.0687	0.15
0.268	0.0737	0.0739	0.27

Como conclusión propusimos y verificamos experimentalmente un nuevo método para la medición de pequeñas rotaciones, la técnica se basa en la dependencia existente entre la visibilidad de las franjas de correlación de speckle y el ángulo de rotación. El rango de medición va desde unas pocas centésimas de grado hasta décimas de grado.

4.7 Interferometría digital de patrones de speckle por corrimiento.

Similarmente con su contraparte análoga en la interferometría digital de patrones de speckle por corrimiento, o sherografía digital, se superponen coherentemente dos imágenes desplazadas del patrón de speckle producido por la superficie en su estado inicial, resultando a través de la interferencia otro patrón de speckle^[4,19]. Los métodos mencionados en la sección 3.4.4 para producir el corrimiento pueden utilizarse también para implementar los interferómetros digitales por corrimiento.

Para una evaluación completa del frente de onda se requieren dos interferogramas con corrimientos ortogonales. Se asume que la distancia de corrimiento es mayor que la distancia de correlación del speckle. El corrimiento Δx de la imagen conduce a dos campos de onda casi colineales

$$u_1(x, y) = U_1(x, y) \exp[i\phi(x, y)] \quad (4.7.1)$$

con $\phi(x, y)$ la fase en el punto $P(x, y)$ y

$$u_2(x, y) = U_2(x, y) \exp[i\phi(x + \Delta x, y)] \quad (4.7.2)$$

con $\phi(x + \Delta x, y)$ la fase en el punto corrido $P(x + \Delta x, y)$

La intensidad del patrón de speckle resultante registrada por la cámara como imagen de referencia será

$$\begin{aligned} I_A(x, y) &= |u_1(x, y) + u_2(x, y)|^2 \\ &= I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos \phi_{12}(x, y) \end{aligned} \quad (4.7.3)$$

con una diferencia de fase estocástica $\phi_{12}(x, y) = \phi(x, y) - \phi(x + \Delta x, y)$

Al aplicar una carga que produce una deformación del objeto modifica ambos frentes de onda de la siguiente forma

$$u_3(x, y) = U_1(x, y) \exp[i(\phi(x, y) + \delta(x, y))] \quad (4.7.4)$$

con $\delta(x, y)$ el cambio de fase producido por la deformación en el punto $P(x, y)$

$$u_4(x, y) = U_2(x, y) \exp[i(\phi(x + \Delta x, y) + \delta(x + \Delta x, y))] \quad (4.7.6)$$

y $\delta(x+\Delta x, y)$ el cambio de fase en el punto corrido $P(x+\Delta x, y)$.

La intensidad registrada después de la deformación es

$$\begin{aligned}
 I_B(x, y) &= |u_3(x, y) + u_4(x, y)|^2 \\
 I_B(x, y) &= I_1(x, y) + I_2(x, y) \\
 &\quad + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos[\phi(x, y) + \delta(x, y) - \phi(x + \Delta x, y) - \delta(x + \Delta x, y)] \\
 &= I_1(x, y) + I_2(x, y) \\
 &\quad + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos[\phi_{12}(x, y) + \delta(x, y) - \delta(x + \Delta x, y)] \quad (4.7.7)
 \end{aligned}$$

La substracción de pixeles da

$$\begin{aligned}
 (I_A - I_B)(x, y) &= 4\sqrt{I_o(x, y)I_r(x, y)} \\
 &\quad \text{sen}\left[\phi_{12}(x, y) + \frac{\delta(x, y) - \delta(x + \Delta x, y)}{2}\right] \text{sen}\left(\frac{\delta(x, y) - \delta(x + \Delta x, y)}{2}\right) \quad (4.7.8)
 \end{aligned}$$

Expresando los cambios de fase $\delta(x, y)$ y $\delta(x+\Delta x, y)$ en términos del vector desplazamiento \mathbf{d} y del vector sensibilidad \mathbf{K} , a través de las ecs. (4.3.1) y (4.3.2)

$$\begin{aligned}
 \delta(x, y) &= \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{K}(x, y) \cdot \mathbf{d}(x, y) \\
 \delta(x + \Delta x, y) &= \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{K}(x + \Delta x, y) \cdot \mathbf{d}(x + \Delta x, y) \quad (4.7.9)
 \end{aligned}$$

de nuevo, $\mathbf{K} = \mathbf{n}_i + \mathbf{n}_o$, donde \mathbf{n}_i y \mathbf{n}_o son vectores unitarios en la dirección de iluminación y observación respectivamente. Si $\Delta\delta(x, y) = \delta(x, y) - \delta(x + \Delta x, y)$ la ec. (4.7.8) se puede reescribir como

$$\begin{aligned}
 (I_A - I_B)(x, y) &= 4\sqrt{I_o(x, y)I_r(x, y)} \\
 &\quad \text{sen}\left[\phi_{12}(x, y) + \frac{\Delta\delta(x, y)}{2}\right] \text{sen}\left(\frac{\Delta\delta(x, y)}{2}\right) \quad (4.7.10)
 \end{aligned}$$

donde $\Delta\delta(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda} [\mathbf{K}(x,y) \cdot \mathbf{d}(x,y) - \mathbf{K}(x+\Delta x,y) \cdot \mathbf{d}(x+\Delta x,y)]$, como el vector sensibilidad no depende del punto en consideración entonces,

$$\Delta\delta(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda} [\mathbf{d}(x,y) - \mathbf{d}(x+\Delta x,y)] \cdot \mathbf{K},$$
 que se puede expresar también como

$$\Delta\delta(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{[\mathbf{d}(x,y) - \mathbf{d}(x+\Delta x,y)]}{\Delta x} \cdot \mathbf{K} \Delta x \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial x} \cdot \mathbf{K} \Delta x \quad (4.7.11)$$

Si la dirección de observación es normal a la superficie, eje z, y el vector sensibilidad no tiene componente en y, $\Delta\delta(x,y)$ se puede expresar en término de

$$\Delta\delta(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[(1 + \cos\theta) \frac{\partial d_z}{\partial x} + \sin\theta \frac{\partial d_x}{\partial x} \right] \Delta x \quad (4.7.12)$$

donde θ es el ángulo entre las direcciones de iluminación y observación. El primer término dentro del corchete está relacionado con las derivadas para las componentes fuera del plano y el segundo término para la componente en el plano.

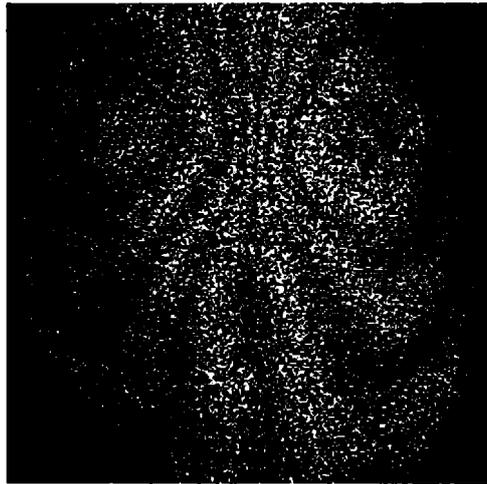


Figura 4.19 Franjas de correlación producidas en un interferómetro por corrimiento tipo Michelson para una carga puntual aplicada en el centro de una placa metálica.

Se observa que el brillo en el monitor es máximo donde $\Delta\delta(x,y) = (2n+1)\pi$ y mínimo donde $\Delta\delta(x,y) = 2n\pi$, con $n=0,1,2,\dots$; como es lo usual con las franjas de correlación. Se emplea un interferómetro tipo Michelson para producir el corrimiento, como se describió en 3.4.4, donde ahora en el plano imagen se encuentra el sensor de la cámara CCD que registran el patrón de speckle, para luego generar las franjas de

correlación de la manera usual. La figura 4.19 muestra el sistema de franjas, obtenido para esta configuración, generado por la aplicación de una carga sobre el centro de una placa metálica.

4.7.1 Interferometría digital patrones de speckle por corrimiento mediante una red de difracción.

Las redes de difracción han sido estudiadas ampliamente para diferentes propósitos. Los efectos Talbot^[4.20] y Lau^[4.21] son ejemplos de su uso en procesamiento análogo de imágenes y metrología óptica. También proveen varios puntos de observación espacialmente disjuntos de un objeto, y se han descrito las propiedades estereoscópicas de las imágenes replicas^[4.22]. Las redes de difracción de frecuencias altas, proporcionan puntos de observación ampliamente separados. Se demostró en interferometría de speckle que se obtiene una mejor señal-ruido si la imagen de speckle es modulada por una red^[4.23]. Se ha reportado un método de contorneado mediante un solo haz coherente^[4.24], que se basa en el uso de una red de difracción en el rayo de iluminación, cuya posición es modificada después de la adquisición del cuadro de referencia.

Todas estas técnicas permiten reducir el dispositivo de registro solamente a una cámara y un único sistema de iluminación. En este contexto de sistemas ópticos compactos, la "shearografía"^[4.19] aparece como una promisoriosa herramienta de prospección no destructiva.

Proponemos el uso de una red de difracción de baja frecuencia en frente de la cámara como elemento de corrimiento en arreglo de interferometría digital de speckle^[4.25]. Ella producirá la superposición de patrones de speckle tal que se suman speckles vecinos y el resultado se compara para antes y después de la deformación.

4.7.1.1 Análisis teórico.

Considerese la red justo enfrente del sistema óptico que forma la imagen del objeto. La función de punto extendido de dicho sistema consiste en un orden cero y muchas replicas. En el caso de las redes holográficas el número de replicas puede reducirse a dos. Si el objeto es rugoso, la imagen consistirá en la superposición coherente del espectro de cada speckle. Algunos speckles se superpondrán con las replicas producidas por speckles en la dirección de corrimiento.

Esta situación para el orden cero y +1 puede estar expresada en términos matemáticos por las ecuaciones (4.7.1) y (4.7.2) respectivamente, donde, con referencia en la figura 3.15, Δx es el corrimiento introducido en la dirección x por el arreglo de una lente y una red de difracción senusoidal, y está dado por^[4.26]

$$\Delta x = \lambda f z_{34} [(z_{12} / z_{23}) / (1 + (z_{12} / z_{23}))] \quad (4.7.13)$$

donde f es la frecuencia de la red, y $z_{ij} = z_i - z_j$ son distancia definidas en la figura 3.6.1.

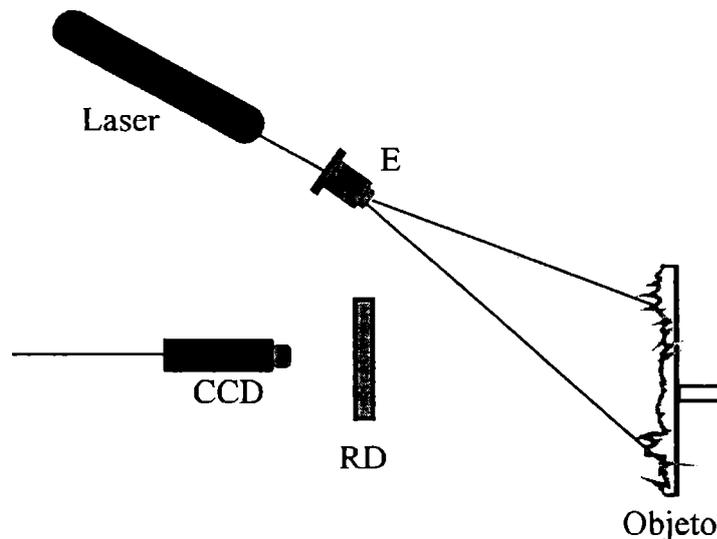


Figura 4.20 Montaje experimental para un interferómetro digital de patrones de speckle por corrimiento con red difracción. E expansor y RD red de difracción.

La diferencia de intensidades que muestra en el monitor de TV está dada por la ec. (4.7.8). Con $\Delta\delta(x,y)$ dada por la ec. (4.7.11) o (4.7.12) muestra que las franjas de correlación dan información de las derivadas del desplazamiento.

Cuando consideramos la interacción del orden cero y el orden -1 se forman expresiones similares, tal que la información se replica. Para el caso de los ordenes +1 y -1, el corrimiento es $2\Delta x$, dando lugar al mismo patrón de franjas pero con el doble de la frecuencia. En la práctica el contraste de este último sistema de franjas es muy bajo en comparación con el anterior y por lo tanto no constituye una fuente esencial de errores.

4.7.1.2 Resultados experimentales.

En nuestros experimentos se consideró solamente el caso de desplazamientos fuera del plano ($d_x=0$), encontrando que las franjas brillantes se forman cuando

$$\frac{\partial d_z}{\partial x} = \frac{\lambda(2n+1)}{2\Delta x(1+\cos\theta)} \quad (4.7.15)$$

donde n es un entero.

La red es del tipo holográfica, de fase de 8 líneas/mm registrada de tal forma que los ordenes cero y +1 son transmitidos. Esto elimina el ruido eventualmente generado por las combinaciones de los otros ordenes normales de difracción.

El montaje empleado se muestra en la figura 4.20. En un experimento se uso como objeto de prueba una placa metálica anclada a la cual se le aplicó por detrás en su centro una carga mecánica, cuyo resultado se observa en la figura 4.21 y representa el mismo caso de la figura 4.19.

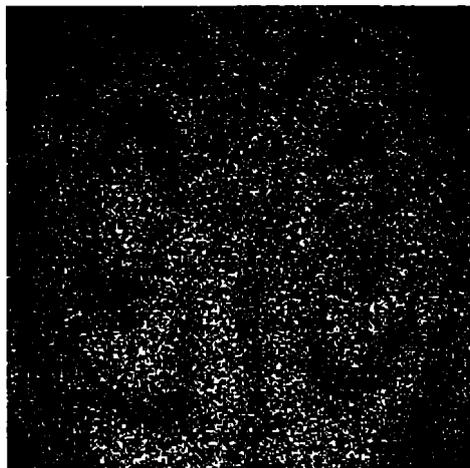
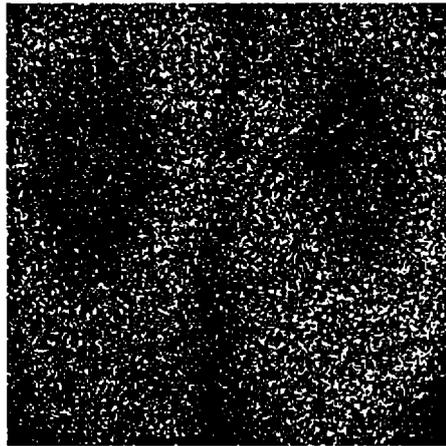
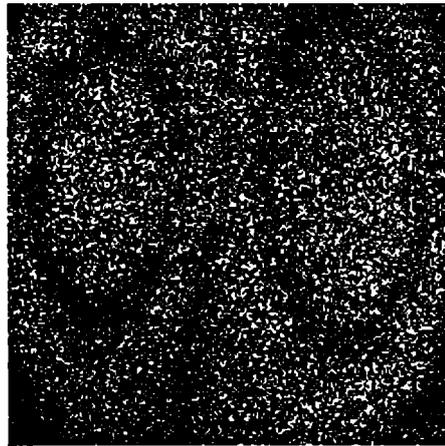


Figura 4.21 Franjas de corrimiento a lo largo del eje x (horizontal) para una placa metálica anclada a la cual se le aplica una carga aplicada en su centro. Los contornos corresponden a las derivadas de los desplazamientos fuera del plano a lo largo del eje

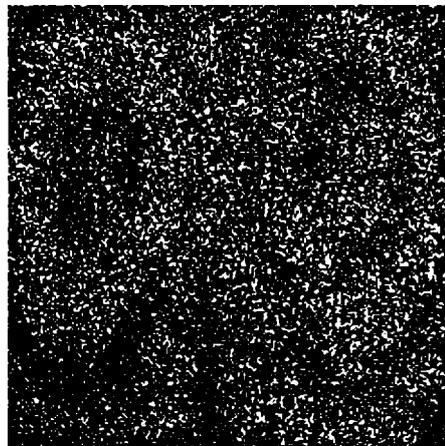
x .



(a)



(b)



(c)

Figura 4.22 Secuencia que muestra el efecto en diferentes instantes de una fuente térmica puntual aplicada en el centro de la placa metálica.

La secuencia en las figuras 4.22.a-4.22.c muestra la misma placa, calentada en el centro con la punta de un soldador, para diferentes instantes. En este caso, los efectos de decorrelación debidos a la turbulencia del fenómeno de transferencia de calor son disminuidos. Sin embargo, los efectos de decorrelación de speckle son inherentes, ya que cada cuadro en DSPI muestra solo el estado actual del objeto comparado con el primer cuadro adquirido.

4.8 Interferometría digital de patrones de speckle sensible a la polarización.

Muchos procesos físicos involucran variaciones del estado de polarización de las ondas electromagnéticas. Se puede ganar mucha información a cerca de estos procesos al codificar dichas variaciones para un análisis posterior. Dentro de este marco, los interferómetros de polarización son dispositivos útiles para tal codificación. Se encuentran ejemplos donde se visualiza variaciones de la birrefringencia^[4.27], la fijación de un interferómetro de muestreo de frente de onda^[4.28], patrones de moiré sensibles a la polarización^[4.29], interferómetros de Talbot^[4.30], etc.

El procesamiento análogo es la característica común de todas estas técnicas. La recolección de los datos puede ser realizada digitalmente, especialmente con la ayuda de la interferometría digital de speckle (DSPI). La visibilidad de las franjas de correlación depende de muchos parámetros, de los cuales se puede obtener información adicional, como por ejemplo la rugosidad de la superficie, como se discutió en la sección 4.6. En una publicación reciente^[4.31] se reportó un método para restaurar una visibilidad deteriorada cuando un cambio dinámico ocurre en el interferómetro digital. El control de la visibilidad es realizado por la variación del voltaje aplicado a un cristal BSO colocado en uno de los brazos del interferómetro. El efecto así inducido es una alteración de la polarización de la luz incidente sobre el cristal, el cual es responsable de las variaciones en la visibilidad de las franjas.

Estos hechos son una indicación de que el DSPI puede ser catalogado como un interferómetro sensible a la polarización. En esta sección estableceremos una dependencia de la visibilidad de las franjas de correlación con respecto a los cambios en la dirección de polarización de la luz de los haces del interferómetro^[4.32].

4.8.1 Aproximación teórica.

La representación de la luz polarizada puede realizarse de diferentes formas, en 1852 G.G. Stokes^[4.33] introdujo cuatro cantidades que son funciones observables de la onda electromagnética, conocidas como los parámetros de Stokes, en 1941 R. C. Jones^[4.34] desarrollo otra representación complementaria a la anterior. Estas dos formulaciones se pueden desarrollar por medio de métodos matriciales^[4.35].

Parámetros de Stokes.

Los parámetros de Stokes I, M, C, S son cantidades que definen el estado de polarización de cualquier haz de luz utilizando seis valores de intensidad de acuerdo a las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}
 I &= I(0,0) + I(\pi/2,0) \\
 M &= I(0,0) - I(\pi/2,0) \\
 C &= I(\pi/4,0) - I(3\pi/4,0) \\
 S &= I(\pi/4,\pi/2) - I(3\pi/4,\pi/2)
 \end{aligned}
 \tag{4.8.1}$$

donde $I(\theta,\varepsilon)$ denota la intensidad de la luz con su vector campo eléctrico haciendo un ángulo θ con respecto al eje x cuando la componente y del campo está sujeta a un retardo ε con respecto a la componente x.

El grado de polarización \wp puede definirse mediante los parámetros de Stokes como

$$\wp = \frac{1}{I} \sqrt{M^2 + C^2 + S^2}
 \tag{4.8.2}$$

con $\wp = 1$ para luz completamente polarizada y $\wp = 0$ para no polarizada.

El juego de los parámetros de Stokes para una onda dada puede expresarse como un *vector*, más específicamente los parámetros (I,M,C,S) están arreglados en una forma denominada *vector columna S*.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix}
 \tag{4.8.3}$$

Los vectores de Jones.

El vector de Jones está definido como una matriz columna de dos filas que consiste de las componentes complejas del campo eléctrico en las direcciones x e y, cuya forma general es

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{bmatrix} \quad (4.8.4)$$

El vector de Jones tiene la ventaja frente al de Stokes en que representa la luz de fase y amplitud conocidas con un reducido número de parámetros, pero como contraparte no puede representar luz no polarizada o parcialmente polarizada. En la tabla 4.2 se observan los vectores de Jones y Stokes para algunos estados de polarización.

Tabla 4.2: Vectores de Jones y de Stokes para algunos estados de polarización típicos.

Estado de polarización	Vector de Jones	Vector de Stokes.
Linealmente polarizada en dirección x	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Linealmente polarizada, en la dirección y .	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Circularmente polarizada a derecha.	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Circularmente polarizada a izquierda.	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Cuando la luz pasa a través de algunos dispositivos, que actúan sobre la polarización de la onda, el estado de polarización a la salida es una función lineal del estado a la entrada. Si S_2 es el vector columna de Stokes a la salida y S_1 a la entrada, la relación lineal entre ellos se escribe como

$$S_2 = \mathbf{M} S_1 \quad (4.8.5)$$

donde M es una matriz 4×4 que caracteriza el dispositivo, conocida como matriz de Mueller^[4.36], si J_1 y J_2 son los vectores de Jones que describen las ondas de entrada y salida, se tiene entonces que

$$J_2 = T J_1 \tag{4.8.6}$$

donde T es una matriz 2×2 que describe el sistema conocido como la matriz de Jones. Cuando en vez de un solo dispositivo se considera un sistema complejo, la matriz que representa al conjunto del sistema óptico es obtenida multiplicando las diferentes matrices representativas, manteniendo el orden de los elementos ópticos y el estado de polarización de la luz transmitida se obtiene de multiplicar el vector que representa el haz incidente por la matriz global. La tabla 4.3 muestra la matrices de Jones y Mueller para algunos dispositivos.

Tabla 4.3: Matrices de Jones y de Mueller para algunos dispositivos de polarización.

Estado de polarización	Matriz de Jones	Matriz de Mueller.
Polarizador lineal polarizada en dirección x	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal, plano de polarización haciendo un ángulo θ con el eje x .	$\begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Retardador lineal de media onda con el eje rápido haciendo un ángulo θ .	$\begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 4\theta & \sin 4\theta & 0 \\ 0 & \sin 4\theta & -\cos 4\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
Retardador lineal de cuarto de onda con eje rápido en un ángulo de θ .	$\begin{bmatrix} \cos^2 \theta - i \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (i+1) \\ \cos \theta \sin \theta (i+1) & -i \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta & \cos 2\theta \\ 0 & \sin 2\theta & -\cos 2\theta & 0 \end{bmatrix}$

Consideraremos ahora un interferómetro de DSPI típico al cual se le ha adicionado en uno de sus brazos una placa de media onda, figura 4.23. Si los haces de cada uno de los brazos están polarizados linealmente en la dirección horizontal (eje x) la amplitud resultante sobre el objeto de acuerdo a la formulación de Jones es

$$[B_1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} A \exp(i\varphi_1) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} A \exp(i\varphi_2) \quad (4.8.7)$$

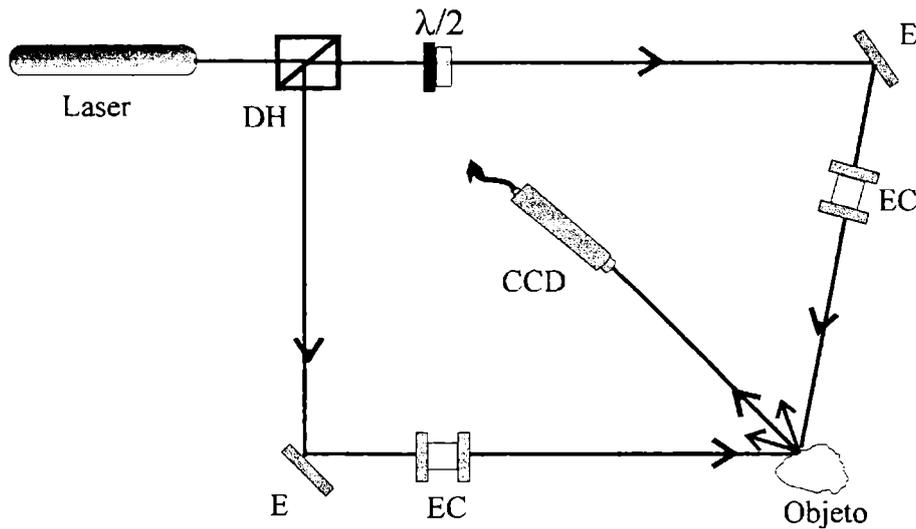


Figura 4.23. Interferómetro de DSPI con iluminación con un haz láser linealmente polarizado en la dirección horizontal. DH: divisor de haz, $\lambda/2$ lámina de media onda, EC: expansor colimador, E: espejo.

Por simplicidad, suponemos constante la amplitud compleja A en ambos brazos. La fase absoluta para cada rayo está expresada por φ_1 y φ_2 . También omitimos la dependencia explícita sobre las variables espaciales en los términos de amplitud y de fase.

La distribución de irradianza escalar del patrón de interferencia para ambos rayos es

$$I_1 = [B_1]^{*T} [B_1] \quad (4.8.8)$$

El superíndice * indica complejo conjugado y T indica la matriz transpuesta. Entonces, la intensidad resultante para la primera imagen guardada por el DSPI es

$$I_1 = 2|A|^2 (1 + \cos \varphi_{12}) \quad (4.8.9)$$

donde adoptamos la notación $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$.

Si rotamos ahora un ángulo θ la placa de media onda en el interferómetro, y al mismo tiempo introducimos un cambio de fase δ en el rayo, la amplitud puede ser expresada, bajo la notación de las matrices de Jones para una lámina retardadora de media onda como

$$[B_2] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} A \exp(i\varphi_1) + \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} A \exp(i(\varphi_{12} + \delta)) \quad (4.8.10)$$

o alternativamente

$$[B_2] = \begin{bmatrix} A \exp(i\varphi_1) + A \cos 2\theta \exp(i(\varphi_2 + \delta)) \\ -A \sin 2\theta \exp(i(\varphi_2 + \delta)) \end{bmatrix} \quad (4.8.11)$$

La intensidad escalar correspondiente para la imagen es

$$I_2 = [B_2]^{*T} [B_2] \quad (4.8.12)$$

consecuentemente

$$I_2 = 2|A|^2 [1 + \cos 2\theta \cos(\varphi_{12} - \delta)] \quad (4.8.13)$$

La substracción pixel a pixel entre I_1 e I_2 da la distribución de intensidad asociada con el conjunto de franjas de correlación del DSPI, representada matemáticamente, en este caso, como

$$|I_1 - I_2| = \left| 2|A|^2 [\cos \varphi_{12} - \cos 2\theta \cos(\varphi_{12} - \delta)] \right| \quad (4.8.14)$$

Primero se determinará la visibilidad local V_L y sus variaciones con respecto a θ . Si se usa $|I_1 - I_2| = \Delta I$, la visibilidad local está definida como

$$V_L(\theta) = \frac{\langle |\Delta I(\theta)|^2_{max} \rangle^{1/2} - \langle |\Delta I(\theta)|^2_{min} \rangle^{1/2}}{\langle |\Delta I(\theta)|^2_{max} \rangle^{1/2} + \langle |\Delta I(\theta)|^2_{min} \rangle^{1/2}} \quad (4.8.15)$$

donde $\langle \rangle$ denota promedio de ensamble.

En la práctica, esto es equivalente a medir la visibilidad global a través de un patrón de franjas producido por un cambio de fase δ , definida por la ec. (4.6.)

Usando la relación $\langle \cos \varphi_{12} \rangle = 0$ y $\langle \cos \varphi_{12} \cos(\varphi_{12} - \delta) \rangle = 1/2 \cos \delta$ bajo la suposición de la validez de la estadística gaussiana para los patrones de speckle (i.e fase uniformemente distribuida en el intervalo $[\pi, -\pi]$), se obtiene

$$V_L(\theta) = \frac{(1 + \cos \delta)^{1/2} - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2\theta - \cos 2\theta \cos \delta \right]^{1/2}}{(1 + \cos \delta)^{1/2} + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2\theta - \cos 2\theta \cos \delta \right]^{1/2}} \quad (4.8.16)$$

con $0^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$.

4.8.2 Resultados experimentales.

Se uso el montaje de la figura 4.23. Los cambios de fase fueron obtenidos por el desplazamiento lateral de uno de los expansores colimadores EC. Se usa la lamina de media onda $\lambda/2$ para producir rotaciones de la dirección de la polarización lineal de la luz incidente proveniente del láser. La medida de la visibilidad de las franjas fue llevada a cabo con la ayuda de un método digital indirecto, que ya utilizamos para obtener los valores de visibilidad en la sección 4.6.2. Del análisis de la ec. (4.8.16), cuando se introducen pocas franjas δ es pequeño y la visibilidad se reduce a $V_L(\theta) = \cos^2 \theta / 1 + \sin^2 \theta$. Esta situación se muestra en la figura 4.24. La línea continua representa la función visibilidad y los círculos valores medidos experimentalmente. Esto comprueba las suposiciones bajo las cuales dedujimos las expresiones mencionadas arriba.

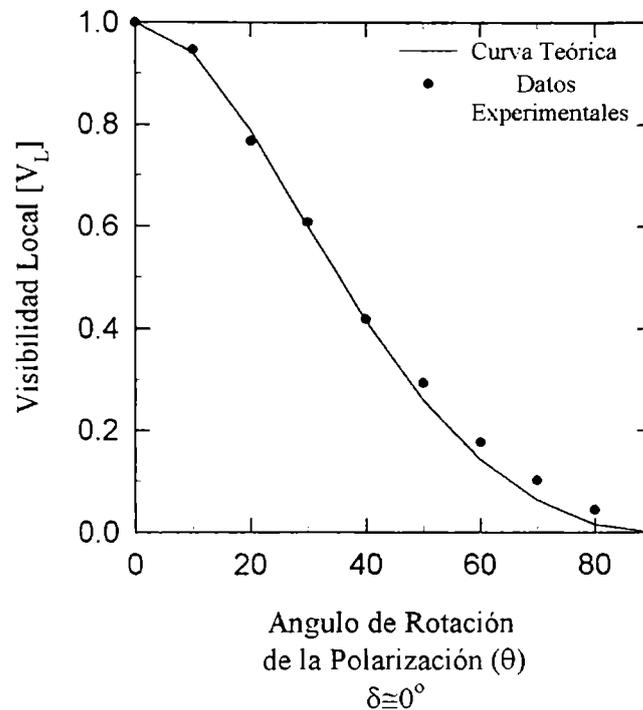
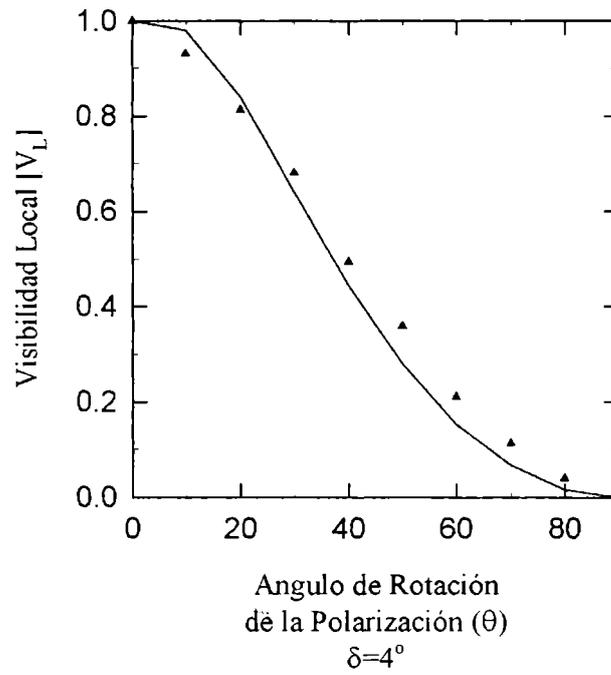
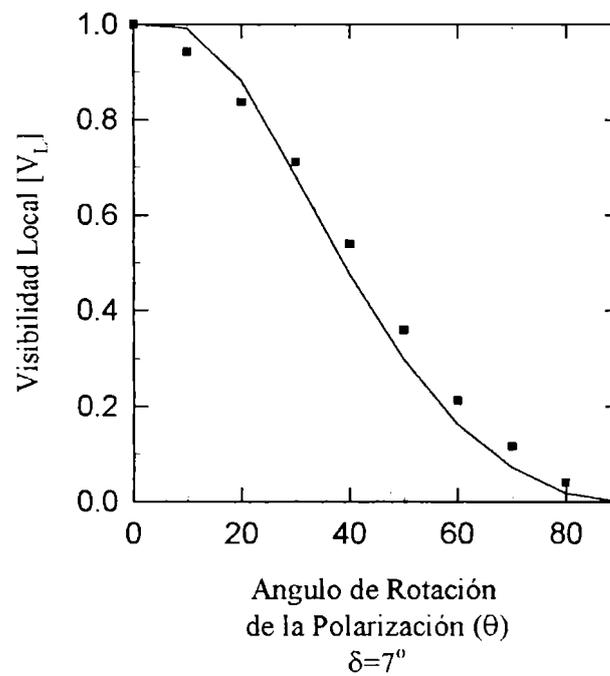


Figura 4.24 Gráfico de la visibilidad para valores teóricos y experimentales como función de la rotación de la polarización, y que corresponde a la aproximación de ángulos δ pequeños.

La figura 4.25 muestra dos curvas para diferentes valores de δ . Cabe destacar que el tamaño del speckle restringe el grado de correlación de tal forma que cuando una translación alcanza el diámetro de un speckle, la visibilidad de las franjas cae drásticamente. Por lo tanto en la práctica la fase δ puede estar solamente en un rango de unos pocos grados. La discrepancia al final de las curvas se debe al ruido de speckle el cual afecta la individualización de los picos de frecuencia en el espectro de Fourier del patrón de franjas. Sin embargo, una buena concordancia entre la teoría y los experimentos confirman nuestras predicciones.



(a)



(b)

Figura 4.25 Gráficos de visibilidad con la comparación entre la curva teórica y los datos experimentales para dos valores diferentes del parámetro δ .

Como conclusión de acuerdo a lo desarrollado en esta sección podemos establecer que la visibilidad de las franjas de DSPI es dependiente de la polarización. Esto nos permite visualizar una la gama de aplicaciones prácticas a través de la codificación estas variaciones en la visibilidad de las franjas, y de esta manera mediante su evaluación numérica generar resultados cuantitativos.

4.9 Visualización de la evolución temporal de patrones de speckle mediante DSPI.

A través de las franjas de correlación producidas en DSPI, se puede seguir la evolución temporal de una deformación a tiempo casi real en un monitor de TV. A medida que la deformación se incrementa, la pérdida de correlación deteriora la calidad de las franjas. La secuencia de los eventos se pierde, porque cada cuadro de TV muestra solamente la comparación del estado actual de un objeto con respecto a la primera imagen adquirida como referencia. Como una manera de salvar estas limitaciones del DSPI, cuando se consideran fenómenos dinámicos, desarrollamos una forma de visualización explícita de la evolución temporal de una región de la imagen completa. Esto puede ser de interés en el análisis para destacar las deformaciones máximas de un objeto o sus frecuencias de resonancia.

Consideramos las siguientes alternativas para construir una visualización espacio-temporal donde puede seguirse la evolución de las franjas y a la vez los efectos de decorrelación son disminuidos^[4.37-4.38]. Mientras una reducción cuantitativa de datos permanece casi sin cambios con respecto al DSPI ordinario, algunas medidas temporales pueden realizarse fácil y rápidamente.

4.9.1 Captura de la información.

Oulamara et al^[4.39] propusieron el uso de una técnica interesante para mostrar la evolución temporal de un patrón de speckle en el campo del biospeckle. El método propuesto usa una dimensión de la imagen de speckle para el espacio y otra para el tiempo. La imagen se construye de la siguiente manera: de la primera imagen adquirida por el procesador de imágenes, se toma una columna. Esta es la primera de un arreglo formado al almacenar la misma posición de columna tomada de cada cuadro de TV hasta que 512 columnas son colectadas, es decir, se forma un nuevo cuadro de TV. El intervalo entre la adquisición de columnas consecutivas es aproximadamente 0.08 segundos, lo cual representa la celda de resolución temporal. Esta imagen representa un arreglo de imágenes base (AIB) para el procesamiento posterior del fenómeno de dependencia temporal.

Para este propósito se usa un montaje de DSPI usual, como el se muestra en la figura 4.8

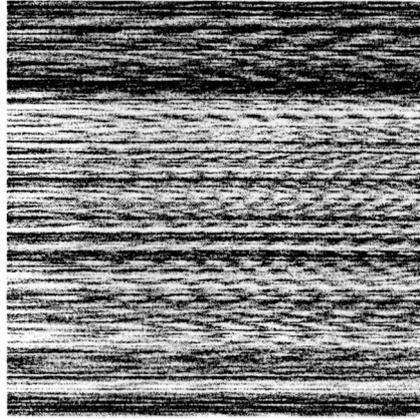


Figura 4.27 Ejemplo de una imagen AIB

4.9.2 Generación de franjas.

Se exploran dos maneras de visualizar la evolución temporal. El AIB es una colección de imágenes sucesivas que describen el fenómeno dependiente del tiempo para una posición fija. Cualquier columna se puede considerar como un estado de comparación y puede substraerse de las otras para mostrar el *locus* de decorrelación como franjas brillantes. Este procedimiento se denomina *operación de diferencia temporal* (ODT). Como en el DSPI usual, la ODT da origen a franjas de correlación, pero para una posición fija x y donde la variable es el tiempo t . Para fenómenos que varían lentamente, esto resulta en franjas de baja frecuencia. Sin embargo, la decorrelación produce un decrecimiento en la calidad de las franjas cuando el espaciamiento es comparable al tamaño del speckle.

Si se substraen columnas de la imagen AIB separadas por un intervalo Δt constante, el efecto de la decorrelación acumulada puede ser disminuido. Esta forma alternativa de visualización es llamada *operación de diferencia de intervalo constante* (ODIC). La diferencia con respecto a la ODT es que el intervalo temporal permanece constante en la ODIC. Cuando se substraen columnas consecutivas, se está simulando una aproximación por diferencias finitas de la primera derivada temporal y el speckle produce una imagen muy ruidosa. Una diferencia temporal mayor produce franjas de baja frecuencia de mayor calidad.

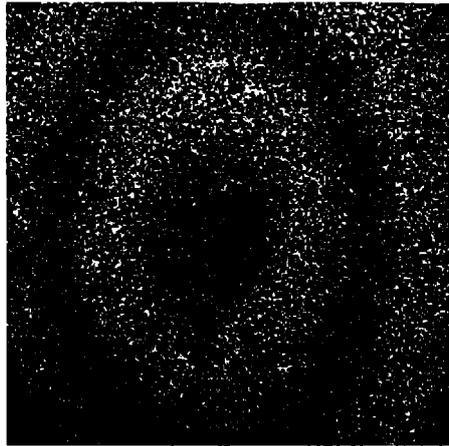
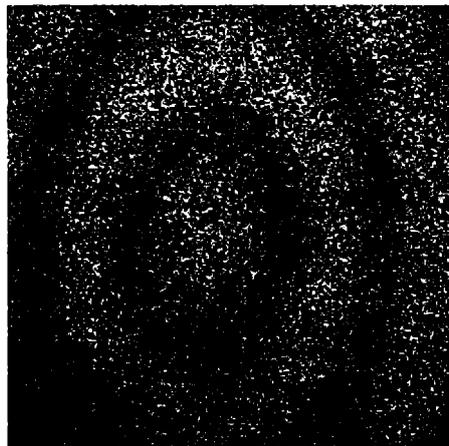
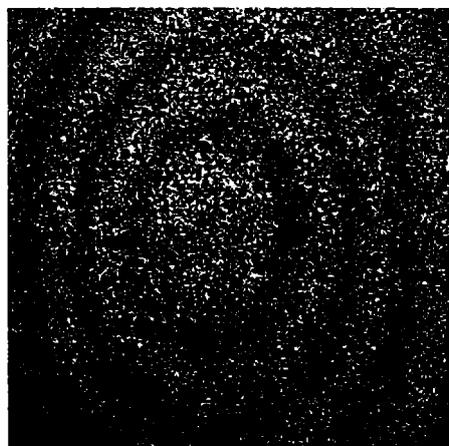
*(a)**(b)**(c)*

Figura 4.28 (a), (b) y (c) Franjas de DSPI normal para una fuente térmica puntual centrada detrás de una placa metálica tomadas a medida que evoluciona el tiempo.

Tomemos el caso de un fuente térmica puntual centrada detrás de una placa metálica. Analicemos primero como evolucionan las franjas de DPSI usuales. Como el centro del objeto se calienta, ocurre una dilatación debida al incremento de la temperatura, el metal se desplaza y los speckles en la región producen una franja brillante que se propaga hacia afuera. A continuación una franja oscura empieza a aparecer dando origen a un conjunto de anillos concéntricos que se expanden, esto se muestra en las figuras 4.28 (a), (b) y (c). Cuando una rebanada de esta representación se apila, el *locus* de los puntos de diferencia de fase constante aparecen como franjas oscuras y brillantes. Las Figuras 4.26, 4.27 y 4.28 son ejemplos de casos de la ODT, obtenidos por substracción usando como referencia las columnas 20, 256, y 400 respectivamente. Una franja oscura estará siempre forzada en la posición de referencia.

La figura 4.27 muestra el comportamiento de la perturbación centrada. La concavidad de las curvas indica que la perturbación procede desde el centro a los bordes externos. Cuando la referencia temporal se elige para cierto origen t_0 , la curvatura de las franjas en el lado izquierdo representa el “pasado”, mientras que el lado derecho puede interpretarse como el evento posterior. Se puede entonces interpretar las curvaturas de acuerdo con la posición del origen temporal. Los efectos de la decorrelación se pueden observar en la mayoría de la parte derecha de la figura 4.27.

Un estado diferente de referencia puede elegirse para incrementar la calidad de las franjas en cualquier región de la imagen. La figura 4.28 muestra las franjas cuando la columna de referencia esta en la mitad y la figura 4.29 cuando está en una posición a la derecha.

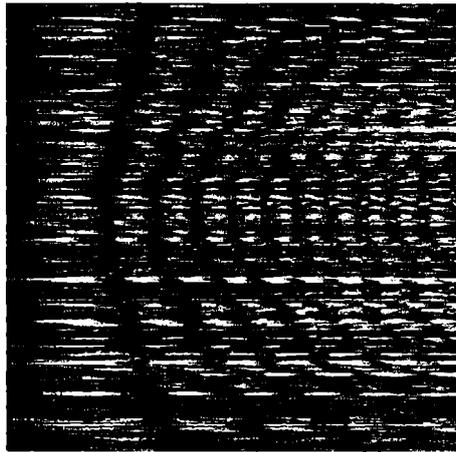
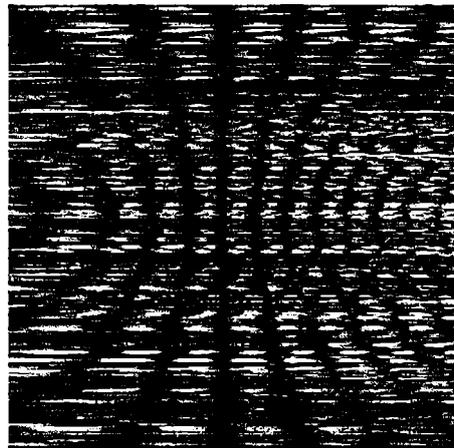
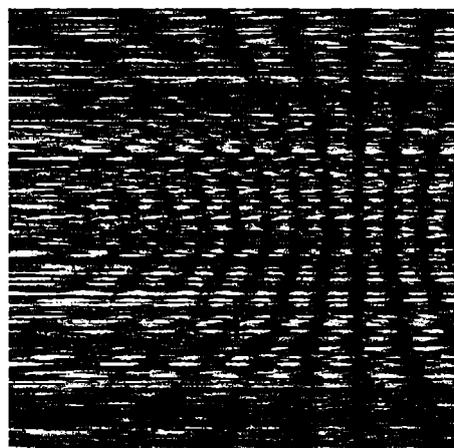
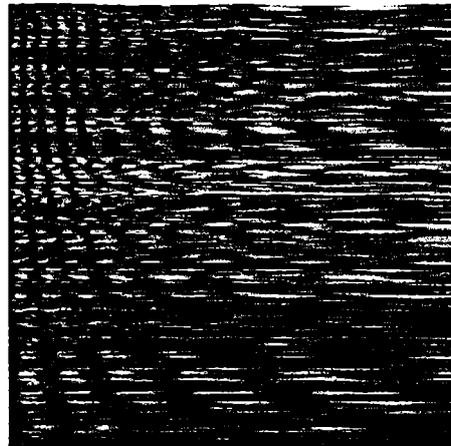
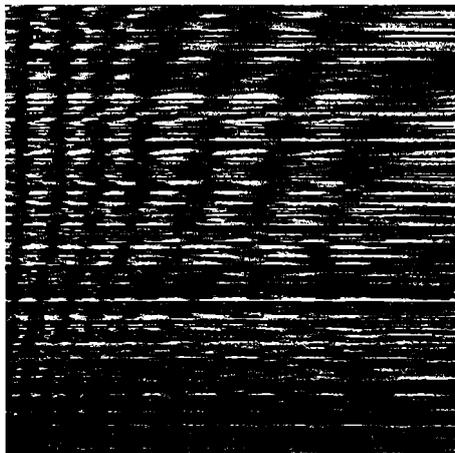
*(a)**(b)**(c)*

Figura 4.29 El caso ODT para la situación mostrada en la figura 4.28, donde las columnas de referencia para las substracciones se toman en (a) 20, (b) 256 y (c) 400.



(a)



(b)

Figura 4.30 Imagen TDO para (a) una localización superior de la fuente térmica puntual sobre placa metálica, (b) para una localización inferior.

Las figuras 4.30 a y b muestran la ODT del efecto de cambio de posición de la fuente de calor, arriba y abajo respectivamente. Las asimetrías son debidas a un estado de precalentamiento de la placa. Esto puede verse como un método para localizar a la fuente origen de la perturbación.

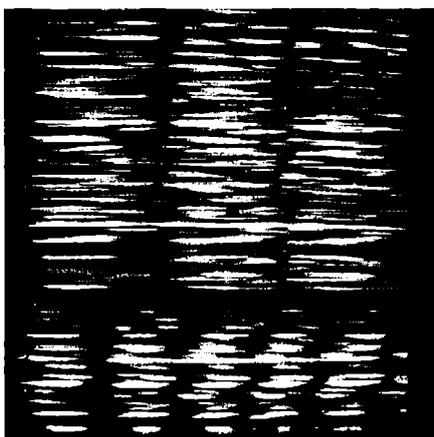


Figura 4.31. Diferentes ratas de cambio de fase para dos materiales bajo la misma fuente térmica extendida.

La figura 4.31 es la representación de la ODT del efecto de una fuente de calor aplicada simultáneamente a dos materiales. Se aprecia claramente la velocidad diferente de cambio de fase con el tiempo y por lo tanto permite identificar materiales distintos y/o medir coeficientes que afecten a la “propagación” del fenómeno.

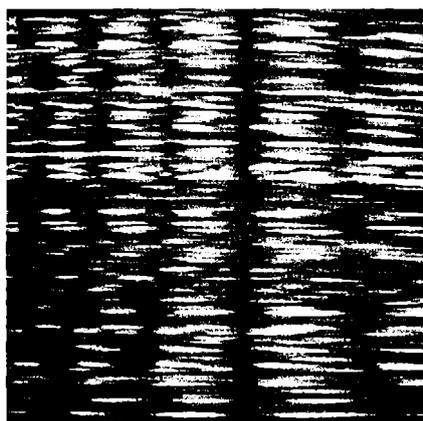


Figura 4.32. Imagen TDO de una carga residual aplicada cerca del centro de la placa metálica. La columna de referencia fue elegida en la posición 256.

La figura 4.32. a muestra una carga residual sobre la placa metálica cuando se aplica una carga puntual cerca de su centro, la columna de referencia para la imagen de la ODT se eligió en la posición 256. El perfil de las franjas en los experimentos mecánicos es más regular que el perfil en los ejemplos de calentamiento, debido a que irregularidades en la superficie afectan la perturbación de diferentes maneras, aunque la punta de prueba sea la misma en ambos casos.

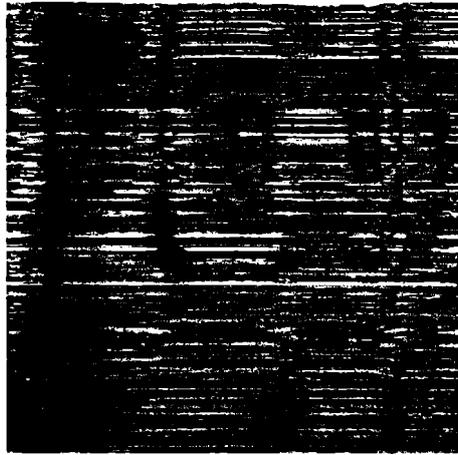


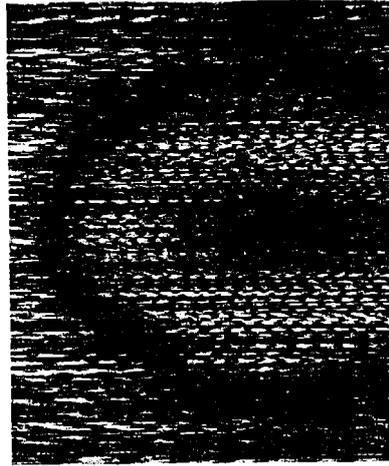
Figura 4.33. Ejemplo ODT para una membrana vibrando donde la columna de referencia fue la columna 100.

La figura 4.33 muestra el caso de la ODT para la vibración de una membrana debido a una excitación ambiental aleatoria. La columna de referencia es la posición 100, la cual coincide con la franja negra vertical más ancha a la izquierda de la imagen. Un análisis más exhaustivo de la interpretación de estas franjas está más allá del objetivo de la presente tesis.

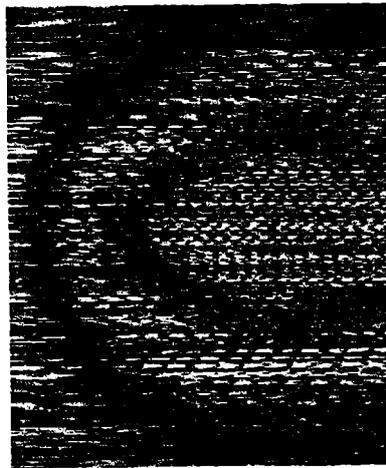
Las figuras a, b y c representan el mismo caso de la figura 4.34 pero usando ODIC con retardos de 60, 80 y 100 celdas temporales respectivamente.

Ahora se examinará un sistemas de franjas ODIC. Supóngase que se desea conocer los cambios de fase entre dos puntos a la misma altura pero en tiempos diferentes, asumiéndose una variación monótona de la fase. Entre dos puntos se observan $N+\varepsilon$ franjas, con N un entero y ε una fracción de franja, como es la notación usual en el análisis interferométrico de franjas. El estado de un punto está determinado por la diferencia de fase entre ese instante y un instante Δt antes. Lo mismo ocurre para otros puntos. Las franjas observadas indican que

$$\delta(x, t + \Delta t) - \delta(x, t) = (N + \varepsilon)\pi \quad (4.9.1)$$



(a)



(b)



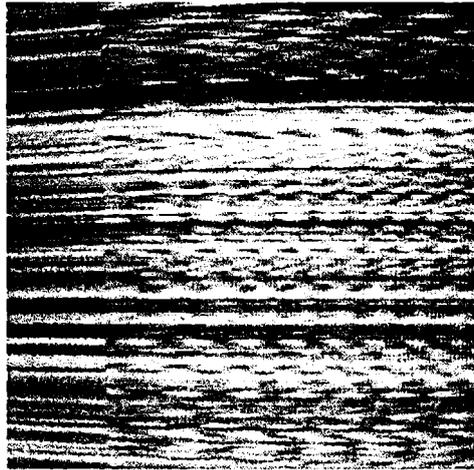
(c)

Figura 4.34. El mismo ejemplo de la figura 4. usando ODIC con retardos temporales de a) 60, b) 80 y c) 100.

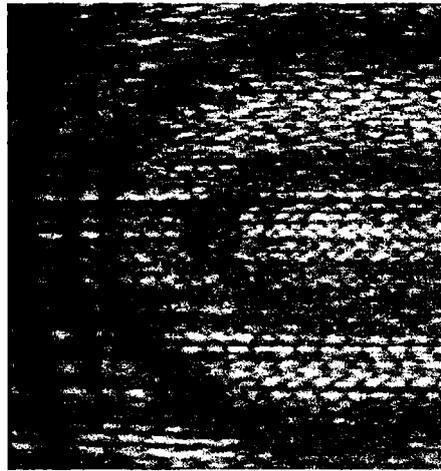
El término $\delta(x, t)$ permanece indeterminado a menos que $\delta(x, t + \Delta t)$ sea conocido. Pero este último, de nuevo, estará determinado por las franjas entre los puntos homólogos un tiempo Δt antes, y el mismo razonamiento se aplica entonces recursivamente. Una solución posible al problema es registrar el estado de referencia estático durante un tiempo mayor que el Δt más grande a ser usado. Después de esto, empieza la adquisición dinámica de datos, para formar el resto de la imagen AIB. De hecho no hay limitación al método debido a que la primera columna puede ser repetida por software Δt veces.

Cuando se aplica ahora la ODIC en la parte estática de la AIB, se genera una región que se puede llamar cuadrante de referencia, figura 4.35 (a). Las franjas de esta región son interpretadas como franjas ODT, figura 4.35 (b). Para un tiempo mayor que Δt , las franjas están descritas por la expresión (4.9.1) pero ahora el término $\delta(x, t + \Delta t)$ permanece en el cuadrante de referencia y las franjas pueden ser entonces interpretadas. Este último procedimiento es válido entre Δt y $2\Delta t$. A partir de este tiempo, se puede usar una iteración, reduciendo un cuadrante en un tiempo, hasta que se encuentra el primero.

Aunque no es fácil una interpretación cualitativa de las franjas ODIC se pueden deducir algunas reglas. Áreas oscuras en regiones que no son del primer cuadrante, indican que el cambio de fase es el mismo que ocurrió un Δt antes. Por ejemplo, variaciones de fase periódicas con igual período al tiempo de retardo Δt en ODIC aparecerán como un fondo oscuro. Si Δt difiere del período aparecerán franjas brillantes. Esto es similar al efecto de “aliasing” debidos a una velocidad de muestreo impropia.



(a)



(b)

Figura 4.35 (a) Imagen AIB donde la primera columna se repitió 140 veces para generar un cuadrante de referencia. (b) Imagen resultante de aplicar ODIC donde el primer cuadrante (el de referencia) es ODT.

4.9.3 Geometría del arreglo de adquisición.

Se usó una columna como un vector de dominio espacial para la historia temporal, pero cualquier otro dominio unidimensional puede elegirse si las condiciones del experimento lo requieren. Un dominio circular se puede usar para perturbaciones que se propagan de una fuente con tal simetría. Como el sistema de procesamiento de imágenes ordinariamente no permite una adquisición rápida con tales geometrías arbitrarias, puede ser necesario un registro en video. En nuestro caso definimos una circunferencia de 512

pixeles de perímetro para la adquisición de datos, la cual se reorganiza como una columna siguiendo el mismo procedimiento para formar una AIB.

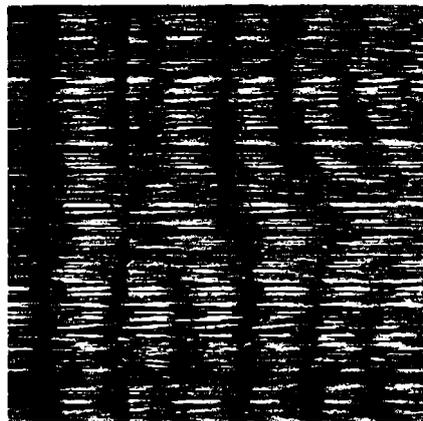


Figura 4.36 Visualización de las franjas ODT para el arreglo de adquisición circular en el ejemplo de la fuente térmica puntual para la columna de referencia 100.

La figura 4.36 muestra el caso de un arreglo de adquisición circular para la fuente térmica puntual, donde la columna de referencia para la ODT fue el número 100. La desviación de la línea recta en las franjas indica que la fuente está ligeramente descentrada con respecto al dominio circular. Esto permite detectar la existencia de “imperfecciones” superficiales o corrimiento de la fuente origen de la perturbación en el tiempo.

4.9.3 Interferometría digital de patrones de speckle dinámicos por corrimiento.

Discutimos a continuación la aplicación de la técnica de visualización de la evolución temporal a patrones de speckle producidos en un interferómetro digital speckle de corrimiento mediante una red de difracción^[4.38], discutido en la sección 4.7.1, por perturbaciones que cambian lentamente. La imagen AIB es en este caso una colección de imágenes sucesivas que describen la dependencia temporal de la derivada de la deformación.

Empleamos el montaje de la figura 4.20, la red esta orientada de tal forma que el corrimiento que produce sea en la dirección de las columnas de AIB. Se aplicó una perturbación dependiente del tiempo. En la figura 4.37 se muestra la imagen habitual de sherografía digital donde la línea blanca indica la dirección de corrimiento y la posición de la columna que se toma para construir la imagen AIB.

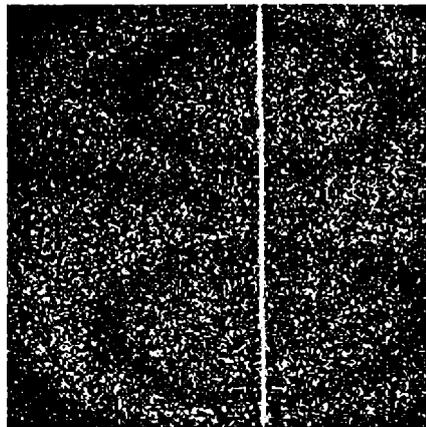
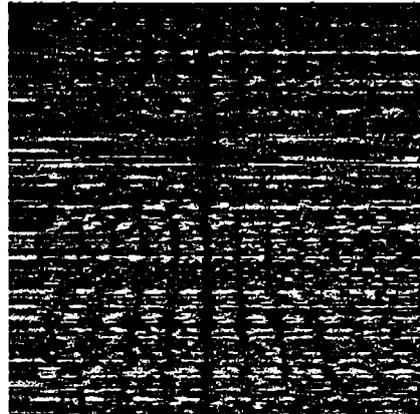
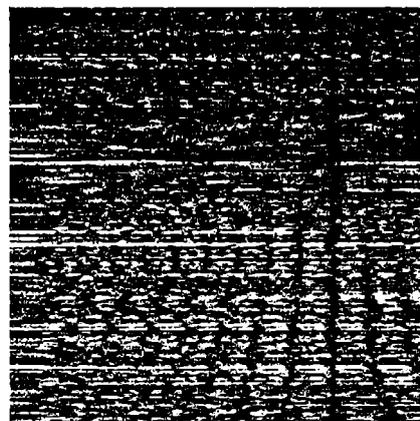


Figura 4.37 Sherograma para la deformación producida por una fuente térmica puntual actuando sobre una placa metálica.

En la figura 4.38 se muestra el resultado de aplicar el procedimiento descrito anteriormente para la generación de las franjas a partir de la imagen AIB obtenida para el caso de la figura 4.37. En la figura 4.38 a) se usa como referencia la columna 200 en el proceso de generación de las franjas, en la b) se usa una columna de referencia diferente para mejorar la visibilidad en áreas donde las franjas obtenidas con la columna anterior tenían poco contraste. Esto último representa una ventaja clara sobre otros métodos ya que nos permite recobrar la información deteriorada.



(a)



(b)

Figura 4.38 Franjas de la evolución temporal de las derivadas de la deformación cuando la columna de referencia es: a) 200 y b) 400.

En conclusión, mediante esta técnica podemos visualizar la evolución temporal de las derivadas de una deformación, pudiéndose disminuir los efectos de la decorrelación usando diferentes estados temporales de comparación.

4.10 Bibliografía

- [4.1] Marom, E. "Real time measurements by optical correlation," *Appl. Opt.* **9** (1970) 1385
- [4.2] Groh, E. "Engineering uses of laser produced speckle pattern;" In E. Robinson, J. Harvey (Eds): *Symposium on Engineering uses of Holography*, 483, Cambridge University Press, London 1970.
- [4.3] Leendertz, J. "Interferometric displacement measurement on scattering surfaces using speckle effects," *J. Phys. E : Sci. Instrum.* **3** (1970) 214
- [4.4] Torroba, R., Henao, R., Rabal, H. "Digital implementation of a shadow mask method," *Optik* **102** (1996) 168
- [4.5] Smart, R. "Fixed point theorems". Cambridge University Press, Cambridge 1974.
- [4.6] Glass, L., Perez, R. "Perception of random dot interference patterns," *Nature* **248** (1973) 360
- [4.7] Wykes, C. "A theoretical approach to the optimization of electronic speckle interferometry fringes with limited laser power," *J. of Mod. Opt.* **34** (1987) 539
- [4.8] Pomarico, J., Arizaga, R., Torroba, R., Rabal, H. "Algorithm to compute spacing of digital speckle correlation fringes," *Optik* **95** (1993) 125
- [4.9] Arizaga, R, Rabal, H, Trivi, M. "Simultaneous multiple-viewpoint processing in digital speckle pattern interferometry," *Appl. Opt.* **33** (1994) 4369
- [4.10] Stetson, K.A. "Use of sensitivity vector variations to determine absolute displacements in double exposure hologram interferometry," *Appl. Opt.* **29** (1990) 502
- [4.11] Abramson, N. "The holo-diagram. VI Practical devices in coherent optics," *Appl. Opt.* **11** (1972) 2562
- [4.12] Lehman, M., Pomarico, J. Torroba, R. "Digital speckle pattern interferometry applied to surface roughness study," *Opt. Eng.* **34** (1995) 1148

- [4.13] Yoder, P.R., Schlesinger, E.R., Chickvary, J.L. "Active annular beam autocollimator system;" *Appl. Opt.*, **14** (1975) 1890
- [4.14] Malacara, D., Harris, O. "Interferometric measurement of angles;" *Appl. Opt.*, **9** (1970) 1630
- [4.15] Huang, P.S., Kiyono, S., Kamada, O. "Angle measurement based on internal-reflection effect: a new method;" *Appl. Opt.*, **31** (1992) 6047
- [4.16] Dai, X., Sasaki, O., Greivenkamp, J.E., Suzuki, T. "Measurement of small rotations angles by using a parallel interference pattern;" *Appl. Opt.*, **34** (1995) 6380
- [4.17] Henao, R., Pomarico, J., Torroba, R. "Precision angle measurements with digital speckle pattern interferometry," (Enviado a publicación).
- [4.18] Pomarico, J., Torroba, R. "Digital visibility measurements by Fourier analysis;" *Optik* **95** (1994) 152
- [4.19] Hung, Y. "Shearography: a new optical method for strain measurement and nondestructive testing;" *Opt. Eng.* **21** (1982) 391
- [4.20] Lohman, A., Silva, D. "An interferometer based on the Talbot effect;" *Opt Comm* **2** (1971) 413
- [4.21] Pomarico, J., Torroba, R. "Colour image operations based on white light diffraction experiments (Lau effect);" *Eur. J. Phys.* **14** (1993) 114
- [4.22] Henao, R., Medina, F., Rabal, H., Trivi, M. "Three-dimensional speckle measurements with a diffraction grating;" *Appl. Opt.* **32** (1993) 726
- [4.23] Tai, A. "Speckle interferometry with an imaging grating interferometer;" *Opt. Lett.* **5** (1980) 552
- [4.24] Bolognini, N., Rabal, H., Torroba, R. "Single-beam holographic contouring;" *Appl. Opt.* **31** (1992) 1009

- [4.25] Rabal, H., Henao, R., Torroba, R. "Digital speckle pattern shearing interferometry using diffraction gratings," *Opt. Comm.* **126** (1996) 191
- [4.26] Trivi, M, Rabal, H. "Stereoscopic uses of diffraction gratings," *Appl. Opt.* **27** (1988) 1007
- [4.27] Pluta, M. "Simplified polaret system for microscopy," *Appl. Opt.* **28** (1989) 1453
- [4.28] Gomez, C., Ramirez, G., Ojeda-Castañeda, J. "Polarization sensitive holographic interferometer," *Optics Comm.* **107** (1994) 17
- [4.29] Tepichín, E., Sanchez Aguilera, E., Ojeda-Castañeda, J. "Polarization sensitive Young interferometer," *Opt. Comm.* **92** (1992) 165
- [4.30] Tepichín, E., Ojeda-Castañeda, J. "Talbot interferometer with simultaneous dark and bright fields," *Appl. Opt.* **28** (1989) 1517
- [4.31] Pomarico, J. Torroba, R., Bolognini, N. "Fringe visibility control in DSPI by using a BSO crystal," *Optik* **99** (1995) 89
- [4.32] Henao, R., Tagliaferri, A. Torroba, R. "Digital polarization speckle pattern interferometer," *Opt. Comm.* **127** (1996) 14
- [4.33] Stokes, G., *Trans. Cambridge Phil. Soc.* **9** (1852) 399. Reimpreso en Stokes, G. "Mathematical and Physical Papers," Vol. III, Cambridge University Press, Cambridge (1901) 233
- [4.34] Jones, R.C. "A new calculus for the treatment of optical systems," *J. Opt. Am.* **31** (1941) 488
- [4.35] Gerrard. A., Burch, J. *Introduction to matrix methods in Optics* (John Wiley and Son., London, 1975).
- [4.36] Mueller, H. *J. Opt. Soc. Am.* **38** (1948) 661.
- [4.37] Henao, R. , Rabal, H., Tagliaferri, A., Torroba, R. "Digital display of the temporal evolution of speckle patterns," *Opt. Eng.* **35** (1996) 63

- [4.38] Henao, R., Rabal, H. Torroba, R. "Dynamical digital speckle shearing interferometry;" *Optik* **105** (1997) 13
- [4.39] Oulamara,A; Tribillon,G; and Duvernoy,J. "Biological activity measurement on botanical specimen surfaces using a temporal decorrelation effect of laser speckle.", *J. Mod. Optics*, **36**, (1989) 165

Capítulo 5

Determinación de la fase

- 5.1 *Introducción*
 - 5.2 *Método de la Transformada de Fourier*
 - 5.3 *Corrimiento y pasos de fase.*
 - 5.4 *Interferometría digital de patrones de speckle con corrimiento de fase.*
 - 5.5 *Demodulación de la fase.*
 - 5.6 *Determinación de la fase mediante una red en interferometría speckle digital por corrimiento.*
 - 5.7 *Determinación de la franja de orden cero.*
 - 5.8 *Bibliografía*
-

5. Determinación de la fase

Los computadores personales han simplificado grandemente el análisis de las franjas interferométricas, pudiéndose determinar la fase de forma automática a través de técnicas digitales. De acuerdo al número de interferogramas utilizados en el proceso podemos dividir estas técnicas en dos grandes grupos: las que requieren solamente un interferograma y las que requieren varios de ellos. El método de la Transformada de Fourier es el más utilizado del primer grupo, y es con el que comenzamos este capítulo. Los métodos de corrimiento y pasos de fase son los representantes del segundo grupo, y por lo tanto nos ocupamos de detallar los principales algoritmos que los representan. Como nuestro interés es la determinación de la fase a partir de franjas de DSPI, describimos la interferometría digital de patrones de speckle de corrimiento de fase. La información de fase resultante de las anteriores técnicas es módulo 2π y es necesario aplicarle una técnica de demodulación de fase, y es exactamente al paso siguiente en nuestro estudio. Con este punto lograremos discutir sobre lo que se necesita implementar para hacer una determinación de la fase.

Haciendo uso del algoritmo de corrimiento fase, de una técnica de filtrado mediante transformada de Fourier y de la demodulación de fase logramos determinar el mapa de fase a partir de las franjas generadas en nuestro interferómetro digital de corrimiento mediante red de difracción (capítulo 4) sin agregar ningún elemento óptico adicional.

Finalmente proponemos e implementamos un método para determinar la franja de orden cero en técnicas de DSPI, el cual al señalar el origen absoluto para la designación de la fase se convertirá en una herramienta invaluable para la determinación de los valores de fase relativos a esta posición.

5.1 Introducción

Para utilizar todas las capacidades de la interferometría se requiere una evaluación automática por un sistema digital de procesamiento de imágenes. La parte central de esta evaluación es la determinación de la distribución de fase a partir de un patrón de intensidad. Al combinar los valores de la fase con el vector sensibilidad, el cual está dado por el método interferométrico empleado y la geometría del montaje de medición, se calculan cantidades tales como el campo de índice de refracción, y los campos de deformación o distribuciones de amplitud de vibración^[5.1].

Aunque los delineamientos básicos de las técnicas de la medición de la fase a partir del registro interferométrico son conocidos desde tiempo atrás, fue únicamente el desarrollo de los detectores de estado sólido, la evolución de los equipos de cómputo y el desarrollo de interfaces adecuadas entre los detectores y los computadores, lo que hizo posible la implementación práctica de este procedimiento.

Con la utilización de detectores de estado sólido para el registro de las franjas de interferencia, la fase del frente de onda puede ser calculada a partir de los datos de la intensidad registrada. La fase en cada punto del interferograma se calcula a partir de los datos de correlación de la intensidad de varios registros que difieren entre sí por cambios conocidos en la fase del haz de referencia. Finalmente es posible construir el mapa topográfico de la superficie u objeto en estudio con la utilización de la fase calculada.

Las ventajas del método de la medición de la fase en un interferograma sobre cualquier otra técnica de interpretación de franjas son variadas. Primero, la precisión del método es superior, en un factor que varía entre 10 y 100. Segundo, el método es bastante simple: Un detector de estado sólido se coloca en el plano de interferencia y por algún medio se introducen cambios conocidos en la fase al frente de onda del haz de referencia. Con el uso de estos detectores de estado sólido es posible tomar los datos muy rápidamente lo que reduce errores debidos a vibraciones, por ejemplo. Tercero, los datos de la medida de la fase son muy precisos puesto que es posible realizar la prueba

a una centésima o una milésima de la longitud de onda. Cuarto, los mapas de contorno del objeto pueden ser obtenidos en cortos periodos de tiempo.

En la actualidad, el desarrollo y depuración de la implementación práctica de la técnica de la medida de la fase en los registros interferométricos constituye uno de los principales frentes de trabajo de varios grupos de la óptica a nivel mundial.

Los métodos más usados para la extracción del mapa de fase de desplazamientos son la técnica de la transformada de Fourier y la del corrimiento de fase o pasos de fase, los cuales serán detallados en las secciones que siguen.

Los valores de fase obtenidos por estas técnicas son los valores principales es decir, el mapa de fase esta modulado (módulo 2π). Generalmente, la técnica de demodulación de fase bidimensional es empleada para resolver las discontinuidades de fase que pueden surgir por errores generados por ruido y obtener el mapa de fase continuo (y por lo tanto el mapa de desplazamiento continuo).

5.2 El método de la transformada de Fourier

Takeda et al^[5.2] describen un método de transformada de Fourier que analiza cortes unidimensionales de un interferograma, Macy^[5.3] extiende este método a dos dimensiones, que es posteriormente refinado y analizado por Womack^[5.4] y Rodier y Rodier^[5.5]. El método de la Transformada de Fourier (TF) funciona con solo un patrón de interferencia, en esta sección analizaremos el algoritmo base.

La función de distribución medida $I(x,y)$ en el patrón de interferencia puede escribirse en la forma

$$I(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \cos[\delta(x,y)] \quad (5.2.1)$$

donde $a(x,y)$ describe las variaciones del fondo y $b(x,y)$ esta relacionado con el contraste local del patrón. Hablando de manera general, $a(x,y)$ y $b(x,y)$ ‘‘llevan’’ las perturbaciones aditivas y multiplicativas, respectivamente, $\delta(x,y)$ es la fase a determinar a partir de $I(x,y)$.

Considerando el hecho que el coseno es una función periódica par, cada fase calculada de la distribución de intensidad dada por (5.2.1) está indefinida en un entero aditivo múltiplo de 2π y para el signo.

$$\cos[\delta(x,y)] = \cos[s\delta(x,y) + 2\pi m] \quad n \in \mathbb{Z}, \quad s \in \{-1, +1\} \quad (5.2.2)$$

Reescribiendo la expresión para el patrón de franjas (5.2.1), usando la fórmula de Euler y la definición $c(x,y) = \frac{1}{2}b(x,y)\exp[i\delta(x,y)]$ con $i = \sqrt{-1}$

$$I(x,y) = a(x,y) + c(x,y) + c^*(x,y) \quad (5.2.3)$$

donde * indica el complejo conjugado. Al aplicar la transformada de Fourier (TF) bidimensional discreta a la intensidad registrada $I(x,y)$, se obtiene

$$\bar{I}(u,v) = A(u,v) + C(u,v) + C^*(u,v) \quad (5.2.4)$$

con $A(u,v) = TF[a(x,y)]$, $C(u,v) = TF[c(x,y)]$ y $C^*(u,v) = TF[c^*(x,y)]$.

Debido a que $I(x,y)$ es una distribución real positiva en el dominio espacial, $\bar{I}(u,v)$, en el dominio de las frecuencias espaciales, es una distribución compleja de tipo particular llamada *simétricamente conjugada o Hermítica* con la propiedad básica

$$\bar{I}(u,v) = \bar{I}^*(-u,-v) \quad (5.2.5)$$

Esto es la parte real de $\bar{I}(u,v)$ es par y la parte imaginaria impar.

De la ecuación (5.2.4) se puede ver que en el dominio de la TF, la información de las frecuencias espaciales consiste de tres regiones. La función $A(u,v)$ esta centrada en el origen y contiene la información del fondo y de las bajas frecuencias. Las fluctuaciones $C(u,v)$ y $C^*(u,v)$ contienen la misma información de fase. Si se aplica un filtro pasabanda via software en el dominio de frecuencias espaciales, que suprime $A(u,v)$ y a una de las componentes que llevan la misma información, $C(u,v)$ o $C^*(u,v)$, entonces el espectro resultante no es mas simétrico, es decir, ya no pertenece a una función real en el dominio espacial. Suponiendo que $C(u,v)$ es la parte que prevalece, después de la transformación inversa se produce una función con $c(x,y)$ con partes real e imaginarias no nulas.

La fase se puede ahora calcular por la expresión

$$\delta(x,y) = \text{arc tan} \frac{\text{Im}[c(x,y)]}{\text{Re}[c(x,y)]} \quad (5.2.6)$$

donde Re e Im denotan parte real e imaginaria respectivamente. Se debe considerar separadamente los signos del numerador y el denominador en la ec. (5.2.6), lo cual produce un rango de valores desde $-\pi$ a $+\pi$.

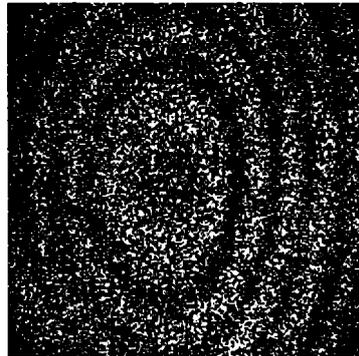
La transformada inversa de $C^*(u,v)$ producirá $-\delta(x,y)$. Como en general no es posible saber cual de ellas fue eliminada en el filtrado que se realiza mediante software, el signo correcto permanecerá desconocido.

Aunque la principal razón para la aplicación del filtro no simétrico en el dominio de las frecuencias espaciales es obtener una función compleja $c(x,y)$ en el dominio espacial, éste puede ser empleado para mejorar el patrón de franjas. Ajustando las frecuencias espaciales de corte en los algoritmos se puede filtrar el fondo de baja frecuencia, el ruido de speckle de alta frecuencia y otras perturbaciones que producen componentes de frecuencias no esperadas en el patrón.

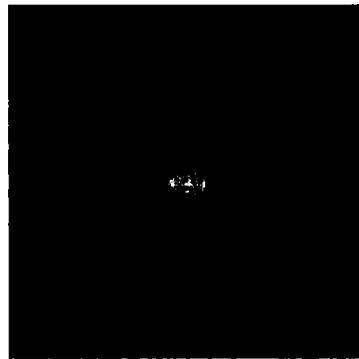
En nuestro caso el método fue implementado en una PC 486 DX2 con un sistema de procesamiento de imágenes ITX 151. Los compiladores usuales de C son incapaces de manejar arreglos bidimensionales muy grandes, los cuales son necesarios al implementar la TF bidimensional. Por lo tanto fue necesario utilizar un compilador C (DJGPP) que permitiera direccionar mas cantidad de memoria. El filtrado pasabajo se efectuó generando una ventana sobre la imagen que contiene las bajas frecuencias y se “elimina” la información de alta frecuencia (ruido) que es la que esta fuera de la ventana, haciendo cero todos los pixeles externos.

La figura 5.1 muestra en una secuencia de tres imágenes el resultado de aplicar el método descrito a un sistema de franjas de correlación generadas por la deformación producida por una carga puntual actuando sobre el centro de una placa metálica. La figura 5 (a) corresponde a las franjas normales de correlación que son circulos concentricos, la figura 5 (b) es la imagen correspondiente a la TF de la imagen en fig. 5 (a) y a la cual se filtra para dejar solamente las bajas frecuencias. La figura 5 (c) es el

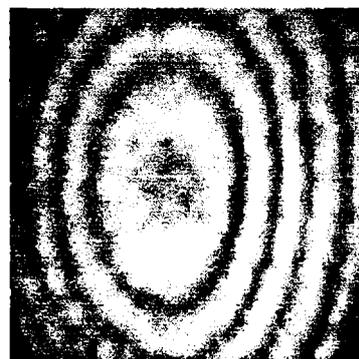
resultado de aplicar la Transformada Inversa de Fourier (TIF) a la imagen filtrada de la fig 5 (b).



(a)



(b)



(c)

Figura 5.1 Secuencia de imágenes que ilustran el método de la Transformada de Fourier. (a) Franjas de correlación generadas en DSPI (b) La TF de las franjas en (a). (c) Imagen resultante al aplicar la TIF a la imagen (b) después del filtro pasabajo.

Como puede verse en la figura 5.1 el método de la TF elimina bastante el ruido de speckle en el caso de franjas de DSPI, pero aún las franjas tienen ruido. Es por ello que es necesario considerar otras técnicas.

5.3 Métodos de corrimiento de fase y de pasos de fase

El procedimiento de determinación de fase en Interferometría de Corrimiento de Fase (Phase Shifting Interferometry: PSI) se ha desarrollado como un método importante para el análisis de patrones de franjas obtenidos por proyección o interferencia de dos haces. Esta técnica es conocida por muchos nombres que incluyen interferometría de medición de fase, interferometría de muestreo de franjas, interferometría a tiempo real, interferometría AC y interferometría heterodina. Todas ellas describen la misma técnica básica.

En PSI se registra electrónicamente una serie de interferogramas mientras se cambia la fase de referencia del interferómetro. La fase del frente de onda está codificada en las variaciones del patrón de intensidades de los interferogramas registrados y la fase se recupera mediante un simple cálculo punto a punto. Mientras las primeras referencias de esta técnica datan desde 1966, el desarrollo de esta técnica para ensayos ópticos empieza al comienzo de los 70. El principio de este método consiste en el registro de un mismo patrón de franjas por lo menos tres veces, para tres diferentes estados de referencia de fase. Como se verá, mediante la manipulación de uno de los haces que interfieren sin alterar al objeto los valores deseados pueden calcularse de forma simple, rápida y muy precisa a partir de estos patrones de franjas almacenados. Después de la aplicación de la técnica se emplea un algoritmo de demodulación de fase para eliminar el módulo del patrón de franjas obtenido.

Dentro de las ventajas del PSI se incluyen

- Alta precisión en las medidas.
- Mediciones rápidas.
- Buenos resultados aún con franjas de bajo contraste.

- Resultados independientes de las variaciones de intensidad a través de la pupila.

Considerese de nuevo la interferencia de dos campos coherentes con intensidades I_1 e I_2 , respectivamente como

$$\begin{aligned} I_n(x,y) &= I_1(x,y) + I_2(x,y) + 2\sqrt{I_1(x,y)I_2(x,y)} \cos[\delta(x,y) + \phi_n] \\ &= a(x,y) + b(x,y) \cos[\delta(x,y) + \phi_n] \\ &= a(x,y) \left[1 + V(x,y) \cos[\delta(x,y) + \phi_n] \right] \end{aligned} \quad (5.3.1)$$

donde $\phi_n = (n-1)\phi_0$ es la diferencia de fase con $\phi_0 = 2\pi/m$, $n=1, \dots, m$; $m \geq 3$, $a(x,y) = I_1(x,y) + I_2(x,y)$ se conoce como la intensidad del fondo o término DC, $b(x,y) = 2\sqrt{I_1(x,y)I_2(x,y)}$ es el término de modulación y $V(x,y) = b(x,y)/a(x,y)$ es la visibilidad de la interferencia.

La ecuación (5.3.1) describe la interferencia de dos haces en un punto con coordenadas $P(x,y)$. De esta ecuación la única cantidad que es posible medir directamente es $I(x,y)$. Y como puede verse contiene tres incógnitas, por lo cual se tiene que realizar un mínimo de tres medidas consecutivas de $I(x,y)$ que difirieran entre sí por variaciones controladas de la fase en el haz de referencia y que estén comprendidas entre 0 y π .

Bruning et al^[5.6] proponen un algoritmo para un número $m \geq 3$ de registros de intensidad, expresando la ec. (5.3.1) como

$$I_n(x,y) = L + M \cos \phi_n + N \sen \phi_n \quad (5.3.2)$$

y donde los coeficientes L, M y N estan dados por

$$\begin{aligned} L &= a(x,y) \\ M &= b(x,y) \cos \delta(x,y) \\ N &= -b(x,y) \sen \delta(x,y) \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

Es obvio que la ecuación (5.3.2) puede interpretarse como una serie de Fourier hasta el primer armónico. Morgan^[5.7] determinó los coeficientes de Fourier M y N a través del principio de mínimos cuadrados. A continuación derivaremos estos coeficientes y por simplicidad no colocaremos explícitamente la dependencia de las coordenaas (x,y) .

Siguiendo la técnica para determinar los coeficientes en la series de Fourier, para determinar M partimos de^[5.7]

$$\sum_{n=1}^m I_n \cos \phi_n = a \sum_{n=1}^m \cos \phi_n + b \cos \delta \sum_{n=1}^m \cos^2 \phi_n - b \operatorname{sen} \delta \sum_{n=1}^m \operatorname{sen} 2\phi_n, \quad (5.3.4)$$

consideremos el primer término de la derecha de la ec. (5.3.4)

$$\sum_{n=1}^m \cos \phi_n = \sum_{n=1}^m \cos \frac{2\pi}{m}(n-1) = \sum_{n=0}^k \cos nx$$

con $x=2\pi/m$ y $k=m-1$, como

$$\sum_{n=0}^k \cos nx = \cos \left[\frac{kx}{2} \right] \operatorname{sen} \left[(k+1) \frac{x}{2} \right] \operatorname{cosec} \frac{x}{2} = 0$$

ya que $\operatorname{sen} \left[\frac{(m-1)+1}{2} \left(\frac{2\pi}{m} \right) \right] = \operatorname{sen} \pi = 0$.

En el segundo término

$$\sum_{n=1}^m \cos^2 \phi_n = \sum_{n=1}^m \cos^2 \left[\frac{2\pi}{m}(n-1) \right] = 1 + \sum_{n=1}^k \cos^2 nx$$

y

$$\sum_{n=1}^k \cos^2 nx = \frac{(k+1)}{2} + \frac{1}{2} \cos kx \operatorname{sen}(k+1)x \operatorname{cosec} x = \frac{m}{2} - 1$$

porque $\operatorname{sen}(k+1)x = \operatorname{sen} 2\pi = 0$. Y por lo tanto se reduce a

$$\sum \cos^2 \phi_n = 1 + \left(\frac{m}{2} - 1 \right) = \frac{m}{2}$$

El tercer término

$$\sum_{n=1}^m \operatorname{sen} 2\phi_n = \sum_{n=1}^m \operatorname{sen} \left[2 \frac{2\pi}{m}(n-1) \right] = \sum_{n=1}^k \operatorname{sen} 2nx$$

como

$$\sum_{n=1}^m \operatorname{sen} 2nx = \operatorname{sen}(k+1)x \operatorname{sen} kx \operatorname{cosec} x = 0$$

debido a que $\operatorname{sen}\{[(m-1)+1]2\pi/m\} = \operatorname{sen} 2\pi = 0$.

Por lo tanto la ec. (5.3.4) se reduce a

$$\sum_{n=1}^m I_n \cos \phi_n = \frac{m}{2} b \cos \delta \quad (5.3.5)$$

Comparando la ec. (5.3.5) y la ec. (5.3.3) se obtiene finalmente que M se expresa por

$$M = \frac{2}{m} \sum_{n=1}^m I_n \cos \phi_n \quad (5.3.6)$$

De forma análoga se determina N, partiendo de

$$\sum_{n=1}^m I_n \sin \phi_n = a \sum_{n=1}^m \sin \phi_n + b \cos \delta \sum_{n=1}^m \cos \phi_n \sin \phi_n - b \sin \delta \sum_{n=1}^m \sin^2 \phi_n \quad (5.3.7)$$

Donde en el primer término de la derecha

$$\sum_{n=1}^m \sin \phi_n = 0,$$

en el segundo

$$\sum_{n=1}^m \cos \phi_n \sin \phi_n = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^m \sin 2\phi_n = 0,$$

y en el tercer

$$\sum_{n=1}^m \sin^2 \phi_n = \sum_{n=1}^m [1 - \cos^2 \phi_n] = m - \sum_{n=1}^m \cos^2 \phi_n = \frac{m}{2},$$

Y por lo tanto la ec. (5.3.6) se simplifica a

$$\sum_{n=1}^m I_n \sin \phi_n = -\frac{m}{2} b \sin \delta \quad (5.3.8)$$

comparando de nuevo con la ec. (5.3.3) se obtiene la expresión par N

$$N = \frac{2}{m} \sum_{n=1}^m I_n \sin \phi_n \quad (5.3.9)$$

$$\tan \delta(x, y) = -\frac{N(x, y)}{M(x, y)} = \frac{\sum_{n=1}^m I_n(x, y) \sin \phi_n}{\sum_{n=1}^m I_n(x, y) \cos \phi_n} \pmod{2\pi} \quad (5.3.10)$$

$$\delta_{\text{mod}}(x, y) = \tan^{-1} \left(-\frac{N(x, y)}{M(x, y)} \right) \quad (5.3.11)$$

resulta en una función de fase módulo 2π .

Algoritmos.

Los siguientes algoritmos pueden ser derivados a partir de la expresión (5.3.11)

El propuesto por Chiayu y Wyant^[5.8] para tres pasos de $2\pi/3$ para la fase de referencia y que se expresa como:

$$\delta(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{3}(I_3(x, y) - I_2(x, y))}{2I_1(x, y) - I_2(x, y) - I_3(x, y)} \right] \quad (5.3.12)$$

Otro es el algoritmo de cuatro pasos de $\pi/2$ para la fase de referencia propuesto por Wyant^[5.9],

$$\delta(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{I_2(x, y) - I_4(x, y)}{I_3(x, y) - I_1(x, y)} \right] \quad (5.3.13)$$

También encontramos al algoritmo de cinco pasos de $\pi/2$ para la fase de referencia propuesto por Schwider et al^[5.10]

$$\delta(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{2(I_2(x, y) - I_4(x, y))}{2I_3(x, y) - I_5(x, y) - I_1(x, y)} \right] \quad (5.3.14)$$

Wyant^[5.9] propuso un algoritmo de tres pasos de $\pi/2$ para la fase de referencia que no puede ser derivado de la expresión (5.3.11), con $\phi_n = (2n-1)\frac{\pi}{4}$, $n=1, \dots, 3$

$$\delta(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{I_3(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_2(x, y)} \right] \quad (5.3.15)$$

Este algoritmo y todos los anteriores se pueden obtener de la generalización propuesta por Greivenkamp^[5.11]. La estimación de mínimos cuadrados para las m ecuaciones dadas por la ec. (5.3.2) está dada por la solución de la siguiente ecuación matricial

$$\begin{bmatrix} m & \sum_{n=1}^m \cos \phi_n & \sum_{n=1}^m \sin \phi_n \\ \sum_{n=1}^m \cos \phi_n & \sum_{n=1}^m \cos^2 \phi_n & \sum_{n=1}^m \cos \phi_n \sin \phi_n \\ \sum_{n=1}^m \sin \phi_n & \sum_{n=1}^m \cos \phi_n \sin \phi_n & \sum_{n=1}^m \sin^2 \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L(x, y) \\ M(x, y) \\ N(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^m I_n(x, y) \\ \sum_{n=1}^m I_n(x, y) \cos \phi_n \\ \sum_{n=1}^m I_n(x, y) \sin \phi_n \end{bmatrix} \quad (5.3.16)$$

La solución es

$$\begin{bmatrix} L(x,y) \\ M(x,y) \\ N(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & \sum_{n=1}^m \cos \phi_n & \sum_{n=1}^m \sin \phi_n \\ \sum_{n=1}^m \cos \phi_n & \sum_{n=1}^m \cos^2 \phi_n & \sum_{n=1}^m \cos \phi_n \sin \phi_n \\ \sum_{n=1}^m \sin \phi_n & \sum_{n=1}^m \cos \phi_n \sin \phi_n & \sum_{n=1}^m \sin^2 \phi_n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^m I_n(x,y) \\ \sum_{n=1}^m I_n(x,y) \cos \phi_n \\ \sum_{n=1}^m I_n(x,y) \sin \phi_n \end{bmatrix} \quad (5.3.17)$$

El mapa de fase de un frente de onda desconocido puede entonces facilmente determinarse por la ecuación (5.3.11)

El contraste C de las franjas se puede determinar a partir de

$$C = \frac{[M^2(x,y) + N^2(x,y)]^{1/2}}{L(x,y)} \quad (5.3.18)$$

Cuando los pasos de fase se eligen de la forma $\phi_n = \frac{2\pi n}{m}$ con $n=1, \dots, m$ el algoritmo se reduce al dado por Morgan. En este caso, se anulan todos los términos no diagonales y el resultado es simplemente al ec. (5.3.10).

Para el algoritmo de tres pasos de $\pi/2$ propuesto por Wyant se tiene

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L(x,y) \\ M(x,y) \\ N(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1(x,y) + I_2(x,y) + I_3(x,y) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} I_1(x,y) - \frac{1}{\sqrt{2}} I_2(x,y) - \frac{1}{\sqrt{2}} I_3(x,y) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} I_1(x,y) + \frac{1}{\sqrt{2}} I_2(x,y) - \frac{1}{\sqrt{2}} I_3(x,y) \end{bmatrix} \quad (5.3.19)$$

de la cual se obtiene la ec. (5.3.15).

5.4 Interferometría digital de patrones de speckle con corrimiento de fase

Las técnicas de interferometría de speckle son buenas para evaluaciones cualitativas pero se hace necesario refinarlas para obtener valores precisos, ya que es difícil determinar los centros de las franjas. Los datos cuantitativos pueden obtenerse usando la interferometría de corrimiento de fase arriba descrita.

La intensidad inicial está dada por la ec. (4.3.1)

$$I_{ini}(x, y) = I_o(x, y) + I_r(x, y) + 2\sqrt{I_o(x, y)I_r(x, y)} \cos \phi(x, y) \quad (5.4.1)$$

después de la deformación del objeto se registran n patrones de speckle con pasos de fase ϕ_n

$$I_{n,def}(x, y) = I_o(x, y) + I_r(x, y) + 2\sqrt{I_o(x, y)I_r(x, y)} \cos[\phi(x, y) + \delta(x, y) + \phi_n] \quad (5.4.2)$$

donde $n=1, \dots, m$. El proceso de sustracción da

$$\begin{aligned} I_n(x, y) &= b(x, y) \left| \cos[\phi(x, y) + \delta(x, y) + \phi_n] - \cos \phi(x, y) \right| \\ &= 2b(x, y) \left| \sin \frac{1}{2} [2\phi(x, y) + \delta(x, y) + \phi_n] \times \sin \frac{1}{2} [\delta(x, y) + \phi_n] \right| \end{aligned} \quad (5.4.3)$$

donde $b(x, y) = 2(I_o(x, y)I_r(x, y))^{1/2}$

Antes de aplicar el algoritmo para la obtención del mapa de fase módulo 2π se deben filtrar las franjas de correlación, dadas por $I_n(x, y)$, con el fin de eliminar el ruido de speckle. Existen muchos tipos de filtros que se pueden aplicar, por ejemplo un filtro pasabajo. Sin embargo, de acuerdo con nuestra experiencia, el mapa de fase resultante conserva mucho de ruido original. El tipo del algoritmo de demodulación de fase depende primordialmente de la calidad del mapa de fase mod 2π , es decir, sistemas de franjas con mucho ruido exigiran algoritmos mas complicados y sofisticados. En nuestro caso decidimos filtrar muy bien y así poder emplear algoritmos demodulación relativamente simples. El método de filtrado que mejor resultado nos da es el que emplea la TF, descrito en la sección 5.2.

El algoritmo de corrimiento de fase que empleamos utiliza tres interferogramas con $\phi_n = (n-2)\frac{\pi}{2}$, $n=1, \dots, 3$, de tal forma que

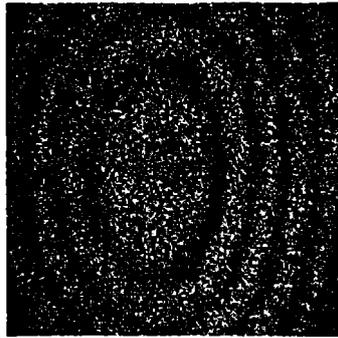
$$\begin{aligned} I_1(x,y) &= b(x,y) \left| \cos \left[\delta(x,y) - \frac{\pi}{2} \right] \right| = b(x,y) |\operatorname{sen}[\delta(x,y)]| \\ I_2(x,y) &= b(x,y) |\cos[\delta(x,y)]| \\ I_3(x,y) &= b(x,y) \left| \cos \left[\delta(x,y) + \frac{\pi}{2} \right] \right| = -b(x,y) |\operatorname{sen}[\delta(x,y)]| \end{aligned} \quad (5.4.4)$$

el mapa de fase se determina a través de

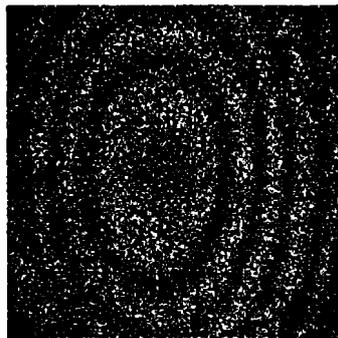
$$\delta(x,y) = \tan^{-1} \left[\frac{I_3 - I_1}{I_3 + I_1 - 2I_2} \right] \quad (5.4.5)$$

En la figura 5.2 se muestra la aplicación de este algoritmo, donde (a), (b) y (c) son los interferogramas con corrimientos de fase de $\pi/2$, generados por el desplazamiento de un espejo (situado en el brazo de referencia del interferómetro) mediante un controlador piezoeléctrico. Cada interferograma se filtra con la técnica de la TF, mediante un programa que lee en cada una de las imágenes filtradas el valor del pixel para el mismo punto (x,y). Luego calcula el valor de $\delta(x,y)$ a través de la ec. (5.4.5). La figura 5.2 (d) muestra el mapa de fase mod 2π resultante.

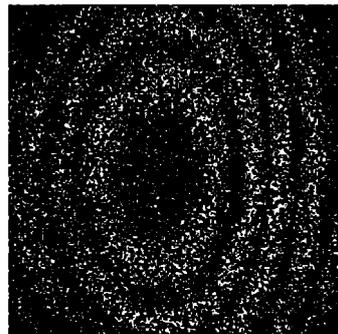
A partir de la condición impuesta por el teorema del muestreo podemos afirmar que no puede existir una diferencia mayor que π entre pixeles adyacentes. Esta afirmación es el núcleo del algoritmo utilizado para la remoción de ambigüedades en un diagrama de fase módulo 2π , “*Cuando existe una diferencia de fase entre pixeles vecinos mayor que π , un múltiplo de 2π debe ser sumado o restado al valor de la fase acumulada hasta el momento*”.



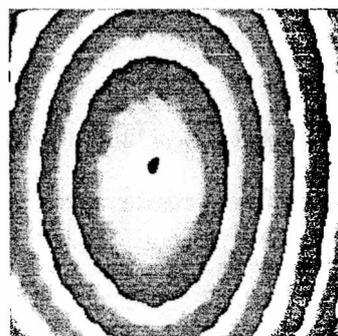
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.2 Método de corrimiento de fase en DSPI. (a), (b) y (c) interferogramas con corrimientos de fase de $\pi/2$. (d) Mapa de fase mod 2π .

5.5 Demodulación de fase

Si la función $\delta_{\text{mod}}(x,y)$ módulo 2π calculada por los algoritmos de PSI o TF se asume como una distribución de fase que se incrementa monótonamente, puede transformarse en una función de fase continua $\delta(x,y)$ por la adición de un entero $i(x,y) \cdot 2\pi$ (llamado bias), de acuerdo a

$$\delta(x,y) = \delta_{\text{mod}}(x,y) + i(x,y) \cdot 2\pi \quad (5.5.1)$$

El algoritmo cuenta con la detección de discontinuidades mediante la comparación de los valores de los pixeles adyacentes. Cuando la diferencia entre los valores es mayor que un umbral especificado, está presente una discontinuidad. Una demodulación correcta de la fase solamente puede darse si la rata de muestreo es la suficiente, de manera tal que cualquier cambio rápido en la fase no sea confundido con discontinuidades. En otras palabras, de acuerdo por con el teorema del muestreo, en la digitalización del registro interferométrico se debe asegurar que existan por lo menos dos pixeles por cada franja del patrón de interferencia, garantizando así, la reconstrucción del frente de onda incidente.

El propósito de un algoritmo de demodulación es encontrar la función desconocida $i(x,y)$. Comenzando en un punto de referencia (x_0, y_0) con un valor conocido de $i(x_0, y_0)$, en la mayoría de los casos igual a cero, el algoritmo busca saltos de fase más grande que π a lo largo de la trayectoria elegida $f(r)=(x_r, y_r)$:

$$\Delta\delta_{\text{mod}}(f(r)) = \delta_{\text{mod}}(f(r)) - \delta_{\text{mod}}(f(r-1)) \quad (5.5.2)$$

tal que si $\Delta\delta_{\text{mod}}(f(r))$ es más pequeño que $-\pi$ la función entero se incrementa $i(f(r))=i(f(r-1))+1$ y si $\Delta\delta_{\text{mod}}(f(r))$ es más grande que π la función entero se decrementa $i(f(r))=i(f(r-1))-1$.

Encontrar una solución única a la fase desenvuelta resulta a menudo impedido por la existencia de inconsistencias (comúnmente llamadas residuos o puntos singulares) en el mapa de fase, los cuales son inducidos por ruido (como el propio speckle) y/o “aliasing”

(efecto en el cual la frecuencia de la imagen muestreada es más baja que en la original) causado por las discontinuidades intrínsecas del objeto. Los puntos con ruido actúan como pseudo discontinuidades 2π para el desenvolvimiento de fase.

5.5.1 Funciones Indicadoras.

Para encontrar una trayectoria correcta $f(r)$, los pixels incorrectos se deben excluir del proceso de demodulación. Para ello, se investigan muchas funciones indicadoras que permitan determinar la validez de cada pixel. A continuación hacemos una reseña de tales funciones.

- **Modulación** : Si el numerador $N(x,y)$ y el denominador $D(x,y)$ de la ecuación fundamental del PSI, ec.(5.3.10), están debajo de un valor umbral de intensidad en el pixel (x,y) , este puede no estar modulado durante la medida. Eso sucede por ejemplo en presencia de ruido.
- **Visibilidad**: En el caso de submuestreo, la visibilidad $V(x,y)$ es más pequeña que el umbral ε_V

$$V(x,y) = \frac{R\sqrt{N(x,y)^2 + D(x,y)^2}}{2 \sum_r I_r(x,y)} < \varepsilon_V \quad (5.5.3)$$

Trayectoria Cerrada: Siguiendo una trayectoria cerrada A, figura 5.3, en las cuatro posibles direcciones de la suma de los valores bias $i(x,y)$ a lo largo de esta trayectoria $\sum_A i(A)$ tiene que ser cero. Si este no es el caso ha ocurrido un error y el algoritmo de demodulación no debería seguir esta trayectoria. Así, las otras tres direcciones B, C, D también deben examinarse.

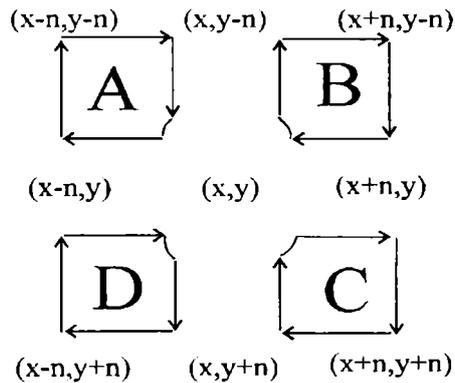


Figura 5.3 Las cuatro trayectorias posibles de examinar para el píxel (x, y) .

5.5.2 Algoritmos de demodulación.

Muchos algoritmos de demodulación de fase se han introducido en los últimos años. La mayoría han mostrado ser capaz de manipular ciertas fuentes de error y se ha demostrado su éxito sobre ciertos mapas de fase. Sin embargo, no es posible aplicar un único algoritmo para tales casos de interés. Generalmente se puede categorizar a los algoritmos de las dos maneras siguientes:

- **Métodos dependientes de la trayectoria o algoritmos locales :** Métodos que detectan la posición de los bordes o las discontinuidades abruptas en las imágenes y usan esta información para calcular los niveles de fase. La demodulación procede en los casos más simples con la demodulación clásica o a lo largo de trayectorias más complicadas en orden a medida que la integridad de los píxeles decrece. Algunos algoritmos de detección de bordes han sido usados para demodulación de fase, como el filtro de borde optimo de Canny^[5.12]. Button et al^[5.13] propusieron un método de identificar franjas de correlación de speckle moviéndose a lo largo de la trayectoria de mínima irradiancia, empezando inicialmente con un punto y dirección especificadas manualmente. Krishnaswamy^[5.14] propuso un método en el cual las fronteras de las franjas fueron seguidas por puntos que maximizan la segunda derivada en la dirección normal. Ramesh y Pramod^[5.15] proponen un algoritmo de adelgazamiento de franjas para generar una imagen esqueleto usada para identificar manualmente el orden de la franja. Los métodos de demodulación más

poderosos de este tipo son conocidos como “pixel queuing” y están basados en la idea de enmascarar los píxeles inválidos y ordenar los píxeles remanentes de acuerdo a algún criterio que refleje la integridad de cada fase estimada^[5.16].

- **Métodos independientes de la trayectoria o algoritmos globales** : Métodos que tratan de identificar y aislar áreas en la imagen que pueden causar propagación de errores y las excluyen del proceso de demodulación. Son métodos más robustos debido a que están basados sobre las propiedades físicas subyacentes de los conjuntos de datos. El principio básico es que el resultado de la demodulación de fase debe ser independiente de la trayectoria y que cualquier integración a lo largo de una trayectoria cerrada arbitraria en la imagen debe producir un resultado cero. El concepto de un residuo está definido en este contexto como el resultado de la integración de la fase a lo largo de una trayectoria cerrada de cuatro píxeles vecinos arreglados en cuadrados 2×2 . Residuos no cero son positivos o negativos, dependiendo del signo de la integración resultante. Trayectorias cerradas que contengan un único residuo no cero producen inconsistencias en la demodulación. Si la trayectoria contiene igual número de residuos negativos y positivos no genera inconsistencias. El objetivo es prevenir que las trayectorias de demodulación de fase contengan un número desigual de residuos positivos y negativos. Goldstein et al^[5.17] y Huntley^[5.18] propusieron este tratamiento.

Finalmente mencionaremos:

- **Autómatas celulares**: Un autómata celular es una estructura algebraica pequeña, que puede exhibir un comportamiento complejo que resulta de los efectos colectivos de un gran número de células, cada una de las cuales se desarrolla en pasos temporales discretos de acuerdo a reglas simples. Se necesita solamente una pequeña cantidad de memoria y es útil para todos los tipos de objetos, pero necesita muchas iteraciones hasta que encuentra convergencia y así es solamente interesante si se implementa por hardware. Una teoría del método puede encontrarse en el trabajo de Ghiglia et al^[5.19] donde se investigan los casos unidimensional y bidimensional. Cuando la presencia de ruido en el mapa de fase módulo 2π es importante, el algoritmo original^[5.19] del autómata

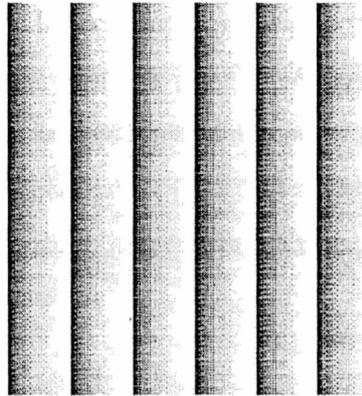
celular no resuelve las discontinuidades por el mismo y por lo tanto es necesario enmascarar los píxeles inconsistentes para poder demodular la fase.

- **Redes de Neuronas** :Las redes de neuronas son sistemas cuyas unidades i , $i=1, \dots, N$, las neuronas, están conectadas las unas con las otras a través de uniones, o sinapsis, cada una de las cuales tiene un peso estadístico determinado. El estado de una neurona i esta determinado por la suma de todas la sinapsis con las demás neuronas y por el estado de cada una de ellas. Programar una red de neuronas consiste en elegir sus parámetros tal que el estado asintotico de la red sea una solución del problema. Si se permite que los parámetros cambien dinámicamente se dice que el sistema esta dotado con capacidades de aprendizaje. Takeda et al^[5.20] propuso una técnica de demodulación de fase usando una propiedad de energía mínima de una red de neuronas Hopfield^[5.21-5.22] de tipo recurrente.

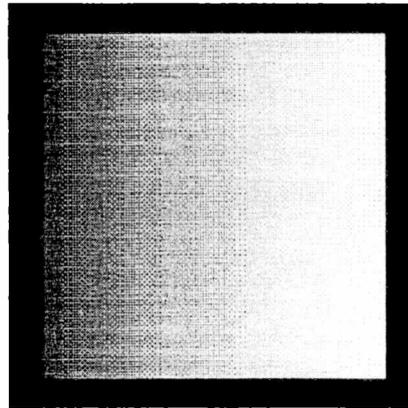
5.5.3 Ejemplos.

A continuación se muestran dos ejemplos de demodulación de fase. El primero para un sistema de franjas simuladas libre de ruido. El segundo un sistema de franjas de correlación obtenidas mediante DSPI, donde la presencia del ruido no se puede eliminar completamente a pesar del filtrado.

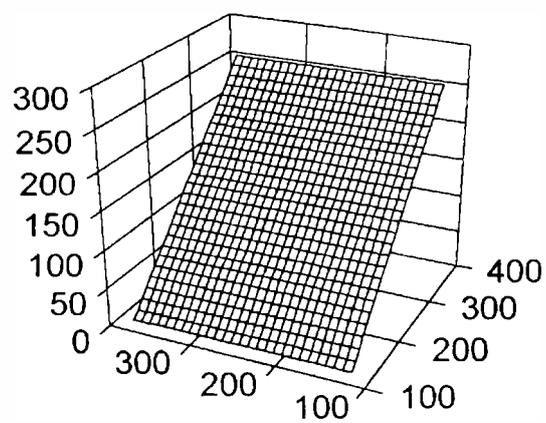
La figura 5.4 (a) muestra un mapa de fase mod 2π generado artificialmente para probar el algoritmo de demodulación. La figura (b) la imagen del mapa de fase y (c) una gráfica 3-D de la fase.



(a)



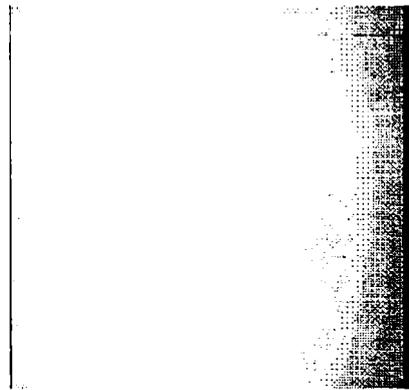
(b)



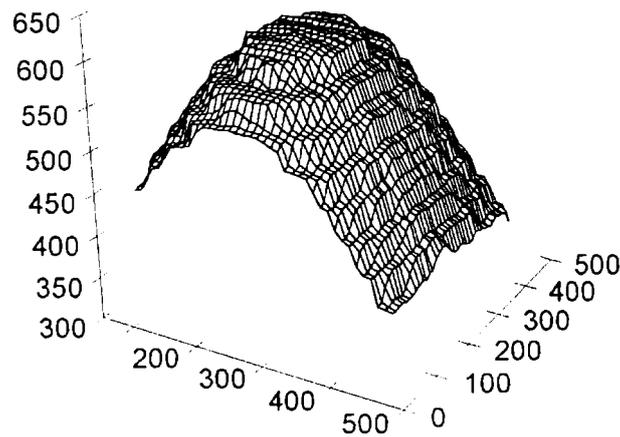
(c)

Figura 5.4 Mapa de fase de un sistema de franjas simulado. (a) Fase modulo 2, (b) Fase sin modulo, (c) Grafica 3-D del mapa de fase.

La figura 5.5 muestra la demodulación de fase sobre el mapa de fase para el caso de la figura 5.2. Que no es una simulación, sino una deformación real producida por una carga puntual aplicada en el centro de una placa metálica. Donde la figura 5.2 (d) representa el mapa de fase módulo 2π al cual se le aplica el procedimiento de demodulación. Se pueden observar en la imagen de la fase sin módulo el efecto de algunos puntos inconsistentes.



(a)



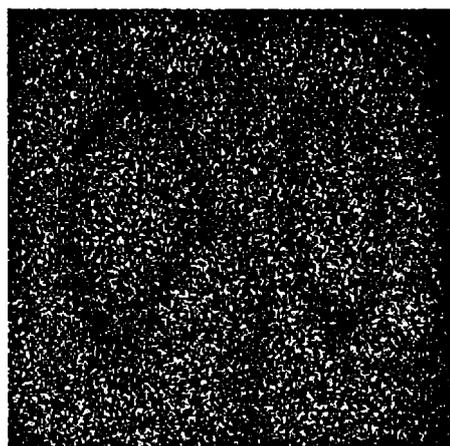
(b)

Figura 5.5. Mapa de fase después de aplicar el algoritmo de demodulación para el caso mostrado en la figura 5.2. (a) Imagen de la fase sin modulo, (b) Grafica 3-D de la Fase.

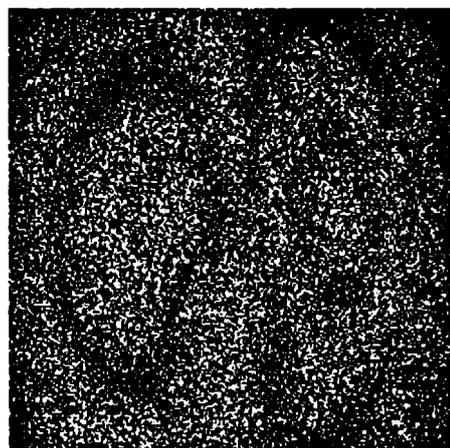
5.6 Determinación de la fase en interferometría digital de patrones de speckle por corrimiento con red de difracción.

La principal ventaja que tiene nuestra propuesta de un interferómetro speckle de corrimiento con red de difracción^[5.23], descrito en la sección 4.7.1, es la simplicidad experimental con que se puede implementar la técnica de corrimiento de fase. Basta colocar la montura de la red de difracción de la figura 4.20 sobre un motor paso a paso de forma tal que pueda ser desplazada en el plano. El corrimiento de fase puede implementarse por desplazamientos de la red en el plano^[5.24], para producir un cambio de fase de 2π basta con mover la red una distancia igual a su espaciado d , si en vez de esto, se mueve a través de una distancia d/k la fase se mueve a través de $2\pi/k$. El algoritmo de corrimiento de fase que nosotros aplicamos, sección 5.4, utiliza tres interferogramas con fases de referencia de $-\pi/2$, 0 , $\pi/2$ y por lo tanto k es igual a cuatro y la red se debe mover distancias de $d/4$.

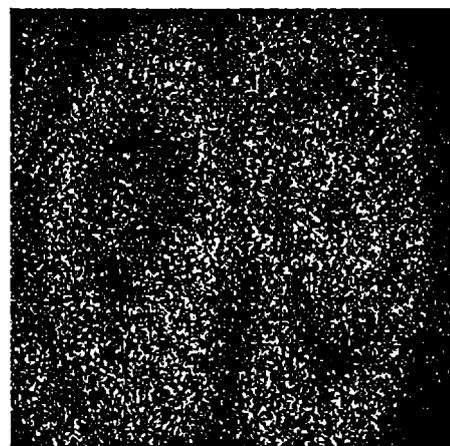
En nuestros experimentos utilizamos una red de difracción de 8 líneas/mm, con un espaciado $d= 125 \mu\text{m}$, por lo tanto para producir el cambio de fase de $\pi/2$ debemos desplazar la red $31.25 \mu\text{m}$. Valor que pueden suministrar sin ningún problema los motores paso a paso comerciales. Analizamos el caso ampliamente estudiado de una deformación producida en el centro una placa metálica, descrito en varias oportunidades en el capítulo anterior, para tener un punto de comparación de los resultados. La figura 5.6 muestra los tres interferogramas que representan la derivada de la deformación obtenidos para cada una de las tres fases de referencia. Cada uno de los tres interferogramas es filtrado para eliminar el ruido de speckle mediante el filtro pasabajo en el espacio de Fourier.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.6 Los tres interferogramas necesarios para el algoritmo de corrimiento de fase.

5.6 Determinación de fase en interferometría digital de patrones de speckle por corrimiento con red de 195 difracción

Aplicamos el algoritmo correspondiente para nuestro corrimiento de fase a los tres interferogramas ya filtrados para obtener el mapa de fase mod 2π , cuyo resultado se observa en la figura 5.7



Figura 5.7 Mapa de fase módulo 2π obtenido con el algoritmo propuesto.

Sobre el mapa de fase de la figura 5.7 aplicamos el algoritmo de demodulación de fase para obtener finalmente la fase sin modulo, cuya gráfica se puede ver en la figura 5.8.

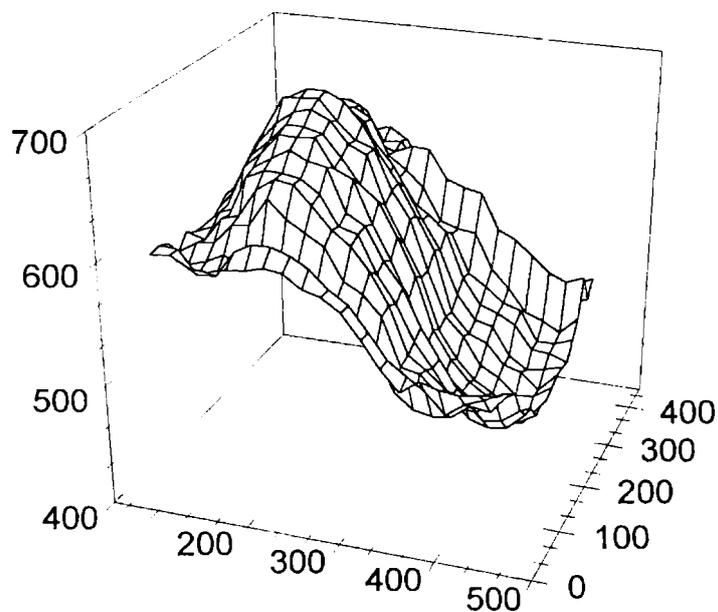


Figura 5.8 Gráfica de la fase con datos obtenidos después de la demodulación de la fase.

5.7 Determinación de la franja de orden cero

La interpretación exitosa de un interferograma depende en gran parte de la habilidad para asignar el número de orden correcto a las franjas. Este etiquetamiento de las franjas se usa para determinar el desplazamiento de un punto relativo a cierto origen, cuando se conoce el vector sensibilidad del experimento. La ambigüedad en el orden es una de las mayores fuente de error, tanto para las medidas de desplazamiento como para la generación de franjas de contorneado. En contorneado holográfico analógico^[5.25] y digital^[5.26] se ha usado fuentes de iluminación múltiple para modificar la estructura de las franjas como medio para reducir la ambigüedad en la asignación del orden.

Otra técnica usada por el contorneado con imágenes digitales múltiples es sintetizar un perfil de una franja particular, por ejemplo el de una función delta aproximada^[5.27]. Esta franja corresponde a la franja de interferencia de orden cero, que muestra el lugar geométrico de todos los sitios (locus) con diferencia de trayectoria óptica cero entre dos haces. Usándola como en el caso de la proyección de una sola franja se elimina la ambigüedad en el orden.

En esta sección presentamos un método que desarrollamos para determinar la franja de orden cero^[5.28] usando el principio para sintetizar una franja.

5.7.1 Fundamento de la técnica.

La ecuación básica del DSPI, ec.(4.3.3), describe la diferencia de intensidad ΔI en un punto imagen entre un estado actual y uno de referencia. En principio, si el sistema óptico es estable, las intensidades y la fase del speckle serán constantes para un punto dado y por lo tanto ΔI es una función solamente del cambio de fase δ causado por la variación del camino óptico, que se produce por ejemplo, por un desplazamiento del punto correspondiente entre exposiciones. Para un punto del objeto $P(x,y,z)$ que sufre un desplazamiento $\mathbf{d}=\mathbf{d}(x,y,z)$, δ esta dado por^[5.24]

$$\frac{\delta(P)}{2\pi} \lambda = N(P)\lambda = [\mathbf{e}_B(P) + \mathbf{e}_Q(P)] \cdot \mathbf{d}(P) = \mathbf{S}(P) \cdot \mathbf{d}(P) \quad (5.7.1)$$

donde $N(P)$ es el número de franjas en la imagen entre un punto fijo (un punto que no sufrió desplazamientos entre las exposiciones) y P , λ es la longitud de onda, \mathbf{e}_B un vector

unitario en P en la dirección de observación, \mathbf{e}_Q un vector unitario desde P en la dirección de iluminación y S el vector sensibilidad. Asumimos que el campo de desplazamientos es continuo, y suponiendo la existencia en la imagen de una trayectoria conectada entre un punto fijo y P.

Si el cambio de fase δ producido por el desplazamiento $\mathbf{d}(P)$ es lo suficientemente grande (correspondiendo a una diferencia de fase mayor que 2π), la intensidad ΔI estará entre los valores extremos I_{max} e I_{min} . Con I_{min} igual a cero siempre que $\delta = 2n\pi$; $n=0,1,2,\dots$. Para construir el mapa de fase, requerimos a menudo la posición de por lo menos un punto que haya sufrido desplazamiento. Este es usado como un origen para el conteo de las franjas en cada punto de interés. Si conocemos el vector sensibilidad, el número de franjas entre el origen mencionado y el punto genérico P determina solamente la componente del desplazamiento. Se requieren como mínimo tres ecuaciones independientes para resolver las tres componentes de \mathbf{d} :

$$N_i(P)\lambda = [\mathbf{e}_B(P) + \mathbf{e}_Q(P)] \cdot \mathbf{d}(P) = \mathbf{S}_i(P) \cdot \mathbf{d}(P). \quad (5.7.2)$$

Para incrementar la precisión de medición usualmente se usa un sistema sobre determinado combinado con el método de mínimos cuadrados^[5,24]. Sin embargo, el signo de cada componente permanece ambiguo.

Es evidente que no es posible garantizar a priori la existencia de un punto no deformado, por ejemplo, desplazamientos de campo total no poseen tal punto. Y aún si tal punto existiera, puede estar localizado fuera del área de observación del experimento. El cambio de fase δ es entonces medido con una ambigüedad de $2n\pi$.

Cuando $\mathbf{d}=0$, entonces $\delta=0$ para todos los vectores sensibilidad. Este es el único caso que da cero corrimiento de fase para tales geometrías generales. Esto es, el locus $\mathbf{d}=0$ será una franja oscura en DSPI, lo cual se obtiene a través de la substracción de los estados antes y después. El inverso es cierto en holografía analógica.

Si se usan muchos vectores sensibilidad (en principio infinitos) o iluminaciones o combinaciones de ambos, solamente la franja oscura en la imagen de DSPI es común a todos los puntos de observación y debería corresponder al locus $\mathbf{d}=0$, si existe. Cuando,

como en la práctica, solamente se tiene un número finito de vectores sensibilidad disponibles, pueden aparecer muchas franjas aisladas de intensidad cero. Un conocimiento a priori de la geometría esperada de los desplazamientos puede ser usado para decidir cual de ellas representa el orden cero.

En la técnica que proponemos, se guardan un conjunto de imágenes con un incremento progresivo en el ángulo que sustenta la dirección del haz de iluminación. Este incremento se obtiene moviendo una lente mediante un motor paso a paso. Las direcciones de iluminación se deben elegir de tal manera que cada desplazamiento posible produzca un cambio de fase, esto es, los tres vectores sensibilidad deben constituir una base. Entonces, se aplica la carga al objeto y se registra un conjunto similar de imágenes repitiendo las mismas direcciones de iluminación del haz objeto como antes. Para cada pixel (i,j) , el computador asigna un valor z a la imagen resultante calculada como

$$z = \sum_k |(z_k - z'_k)| \quad (5.7.3)$$

donde z_k es el nivel de gris en la imagen registrada que corresponde a la k -ésima dirección de iluminación antes de la aplicación de la carga, z'_k es el valor correspondiente después de la aplicación de la carga. La esqueletización de la franja provee un origen para el conteo de la franja en cualquier par z_k, z'_k .

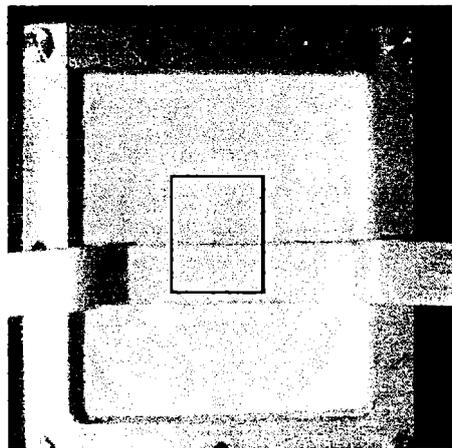
El locus de los desplazamientos nulos no se mueve durante un cambio de la dirección de iluminación, mientras que el resto de las franjas se mueven y son por lo tanto “lavadas” en la operación de promediado.

Para un vector sensibilidad dado existen “desplazamientos no cero” que producen una franja oscura en la imagen, es decir, aquellas que corresponden a las direcciones perpendiculares a dicho vector. El conjunto de vectores sensibilidad está determinado por la dirección de observación y las diferentes direcciones de iluminación que pueden ser elegidas para mostrar una franja oscura que corresponde a un subespacio del campo de desplazamientos, el locus de lugares que no se mueven en cierta dirección. Si por ejemplo, todos los vectores sensibilidad están contenidos en un solo plano, puntos con desplazamientos perpendiculares a este plano aparecerán oscuros en la imagen resultante.

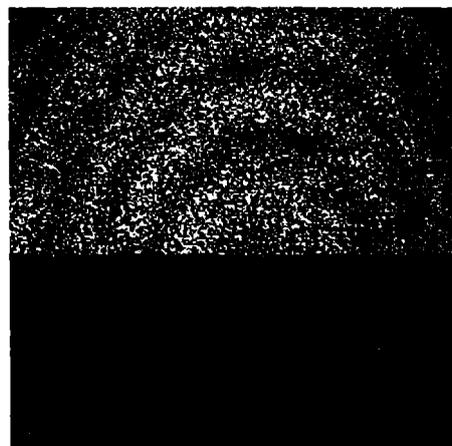
Como una consecuencia, regiones que obedecen una propiedad definida pueden destacarse si se requiere para un experimento particular.

5.7.2 Experimentos.

Realizamos varios experimentos para demostrar la validez de la técnica, utilizando el montaje experimental de la figura 4.10. En todos nuestros experimentos fueron almacenados cinco pares de imágenes con un paso de $30\ \mu\text{m}$ entre imágenes.



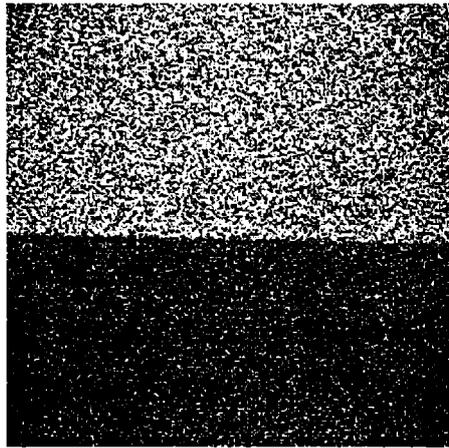
(a)



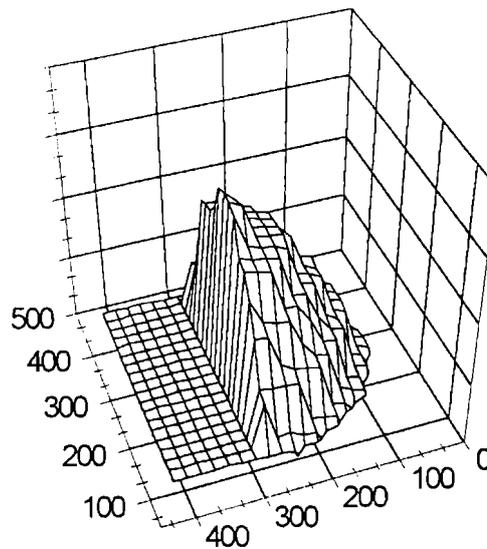
(b)

*Figura 5.9 (a) Objeto de prueba, donde el cuadrado demarca el área de observación.
(b) Franjas de correlación producida por una deformación.*

En el caso de la figura 5.9, se comparan una superficie metálica anclada, deformada por una carga aplicada desde atrás en su centro, y una tira metálica sin perturbar. La figura 5.9(a) muestra el objeto, y el rectángulo indica el área de observación, la figura 5.9(b) muestra el resultado del DSPI usual. El resultado de aplicar la ec.(5.7.1) a esta imagen se observa en la figura 5.10(a). La tira metálica permanece totalmente negra, indicando que no ocurrió deformación. El mapa de fase correspondiente se muestra en la figura 5.10(b).

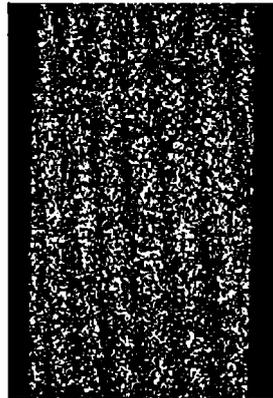


(a)

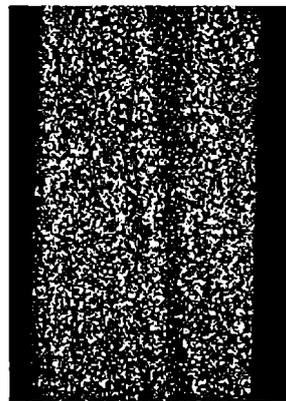


(b)

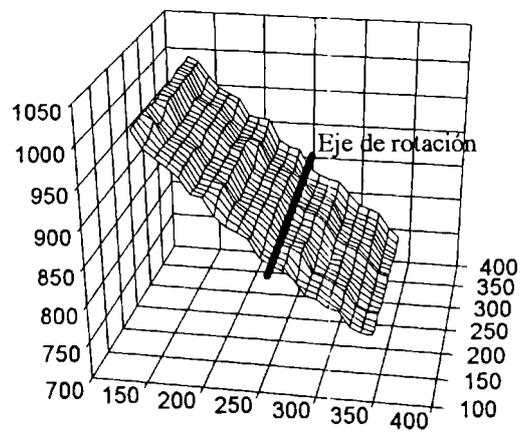
Figura 5.10 (a) Resultado del procedimiento de promediado para el caso de la figura 5.9, la tira metálica permanece negra y se removieron las franjas. (b) Mapa de fase resultante.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.11 Composición que muestra (a) las franjas resultantes de la rotación de una placa, (b) la franja de orden cero (eje de rotación), (c) el mapa de fase obtenido de (a) junto con la posición del eje de rotación obtenido de (b).

En la figura 5.11, un objeto plano es rotado alrededor de un eje. En la figura 5.11(a) se observan las franjas de correlación del DPSI, mientras que la figura 5.11(b) muestra la posición del eje de rotación obtenido al aplicar nuestro procedimiento, es decir, la franja que emerge del promediado digital, la figura 5.11(c) es el mapa de fase resultante de la figura 5.11(a) y la posición del eje de rotación es obtenida de la figura 5.11(b).

Puede ocurrir una pérdida de repetibilidad del reposicionado entre la adquisición de las imágenes de los estados de referencia y estados deformados, si tal error introduce una trayectoria óptica extra de menos de $\lambda/2$ no genera error en la localización de la franja pero puede aparecer un borronado en su contraste. El error depende de los equipos involucrados y de la geometría del montaje utilizado. En nuestro caso el máximo error fue de $0.005 \mu\text{m}$.

En conclusión, hemos demostrado la posibilidad de asignar la franja de orden cero con la ayuda de las técnicas de DSPI en adición al procedimiento de almacenamiento múltiple de imágenes. El método propuesto complementa las técnicas de corrimiento de fase. Una vez localizada la franja de orden cero podemos proceder con los métodos estándar de mapeo de fase para encontrar el campo absoluto de deformaciones. Este método es solo aplicable para el caso de deformaciones estáticas.

5.8 Bibliografia

- [5.1] Erf, R. K. "Holographic Nondestructive Testing," Academic Press, New York (1974) 442 p.
- [5.2] Takeda, M., Ina, H., Kobayshi, S. "Fourier-Transform Method of Fringe Pattern Analysis for computer-based topography and interferometry," J. Opt. Soc. Am. **72** (1982) 156
- [5.3] Macy, W. W. "Two Dimensional Fringe Pattern Analysis," Appl. Opt. **22** (1983) 3898
- [5.4] Womack, K. H. "Frequency domain description of interferogram analysis," Opt. Eng. **23** (1984) 396
- [5.5] Rodier, C., Rodier, F. "Interferogram analysis using Fourier Transform techniques," Appl. Opt. **26** (1987) 1668
- [5.6] Bruning, J.H.; Herriott, D.R.; Gallager, J.E.; Rosenfeld, D.P.; White, A. D.; Brangaccio, D.J. "Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses," Appl. Opt. **13** (1974) 2693
- [5.7] Morgan, C.J. "Least-squares estimation in phase-measurements interferometry," Opt. Lett. **7** (1982) 368-370.
- [5.8] Chiayu Ai and J.C. Wyant, "Effect of piezoelectric transducer nonlinearity on phase shift interferometry," Appl. Opt. **26** (1987) 1112-1116.
- [5.9] Wyant, J.C., Proc. 38 Annual Meeting of the ASLE (1983)
- [5.10] Schwinder, J., Burow, R., Elssner, K-E., Grzanna, J., Spolaczyk, R., Merkel, K. "Digital wave-front measuring interferometry: a simple error sources," Appl. Opt. **22** (1983) 3421
- [5.11] Greivenkamp, J.E. "Generalized data reduction for heterodyne interferometry," Opt. Eng. **23** (1984) 350

- [5.12] Canny, J.A. "A computational approach to edge detection," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* PAMI-8 (1986) 679
- [5.13] Button, B.L.; Cutts, J. Dobbins, B.N., Moxon, C.J.; Wykes, C. "The identification of fringe positions in speckle patterns," *Opt. Laser Technol.* **17** (1985) 189
- [5.14] Krishnaswamy, S. "Algorithm for computer tracing of interference fringes," *Appl. Opt.* **30** (1991) 1624
- [5.15] Ramesh, K.; Pramod, B.R. "Digital image processing of fringe patterns in photomechanics," *Opt. Eng.* **31** (1992) 1487
- [5.16] Vrooman, H.A.; Maas, "Image processing algorithms for analysis of phase-shifted speckle interference patterns," *Appl. Opt.* **30** (1991) 1636
- [5.17] Goldstein, R. M. Zebker, H.A.; Werner, C.L. "Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping," *Radio Sci.* **23** (1988) 713
- [5.18] Huntley, J.M. "Noise-immune phase unwrapping algorithm," *Appl. Opt.* **28** (1989) 3268
- [5.19] Ghiglia, G.A.; Mastin, G.A.; Romero, L.A. "Cellular-automata method of phase unwrapping," *J. Opt. Soc. Am. A* **4** (1987) 267
- [5.20] Takeda, M.; Nagatome, K.; Watanabe, Y. "Phase unwrapping by neural network" in *Fringe'93*, Jüptner, W; Osten, W (Editores), Akademic Verlag, Berlin (1993) 136
- [5.21] Hopfield, J.J. "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities," *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **79** (1982) 2554
- [5.22] Hopfield, J.J. "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons," *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **81** (1984) 3088

- [5.23] Rabal, H; Henao, R; Torroba, R. "Digital speckle pattern shearing interferometry using diffraction gratings" *Opt. Comm.* **126** (1996) 191
- [5.24] Torroba, R., Henao, R., Rabal, H. "Phase stepping in digital grating-shear speckle interferometry;" *Proc. of Optics for Scie. and New Tech. SPIE* **2778** (1996) 327
- [5.25] Hildebrand, B.P., Haines, K.A. "Multiple-wavelength and multiple-source holography," *J. Opt. Soc. Am.*, **57** (1967) 155
- [5.26] Pomarico, J. Arizaga, R., Rabal, H., Torroba, R. "Digital holographic contouring," *Opt. Commun.* **98** (1993) 257
- [5.27] Arizaga, R., Rabal, H., Trivi, M., Alanis, E., Romero, G. "Single fringe contouring," *Opt. Commun.* **108** (1994) 209
- [5.28] Henao, R; Rabal, H; Tagliaferri, A; Torroba, R. "Determination of zero order fringe in digital speckle pattern interferometry;" *Appl. Opt.* **36** (1997) 2066
- [5.29] Osten, W., Jüptner, W. "Measurement of displacement vector fields based on high-precision phase measurements," *SPIE Vol. 1755 Interferometry: Techniques and Analysis* (1992) 162

Capítulo 6

Conclusiones Generales y Perspectivas

-
- 6.1 *Conclusiones*
 - 6.2 *Perspectivas*
 - 6.3 *Lista de Publicaciones*
-

6. Conclusiones Generales y Perspectivas

6.1 Conclusiones Generales

En el desarrollo del presente Trabajo de Tesis fueron estudiados diferentes aspectos del fenómeno de speckle con miras a generar modelos que permitan llevar a aplicaciones metrologicas, principalmente haciendo uso de sistemas digitales de adquisición y procesamiento de imágenes.

A partir del análisis estadístico del fenómeno de speckle, en el capítulo 2 se han estudiado las propiedades de la representación de los patrones de speckle en el dominio de las funciones Walsh. Se dedujeron parámetros tales como la desviación estándar σ_I para la intensidad y el contraste C , en términos de los coeficientes de la expansión de Walsh. A partir de la correlación diadica de la distribución de intensidad del patrón de speckle se llegó al Teorema de Wiener-Khintchine en el dominio de las funciones Walsh y se definió el grado complejo de coherencia. Con base en todo lo anterior se puede concluir que es posible obtener para la representación en el espacio de las Walsh los parámetros ya conocidos de la estadística de primer y segundo orden para un patrón de speckle completamente desarrollado. Esta representación ofrece claras ventajas desde el punto de vista computacional, pero para explotar sus posibilidades es necesario realizar estudios que permitan interpretar adecuadamente la información proporcionada por los espectros de secuencias, las autocorrelaciones diadicas, etc. Con esto se abre un nuevo campo de estudio.

Con base en los hechos de que el patrón de speckle lleva información sobre el diámetro de la abertura de salida del sistema óptico y de que la distribución modal a la salida de una fibra óptica multimodo se comporta como un patrón de speckle, se propuso

un método para la medición del diámetro del núcleo de una fibra óptica multimodo usando un algoritmo de autocorrelación de speckle para obtener el diámetro del speckle mínimo presente en el patrón generado por la fibra. Las simulaciones realizadas y así mismo las mediciones de pupilas conocidas, las cuales presentan solo pequeñas desviaciones con respecto a los valores medidos por un comparador, prueban el buen desempeño del método. Resultados obtenidos para el núcleo de la fibra óptica muestran una buena concordancia con el valor suministrado por el fabricante de la fibra, esto hace esta técnica muy atractiva debido a su facilidad de implementación instrumental. Además, puede extenderse para determinación de pupilas de sistemas ópticos en situaciones donde no sea posible la utilización de otras técnicas.

En el capítulo 3, se estableció una condición general para la máxima correlación entre patrones de speckle, bajo aproximación paraxial, cuando se consideran variaciones de la posición de la fuente, cambios en el área de iluminación sobre el difusor y desplazamientos tridimensionales de este. Se confirmó la dependencia existente entre la fuente y el difusor, además, se consideró la influencia de desplazamientos transversales para producir pares de Young correlacionados. Los experimentos realizados con fotografía speckle comprueban las predicciones hechas por el modelo y además concuerdan ampliamente con lo establecido cuando se esta con condiciones no tan generales.

También en el capítulo 3, a raíz de la modificación propuesta al experimento de Burch y Tokarski se logra la determinación de las componentes tridimensionales del desplazamiento de objetos difusores, al proporcionar puntos de observación adicionales por la inclusión de la red de difracción en el montaje original. Se elaboró un modelo teórico mediante el empleo de matrices de proyección para obtener las expresiones que permiten calcular las componentes de los desplazamientos en términos de las constantes instrumentales, la geometría del sistema y la evaluación del interferograma. Los experimentos realizados mostraron que la técnica es eficiente siempre y cuando se tenga en cuenta que la sensibilidad a lo largo del eje óptico es menor que en el plano perpendicular a él.

En el capítulo 4, considerando la correlación de intensidad de patrones speckle de un objeto iluminado con un solo haz se propuso y verificó la versión digital del método de máscara complementaria de speckle. Aunque no es altamente sensitivo, ya que esta basado en los desplazamientos del speckle, requiere menos estabilidad mecánica y puede ser implementado en condiciones de campo con poca instrumentación ordinaria. Es útil para inspeccionar grandes estructuras ya que no requiere haz de referencia. Otra ventaja interesante es la posibilidad del registro en video con un análisis posterior en el laboratorio.

Igualmente en el capítulo 4, se demostró que los cambios en la visibilidad de las franjas de correlación permiten determinar con alta precisión rotaciones pequeñas del objeto difusor o del haz de iluminación. Los resultados obtenidos se compararon con los medidos por un contralor piezoeléctrico, observándose una buena concordancia ya que el error porcentual permanece por debajo del 1% en la mayoría de los casos.

En el mismo capítulo, se propuso e implementó un interferómetro digital de patrones de speckle por corrimiento utilizando una red de difracción como elemento para generar el corrimiento. Esta técnica se presenta como una alternativa atractiva con respecto a los otros montajes de shearografía, ya que proporciona formación de franjas a tiempo real, tiene un sistema óptico compacto y permite la implementación de las técnicas de corrimiento de fase sin cambios adicionales del montaje. Las limitaciones en el contraste presentes en shearografía convencional no existen en este caso, como puede verse en los resultados experimentales.

La investigación de las características de polarización en interferometría digital de patrones de speckle permiten establecer la influencia de la polarización sobre la visibilidad de las franjas de correlación mediante una teoría que es comparada con mediciones experimentales para mostrar la validez de la aproximación. Otra característica que debe ser resaltada es la dependencia sobre los cambios de fase introducidos para generar las franjas, aún para el caso en que la polarización sea preservada. Este último hecho debe ser tenido en cuenta cuando se usan franjas de referencia. Esta investigación puede conducir a la solución del problema inverso, i.e. la medición de actividad óptica de sustancias o el control de calidad en corte de cristales con actividad óptica. Resumiendo,

este estudio estableció las bases para la interferometría digital de patrones de speckle sensibles a la polarización. Este tipo de interferómetro es capaz de detectar la polarización de un medio óptico o visualizar estructuras birrefringentes. A causa de la simplicidad y lo compacto del sistema es una técnica promisoría.

La técnica de visualización de la evolución temporal de patrones de speckle nos sugiere que puede usarse en la evaluación de fenómenos que evolucionan continuamente en los cuales la escala temporal no es muy pequeña: análisis de fracturas, evolución de tensiones residuales, análisis de modos de vibración, propagación de ondas térmicas, etc. Aunque no se introdujeron nuevos conceptos se presentó una nueva forma de mostrar los resultados. La posibilidad de comparación de los diferentes estados temporales la hace más apropiada para su uso en ambientes inestables. Si el experimento es registrado en video, la información contenida en la segunda derivada espacial puede obtenerse por procesamiento posterior. El límite de resolución está dado por el tiempo requerido por el procesador de imágenes para actualizar los datos, es decir, solo se pueden analizar fenómenos que varían con escalas temporales mayores que el tiempo de registro de imagen. Los efectos de decorrelación inherentes a las técnicas de DSPI pueden ser disminuidos usando diferentes estados temporales como origen de comparación. Este tipo de visualización puede obviamente ser usada por otros tipos de técnicas de medición, tales como interferometría holográfica a tiempo real o moiré, cuando las franjas son observadas a través de una cámara.

Como contribuciones a la técnicas de determinación de fase en DSPI, capítulo 5, se mostró que utilizando la misma red de difracción que genera el corrimiento de las imágenes del patrón de speckle en el interferómetro digital de patrones de speckle por corrimiento antes propuesto, capítulo 4, se pueden generar los cambios de fase necesarios para obtener el mapa de fase 2π mediante desplazamientos determinados de la red en su plano producidos por un motor paso a paso. Con ello se demostró que es posible tener un interferómetro instrumentalmente simple para obtener las derivadas de una deformación con la precisión de los interferómetros de corrimiento de fase.

Se mostró la posibilidad de asignar la franja de orden cero con la ayuda de técnicas de DSPI en adición a un procedimiento de almacenamiento múltiple de imágenes. El

método propuesto es complementario a las técnicas de pasos de fase, con lo cual una vez localizada la franja de orden cero, se procede con los métodos estándar de mapeo de fase para encontrar el campo de deformaciones absoluto. Por la característica de adquisición de múltiples imágenes, la mitad sin cambios en el objeto, hace que este método solo pueda aplicarse para el caso de cargas estáticas. Los experimentos realizados muestran que si se cumplen las condiciones de estabilidad y reposicionamiento requeridos, el método determina eficazmente si existen zonas del objeto que no sufrieron ningún cambio.

6.2 Perspectivas

El trabajo de Tesis expuesto no agota de manera alguna las posibilidades de estudio y aplicación de las técnicas opto-digitales que involucran al speckle como el portador de la información. Por el contrario, la gran versatilidad demostrada por ellos, sumada al continuo avance y modernización de los sensores de estado sólido, de los equipamientos de procesamiento de imágenes y la mayor capacidad y velocidad de los microprocesadores, constituye una motivación para seguir avanzando en la interpretación y utilización de los mismos.

En tal sentido se mencionan, a continuación, algunas posibles líneas de trabajo abordadas utilizando dichos sistemas:

En el aspecto básico, es importante estudiar las posibles interpretaciones de los espectros de secuencias y correlaciones diádicas para así poder generar aplicaciones que exploten el mejor desempeño computacional de las funciones Walsh. Es por ello, que sería importante iniciar un estudio de las funciones Walsh en términos de permutaciones regidas por la operación XOR, lo cual permitiría una mejor compresión de todas las operaciones que se realicen mediante ellas. Surgiendo a partir de esto posibilidades de aplicaciones no solamente en el campo del speckle sino también en codificación de información, reconstrucción de patrones, autoimágenes, etc.

También es necesario continuar los estudios sobre la forma en que los dispositivos optoelectrónicos utilizados en la detección (por ejemplo sensores CCD) y los sistemas

de procesamiento digital registran la información referente a la coherencia, a la correlación y en general a cualquier otro parámetro involucrado en las técnicas de speckle.

A partir de la sensibilidad del DSPI a las direcciones del estado de polarización se pueden desarrollar propuestas con miras a la creación de técnicas que miden la actividad óptica. Adicionalmente, con base en la misma característica, sería posible generar técnicas de codificación para algebra borrosa (fuzzy logic) a partir de un arreglo de DSPI.

Otro punto de interés esta representado por la identificación de patrones mediante un correlador por transformada conjunta (Joint transform correlator) en presencia de ruido de speckle. Utilizando los desarrollos instrumentales del DSPI, permitiendo el procesamiento a tiempo real.

Finalmente, en el tema de la evaluación de la fase existen muchas posibilidades tanto en el desarrollo de algoritmos robustos como de técnicas de filtrado eficientes. Así mismo existe la posibilidad de estudiar nuevos elementos que producen los pasos de fase sin necesidad de desplazamientos mecánicos.

Todo lo anterior muestra que existe tal amplitud de temas a encarar que el ocuparse de ellos llevaría necesariamente al desarrollo de nuevas tesis doctorales.

6.3 Lista de Publicaciones

Algunos de los aspectos originales de este trabajo fueron la base de las siguientes publicaciones:

1. Henao, R., Pomarico, J., Russo, N., Torroba, R., Trivi, M. "Multimode optical fiber core measurement by speckle correlation," *Opt. Eng.* **35** (1996) 26
2. Henao, R., Trivi, M., Medina, F. "Extensive parametric dependence of the speckle patterns maximum correlation degree;" *Optik* **102** (1996) 137
3. Henao, R., Medina, F., Rabal, H., Trivi, M. "Three-dimensional speckle measurements with a diffraction grating," *Appl. Opt.* **32** (1993) 726
4. Torroba, R., Henao, R., Rabal, H. "Digital Implementation of a shadow mask method," *Optik* **102** (1996) 168-170
5. Henao, R., Pomarico, J., Torroba, R. "Precision angle measurements with digital speckle pattern interferometry," (Enviado a publicación)
6. Rabal, H., Henao, R., Torroba, R. "Digital speckle pattern shearing interferometry using diffraction gratings," *Opt. Comm.* **126** (1996) 191
7. Henao, R., Tagliaferri, A. Torroba, R. "Digital polarization speckle pattern interferometer," *Opt. Comm.* **127** (1996) 14
8. Henao, R., Rabal, H., Tagliaferri, A., Torroba, R. "Digital display of the temporal evolution of speckle patterns," *Opt. Eng.* **35** (1996) 63
9. Henao, R., Rabal, H. Torroba, R. "Dynamical digital speckle shearing interferometry;" *Optik* **105** (1997) 13
10. Torroba, R., Henao, R., Rabal, H. "Phase stepping in digital grating-shear speckle interferometry;" *Proc. of Optics for Scie. and New Tech. SPIE* **2778** (1996) 327
11. Henao, R.; Rabal, H; Tagliaferri, A; Torroba, R. "Determination of zero order fringe in digital speckle pattern interferometry;" *Appl. Opt.* **36** (1997) 2066