

BERPIKIR ALJABAR DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA

Ati Sukmawati

Mahasiswa S3 Prodi Pendidikan Matematika Unesa

Abstrak: Transisi dari berpikir aritmetika ke berpikir aljabar merupakan salah satu langkah yang paling sulit yang dialami siswa dalam belajar matematika. Tulisan ini membahas tentang apa yang dimaksud dengan berpikir aljabar dalam menyelesaikan masalah matematika, dan diharapkan dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan oleh guru dalam merencanakan dan menentukan model dan pendekatan pembelajaran, serta tugas-tugas matematika di kelas. Sehingga dapat membantu siswa untuk transisi yang mulus dari aritmetika ke aljabar, dan dapat mendorong serta mengembangkan pemikiran aljabar pada tahap selanjutnya.

Aljabar merupakan cabang matematika yang menggunakan pernyataan-pernyataan matematis untuk menggambarkan hubungan antara berbagai hal. Salah satu kekuatan utama dari aljabar adalah sebagai alat untuk generalisasi dan menyelesaikan berbagai masalah (NCTM, 2008). Menurut Booker (2009), aljabar berperan sangat penting sebagai alat untuk menyelesaikan masalah matematika lanjut, sains, bisnis, ekonomi, perdagangan, komputasi dan masalah lain dalam kehidupan sehari-hari. Dengan aljabar siswa dilatih berpikir kritis, kreatif, bernalar dan berpikir abstrak, sehingga dengan belajar aljabar akan membentuk siswa menjadi pemecah masalah yang handal. Mengingat pentingnya pengetahuan aljabar untuk belajar matematika maupun bidang lainnya maka NCTM (2000) menekankan agar semua siswa, diberi kesempatan untuk belajar aljabar.

Hasil penelitian Wardhani (2004) terhadap siswa SMP pada lima propinsi, menunjukkan bahwa hampir semua propinsi menghadapi kendala berupa pemahaman yang rendah dari siswa tentang konsep-konsep yang terkait dengan operasi bentuk aljabar dan keterampilan yang rendah dalam menyelesaikan operasi bentuk aljabar. Masih banyak siswa yang sulit membedakan antara suku sejenis dan tidak sejenis, serta sulit memahami makna koefisien, sehingga tidak mampu menyelesaikan operasi bentuk aljabar dengan baik. Hasil-hasil penelitian di atas menunjukkan adanya kesulitan yang dialami siswa dalam pergeseran dari berpikir aritmetika ke berpikir aljabar (Stacey dan MacGregor, 1999).

Menurut Kieran (2004) kesulitan yang dialami siswa saat awal belajar aljabar disebabkan karena adanya pemisahan antara belajar aritmetika dan belajar aljabar. Siswa yang terbiasa beroperasi di kerangka acuan aritmetika cenderung tidak melihat aspek relasional dari operasi, fokus mereka adalah pada perhitungan. Siswa harus bergeser dari pengetahuan yang diperlukan untuk memecahkan persamaan aritmetika dengan operasi pada angka, ke pengetahuan yang diperlukan untuk memecahkan persamaan aljabar dengan operasi pada bilangan yang tidak diketahui, dan memerlukan pemetaan simbol matematika standar ke model mental aritmetika yang sudah ada sebelumnya (Warren, 2003). Dengan demikian, penyesuaian yang cukup diperlukan dalam mengembangkan cara berpikir aljabar.

Dobrynina dan Tsankova (2005) menyatakan bahwa untuk mempermudah transisi dari berpikir aritmetika ke berpikir aljabar, maka siswa harus mengembangkan pemahaman dan memiliki pengalaman dengan ide-ide aljabar mulai awal mereka sekolah. Transisi untuk berpikir aljabar merupakan salah satu langkah yang paling sulit yang dialami siswa dalam belajar matematika, sehingga untuk memudahkan transisi ini, guru harus sensitif terhadap cara berpikir siswa dalam memecahkan masalah dan diharapkan dapat mempertimbangkan cara berpikir tersebut dalam mengajar (Proulx, 2006). Untuk itu perlu diketahui apa yang dimaksud dengan berpikir aljabar dalam menyelesaikan masalah matematika.

Pembahasan

Berpikir merupakan istilah yang sudah sangat dikenal luas oleh masyarakat. Berpikir adalah suatu kegiatan mental yang melibatkan kerja otak. Menurut Mayer (Solso, 2007) terdapat tiga gagasan dasar tentang berpikir, yaitu (1) berpikir adalah aktivitas kognitif, yaitu timbul secara internal dalam pikiran tetapi dapat diperkirakan dari perilaku, (2) berpikir merupakan sebuah proses yang melibatkan beberapa manipulasi pengetahuan dalam sistem kognitif. Pengetahuan yang tersimpan dalam ingatan digabungkan dengan informasi yang baru sehingga dapat mengubah pengetahuan seseorang berkaitan dengan situasi yang dihadapi, dan (3) berpikir diarahkan dan menghasilkan perilaku untuk memecahkan masalah. Berpikir terjadi dalam setiap aktivitas mental manusia yang berfungsi untuk memformulasikan atau menyelesaikan masalah, membuat keputusan, serta mencari pemahaman (Slavin, 1994). Melalui berpikir manusia mampu memperoleh makna atau pemahaman tentang setiap hal yang dihadapinya dalam kehidupan.

Berdasarkan beberapa pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa, berpikir merupakan aktivitas mental yang melibatkan pengetahuan yang dimiliki seseorang dan informasi-informasi baru, yang bertujuan untuk membuat keputusan, mencari pemahaman serta menyelesaikan masalah.

Berpikir aljabar, menurut Kieran dan Chalouh (1993), merupakan berpikir yang melibatkan pengembangan penalaran matematika dengan membangun makna untuk simbol dan operasi aljabar. Sedangkan menurut Herbert dan Brown (1997) berpikir aljabar adalah berpikir menggunakan simbol dan alat matematis untuk menganalisis situasi yang berbeda dengan; a) penggalan informasi dari situasi; b) merepresentasikan informasi matematis tersebut dengan kata-kata, diagram, tabel, grafik, dan persamaan; serta c) menafsirkan dan menerapkan temuan matematika, seperti pemecahan untuk kuantitas yang tidak diketahui, pengujian dugaan, dan mengidentifikasi hubungan fungsional. Driscoll (Johanning, 2004) menyatakan bahwa berpikir aljabar mencakup kemampuan untuk berpikir tentang fungsi dan bagaimana mereka bekerja, dan berpikir tentang dampak struktur sistem tersebut atas perhitungan.

Menurut Dindyal (2011), berpikir Aljabar secara umum memiliki tiga komponen terkait, yang mencakup penggunaan simbol-simbol dan relasi aljabar, penggunaan berbagai bentuk representasi, serta penggunaan pola dan generalisasi. Sedangkan menurut pendapat Kriegler (2011) berpikir aljabar mempunyai dua komponen utama, yaitu; pengembangan alat pemikiran matematis dan ide-ide aljabar dasar. Ide-ide aljabar dasar merupakan domain isi

dari alat pemikiran matematis yang dibangun. Alat berpikir matematis diorganisir ke dalam tiga kategori umum: keterampilan pemecahan masalah, keterampilan representasi, dan keterampilan penalaran. Pemecahan masalah dalam aritmetika terutama diarahkan pada menemukan solusi numerik dalam situasi tertentu. Sedangkan dalam aljabar, tujuan diarahkan pada menemukan dan mengungkapkan metode yang umum (Van Amerom, 2003). Memberi siswa kesempatan untuk mengeksplorasi masalah matematika dengan menggunakan beberapa pendekatan atau memikirkan soal matematika yang memiliki beberapa solusi memungkinkan siswa untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah yang baik, dan dapat merasakan kegunaan matematika.

Berpikir aljabar melibatkan merepresentasikan, generalisasi, dan memformalkan pola dan keteraturan dalam semua aspek matematika. Untuk siswa sekolah dasar berpikir aljabar meliputi generalisasi, konsep persamaan, dan berpikir dengan kuantitas yang tidak diketahui (Rubin, 2007).

Warren (2000) mengungkapkan bahwa berpikir aljabar di kelas dasar mengacu pada transisi antara berpikir aritmetika dan berpikir aljabar yang berhubungan dengan; a) mencari, mengenali, menjelaskan, generalisasi, memperluas dan menciptakan pola; b) mencari, mengenali dan merepresentasikan hubungan; c) pemahaman sistem bilangan, bekerja dengan sifat operasi; d) menggunakan variabel dan struktur terbuka untuk merepresentasikan kuantitas dan mengungkapkan hubungan; e) aspek-aspek umum lain seperti membenarkan generalisasi atau kesimpulan, pengujian dugaan, menggunakan berbagai representasi, dan beroperasi pada kuantitas yang tidak diketahui.

Aljabar menurut Lew (2004) merupakan suatu cara berpikir, yang meliputi enam kemampuan berpikir matematis yang terdiri dari:

1. Generalisasi (*Generalization*), yaitu proses untuk menemukan pola atau bentuk.
2. Abstraksi (*Abstraction*), yaitu proses untuk mengekstraksi objek dan relasi matematika berdasarkan generalisasi.
3. Berpikir analitis (*Analytic thinking*), yaitu proses berpikir yang berkaitan dengan proses yang digunakan untuk menemukan nilai yang tidak diketahui. Misalkan aktivitas menyelesaikan persamaan.
4. Berpikir dinamis (*Dynamic thinking*), yaitu berpikir yang berkaitan dengan manipulasi yang dinamis dari objek matematika.
5. Pemodelan (*Modeling*), yaitu proses untuk merepresentasikan situasi yang kompleks menggunakan ekspresi matematika untuk menginvestigasi situasi dengan model, dan menyimpulkan.
6. Organisasi (*Organization*), yaitu mengorganisasikan situasi yang kompleks menggunakan tabel dan diagram.

Kieran (1996, Kieran, 2004) mengategorikan aljabar sekolah sesuai dengan aktivitas yang biasanya melibatkan siswa, yang terdiri dari;

1. Aktivitas generasional (*generational activities*), meliputi pembentukan ekspresi dan persamaan, termasuk pembentukan persamaan yang memuat suatu kuantitas yang tidak diketahui yang merepresentasikan situasi masalah, generalisasi ekspresi yang muncul dari pola-pola geometris atau barisan bilangan, dan ekspresi dari aturan yang mengatur

hubungan numeric. Objek yang mendasari ekspresi dan persamaan adalah variabel dan faktor yang tidak diketahui, sehingga hal ini juga termasuk dalam kegiatan generasional aljabar, seperti tanda sama dan pengertian solusi persamaan. Sebagian besar kegiatan membangun makna objek aljabar terjadi dalam aktivitas generasional aljabar.

2. Aktivitas transformasional (*transformational activities*), termasuk mengumpulkan suku sejenis, pemfaktoran, perluasan, mengganti, menambah dan mengalikan ekspresi polinomial, eksponensial dengan polinomial, memecahkan persamaan, menyederhanakan ekspresi, bekerja dengan ekspresi dan persamaan yang setara, dan sebagainya. Aktivitas ini banyak berkaitan dengan mengubah bentuk ekspresi atau persamaan untuk mempertahankan kesetaraan.
3. Aktivitas matematis global tingkat-meta (*global, meta-level, mathematical activities*). Penggunaan aljabar sebagai alat tetapi pemakaiannya tidak terbatas pada aljabar. Termasuk pemecahan masalah, pemodelan, memperhatikan struktur, mempelajari perubahan, generalisasi, menganalisis hubungan, membenarkan, membuktikan, dan memprediksi.

Berdasarkan ketiga aktivitas di atas, berpikir aljabar di kelas dasar menurut Kieran (2004), melibatkan pengembangan cara berpikir dalam kegiatan menganalisis hubungan antara kuantitas, memperhatikan struktur, mempelajari perubahan, generalisasi, pemecahan masalah, pemodelan, membenarkan, membuktikan, dan memprediksi. Cara berpikir ini dapat menggunakan huruf atau simbol-simbol aljabar sebagai alat, ataupun tidak menggunakan sama sekali, namun tujuan akhirnya untuk mengantarkan siswa pada aljabar yang lebih formal.

Berdasarkan uraian di atas yang dimaksud dengan berpikir aljabar adalah berpikir dengan melakukan generalisasi, abstraksi, pemodelan, menemukan nilai yang tidak diketahui (*unknown*), justifikasi, atau komunikasi matematis yang melibatkan aktivitas aljabar generasional dan transformasional.

Masalah matematika biasa diartikan sebagai soal matematika yang harus dijawab. Namun tidak semua soal matematika otomatis menjadi masalah. Polya (1973) mengemukakan bahwa masalah adalah suatu soal yang harus diselesaikan oleh seseorang, tetapi cara atau langkah untuk menyelesaikan soal tersebut tidak segera ditemukan. Sedangkan Ruseffendi (1991) menyatakan bahwa suatu persoalan merupakan masalah bagi siswa bila siswa belum mempunyai prosedur atau algoritma tertentu untuk menyelesaikannya, siswa harus mampu menyelesaikannya, dan ada niat menyelesaikannya.

Istilah masalah berkaitan erat dengan istilah pemecahan masalah. Pemecahan masalah merupakan suatu usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai suatu tujuan yang tidak segera dapat dicapai. Polya (1973) mengembangkan empat tahap proses pemecahan masalah dengan langkah-langkah berikut ini:

1. Memahami masalah:

Pada kegiatan ini yang dilakukan adalah merumuskan: apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, apakah informasi cukup, kondisi (syarat) apa yang harus dipenuhi, menyatakan kembali masalah asli dalam bentuk yang lebih operasional (dapat dipecahkan).

2. Merencanakan pemecahannya:

Kegiatan yang dilakukan pada langkah ini adalah mencoba mencari atau mengingat masalah yang pernah diselesaikan yang memiliki kemiripan dengan sifat yang akan dipecahkan, mencari pola atau aturan, menyusun prosedur penyelesaian.

3. Melaksanakan rencana:

Kegiatan pada langkah ini adalah menjalankan prosedur yang telah dibuat pada langkah sebelumnya untuk mendapatkan penyelesaian.

4. Memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian:

Kegiatan pada langkah ini adalah menganalisis dan mengevaluasi apakah prosedur yang diterapkan dan hasil yang diperoleh benar, apakah ada prosedur lain yang lebih efektif, apakah prosedur yang dibuat dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah sejenis, atau apakah prosedur dapat dibuat generalisasinya.

Menyelesaikan masalah matematika adalah semua aktivitas fisik maupun mental untuk menentukan penyelesaian masalah matematika dengan mengikuti langkah-langkah; memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, serta memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian.

Kesimpulan

Berdasarkan uraian di atas maka yang dimaksud dengan berpikir aljabar dalam menyelesaikan masalah matematika adalah aktivitas fisik maupun mental dengan melakukan generalisasi, abstraksi, pemodelan, menemukan nilai yang tidak diketahui (unknown), justifikasi, atau komunikasi matematis yang melibatkan aktivitas aljabar generasional atau transformasional, dalam menentukan penyelesaian masalah matematika dengan mengikuti langkah-langkah memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, serta memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian.

Daftar Pustaka

- Booker, G., 2009. Algebraic Thinking: Generalising Number and Geometry to Express Patterns and Properties Succinctly. Griffith University, Brisbane. <http://www.mav.vic.edu.au/files/conferences>. Diakses 15 Januari 2011.
- Dindyal, J. 2011. *Algebraic Thinking in Geometry at High School Level Students Use of Variables and Unknown*. National Institute of Education Singapore. jdindyal@nie.edu.sg. Diakses 15 Januari 2011.
- Dobrynina, G. & Tsankova, J. 2005. "Algebraic reasoning of young students and preservice elementary teachers". In G.M. Lloyd, M. Wilson, J. L. M. Wilkins, & S. L. Behm (Eds.). *Proceedings of the 27th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. http://convention2.allacademic.com/index.php?cmd=pmena_guest.

- Herbert, K. & Brown, R.H. 1997. "Patterns as Tools for Algebraic Reasoning". Magazine Article from *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 340-345. <http://www.questia.com/library/>. Diakses 23 September 2012.
- Kieran, C. 2004. "Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?". *The Mathematics Educator* 2004, Vol.8, No.1, 139 - 151
- Kriegler, S., 2011. *Just What Is Algebraic Thinking?*, Department of Mathematics, UCLA. kriegler@ucla.edu. diakses 14 April 2011
- National Council of Teachers of Mathematics. 2008. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Polya, 1973. *How To Solve It*. Princeton, New Jersey. Princeton University Press
- Proulx, J. 2006. "Making the Transition to Algebraic Thinking: Taking Students' Arithmetic Modes of Reasoning into Account". *delta-K, Volume 44, Number 1, December 2006*
- Radford, L., 2010. Elementary Forms of Algebraic Thinking in Young Students. *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* 2010, Vol. 4, pp. 73-80. Belo Horizonte, Brazil: PME.
- Rubin D. 2007. *Three Components of Algebraic Thinking: Generalization, Equality, Unknown Quantities*. <http://courses.edtechleaders.org/documents/>. Diakses 26 April 2013
- Slavin, R., 1994. *Educational Psychology, Theory and Practice*. Allyn and Bacon, Massachussets.
- Solso, R. L. 1995. *Cognitive Psychology*. Boston: Allyn and Bacon.
- Stacey, K., & MacGregor, M. 1999. "Implications For Mathematics Education Policy Of Research On Algebra Learning". *Australian Journal of Education*, 43(1), 58, 1999.
- Van Amerom, B.A. 2003. "Reinvention Of Early Algebra; Developmental Research on the Transition from Arithmetic to Algebra". Thesis. Utrecht University.
- Wardhani, S. 2004. *Permasalahan Kontekstual Mengenalkan Bentuk Aljabar di SMP*. Depdiknas, Dirjen Dikdasmen P3GM: Yogyakarta
- Warren, E. 2000. "Visualisation and the Development of Early Understanding in Algebra". *Proceedings of the 24th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 4, pp. 273-280). Hiroshima University.
- Warren, E. 2003. "The Role of Arithmetic Structure in the Transition from Arithmetic to Algebra". *Australian Catholic University Mathematics Education Research Journal* 2003, Vol. 15, No. 2, 122-137