

NN31545.0808

OTA 808

april 1974

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

BIBLIOTHEEK DE HAAFF
Droevendaalsesteeg 3a
Postbus 241
6700 AE Wageningen

EEN REKENSHEMA TEN BEHOEVE VAN DE BEREKENING VAN DE
GRONDWATERSTAND EN ENIGE TERMEN VAN DE WATERBALANS
BIJ WATERWINNING DOOR MIDDEL VAN EEN DIEPE PUT MET
HET FILTER IN EEN ENKELE WATERVOERENDE LAAG EN BIJ
AANWEZIGHEID VAN EEN VRIJE GRONDWATERSPIEGEL

LEX

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties. Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten. Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking

1709593

12 FEB. 1998



CENTRALE LANDBOUWCATALOGUS

0000 0672 9277

I N H O U D

	Blz.
VOORWOORD	
INLEIDING	1
1. De veranderlijkheid van de waterbalans	3
2. Het gebruik van de differentie rekentechniek	6
3. Enige speciale problemen van de differentie rekentechniek	9
a. Het tijdsinterval	9
b. Het afstandsinterval	9
c. Het aantal ringen	11
4. De afzonderlijke termen van de waterbalans	16
a. De neerslag	17
b. De afvoer	17
c. De verdamping en de bergingsfactor	20
d. De kwel en de inzijging	22
e. De onttrekking op een zekere afstand van de put	22
5. Het verloop van het rekenproces	24
a. De in te voeren gegevens	25
b. De voorbereidende berekeningen	26
c. De eigenlijke berekeningen	27
6. Het infiltratieprogramma (zie Bijlage II)	30
a. De infiltratie	31
b. De verdamping	33
c. Het verloop van de berekening (zie Bijlage II)	33
7. Het programma voor de rasterpuntenberekening	35
a. Inleiding	35
b. De topografie van het gebied en de helling van het grondwatervlak	36

	Blz.
c. De verlaging van de grondwaterstand bij hellend freatisch vlak	37
d. Het verloop van het rekenproces (Bijlage III)	37
e. De invoeging van het rasterpuntenprogramma in het hoofdprogramma	43
SLOTWOORD	45
LITERATUUR	47
BIJLAGEN	
I. Hoofdprogramma wateronttrekking aan een homogeen doorlatende watervoerende laag	
II. Hulpprogramma infiltratie	
III. Hulpprogramma Rasterpuntenberekening	
IV. Hoofdprogramma wateronttrekking aan een homogeen doorlatende watervoerende laag, onder invoeging rasterpuntenberekening	
V. Hulpprogramma rasterpuntenberekening aangepast voor invoeging in hoofdprogramma	

V O O R W O O R D

Het voorliggende rapport geeft een beschrijving van enkele reken-schema's die werden ontworpen voor het berekenen van de dag voor dag onder invloed van de weersomstandigheden wisselende verdamping, afvoer en grondwaterstanden in de omgeving van een wateronttrekking door middel van een diepe put. Aangezien voor de differentiaalvergelijking, zoals weergegeven onder vergelijking (3), waarin dus de termen voor de verdamping, de afvoer en de berging zijn opgenomen, geen exacte oplossing bestaat, diende gebruik te worden gemaakt van de differentierekening. Bij de uitwerking van deze techniek voor het onderhavige probleem werd nauw samengewerkt met dr. L.F. Ernst. Deze heeft een groot aandeel gehad bij het uitwerken van de wiskundige en hydrologische aspecten welke aan de onderhavige schema's ten grondslag liggen.

Bij het opstellen en uitwerken van deze schema's is steeds als uitgangspunt genomen, dat de door middel van de procedure voor de vereffening van de waterbalans ter beschikking gestelde parameters onbeperkte geldigheid bezitten, dus ook in geval van de door de wateronttrekking in aanzijn geroepen nieuwe hydrologische situatie.

De programmering van de schema's werd verzorgd door IWIS-TNO, die ook de proefberekeningen uitvoerde.

INLEIDING

Bij de waterwinning door middel van diepe putten wordt veelal ook het freatisch water beïnvloed, waardoor de grondwaterstand wordt verlaagd. Op grote afstand van de put is de verlaging gering of niet meer aanwezig. Naarmate de afstand tot de put kleiner wordt neemt de verlaging steeds sneller toe. Bij een permanente stromingstoestand, waarbij dus de aan de put onttrokken hoeveelheid water even groot is als de voeding - bijvoorbeeld door een constante hoeveelheid neerslag - kan de verlaging van de grondwaterstand in afhankelijkheid van de afstand tot de put met eenvoudige putstromingsformules worden berekend. In de praktijk echter varieert de hoeveelheid neerslag tussen 0 en 100 mm/dag en vindt ook onttrekking plaats door verdamping van door de gewassen uit de grond opgenomen bodemvocht en stroomt voorts water af naar sloten en beken of verlaat het als diepe grondwaterstroming het gebied, of komt het als een diepe kwelstroom het gebied binnen.

De grondwaterstand gemeten op een bepaald tijdstip en op een bepaalde plaats kan worden beschouwd als de meetbare resultante van de waterhuishoudkundige processen die zich in de grond onder invloed van het klimaat en diverse milieufactoren afspelen. Deze processen worden beschreven door de 'waterbalans'. Deze zegt dat voor een gebied met een zeker oppervlakte, gerekend over een aan een bepaald tijdstip voorafgaand tijdsinterval de aangevoerde hoeveelheid water gelijk moet zijn aan de afgevoerde hoeveelheid plus de verandering van de vochtvoorraad in de grond

$$N = A + E + K_w - \Delta B \quad (1)$$

N = neerslag

A = afvoer naar sloten en beken

E = verdamping

K_w = kwel (neg.) of inzijging (pos.)

ΔB = vochtvoorraad verandering

Het beschouwde 'gebied' kan een oppervlak hebben van vele duizenden hectaren, doch ook van een enkele vierkante meter.

In het eerste geval geldt de waterbalans voor een groot stroomgebied in het tweede geval voor de plek waar bijvoorbeeld een grondwaterbuis staat.

De bestudering van de waterbalans voor de enkele grondwaterbuis vindt reeds gedurende een aantal jaren plaats (VISSER, BLOEMEN). De termen van de waterbalans, behalve de neerslag en eventueel ook de kwel of de inzijging, worden daarbij als functie van de grondwaterstand geschreven. Door de in de formules voorkomende parameters op gemeten grondwaterstanden of afvoeren door middel van een optimalisatie reken-techniek te vereffenen, kunnen uit de dagneerslagcijfers tenslotte ook de niet waargenomen dagelijkse grondwaterstanden worden gereconstrueerd en geïnterpoleerd. Op dit rekenproces zal hier verder niet worden ingegaan en kan worden verwezen naar de in de literaturopgave vermelde publicaties.

Het werk van Visser en Bloemen bepaalde zich in eerste instantie echter tot gevallen waarbij geen grondwateronttrekking door de waterwinning in het spel was. Het onderzoek naar de mogelijkheden van voorziening in de toekomstige drinkwaterbehoefte vereist echter dat ook de waterwinningsterm in de waterbalans moest worden opgenomen. Hierdoor kan via de grondwaterstand de verdamping en via deze de gewasproductie en vervolgens het bedrijfsresultaat worden berekend. Tenslotte kan dan uit de bedrijfsresultaten bij verschillende onttrekkingsintensiteiten de schaden worden berekend welke door de waterwinning wordt veroorzaakt.

De onderhavige studie houdt zich bezig met het invoegen van de waterwinningsterm in de waterbalans van de enkele grondwaterbuis. Hierbij wordt uitgegaan van de parameters welke werden berekend met de bewerking van de waterbalans voor de door de waterwinning niet beïnvloede enkele grondwaterbuis. Vervolgens worden met de waterbalansvergelijking onder toevoeging van de term voor de waterwinning opnieuw dag voor dag voortschrijdend de grondwaterstanden berekend, zoals die zullen optreden nadat de waterpompen zijn aangezet. Dit kan gedaan worden voor een aantal punten gelegen op zekere afstanden van de pompput, terwijl eveneens voor deze punten de verdamping, de afvoer en de onttrekking kunnen worden uitgevoerd.

Voor deze berekening moeten enige aannamen worden gedaan:

1. De wateronttrekking vindt plaats aan een enkele watervoerende laag bij aanwezigheid van een vrije grondwaterspiegel.
2. De wateronttrekking aan een diepe put beïnvloedt de grondwaterstand in een cirkelvormig gebied met constante straal en horizontale ligging. Binnen deze grens stroomt het water naar de put; buiten deze grens stroomt het grondwater naar andere putten of naar ontwateringsmiddelen.
3. De door middel van het vereffeningsprogramma voor de enkele grondwaterbuis gevonden parameters zijn geldig voor het gehele cirkelvormige gebied.
4. Deze parameters blijven eveneens geldig voor de situatie met door de waterwinning verlaagde grondwaterstanden.
5. De watervoerende laag heeft binnen het beïnvloedingsgebied een constant watervoerend vermogen.
6. De opgepompte hoeveelheid water is constant.

1. De veranderlijkheid van de waterbalans

In het voorgaande werd reeds gewezen op de veranderlijkheid van de termen van de waterbalansvergelijking en de grondwaterstanden die daarvan de weerspiegeling zijn. Overtreft de som van de wateronttrekking door de waterwinning, de afvoer naar beken en sloten en de verdamping de aanvoer door de neerslag en de kwel, dan daalt de grondwaterstand en wordt water aan de voorraad in de grond onttrokken. In

het omgekeerde geval zal water worden geborgen en zal de grondwaterstand als gevolg hiervan stijgen. Een gevolg van het fluctueren van de grondwaterstand is dat ook de afvoer en de verdamping daardoor een wisselende intensiteit krijgen. De verdamping is voorts nog afhankelijk van het verdampend vermogen van de atmosfeer. Uit het bovenstaande blijkt dat het hele proces van de waterhuishouding een zeer gecompliceerd gebeuren is.

Wordt in een gebied uit een diepe put grondwater gewonnen, zoals door de waterleidingbedrijven geschiedt, dan komt het er in feite op neer dat in de waterbalansvergelijking (1) een nieuwe term U voor de onttrekking wordt toegevoegd. De vergelijking voor de waterbalans wordt dan:

$$N = A + E + K_w + U - \Delta B \quad (2)$$

Het zal duidelijk zijn dat de onttrokken hoeveelheid water door de overige termen moet worden geleverd. Hiervoor komen in aanmerking de afvoer A, de verdamping E, de kwel K_w en de in de grond geborgen voorraad water B. Pompputten veroorzaken een 'trechter' vormig verlaagd grondwatervlak. Hierdoor zal de verdeling van de onttrekking U over de genoemde termen van de waterbalans voor plekken op verschillende afstanden van de put gelegen ook steeds anders zijn. Dicht bij de put is de verlaging van de grondwaterstand het grootst. Hierdoor nadert de afvoer A tot nul, wordt de verdamping E klein en zal een groter deel van de neerslag N aan de onttrekking U aan de put ten goede komen dan op een verafgelegen punt. Hier immers daalt de grondwaterstand veel minder en zullen de afvoer en de verdamping veel minder veranderen.

Uit het voorgaande blijkt dat de grondwaterstand de meetbare resultante is van een aantal processen, die zich bij de waterbeweging in de grond afspelen en die zelf het gevolg zijn van het samenspel tussen klimatologische, biologische en fysische milieufactoren. Stationaire formules waarmee de grondwaterstand berekend kan worden gelden voor situaties waarbij genoemde factoren gedurende lange tijd constant gedacht worden. Bij een voortdurend veranderlijk proces kunnen deze formules dan ook niet gebruikt worden, tenzij men tevreden

is met een beschrijving van bijvoorbeeld de grondwaterstand en het verloop daarvan onder omstandigheden waarbij de genoemde factoren tot gemiddelden of tot gemiddelde functionele verbanden worden geschematiseerd.

De wens om op een dag-voor-dag basis de grondwaterstand te willen berekenen op grond van de waterbalansformule vereist de oplossing van de volgende differentiaalvergelijking geldend voor een putstroming (ERNST)

$$kD \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{W}{r} = \mu(W, \frac{\partial W}{\partial t}) \frac{\partial W}{\partial t} + A(W_m, W_o) - N(t) + E(W, t, \theta_{w.1}) + U(W, r) \quad (3)$$

Hierin is:

W	= de grondwaterstand beneden maaiveld	m-m.v.
W _m	= de grondwaterstand midden tussen de sloten	m-m.v.
W _o	= de slootwaterstand beneden maaiveld	m-m.v.
U	= de onttrekking op een afstand r van de put	m.dag ⁻¹
E	= de verdamping	m.dag ⁻¹
A	= de afvoer	m.dag ⁻¹
μ	= de bergingscoëfficiënt	.
kD	= het watervoerend vermogen van de watervoerende laag	m ² .dag ⁻¹
N	= de neerslag	m.dag ⁻¹
t	= de tijd	dag
r	= de afstand van een punt tot de put	m
θ _{w.1}	= vochtgehalte van de wortelzone	m ³ .m ⁻³

De vergelijking (3) in deze vorm is niet te integreren en biedt dus geen oplossing voor het probleem van de dag-voor-dag berekening van de grondwaterstand.

2. Het gebruik van de differentie rekentechniek

De oplossing van vergelijking (3) vereist een integratie naar de afstand r tot de pompput en naar de tijd i^x . Toepassing van de techniek van de numerieke integratie door gebruik te maken van de differentie rekentechniek biedt de mogelijkheid om een goede benaderende oplossing voor de dag-voor-dag berekening van de grondwaterstand te vinden. Hierbij moet men dus stapjes in de tijd Δi en naar afstand Δr invoeren. Hoe kleiner Δi en Δr genomen worden hoe nauwkeuriger de uitkomsten met de werkelijkheid overeen zullen komen, doch hoe omvangrijker het rekenwerk wordt. Evenwel blijkt dat bij het hier behandelde probleem Δi en Δr niet onafhankelijk gekozen kunnen worden.

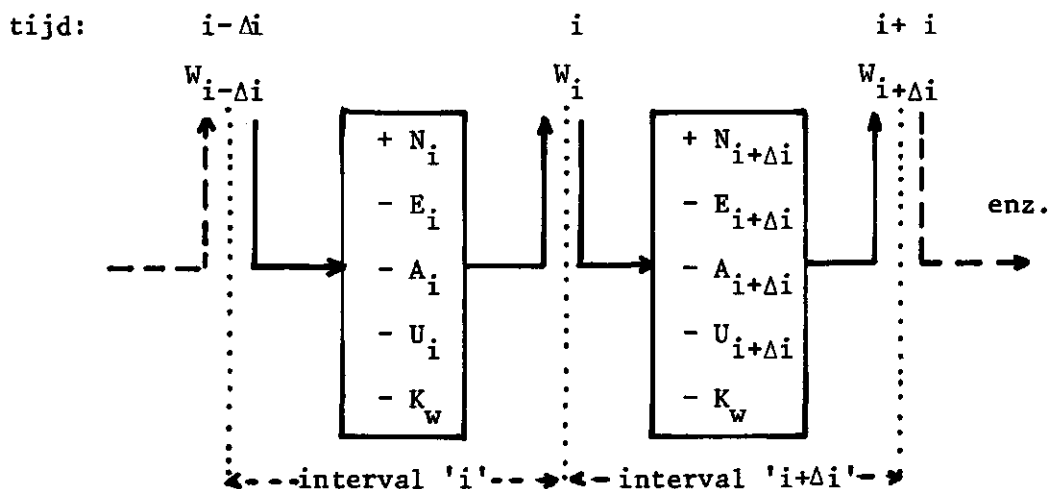
De basisformule voor de berekening van de verandering van de grondwaterstand over het tijdsinterval Δi is:

$$N_i = A_i + E_i + U_i - \mu_i (W_i - W_{i-\Delta i}) + K_w \quad (4a)$$

$$\text{waaruit volgt: } W_i = W_{i-\Delta i} + \frac{-N_i + A_i + E_i + U_i + K_w}{\mu_i} \quad (4b)$$

waarbij N_i , A_i , E_i en U_i voorstellen de hoeveelheid water die als neerslag, afvoer, verdamping en onttrekking tijdens het tijdsinterval Δi aan het grondwater werden toegevoerd, respectievelijk werd onttrokken. $W_{i-\Delta i}$ en W_i stellen de grondwaterstanden voor bij de onder- respectievelijk bovengrens van het tijdsinterval. Wij krijgen dus het volgende schema:

^xIn verband met de eis dat in de computer rekenprogramma's bepaalde letters gereserveerd zijn voor 'integers' wordt voor de tijd index hier de letter 'i' gebruikt



Bij het verder te volgen indiceringssysteem geldt de index voor de bovengrens van een tijdsinterval als index voor dit interval zelf. De grondwaterstand op een bepaald tijdstip wordt dus berekend uit de grondwaterstand aan het begin van het tijdsinterval waarvan het gekozen tijdstip de bovengrens vormt.

De stapjes naar de afstand tot de pomput vormen in feite ringen rond deze put met een breedte Δr . Deze kan voor iedere ring gelijk zijn maar ook voor iedere ring verschillend. Een pomput veroorzaakt een 'trechter'-vormig grondwatervlak, dat op grote afstand zeer weinig, doch in de richting van de put gaande steeds sterker helt. De kromming van het grondwatervlak neemt dus in de richting van de put steeds meer toe. Uitgaande van de wens om de afpomptrechter zo goed mogelijk te willen beschrijven zal men dus op korte afstand van de put de ringbreedte het kleinst willen nemen, terwijl met het vlakker worden van de trechter de intervallen groter kunnen zijn. Eén of ander exponentieel verloop van de ringbreedte kan aan deze wens tegemoet komen. Hiervoor werd gekozen

$$r_j = R \cdot a^{-j} \quad (5a)$$

om redenen, die later duidelijk zullen worden, werd gebruikt

$$r_j = R \cdot \beta^{-2j} \quad (a = \beta^2) \quad (5b)$$

waarin R de straal is van het cirkelvormige gebied dat door de pomp-put wordt beïnvloed; j is het nummer van de ring, lopende van $0(r_0 = R)$ tot $k(r_k = R\beta^{-2k})$ de binnenste cirkel van het beïnvloede gebied. De waarde van j loopt dus op in de richting van de put.

Uitgaande van de overweging dat waterwinningsstations de putten hebben liggen op eigen terrein, waarvoor grondwaterdalingen als een bedrijfsvoorwaarde geaccepteerd worden, zal men de straal van de binnengrens van de binnenste ring in de regel wel op 100 à 200 m mogen stellen.

De straal R van de invloedssfeer van het pompstation volgt uit de 'bezettingsgraad' van het gebied. Zijn er n pompstations regelmatig over een gebied ter grootte van O_g ha verdeeld dan is het oppervlak per pompstation

$$\frac{O_g}{n} \text{ ha}$$

zodat:

$$R = \sqrt{\frac{O_g}{\pi \cdot n}} \text{ meters}$$

Is R klein dan zal op die afstand van de put nog een verlaging van de grondwaterstand optreden. Is R heel groot dan zal de grondwater-trechter niet tot een afstand R reiken, zolang de onttrekking op jaarbasis maar kleiner blijft dan de nuttige neerslag waarmee het gebied wordt gevoed.

Voor elke afstand r_j tot de pompput volgens vergelijking (5a) of (5b) wordt de grondwaterstand berekend met vergelijking (4b) zodat deze volledig geïndiceerd naar de tijd en naar de afstand luidt:

$$W_{i,j} = W_{i-1,j} + \frac{-N_i + A_{i,j} + E_{i,j} + U_{i,j} + K_w}{\mu_{i,j}} \quad (4c)$$

In de hier te bespreken rekenprogramma's wordt de tijd i gemeten in dagen na een arbitrair gekozen nulpunt en met tijdsinterval $\Delta i = 1$ dag. Alle te gebruiken gegevens moeten dus hierop betrekking hebben. De potentiële verdamping kan echter slechts met voldoende

nauwkeurigheid berekend worden over een decade of over een maand. In dit geval wordt als dagcijfer genomen $\frac{1}{10}$, respectievelijk $\frac{1}{30}$ van het beschikbare verdampingstotaal. Men is echter niet gebonden aan $\Delta i = 1$ dag doch men kan in principe dit interval ook korter of langer kiezen.

3. Enige speciale problemen van de differentie reken- techniek

a. Het tijdsinterval

Teneinde uit de waterbalansvergelijking (4c) de grondwaterstand te kunnen berekenen dienen de verschillende termen als functies van deze grondwaterstand te worden geschreven. Hierbij doet zich direct de moeilijkheid voor dat over het interval $i-\Delta i \rightarrow i$ de grondwaterstand verandert van $W_{i-\Delta i} \rightarrow W_i$. Aangezien de afvoer $A = f(W)$ zal dus de afvoer over de tijd Δi eveneens veranderen van $A_{i-\Delta i} \rightarrow A_i$. De oplossing zou zijn om de afvoer over de periode Δi te berekenen met de gemiddelde grondwaterstand $\frac{1}{2}(W_{i-\Delta i} + W_i)$, ware het niet dat W_i onbekend is en juist berekend moet worden. Als benadering worden daarom voor het interval $i-\Delta i$ tot i de termen van de waterbalans, die als een functie van de grondwaterstand geschreven worden, berekend met behulp van de grondwaterstand aan het begin van dit tijdsinterval, dus met $W_{i-\Delta i}$.

b. Het afstandsinterval

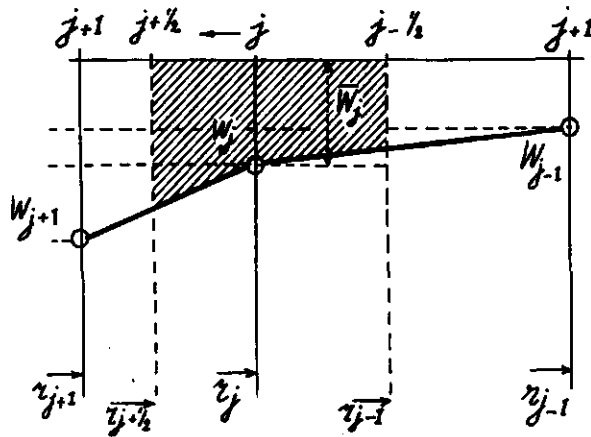
Een tweede probleem is dat door $W = W_{i-\Delta i, j}$ te gebruiken de afvoer, de verdamping of de onttrekking op een cirkel met straal r_j worden berekend. Aangezien echter met ringen met een zekere breedte wordt gewerkt zal er rekening mee moeten worden gehouden dat de genoemde termen ook betrekking dienen te hebben op een zekere ringbreedte. De oplossing die hiervoor gevonden kan worden is door de gemiddelde grondwaterstand te nemen over een ring met een volgens formule (5b) afgeleide kleinste straal:

$$r_{j+\frac{1}{2}} = r_j \cdot \beta^{-2(j+\frac{1}{2})}$$

en een grootste straal:

$$r_{j-\frac{1}{2}} = r_j \cdot \beta^{-2(j-\frac{1}{2})}$$

Hierbij betekent dus de indicering $j-\frac{1}{2}$ respectievelijk $j+\frac{1}{2}$ dat de betreffende cirkels met stralen die aldus geïndiceerd zijn - gezien de exponentiële relatie - niet midden tussen de cirkels met stralen r_j en r_{j-1} respectievelijk r_j en r_{j+1} gelegen zijn (j genummerd van buiten naar binnen) (fig. 1).



De gemiddelde grondwaterstand over de ring met stralen $r_{j-\frac{1}{2}}$ en $r_{j+\frac{1}{2}}$ volgt uit:

$$\bar{W}_{i-\Delta i, j} = \frac{\text{inhoud gearceerde cylindermantel}}{\text{opp. ring tussen } r_{j+\frac{1}{2}} \text{ en } r_{j-\frac{1}{2}}}$$

Wordt ter vereenvoudiging de tijdindex $i-\Delta i$ weggelaten dan is:

$$\bar{W}_j = \frac{2\pi \int_{r_{j+\frac{1}{2}}}^{r_j} \left[W_j + (W_{j+1} - W_j) \frac{r_j - r}{r_j - r_{j+1}} \right] \cdot r dr + 2\pi \int_{r_j}^{r_{j-\frac{1}{2}}} \left[W_j - (W_j - W_{j-1}) \frac{r - r_j}{r_{j-1} - r_j} \right] \cdot r dr}{\pi(r_{j-\frac{1}{2}}^2 - r_{j+\frac{1}{2}}^2)} \quad (6)$$

Worden na integratie alle stralen met behulp van formule (5b) herleid op r_j , dan wordt tenslotte gevonden

$$\bar{W}_j = F_3 \cdot W_{j+1} + F_4 \cdot W_j + F_5 \cdot W_{j-1} \quad (7)$$

$$\text{Met } F_3 = \frac{\beta(\beta + 2)}{3(\beta^2 + 1)(\beta + 1)^2}; F_4 = \frac{3\beta^4 + 4\beta^3 + 4\beta^2 + 4\beta + 3}{3(\beta^2 + 1)(\beta + 1)^2};$$

$$F_5 = \frac{\beta^2(2\beta + 1)}{3(\beta^2 + 1)(\beta + 1)^2} \quad (7a)$$

voor $j = 0$ en $j = k$ gelden dergelijke betrekkingen.

Voor $j = 0$ volgt:

$$\bar{W}_0 = \frac{2\pi \cdot \int_{r_1}^R \left[W_0 + (W_1 - W_0) \frac{R - r}{R - r_1} \right] \cdot r dr}{\pi(R^2 - r_1^2)}$$

Na integratie en herleiding van de stralen op R met vergelijking (5b) volgt:

$$\bar{W}_0 = F_1 W_0 + F_2 W_1 \quad (7b)$$

$$\text{met } F_1 = \frac{2\beta^2 + 4\beta + 3}{3(\beta + 1)^2} \quad \text{en} \quad F_2 = \frac{\beta(\beta + 2)}{3(\beta + 1)^2} \quad (7c)$$

voor $j = k$ wordt op analoge wijze gevonden:

$$\bar{W}_k = F_6 \cdot W_k + F_7 W_{k-1} \quad (7d)$$

$$\text{met } F_6 = \frac{2\beta + 1}{3(\beta + 1)^2} \quad \text{en} \quad F_7 = \frac{3\beta^2 + 4\beta + 2}{3(\beta + 1)^2} \quad (7e)$$

Uit de constanten F_1 tot en met F_7 zal men direct inzien waarom de schrijfwijze van vergelijking (5b) werd gekozen in plaats van (5a).

c. Het aantal ringen

Reeds eerder werd gesteld dat naarmate de tijds- en afstandsintervallen bij de berekening van de door de pompput veroorzaakte grondwaterstandstrecht kleiner gekozen worden, de uitkomsten ook beter

op de werkelijkheid zouden aansluiten. Evenwel neemt het rekenwerk dan aanzienlijk toe. De keuze van het aantal ringen, dus k uit formule 5b, zal dus enerzijds worden bepaald door de overweging van wat minimaal nog een goede weergave van de trechtervorm van het grondwatervlak oplevert en welk aantal nog betaalbaar is. Nu blijkt de differentie rekentechniek zelf nog bepaalde voorwaarden te stellen welke samenhangen met het verband dat er bestaat tussen de lengte van de tijdsintervallen Δt , het aantal ringen k , de kD -waarde van de watervoerende laag en de bergingscoëfficiënt μ . Wordt aan deze voorwaarden niet voldaan dan is de kans groot dat het rekenproces instabiel wordt. Vooral is dit het geval bij de aanlooperperiode, wanneer uitgegaan wordt van een horizontaal grondwatervlak. Wordt de pomp van de wateronttrekking in werking gezet dan zal de grondwatertrechter zich geleidelijk uitbreiden, totdat evenwicht tussen onttrekking en voeding binnen het beïnvloede gebied is bereikt. De snelheid van uitbreiding van de trechter is zodanig dat voor ieder tijdsinterval Δt de rand van de trechter zich over een afstand Δr buitenwaarts heeft verplaatst.

De stabiliteit van het rekenproces wordt daarbij bepaald door twee voorwaarden:

1. De snelheid waarmee de trechter zich uitbreidt is zodanig dat voor $i = k$ de trechter juist de rand van het gebied heeft bereikt ($r = R$). Volgens MUSKAT is dit het geval wanneer:

$$\tau = \frac{kD \cdot t}{\mu R^2} \approx 0,1 \quad \text{met } t = k$$

of stabiliteit is aanwezig indien:

$$\frac{kD \cdot k}{\mu r_k^2 \beta} < 0,1$$

zodat

$$\frac{\beta}{5k} > \frac{2kD}{\mu \cdot r_k^2} \quad (8)$$

2. Voor de daling van het grondwatervlak over de eerste ring

($r_k < r < r_{k-1}$) geldt dat deze steeds groter moet zijn dan de daling aan de buitengrens daarvan ($r = r_{k-1}$) over het tijdsinterval Δi . Deze voorwaarde klemmt vooral voor de eerste tijdsintervallen na het starten van de pomp, dus (zie fig. 2).

$$W_{1,k} - W_{1,k-1} > W_{2,k-1} - W_{1,k-1} \quad (9)$$

waarbij $W_{1,k-1} = W_0$.

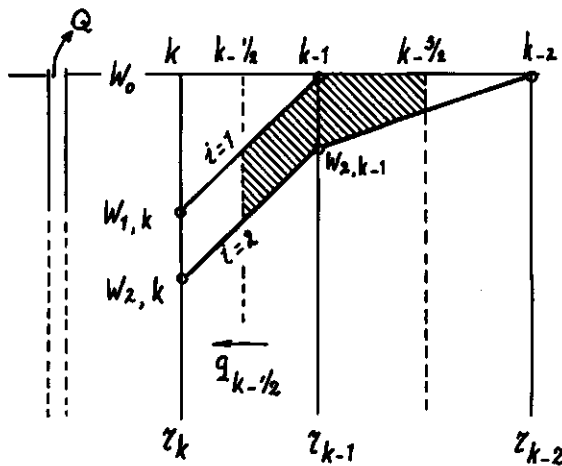


Fig. 2

Aangezien een constante ont-trekkingsintensiteit Q wordt ver-ondersteld zal overeenkomstig vergelijking (10) de daling over de ring $r_k < r < r_{k-1}$ steeds constant zijn. De hoe-veelheid water $q_{k-1/2}$ die de ring $r = r_{k-1/2}$ de tweede dag passeert is gelijk aan de hoeveelheid water die uit de grondwaterber-ging beschikbaar komt tengevol-ge van de daling van het free-tisch vlak. Deze hoeveelheid water wordt bij wijze van bena-dering gelijk gesteld aan het gearceerde gedeelte van fig. 2.

We hadden reeds de betrekking:

$$W_{1,k} - W_{1,k-1} = \frac{Q}{2\pi kD} \ln \beta^2 \quad (i = 1) \quad (10)$$

terwijl voorts voor $i = 2$ geldt:

$$\begin{aligned} Q = q_{k-1/2} &\approx \mu(W_{2,k-1} - W_{1,k-1}) \cdot \pi \left(r_{k-3/2}^2 - r_{k-1/2}^2 \right) \\ &\approx \mu \pi r_k^2 (\beta^6 - \beta^2) (W_{2,k-1} - W_0) \end{aligned} \quad (11)$$

Uit vergelijking (9), (10) en (11) volgt:

$$\frac{Q}{2\pi kD} \ln \beta^2 > \frac{Q}{\mu \cdot \pi \cdot r_k^2 (\beta^6 - \beta^2)}$$

of na herleiding:

$$(\beta^6 - \beta^2) \ln \beta^2 > \frac{2kD}{\mu r_k^2} \quad (12)$$

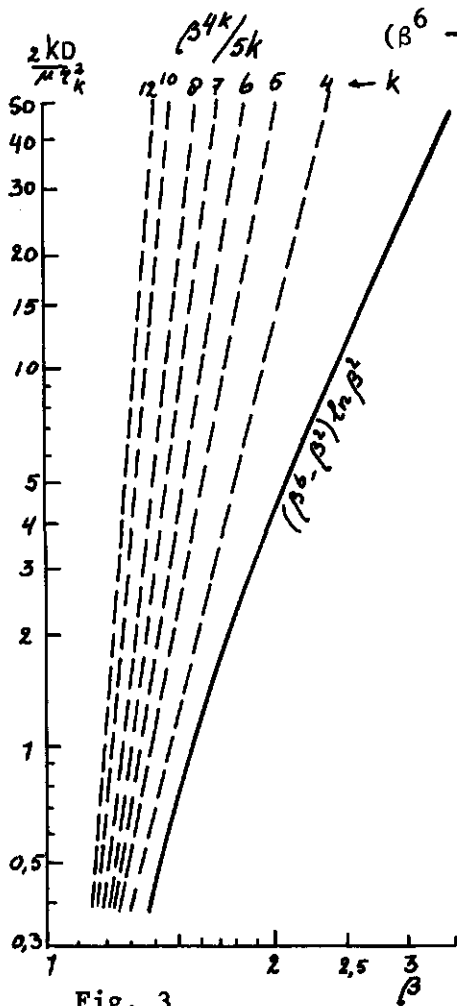


Fig. 3

Er dient nu nog nagegaan te worden welke van de twee voorwaarden volgens (8) en (12) bepalend is voor het aantal ringen waarin het beïnvloede gebied minimaal mag worden opgedeeld. In fig. 3 stellen de gestreepte lijnen voor de functie $\beta^{4k}/5k = \frac{2kd}{\mu r_k^2}$ voor verschillende waarden van k . De volgetrokken lijn is die voor de functie

$$(\beta^6 - \beta^2) \ln \beta^2 = \frac{2kD}{\mu \cdot r_k^2} \quad (12a)$$

Uit fig. 3 blijkt dat wanneer aan de voorwaarde volgens vergelijking (12) wordt voldaan dit ook het geval is met (8). Vergelijking (12) kan dus dienen om het aantal ringen k te berekenen, waarbij de stabiliteit

van het rekenproces verzekerd is. Overigens is er nog een ander middel voorhanden om het uit de handlopen van het rekenproces in de beginfase te voorkomen. Dit bestaat uit het uitgaan van een grondwatervlak dat reeds ongeveer de vorm benadert die bereikt wordt onder invloed van de wateronttrekking. Als begintoestand kan dan genomen worden de grondwatertrechter die wordt berekend met

de formule voor een put in het centrum van een cirkelvormig eiland met straal R en voeding gelijk aan de onttrokken hoeveelheid water Q:

$$W_{o,j} = W_o^x + \left\{ \frac{Q}{2\pi kD} \ln \beta^{2j} - \frac{1}{2}(1 - \beta^{-4j}) \right\} \quad (13)$$

met $\beta^{2k} = R/r_k$, W_o^x de grondwaterstand onder maaiveld op tijdstip $i = 0$ (en $Q = 0$), $W_{o,j}$ de berekende grondwaterstand op een afstand r_j van de put, met $0 < j < k$.

Deze mogelijkheid werd in het programma ingebouwd, waarbij vergelijking (12a) alleen wordt gebruikt om het minimum aantal ringen k te berekenen. In de regel zullen voor k gebroken getallen gevonden worden. Door deze steeds naar beneden af te ronden (doordat het weglaten van de decimalen) tot het voorgaande kleinere gehele getal wordt tevens voldaan aan voorwaarde (12).

We krijgen dus (zie fig. 4):

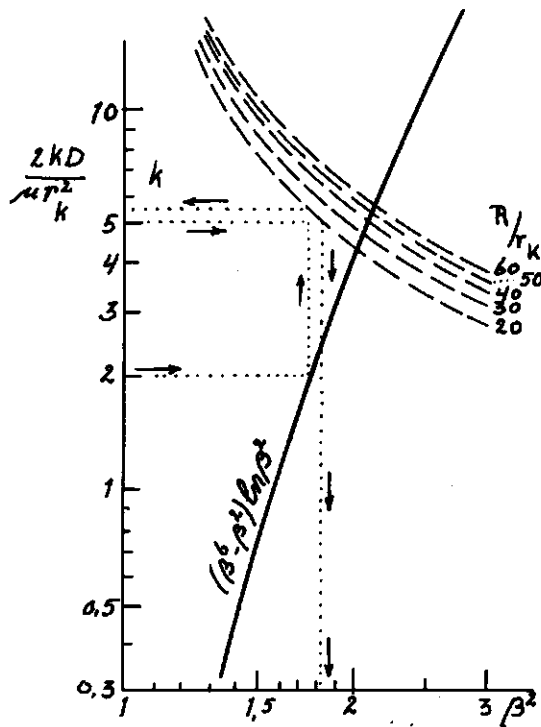


Fig. 4

$$(\beta_1^6 - \beta_1^2) \ln \beta_1^2 = \frac{2kD}{\mu r_k^2}$$

waaruit β_1^2 wordt opgelost. Voorts is

$$k' = \frac{\ln R/r_k}{\ln \beta_1^2}$$

Door afronding van k' naar beneden wordt k gevonden, zodat $0 < j < k$. Met k wordt tenslotte β^2 weer berekend met:

$$\beta^2 = \left(\frac{R}{r_k} \right)^k \quad (\text{gebroken lijnen})$$

In fig. 4 wordt de berekening van

k en β^2 grafisch weergegeven voor $\frac{2kD}{\mu r_k^2} = 2$.

4. De afzonderlijke termen van de waterbalans

In deze paragraaf zal een korte uiteenzetting worden gegeven van de afzonderlijke termen van de waterbalans. Deze beschouwing zal beperkt blijven tot een korte aanduiding hoe deze functies worden gebruikt. Of deze nu wel de meest juiste keuze zijn uit de beschikbare mogelijkheden komt hier niet aan de orde. Deze keuze werd door VISSER en BLOEMEN gedaan, terwijl het hier in behandeling zijnde rekenprogramma gezien moet worden als een 'verlengstuk' of een vervolg op het vereffeningsprogramma ter bepaling van de in de functies voorkomende parameters.

De vergelijking van de waterbalans (4a) wordt nu geschreven in de vorm:

$$(W_{i,j} - W_{i-1,j}) \mu_{i,j} = - (N_i + B_{i-1,j}) e^{-\gamma \bar{W}_{i-1,j}} + A_{i,j} + Ew_{i,j} + b_4 + U_{i,j} \quad (4d)$$

Hierin hebben de symbolen de volgende betekenis:

$A_{i,j}$	= de afvoer gedurende dag i op afstand r_j van de pompput	(m/d)
$Ew_{i,j}$	= de werkelijke verdamping (dag i , afstand r_j)	(m/d)
b_4	= de kwel (neg) of de inzijging (pos) (const.parameter)	(m/d)
$U_{i,j}$	= de onttrekking door de put op dag i en afstand r_j	(m/d)
$W_{i-1,j}$	= grondwaterstand beneden maaiveld aan het eind van dag $i-1$ op afstand r_j	(m)
$W_{i,j}$	= grondwaterstand op eind dag i	(m)
$\bar{W}_{i-1,j}$	= de gemiddelde grondwaterstand aan het eind van dag $(i-1)$ op afstand r_j van de put en gemiddeld voor een ringbreedte van $(r_{j-\frac{1}{2}} - r_{j+\frac{1}{2}})$	(m)
$\mu_{i,j}$	= de bergingsfactor op dag i en afstand r_j	(-)
N_i	= neerslag gedurende dag i	(m/d)
$B_{i-1,j}$	= de hoeveelheid neerslag die zich op het einde van dag $i-1$ en op afstand r_j van de put nog niet bij het grondwater heeft gevoegd	(m/d)
γ	= parameter voor de percolatiesnelheid	(m ⁻¹)

a. De neerslag

De neerslag wordt als dagcijfer ingevoerd. Hierbij is er rekening mee gehouden dat het regenwater op zijn weg van het maaiveld naar het grondwater een zekere tijd nodig heeft. In het programma komt dit tot uiting door de formule

$$(N_i + B_{i-1,j}) e^{-\gamma \bar{W}_{i-1,j}} \quad (14)$$

Hierin is $B_{i-1,j}$ dus de hoeveelheid neerslag van de dag (i-1) die het grondwater bij het begin van dag i nog niet heeft bereikt. Zo zal er van de hoeveelheid 'neerslag' $(N_i + B_{i-1,j})$ aan het eind van dag i nog niet bij het grondwater aangekomen zijn:

$$B_{i,j} = (N_i + B_{i-1,j}) (1 - e^{-\gamma \bar{W}_{i-1,j}}) \quad (15)$$

Deze hoeveelheid speelt weer mee op de dag (i+1).

b. De afvoer

Het model houdt slechts rekening met grondwaterafvoer. Oppervlakteafvoer wordt dus niet in rekening gebracht. De afvoerformule is de volgende:

$$A_{i,j} = (S_1 - \bar{W}_{i-1,j}) \{b_0 + b_1(S_1 - \bar{W}_{i-1,j})\} + b_2(S_2 - \bar{W}_{i-1,j}) + b_3(S_3 - \bar{W}_{i-1,j}) \quad (16)$$

De afvoer A op afstand r_j van de put en tijdens de dag i wordt dus bepaald door het drukverschil $(S - \bar{W}_{i-1,j})$ tussen de grondwaterstand aan het einde van dag (i-1) en de parameters voor de peilen van de perceelsslotten (S_1), de grotere waterlopen (S_2) en de beken of rivieren (S_3). Bovendien houdt de eerste term overeenkomstig de drainageformule van Hooghoudt nog rekening met grondwaterstroming boven het vlak van het slootpeil (de kwadratische term) en onder dit vlak (de enkelvoudige term). De parameters b_0 tot en met b_3 kunnen worden

opgevat als functies van het waterdoorlatend vermogen van de grond en van de afstand van het beschouwde punt tot de ontwateringsmidde-
len.

Indien een waarde van $(S_n - W_{i-i,j})$ negatief uitvalt dan wordt deze gelijk nul gesteld; dus geen afvoer meer naar de betreffende sloot of waterloop.

c. De verdamping en de bergingsfactor

Bij de verdamping wordt onderscheid gemaakt tussen de verdamping welke alleen van het verdampend vermogen van de atmosfeer afhankelijk is en die welke door de vochtspanning in de grond wordt bepaald; dat wil zeggen de verdamping welke een functie is van de grondwaterdiepte en het capillair geleidingsvermogen van de grond.

Bij de berekening van de verdamping wordt er steeds vanuit gegaan dat de capillaire opstijging $V_c = Ew$. Het verband tussen V_c , de vochtspanning in de grond Ψ , de grondwaterstand W en de capillaire doorlatendheid K_o wordt gegeven door de vergelijking:

$$V_c = K_o \frac{e^{-\alpha W^x} - e^{-\alpha \Psi}}{1 - e^{-\alpha W^x}} \quad (17)$$

Hierbij wordt genomen $W^x = (W - x)m$, dus de grondwaterstand ten opzichte van een vlak dat x m onder maaiveld ligt ($x = 0,1 \text{ à } 0,25$ m). Dit omdat de vochtspanning op deze diepte onder maaiveld meer representatief wordt geacht voor de vochtspanning in de wortelzone.

Wordt $Ew = V_c$ genomen en wordt (17) anders geschreven:

$$\Psi = -\frac{1}{\alpha} \ln \left\{ 1 - (1 - e^{-\alpha W^x}) \left(1 + \frac{E}{K_o} \right) \right\} \quad (18)$$

Wanneer de grond uitdroogt dan neemt Ψ toe en zal $e^{-\alpha \Psi} \rightarrow 0$. Wordt $\Psi \gg$ dan zal de potentiële verdamping $E_p = gE_o$ mogelijk zijn totdat $W^x = W^o$ en:

$$T = 1 - (1 - e^{-\alpha W^o}) \left(1 + \frac{E_p}{K_o} \right) = 0 \quad (19)$$

Waarin W^0 de hoogte boven het grondwater voorstelt tot waar nog een capillaire opstijging gelijk aan de potentiële verdampign mogelijk is.

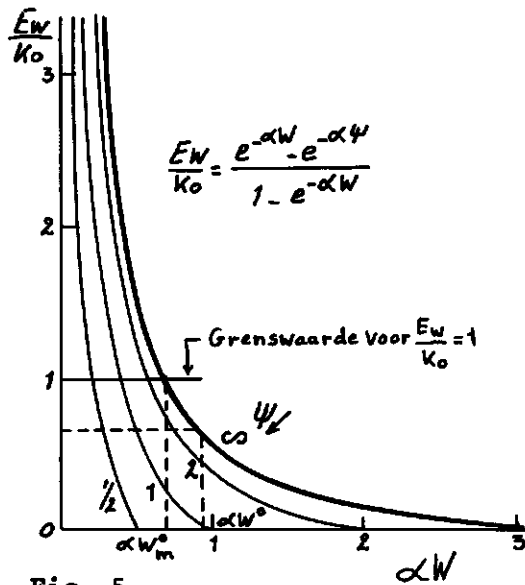


Fig. 5

Fig. 5 geeft het verband tussen $\frac{E_w}{K_o}$ en αW voor enkele opklimmende waarden van $\alpha \Psi$. De meest rechtse curve is die voor $\alpha \Psi \rightarrow \infty$. Hiervoor is de potentiële verdamping $E_p \leq K_o$ nog mogelijk voor $\alpha W_m^0 \leq \alpha W \leq \alpha W^0$.

Is $\alpha W = \alpha W_m^0$ dan wordt $E_w = K_o$ en indien $\alpha W > \alpha W^0$ dan is $E_w < E_p$. Uit de figuur blijkt verder dat W^0 geen vaste waarde heeft docht zich wijzigt naarmate E_p verandert. Daarom zal potentiële verdamping alleen mogelijk zijn zolang $T \geq 0$. Is

$T < 0$ dan wordt (19) imaginair en moet bij gelijkblijvende W^x $E_w < E_p$ worden. Voor dit geval geldt de volgende betrekking:

$$E_w = d_1 \Psi^{-d_2} \quad (20)$$

en krijgen we voor (18)

$$\Psi = -\frac{1}{\alpha} \ln \left\{ 1 - (1 - e^{-\alpha W^x}) \left(1 + \frac{d_1 \Psi^{-d_2}}{K_o} \right) \right\} \quad (21)$$

waaruit Ψ langs numerieke weg moet worden opgelost. Voor de verdamping krijgen we dus voor:

$$T \geq 0 \quad E_w = gE_o$$

$$T < 0 \quad E_w = d_1 \Psi^{-d_2}$$

Voor de bergingsfactor μ vinden we voor beide gevallen

$$\mu = c_1 \Psi^{c_2} \quad (22)$$

Waarin Ψ voor het geval $T > 0$ geldt:

$$\Psi = -\frac{1}{\alpha} \ln T \quad (22a)$$

In het programma wordt voorts nog aangenomen dat wanneer de neerslag N_i de potentiële verdamping gEo_i overtreft, dat dan de verdamping hieraan gelijk genomen wordt.

d. De kwel en de inzijging

Deze komen als een constante parameter b_4 in de vergelijking van de waterbalans (4d) voor. Men kan zich voorstellen dat de laterale aanvoer ($b_4 < 0$) naar het gebied van de pompput ($0 \leq r \leq R$) ongewijzigd blijft. Zolang de grondwatertrechter de rand niet bereikt heeft, ($W_i^x - W_{i,0} = 0$). Is dit wel het geval dan zal deze aanvoer van water toenemen. Het is voorts niet waarschijnlijk dat op iedere afstand tot de pompput b_4 in de waterbalansvergelijking (4d) dezelfde waarde zal hebben.

In het geval van inzijging ($b_4 > 0$) zal de waarde van b_4 in de waterbalansvergelijking onder invloed van de waterwinning zeker een wijziging ondergaan. De waarde van b_4 kan variëren met de afstand r_j tot de put lopen van nul ($r_j \ll R$) tot de oorspronkelijke waarde ($r_j \rightarrow R$).

e. De onttrekking op een zekere afstand van de put

De onttrekking door de put op een afstand r_j wordt gesteld op $U_{i,j} = f(\bar{W}_{i-\Delta i,j})$. Waarbij $\bar{W}_{i-\Delta i,j}$ berekend werd overeenkomstig de methode hiervoor beschreven. Stel dat de grondwaterstand op tijd $i-1$ op afstanden r_{j+1} , r_j en r_{j-1} gelijk is aan $W_{i-1,j+1}$, $W_{i-1,j}$ en $W_{i-1,j-1}$ en op tijd i gezakt is naar de standen gelijk $W_{i,j+1}$, $W_{i,j}$ en $W_{i,j-1}$. Hierdoor komt een hoeveelheid water vrij die naar de put afstroomt. Deze hoeveelheid wordt in fig. 6 voorgesteld door de

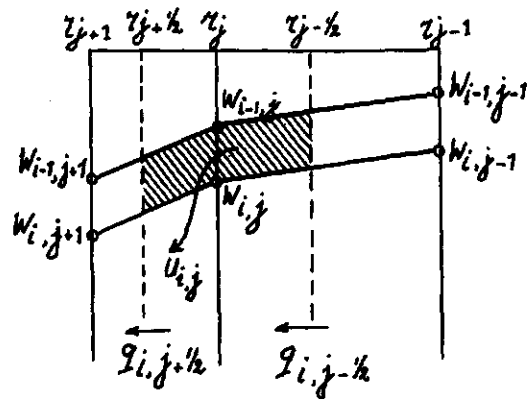


Fig. 6

inhoud van het gearceerde deel, dat wordt begrensd door de cirkels met stralen $r_{j+\frac{1}{2}}$ en $r_{j-\frac{1}{2}}$. Gemiddeld over deze ringbreedte verdwijnt dus een hoeveelheid water overeenkomende met:

$$\Delta q_{i,j}^! = q_{i,j+\frac{1}{2}} - q_{i,j}$$

$$\text{of } \Delta q_{i,j}^! = -2\pi kD \frac{W_{i-1,j+1} - W_{i-1,j}}{r_{j+1} - r_j} r_{j+\frac{1}{2}} - \frac{W_{i-1,j-1} - W_{i-1,j}}{r_{j-1} - r_j} r_{j-\frac{1}{2}}$$

Worden alle afstanden op r_j herleid door middel van vergelijking (5b) dan volgt:

$$\Delta q_{i,j}^! = 2\pi kD \frac{\beta}{\beta^2 - 1} \{W_{i-1,j+1} - 2W_{i-1,j} + W_{i-1,j-1}\} \quad (23)$$

of per eenheid van oppervlakte

$$U_{i,j} = \frac{\Delta q_{i,j}^!}{\pi(r_{j-\frac{1}{2}}^2 - r_{j+\frac{1}{2}}^2)} = \frac{\Delta q_{i,j}^!}{\pi r_j^2 (\beta^2 - \beta^{-2})} \quad (24)$$

Zodat voor $0 < j < k$ uit (23) en (24) volgt:

$$U_{i,j} = \frac{kD}{r_j} \cdot P_{i,j} \cdot \{W_{i-1,j+1} - 2W_{i-1,j} + W_{i-1,j-1}\} \quad (25)$$

$$\text{Met} \quad P = \frac{2\beta^3}{(\beta^2 + 1)(\beta + 1)^2(\beta - 1)^2} \quad (25a)$$

Er doen zich hierbij ook weer twee bijzondere gevallen voor. Namelijk voor $j = 0$ ($r_j = R$) en $j = k$ ($r_j =$ binnen cirkel r_k) op analoge wijze als voor $0 < j < k$ volgt voor:

$$j = 0 \quad U_{o,j} = \frac{kD}{r_o} \cdot X \cdot (W_{i-1,1} - W_{i-1,0}) \quad (26)$$

$$\text{met} \quad X = \frac{2\beta^3}{(\beta + 1)^2(\beta - 1)^2} \quad (26a)$$

Over de ring $k \leq k \leq k-1$ geldt een constant verhang, daar aangenomen wordt dat een hoeveelheid water overeenkomende met de opgepompte hoeveelheid deze ring passeert. Dit constante verhang wordt berekend met de formule van Thiem:

$$W_{i-1,k} - W_{i-1,k-1} = \frac{Q}{2\pi kD} \ln \beta^2 \quad (27)$$

Deze formulering houdt wel in dat er over de ring begrensd door de cirkels met straal $r_{k-\frac{1}{2}}$ en r_k door de put geen water wordt onttrokken, evenmin als dit het geval is voor het binnengebied $0 \leq r \leq r_k$. Wanneer r_k klein is ten opzichte van R dan wordt de gemaakte fout niet groot daar dit 'gebied van het pompstation' slechts een klein deel van het totale door de put beïnvloede areaal uitmaakt (minder dan 1 % daarvan).

5. Het verloop van het rekenproces

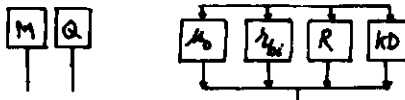
Het schema waarin het verloop van het rekenproces aanschouwelijk is weergegeven werd als bijlage I.A bijgevoegd. Aan de hand van dit schema zal het rekenproces worden toegelicht.

a. De in te voeren gegevens

GEGEVENS AFKOMSTIG VAN VER-
EFFENINGSPROGRAMMA:
 $\alpha, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, d_1, d_2,$
 $g, K_0, S_1, S_2, S_3, T, M_i^*, E_{0i}, N_i$

In de eerste plaats dienen te worden vermeld de uit het vereffeningsprogramma van Visser-Bloemen afkomstige parameterwaarden, de geïnterpoleerde dagwaarden voor de grond-

waterstanden W_i^x zonder waterwinning en de dagwaarden voor de open waterverdamping E_{0i} en de neerslag N_i . In het geval dat geen waarde voor γ werd vereffend dient hiervoor de waarde $\gamma = 0$ te worden aangehouden. Dit betekent dat volgens het rekenproces al het regenwater zich onmiddellijk bij het grondwater voegt.



Naast de eerder genoemde gegevens moeten een aantal nieuwe gegevens worden ingevoerd. Dit zijn:

- Q = de onttrekkingsintensiteit van de put (m³/d)
- kD = het geleidend vermogen van de watervoerende laag (m²/d)
- R = de straal van het gebied van de pompput (m)
- $r_{bi} = r_k$ de binnenstraal, of de straal van het areaal van het pompstationterrein (m)
- μ_0 = een schatting van het bergend vermogen van de grond (-)
- M = de periodelengte tussen het uitschrijven van resultaten (d)

De waarde van R kan worden bepaald door de onttrekkingsstrategie. Een gelijkmatig over het gebied gespreide onttrekking kan de waarde van R bepalen zoals in par. 2 werd aangegeven

$$R = \sqrt{\frac{\text{oppervlakte gebied}}{\pi \times \text{aantal pompstations}}}$$

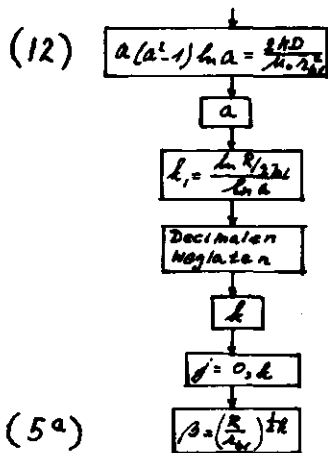
Wordt geen 'diffuse' onttrekking overwogen maar worden bepaalde locaties, om welke reden dan ook, uitgekozen dan is het zaak R zo groot te nemen dat de afpomptrechter de rand van het gebied niet bereikt, of slechts gedurende korte tijd niet te verwaarlozen verlagingen overschrijdt. Wellicht zal in afhankelijkheid van de keuze van Q en de aan een kaart ontleende kD -waarde een proefberekening de gewenste

zekerheid geven omtrent welke R niet of zelden overschreden zal worden (b.v. $N_i = 0$, $Eo_i = 0,003$ m/d, $i = 1-60$ dagen).

De waarde van μ_0 dient bekend te zijn teneinde het aantal ringen te kunnen bepalen. Een schatting van μ_0 kan berusten op formule (22) (par. 4c) door daarin voor een waarde van $\Psi = W_i^x$ met de parameters c_1 en c_2 een waarde uit te rekenen.

Met de in te voeren waarde voor M kan het aantal dagen worden vastgelegd dat men wil laten verlopen alvorens weer resultaten te laten uitschrijven. Dit middel zal voornamelijk gehanteerd worden bij testberekeningen waarbij men het uit te schrijven aantal uitkomsten wil beperken. Uiteraard zal bij het uitvoeren van operationele berekeningen, waarvan de resultaten weer verder, eveneens op dag-voor-dag-basis, moeten worden gebruikt M = 1 dag worden gesteld. Tevens zal dan de uitvoer niet via een printer plaatsvinden maar zal registratie in het geheugen van de computer of op een schijf of magnetische band geschieden.

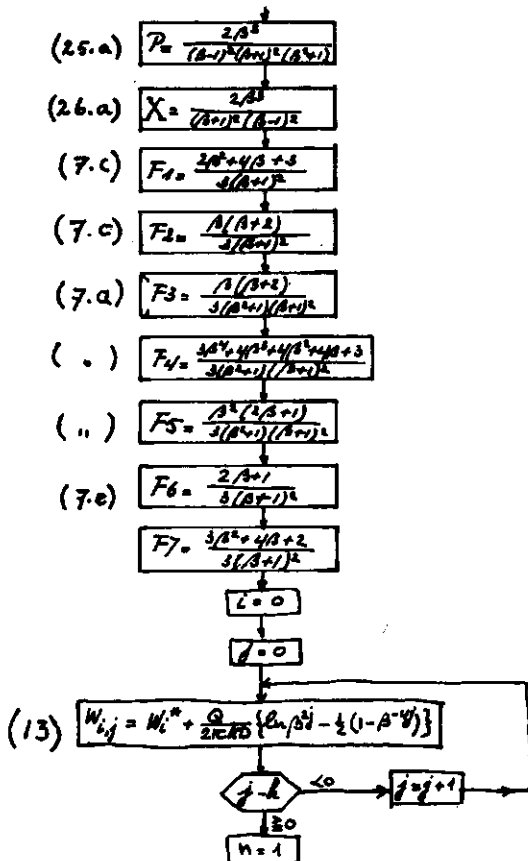
b. De voorbereidende berekeningen



Zijn alle in te voeren gegevens vastgesteld dan begint het rekenproces met het bepalen van het minimaal aantal vereiste ringen; dus de waarde van 'k'. Basis voor deze berekening is vergelijking (5a) met $j = k$ en vergelijking (12) met $\beta^2 = a$. Uit deze laatste vergelijking volgt een waarde van a. Met vergelijking

(5a) wordt k_1 berekend. Deze zal in de regel geen geheel getal zijn. Door afronding naar beneden door weglating van de decimalen wordt k gevonden en tenslotte β berekend. Voorts is nu het bereik van $0 \leq j \leq k$ bekend.

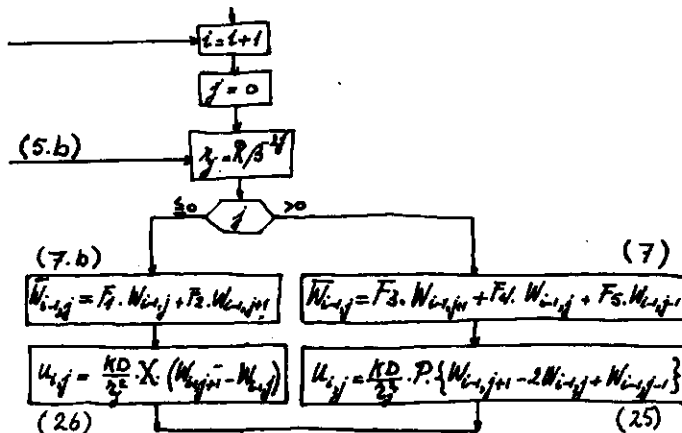
Met de thans bekende waarde voor β worden vervolgens de waarden voor coëfficiënten P, X en F_1 tot en met F_7 berekend. Daar deze uitsluitend een functie van β zijn, zijn ze voor de verdere berekeningen als constanten te beschouwen. Wanneer evenwel de verhouding R/r_{bi}



wordt gewijzigd verandert ook β en daarmee de genoemde factoren.

Vervolgens wordt voor iedere afstand $r = r_j$ ($0 \leq j \leq k$) de startwaarde voor $W_{0,j}$ berekend met behulp van vergelijking (13). De berekening loopt hierbij zoals verder steeds het geval zal zijn van buiten ($j = 0$, dus $r = R$) naar binnen ($j = k$ en $r = r_k$). Hierbij is dus $i = 0$ en wordt j na iedere berekening van (13) met 1 opgehoogd tot dat $j > k$ gevonden wordt. Dan gaat de berekening verder met een volgend deel van het programma. Voor de

overzichtelijkheid is in het schema van Bijlage I weggelaten dat voor ieder j -waarde de beginwaarde van de over M -dagen te sommeren verdamping en afvoer ($SE_{i,j}$ en $SA_{i,j}$) gelijk nul gesteld moeten worden.



c. De eigenlijke berekeningen

De voorbereidende berekeningen zijn thans afgesloten en begint het eigenlijke rekenproces $i = 0 \rightarrow 1$ en $j = 0$, zodat $r = R$ (vergelijking (5b)). Aangezien $j = 0$ wordt voor de ring begrensd door $r=R$ en $r=r_{\frac{1}{2}}$ de gemiddelde grondwaterstand $\bar{W}_{0,j}$ op het einde van de voorgaande dag ($i = i - 1 = 0$) berekend uit $W_{0,0}$ en $W_{0,1}$ met behulp van (7b). Dan wordt de onttrekking $U_{1,0}$ met (24) uitgerekend.

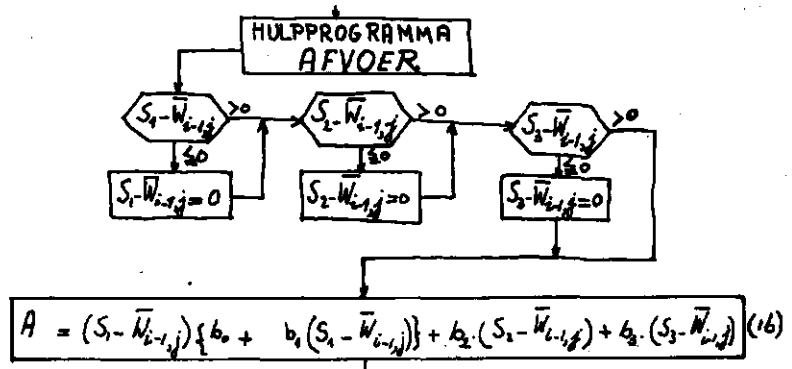
Voor de waarden $0 < j < k$ loopt de berekening in het schema rechtsom via (7) en (25).

**HULPPROGRAMMA
AFVOER**

Telkenmale wanneer het rekenproces op dit punt is aangekomen wordt het programmadeel voor de berekening van

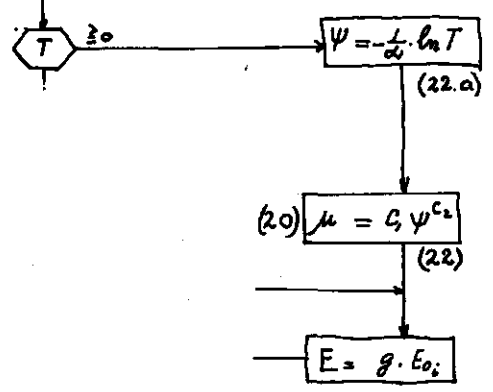
de afvoer en de verdamping aangeroepen.

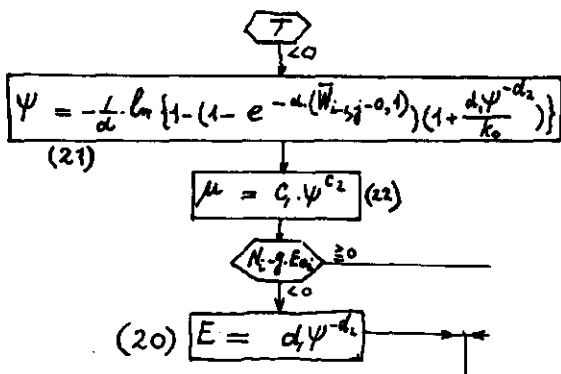
Hierin wordt eerst getest of de potentiaalverschillen (S - W) tussen het grondwater op het beschouwde punt en de slootbanden S₁ tot en met S₃ wel steeds positief zijn. Zo niet dan wordt het betreffende verschil gelijk nul gesteld. Vervolgens wordt met (16) de afvoer A uitgerekend. Aangezien dit hulpprogramma steeds opnieuw wordt gebruikt voor alle waarden van j en i krijgt A zijn indices pas wanneer teruggegaan wordt naar het hoofdprogramma.



$$T = 1 - (1 - e^{-\alpha (W_{i,j} - 0,1)}) \left(1 + \frac{g \cdot E_0}{k_0} \right) \quad (19)$$

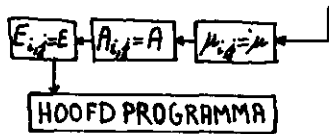
De verdamping. In de eerste plaats wordt getest of het argument T van de logarithme (19) in (18) ≥ 0 dan wel < 0 is. In het eerste geval wordt Ψ met (22a) berekend en vervolgens met (22) waarna $E = gE_0$ wordt gesteld.





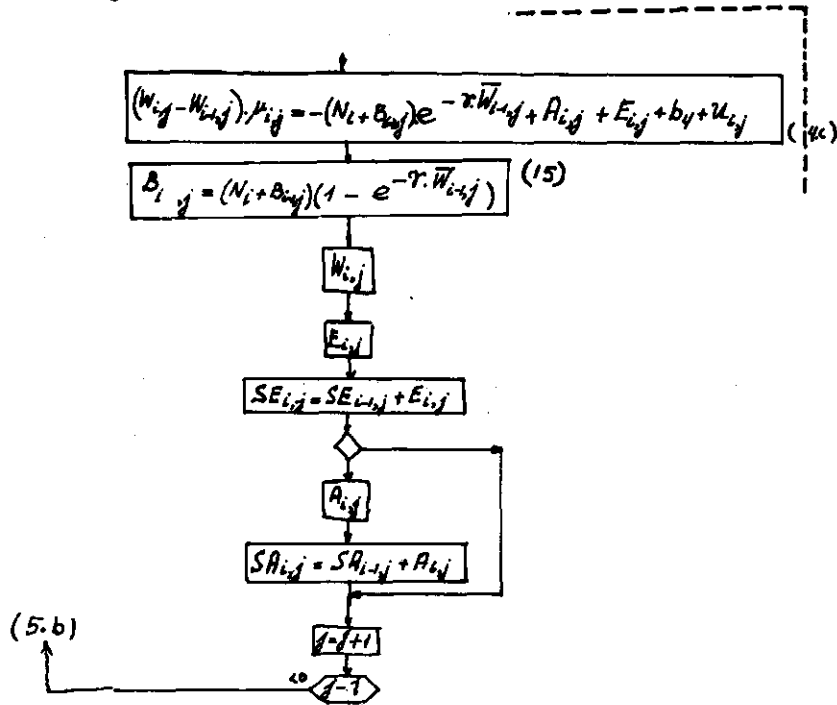
Valt $T < 0$ uit dan wordt met (21) de vochtspanning ψ berekend en vervolgens met (22) μ . Vervolgens wordt getest of de neerslag de potentiële verdamping op de betreffende dag heeft overtroffen. Is dit zo dan volgt $E = g \cdot E_0$ terwijl in het andere geval de verdamping met (20)

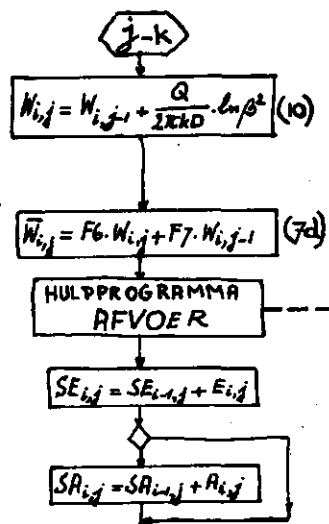
wordt berekend. Tenslotte wordt de berekende verdamping en de afvoer geïndiceerd naar tijd i en plaats j , waarna het rekenproces weer terugkeert naar het Hoofdprogramma.



Nu worden de gevonden waarden voor $A_{i,j}$, $U_{i,j}$ en N_i in de waterbalans-

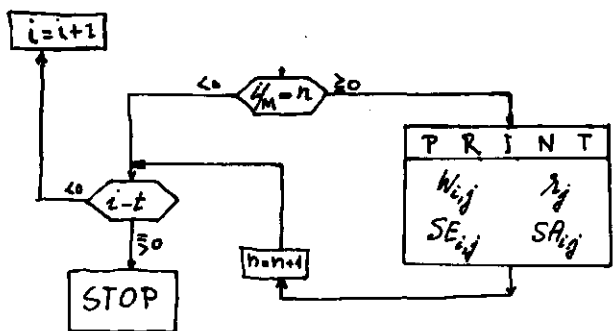
vergelijking (4c) ingevoerd en wordt met $\mu_{i,j}$ de nieuwe grondwaterstand $W_{i,j}$ berekend. Vervolgens wordt de berekende afvoer en verdamping opgeteld bij de som daarvoor over de afgelopen dagen. De schakelaar \diamond kan daarbij gebruikt worden als men de uitvoer van $A_{i,j}$ wel of niet wenst. Dan wordt j met 1 opgehoogd en getest of hierdoor $j = k$ wordt. Is $j < k$ dan keert het rekenproces terug en begint opnieuw voor de ring $j = j + 1$. Is $j = k$ dan wordt $W_{i,k}$ berekend met (10) volgens de eis dat het verhang over de laatste ring steeds constant moet zijn omdat daar steeds de waterhoeveelheid Q moet passeren.





Vervolgens wordt met (7d) de gemiddelde grondwaterstand voor de laatste ring berekend. Teneinde de verdamping en de afvoer te berekenen wordt weer het hulpprogramma Afvoer aangeroepen. Ook voor deze laatste ring worden de afvoer en de verdamping weer gesommeerd.

Vervolgens wordt getest of de sommatieperiode van M-dagen is bereikt, in welk geval de gegevens over deze periode door middel van de printer worden uitgevoerd. Na het uitprinten worden de geheugenplaatsen voor SA en SE op nul gesteld (In het schema niet vermeld) en wordt n één punt opgehoogd. Nu wordt, ook in het geval niet wordt uitgevoerd, de waarde van i getest tegen t, zijn uiterste waarde. Is t nog niet bereikt dan wordt i=i+1 gesteld en



begint het rekenproces weer geheel opnieuw, te beginnen bij de buitenste ring (j = 0).

6. Het infiltratieprogramma (zie Bijlage II)

Het standaardprogramma waarbij er afvoer naar de verschillende sloten, waterlopen en beken als term in de waterbalans voorkomt kan ook aangepast worden voor de situatie waarbij het bestaande afvoerstelsel als infiltratiemiddel wordt gebruikt. In dit geval is het echter noodzakelijk dat enkele termen van de waterbalansformule enigszins worden aangepast aan de gewijzigde stromingstoestand.

a. De infiltratie

De afvoer formule luidt:

$$A = (S_1 - W) \{ b_0 + b_1(S - W) \} + b_2(S_2 - W) + b_3(S_3 - W) \quad (16)$$

In de eerste term van het linker lid komt, in navolging van de drainageformule van Hooghoudt een lineaire- en een kwadratische term voor, voor respectievelijk de grondwaterstroming onder en boven het vlak door de slootpeilen. Aangezien bij infiltratie de stroming boven het vlak van het slootpeil wegvalt dient dus ook de kwadratische term in de afvoerformule te worden weggelaten. Tevens is het echter nodig de parameter b_0 aan te passen voor het gewijzigde stromingsbeeld. Enerzijds zal door peilverhoging het infiltrerend natte oppervlak van de sloot toenemen, doch anderzijds zal door de concave vorm van de grondwaterspiegel de radiale weerstand toenemen. Bovendien kan door dichtslibbing van de slootbodembodem en de taluds een uittreeweerstand ontstaan die zich manifesteert door een extra benodigde drukhoogte van Z m (zie fig. 7).

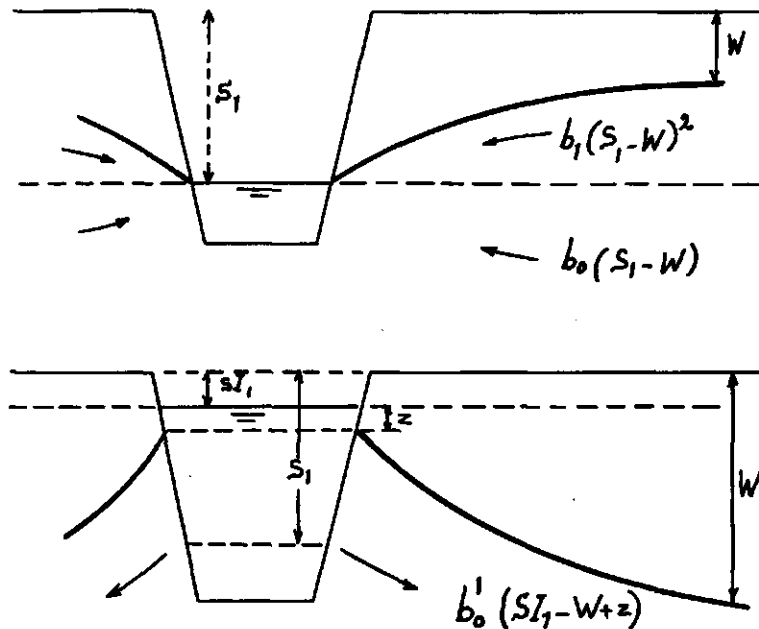


Fig. 7

De eerste term van de afvoercurve volgens (16) staat weergegeven op het rechter (volgetrokken) deel van fig. 8.

De uit de sloot infiltrerende hoeveelheid water wordt berekend met:

$$A = b'_0(SI_1 - W) \quad (28)$$

waarin
$$b'_0 = b_0 \left\{ 1 + 2 \frac{b_1}{b_0} (SI_1 - S_1 + Z) \right\} \quad (28a)$$

De infiltratie-tak staat in fig. 8 op de linkerzijde schematisch afgebeeld. Hierin is SI_1 het slootpeil bij infiltratie en dus

$(S_1 - SI_1)$ de peilverhoging. Formule (28) is een empirische formule.

Volgens de formule van Hooghoudt is bij een homogeen doorlatende watervoerende laag de verhouding

$$b_1/b_0 = \frac{4k/l^2}{8kd^x/l^2} = \frac{1}{2d^x}$$

waarin d^x de dikte van de 'equivalentlaag'; het grondpakket waarin de waterstroom effectief plaats vindt. In feite komt formule (28) er op neer dat b_0 vergroot wordt in de verhouding:

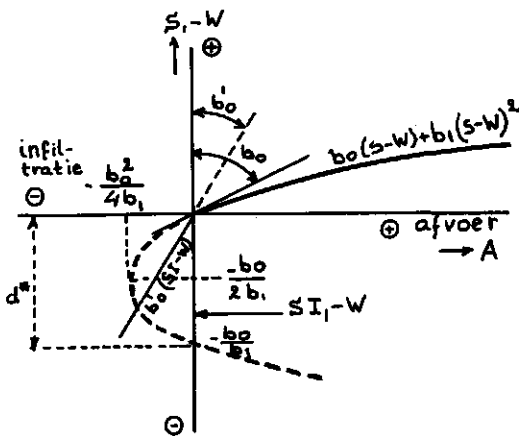


Fig. 8

$$\frac{b'_0}{b_0} = \frac{d^x - \Delta S_1 + Z}{d^x}$$

Het zal duidelijk zijn dat (28) slechts een benadering is omdat b_0 en b_1 wellicht wel enig verband houden met de Hooghoudt coëfficiënten $\frac{8kd^x}{l^2}$ en $\frac{4k}{l^2}$, doch daaraan niet geheel identiek zijn. De extra drukhoogte Z , voor het overwinnen van de uittreeweerstand, werd gesteld op 0,20 m.

De afvoer parameters b_2 en b_3 blijven bij infiltratie ongewijzigd, daar in de regel bij de grotere waterlopen peilverhoging meestal slechts afvoervermindering tot gevolg zal hebben.

b. De verdamping

Het verhogen van het slootpeil zal tot gevolg hebben dat er een strook grond van enige breedte langs de sloten een intensievere verdamping zal hebben dan de gronden welke verder weg gelegen zijn. In het programma wordt de breedte van deze strook geschat op LVS m bij een gemiddelde slootafstand van L m. Dit zijn gegevens die in het betreffende gebied verzameld moeten worden, of geschat op grond van een waterlopenkaart.

Zowel voor de strook LVS als voor het perceels midden wordt nagegaan of de verdamping gelijk is aan de potentiële verdamping of dat die bepaald wordt door de vochtspanning in de grond. Voor de strook LVS wordt bij deze test $W = S_1$ genomen, daar het exacte beloop van het grondwatervlak in de strook onbekend is.

Al naar de uitkomst van de test wordt vervolgens de verdamping E_w berekend door middel van $E_w = g \cdot E_0$ of $E_w = d \cdot \psi^{-d_2}$.

Tenslotte volgt de totale verdamping uit

$$E = \frac{LVS}{L} \cdot ES + \left(1 - \frac{LVS}{L}\right) EW \quad (29)$$

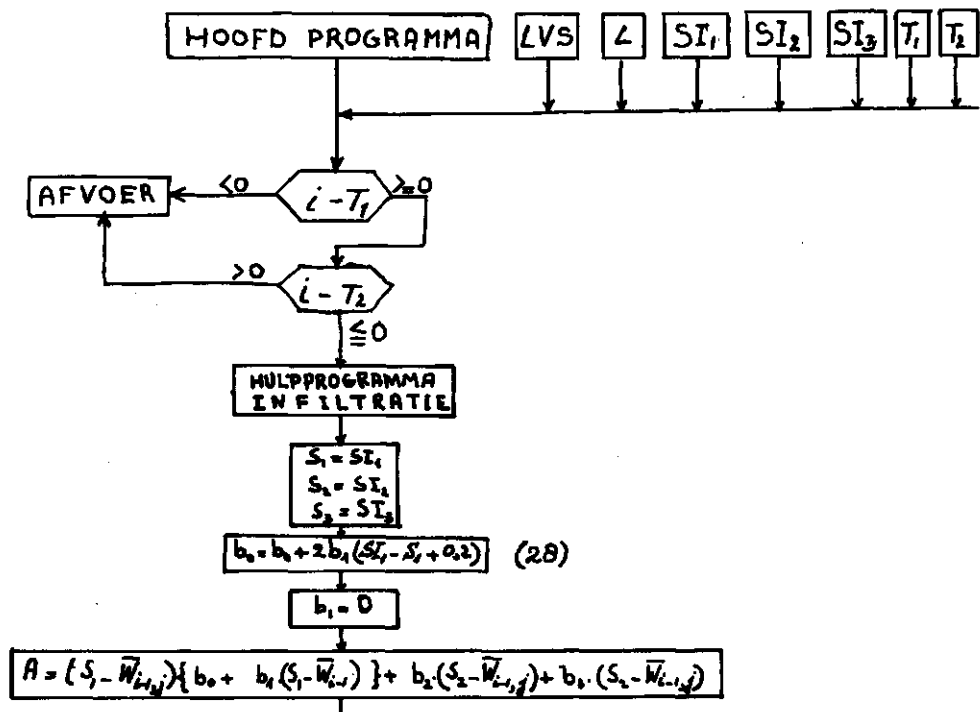
waarin: ES = verdamping in de strook LVS

EW = verdamping op de rest van het perceel (L-LVS)

c. Het verloop van de berekening (Bijlage II)

Wordt in het Hoofdprogramma de mogelijkheid tot infiltratie ingebouwd dan moeten de vereiste parameters bekend zijn. Dit zijn: de strook LVS langs de sloten waarvoor een aparte verdampingsberekening zal worden uitgevoerd; de slootafstand L; de infiltratiepeilen en de tijdstippen $i = T_1$ en $i = T_2$ waartussen geïnfiltreerd zal worden. In het hoofdprogramma wordt getest of de tijd parameter i zich op of binnen de grenzen T_1 en T_2 bevindt, in welk geval de berekening gestuurd wordt via het 'Hulpprogramma Infiltratie' in plaats van langs het 'Hulpprogramma Afvoer'. Vervolgens worden de slootpeilen S_1 , S_2 en S_3 gelijkgesteld aan de infiltratiepeilen respectievelijk SI_1 , SI_2 en SI_3 .

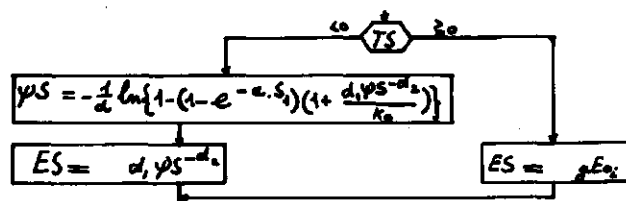
Dan wordt met formule (28) b_0 berekend, waarna $b_1 = 0$ gesteld wordt teneinde de kwadratische term van de afvoerformule uit te schakelen.



$$TS = 1 - (1 - e^{-a \cdot S_1}) \left(1 + \frac{g E_0}{k_0}\right)$$

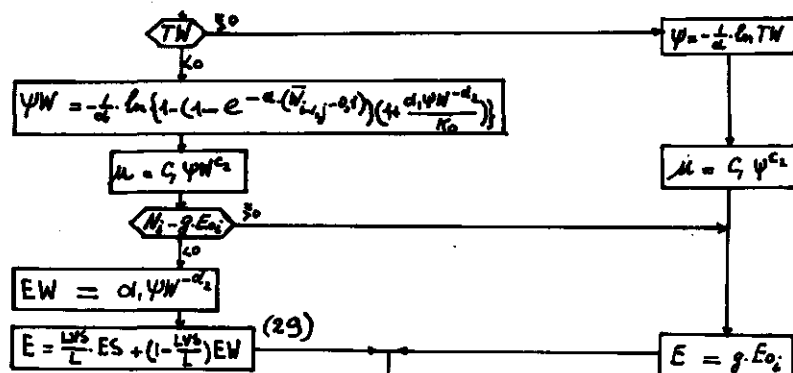
$$TW = 1 - (1 - e^{-a \cdot (\bar{W}_{i,j} - a_1)}) \left(1 + \frac{g E_0}{k_0}\right)$$

Na de berekening van de infiltratiehoeveelheid volgen de twee verdampingstests. De eerste TS met $W = S_1$ voor de strook LVS, de tweede TW met $W = \bar{W}$ voor het overige deel van de percelen.



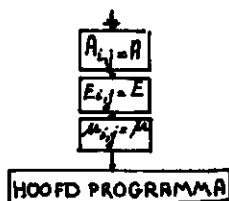
Vervolgens wordt gezien of TS aangeeft of de verdamping potentieel is ($TS \geq 0$) in welk geval $S = g E_0$, is S echter $TS < 0$ dan wordt ψS berekend en vervolgens $ES = d \cdot \psi S^{-d_1}$. Aangezien verondersteld wordt dat strook grond LVS met verdamping ES klein is ten opzichte van de perceelsbreedte L en dat bovendien de bergingsverander-

ringen daarin relatief klein zullen zijn, wordt geen bergingsfactor μ_S berekend.



Is de bewerking voor de verdamping ES beëindigd dan wordt EW voor de perceelsmiddens berekend op de gebruikelijke manier zoals bij de beschrijving van het afvoerprogramma werd uiteengezet.

Daarna volgt de totale verdamping uit ES en EW met formule (29).



Tenslotte worden de berekende waarden voor E, A en μ voorzien van de indices i en j waarna de berekening naar het hoofdprogramma terugkeert.

7. Het programma voor de rasterpuntenberekening

a. Inleiding

De berekening van de termen van de waterbalans door middel van het programma van de pomput heeft betrekking op een aantal concentrische cirkels. De stralen van deze cirkels houden verband met de geohydrologische constanten van het bodemprofiel en de verhouding van de stralen van het beïnvloede gebied en het pompstationterrein. Dit betekent dat bij grote kD -waarde er bij dezelfde R/r_k -verhouding het aantal cirkels k kleiner is dan bij kleine kD -waarde.

Daar het echter wenselijk is om steeds voor een punt met dezelfde ligging ten opzichte van de pomput de gevolgen van de wateronttrekking bij verschillende debieten en R/r_k -verhoudingen te kennen werd

een programma ontworpen voor een raster waarvan de snijpunten bepaald worden door hun coördinaten ten opzichte van een assenstelsel met vast nulpunt. Dit raster kan dan het gehele te onderzoeken gebied bedekken. Ook is het mogelijk de rasterwijdte te variëren.

De intervallen Δx en Δy van het raster dienen zodanig gekozen te worden dat binnen het gebied met straal R een zodanig aantal punten valt dat deze een representatief beeld geven van de gevolgen van de wateronttrekking.

Anderzijds wil men het aantal berekeningen graag beperken teneinde op de kosten van het rekenwerk zoveel mogelijk te besparen. Het programma voor de rasterpuntenberekening is als Bijlage III bijgevoegd.

b. De topografie van het gebied en de helling van het grondwatervlak

Het programma van de pompput houdt slechts rekening met een vlak gebied, met een homogeen doorlatende watervoerende laag van constante dikte (zie hoofdstuk I punten 1 t/m 6). De interpretatie van de gevolgen van de wateronttrekking in de omgeving van de pompput brengt echter met zich dat aan de voorwaarde van het vlak zijn van het terrein en de horizontale grondwaterspiegel zonder waterwinning in zandgebieden niet voldaan kan worden. In de regel vertoont het maaiveld een gemiddelde helling in een bepaalde richting. Voorts zijn er de hoogteverschillen op kleinere afstanden, zoals beekdalen en ruggen. Ook het grondwatervlak vertoont evenals het maaiveld een zekere gemiddelde helling in een bepaalde richting, die meestal samenvalt met de algemene helling van het maaiveld.

Bij de rasterpuntenberekening kan met de topografie van het maaiveld rekening gehouden worden door voor ieder rasterpunt de hoogten opzichte van NAP vast te stellen en als gegeven in te voeren in het rekenschema.

Voor de helling van het grondwatervlak, dat als regel veel minder hoogteverschillen op korte afstand vertoont dan het maaiveld werd volstaan met het vastleggen van de richting van de isohypsen van het grondwater ten opzichte van de x-as van het coördinatenstelsel: de hoek ϕ . Als tweede gegeven is er de helling \perp op de richting van de isohypsen: de hoek δ .

c. De verlaging van de grondwaterstand bij hellend freatisch vlak

De aanpassing van het pompputprogramma van de situatie met een hellend freatisch vlak zonder waterwinning geschiedt door middel van een eenvoudige wijze van benadering. Er wordt namelijk gesteld dat de verlaging door de pompput op verschillende afstanden veroorzaakt gelijk is aan die welke zou zijn berekend indien van een horizontaal freatisch vlak was uitgegaan. Deze bewerking komt feitelijk neer op een eenvoudige deformatie van de grondwatertrechter zoals die voor een horizontale uitgangstoestand wordt berekend, tot een grondwatertrechter die aansluit aan de oorspronkelijke hellende grondwaterspiegel. Deze deformatie is maximaal in de richting loodrecht op de isohypsen en is gelijk nul in de richting evenwijdig aan deze lijnen.

Met deze benadering wordt een fout geïntroduceerd, doch aangezien de helling δ van het grondwatervlak in de regel klein is ($\delta < 10^{-3}$) zal deze fout ook klein zijn.

d. Het verloop van het rekenproces (Bijlage III)

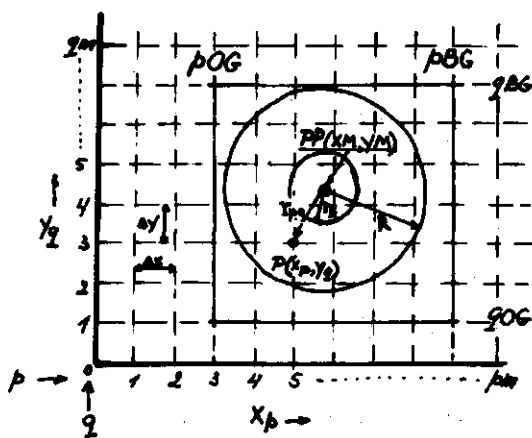


Fig. 9

Over het gebied wordt een raster van punten gelegd. Ieder rasterpunt wordt gedefinieerd ten opzichte van het assenstelsel door een abscis x_p en een ordinaat y_q , waarbij p loopt van $0 \rightarrow p_m$ en q van $0 \rightarrow q_m$. De maaswijdte van het raster kan gevarieerd worden door Δx en Δy te variëren. Is $y_{x_{p_m}} = A$ m. en $y_{q_m} = B$ m. dan is $p_m = \frac{A}{\Delta x}$ en $q_m = \frac{B}{\Delta y}$ (fig. 9).

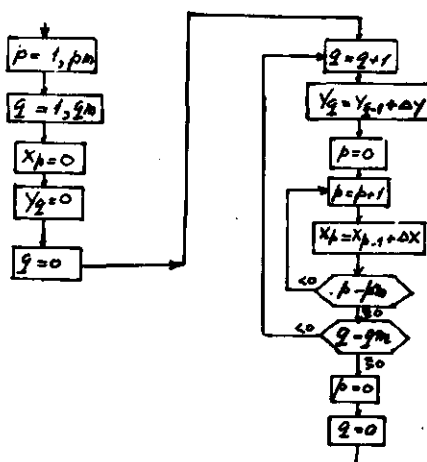
De pompput heeft als coördinaten $PP(XM, YM)$. De ligging van ieder rasterpunt is $P(x_p, y_q)$ en de afstand van zulk een punt tot de pompput is:

$$r_{p,q} = \sqrt{(x_p - XM)^2 + (y_p - YM)^2} \quad (30)$$

GEGEVENS:
 Parameters Grondwater buis
 en pompput
 $W_i^0; MV_{p,q}; MV_M; \Delta x; \Delta y;$
 $PP(X_M, Y_M); p_m; q_m; \phi; \delta$

De volgende gegevens dienen als be-
 kenden te worden ingevoerd:

- de parameters van de waterbalans-
 vergelijking
- de gegevens van de pompput ($kD,$
 R, r_k, Q)
- de ongestoorde grondwaterstand W_i^x
- de maaiveldhoogte ten opzichte van NAP van ieder rasterpunt:
 $MV_{p,q}$
- de maaiveldhoogte (t.o.v. NAP bij de pompput: MV_M)
- de maaswijdte Δx en Δy
- de coördinaten van de pompput: X_M, Y_M
- het maximum aantal intervallen van het raster in x-richting p_m en
 in y-richting q_m
- de hoek tussen de isohypsen van het grondwater en de x-as: ϕ
- de helling van het ongestoorde grondwatervlak: δ



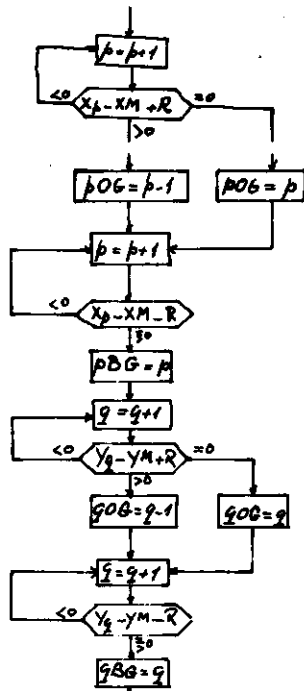
Het eigenlijke rekenproces kan nu
 beginnen. Eerst worden alle raster-
 punten gedefinieerd door voor iede-
 re waarde van y_p de abscissae
 $x_p = x_{p-1} + \Delta x$ te berekenen. Wordt
 $p > p_m$ dan wordt hetzelfde proces
 doorlopen voor de rasterpunten met
 ordinaat $y_q = y_{q-1} + \Delta y$. Dit gaat
 net zolang door totdat ook voor
 $q = q_m$ $p = p_m$ is bereikt, waarna
 alle rasterpunten van coördinaten
 zijn voorzien. Op een hoogte(cijfer)-

kaart dienen voor deze punten de maaiveldhoogten $MV_{p,q}$ opgezocht te
 worden.

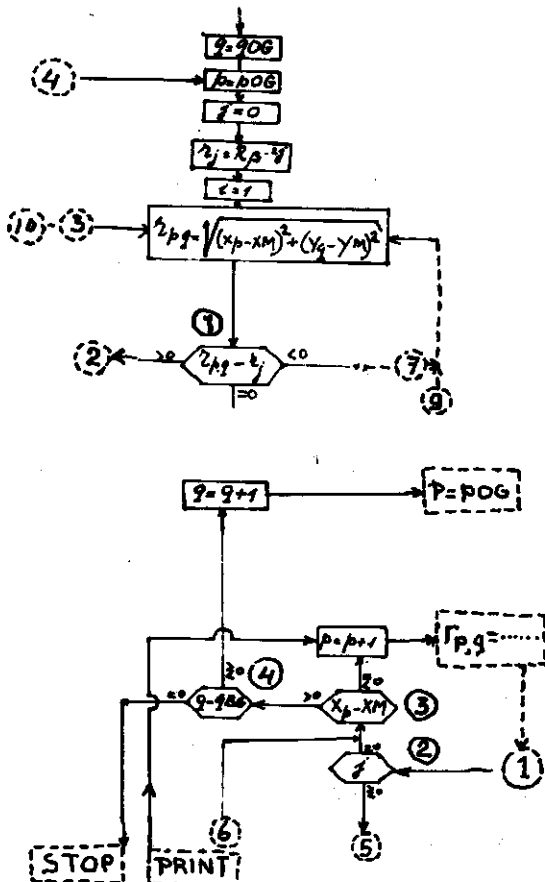
Vervolgens wordt bepaald welke de boven- en ondergrenzen zijn waar-
 binnen het 'pompput gebied' met straal R is gelegen. Deze grenzen
 zijn in de x-, respectievelijk y-richting:

de ondergrens XOG, respectievelijk YOG

de bovengrens XBG, respectievelijk YBG



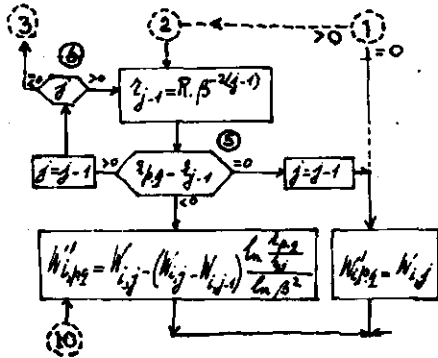
Eerst wordt XOG bepaald door voor opklimmende waarde van p de test $x_p - (XM - R)$ uit te voeren. Valt deze positief uit dan is $pOG = p - 1$. Is de test gelijk nul dan is $pOG = p$. Is XOG gevonden dan wordt p verder opgehoogd en getest op $x_p - (XM + R)$. Is deze gelijk nul of positief dan is $pBG = p$ zodat nu zowel XOG als XBG bekend zijn. Vervolgens wordt dezelfde procedure uitgevoerd in de y -richting door q telkens op te hogen en te testen op $y_p - (YM - R)$ respectievelijk $y_p - (YM + R)$. Nu zijn ook YOG en YBG bekend en is het onttrekkingsgebied van de put gelocaliseerd.



Het nu volgende programmadeel tast af waar elk van de rasterpunten is gelegen ten opzichte van de in het hoofdprogramma onderscheiden cirkels rond de put met stralen r_j met $0 \leq j \leq k$. Daartoe wordt om te beginnen met het rasterpunt $P(XOG, YOG)$ steeds de afstand $r_{p,q}$ tot de put vergeleken met r_j ; te beginnen met $r = R$ (test 1). Beschouwen we eerst de gevallen dat test 1 > 0 uitvalt. Komende van test 1 wordt eerst test 2 verricht waarmee bepaald wordt op het punt buiten of binnen het gebied van de put ligt. Is $j = 0$ dus $r_j = R$ en ligt het punt links van XM (test 3 < 0) dan wordt het volgende punt op de lijn $y = y_q$

onderzocht. Ligt het punt echter rechts van XM (test 3 > 0) dan wordt indien $q < q_{OB}$ (test 4 < 0) $q = q + 1$ genomen en keren we terug naar $x = X_{OG}$. Indien echter test 4 = 0 uitvalt betekent dit dat we verder naar rechts gaan geen punten zullen tegenkomen die nog binnen de cirkel met straal R zullen vallen. In dit geval hebben we alle punten die binnen het gebied van de put vallen, gehad.

Keren we terug naar test 2= is $j > 0$ dan ligt het beschouwde punt

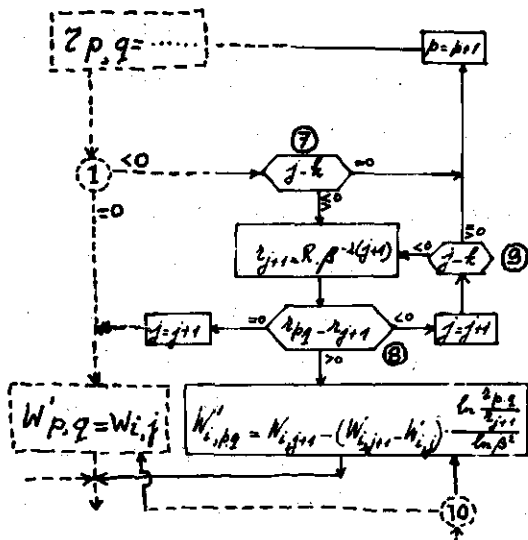


dus binnen $r = R$ en mogelijk in de zone $r_j \leq r \leq r_{j-1}$. Aangezien altijd al in test 1 tegen r_j getest is wordt nu r_{j-1} berekend en wordt in test 5 gezien of ons punt binnen (test 5 < 0) of buiten (test 5 > 0) de cirkel met straal r_{j-1} is gelegen. Ligt het beschouwde rasterpunt tussen de cirkels met stralen r_j

en r_{j-1} dan wordt de grondwaterstand daarvan logaritmisch geïnterpoleerd tussen $W_{i,j}$ en $W_{i,j-1}$. Er is echter ook de mogelijkheid dat test 2 gelijk nulaangaf ($r_{p,q} = r_j$) in welk geval dus het rasterpunt op de cirkel met straal r_j ligt en dus $W'_{p,q} = W_{i,j}$.

Is echter volgens test 5 $r_{p,q} > r_{j-1}$ dan zijn er volgens test 6 twee mogelijkheden: het punt ligt buiten r_{j-1} doch binnen r_{j-2} , in welk geval test 5 herhaald wordt tot deze de berekening naar de interpolatieformule stuurt. Is echter volgens test 6 $j - 1 = 0$ dan betekent dit dat het rasterpunt nog buiten het gebied van de put valt

en moet via test 3 worden onderzocht of op de lijn $y = y_q$ nog volgende punten moeten worden afgetast of niet



De tot nu toe besproken aftasting van de rasterpunten concentreerde zich vooral op het feit of ze al of niet binnen of buiten het gebied met $r = R$ gelegen waren. Nu concentreert het onderzoek zich op de

situatie bij de binnencirkel $r = r_k$.

Daartoe keren we terug naar test 1 en wel voor het geval dat deze < 0 uitvalt en de berekening voert naar test 7. Door middel van deze test wordt uitgemaakt of het te onderzoeken rasterpunt binnen of buiten het gebied van het pompstationterrein ligt. Is in de berekening j gevorderd tot $j = k$ dan ligt het punt binnen r_k en wordt verder gegaan met het onderzoeken van het volgende rasterpunt op $y = y_q$ door $p = p + 1$ te nemen. Is echter test 7 > 0 , dus $r_{p,q} > r_k$ dan wordt met test 8 onderzocht of $r_{p,q} \leq r_{j+1}$ is. Is $r_{p,q} = r_{j+1}$ dan ligt het punt dus op die cirkel en is $W'_{p,q} = W_{i,j+1}$ en dus $j = j+1$. Is test 8 > 0 dan wordt $W_{p,q}$ weer door interpolatie tussen $W_{i,j}$ en $W_{i,j+1}$ berekend. Valt echter test 8 < 0 uit dan wordt verder met test 9 gezien of daardoor $j = k$ en de afstand van het rasterpunt tot de pompput kleiner is dan r_k , in welk geval het volgende rasterpunt voor $p = p + 1$ wordt onderzocht.

Is evenwel test 9 < 0 dan wordt verder onderzocht tussen welke cirkels het punt is gelegen door j net zolang op te hogen tot test 8 > 0 wordt en een interpolatieberekening wordt uitgevoerd.

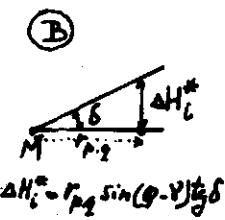
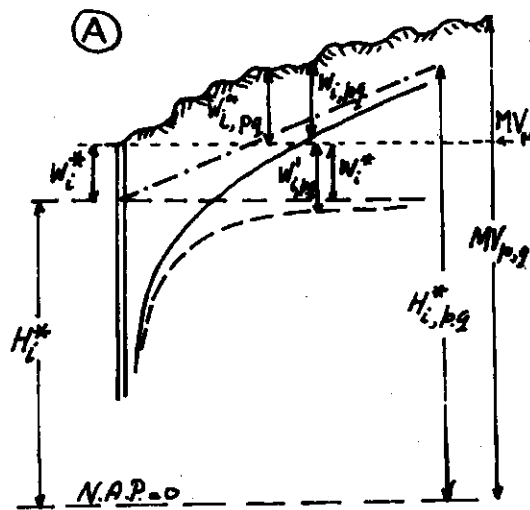
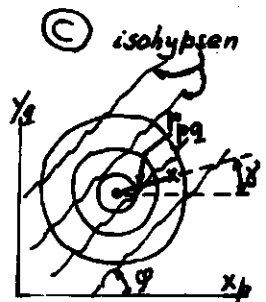


Fig. 10



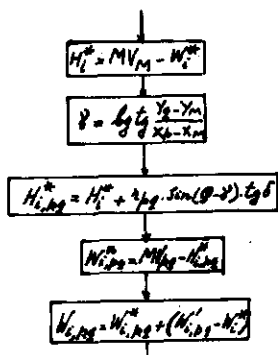
De in het voorgaande programmeerde berekende geïnterpoleerde waarden voor $W'_{i,p,q}$ zijn alle berekend ten opzichte van het horizontale vlak met een maaiveldhoogte gelijk aan die van de put MV_M . Nu moet nog de eerder genoemde aanpassing van de grondwatertrechter aan het hellende freatisch vlak worden uitgevoerd en moet de variatie in hoogte liggen van de rasterpunten in rekening worden gebracht. Fig. 10 geeft het volgende programmeerdeel aanschouwelijk weer. De aanpassing van de grondwatertrechter wordt bepaald door de oriëntatie van de isohypsen ten opzichte van de x-as (hoek ϕ ; fig. 10c) de helling van

het freatisch vlak zonder onttrekking (hoek δ ; fig. 10b) en de richting die $r_{p,q}$ maakt met de x-as (hoek γ ; fig. 10c).

Elk punt van het freatisch vlak zonder wateronttrekking heeft een hoogte ten opzichte van NAP:

$$H_{i,p,q}^x = H_i^x + r_{p,q} \sin(\phi - \gamma) \operatorname{tg} \delta \quad (31)$$

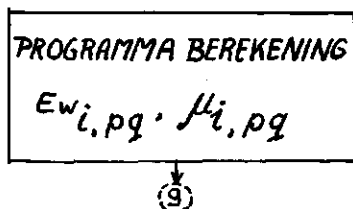
Waarin H_i^x de hoogte van het freatisch vlak onder een helling δ met de horizontaal bij de put is en $r_{p,q}$ de afstand van een rasterpunt (x_p, y_q) tot de put met richting γ , bij een onder een hoek van ϕ met de x-as lopende isohypsen.



Nadat dus van een rasterpunt door interpolatie tussen $W_{i,j}$ en $W_{i,j+1}$, $W_{i,p,q}^x$ is gevonden moet deze laatste dus aangepast worden aan de hellende grondwaterspiegel zonder wateronttrekking.

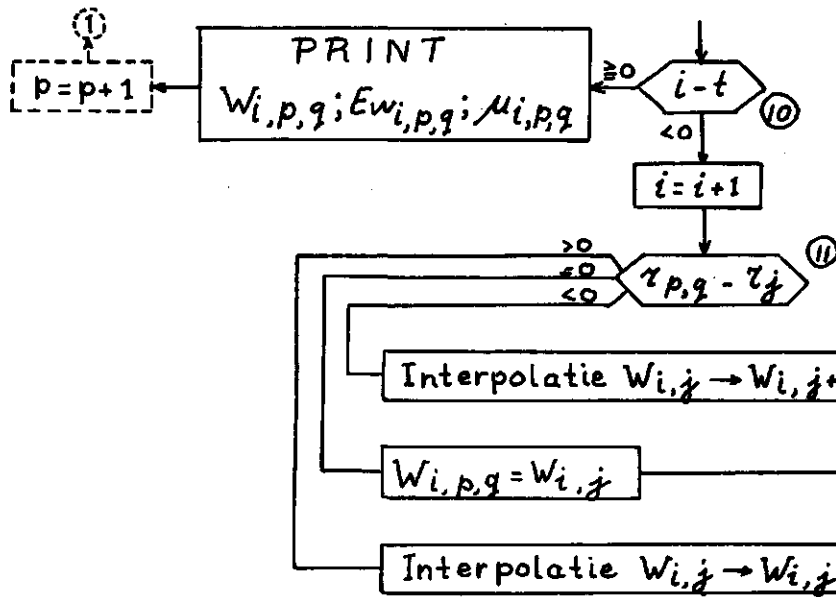
Eerst wordt de voor plek van de put geldende grondwaterstand W_i^x omgerekend op NAP hoogte H_i^x . Vervolgens wordt de richting van $r_{p,q}$

met de x-as bepaald (hoek γ). Daarna volgt uit vergelijking (31) de hoogte van $H_{i,p,q}^x$ en wordt uit de maaiveldhoogte $MV_{p,q}$ de ongestoorde grondwaterstand $W_{i,p,q}^x$ gevonden. Door hiervan de verlaging $W_{i,p,q}^x - W_{i,p,q}^x$ af te trekken wordt tenslotte $W_{i,p,q}$ gevonden.



Op dit punt aangekomen wordt het hulpprogramma 'Afvoer' weer aangeroepen teneinde de verdamping $E_{w_{i,p,q}}$ en de bergingsfactor $\mu_{i,p,q}$ te berekenen.

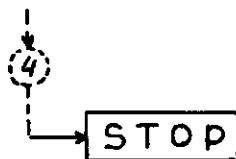
Wanneer E_w en μ berekend zijn dan volgt de test 10 om te zien of de laatste dag van de door te rekenen periode $0 \rightarrow t$ bereikt is. Is dit het geval dan volgt uitvoer van de berekende waarden (PRINT). Na dit punt in het programma wordt een volgend rasterpunt $p = p + 1$ in behandeling genomen en begint het beschreven proces opnieuw door test 1 uit te voeren. Is $i < t$ dan wordt $i = i + 1$ en wordt door test 11



uitgemaakt op welke wijze $W'_{i+1,p,q}$ en $W_{i+1,j-1}$ respectievelijk

$W_{i+1,j+1}$ zal worden berekend.

Wanneer tenslotte het rekenproces is beland bij het rasterpunt met coördinaten $x_q \geq x_M$ en $y_q = y_{qBG}$ dan hebben we alle rasterpunten die binnen de cirkel met straal R vallen gehad en stopt de berekening.

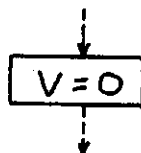


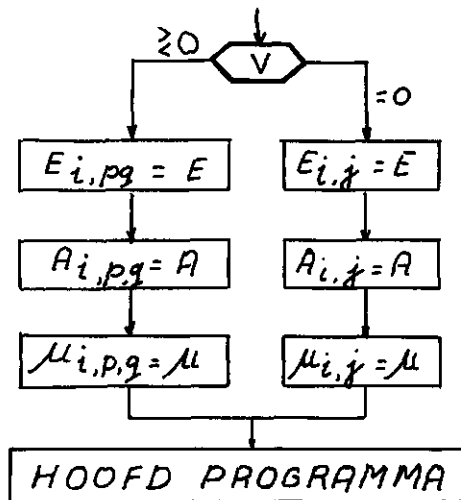
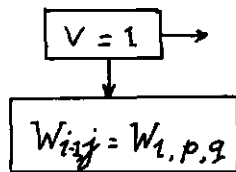
e. De invoeging van het rasterpuntenprogramma in het hoofdprogramma

Het toepassen van het rasterpuntenprogramma heeft enkele consequenties voor het hoofdprogramma. Zo is men alleen geïnteresseerd in de verdamping, de bergingsfactor en eventueel ook de afvoer door de plekken van de rasterpunten. De aanpassing in het hoofdprogramma en in het hulpprogramma Afvoer zijn weergegeven in Bijlage IV.

Deze aanpassingen zijn de volgende:

1. Wanneer de eerste maal het hulpprogramma Afvoer wordt opgeroepen, wordt een grootheid V waarop later getest moet worden gelijk nul gesteld.





2. Wanneer vanuit het rasterpuntenprogramma het hulpprogramma Afvoer wordt opgeroepen wordt $V = 1$ gesteld.

Daarna moet de notitie van het rasterpuntenprogramma omgevormd worden tot die van het hulpprogramma Afvoer. Dit betreft alleen de grondwaterstand $W_{i,p,q}$.

3. Aan het eind van het hulpprogramma Afvoer moet een test voorkomen die aangeeft of weer naar het hoofdprogramma of naar het rasterpuntenprogramma moet worden teruggekeerd. Is $V = 0$ dan wordt de notatie van het hoofdprogramma ingevoerd en gaat de berekening terug naar de vergelijking voor de waterbalans. Indien $V > 0$ dan wordt de notatie van het rasterpuntenprogramma gebruikt en keert de berekening terug naar dit programma.

Aangezien het rasterpuntenprogramma geïncorporeerd is in het hoofdprogramma zal na het doorlopen van dit eerstgenoemde rekenschema geen uitvoer van resultaten plaatsvinden. Uitvoer vindt plaats wanneer het hoofdprogramma is doorlopen en bovendien een periode van M-dagen is verstreken.

Het schema van Bijlage III gaat ervan uit dat de tijdreeks 0 - t eerst volledig met het hoofdprogramma is doorgerekend en dat de $W_{i,j}$ en r_j in het geheugen zijn opgeslagen. Deze gegevens worden dan in het rekenschema van het rasterpuntenprogramma van Bijlage III ingevoerd. Dit houdt in dat één run door het rasterpuntenprogramma voldoende is om alle $r_{p,q}$'s in het geheugen vast te leggen. Hierna worden de waterstanden $W_{i,p,q}$ door middel van de r_j en $W_{i,j}$ via de test

$r_{p,q} \stackrel{\wedge}{\approx} 0$ direct door middel van de toepasselijke interpolatieformules berekend.

Bij de invoeging van het rasterpuntenprogramma in het hoofdprogramma (Bijlage IV) worden beide schema's iedere dag i volledig doorge-
lopen. Dit houdt in dat iedere maal wanneer het hulpprogramma afvoer
is doorlopen $p = p + 1$ wordt gesteld en het schema opnieuw wordt
doorgerekend. Dit gaat door tot alle rasterpunten binnen de cirkel
met straal R zijn doorlopen. Hierna keert de berekening terug naar
het hoofdprogramma (Bijlage IV). De aanpassing die in het schema van
Bijlage III moeten worden aangebracht staan vermeld in bijlage V.

SLOTWOORD

De toepasbaarheid van de bovenbeschreven rekenschema's is gebon-
den aan enkele bijzondere omstandigheden. In de eerste plaats be-
hoort daartoe dat van een waterwinplaats de parameters voor de water-
balans beschikbaar moeten zijn. Dit houdt in dat er gedurende 1 à 2
jaren voorafgaande aan het inwerking stellen van de pompen met regel-
matige tijdsintervallen grondwaterstanden moeten zijn opgenomen op
grond waarvan deze parameters door vereffening kunnen worden verkre-
gen. Dit nu is een situatie die zich vrijwel nooit voordoet. Wanneer
het voornemen bestond ergens een waterwinning te stichten dan werd
volstaan met het gedurende een korte periode verrichten van hydro-
logisch onderzoek. De reeks zo verzamelde gegevens was dan vrijwel
zonder uitzondering tekort en vaak ook nog onvolledig. Slechts het
onderzoek in Salland door de Werkgroep Hydrologisch Onderzoek
Overijssel verricht, hield rekening met de eis van een lange reeks
hydrologische gegevens, doch tot nu toe ontbrak een nieuw gestichte
waterwinning in dit gebied waaraan de opgestelde rekenschema's zou-
den kunnen worden getoetst.

Controle van de resultaten met deze schema's verkregen door ver-
gelijking met gemeten grondwaterstanden vond niet plaats. Dat contro-
le en toetsing een dwingende eis is behoeft feitelijk niet te worden
betoogd. Ieder nieuw ontworpen methode of produkt moet aan controle
en toetsing onderworpen worden teneinde de betrouwbaarheid ervan te

kunnen bewijzen. Dat controle nodig is bleek ook uit verrichte proefberekningen. In sommige gevallen bleek de potentiële verdamping g_{E0} gehandhaafd te blijven zelfs voor zeer diepe grondwaterstanden. Hier is de stabiliteit van de parameteroplossing van de waterbalansvergelijking in het geding. Extrapolatie naar hydrologische toestanden waarvoor de parameters niet zijn berekend maakt dat de uitkomsten belast kunnen worden met fouten van onbekende grootte. De meermalen gehoorde uitspraak dat de vereffening van de parameters van de waterbalansvergelijking op grondwaterstanden een hachelijke zaak is, is ook in dit geval duidelijk gebleken. Hoe verder de parameteroplossing van eenduidigheid blijft hoe groter het risico is dat men loopt. Vooral wanneer deze parameters worden gebruikt in situaties op grond waarvan ze niet werden bepaald.

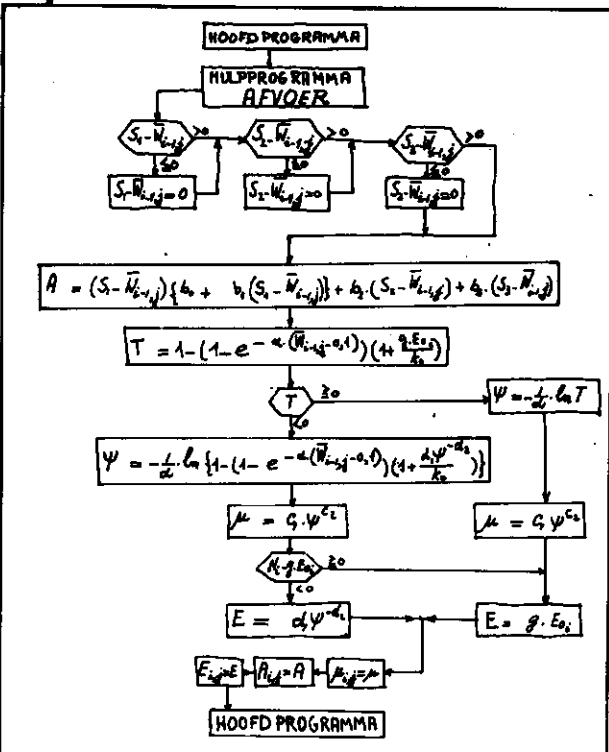
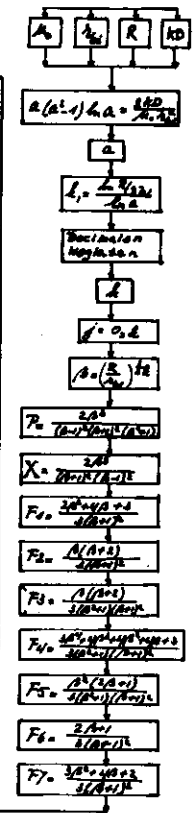
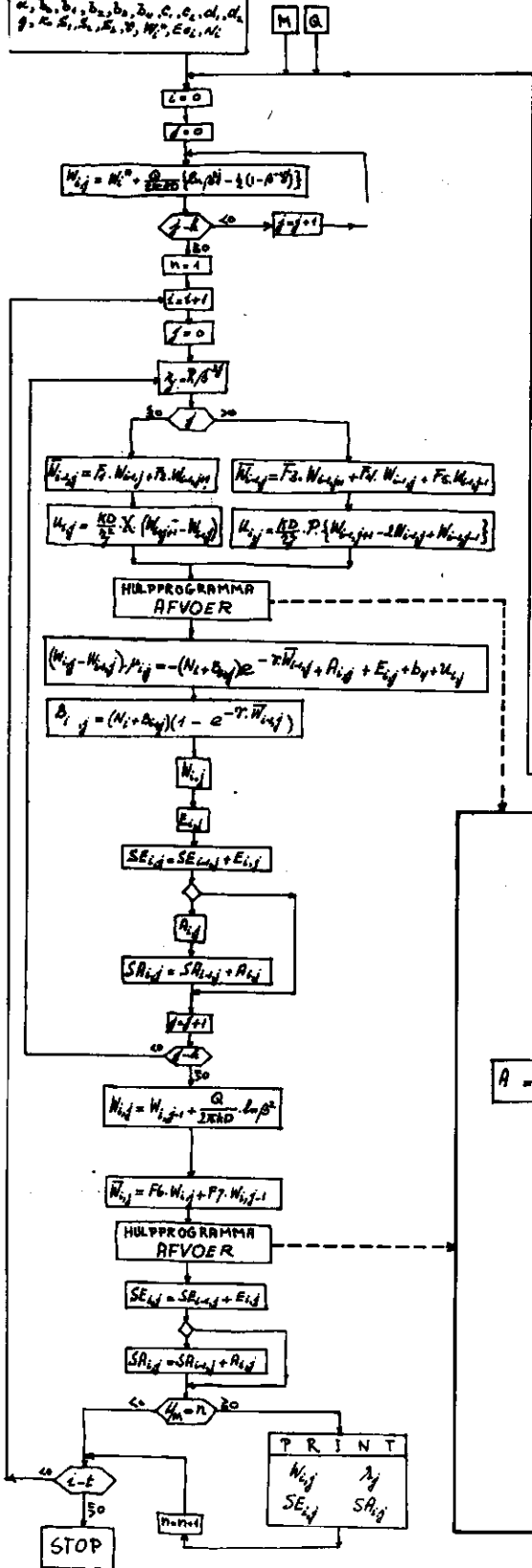
In het licht van het bovenstaande betekent het infiltratieprogramma van Bijlage II feitelijk een ontoelaatbare ingreep in de set van parameters. Hier worden de 'slootpeilen' $S_1, S_2, S_3 \dots$ als zodanig geïnterpreteert, hoewel deze grootheden niet als zodanig expliciet beschouwd kunnen worden. Het zijn tenslotte parameters, die op zijn minst wellicht verband houden met de feitelijke slootpeilen in het gebied. In het infiltratieprogramma wordt gehandeld alsof deze S_1, S_2 en S_3 slootpeilen zijn en worden ze 'verhoogd' teneinde infiltratie van water in het gebied van de pompput te bewerkstelligen. Het éénzijdig veranderen van één of enkele parameters van een stel lijkt daarom, mede in het licht van instabiliteit van de oplossing ontoelaatbaar.

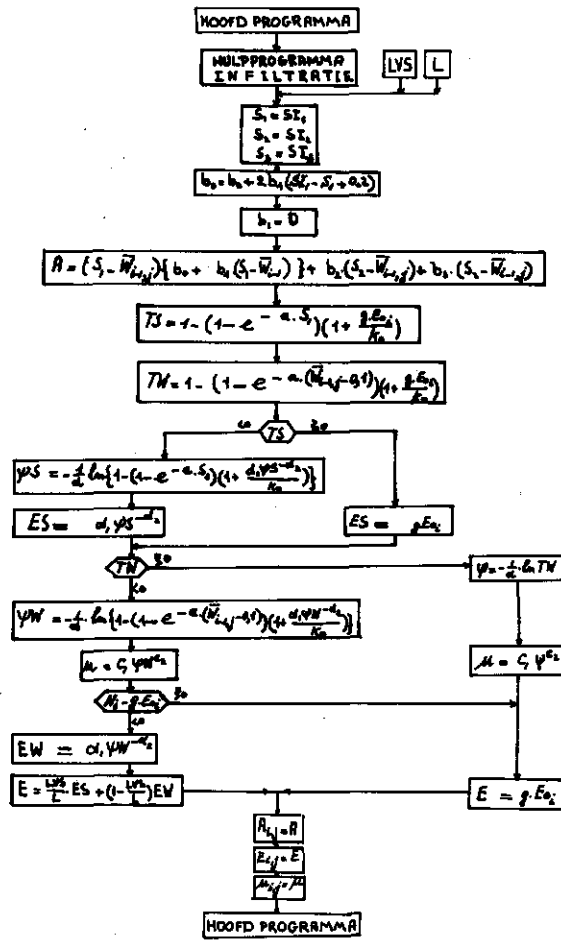
LITERATUUR

- ERNST, L.F. Analysis of groundwater flow to deep wells in areas with non-linear function for the sub-surface drainage T.B. no. 75 ICW (1971).
- Formules voor de grondwaterstroming bij infiltratie van water vanuit open leidingen. ICW nota 680 (1972).
- BLOEMEN, G.W. Een numerieke oplossing van de parameters in de waterbalansvergelijking. ICW nota 664 (1972).
- VISSER, W.C. The model of the water balance and nutrient uptake as a basis for hydrological agrohydrological and other projects. Nota ICW 617 (1971).
- Waterhuishoudingsonderzoek door middel van computermodellen. Nota ICW 698 (1972).

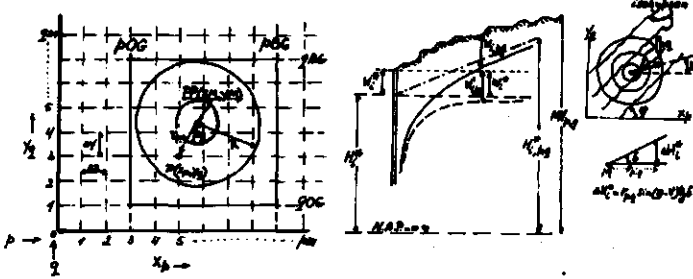
HOOFD PROGRAMMA
WATERONTTREKING AAN EEN HOMOGEEN DOORLATENDE WATERWERENDE LAAG

GEGEVENS AFKOMSTIG VAN HET
EFFENINGSPROGRAMMA:
 $a, b, b_1, b_2, b_3, b_4, c, c_1, d, d_1, d_2, g, R, E_1, E_2, \psi, M, \alpha, E_0, N_0$



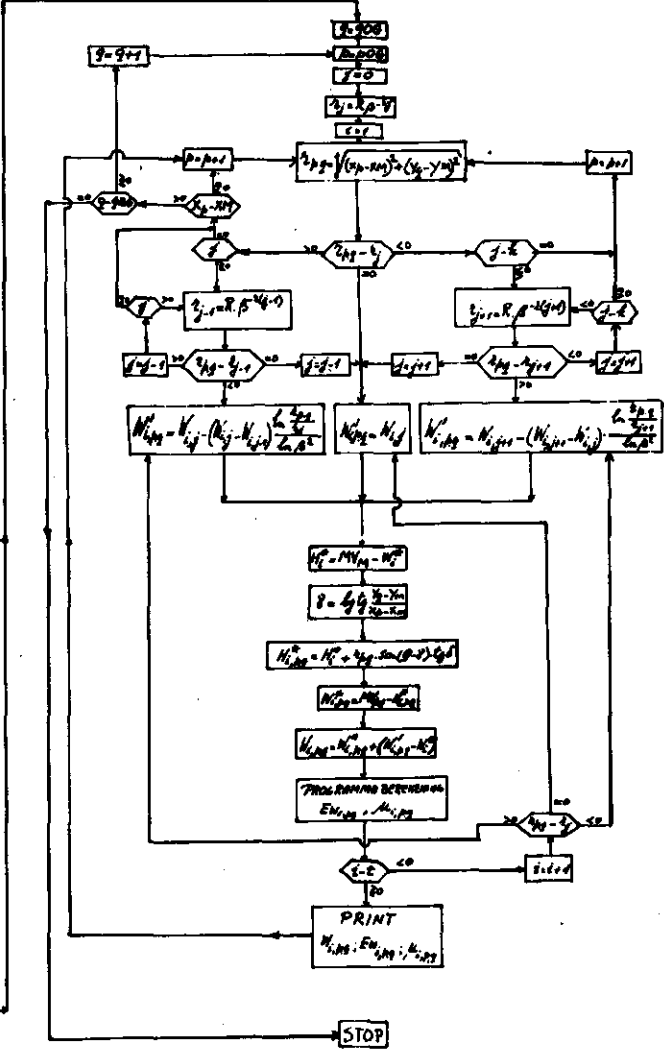
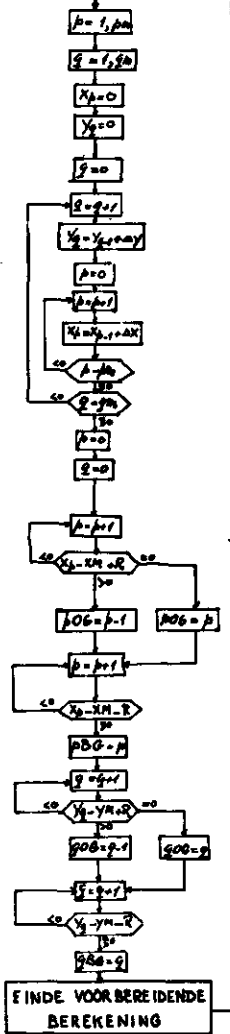


PROGRAMMA RASTERPUNTEN BEREKENING



GEGEVENS:
 Parameters Grondwater buis
 en pomppas
 $K'_x, N'_{H,2}; N'_{H,1}; ax, ay;$
 $PP(x, y); pm; qn; g; \delta$

EENMALIGE VOORBEREIDENDE BEREKENING

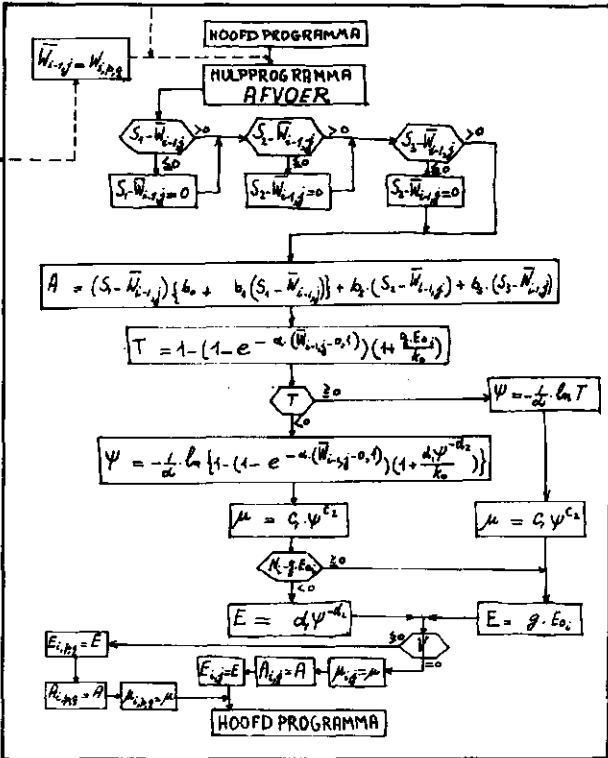
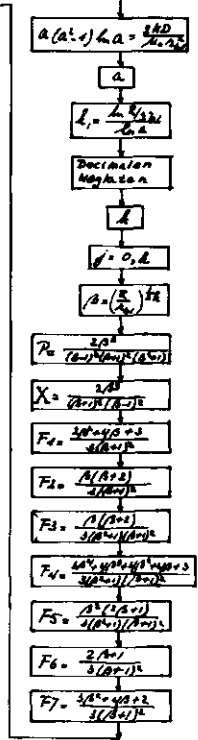
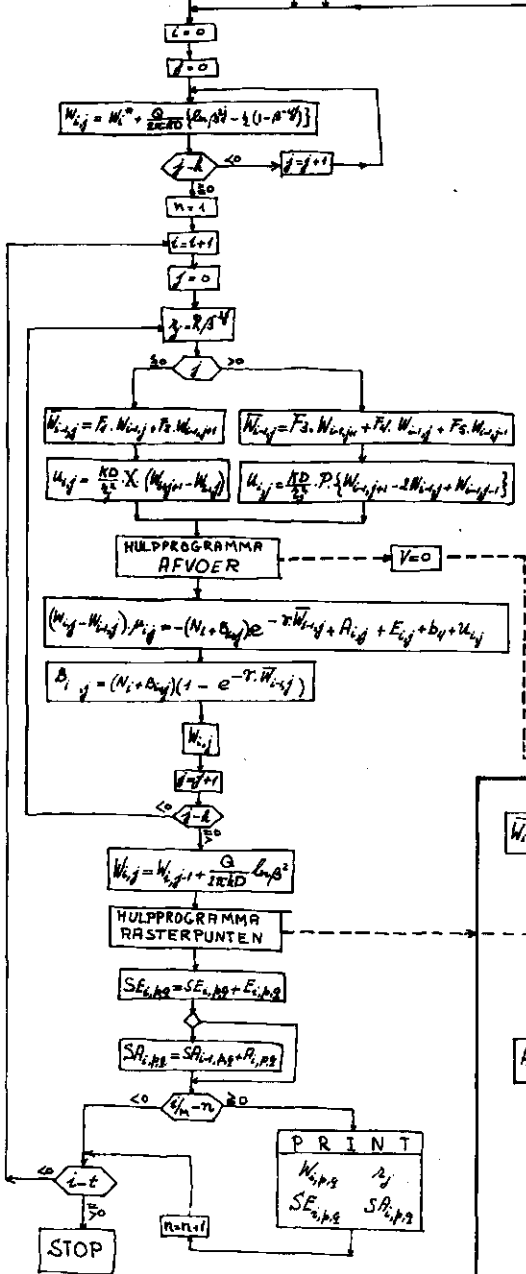


HOOFD PROGRAMMA WATERONTTREKING AAN EEN HOMOGEEN DOORLATENDE WATERVOERENDE LAAG MET INVOEING RASTERPUNTEN BEREKENING

GEEVENEN AFKOMSTIG VAN VEREFFENINGSPROGRAMMA:
 $a, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, d_1, d_2, g, R, S_1, S_2, S_3, P, W_1^0, E_0, N_1$

M G

A_0, A_1, R, K_0



ERRATA NOTA 808

De inhoudsopgave: Te beginnen met par. 4c 'De verdamping en de bergingsfactor', pag. 20, moeten alle paginanummers met 2 punten verlaagd worden: Dus in plaats van 20, 22, 22, 24, 25 enz. 18, 20, 20, 22, 23 enz.

Blz. 7. 1e regel: 'i + i' moet zijn 'i + Δi'

Blz. 8. formule (4c) 'W_{i,j} = W_{i-i,j} +' moet zijn

$$W_{i,j} = W_{i-\Delta i,j} + \dots'$$

Blz. 9. regel 13 v.b. 'W_{i-i}' moet zijn 'W_{i-Δi}'

Blz. 13. regel 2 v.o. De indices van r² moeten zijn r²_{k-3/2} - r²_{k-1/2}

Blz. 14. regel 16 v.o. $\frac{2kd_i}{\dots}$ moet zijn $\frac{2kD_i}{\dots}$

Blz. 15. regel 6 v.b. '0 < j < k' moet zijn '0 ≤ j ≤ k'
6 v.o. idem idem

Blz. 19. fig. 5: De curven zijn voor verschillende waarden voor αW
regel 2 v.b. 'verdampign' moet zijn 'verdamping'
regel 12 v.b. ... 'docht' ... moet zijn ... 'doch' ...

Blz. 21. regel 4 v.b. 'q_{i,j}' moet zijn 'q_{i,j-1/2}'

regel 5 v.g. De formule moet geschreven worden:

$$\Delta q'_{i,j} = - 2\pi kD \left[\dots r_{j-\frac{1}{2}} \right]$$