

NOTA 1575

I

oktober 1984

NN31545.1575

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding  
Wageningen

**BIBLIOTHEEK  
STARINGEBOUW**

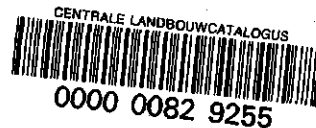
MODELLEN VOOR SIMULATIE VAN BODEMVERDICHTING ONDER WIELEN

J.C. van de Zande

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatie-  
middelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een  
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende  
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen  
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek  
nog niet is afgesloten.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut  
in aanmerking



12 APR. 1985

I 541.202605.01

## I N H O U D

	Blz.
1. INLEIDING	1
2. LITERATUUROVERZICHT	2
2.1. Verschillende theorieën	2
2.1.1. Elasticiteitstheorie	2
2.1.2. Bezwijktheorieën in de conventionele grondmechanica	5
2.1.3. Enkel vlaksvervormingen	5
2.1.4. Draagkrachtstheorieën	8
2.1.5. Plasticiteitstheorie	12
2.1.6. Theorie van Bekker	23
2.2. Verschillende modellen	27
2.2.1. Model van Karafiath en Nowatzki	27
2.2.2. Model van Steiner	35
2.2.3. Finite element method (FEM)	47
2.2.4. Statistisch model van Raghavan	64
2.2.5. Model van Blackwell en Soane	66
3. HET GRONDVERDICHTINGSMODEL COMPAC	67
3.1. Inleiding	67
3.2. Theoretische achtergrond	68
3.3. Bepaling van de modelparameters	71
3.4. Beschrijving van het programma COMPAC	76
3.5. Vergelijking van de modeluitkomsten met gemeten waarden	82
3.6. Mogelijke verbeteringen van het model COMPAC	85
4. HET PROGRAMMA RUT.FOR	86
4.1. Inleiding	86
4.2. Gewijzigde subroutine SOLVE	88
4.3. Onderlinge vergelijking van de uitkomsten van COMPAC, RUT.FOR en de grondbakmetingen	89

	Blz.
5. MODEL VOLGENS SÖHNE	92
5.1. Theoretische achtergrond	92
5.2. Het computerprogramma SOEHNE	96
5.3. Vergelijking van de uitkomsten van het model SOEHNE met andere modellen en de grondbak	99
5.4. Verbeteringen van het programma SOEHNE	102
6. DE MOGELIJKHEDEN VAN HET GEBRUIK VAN EEN GRONDVERDICHTINGSMODEL	102
SAMENVATTING	104
LITERATUUR	105
BIJLAGEN	

## 1. INLEIDING

Dit verslag is het resultaat van een 6-maands doctoraal vak Grondbewerking dat ik als LH-student Landbouwtechniek bij het ICW heb gedaan. Naar aanleiding van mijn stageperiode bij het ICW heb ik meer belangstelling gekregen voor de grondverdichtingsproblematiek. Mede dankzij ir. Boels ben ik ertoe gekomen zijn aanzet tot de modelmatige benadering van het grondverdichtingsprobleem onder wielen ter hand te nemen.

Hierbij ben ik uitgegaan van een door Boels ontwikkelde eerste versie van het bodemverdichtingsmodel COMPAC, dat op tape stond. Dit model wordt beschreven in hoofdstuk 3.

Hoofdstuk 4 beschrijft het programma RUT.FOR, een door mij verbeterde versie van COMPAC.

In het programma RUT.FOR daalt bij insporing van een wiel niet het maaiveld naast de insporing mee maar wordt een duidelijke insnijding op de plaats waar het wiel rijdt verkregen. Uit de vergelijking van zowel COMPAC als RUT.FOR met grondbakmetingen van ing. Havinga en verder literatuuronderzoek (hfdst. 2) blijkt de moeilijke benaderingswijze van het model. De beperkingen van het werken met een opgelegde insporingsdiepte en verplaatsingen in de grond komen duidelijk naar voren.

Om hieraan enigszins te ontkomen is een eenvoudige benaderingswijze, zoals die zo'n dertig jaar geleden door Söhne is voorgesteld, gekozen om een ander model te formuleren. Dit model SOEHNE wordt in hoofdstuk 5 beschreven. Het werkt met een spanningsverdeling in de grond en bepaalt daaruit de nieuwe dichtheid en de verplaatsingen (spoordiepte). Het gemak waarmee hier ook drie-dimensionaal kan worden gewerkt duidt erop dat verdere verbeteringen van de modelmatige aanpak van het grondverdichtingsprobleem vooral in deze richting moeten worden gezocht.

Tot slot wordt in hoofdstuk 6 nog aangegeven wat de verschillende gebruiksmogelijkheden van een grondverdichtingsmodel kunnen zijn.

## 2. LITERATUUROVERZICHT

### 2.1. Verschillende theorieën

In de werktuigkunde worden spanningsberekeningen altijd uitgevoerd als er sprake is van een continuum. Grond heeft een deeltjesstructuur bestaande uit vaste-, vloeibare- en gasvormige componenten. In de strikte zin van het woord is vaste mechanica, spanning naar een punt in het medium vertalen, niet echt uitvoerbaar omdat iedere kleinste deeltje niet echt representatief is voor de hele grondmassa (drie fasen). Alle fasen zijn echter op submicroscopische schaal aanwezig. Er is dus wel een kleinste deeltje waarvoor de spanningstheorieën nog gelden gezien de macroscopische schaal waarin wordt gewerkt. In de grond zijn de deeltjes klein ten opzichte van de opgelegde krachten. Er is dus geen reden om aan te nemen dat spanningstheorieën zoals die in de werktuigkunde voorkomen niet toegepast mogen worden op grondmechanische problemen. Verschillende voorbeelden van theorieën waarop ook grondmechanische modellen gebaseerd zijn worden hierna beschreven.

#### 2.1.1. Elasticiteitstheorie

Deze theorie gaat ervan uit dat grond zich als een elastisch medium gedraagt en dientengevolge oplossingsmethoden uit de elasticiteitstheorie toepasbaar zijn. De elasticiteitstheorie zegt dat het medium grond homogeen, isotrop en lineair of niet-lineair elastisch is. Mechanisch gezien wil dit zeggen dat het materiaal zijn oorspronkelijke vorm en grootte terugkrijgt na verwijdering van de opgelegde krachten.

Bij grondmechanische problemen wordt er van elastisch gesproken met betrekking tot het belasten. Het terugveren van grond na verwijderen van de belasting wordt meestal buiten beschouwing gelaten. Er is dan sprake van een lineaire spannings-vormveranderingsrelatie (Stress-strain). Bovendien moet gelden dat de elastische schuifspanningen klein zijn vergeleken met de weerstand tegen afschuiven van de grond. Grond is van nature niet erg homogeen of isotroop. Zelfs

onder de meest gunstige omstandigheden is grond alleen voor kleine stukjes lineair elastisch. Er is altijd een vorm van irreversibiliteit wanneer een grond wisselend belast wordt. In het bodem-wiel contactvlak komen hoogst zelden zuiver elastische situaties voor. Gaat men er toch vanuit dat de elasticiteitstheorie kan worden gebruikt dan moet men dit doen met gebruikmaking van veel randvoorwaarden die constant verondersteld worden. Juist deze constant veronderstelde randvoorwaarden zijn maatgevend voor het wiel-grondgedrag in het contactvlak. Op grotere diepte zou de grond zich wel meer elastisch gedragen (KARAFIATH and NOWATZKI, 1978).

Fundamentele elasticiteitsformules:

Wet van Hooke:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (1)$$

$$\epsilon_y = \epsilon_z = -\frac{\mu\sigma_x}{E} \quad (2)$$

Met:  $\epsilon_x$  en  $\sigma_x$  = vervorming en spanning in x-richting

$\epsilon_y$  en  $\epsilon_z$  = vervorming in orthogonale richting

E = elasticiteitsmodulus (Modulus of Young)

$\mu$  = Poisson's Ratio

Voor een element wat voldoet aan de Wet van Hooke en waaraan normaalspanningen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$  worden toegediend geldt:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (3)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad (4)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (5)$$

Dit kan worden herschreven tot:

$$\sigma_x = \lambda \epsilon + 2 G \epsilon_x \quad (6)$$

$$\sigma_y = \lambda \epsilon + 2 G \epsilon_y \quad (7)$$

$$\sigma_z = \lambda \epsilon + 2 G \epsilon_z \quad (8)$$

waarin:

$$\epsilon = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad = \text{Volumetrische vormverandering}$$

$$\lambda = \frac{\mu E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \quad = \text{Lame's constante}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad = \text{Glijdingsmodulus}$$

Worden er schuifspanningen aan een grondelementje toegediend dan is er vormverandering ( $\gamma$ ) als gevolg van deze schuifspanningen ( $\tau$ ):

$$\gamma_{xy} = \tau_{xy}/G \quad (9)$$

$$\gamma_{yz} = \tau_{yz}/G \quad (10)$$

$$\gamma_{zx} = \tau_{zx}/G \quad (11)$$

De vergelijkingen 6 tot en met 11 beschrijven de totale spanningsstaat van een drie-dimensionaal element in een elastisch medium. In de grond zijn  $\mu$  en  $E$  meestal afhankelijk van de belasting.  $E$  wordt bepaald door het vochtgehalte, de minerale samenstelling, de spanningsgeschiedenis en de belasting.

Uit de vergelijking voor de glijmodulus kan de  $E$  worden berekend mits  $\mu$ , Poisson's Ratio, bekend is. Absolute waarden voor Poisson's Ratio zijn niet strikt toepasbaar in de grond. In het begin van een belasting is  $\mu$  laag (0,1-0,3) doordat de deeltjes gerangschikt worden,  $\mu$  neemt toe naarmate de grond verder verdicht (tot  $\mu = 0,5$ ).

In het algemeen kan gesteld worden dat voorspellingen met gebruikmaking van de elasticiteitstheorie kunnen worden toegepast wanneer de verplaatsingen klein zijn.  $E$  en  $\mu$  moeten dan wel goed overeenkomen met de veldomstandigheden. Wanneer plastische vervorming optreedt, wat in de meeste gevallen zo is bij berijding van landbouwgronden, moet gezocht worden naar spanningsrelaties afgeleid van de toegediende last.

### 2.1.2. Bezwijktheorieën in de conventionele grondmechanica

Het bezwijken van grond (breuk of afschuiving) wordt meestal wiskundig beschreven door een bezwijkcriterium in een stelsel evenwichtsvergelijkingen in te voeren. Hieruit wordt dan een spannings-toestand verkregen op het moment van bezwijken. In grond wordt de vervorming voornamelijk gedefinieerd aan de hand van de Mohr-Coulomb theorie met gebruikmaking van statische evenwichtsvergelijkingen. De Mohr-Coulomb theorie beschrijft een spanningstoestand waarbij grote deformaties kunnen ontstaan voordat echte afschuiving (bezwijken) ontstaat. De stelsels van vergelijkingen van deze theorie worden dan ook wel de plasticiteitstheorie genoemd. Omdat deze stelsels moeilijk op te lossen zijn onder de geldende praktische randvoorwaarden worden grondstabiliteitsproblemen veelal alleen in het vervormingsvlak bekeken.

### 2.1.3. Enkel vlaksvormingen

De grondstabiliteit zoals beschreven door de Mohr-Coulomb vervormingscriteria is voornamelijk afhankelijk van de meetbare grondparameters, hoek van inwendige wrijving ( $\phi$ ) en de cohesie ( $c$ ). De relatie hiertussen is:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \phi \quad (12)$$

met:  $\tau$  = schuifspanning

$\sigma_n$  = normaal spanning

Een sprekend voorbeeld voor het gebruik van deze relatie is de stabiliteitsberekening van taluds. Hierbij treedt afschuiving volgens 1 vlak op. Een analyse van het grondlichaam opgedeeld in schillen en het krachtenevenwicht wat daarop van toepassing is geeft een resultante van de krachten langs het potentiële schuifvlak. Of wel of geen afschuiving plaats vindt hangt af van de optredende schuifspanningen in dat vlak. Fig. 1 is een voorbeeld van een 1-vlaks vervorming.

Deze vorm van afschuiven treedt veelal op als het aanwezige vocht tijd genoeg gehad heeft om zich te verplaatsen. Omdat dit bij de gebruikelijke vormen van grondbelasting door wielen niet optreedt is deze theorie van weinig belang voor verdere ontwikkelingen van modellen op dit gebied.



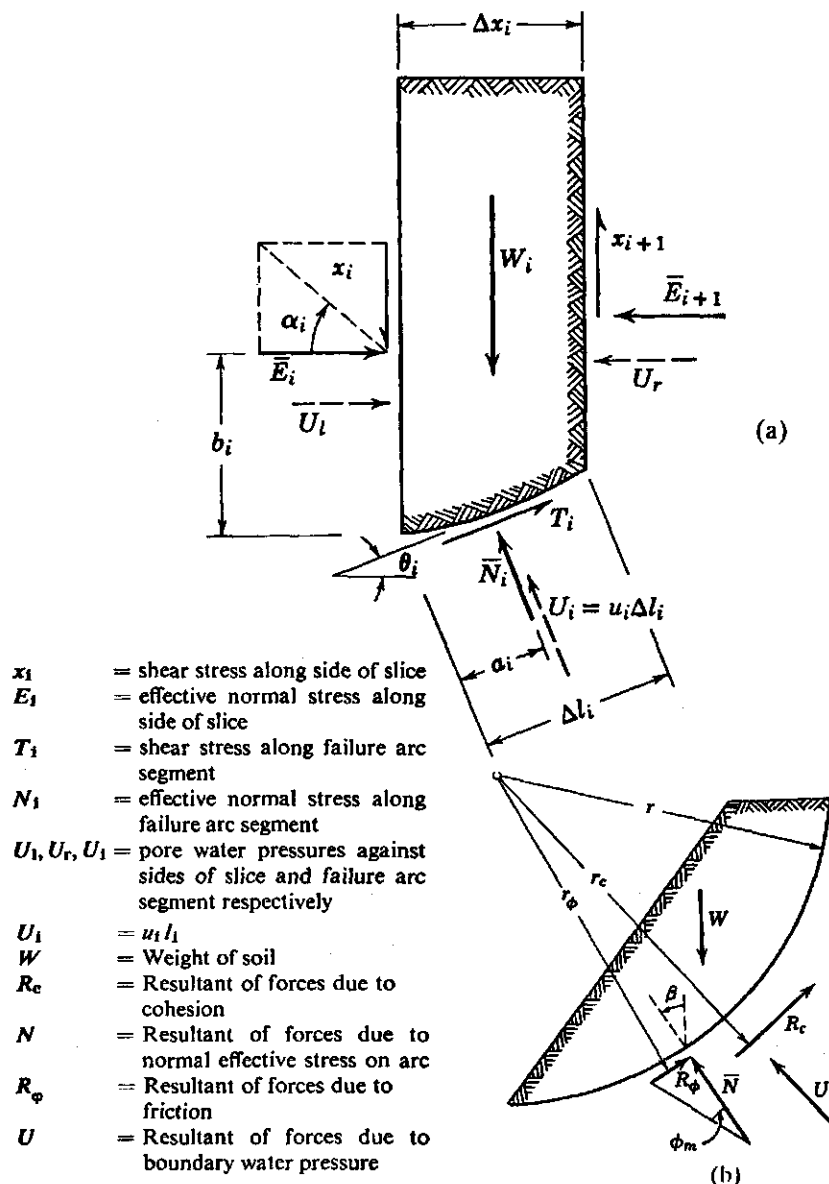


Fig. 1. Taludstabiliteitsberekening met behulp van schillen  
 a. Krachten werkend op een schil  
 b. Resultante krachten werkend op het vrije grondlichaam

### Zonevervorming

Een meer compleet beeld wordt verkregen met de theorie zoals ontwikkeld door Rankine. Rankine ging ervan uit dat grond kan overgaan van een elastische- naar een plastische staat wanneer een beginnende afschuiving optreedt langs twee vlakken binnen de gehele grondmassa. Deze twee vlakken zijn dan vlakken waarin de maximale- en minimale

spanningen ( $\sigma_1$  en  $\sigma_3$ ) in alle punten van dat vlak in dezelfde richting liggen. De termen actieve- en passieve spanningstoestanden is ontleend aan deze theorie. Deze toestanden hebben betrekking op een grondelementje zoals getekend in fig. 2 met daarop alleen een verticale spanning  $\sigma_z$  en een horizontale  $\sigma_x$ .

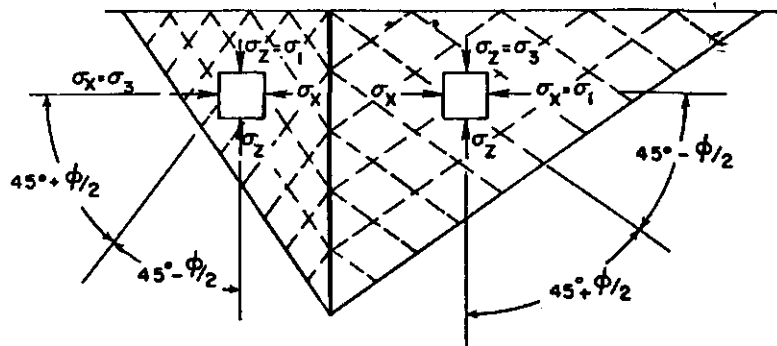


Fig. 2. Randvoorwaarden die de actieve- en passieve spanningstoestand in de grond beschrijven (Rankine)

Omdat er geen schuifspanningen zijn in de horizontale en verticale vlakken zijn  $\sigma_z$  en  $\sigma_x$  hoofdspanningen. Wordt er een vaste grens van het elementje verwijderd dan verandert het elementje en zal  $\sigma_x$  afnemen tot vervorming plaats vindt. In dat geval is  $\sigma_x = \sigma_3$  en  $\sigma_z = \sigma_1$  en de relatie tussen de horizontale en verticale spanning van het actieve gedeelte van de cirkel van Mohr wordt verkregen uit de formule:

$$\sigma_x = \sigma_3 = p_a = \sigma_1 \tan^2(45^\circ - \phi/2) - 2c \tan(45^\circ - \phi/2) \quad (13)$$

Wordt echter de steunkracht in het elementje verhoogd doordat een vaste grens in de nabijheid van het element komt dan is  $\sigma_x = \sigma_1$  en  $\sigma_z = \sigma_3$  en wordt de bovenstaande formule voor het passieve geval:

$$\sigma_x = \sigma_1 = p_p = \sigma_3 \tan^2(45^\circ + \phi/2) + 2c \tan(45^\circ + \phi/2) \quad (14)$$

Een en ander is in fig. 3 uitgezet in de cirkel van Mohr met daarin een actief en een passief belastingsgeval.



Hierin is:  $\gamma$  = droog volumegewicht  
 $z$  = kritieke diepte  
 $\phi$  = hoek van inwendige wrijving

Het nadeel van deze benadering is dat de grond niet draagkrachtig aan het oppervlak is ( $z = 0$ ). Dit is het resultaat van de veronderstelling dat de breuklijnen zich door de grond rechtlijnig voortplanten.

Prandtl ontwikkelde een theorie gebaseerd op het indrukken van metalen kogeltjes in zachtere, homogene, isotrope metalen. In grond is het afschuifvlak hierbij niet lineair maar bestaat uit een actieve en een passieve Rankine-zone gesplitst door de radiale schuifzone (fig. 4).

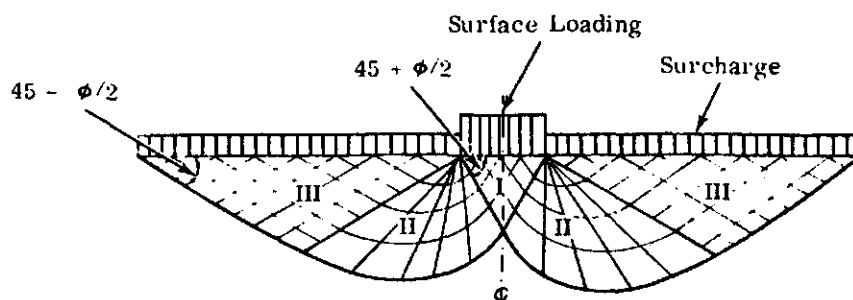


Fig. 4. Lijnen met gelijke schuifspanning onder een belasting volgens Prandtl

- I = actieve Rankine-zone
- II = radiale schuifzone
- III = passieve Rankine-zone
- $\phi$  = hoek van inwendige wrijving

Prandtl combineerde Mohr's spanningstheorie met Airy's spanningsfunctie en verkreeg daaruit een tweede orde differentiaalvergelijking. Opgelost levert deze een analytische grootte voor de draagkrachtberekening van een gewichtsloze, een zuivere cohesieve en voor een  $c-\phi$  grond. Hij veronderstelt dat Rankine's actieve zone direct onder het lichaam bestaat, en omlaag beweegt zonder te vervormen. Dit omdat hij ervan uitgaat dat er geen wrijving in de vlakken ontstaat ( $\phi = 90^\circ$ ).

Terzaghi verbeterde de Prandtl theorie. Vervorming treedt op wanneer de wig onder het lichaam zich niet kan handhaven onder de belasting

(Q). Het verschil met de theorie van Prandtl zit vooral in de vorm van de wig. Terzaghi gaat ervan uit dat wrijving optreedt langs de grens van de last en de grond. Hierdoor is de basishoek van de wig  $\phi$  en geen  $45^\circ + \phi/2$ . Dit wil zeggen dat in de wig de aanname van een Rankine actieve staat niet opgaat.

Bovendien veronderstelt Terzaghi dat de zijden van de wig AC en BC (fig. 5) afschuifvlakken zijn. Daardoor moet het raakvlak aan de spiraalkromme in punt c verticaal zijn omdat de schuifvlakken elkaar moeten snijden onder hoeken van  $90^\circ + \phi$ . De vorm van de spiraalkromme wordt dan gegeven door:

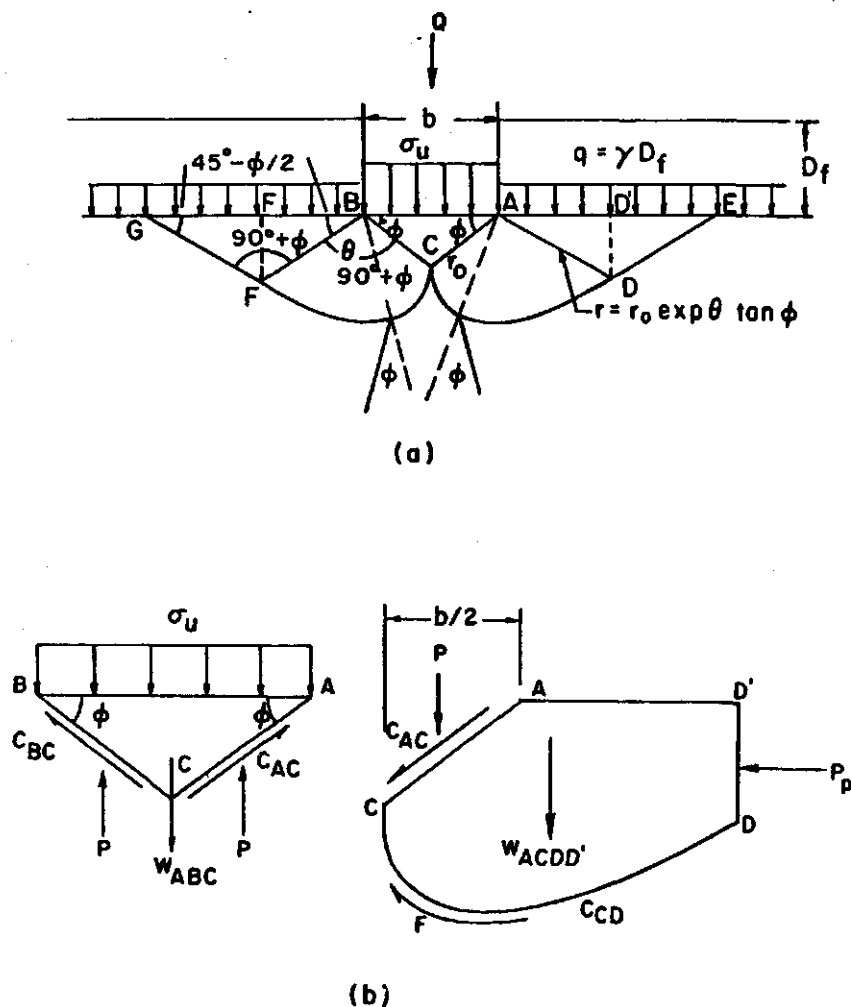


Fig. 5. Draagkrachtstheorie volgens Terzaghi

- a. lijnen met gelijke schuifspanning onder een belasting
- b. krachten zoals die werken op het grondlichaam ABCDD'

$$r = r_0 \exp(\theta \tan \phi) \quad (16)$$

met:  $r$  = afstand van A of B tot een punt op de desbetreffende spiraalkromme

$r_0$  = spiraal radius op het wigoppervlak (BC of AC)

$\theta$  = hoek tussen wig ABC en passieve Rankine-zone

Bij Terzaghi is  $\theta = (135^\circ - \phi/2)$ .

In ieder punt van de spiraalkromme (vlgs 16) maakt de radius vanuit de oorsprong een hoek  $\phi$  met de normaal en de kromme in dat punt.

De stabiliteit van de afsteuning met breedte  $b$  wordt door Terzaghi bepaald door het statisch evenwicht van de grondmassa's ABC en ACDD'.

Dit resulteert in de vergelijking:

$$\sigma_u \cdot 2b = 2bc \left[ \frac{K_{pc}}{\cos^2 \phi} + \tan \phi \right] + 2bq \frac{K_{pq}}{\cos^2 q} + b^2 \gamma \tan \phi \left[ \frac{K_{p\gamma}}{\cos^2 \phi} - 1 \right] \quad (17)$$

Hierin zijn  $K_{pc}$ ,  $K_{pq}$  en  $K_{p\gamma}$  dimensieloze parameters die rekening houden met de verschillende manieren waarop de cohesie, de belasting en het volumegewicht inwerken op de passieve gronddruk. Uit proeven bleek dat (17) eenvoudiger te schrijven is als:

$$\sigma_u = cN_c + qN_q + \frac{b\gamma}{2} N_\gamma \quad (18)$$

Met  $N_c$ ,  $N_q$  en  $N_\gamma$  als de zogenoemde draagkrachtcoëfficiënten die alleen een functie van  $\phi$  zijn:

$q$  = belasting

$c$  = cohesie

$b$  = belastingsbreedte

$\gamma$  = volumegewicht van het materiaal

De draagkracht parameters worden berekend met de formules:

$$N_c = \cot \phi \left[ \frac{l^2}{2 \cos^2(45^\circ + \phi/2)} - 1 \right] \quad (19)$$

$$N_q = \frac{l^2}{2 \cos^2(45^\circ + \phi/2)} \quad (20)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \tan (K_{p\gamma} / \cos^2 \phi - 1) \quad (21)$$

Met daarin:  $K_{p\gamma}$  = coëfficiënt van passieve gronddruk voor  $q = 0$ ,  $c = 0$   
 en hoek van inwendige wrijving  $\phi$

$$l = \exp(3\pi/4 - \phi/2) \tan \phi$$

Terzaghi gaat ervan uit dat de weerstand van de grond tegen vervorming onafhankelijk is van de opgelegde belasting. Het vlak waarin vervorming optreedt is een interactie tussen de weerstandsfactoren en is verschillend voor verschillende combinaties van  $\phi$ ,  $\gamma$  en  $q$ . Ondanks deze afwijking geeft Terzaghi's theorie goede overeenkomsten met experimenten vooral voor  $\phi < 35^\circ$ .

De formule is in de loop van de jaren nog verder verbeterd door er vorm-, inclinatie- en dieptefactoren aan toe te voegen:

$$\sigma_u = c N_c s_c i_c d_c + \gamma \frac{b}{2} N_\gamma s_\gamma i_\gamma d_\gamma + q N_q s_q i_q d_q \quad (22)$$

Met:  $s_c$ ,  $s_\gamma$  en  $s_q$  = vorm factoren

$i_c$ ,  $i_\gamma$  en  $i_q$  = inclinatie factoren

$d_c$ ,  $d_\gamma$  en  $d_q$  = diepte factoren

#### 2.1.5. Plasticiteitstheorie

Basis van de plasticiteitstheorie is de aanname dat grond zich gedraagt als een vast plastisch materiaal. Dit betekent dat onder belasting de grond zich gedraagt zoals in fig. 6 door de getrokken lijn wordt weergegeven.

Het materiaal vervormt afhankelijk van de belastingreeks, spanningsgeschiedenis en het belastingniveau totdat het een spanningsconditie tegenkomt waarbij afschuiving/breuk optreedt. Dit in tegenstelling tot een elastisch-plastisch materiaal wat hersteld van een deformatie totdat het breukpunt bereikt is (stippellijn, fig. 6).

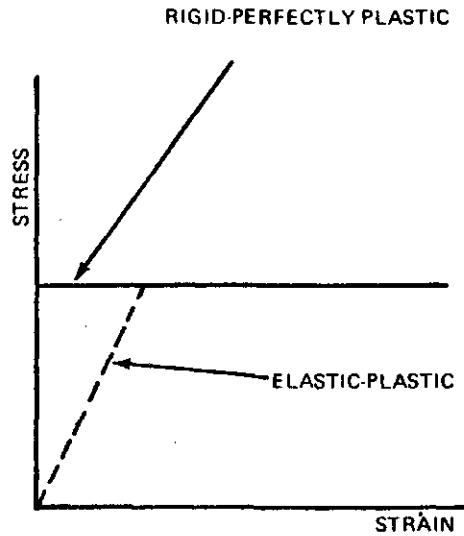


Fig. 6. Spannings(stress)-vervormings(strain)eigenschappen van materialen

Fig. 7 geeft aan welke spanningen er allemaal op een punt in de grondmassa optreden. Spanningsveranderingen binnen het spanningsveld bepalen de differentiaalvergelijkingen die de algemene evenwichtstoestand van de grond beschrijven.

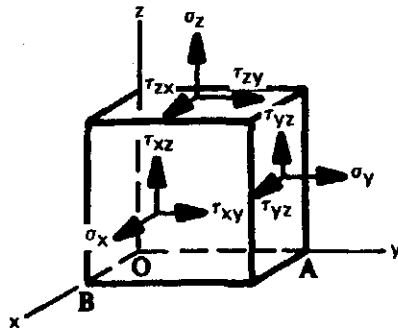


Fig. 7. Spanningen op een punt in de grondmassa



In de x-richting is dit:

$$- \tau_{yz} dx dz + \left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz \quad (23)$$

$$- \tau_{zx} dy dx - \sigma_x dy dz + \left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dy dz + X = 0$$

Analoog zijn de differentiaalvergelijkingen in y- en z-richting:

$$- \tau_{xy} dy dz + \left( \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dz \right) dy dx + \left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \right) dy dz \quad (24)$$

$$- \tau_{zy} dy dx - \sigma_y dz dx + \left( \sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy \right) dz dx + Y = 0$$

$$- \tau_{xz} dy dz + \left( \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx \right) dz dy + \left( \tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy \right) dx dz \quad (25)$$

$$- \tau_{yz} dx dz - \sigma_z dy dx + \left( \sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz \right) dy dx + Z = 0$$

X is de reactiekracht als gevolg van het grondgewicht ( $W_x$ ), de bodemvochtverplaatsing  $\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)$  en traagheden (versnellingen). X, Y en Z zijn dan:

$$X = W_x + \frac{\gamma}{g} \left( \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right) + \gamma_w \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (26)$$

$$Y = W_y + \frac{\gamma}{g} \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) + \gamma_w \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (27)$$

$$Z = W_z + \frac{\gamma}{g} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right) + \gamma_w \left( \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (28)$$

Omdat evenwicht van momenten vereist is geldt  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$  en  $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ . Vergelijkingen (23), (24) en (25) worden dan:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + Y = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + Z = 0 \quad (31)$$

Bij het gebruik van de plasticiteitstheorie in grondmechanische problemen worden deze evenwichtsvergelijkingen gecombineerd met vergelijkingen die het grondgedrag bij belasting benaderen. Deze benaderingen moeten wel goed met de praktijksituatie overeenstemmen wil enige modelvorming zin hebben.

Een voorbeeld hiervan is de combinatie met de Mohr-Coulomb theorie:

$$s = c + \sigma_n \tan \phi$$

Met:  $s$  = schuifspanning

$c$  = cohesie

$\sigma_n$  = normaalspanning

$\phi$  = hoek van inwendige wrijving

Uitgaande van een bepaalde normaalspanning met bijbehorende maximale schuifspanning kan men dan voorspellen of er wel of niet breuk optreedt, de combinatie ( $\sigma_n, \tau_{\max}$ ) ligt buiten respectievelijk binnen de cirkel (fig. 8).

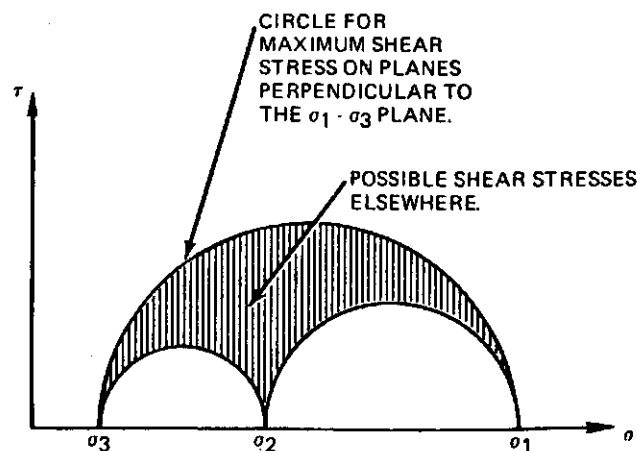


Fig. 8. Schematische voorstelling drie-dimensionale spanningstoestand met de cirkels van Mohr

$\tau_{\max}$  kan uit  $\sigma_1$  en  $\sigma_3$  bepaald worden door middel van de 'grafische methode' van de cirkel van Mohr. De normaal- en schuifspanningen in een orthogonaal stelsel kunnen berekend worden uit de normaal- en schuifspanning in een vlak dat een bepaalde hoek met de onderling loodrechte vlakken maakt. De spanningen zijn geïntegreerd over de vlakken waarop ze werken, er kan dan met de krachten in de respectievelijke vlakken gewerkt worden (fig. 9).

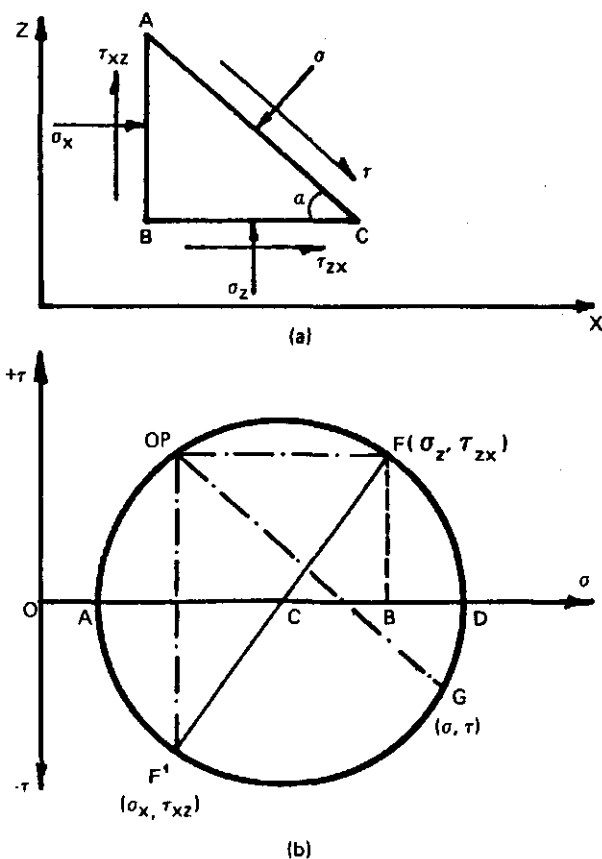


Fig. 9. Relatie tussen de spanningstoestanden in een grondelement (a) en de constructie van de cirkel van Mohr daaruit (b)

De som van de krachten loodrecht op AC is:

$$\sigma \overline{AC} = \sigma_x \overline{AB} \sin a + \sigma_z \overline{BC} \cos a + \tau_{xz} (\overline{AB} \cos a + \overline{BC} \sin a)$$

delen door  $\overline{AC}$  en substitueren van  $\sin a = \overline{AB}/\overline{AC}$  en  $\cos a = \overline{BC}/\overline{AC}$ :

$$\sigma = \sigma_x \sin^2 a + \sigma_z \cos^2 a + 2 \tau_{xz} \sin a \cos a \quad (32)$$

De som van de krachten evenwijdig aan AC is:

$$\tau \overline{AC} = \sigma_z \overline{BC} \sin a - \sigma_x \overline{AB} \cos a + \tau_{xz} (\overline{AB} \sin a - \overline{BC} \cos a)$$

delen door  $\overline{AC}$  en substitueren als boven:

$$\tau = \sigma_z \cos a \sin a - \sigma_x \sin a \cos a + \tau_{xz} (\sin^2 a - \cos^2 a)$$

Er geldt  $\sin a \cos a = \sin 2a/2$  en  $\sin^2 a - \cos^2 a = -\cos 2a$ .

Bovenstaande formulering wordt dan:

$$\tau = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \sin 2a - \tau_{xz} \cos 2a \quad (33)$$

$\sigma_1$  en  $\sigma_3$  kunnen gemakkelijk uit de cirkel van Mohr bepaald worden (fig. 10), hierin is:

afstand  $\overline{OD}$  = grootste hoofdspanning  $\sigma_1$

afstand  $\overline{OA}$  = kleinste hoofdspanning  $\sigma_3$

$$\sigma_1 = \overline{OD} = \overline{OC} + \overline{CD}$$

$$\overline{OC} = (\sigma_z + \sigma_x)/2$$

$$\overline{CD} = \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{FB}^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2}$$

$$\text{of } \sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} \quad (34)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} \quad (35)$$



hieruit volgt:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \frac{\sigma_3 \tan \phi + c}{\frac{\sin 2a}{2} - \cos^2 a \tan \phi} \quad (39)$$

Voor  $\sigma_1$  is minimaal, geldt dat dit het schuifvlak bepaalt, dit is voor  $a = \theta$  en als  $f = \frac{1}{2} \sin 2\theta - \cos^2 \theta \tan \phi$  is maximaal. Dan is:

$$\frac{df}{d\theta} = \cos 2\theta + 2 \cos \theta \sin \theta \tan \phi = 0$$

$$\cos 2\theta + \sin 2\theta \tan \phi = 0$$

Deze vergelijking is opgelost voor:

$$2\theta = 90^\circ + \phi$$

$$\theta = 45^\circ + \frac{1}{2} \phi$$

Ingevuld geeft dit:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{1}{2} \phi \right) + 2c \tan \left( 45^\circ + \frac{1}{2} \phi \right) \quad (40)$$

De hoek  $\theta$  bepaalt de oriëntatie van de vlakken met maximale hoofdspansingen en de vlakken waarin afschuiving plaats vindt, 'slip-lines' die identiek zijn aan de i- en j-lijnen uit de plasticiteitstheorie.

In de grond verandert de richting van de assen van de hoofdspansingen afhankelijk van het punt dat beschouwd wordt.

Er geldt namelijk:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = X \quad (41)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = Z \quad (42)$$

Uit fig. 11 blijkt dan dat  $X = \gamma \sin \epsilon$  en  $Z = \gamma \cos \epsilon$ . Mohr-Coulomb combineren met de differentiaalvergelijkingen voor plastisch evenwicht geeft dan:

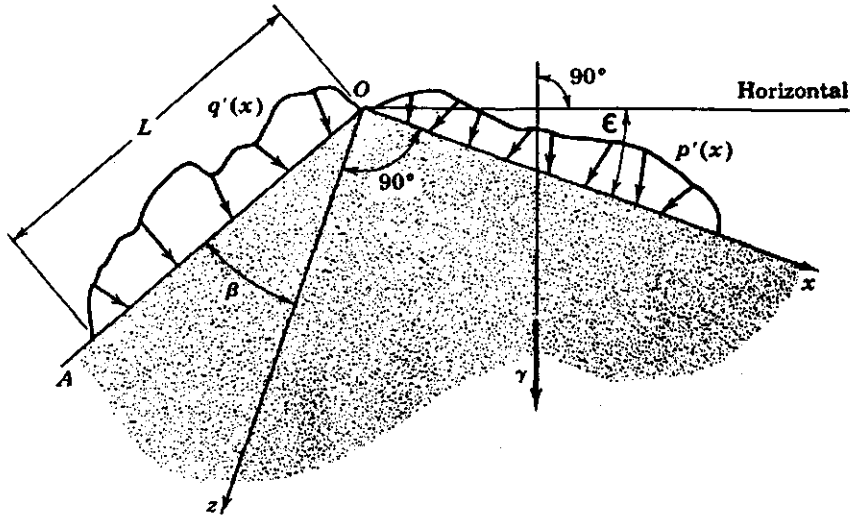


Fig. 11. Randvoorwaarden voor plastisch evenwicht

$$\sigma_x = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} + \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \cos 2a \quad (43)$$

$$\sigma_z = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} - \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \cos 2a \quad (44)$$

$$\tau_{zx} = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \sin 2a \quad (45)$$

$$\tau_{zx} = -\tau_{zx}$$

Gecombineerd met de vergelijkingen uit fig. 10 levert dit:

$$\overline{EC} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$$

$$\sin \phi = \overline{EC}/\overline{GC}$$

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} = \left( \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} + c \cdot \cot \phi \right) \sin \phi$$

$$\overline{OC} = \overline{GC} - \overline{GO}$$

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} = \left( \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} + c \cdot \cot \phi \right) - c \cdot \cot \phi$$

(46)

$$\sigma_x = \sigma(1 + \sin \phi \cos 2a) - \psi \quad (46)$$

$$\sigma_z = \sigma(1 - \sin \phi \cos 2a) - \psi \quad (47)$$

$$\tau_{xz} = \sigma \sin \phi \sin 2a \quad (48)$$

met:

$$\sigma = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} + c \cdot \cot \phi$$

$$\psi = c \cdot \cot \phi$$

Deze vergelijkingen geven de breukcondities in ieder punt van de grond aan. Zoals in fig. 12 te zien is, is de richting van de bijbehorende 'slip-lines' in het x-z vlak zo gerangschikt dat  $\theta$  de hoek tussen het x-vlak en de richting van de grootste hoofdspanning is. De slijplijnen maken dan een hoek van  $\mu$  met de grootste hoofdspanning,  $\mu = 45^\circ - \phi/2$ .

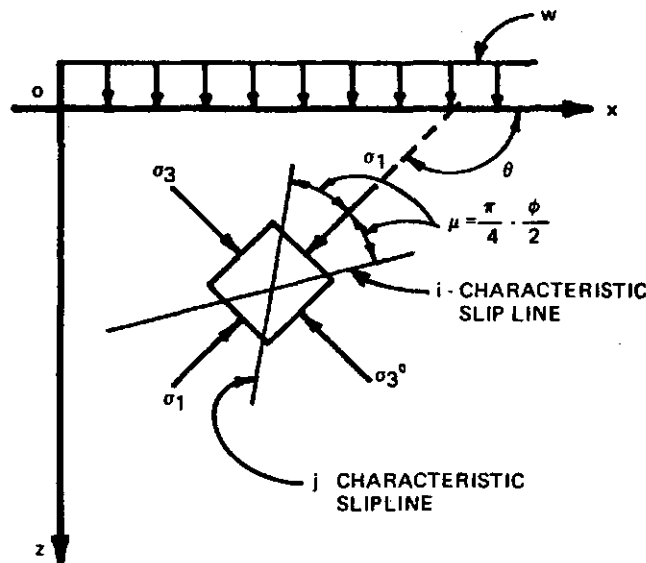


Fig. 12. Oriëntatie van de breuklijnen (slip-lines) in de grond



Substitutie van (46-48) in 41 en 42 geeft de basis differentiaalvergelijkingen van het plastisch grondgedrag onder belasting. Deze zijn:

$$(1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2\sigma \sin \phi \left( \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} - \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \gamma \sin \varepsilon \quad (49)$$

$$\text{en } \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial x} + (1 - \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial z} + 2\sigma \sin \phi \left( \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \gamma \cos \varepsilon \quad (50)$$

Met hierin:  $\varepsilon$  = hoek tussen de x-as en de horizontaal

$\theta$  = hoek tussen de horizontaal en de richting van de grootste hoofdspanning

Deelt men  $\sin(\theta + \mu)$  en (50) door  $-\cos(\theta + \mu)$  dan wordt het stelsel:

$$\left( \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 2\sigma \tan \phi \frac{\partial \theta}{\partial x} - \gamma \frac{\sin(\varepsilon + \phi)}{\cos \phi} \right) \cos(\theta + \mu) + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial z} + 2\sigma \tan \phi \frac{\partial \theta}{\partial z} - \gamma \frac{\cos(\varepsilon + \phi)}{\cos \phi} \right) \sin(\theta + \mu) = 0 \quad (51)$$

Nu is:

$$dz = dx \tan(\theta + \mu) \quad (52)$$

$$\text{en } d\sigma + 2\sigma \tan \phi d\theta = \frac{\gamma}{\cos \phi} [\sin(\varepsilon + \phi) dx + \cos(\varepsilon + \phi) dz] \quad (53)$$

Dit stelsel beschrijft het gehele stiplijnenveld als een lijn en patroon met bepaalde spanningscondities. Hierin komt (+) overeen met de de i-lijnen die een hoek  $\tan(\theta + \mu)$  met de horizontaal maken en (-) met de j-lijnen die een hoek  $\tan(\theta - \mu)$  met de horizontaal maken (fig. 12). Dit stelsel kan voor de verschillende evenwichtstoestanden nog verder worden afgeleid.

### 2.1.6. Theorie van Bekker

Als een van de eersten heeft Bekker de druk-zakkingsrelaties ( $p-z$ ) voor drukstempels verder ontwikkeld voor gebruik in de terreinvoertuig mechanica. De relatie die hij legde is gebaseerd op de formules zoals door Bernstein en Gorjatchkin zijn opgesteld:

$$\text{Bernstein} \quad p = k z^{0,5} \quad (54)$$

$$\text{Gorjatchkin} \quad p = k z^n \quad (55)$$

$$\text{Bekker} \quad p = \left( \frac{k_c}{b} + k_\phi \right) z^n \quad (56)$$

De afmetingen van de stempel worden in Bekker's formule verdisconteerd. De parameters,

$k_c$  = cohesiefactor

$k_\phi$  = wrijvingsfactor

$n$  = hellingsfactor

worden bepaald aan de hand van penetratieproeven met 2 of 3 platen van verschillende grootte. De berekening van  $k_c$ ,  $k_\phi$  en  $n$  uit de gemeten druk  $p$  afhankelijk van de indringingsdiepte  $z$  volgt uit de weergave in fig. 13.

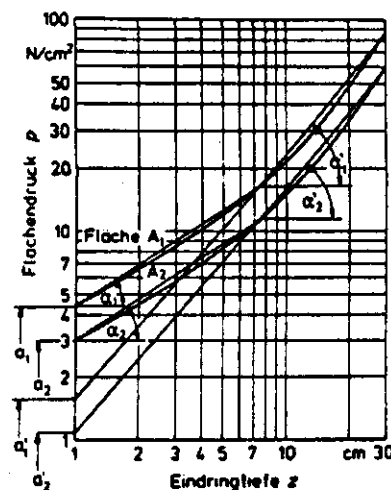


Fig. 13. Druk  $P$  afhankelijk van de indringdiepte  $z$  uit penetratieproeven dubbel logarithmisch uitgezet

$$\text{De hellingsfactor} \quad n = \tan \alpha \quad (57)$$

$$\text{Cohesiefactor} \quad k_c = \frac{(a_1 - a_2) b_1 b_2}{b_2 - b_1} \quad (58)$$

$$\text{Wrijvingsfactor} \quad k_\phi = \frac{a_2 b_2 - a_1 b_1}{b_2 - b_1} \quad (59)$$

$b_1$  en  $b_2$  zijn de breedten van rechthoekige platen of de diameter indien ronde gebruikt worden. De  $a$ -waarden zijn verschillend voor beide soorten platen.

Wanneer vergelijking (56) het druk-zakkingsverloop niet goed over de gehele diepte beschrijft, en er sprake is van een kromme in plaats van een rechtlijnige relatie (dubbellog uitgezet), raadt Bekker aan met laagsgewijs verschillende  $k$ -waarden en hellingsfactoren te werken (fig. 13).

Uit de aanname dat de rolweerstand van een wiel in losse grond ontstaat door verticale bodemvervorming, leidt Bekker uit de arbeid nodig voor spoorvorming, de rolweerstand voor een starwiel af.

$$R_s = \frac{1}{n+1} \left\{ \frac{\left[ \frac{3G}{(3-n)\sqrt{D}} \right]^{n+1}}{\sqrt{k_c + B k_\phi}} \right\}^{\frac{2}{2n+1}} \quad (60)$$

Bij elastische luchtbanden is de rolweerstand door bodemvervorming dan:

$$R_{LB} = \frac{1}{n+1} \left\{ \frac{[B(p_i + p_c)]^{n+1}}{(k_c + B k_\phi)} \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (61)$$

Deze betrekking houdt geen rekening met de diameter van de luchtband. Ligt de bandspanning  $p_i$  boven een zogenaamde kritische waarde  $p_{krit}$  dan wordt de rolweerstand voor luchtbanden ook met vergelijking 60 voor een starwiel berekend.

De kritische druk volgt uit:

$$p_{\text{krit}} = \frac{G(n+1)}{B\sqrt{D z_s - z_s^2}} p_c \quad (62)$$

waarbij  $p_c$  een druk is die karkasstijfheid van de luchtband karakteriseert;  $z_s$  is de spoordiepte van een starwiel:

$$z_s = \left[ \frac{3G}{(3-n)(k_c + B k_\phi) \sqrt{D}} \right]^{\frac{2}{2n+1}} \quad (63)$$

Bij luchtbanden wordt de rolweerstand door karkasvervorming beïnvloed en aldus in rekening gebracht:

$$R_{LR} = G \frac{D/2 - \sqrt{(D/2)^2 - (\ell_1/2)^2}}{\ell_1} = G \frac{f}{\ell_1} \quad (64)$$

Met de bandafplattung  $f$  en de contactlengte  $\ell_1$  op een vaste ondergrond. De totale rolweerstand voor luchtbanden wordt hiermee:

$$R_L = R_{LB} + R_{LR} \quad (65)$$

Bij getrokken starre wielen of luchtbanden treedt een toegevoegde rolweerstand op als gevolg van het zogenaamde bulldozer-effect juist voor het wiel in de bewegingsrichting. Deze wordt voor starre wielen en luchtbanden met dezelfde formule berekend:

$$R_B = B \left[ 2z(N_c - \tan \phi) \cos^2 \phi + z^2 \left( \frac{2N_Y}{\tan \phi} + 1 \right) \cos^2 \phi \right] \quad (66)$$

$N_c$  en  $N_Y$  zijn de door Terzaghi ingevoerde draagkracht parameters voor een stripbelasting.

De trekkracht kan berekend worden wanneer de omtrekkrachten op een wiel bekend zijn. Hiertoe neemt Bekker de integraal van de schuifspanningen in het contactvlak.

$$U = \iint_A \tau \, dA \quad (67)$$

Om de schuifspanning  $\tau$  afhankelijk van de afgelegde slipweg  $j$  te bepalen zijn proeven met schuifplaten en -ringen nodig. Voor de beschrijving hiervan gebruikt Bekker, een aperiodische gedempte trilling.

$$\tau = \frac{c + \sigma \tan \phi}{y_{\max}} \left[ \exp(-K_2 + \sqrt{K_2^2 - 1}) K_1 j - \exp(-K_2 - \sqrt{K_2^2 - 1}) K_1 j \right] \quad (68)$$

$$\text{met } y_{\max} = \left[ \exp(-K_2 + \sqrt{K_2^2 - 1}) K_1 j_0 - \exp(-K_2 - \sqrt{K_2^2 - 1}) K_1 j_0 \right]$$

De slipparameters  $K_1$  en  $K_2$  moeten uit gemeten curven bepaald worden. Het beste kan dan gebruik worden gemaakt van regressie-analyse met variabele parameters (fig. 14).

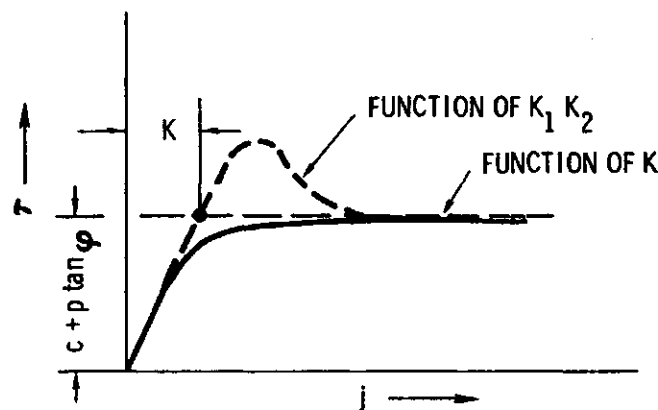


Fig. 14. Verloop van de schuifspanning  $\tau$  afhankelijk van de slipweg  $j$  bij een cohesieve en een plastische grond

Door de cohesie  $c$  en het droog volumegewicht  $\gamma_0$  in te voeren is getracht een link te leggen met de geldende druk-zakkingsbetrekkingen uit de bouwwereld.

$$p = \left( ck'_c + \gamma_0 \frac{b}{2} k'_\phi \right) \left( \frac{z}{b} \right)^n \quad (69)$$

Deze relatie is door Söhne nog verder aangepast voor landbouwgronden tot:

$$p = \left( \frac{k_c}{b} + k_\phi \right) \left( \frac{z}{z_B} \right)^n \quad (70)$$

waarin  $z_B$  de diepte is waarop  $k_c$  en  $k_\phi$  betrekking hebben.

Om precieze waarden te krijgen en voor onderlinge vergelijkbaarheid van de uitkomsten wordt een  $z_B$  van 2,5 cm aanbevolen. Voor de spanningsverdeling onder een wiel gaat Bekker uit van het beeld zoals in fig. 15 getekend. Het vertoont een plotselinge overgang van maximale druk naar 0 onder de wielas. Er wordt dus geen rekening gehouden met de elastische terugvering van het bovenste laagje grond in het wielspoor.

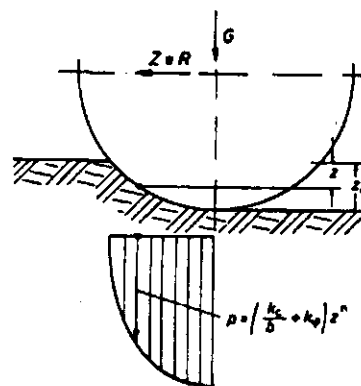


Fig. 15. Verticale spanning onder een starwiel volgens de theorie van Bekker

## 2.2. Verschillende modellen

### 2.2.1. Model van Karafiath en Nowatzki

KARAFIATH en NOWATSKI (1978) werken de verschillende stelsels differentiaalvergelijkingen van de plasticiteitstheorie numeriek uit. Berekeningen worden uitgevoerd voor ieder willekeurig punt in het grondvlak. Er wordt van bepaalde randvoorwaarden uitgegaan en er wordt binnen bepaalde gebieden van randvoorwaarde naar randvoorwaarde gerekend binnen een raster (met  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  en  $\theta$  als belangrijke grootheden, fig. 16).

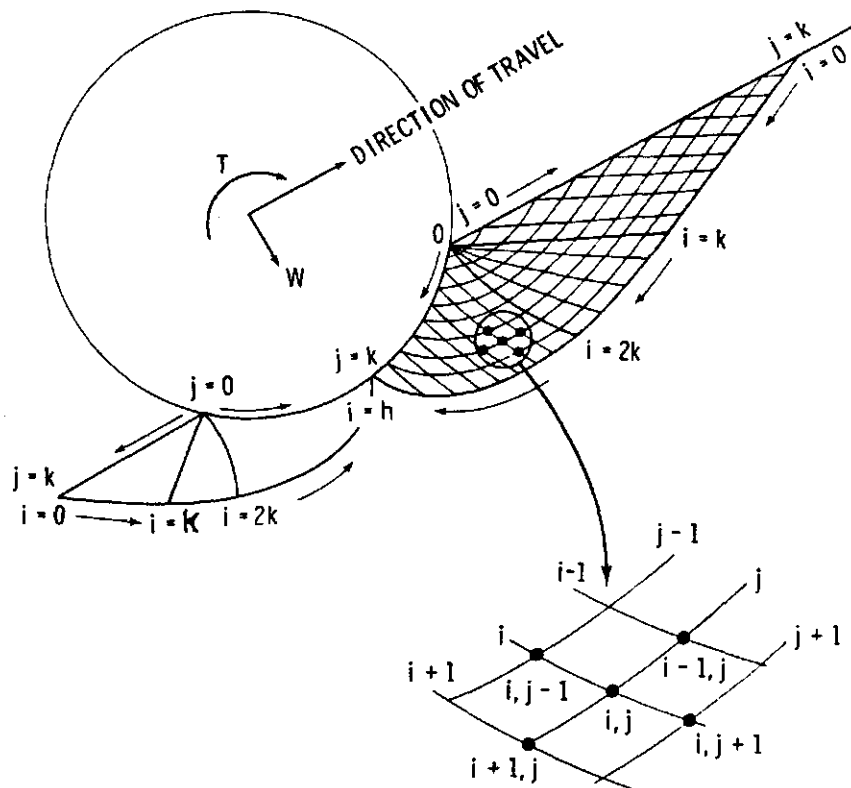


Fig. 16. Diagram dat de index aangeeft voor de numerieke oplossing van de differentiaalvergelijkingen in de verschillende punten (de pijlen geven de richting aan waarin de  $i$ - en  $j$ -index toenemen)

Het grondvlak is zo opgedeeld in een passieve, een radiale en een actieve zone overeenkomstig de Prandtl-theorie.

De grondmassa kan worden opgedeeld in lagen met verschillende bodemparameters en de spanningsvervormingsrelaties hoeven niet lineair te zijn. De benaderingswijze komt dan zeer goed overeen met gevonden waarnemingen in het veld.

Onder een over de grond rijdend wiel treedt vervorming op afhankelijk van de belasting en het % slip. Afschuiving vindt plaats volgens de slijplijnen. In eerste instantie wordt in het model van Karafiath en Nowatzki zo'n passend slijplijnenveld bepaald, uitgaande van twee afschuivingsgebieden onder het wiel, een voorwaarts en een achterwaarts

gericht. Deze twee gebieden zijn weer opgedeeld in drie gebieden afhankelijk van de spanningstoestand, een actieve, een overgangs- of radiale en een passieve zone.

Het wieloppervlak bepaalt de vorm van de actieve zone, daar wordt immers de kracht door het wiel op de grond overgebracht. Voor de continuïteit van de spanningsverdeling aan het wieloppervlak is er een middenhoek tussen het voorste- en het achterste gebied waar, aan het oppervlak, de normaal- en de schuifspanningen in beide gebieden hetzelfde zijn.

In het wiel-grond contactvlak is de integraal van de schuifspanningen gelijk aan het aandrijfmoment, afhankelijk hiervan is het % slip van het wiel. Aannamen worden gemaakt voor de wrijvingshoek tussen wieloppervlak en de grond en de verschillende contacthoeken voor het wiel (ingangshoek  $\alpha_e$ , uitgangshoek  $\alpha_R$  en overgangshoek  $\alpha_m$ ).

Eerst wordt er een berekening gemaakt van het slijplijnenveld. Als inputdata gelden de bodemeigenschappen cohesie ( $c$ ) en hoek van inwendige wrijving ( $\phi$ ), de contactwrijvingshoek ( $\delta$ ) en de wielparameters ( $R$ ) en de hoeken  $\alpha_R$ ,  $\alpha_m$  en  $\alpha_e$ . Vervolgens wordt een raster van  $i$ - en  $j$ -lijnen opgezet overeenkomstig de differentiaalvergelijkingen. De variabelen  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  en  $\theta$  worden berekend voor ieder knooppunt. Dit wordt gedaan voor een constant en een variabel aantal  $i$ - en  $j$ -lijnen (fig. 17).

Het stroomdiagram van deze berekening staat in fig. 18. Eerst wordt het achterste gebied berekend uitgaande van  $\alpha_R$ . Daarna wordt een  $\alpha_e$  verondersteld waarna berekening van het voorste gebied plaats vindt.

De normaalspanning uit deze beide berekeningen in het overlappingsgebied (bepaald door  $\alpha_m$ ) worden met elkaar vergeleken. De hoek  $\alpha_e$  wordt aangepast totdat de normaalspanning binnen bepaalde grenzen valt. De numerieke integratie van de contactvlakspanningen levert de belasting (normaalspanning), trekkracht en het moment (schuifspanningen). De overeenkomstige slip komt uit de contactvlak wrijvingshoek  $\delta$ . De insporingsdiepte wordt bepaald uit de ingangs- en uitgangshoek.

De spanningsverdeling in het grenscontactvlak komt uit de volgende berekeningen (zie ook fig. 19):



INPUT: WHEEL PARAMETERS  $R, B, \alpha, e, \alpha_m$   
 SOIL PROPERTIES  $C, \phi, \gamma$   
 TERRAIN PARAMETER  $\epsilon$   
 INTERACTION PARAMETER  $\delta$

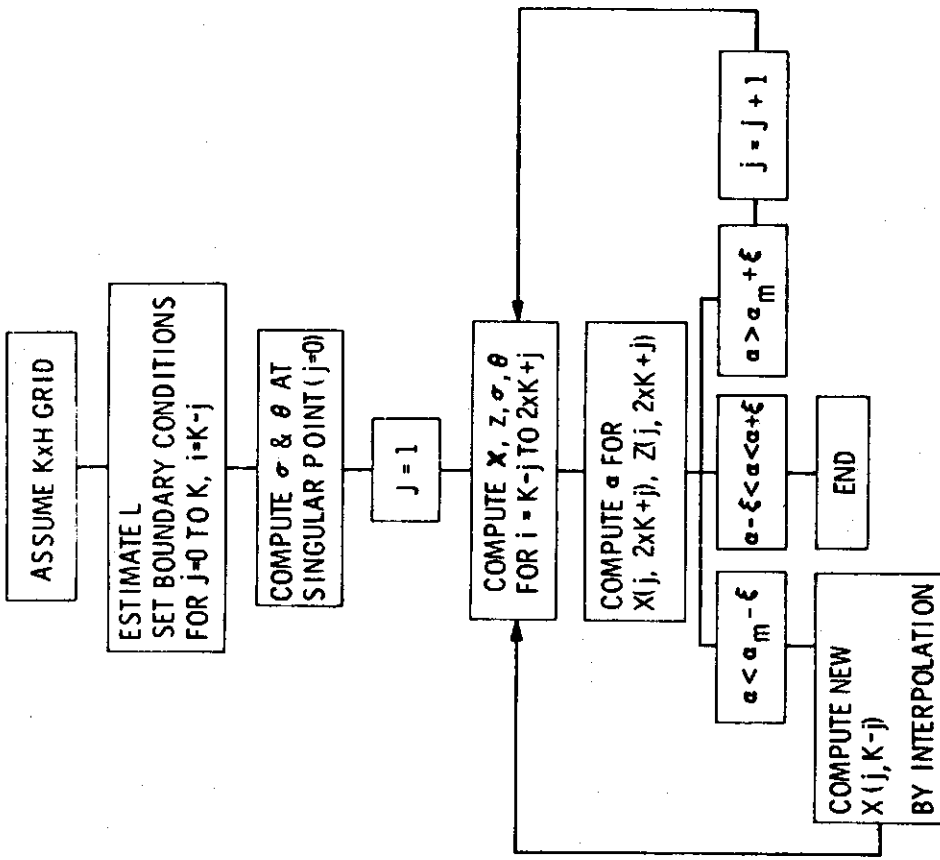


Fig. 18. Stroomdiagram voor de berekening van een sliplijnenveld met een variabel aantal j-lijnen

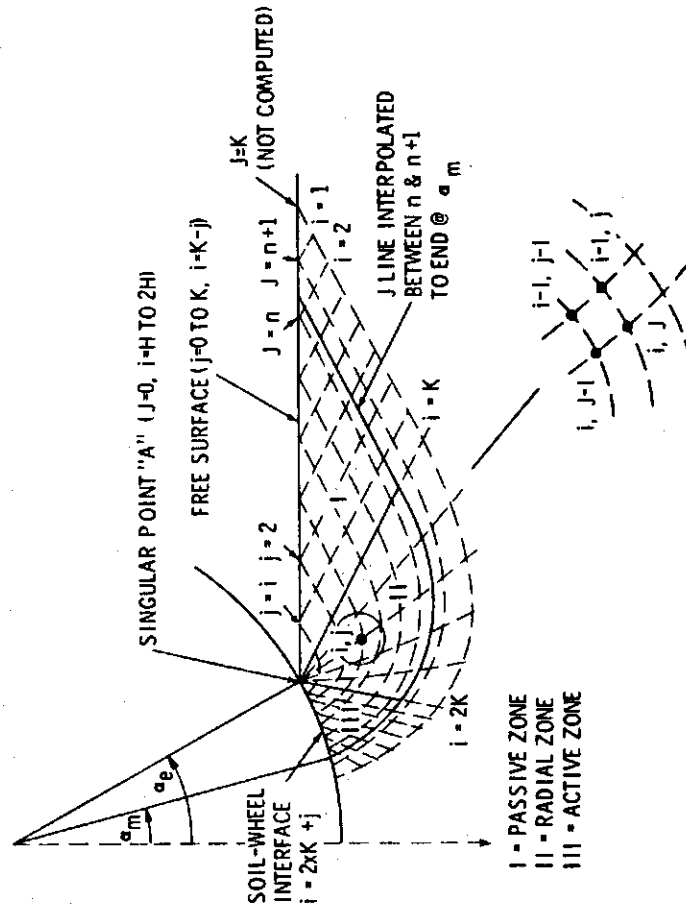


Fig. 17. Raster voor de berekening van het sliplijnenveld met een variabel aantal j-lijnen

$$\begin{aligned}
x_{i,j} &= \frac{1}{1 + \alpha_0 F} x_{i-1,j} + \alpha_0 F x_{i-1,j-1} + \alpha_0 (z_{i-1,j-1} - z_{i-1,j}) \\
z_{i,j} &= z_{i-1,j-1} + F (x_{i-1,j-1} - x_{i,j}) \\
\sigma_{i,j} &= \sigma_{i-1,j} + 2 \tan \varphi \sigma_{i-1,j} (\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}) + \gamma C
\end{aligned}$$

met

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= \cotan \left( \frac{1}{2} (\theta_{i,j-1} + \theta_{i,j}) - \mu \right) \\
F &= \tan \alpha_{i-1,j-1} \\
C &= \frac{\sin(\varepsilon - \varphi)}{\cos \varphi} (x_{i,j} - x_{i-1,j}) + \frac{\cos(\varepsilon - \varphi)}{\cos \varphi} (z_{i,j} - z_{i-1,j})
\end{aligned} \tag{71}$$

$\theta_{i,j}$  is de richting van de grootste hoofdspanning in een  $i, j$  punt in het contactvlak

$$\begin{aligned}
\sigma_n &= (\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}) \cos \delta \cdot \sigma - \psi \\
\tau &= (\sigma_n + \psi) \tan \delta
\end{aligned} \tag{72}$$

Voor ieder punt moeten zodoende de volgende stelsels vergelijkingen worden opgelost. Er wordt vanuitgegaan het het hele vlak onder een bepaalde hellingshoek kan staan  $\varepsilon$  en dat de belasting wel of niet axiaal symmetrisch is ( $n = 1$  of  $0$ ).

Uit de vergelijkingen 71 en 72 volgen de spanningsvergelijkingen in poolcoördinaten voor ieder punt ( $i, j$ ):

$$\sigma_{i,j} - \sigma_{i-1,j} - 2\sigma_{i-1,j} \tan \varphi_{i-1,j} (\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}) - C + \frac{n\sigma_{i-1,j} A}{r_{i-1,j}} = 0 \tag{73a}$$

$$\sigma_{i,j} - \sigma_{i,j-1} + 2\sigma_{i,j-1} \tan \varphi_{i,j-1} (\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}) - D + \frac{n\sigma_{i,j-1} B}{r_{i,j-1}} = 0 \tag{73b}$$

met

$$\begin{aligned}
A &= \sin \varphi_{i-1,j} (r_{i,j} - r_{i-1,j}) - \tan \varphi_{i-1,j} (1 - \sin \varphi_{i-1,j}) (z_{i,j} - z_{i-1,j}) \\
B &= \sin \varphi_{i,j-1} (r_{i,j} - r_{i,j-1}) + \tan \varphi_{i,j-1} (1 - \sin \varphi_{i,j-1}) (z_{i,j} - z_{i,j-1}) \\
C &= \frac{\gamma}{\cos \varphi_{i-1,j}} \left[ \sin(\varepsilon - \varphi_{i-1,j}) (r_{i,j} - r_{i-1,j}) + \cos(\varepsilon - \varphi_{i-1,j}) (z_{i,j} - z_{i-1,j}) \right] \\
D &= \frac{\gamma}{\cos \varphi_{i,j-1}} \left[ \sin(\varepsilon + \varphi_{i,j-1}) (r_{i,j} - r_{i,j-1}) + \cos(\varepsilon + \varphi_{i,j-1}) (z_{i,j} - z_{i,j-1}) \right]
\end{aligned}$$

Wanneer (73a) wordt vermenigvuldigt met  $(\sigma_{i,j-1} \tan \phi_{i,j-1})$  en (73b) met  $(\sigma_{i-1,j} \tan \phi_{i-1,j})$  dan kunnen de twee vergelijkingen tegelijk worden opgelost voor  $\sigma_{i,j}$ . De  $\theta_{i,j}$ -term valt er dan uit zodat:

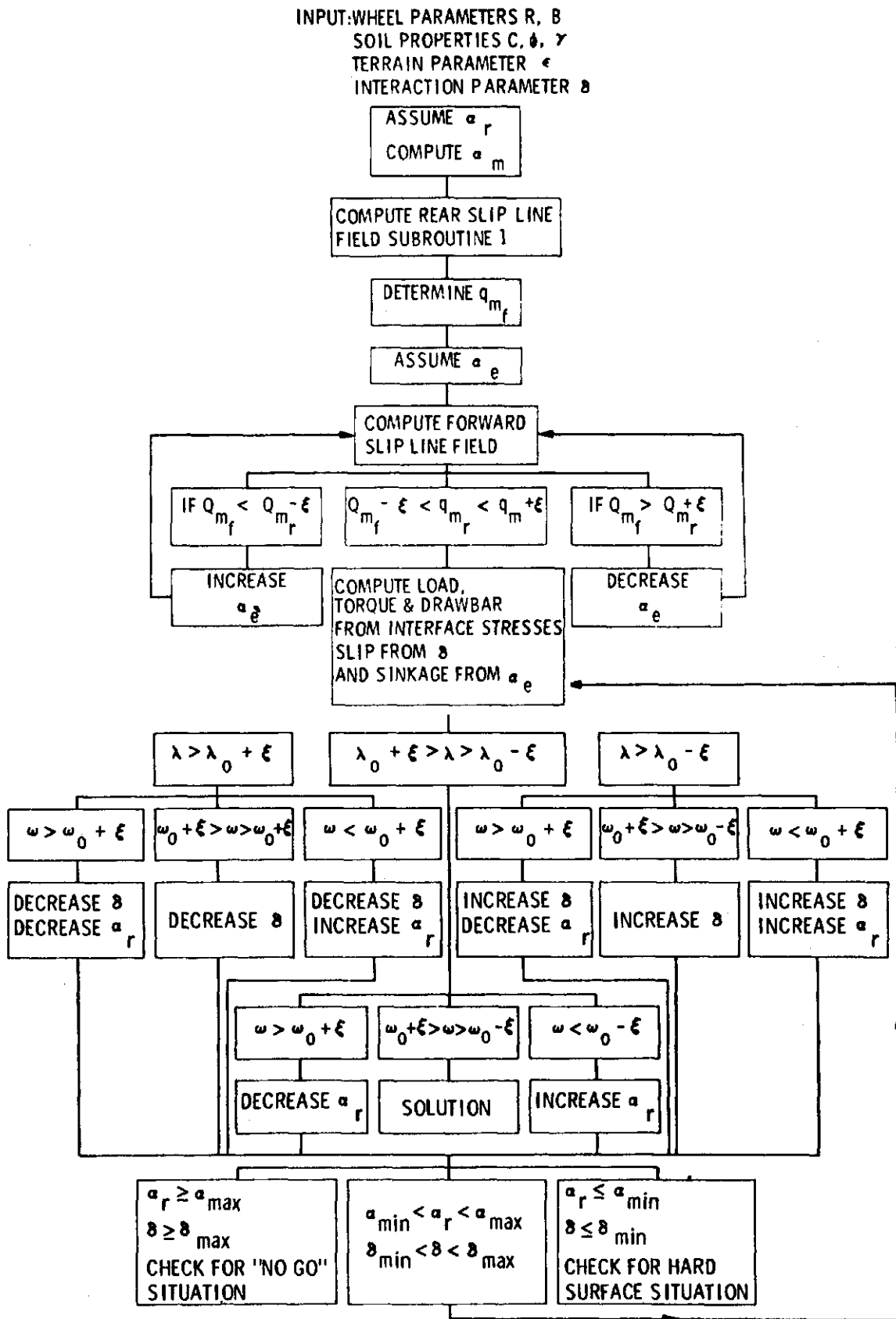


Fig. 19. Stroomdiagram voor het vinden van een passend slijplijnenveld en voor de iteratieve procedure voor het vinden van de achterste hoek ( $d_R$ ) en de contactwrijvingshoek ( $\delta$ ) voor een bepaalde belasting, trekkracht en grondeigenschappen ( $\lambda =$  berekende/input belasting,  $\omega =$  trekkracht/belasting en  $\xi =$  tolerantie)

$$\begin{aligned} \sigma_{i,j} = & \left[ \sigma_{i-1,j} \sigma_{i,j-1} (\tan \varphi_{i,j-1} + \tan \varphi_{i-1,j}) - 2 \sigma_{i,j-1} \sigma_{i-1,j} \tan \varphi_{i-1,j} \right. \\ & \tan \varphi_{i,j-1} (\theta_{i-1,j} - \theta_{i,j-1}) + C \sigma_{i,j-1} \tan \varphi_{i,j-1} + D \sigma_{i-1,j} \tan \varphi_{i-1,j} - \\ & \left. - n \sigma_{i-1,j} \sigma_{i,j-1} \left\{ \frac{A \tan \varphi_{i,j-1}}{r_{i-1,j}} + \frac{B \tan \varphi_{i-1,j}}{r_{i,j-1}} \right\} \right] / \left[ \sigma_{i,j-1} \tan \varphi_{i,j-1} + \right. \\ & \left. + \sigma_{i-1,j} \tan \varphi_{i-1,j} \right] \end{aligned} \quad (74a)$$

(73) kan ook direct worden opgelost voor  $\theta_{i,j}$  door  $\sigma_{i,j}$  te elimineren.

$$\begin{aligned} \theta_{i,j} = & \left[ \sigma_{i,j-1} - \sigma_{i-1,j} + 2 (\sigma_{i-1,j} \tan \varphi_{i-1,j} \theta_{i-1,j} + \sigma_{i,j-1} \tan \varphi_{i,j-1} \theta_{i,j-1}) \right. \\ & \left. - C + D + n \left\{ \frac{\sigma_{i-1,j} A}{r_{i-1,j}} - \frac{\sigma_{i,j-1} B}{r_{i,j-1}} \right\} \right] / \left[ 2 (\sigma_{i-1,j} \tan \varphi_{i-1,j} + \right. \\ & \left. + \sigma_{i,j-1} \tan \varphi_{i,j-1}) \right] \end{aligned} \quad (74b)$$

De vergelijking voor het sliplijnenveld worden hiermee:

$$z_{i,j} - z_{i-1,j} = (r_{i,j} - r_{i-1,j}) \tan (\theta_{i-1,j} - \mu) \quad (75a)$$

$$z_{i,j} - z_{i,j-1} = (r_{i,j} - r_{i,j-1}) \tan (\theta_{i,j-1} + \mu) \quad (75b)$$

Met

$$a_1 = \tan (\theta_{i,j-1} + \mu) \quad (76a)$$

$$a_2 = \tan (\theta_{i-1,j} - \mu) \quad (76b)$$

geven deze de volgende oplossingen voor de vergelijkingen voor  $z_{i,j}$  en  $R_{i,j}$ , de plaats waar de bovenbeschreven spanningstoestand geldt:

$$z_{i,j} = z_{i-1,j} + a_2 (r_{i,j} - r_{i-1,j}) \quad (77a)$$

of 
$$z_{i,j} = z_{i,j-1} + a_1 (r_{i,j} - r_{i,j-1}) \quad (77b)$$

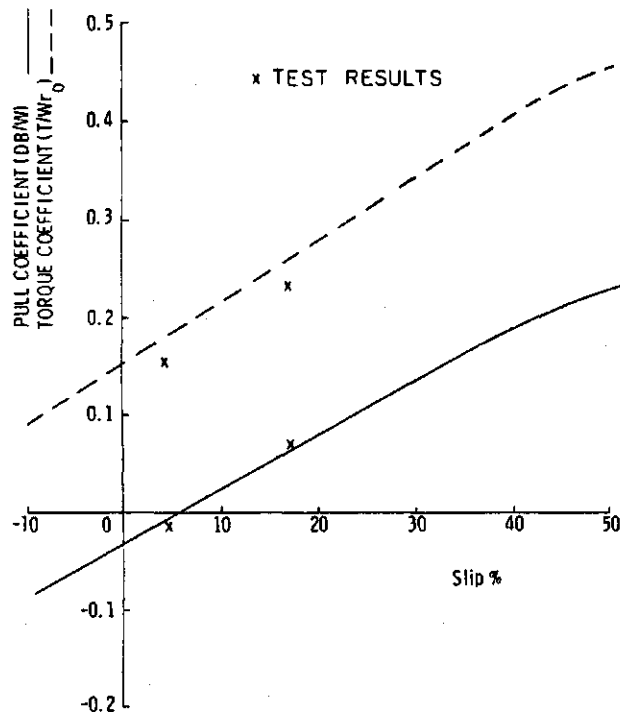
en

$$r_{i,j} = [z_{i-1,j} - z_{i,j-1} + a_1 r_{i,j-1} - a_2 r_{i-1,j}] / (a_1 - a_2) \quad (78)$$

Iedere sliplijngebied geeft aan waar de grond in plastisch evenwicht is en waar de situatie van beginnende afschuiving heerst. Gegeven een bepaalde wiellast dient het model vooral om een voorspelling te doen van de te ontwikkelen trekkracht en het draaimoment bij een bepaalde slippercentage. Afhankelijk van  $\alpha_R$  en  $\delta$  wordt er een trekkrachtcoëfficiënt bepaald ( $\omega$ ), deze hangt ook weer samen met de ladingscoëfficiënt  $\lambda$ . In het programma wordt iteratief naar een evenwichtssituatie toegerekend zodanig dat de berekeningen uit de verschillende formuleringen binnen bepaalde grenzen vallen.

Summary of Performance Characteristics for Driven Rigid Wheel in Jones Beach Sand

$\varphi$ (deg)	$\delta$ (deg)	$\alpha_r$ (deg)	$\alpha_e$ (deg)	$W$ (lb)	$DB$ (lb)	$T$ (ft-lb)
41	15	5	23.1	9.81	0.61	0.85
36	15	5	22.0	3.96	0.29	0.34
Var.	15	5	22.0	5.34	0.41	0.47



Relationship of Performance Coefficients to Slip for Jones Beach Sand

Fig. 20. Uitkomst van het model van Karafiath en Nowatski voor een grondsoort (Jones Beach Sand) onder verschillende omstandigheden ( $\phi$  = hoek inwendige wrijving,  $\delta$  = wrijvingshoek grond-wiel contactvlak,  $\alpha_r$  en  $\alpha_e$  zijn uit- en ingangcontacthoek,  $W$  = wiellast,  $DB$  = trekkracht,  $T$  = moment)

De diverse grondparameters kunnen per laag gewijzigd worden. Er kan ook rekening worden gehouden met de vochtspanning in de grond. Een oplossing volgens dit model voor drie verschillende bodemomstandigheden wordt in fig. 20 gegeven. Hierbij is de wrijvingshoek in het wiel-grond-contactvlak ( $\delta$ ) op  $15^\circ$  en de achterste contacthoek ( $\alpha_R$ ) op  $5^\circ$  gesteld.

### 2.2.2. Model van Steiner

Een leerling van professor Söhne is dr. Steiner. Hij heeft veel onderzoek gedaan op het gebied van luchtbanden. Veel metingen zijn verricht aan de krachtoverbrenging en vervorming van zowel diagonaal- als radiaalbanden in vele maten. Hij geeft een formule die de gemiddelde gronddruk onder een trekkerachterband beschrijft:

$$\text{diagonaalband: } p_m = 1,128 + 0,665 p_i + 0,009 G - 0,004 D \text{ [bar]} \quad (79)$$

$$\text{radiaalband : } p_m = 2,677 + 0,575 p_i + 0,011 G - 0,016 D \text{ [bar]} \quad (80)$$

met:  $p_m$  = gemiddelde contactdruk in bar ( $10^5 \text{ N/m}^2$ )

$p_i$  = bandspanning in bar

$G$  = wiellast in kN (100 kg)

$D$  = wieldiameter in cm

Er bestaat een goede overeenkomst tussen de gemeten en berekende waarden zoals in fig. 21 tot uiting komt.

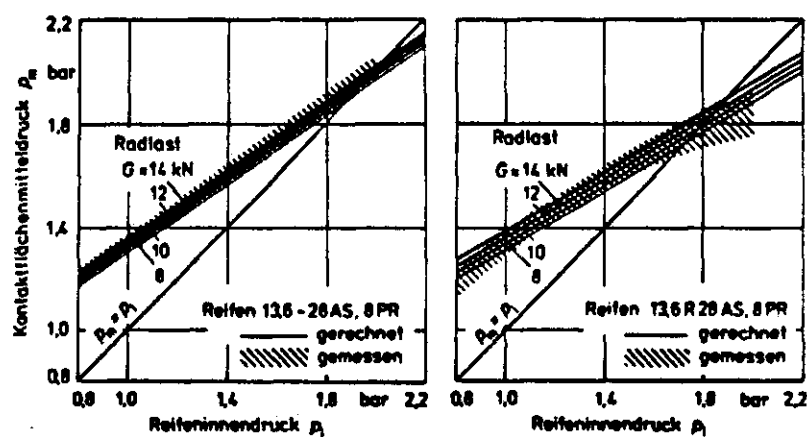


Fig. 21. Vergelijking van de gemeten en berekende gemiddelde contactdruk in het wiel-grondcontactvlak  $p_m$  afhankelijk van de bandspanning  $p_i$  bij verschillende wiellasten  $G$  voor de banden 13,6 R 28, 8 PR (radiaal) en 13,6-28, 8 PR (diagonaal) op een betonbaan

De vervorming van banden onder belasting, zowel tangentiaal als radiaal, is ook onderzocht. Er is speciaal gelet op nokvervorming. Dit onderzoek is zowel onder statische belasting als met draaiende wielen op een betonbaan en in een grondbak gedaan. Dit is afhankelijkheid van de verschillende slippercentages. Zo werd een beschrijving verkregen van de cycloïde banen die een willekeurig punt van een band maakt. Al deze metingen hebben geleid tot het ontstaan van formulerings met betrekking tot de trekkrachtontwikkeling en de rolweerstand van de verschillende banden.

De rolweerstand van een wiel in losse grond wordt voor een groot gedeelte door de bodemweerstand veroorzaakt. De energie die verloren gaat aan de rolweerstand zit in de bodemvervorming, de verticale verplaatsing van het oppervlak resulteert in een spoordiepte (+ toeslag voor een gedeeltelijke terugvering).

Empirisch kan de rolweerstandscoefficiënt worden benaderd door de volgende formules voor radiaal- en diagonaalbanden:

$$\text{Diagonaal: } \rho_{LS} = 83,8 \frac{G^{0,27} B^{1,39}}{\pi^{0,50} D^{0,38} H^{1,82}} - 0,05 \text{ [\%]} \quad (81)$$

$$\text{Radiaal : } \rho_{LS} = 8,0 \frac{G^{0,16} B^{6,05}}{\pi^{0,40} D^{0,62} H^{5,78}} + 0,05 \text{ [\%]} \quad (82)$$

met:  $\rho_{LS}$  = rolweerstandscoefficiënt in %

D, B, H = diameter, breedte en sectiehoogte van de band in cm

G = wiellast in kg

$\pi$  = bandspanning in  $\text{N/cm}^2$  (is 0,1 bar)

De theoretische benadering is als volgt. De energiebalans in het grond-wiel contactvlak is:

$$E' = E'_T + E'_i + E'_R \quad (83)$$

Hierin is:  $E'$  = ingebrachte draai-energie

$E'_T$  = trekkracht

$E'_i$  = slipverlies

$E'_R$  = rolweerstandsverlies

Bekijkt men dit voor een star wiel met ongelijkmatige spanningsverdeling in de breedte dan is de afgelegde weg per omwenteling:

$$\text{zonder slip: } s_o = 2\pi r \quad (84)$$

$$\text{effectief : } s_e = 2\pi r(1 - i) \quad (85)$$

$$\text{slipweg : } s_i = 2\pi r i \quad (86)$$

De aangebrachte draai-energie is:

$$E' = \int_{s=0}^{s_o} B \int_{v_1}^{v_2} \tau_t r dv ds_u = \int_{s=0}^{s_o} U ds_u = 2\pi r U \quad (87)$$

De trekkracht is,

$$\begin{aligned} E'_T &= \int_{s=0}^{s_e} B \int_{v_1}^{v_2} (\tau_t \sin v - \sigma_n \cos v) r dv ds \\ &= \int_{s=0}^{s_e} B \int_{v_1}^{v_2} \tau_h r_w dv ds = \int_{s=0}^{s_e} T ds = T(1 - i) 2\pi r \quad (88) \end{aligned}$$

De slipverliesenergie is analoog aan de trekkracht:

$$E'_i = \int_{s=0}^{s_o - s_e} B \int_{v_1}^{v_2} (\tau_t \sin v - \sigma_n \cos v) r dv ds = T i 2\pi r \quad (89)$$

Door de trekkracht en de slipverliesenergie is de totale energie in het horizontale vlak in evenwicht. De energie als gevolg van de rolweerstand kan daarom onafhankelijk van slip alleen door verticale krachten ontstaan.

Zo is (naar fig. 22) het verticale deel van de arbeid nodig om ieder punt van de wielomtrek van het grondoppervlak naar de diepte  $z_4$  of tot hoek  $v_4$  in de grond te brengen ( $z_4$  is een fictieve spoor-diepte, deze houdt rekening met een terugvering van de grond in het uitloopte van het grond-wielcontactvlak):



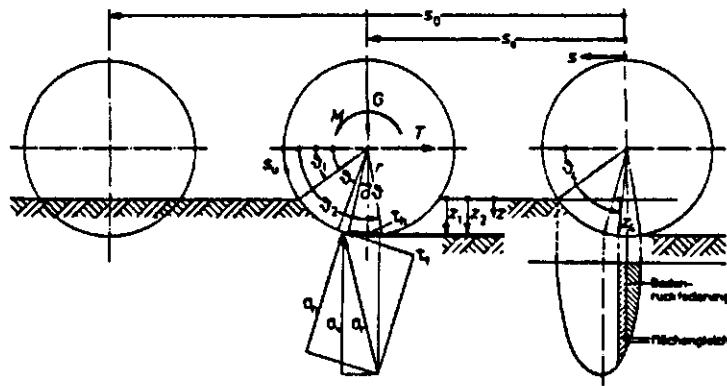


Fig. 22. Krachten, momenten, spanningen, hoeken en afgelegde weg bij een trekkracht leverend wiel in losse grond

$$\begin{aligned}
 E'_R &= \int_{v=v_1}^{v_4} B \int_{v=0}^{2\pi} (\sigma_n \sin v + \tau_t \cos v) r dv r dv \cos v \\
 &= \int_{z=0}^{z_4} B \int_{v=0}^{2\pi} \sigma_v r dv dz \quad (90)
 \end{aligned}$$

Neemt men voor de verticale spanning  $\sigma_v$  op het vlak  $Br dv$  een verticale druk  $p$  op het vlak  $Bdx$  dan wordt de vergelijking:

$$E'_R = \int_{x=0}^{s_0} B \int_{z=0}^{z_4} p dz dx$$

Met  $p = \sigma_v = k_\alpha \left(\frac{z}{z_B}\right)^n$  (spanningsverdeling grond-wielcontactvlak) wordt dit:

$$\begin{aligned}
 E'_R &= \int_{x=0}^{s_0} B \int_{z=0}^{z_4} \frac{k_\alpha}{z_B^n} z^n dz dx \\
 &= B \frac{k_\alpha}{z_B^n} \frac{z_4^{n+1}}{n+1} 2\pi r \quad (91)
 \end{aligned}$$

De rolweerstand is dan:

$$R_R = B \frac{k_\alpha z_4^{n+1}}{z_B^n n + 1} \quad (92)$$

Formule (92) is op de factor  $k_\alpha$  na gelijk aan de door Söhne verbeterde formule van Bekker voor de rolweerstand van een star wiel. Bekker bekeek alleen het vrij rollende wiel terwijl Söhne ook het aangedreven wiel bestudeerde met betrekking tot de rolweerstand. Door de  $k_\alpha$ -factor kan met de uit de slip en de indringingshoek  $\alpha$  resulterende indringingsweerstand rekening worden gehouden. Hierdoor kan de rolweerstand afhankelijk van de insporing als gevolg van slip worden berekend. Bij groter wordende slippercentages wordt het glijden in het contactvlak versterkt. Het verticale aandeel van de wrijvingskrachten verklaart echter nog steeds de rolweerstand. Treedt er geen slip op dan dringt een wiel verticaal in de grond en is de vergelijking met een drukstempel mogelijk. Bij geprofileerde luchtbanden wordt een diepere spoordiepte bewerkt door freeswerking van de grond tussen de vakken. De verticale druk die maatgevend is voor de bodemverdichting wordt hierdoor niet beïnvloed. De rekenwijze is in eerste instantie ontwikkeld voor een star stalen wiel maar kan ook gebruikt worden voor een luchtband door een vervangingswiel te ontwerpen met een grotere straal. De afplatting van de band wordt hiermee dan opgevangen (fig. 23).

De verschillende hoeken zijn gemakkelijk in elkaar te transformeren (zie fig. 24), zo zijn:

$\nu_N$ : de hoek waar de normaalspanning maximaal is:

$$\nu_N = 90^\circ - 3 \sqrt{\arctan \frac{z_2}{r_0}} \quad (93)$$

$\beta_A$ : snijpunt van  $r_0$  van het star wiel en  $f_N$  van het vervangingswiel

$C_A = 1^\circ/\text{cm}$ :

$$\beta_A = \nu_2 - 90^\circ + C_A (0,8 z_2 + 1,5 f_N) \quad (94)$$

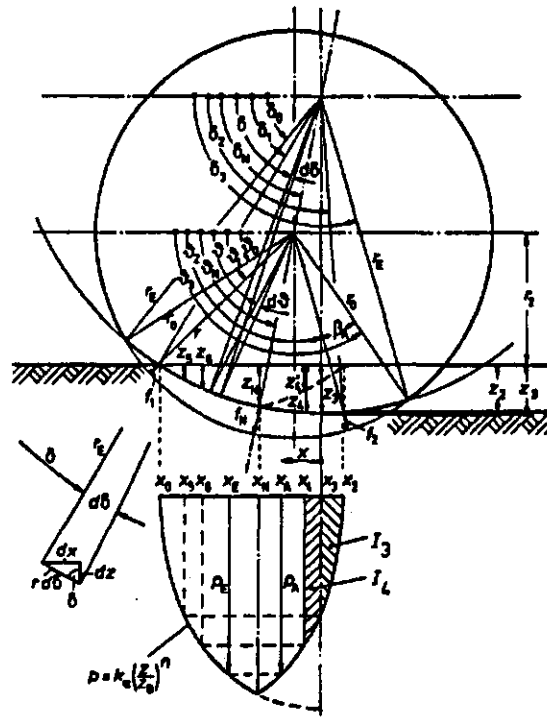


Fig. 23. Definiëring van de hoeken en maten voor een stalen vervangingswiel en een luchtband alsmede de spanningsverdeling onder de band

$v_2$ : uitloophoek:

$$v_2 = 90^\circ + C_2 \arccos \frac{r_o - f_N}{r_o} \quad (95)$$

$C_2 \arccos \frac{r_o - f_N}{r_o}$  wordt bepaald uit de contactvlakhoek van een luchtband op een betonbaan:  $\alpha_K = C_s \arccos \frac{r_o - f_s}{r_o}$ , met  $f_s (= f_N)$  is de afplatting van de band. Deze waarde is ook uit bandentabellen te bepalen.

Zo geldt dat  $v_o = 2v_N - v_2 - \beta_A$ , waarmee de vorm van het vervangingswiel en het stalen wiel vastliggen.

De normaalspanning onder het wiel wordt als een parabool gezien en heeft als verdeling  $y = \frac{(x - c)^2}{2p} + d$  (zie fig. 25).

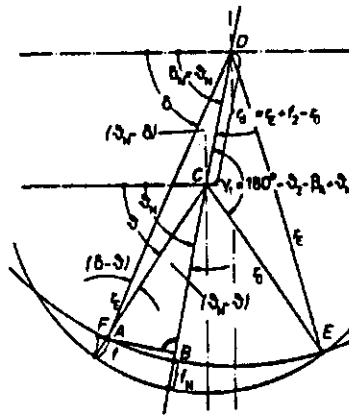


Fig. 24. Maten en hoeken voor de afleiding van een vervangingswiel

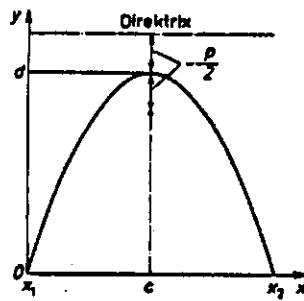


Fig. 25. Normaal parabool

Bovendien wordt aangenomen dat de parabool asymmetrisch is, dit wordt gedaan door  $p = C_3 + C_4 x$  te stellen.  $x$  is dan de bijbehorende lengte van het grond-wielcontactvlak en  $y$  is de gezochte normaalspanning  $\sigma_n$ . De exponent  $n_1$  wordt als variabel beschouwd zodat er verschillende vullingsgraden (curvevormen) mogelijk zijn.

De formule voor de spanningsverdeling afhankelijk van de maximale normaalspanning ( $\sigma_{nmax}$ ) en de verschillende contacthoeken ( $\delta$ ) van het vervangingswiel wordt dan gegeven door:

$$\sigma_n = \sigma_{nmax} \left[ 1 - \frac{(\delta_2 - \delta_1) |\delta - \delta_N|^{n_1}}{(\delta - \delta_1)(\delta_2 - \delta_N)^{n_1} - (\delta - \delta_2)(\delta_N - \delta_1)^{n_1}} \right] \quad (96)$$

$$\sigma_{nmax} = \frac{P_n \sin \delta_N - \tau_{tN} \cos \delta_N}{\sin \delta_N}$$

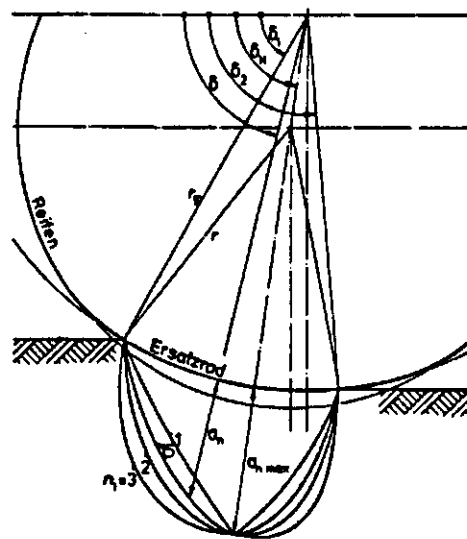


Fig. 26. Normaal spanningsverdeling in het grond-wielcontactvlak van een luchtband volgens formule (96) met verschillende exponenten  $n_1$

De integratie van de spanningscomponenten in verticale, horizontale en tangentiële richting levert de wiellast  $G$ , de trekkracht  $T$  en het moment  $M$  aan de wielas.

$$G = B r_E \left[ \int_{\delta_1}^{\delta_2} \sigma_n \sin \delta d\delta + \int_{\delta_1}^{\delta_2} \tau_t \cos \delta d\delta \right] \quad (97)$$

$$T = B r_E \left[ \int_{\delta_1}^{\delta_2} \tau_t \sin \delta \, d\delta - \int_{\delta_1}^{\delta_2} \sigma_n \cos \delta \, d\delta \right] \quad (98)$$

$$M = B r_E \left[ \int_{\delta_1}^{\delta_2} \tau_t \cos(\delta-v) r \, d\delta + \int_{\delta_1}^{\delta_2} \sigma_n \sin(\delta-v) r \, d\delta \right] \quad (99)$$

Hierin zijn  $\sigma_n$  en  $\tau_t$  ook weer functies van  $\delta$  en  $v$  zodat de oplossing wel numeriek benaderd moet worden en niet meer expliciet is uit te schrijven.

Bij de rekenwijze van Steiner met bandvervormingen en vervangingswiel kunnen de verschillende in- en uitloopcontacthoeken tussen wiel en grond alleen worden bepaald als de insporingsdiepte bekend is. Bij luchtbanden wordt de insporingsdiepte geschat met de door Söhne verbeterde formule van Bekker (70).

Het geheel is in een computermodel verder uitgewerkt waar door middel van grond- en wielparameters de rolweerstand, de insporingsdiepte, de trekkrachtcoëfficiënt, het omtrekmoment en de werkingsgraad van een wiel (band) berekend worden afhankelijk van het % slip. De berekeningswijze staat samengevat in de stroomdiagrammen, weergegeven in fig. 27 en 28.

De resultaten die uit dit computermodel komen zijn voor een 16,9-30 trekkerband bij twee verschillende bandspanningen (0,8 en 1,6 bar) en een wiellast van 1800 kg bij de verschillende slip-percentages weergegeven in fig. 29. In fig. 30 is voor dezelfde band bij gelijkblijvende bandspanning (1,2 bar) maar bij verschillende wiellast (1300 kg en 2300 kg) de uitkomsten van het model van Steiner gegeven.  $\rho_{LR}$  = rolweerstandscœfficiënt door bandvervorming,  $p_r$  = totale rolweerstandscœfficiënt,  $z_v$  = fictieve spoordiepte door bodemvervorming,  $z$  = totale spoordiepte,  $\mu_u$  = omtrek moment,  $x_T$  = trekkrachtcoëfficiënt,  $\eta_R$  = werkingsgraad.

Hieruit blijkt dus dat met toenemende wiellasten en gelijkblijvende bandspanning de insporingsdiepte toeneemt. Het door de druk- uien ingenomen grondvolume ook. Dit wil zeggen dat er meer grond met een hoofdspinning van bepaalde grootte in aanraking komt en er

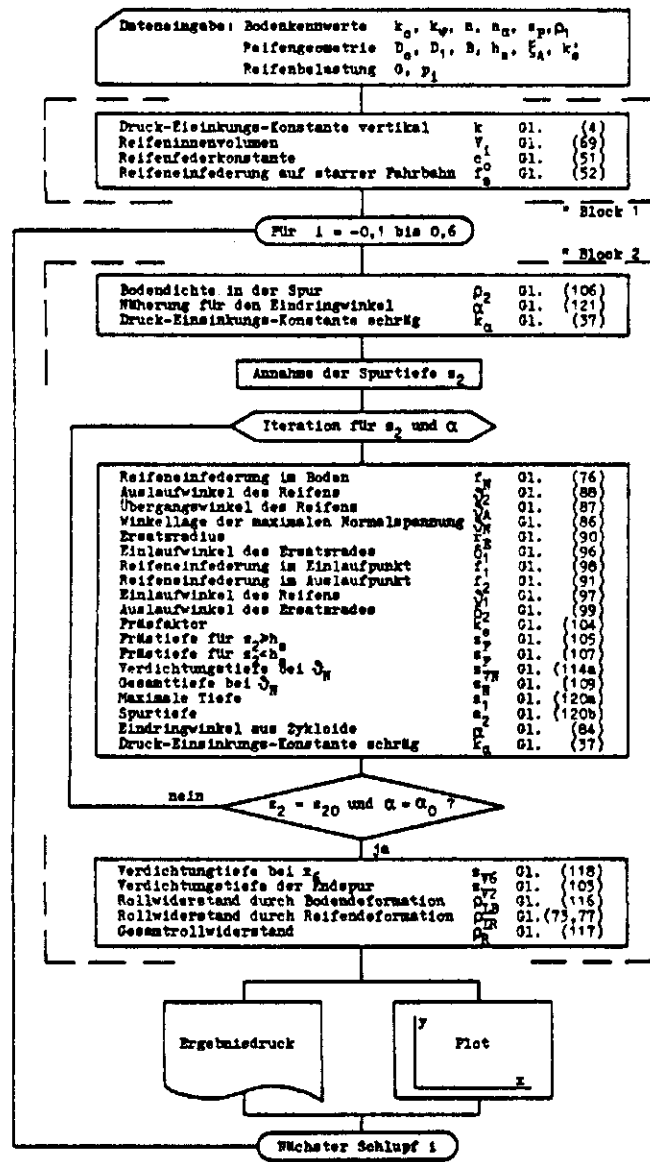


Fig. 27. Stroomdiagram voor de berekening van de rolweerstand afhankelijk van het %-slip

dus meer grond verdicht kan worden. Het effect van gelijkblijvende wiellast en verandering van bandspanning blijkt ook duidelijk uit fig. 29 en 30. Feit is wel dat dit soort reacties in een homogene losse grond veel duidelijker waarneembaar zijn dan in praktijkproeven. Daar vindt op dichtere onderlagen extra afsteuning plaats. De spanningslijnen zullen dan een ander beeld geven en zo ook de verdichting van de grond.

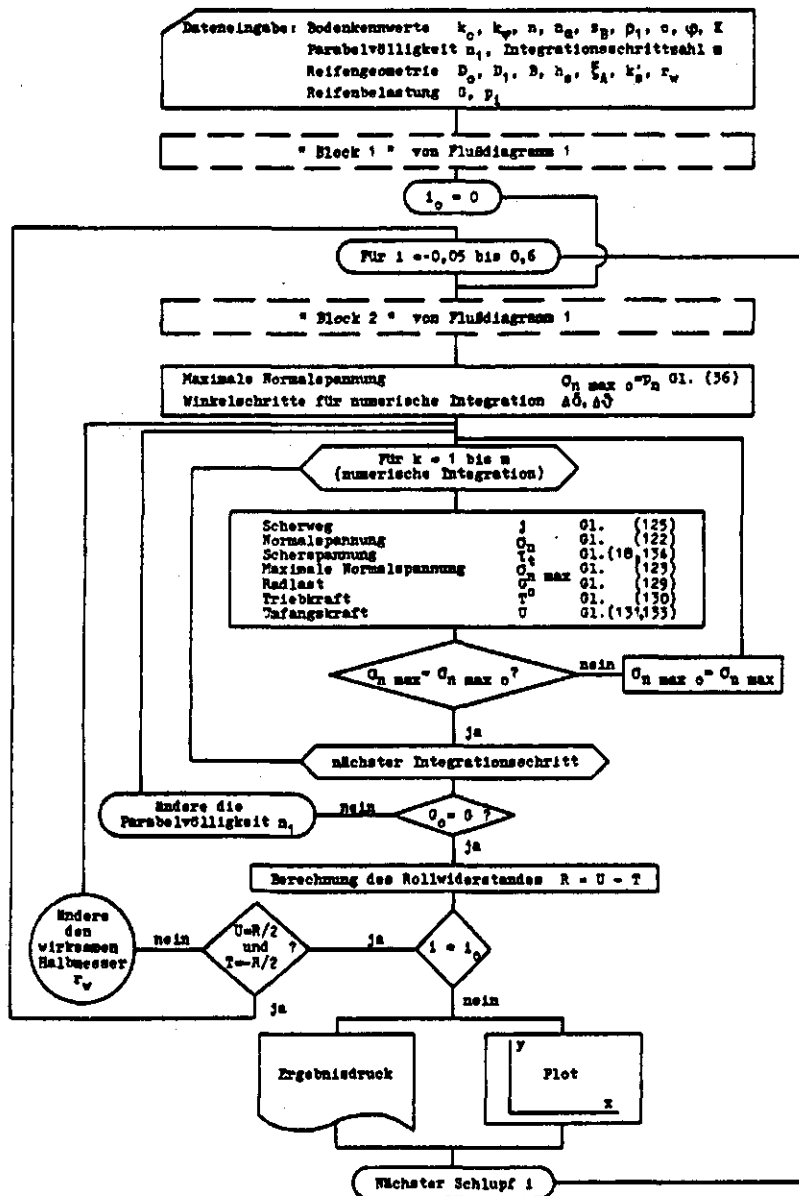


Fig. 28. Stroomdiagram voor de berekening van de trekkracht, het omtrek moment, de rolweerstand en de werkingsgraad van de krachtoverbrenging afhankelijk van het %-slip



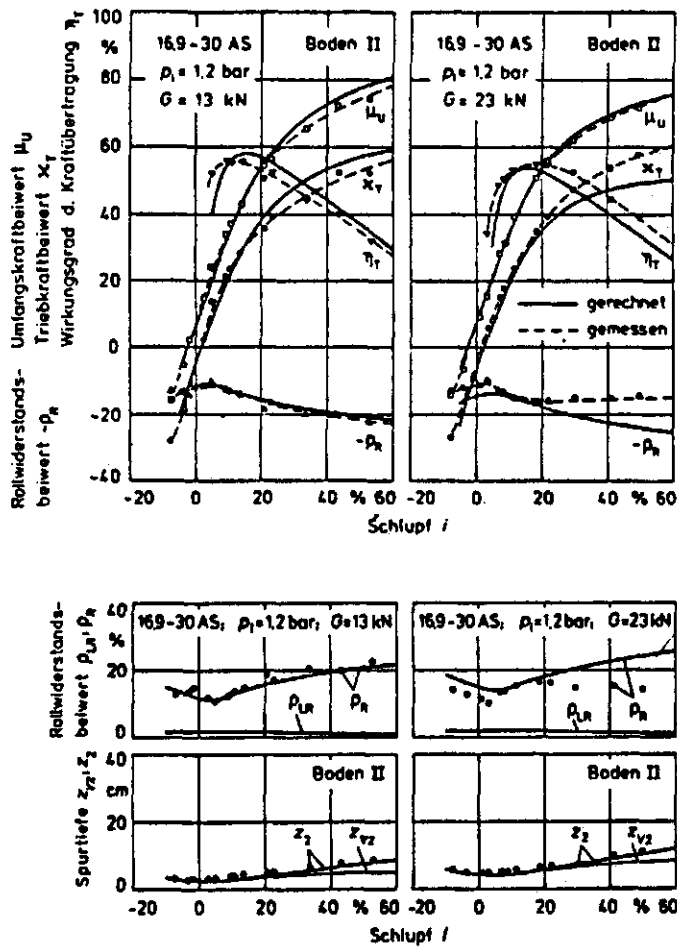


Fig. 29. Resultaat van het model van Steiner voor een 16,9-30 band met een wiellast van 1800 kg en bandspanningen van 0,8 en 1,6 bar afhankelijk van het %-slip

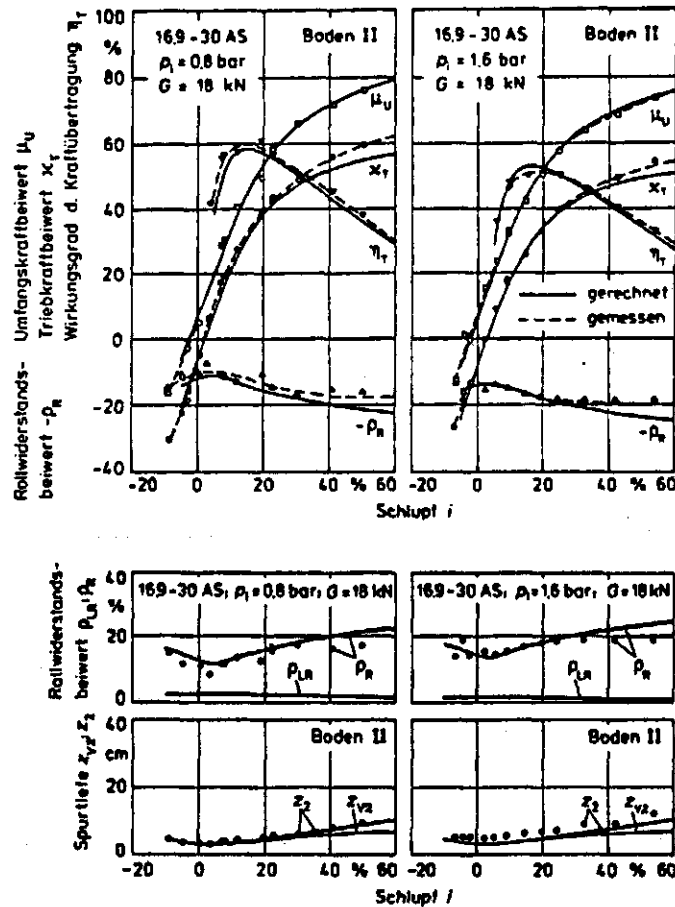


Fig. 30. Resultaat van het model van Steiner voor een 16,9-30 band met een bandspanning van 1,2 bar en wiellasten van 1300 kg en 2300 kg afhankelijk van het %-slip

### 2.2.3. Finite element method (FEM)

De kleinste elementen methode

De elementenmethode is een numerieke techniek die gebruikt wordt om een onbekende functie, die als oplossing voor een bepaald probleem wordt gezocht, zo goed mogelijk te naderen. Typisch voor de elementenmethode is dat het gebied waarop de onbekende functie is gedefinieerd, wordt verdeeld in een eindig aantal open deelgebieden (zogenaamde elementen) die met elkaar verbonden zijn in knooppunten. Over deze deelgebieden worden stuksgewijs interpolatie-polynomen gedefinieerd. Door nu een optimalisatieproces toe te passen wordt ervoor gezorgd dat het interpolatie-polynoom zo goed mogelijk aansluit bij de gezochte onbekende functie. De verdeling van het gebied

in elementen is karakteristiek en bepalend voor de naam van de elementenmethode.

In het gebruikte optimalisatieproces kunnen de toepassingen verschillen. Enige veel gebruikte optimalisatieprocessen zijn:

- het principe van de virtuele arbeid;
- de variatieprincipes zoals die van Ritz en Gurtin;
- het principe van de kleinste kwadraten;
- de methode van de gewogen residuen.

Het gedrag van het medium wanneer het belast wordt, wordt voorspeld door het gedrag van de elementen te bepalen. Er worden evenwichtsvergelijkingen ontwikkeld onder andere voor de verplaatsingen en de spanningsverdeling per knooppunt.

Een algemene werkwijze binnen deze methode bestaat uit de volgende vier stappen:

1. Bepalen van de elementeigenschappen uit de materiaal- en belastinggegevens. Voor ieder element (a) wordt de stijfheidsmatrix  $\{F\}^a$  en de bijbehorende knooppuntbelastingen berekend

$$\{F\}^a = [k]^a \{\delta\}^a + \{F\}_p^a + \{F\}_{\epsilon_0}^a \quad (100)$$

Hierin is  $\{F\}^a = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_2 \\ U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \end{Bmatrix}$  U en V zijn de krachten

$\{\delta\}^a = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$  u en v zijn de verplaatsingen

$\{F\}_p^a$  = de knooppuntskracht nodig om het element in balans te houden

$\{F\}_{\epsilon_0}^a$  = de knooppuntverplaatsing nodig om het element in balans te houden

Ieder element heeft zijn eigen elementnummer en vaste knooppuntverbindingen. De verschillende eigenschappen die zo per knooppunt bepaald worden kunnen ingevuld worden als coëfficiënt van de globale matrix.

2. Het samenstellen van de uiteindelijke vergelijking in de vorm

$$[K]\{\delta\} = \{R\} - \{F\}_p - \{F\}_{\epsilon_0} \quad (101)$$

Hierin is:  $[K_{im}] = \sum [K_{im}]^a$

$$\{F_i\}_p = \sum \{F_i\}_p^a$$

$$\{F_i\}_{\epsilon_0} = \sum \{F_i\}_{\epsilon_0}^a$$

en is dus de som van alle krachten en constanten per knooppunt per element.

3. De invoering van de randcondities in de uiteindelijke eindmatrix.

4. Het oplossen van het resulterende systeem vergelijkingen volgens een bepaalde methode. Het maken van de gewenste output; bijvoorbeeld verplaatsing- en spanningsverdelingen.

Deze methode wordt vooral veel gebruikt in de grondmechanica

(BIJSTERVELD, 1976) en de werktuigbouw (ZIENKIEWICZ, 1971).

PERUMPRAL (1971, 1974) en YONG (1976, 1978) hebben de finite element method toegepast op het gebied van de berijding van losse grond met voertuigen.

Perumpral beschrijft een model ontwikkeld om de spanningsverdeling en gronddeformatie onder een stilstaand en onder een rijdend trekkerwiel te voorspellen. Bij het model voor de stationaire belasting is uitgegaan van een cirkelvormig belastingsoppervlak evenredig met de opgelegde last op dat oppervlak. Het grondgedrag werd als niet-lineair aangenomen, de spannings-ervormingscurve bestaat uit

twee rechte lijnstukken. Hierbij wordt gebruik gemaakt van een iteratieve methode en van rechthoekige elementen.

In het model wordt uitgegaan van basiswaarden voor de elasticiteitsmodulus  $E$  en de dwarscontractiecoëfficiënt  $\nu$  per knooppunt. Door invulling van de randvoorwaarden en gebruikmakend van de elasticiteitsconstanten wordt de spanning en verplaatsing per element berekend. Met gebruikmaking van spanning-ervormingsrelaties worden nieuwe waarden voor de elasticiteitsconstanten per element berekend. Het aantal iteraties wordt herhaald totdat het verschil tussen de oude en nieuwe elasticiteitsconstanten per knooppunt kleiner is dan een bepaalde opgegeven waarde. In dit geval is de dwarscontractiecoëfficiënt  $\nu$  constant ( $\nu = 0,40$ ). De waarde van  $E$  wordt per iteratie opnieuw bepaald en wel op de volgende manier:

1. Er wordt een spannings-ervormingsrelatie  $(\tau_{\text{oct}})/(\sigma_{\text{oct}})_{\text{init}}$  v.s.

$\gamma_{\text{oct}}$  ontwikkeld uitgaande van experimenteel bepaalde curven (triaxiaal apparaat) die het verband tussen de deviatorspanning  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  en de axiale vervorming  $(\epsilon_1)$  aangeven.

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (102)$$

$$\gamma_{\text{oct}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} (\epsilon_1 - \epsilon_3) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \epsilon_1 (1 + \nu). \quad (103)$$

2. Uitgaande van  $E$  en  $\nu$  wordt de hoofdspansing en de verplaatsing in het midden van ieder elementje berekend.
3. Vanuit de hoofdspansingen  $(\sigma_1$  en  $\sigma_2)$  en de dichtheid  $d$  wordt de volumetrische spanning per element berekend uitgaande van de formule:

$$(\sigma_{\text{oct}})_{\text{initial}} = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_2}{3} + dh \frac{(1 + \nu)}{(1 - \nu)} \quad (104)$$

$h$  = afstand element tot grondoppervlak

$(\sigma_{\text{oct}})_{\text{init}}$  wordt in de rest van het programma vastgehouden

4. Uitgaande van  $l$  en  $(\sigma_{\text{oct}})_{\text{init}}$  wordt de nieuwe spanningstoestand  $\tau_{\text{oct}}$  bepaald (zie fig. 31)
5. Hieruit worden nieuwe waarden voor  $E$  berekend met behulp van:

$$G = \tau_{oct} / \gamma_{oct}$$

$$E = 2G(1 + \nu)$$

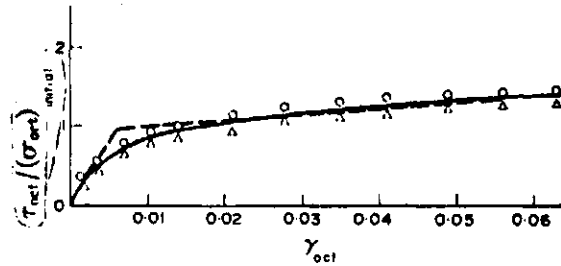


Fig. 31. De verhouding schuifspanning ( $\tau_{oct}$ ) normaal spanning ( $\sigma_{oct}$ ) uitgezet tegen de hoekverdraaiing ( $\gamma_{oct}$ ) (triaxiaal proef)

Als randcondities gelden (fig. 32):

- vlak 1 is de symmetrie-as, de last wordt symmetrisch opgelegd (cirkelvormig). Er is dus geen schuifspanning, verplaatsing kan dus alleen verticaal plaatsvinden;
- vlak 2 en 3 worden als vaste punten beschouwd. De grond kan zich dus slechts op één manier verplaatsen.

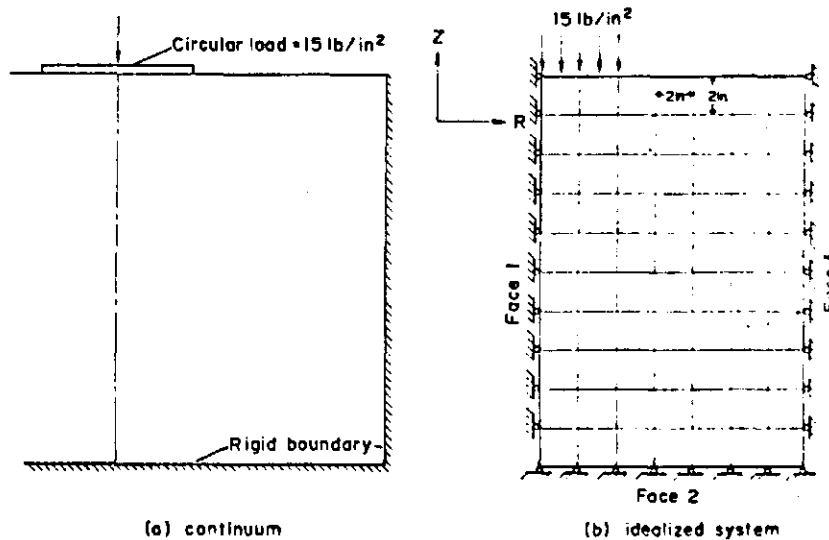


Fig. 32. Randvoorwaarden voor de berekening volgens de finite element methode

Bij de oplossing van het bewegende wielprobleem is ervan uitgegaan dat het een vlakke vervormingstoestand is. Deze aanname houdt in dat de breedte van het wiel relatief breed is en dat de spanningsverdeling (radiaal en tangentiaal) gelijk blijft over de breedte van het wiel. De grondmassa wordt hierbij lineair elastisch, homogeen en isotroop verondersteld. Er wordt gebruik gemaakt van driehoekige elementen (fig. 33).

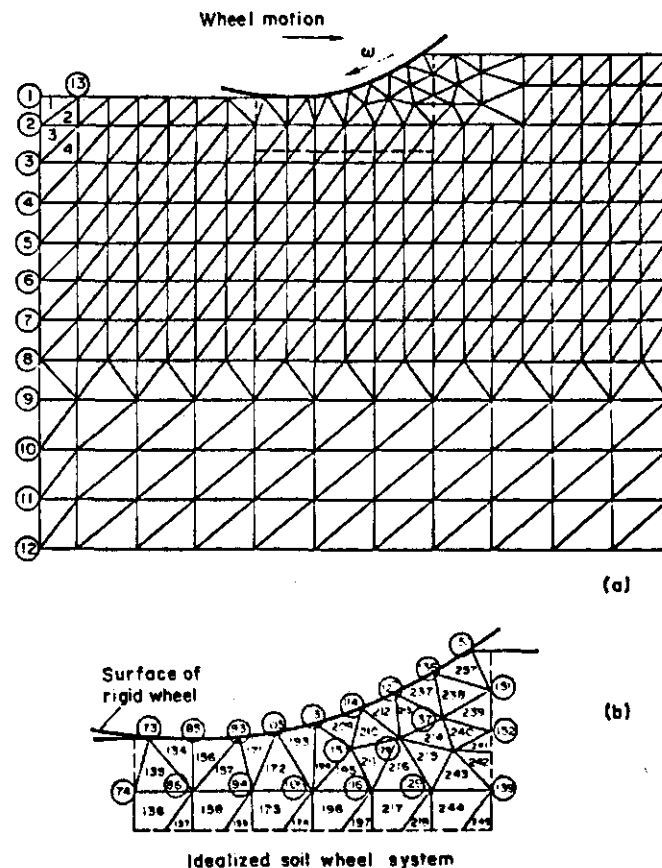


Fig. 33. Grond-wielsysteem met de element en knooppuntverdeling  
b. detail in het wiel-grondcontactvlak

Er is uitgegaan van een tangentiale- en een radiale spanningsverdeling in het grond-wielcontactvlak voor twee verschillende slippercentages (3,1% en 41,4%). Deze spanningsverdeling is opgedeeld naar het aantal elementen dat in het contactvlak voorkomt (fig. 33 en fig. 34). Als resultaat krijgt men dan per knooppunt een verplaatsing in x- en y-richting, de maximale hoofdspanning, maximum schuifspanning en de verplaatsingsvectoren.

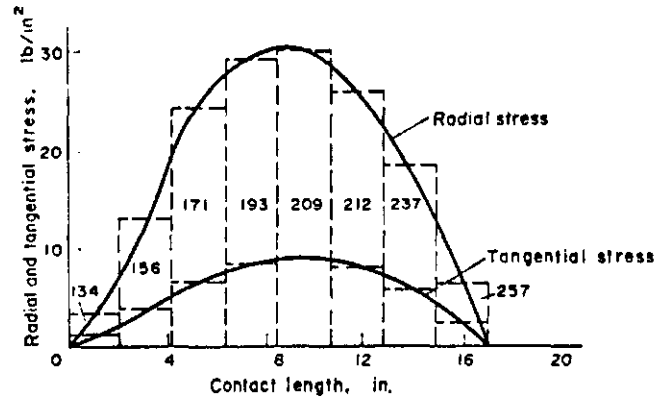


Fig. 34. Radiale- en tangentiële spanningsverdeling uitgezet tegen de contactlengte in het grond-wielcontactvlak

De uitkomst van het model voor 3,1% slip is voor de grootste hoofdspanning en de maximale schuifspanning in fig. 35 weergegeven.

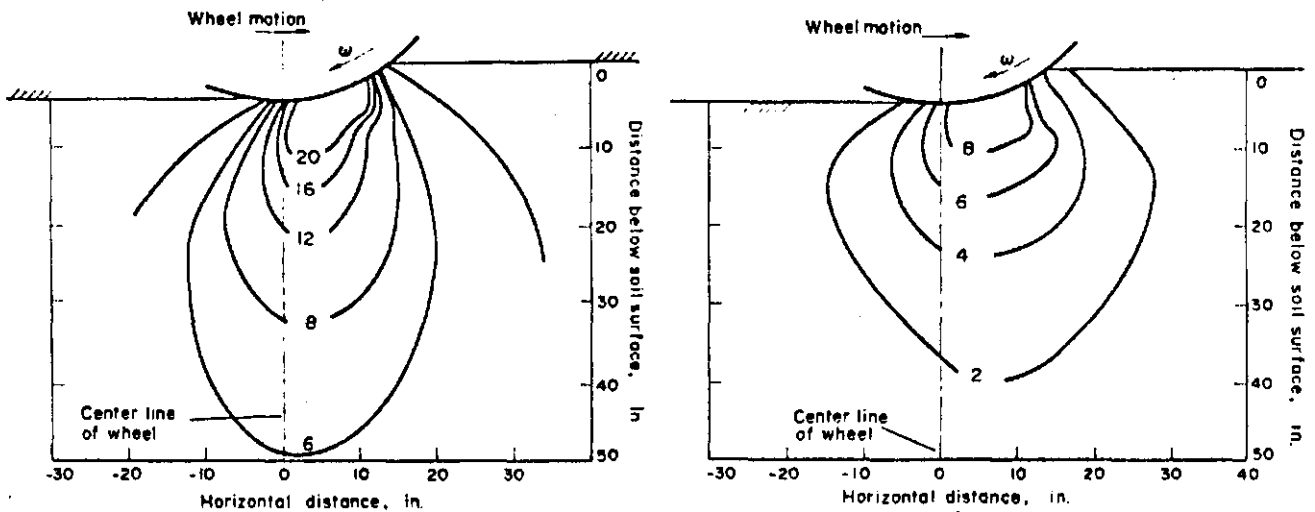


Fig. 35. Isobaren van de grootste hoofdspanning ( $1b/in^2$ ) 1. en de maximum schuifspanning ( $1b/in^2$ ) R voor een rijdend wiel (3,1%-slip) berekend met de finite element method (PERUMPRAL, 1971)



Met de finite element method heeft Perumpral ook een model ontwikkeld dat de dichtheid van triaxiaal monsters voorspelt bij verschillende vochtgehalte, basisdichtheid, cel steundruk en hoofdspinning. De theoretische achtergrond is gelijk aan die van de statische wielbelasting. De oplossing van het stelsel differentiaalvergelijkingen gebeurt echter met de eliminatiemethode van Gauss.

Ook Yong gebruikt de FEM om de spanningsverdeling en verplaatsing onder wielen te voorspellen. Hij benaderd het probleem echter op een andere wijze. Yong gaat ervan uit dat op een bepaald oppervlak S een bepaalde kracht wordt uitgeoefend ( $\{q\}$ ). Uitgaande van de hoeveelheid uit- en inwendige arbeid die verricht wordt stelt hij evenwichtsvergelijkingen op voor een coördinatenraster.

De uitwendige arbeid is dan:

$$\int_{\bar{V}} \bar{p}(q)^T d\{u\} d\bar{V} + \int_{\bar{A}} \{\bar{P}\}^T d\{u\} d\bar{A} \quad (105)$$

inwendige arbeid:

$$\int_{\bar{V}} \{\bar{\sigma}\}^T d\{\bar{\epsilon}\} d\bar{V} \quad (106)$$

De relatie tussen de vervorming en de verplaatsing is:

$$d\{\bar{\epsilon}\} = [B] d\{\delta\} \quad (107)$$

De evenwichtsvergelijking uitgaande van (105) en (106) wordt dan:

$$\{\psi\} = \{R\} - \int_{\bar{V}} [B]^T \{\bar{\sigma}\} dV = 0 \quad (108)$$

met

$$\{R\} = \int_{\bar{V}} \bar{p}[N]^T \{q\} d\bar{V} + \int_{\bar{A}} [N]^T \{\bar{P}\} d\bar{A}$$

Hierin is: [ ]	= matrixvorm	
{ }	= kolomvector	
{R}	= equivalent van uitwendige knooppuntkrachten	
{ $\psi$ }	= knooppuntkrachten nodig om het veronderstelde verplaatsingspatroon per knooppunt in evenwicht te brengen	
{ $\bar{P}$ }	= oppervlakte krachten per oppervlakte-eenheid van het vervormde lichaam	
{q}	= reactiekrachten per massa-eenheid	
[N]	= vormfunctie	
$\bar{v}$ en $\bar{a}$	= volume en oppervlakte van het vervormde lichaam	
$\bar{\rho}$	= dichtheid vervormde lichaam	
{U}	= verplaatsing in ieder punt van een kleinste deeltje	
{ $\delta$ }	= verplaatsing in de knooppunten	
{B}	= verplaatsingsfunctie	
{ $\bar{\sigma}$ }	en { $\bar{e}$ }	= vectorvormen van spanning en vervorming

Zowel {R} als { $\psi$ } hangen van de verplaatsingsparameters { $\delta$ } af.

Er wordt gebruik gemaakt van driehoekige elementen. Het geheel wordt als een continuum gezien zodat vervormingen van het ene element doorgegeven kunnen worden aan de naastliggende, onder voorwaarde dat er in totaal evenwicht is. De verplaatsing per knooppunt wordt bepaald met de Raleigh-Ritz methode.

De beweging van het wiel bestaat uit twee gedeelten: het eerste, het belasten van de grond. Dit wordt als een niet-lineair proces gezien. Het tweede gedeelte, het terugveren van de grond in het wielspoor. Dit wordt als een elastisch proces met een constante elasticiteitsmodulus gezien.

Als randvoorwaarden neemt Yong dat de horizontale verplaatsing van een grondelementje op een wieldiameterafstand vanaf de wielas verwaarloosbaar is. Hetzelfde geldt ook voor de verticale verplaatsing op een diepte groter of gelijk aan de wieldiameter. In het wiel-grondcontactvlak gelden specifieke functies voor de belasting en/of de verplaatsing.

De verplaatsingsfunctie in het grond-wielcontactvlak is afhankelijk van de insporing,  $\%$ -slip en de wieldiameter en kan worden omschreven met (zie fig. 36):

$$X = r_i (\theta_i - \theta) - r (\sin \theta_i - \sin \theta) \quad (109)$$

$$Y = r (\cos \theta - \cos \theta_i) \quad (110)$$

met:  $X, Y$  = coördinaten van het deeltje

$r$  = straal van het wiel

$r_i$  = afstand tussen wielas en het momentele bewegingscentrum

$\theta_i$  = positiecoördinaat op de wielas

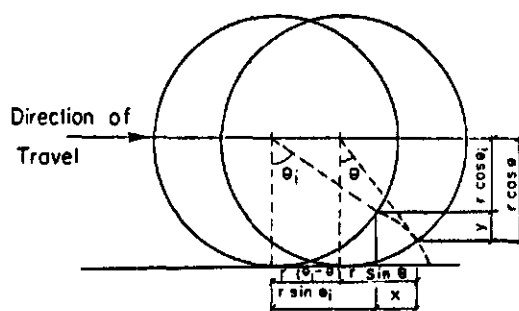


Fig. 36. Geometrische weergave van de plaatsfunctie aan het wieloppervlak

De spanningsberekening per knooppunt wordt gedaan aan de hand van curven uit triaxiaalmetingen. Deze relaties worden ook gebruikt om de waarde van de elasticiteitsmodulus  $E$  te berekenen. De dwarscontractiecoëfficiënt  $\nu$  wordt constant gehouden. De beginwaarde  $E_0$ , is de hellingshoek van de spanningsvervormingscurve bij normaalspanning = 0. De spanningen in de elementen als gevolg van de eerste verplaatsing worden berekend met de elasticiteitstheorie. De nieuwe waarde van de elasticiteitsmodulus  $E$  voor de volgende bewegingsintervallen worden met een niet lineaire spanningsvervormingscurve berekend. De berekende spanningen in de elementen kunnen gebruikt worden om de nieuwe  $E$ 's te berekenen. De nieuwe relaties worden gebruikt in de volgende belastingsstap.

Voor de belastingsstap voor en na passeren van het wiel wordt gebruik gemaakt van de volgende eigenschap:

$$\Delta W = \sigma_{ij} d \varepsilon_{ij} \quad (111)$$

als  $\Delta W < 0$  dan wordt het element niet meer belast en is

$$\sigma_{\text{oct}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} < 0.$$

Als  $\Delta W > 0$  en  $\sigma_{\text{oct}} > 0$  dan wordt het element belast.

De integraal van de belastingsgevallen wordt per element genomen met een controle op het wel of niet belasten tijdens de voorgaande iteratie. Als uitkomst geeft dit model een stroomlijndiagram van de verplaatsingen per grondelement, verticale en horizontale verplaatsingssnelheden en de vervormingsenergie (fig. 37).

Yong heeft een soortgelijk model ontwikkeld voor kleine luchtbanden. Een uitbreiding ten opzichte van het vorige model is dan de voorspelling van de grootte van het grond-contactvlak afhankelijk van de wioldimensies, de wiellast en de grondparameters (fig. 38).

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{4P}{\pi a^2} \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (112)$$

Hierin is:  $R_1$  = onvervormde wielstraal  
 $R_2$  = onvervormde grondstraal  
 $P$  = wiellast  
 $2a$  = lengte contactvlak grond en wiel  
 $E_1, E_2$  = elasticiteitsmoduli  
 $\nu_1, \nu_2$  = dwarscontratiecoëfficiënten (Poisson's ratio)

Houdt men rekening met de tangentiale spanningen in het grond-wielcontactvlak dan kan (112) worden aangepast tot:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{4P}{\pi a^2} \left( \frac{1 - \nu_2^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_1^2}{E_2} \right) / \left( 1 + \frac{K_2^2}{K_1^2} \right) \quad (113)$$

met

$$K_1 = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{1 - \nu_1}{G_1} + \frac{1 - \nu_2}{G_2} \right]$$

$$K_2 = \left[ \frac{1 - 2\nu_1}{G_1} - \frac{1 - 2\nu_2}{G_2} \right]$$

$$G_1 = \frac{E_1}{2(1 + \nu_1)}, \quad G_2 = \frac{E_2}{2(1 + \nu_2)}$$

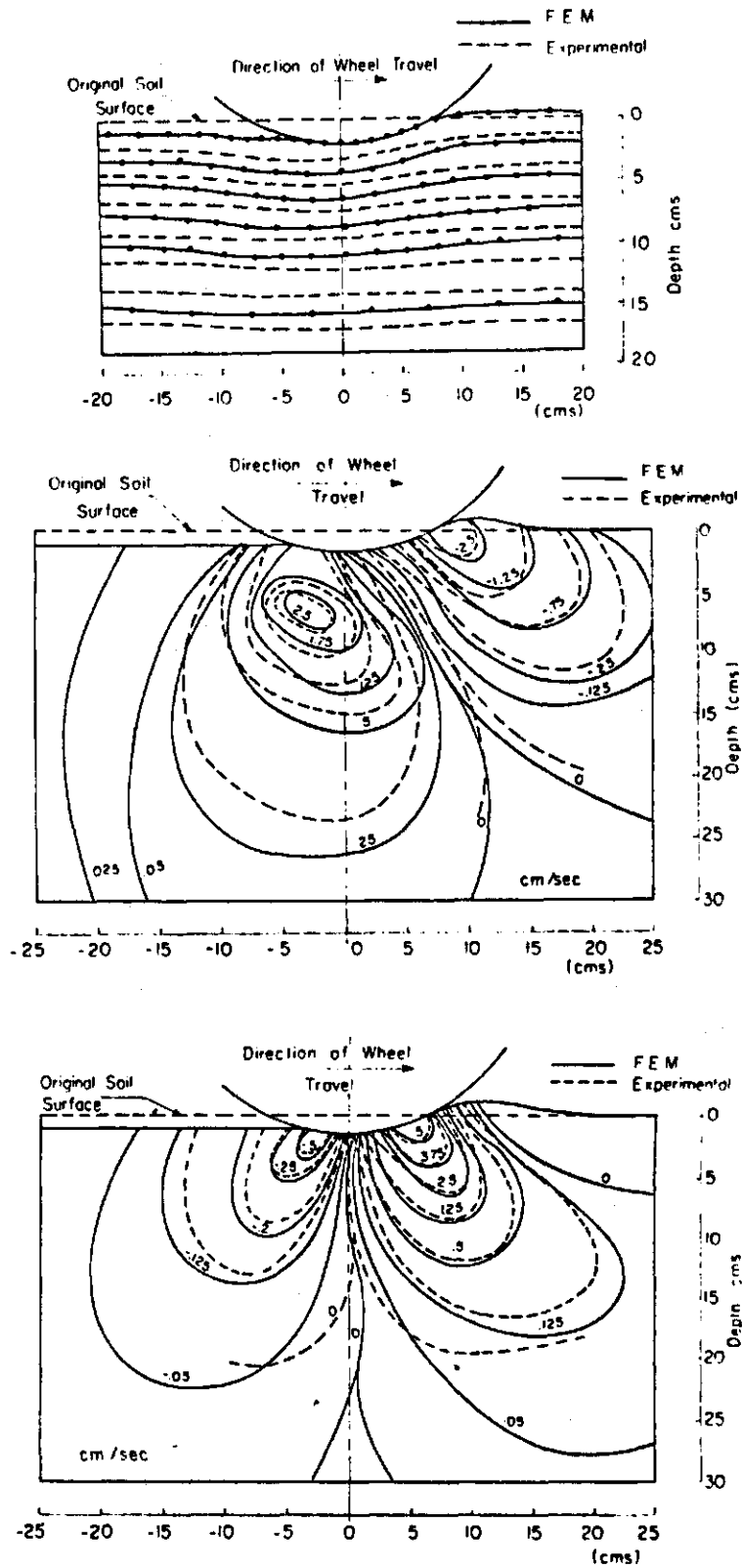


Fig. 37. Stroomlijndiagram (b), verticale snelheidscomponent (m) en horizontale verplaatsingssnelheidscomponent (o) voor een stalen wiel (15,5 kg, diameter 34,3 cm, breedte 10 cm) en een insparing van 1,8 cm berekend met FEM en gemeten

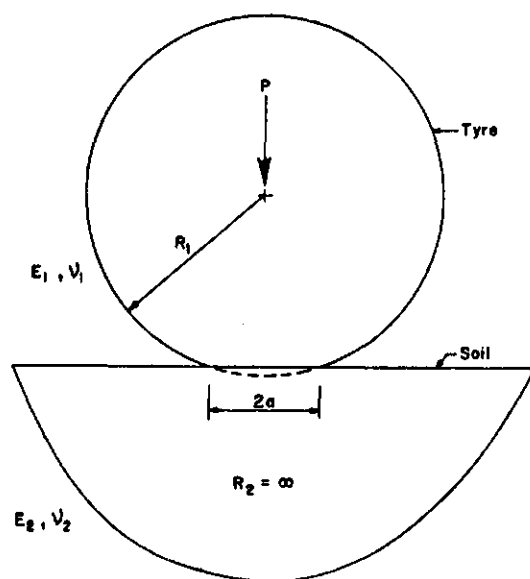


Fig. 38. Definiëring van het grond-wielcontactvlak

De tangenciaalspanning is evenredig met de normaalspanning volgens  $T = \mu P$  met  $\mu$  = wrijvingscoëfficiënt.

Verder werd ook de trekkracht berekend uit een energiebalans (fig. 39):

$$E' = D' + P_v + E_f + E_t \quad (114)$$

- met  $E'$  = inputenergie =  $T\omega$  (kg.cm/s)
- $D'$  = grondvervormingsenergie ( " )
- $P_v$  = nuttige outputenergie ( " )
- $E_f$  = grensvlakenergie =  $\frac{T}{R} (\omega R - V)$  ( " )
- $E_t$  = bandvervormingsenergie ( " )
- $T$  = gemeten koppel (kg.cm )
- $R$  = onbelaste straal (cm )
- $\omega$  = hoeksnelheid (rad/s )
- $V$  = translatiesnelheid (cm/s )

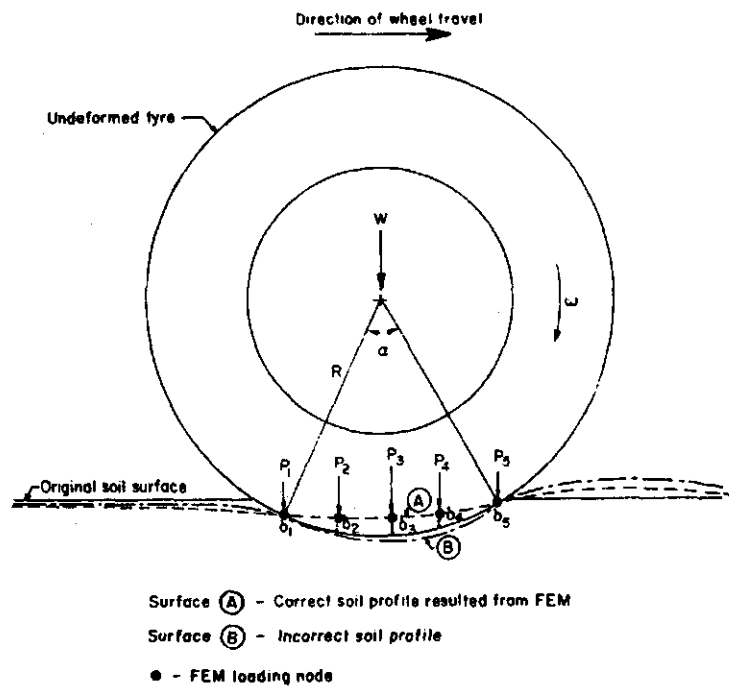


Fig. 39. Bepaling van de bandvervorming

De grondvervormingsenergie wordt bepaald uit de spanning per element ( $\sigma$ ), de vormverandering ( $\epsilon$ ) en de afmetingen ( $dx dy$ ) per element.

$$D' = \int \int \sigma \epsilon \, dx \, dy \quad (115)$$

De spanningsverdeling in het contactvlak wordt voorspeld met:

$$h = \frac{3}{4a} \frac{W}{B} \quad (116)$$

$$P_i = \frac{W}{B} \left[ -\frac{X^3}{4a^3} + h'x \right]_{d_1}^{d_2} \quad (117)$$

$$S_i = \frac{T}{rB} \left[ -\frac{X^3}{4a^3} + h'x \right]_{d_1}^{d_2} \quad (118)$$

met:  $P_i$  = normaal belasting op element  $i$   
 $S_i$  = tangentiële belasting op element  $i$   
 $W$  = opgelegde wiellast  
 $B$  = breedte contactvlak

T = gemeten koppel

r = onbelaste straal

$d_1$  = halve afstand tussen knooppunt i en i-1

$d_2$  = halve afstand tussen knooppunt i+1 en i

$h' = \frac{3}{4a}$

De vervormingsenergie van de band wordt berekend uit de vergelijking voor en na belasting met een wiellast (vergelijkende knooppunten in fig. 39 en de bijbehorende  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  en  $\delta_4$ ). De rolweerstand van het wiel kan dan als volgt worden bepaald:

$$R_r = \frac{B \sum_{i=1}^n P_i \delta_i}{\alpha R} \quad (119)$$

met: B = bandbreedte

$P_i$  = kracht in knooppunt i

$\delta_i$  = bandvervorming in punt i

$\alpha$  = toegestane hoek in het contactvlak

R = onbelaste straal

n = aantal knooppunten in het contactvlak

Hiermee is ook controle mogelijk op de initiële spanningsverdeling (parabolisch) in het grond-wielcontactvlak doordat de grensvallen behorend bij de specifieke band bekend zijn.

Het model uitgeschreven in een stroomdiagram is in fig. 40 weergegeven.

De resultaten van dit model voor de vervormingsenergie en de energiebalans voor een 3,00-4,00 4 PR-band met een wiellast van 31,8 kg, een gemiddelde contactdruk van  $0,41 \text{ kg/cm}^2$  en 45,2%-slip is in fig. 41 weergegeven.



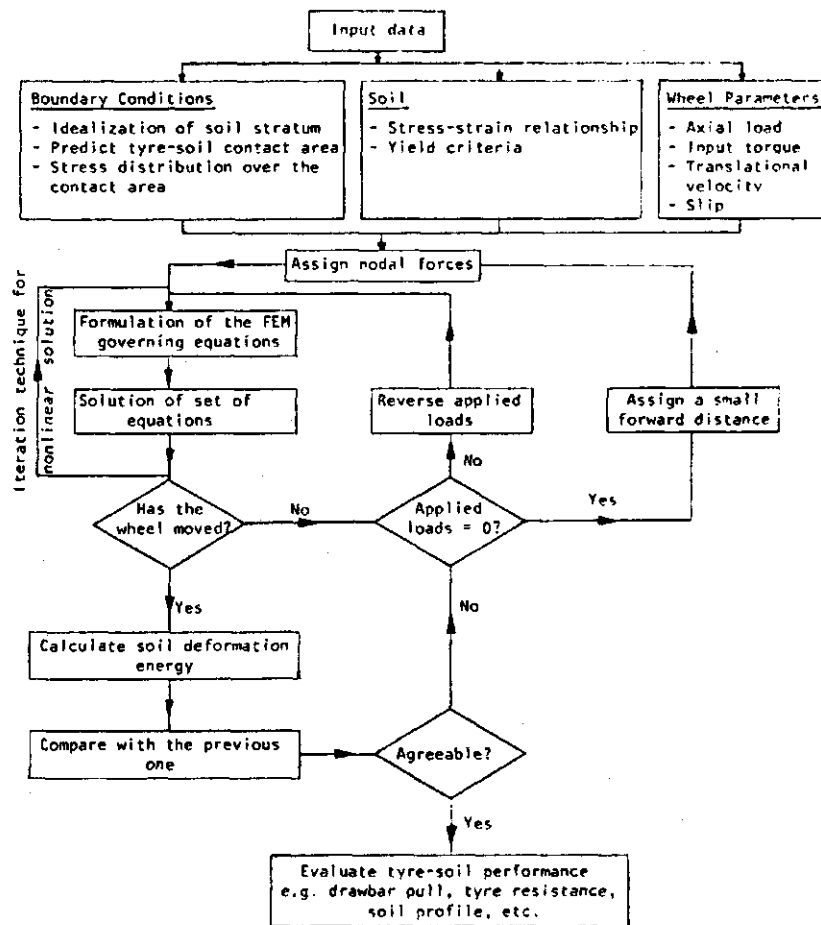


Fig. 40. Stroomdiagram van het FEM-model van Yong voor een rijdend wiel (luchtband) over losse grond

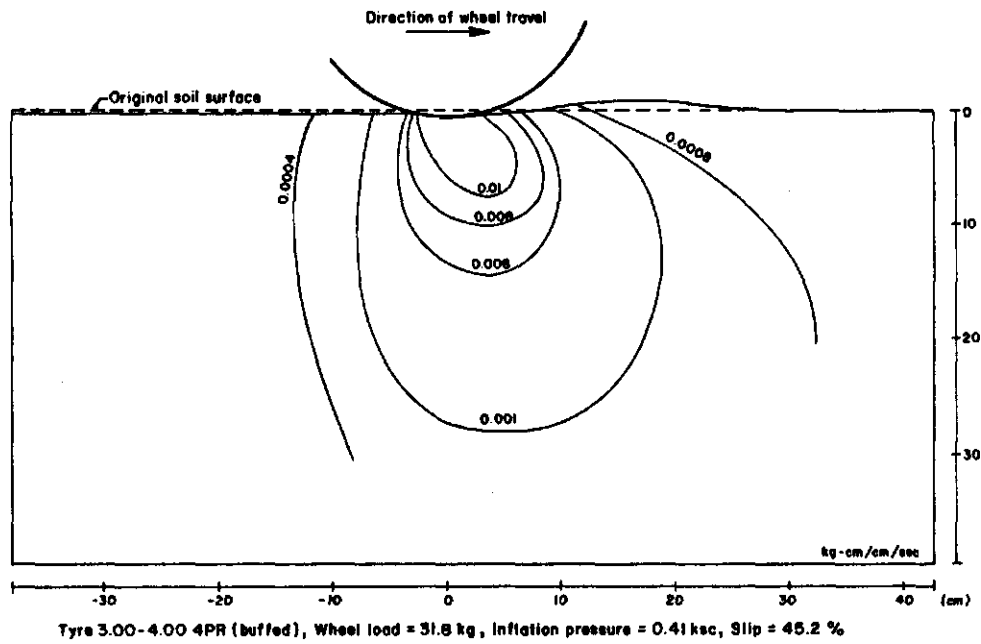
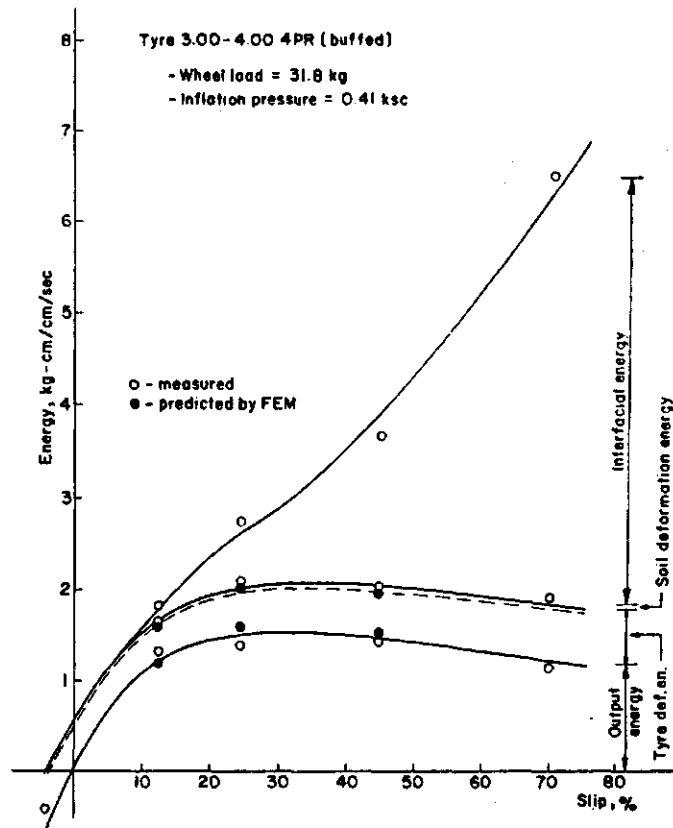


Fig. 41. Resultaat van het FEM-model van Yong voor een rijdend wiel (luchtband) over losse grond; energiebalans (b) en vervormings-energiecontouren onder het wiel in de grond (0)

#### 2.2.4. Statistisch model van Raghavan

RACHAVAN en McKYES (1978) beschrijven een statistisch model om verdichting onder wielen te berekenen. Zij gaan uit van de initiële grond dichtheid, het vochtgehalte en de plaats in de grond ten opzichte van het wiel. Hieruit wordt met de kleinste kwadratenmethode een empirische dichtheidsformule bepaald afhankelijk van: diepte beneden maaiveld, afstand tot centrum spoor, contactdruk in wiel-grondcontactvlak, aantal keren door hetzelfde spoor rijden, vochtgehalte van de grond en het percentage slip van het wiel.

Deze analyse wordt gedaan voor vier grondsoorten, drie slippercentage klassen en 2 klassen met vochtgehalten. Zo ontstaan 32 verschillende formules die afhankelijk zijn van de ingevoerde meetgegevens (fig. 42).

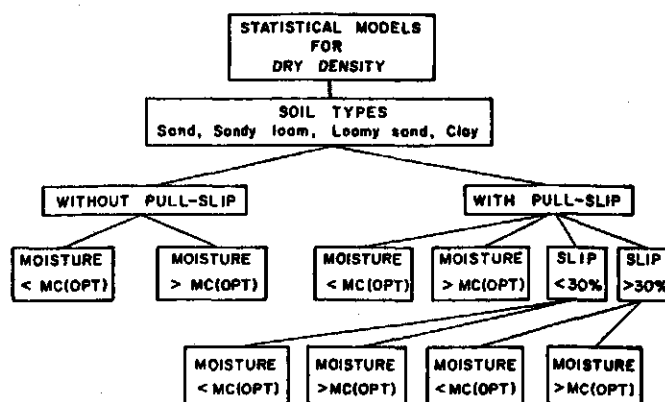


Fig. 42. Beslissingsdiagram voor het verkrijgen van verschillende dichtheidsformules

Als grens voor de slippercentageklassen wordt voor alle grondsoorten 30%-slip gesteld. Het optimale vochtgehalte voor verdichting voor de verschillende grondsoorten uit Proctor-proeven verschilt. Zo is deze voor:

- sand  $MC_{opt} = 15,3\%$
- sandy loam  $MC_{opt} = 22,0\%$
- loamy sand  $MC_{opt} = 20,0\%$
- clay  $MC_{opt} = 31,5\%$

Een voorbeeld van de uitkomst van deze werkwijze voor een sandy loam ziet er als volgt uit:

*All values of slip and moisture < 22%*

$$\gamma_{dry} = 2.20 + 0.0013(y) - 0.00023(x) + 0.0004(s) + 0.011(\ln(np)) - 0.268(\ln(mc)) \quad (120)$$

$N = 517$ , " $R$ " = 0.50 (0.0001). For a 21-variable, " $R$ " = 0.68.

*All values of slip and moisture > 22%*

$$\gamma_{dry} = 2.62 + 0.0072(y) - 0.00017(x) + 0.00054(s) + 0.015(\ln(np)) - 0.466(\ln(mc)) \quad (121)$$

$N = 1611$ , " $R$ " = 0.84 (0.0001). For a 21-variable model, " $R$ " = 0.88.

*All moisture and slip < 30%*

$$\gamma_{dry} = 2.47 + 0.0052(y) - 0.00013(x) + 0.0024(s) + 0.0069(\ln(np)) - 0.415(\ln(mc)) \quad (122)$$

$N = 1711$ , " $R$ " = 0.84 (0.0001). For a 21-variable model, " $R$ " = 0.90.

*All moisture and slip > 30%*

$$\gamma_{dry} = 2.40 + 0.0075(y) - 0.00039(x) - 0.0008(s) + 0.038(\ln(np)) - 0.395(\ln(mc)) \quad (123)$$

$N = 418$ , " $R$ " = 0.91 (0.0001), For a 21-variable model, " $R$ " = 0.94.

*Moisture < 22% and slip < 30%*

$$\gamma_{dry} = 2.19 + 0.0013(y) - 0.00023(x) + 0.0008(s) + 0.012(\ln(np)) - 0.264(\ln(mc)) \quad (124)$$

$N = 477$ , " $R$ " = 0.50 (0.0001). For a 21-variable model, " $R$ " = 0.73.

*Moisture > 22% and slip < 30%*

$$\gamma_{dry} = 2.57 + 0.0071(y) + 0.00063(x) + 0.0027(s) + 0.004(\ln(np)) - 0.460(\ln(mc)) \quad (125)$$

$N = 1234$ , " $R$ " = 0.83 (0.0001). For a 21-variable model, " $R$ " = 0.88.

*Moisture < 22% and slip > 30%*

$$\gamma_{dry} = 1.46 - 0.00045(y) + 0.0008(x) - 0.0023(s) + 1.37(\ln(np)) - 0.411(\ln(mc)) \quad (126)$$

$N = 40$ , " $R$ " = 0.70 (0.0001). For a 13-variable model, " $R$ " = 0.77.

*Moisture > 22% and slip > 30%*

$$\gamma_{dry} = 2.61 + 0.0084(y) - 0.00048(x) - 0.00018(s) + 0.018(\ln(np)) - 0.459(\ln(mc)) \quad (127)$$

$N = 378$ , " $R$ " = 0.89 (0.0001). For a 20-variable model, " $R$ " = 0.92.

Met hierin:  $x, y$  = plaatscoördinaten vanuit midden wielspoor

$s$  = %-slip

$n$  = aantal keren berijden

$p$  = contactdruk

$mc$  = vochtgehalte

De toepasbaarheid van dit soort empirische formules in andere gebieden dan Canada is natuurlijk twijfelachtig.

#### 2.2.5. Model van Blackwell en Soane

BLACKWELL en SOANE (1981) beschrijven een model waarbij voor verschillende grondomstandigheden (uit praktijkomstandigheden) spannings- en vervormingsparameters ontwikkeld zijn. De grondcontactdruk werd berekend uit bandentabellen en fabrieksgegevens (betonbaan). De spanningsverdeling in de grond werd bepaald volgens Söhne's voorspellingsmethode.

Per grondelementje wordt de totaal op te leggen spanning in kleine stapjes toegediend totdat er een eindhichtheid ontstaat. De spanningsdichtheidsrelatie volgt uit triaxiaalproeven. Uit de spanningsverdeling voor een kolom elementjes is dan de totale insporingsdiepte te berekenen.

Als resultaat van dit model na eenmalig berijden van de grond met een maaidorser onder gunstige omstandigheden, ontstaat volgend beeld (fig. 43).

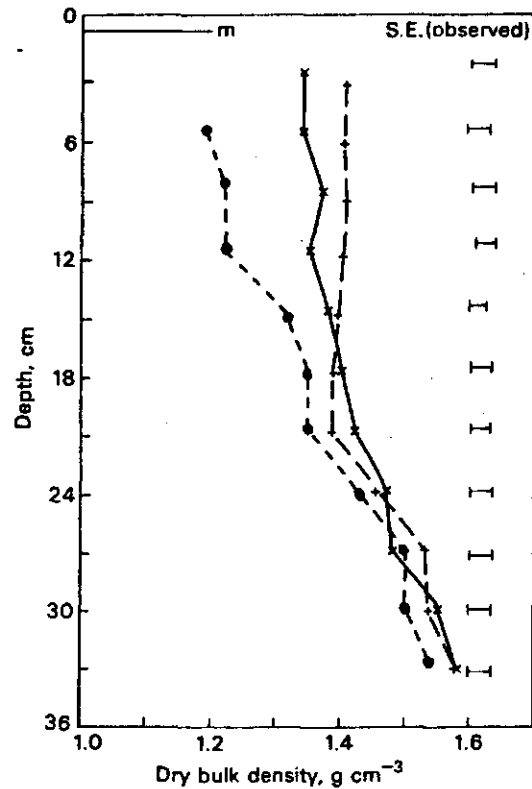


Fig. 43. Voorspelde waarden van het droog volumegewicht met het model van Blackwell en Soane na berijden met een maaidorser (+) vergeleken met gemeten waarden voor (.) en na (x) passeren (m = gemiddelde insporingsdiepte, SE = standaardafwijking)

### 3. HET GRONDVERDICHTINGSMODEL COMPAC

#### 3.1. Inleiding

Het computermodel COMPAC is een door ir. Boels in FORTRAN IV geschreven grondverdichtingsprogramma. Omdat dit model nog niet operationeel was ben ik met dit model verder gegaan.

In eerste instantie was het grootste probleem het gehele programma te doorzien. Er was naast de enkele persoonlijke aantekeningen van ir. Boels, geen documentatie omtrent dit programma.

Na enkele onvolkomenheden opgelost te hebben was het uiteindelijke resultaat een werkende versie van het oorspronkelijke (nog niet draaiende) programma. Een beschrijving hiervan wordt in de volgende paragrafen gegeven.

### 3.2. Theoretische achtergrond

In een vlak werken in een willekeurig punt  $(x, z)$  normaalspanningen,  $P_x$  in x-richting en  $P_z$  in z-richting. Loodrecht op deze normaalspanningen werken schuifspanningen, respectievelijk  $\tau_{xz}$  en  $\tau_{zx}$  (zie fig. 44). De normaal- en schuifspanningen zijn niet uniform verdeeld. Wel heerst in elk punt evenwicht van krachten en van momenten (geen rotatie). Indien aan deze voorwaarden is voldaan, geldt indien de invloed van de massa van het medium en de versnellingskrachten worden verwaarloosd:

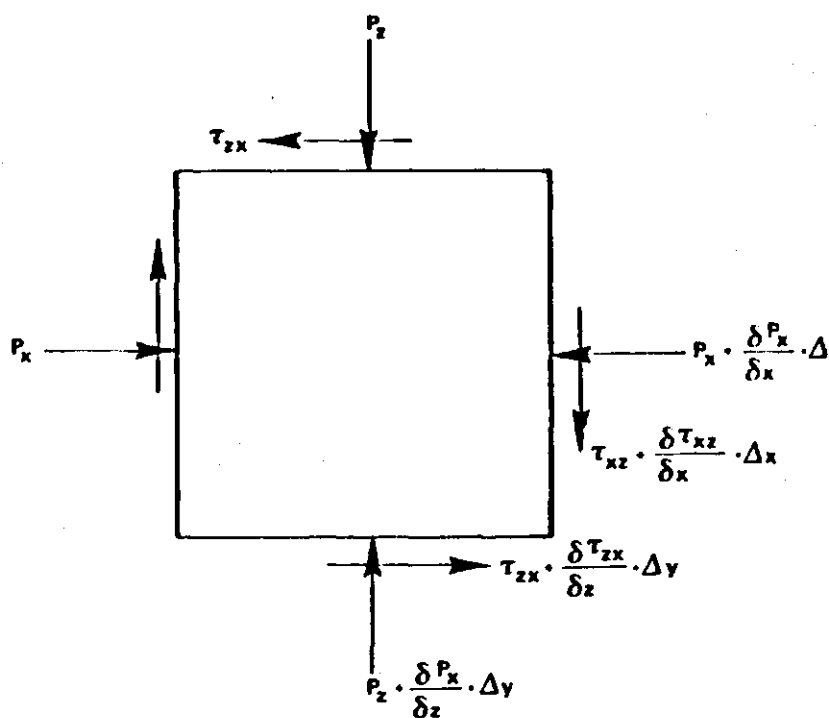


Fig. 44. Normaal- en schuifspanningen in een willekeurig vlak in de grond

$$\frac{dP_x}{dx} + \frac{d\tau_{xz}}{dz} = 0 \quad (128)$$

$$\frac{dP_z}{dz} + \frac{d\tau_{zx}}{dx} = 0 \quad (129)$$

Spanningen veroorzaken verplaatsingen in het medium. In de x-richting en z-richting worden deze respectievelijk aangeduid als u en v. Volgens de elasticiteitstheorie hangen de verplaatsingen samen met de spanningen volgens:

$$\frac{dv}{dz} = (P_z - \nu P_x)/E \quad (130)$$

$$\frac{du}{dx} = (P_x - \nu P_z)/E \quad (131)$$

$$\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dz} = \tau/K \quad (132)$$

Expliciet geschreven naar  $P_x$  en  $P_z$ :

$$P_x = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{du}{dx} + \frac{\nu}{1-\nu^2} E \frac{dv}{dz} \quad (133)$$

$$P_z = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{dv}{dz} + \frac{\nu}{1-\nu^2} E \frac{du}{dx} \quad (134)$$

Voorts geldt:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} \right) K \quad (135)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} \right) K \quad (136)$$

Differentiatie van vergelijking (134) naar z en van (133) naar x en substitutie hiervan met (135) en (136) in vergelijking (128) en (129) levert:

$$\frac{E}{1-\nu^2} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + K \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\nu}{1-\nu^2} E \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + K \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} = 0 \quad (137)$$

$$\frac{E}{1-\nu^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\nu}{1-\nu^2} E \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial x} + K \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} = 0 \quad (138)$$



Hierin is:

$E$  = elasticiteitsmodulus (Young's modulus)

$\nu$  = dwarscontractiecoëfficiënt (Poissons' ratio)

$K = \frac{E}{2}(1 + \nu)^{-1}$  (glijdingsmodulus)

$v$  = verticale verplaatsing (in z-richting)

$u$  = horizontale verplaatsing (in x-richting)

Om de tweede graads differentiaalvergelijkingen (137) en (138) op te lossen moeten er randvoorwaarden worden gedefinieerd. Dit stuit nog op onoverkomelijke problemen.

Om de grondverdichting toch te kunnen berekenen wordt er een vereenvoudiging aangenomen. De grond wordt als een quasi-elastisch medium voorgesteld waarin de grootste spanningen voornamelijk in verticale richting werken. Dit betekent dat  $P_x$  en  $\tau_{zx}$  dan 0 zijn. Onder deze aanname gaat het stelsel over in:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{E}{K} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \quad (139)$$

Door vergelijking (139) numeriek op te lossen voor ieder knooppunt van een twee-dimensionaal raster dat loodrecht op de rijrichting staat, worden de verticale verplaatsingen van de grondelementjes onder het wiel berekend. Uitgegaan wordt van een opgegeven insporingsdiepte (fig. 45). De randvoorwaarden zijn dan:

aan het oppervlak - in het traject (0,0)-(0,B)	$v = f(z)$
- in het traject (0,B)-(0,L)	$P_z = 0$ , dus $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$
aan de onderkant - in het vlak (D,0)-(D,L)	$v = 0$
aan de zijvlakken - in het vlak door het midden van het wiel	$\frac{\partial v}{\partial x} = 0$
- in het vlak (0,L)-(D,L)	$v = 0$

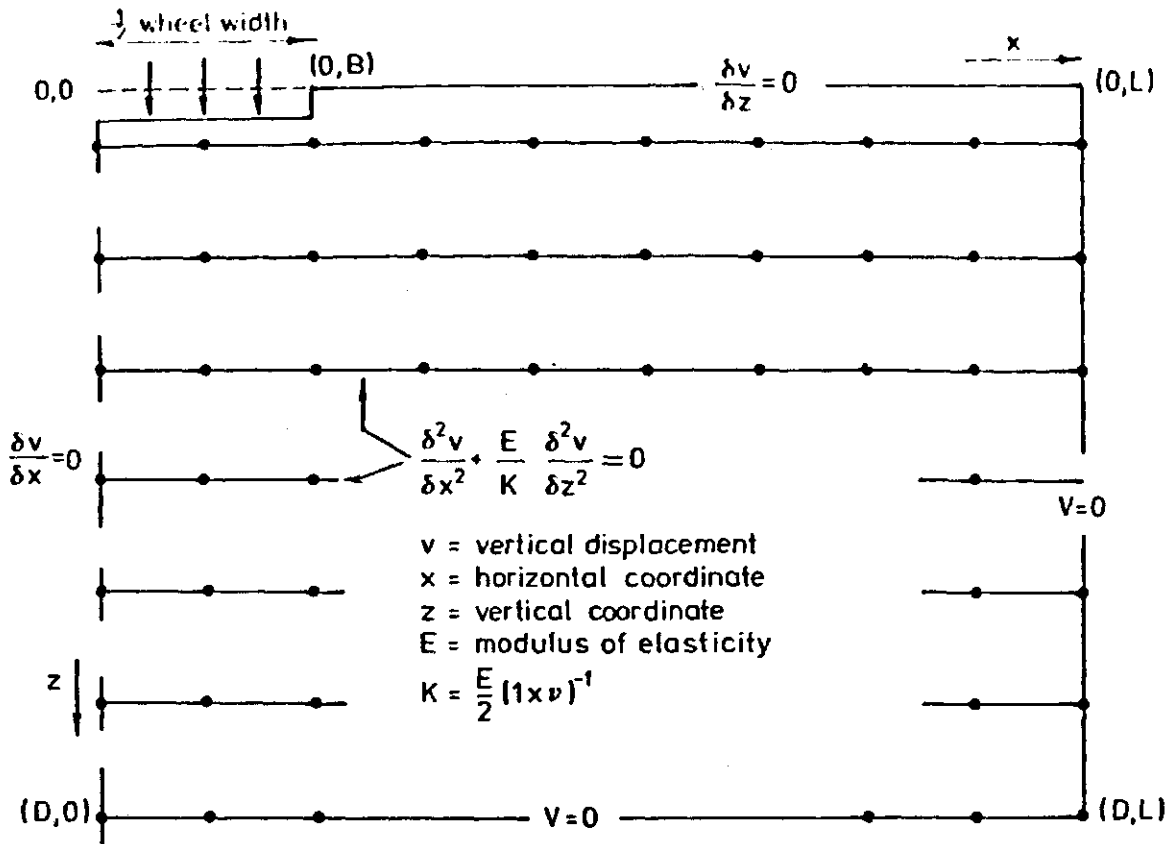


Fig. 45. Randvoorwaarden voor een symmetrisch belastingsvraagstuk

### 3.3. Bepaling van de modelparameters

Zoals blijkt uit het voorgaande hoofdstuk zijn in alle beschreven modellen verschillende relaties nodig die het verband tussen karakteristieke grondgrootheden aangeven. Veelal worden deze relaties proefondervindelijk vastgesteld onder laboratoriumomstandigheden en daarna vertaald naar de praktijk. Meestal gaat men van geïdealiseerde omstandigheden uit.

Een manier om verschillende relaties uit een grondmonster te halen is dit in een triaxiaalapparaat te beproeven. Voor de werkwijze hiervan verwijs ik naar de literatuur (TUIK (1983), LAMBE (1969), KARAFIATH (1978) en BEKKER (1969)).

Een voorbeeld van een belangrijke relatie voor het grondverdichtingsmodel is de afhankelijkheid van de dichtheid ( $\rho$ ) van de opgelegde belasting ( $P$ ). Deze relatie kan in verschillende vormen worden gegoten, bijvoorbeeld een  $K$ -de graads polynoom, een  $e$ -machtsfunctie of een

logaritmische functie. In het model COMPAC (en ook in de modellen RUT.FOR en SOEHNE die later beschreven worden) wordt gebruik gemaakt van de logaritmische functie  $\rho = a + b \ln P$  zoals die ook door SÖHNE (1958) gebruikt wordt. Deze dichtheidsbelastingsfunctie is afhankelijk van het vochtgehalte van de grond. Uit samendrukkingsproeven van DANIELS (1977) (fig. 46) is bij één bepaald vochtgehalte van een grond een dichtheidsbelastingsfunctie af te leiden door de dichtheid tegen de opgelegde spanning uit te zetten.

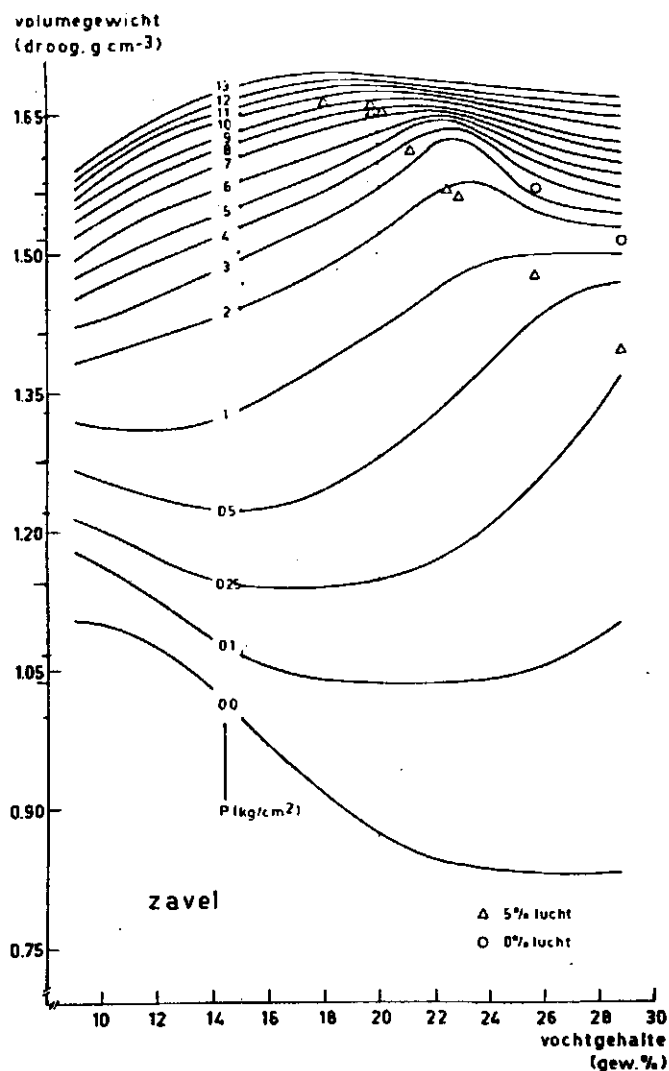


Fig. 46. Dichtheid ( $\rho$ ) van zavel na samendrukken bij verschillende druk ( $P$ ) en bij variërende (aanvangs-)vochtgehalten

Dit kan ook gedaan worden met de resultaten van triaxiaalproeven zoals beschreven door TUIK (1983), voor grond met verschillende vochtgehalten. Hieruit is tevens de relatie tussen de opgelegde last en de volumeverandering respectievelijk de lengteverandering (insporing) van het grondmonster te halen (fig. 48).

In het model COMPAC wordt uitgegaan van een quasi-elastisch grondgedrag. Een elastisch gedrag veronderstelt een samenhang tussen opgelegde last en hoogteafname waarbij bij het wegvallen van de belasting het monster zijn oude volume weer inneemt. Er is verder een lineair verband tussen opgelegde last en hoogteafname. Aan geen van deze voorwaarden voldoet grond volledig. Dit betekent echter niet dat een elastisch gedrag niet verondersteld kan worden. Bedacht dient te worden dat het proces irreversibel is.

Uit de samenhang tussen volumegewicht, opgelegde last en het volume of de hoogte van het monster in triaxiaalproeven kunnen de parameters  $E$  en  $v$  berekend worden (en dus  $K$ ). Hierdoor kan de differentiaalvergelijking (139) opgelost worden.

Het verband tussen het volumegewicht en de opgelegde last kan logaritmisch beschreven worden (fig. 47):

$$\rho = a + b \ln p \quad (140)$$

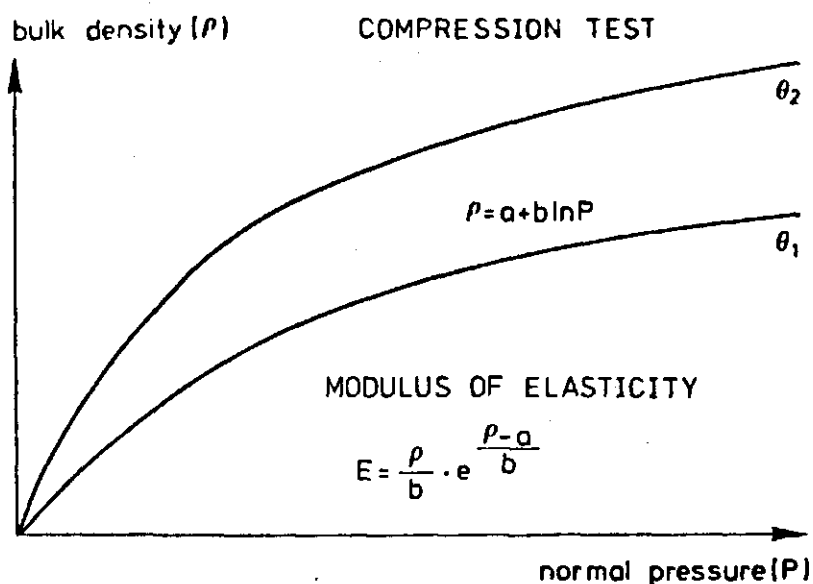


Fig. 47. Voorbeeld van een volumegewicht-normaalspanningsrelatie uit een samendrukkingsproef

met daarin:  $\rho$  = droog volumegewicht  
 $a, b$  = constanten afhankelijk van grondsoort en vochtgehalte  
 $P$  = normaaldruk

$a$  en  $b$  kunnen gemakkelijk worden verkregen door het droog volumegewicht semi-logaritmisch uit te zetten tegen de normaalspanning. De elasticiteitsmodulus wordt gegeven door:

$$E = (1 - \nu^2) \frac{P}{\epsilon} \quad (141)$$

$\epsilon$  kan gevonden worden uit de relatieve hoogteafname van een monster bij belasting:

$$\epsilon = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \quad (142)$$

Hierin is  $\rho_0$  de oorspronkelijke en  $\rho$  de actuele dichtheid van het monster. Vergelijking (142) kan herschreven worden tot:

$$\rho_0 = \rho - \rho \epsilon \quad (143)$$

$$\rho_0 = \rho - \frac{d\rho}{dp}$$

zodat

$$\rho \epsilon = p \frac{d\rho}{dp} = p \frac{b}{p} = b \rightarrow \epsilon = \frac{b}{p} \quad (144)$$

Door combinatie van de vergelijkingen (141) met (140) en (143) kan de elasticiteitsmodulus berekend worden:

$$\frac{E}{1 - \nu^2} = \frac{\rho}{b} e^{\frac{\rho - a}{b}} \quad (145)$$

De tweede onbekende variabele uit vergelijking 139 is  $K$ , deze kan dan gevonden worden door  $\nu$  in de volgende vergelijking in te vullen:

$$K = \frac{E}{2} (1 + \nu)^{-1} \quad (146)$$

### TRIAXIAL TEST

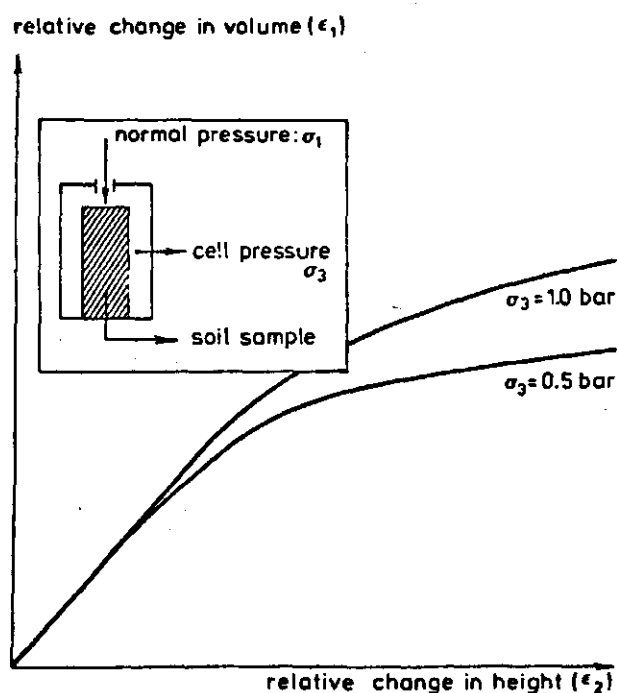


Fig. 48. Relatieve volumeverandering ( $\epsilon_1$ ) en relatieve hoogteverandering ( $\epsilon_2$ ) van een grondmonster bij verschillende celsteundrukken ( $\sigma_3$ ) en vochtgehalten. Inzet principe triaxiaalproef

$v$  kan berekend worden uit triaxiaalproeven (zie de inzet fig. 48).

In het triaxiaalapparaat wordt een grondmonster in een rubber membraan tussen drukplaten gesloten. Het monster wordt dan belast met een normaallast  $\sigma_1$  terwijl een radiale druk  $\sigma_3$  door middel van lucht (of water) druk is aangebracht.

Tijdens de triaxiaalproef worden de relatieve volumeverandering ( $\epsilon_1$ ) en de hoogteverandering ( $\epsilon_2$ ) van het monster gemeten. Uit deze gegevens kan  $v$  bepaald worden:

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \frac{1}{1 - 2v} = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{\sigma_1 - 2v\sigma_3} \quad (147)$$

Invullen van  $v$  uit vergelijking (147) in vergelijking (146) levert de tweede onbekende  $K$  in vergelijking (139).

Het model houdt geen rekening met horizontaal werkende krachten en dus ook niet met horizontale verplaatsingen. De dwarscontractiecoëfficiënt  $v$  dient dus te worden bepaald bij combinaties van  $\sigma_1$  en  $\sigma_3$  die de praktijk ongeveer benaderen. Bovendien blijkt de absolute grootte van  $\epsilon_1$  en  $\epsilon_2$  bij geringe waarden van  $\epsilon_2$  vrij ongevoelig te zijn voor

de grootte van de opgelegde last (zie fig. 48). Het gebruik van één waarde van  $v$  is daardoor mogelijk, hoewel niet fraai.

### 3.4. Beschrijving van het programma COMPAC

Het in FORTRAN IV geschreven programma COMPAC berekent de grondverdichting onder een wielspoor, uitgaande van een opgegeven insporingsdiepte aan het oppervlak. Hiervan uitgaand wordt de verplaatsing van knooppunten in een raster dat loodrecht staat op de bewegingsrichting, berekend (zie fig. 45). Het raster is onderverdeeld in lagen en kolommen die verder opgedeeld kunnen zijn in sublagen en subkolommen. Per hoofdlaag en hoofdkolom kunnen verschillende mechanische eigenschappen worden ingevoerd (fig. 49).

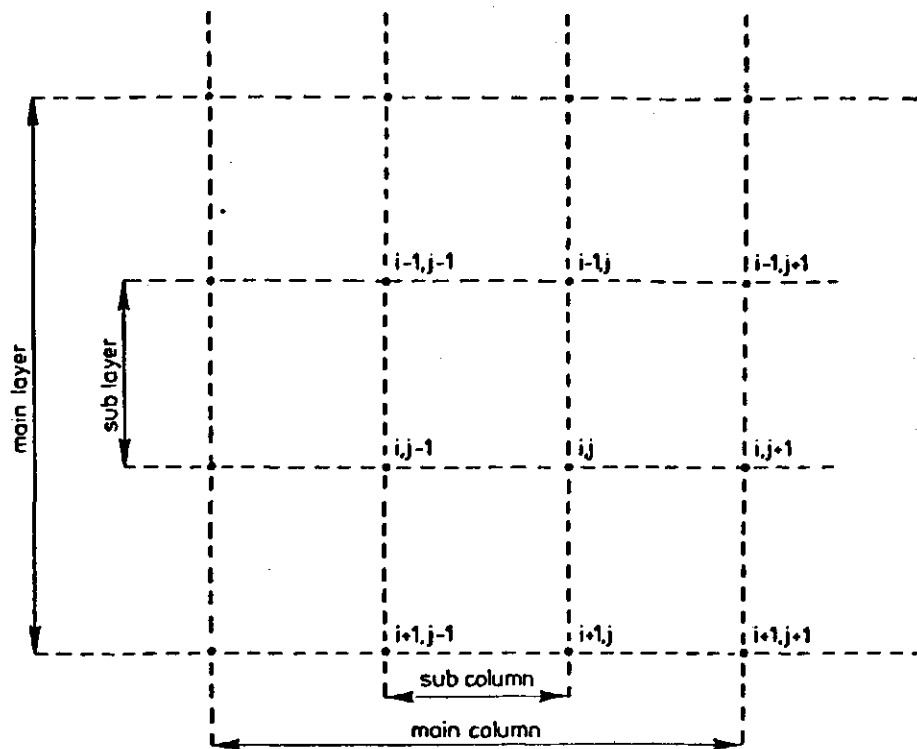


Fig. 49. Verdeling van de lagen, kolommen en roosterpunten binnen het aangebrachte raster

Uit de verplaatsing van de knooppunten kan de verandering van het volumegewicht voor een grondelementje tussen vier knooppunten berekend worden. Er wordt dan uitgegaan van een gedeeltelijk elastisch karakter van de grond.

Het programma COMPAC bestaat uit een hoofdprogramma dat een verschillend aantal subroutines bij herhaling aanroept. Een beschrijving van de verschillende subroutines volgt hierna.

#### Subroutine READIT

Vanuit een input-file wordt ingelezen voor welk stuk grond  $LAAGD(I) \times KOLBR(J)$  de verplaatsing en de verdichting uitgerekend moet worden.

Zo voert men het aantal grondlagen  $I=NLAY$  in waaruit de verschillende grondkolommen  $J=JKOL$  bestaan, onderverdeeld in een aantal sublagen  $NSUBL(I)$  en subkolommen  $NSUBK(J)$ . Van iedere sublaag worden per laag de initiële dichtheid  $INITRO(I)$  en de  $A(I)$  en  $B(I)$  factor (uit vgl. 140) ingevoerd. Ook wordt ingelezen waar aan het oppervlak het spoor ligt  $XRUT(J)$  en hoe diep dit is  $RUTDEP(J)$ . Naast deze gegevens die direct voor de berekening nodig zijn wordt ook de naam van de output-file ingelezen en het aantal cycli  $INCREA$  dat het programma een bepaald stuk moet doorlopen omdat de totale insporingsdiepte in stappen wordt opgedeeld die dan afzonderlijk berekende dichtheden en verplaatsingen geven.

#### Subroutine GRID

In de subroutine GRID wordt uit de verzamelde input-gegevens van subroutine READIT een raster samengesteld. Hierin worden de x- en z-coördinaten van de knooppunten berekend en wordt per knooppunt de initiële dichtheid ( $RHO(I,J)=INITRO(I)$ ) en de initiële verplaatsing toegekend ( $PSI(I,J)=0$ ).

De volgende subroutines BOUND, RESIST, SOLVE en PRINT worden een aantal malen doorlopen.

#### Subroutine BOUND

Hierin wordt de plaats van het opgelegde spoor aan het oppervlak vastgelegd door een parameter  $IRAND(J)$  op 1 te zetten (geen spoor dan is  $IRAND(J)=0$ ). De opgelegde insporing wordt in een aantal stappen



STEP verhoogd tot de eindwaarde, de insporingsdiepte van het wiel.  
STEP wordt ingelezen in READIT door de parameter INCREA.

#### Subroutine RESIST

De berekening van de elasticiteitscoëfficiënten (weerstand tegen vervorming) in x-richting RH(I,J) en in z-richting RV(I,J) worden afhankelijk van de actuele dichtheid RHO(I,J) per knooppunt berekend.

Allerst worden de afstanden tussen de knooppunten waarop de verticale elasticiteitscoëfficiënt RV(I,J) betrekking heeft berekend DELTY en AREAX. Dit wordt ook gedaan voor de horizontale elasticiteitscoëfficiënt RH(I,J) waarbij ook de dwarscontractiecoëfficiënt  $\nu$  meespeelt; AREUP, ARESUP en DELTX.

$$EUP = \frac{K}{E}(\text{DENS1}/B(K)) * \text{EXP}(\text{DENS1}-A(K)/B(K))$$

$$ESUP = \frac{K}{E}(\text{DENS2}/B(K)) * \text{EXP}(\text{DENS2}-A(K)/B(K))$$

$$\frac{K}{E} = \frac{1}{2(1+\nu)} = \text{VERH}$$

Voor alle sublagen tot de onderste (ILAY) geldt nu voor de verticale weerstand:

$$RV(I,J) = (E * \text{AREAX} / \text{DELTY})$$

hierin wordt E met vergelijking 145 berekend.

De horizontale weerstand wordt voor alle kolommen tot de maximale (JKOL) berekend met:

$$RH(I,J) = \{ \text{ARESUP} * \text{ESUP} + \text{AREUP} * \text{EUP} \} / \text{DELTX}$$

Uitzonderingen hierop gelden voor de randvoorwaarden I=1, I=ILAY (bovenste en onderste laag) en J=1 en J=JKOL (kolom onder midden wiel en rechter grens). Een overzicht van de verschillende grootheden waaruit de weerstanden berekend worden staat in fig. 50.



Subroutine SOLVE

In de subroutine SOLVE wordt uitgaande van de opgelegde verplaatsing van de knooppunten in het spoor, de verplaatsing per knooppunt (i,j) quasi-elastisch berekend, Dit gebeurt door het stellen van evenwicht tussen in- en uitgaande krachten per grondelement. Deze manier van rekenen is schematisch weergegeven in fig. 51. RH en RV zijn de horizontaal en verticaal gerichte weerstanden tegen de verplaatsing PSI.

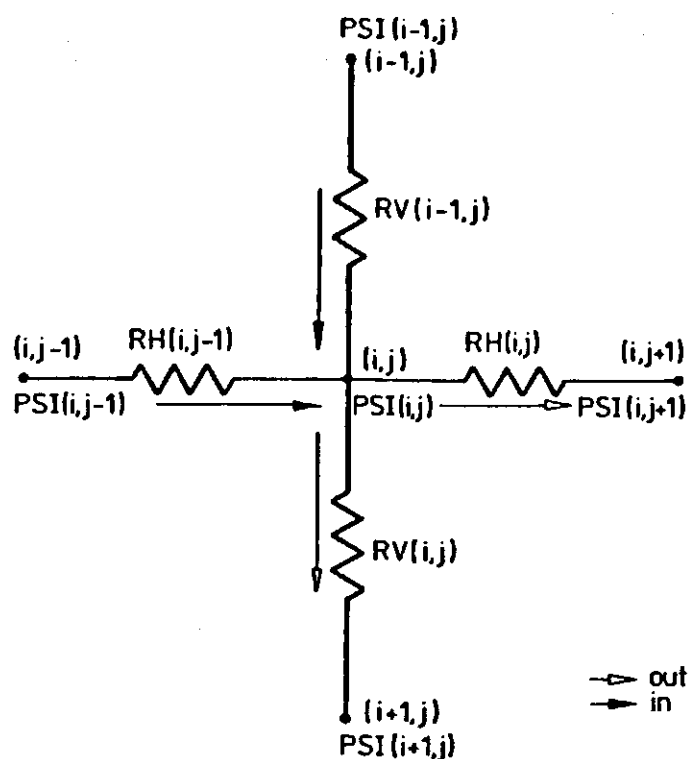


Fig. 51. Berekeningsschema voor de verplaatsing per knooppunt

Hieruit worden de volgende vergelijkingen per knooppunt opgelost:

Input:

$$RH(i,j - 1)\{PSI(i,j - 1) - PSI(i,j)\} + RV(i - 1,j)\{PSI(i - 1,j) - PSI(i,j)\} \quad (148)$$

Output:

$$RH(i,j)\{PSI(i,j) - PSI(i,j + 1)\} + RV(i,j)\{PSI(i,j) - PSI(i + 1,j)\} \quad (149)$$

Er geldt in = uit of in-uit = 0, hieruit ontstaat dan de vergelijking:

$$\begin{aligned} & RH(i,j-1) \cdot PSI(i,j-1) + RV(i-1,j) \cdot PSI(i-1,j) + \\ & RH(i,j) \cdot PSI(i,j+1) + RV(i,j) \cdot PSI(i+1,j) - \\ & \{RH(i,j-1) + RV(i-1,j) + RH(i,j) + RV(i,j)\} \cdot PSI(i,j) = 0 \quad (150) \end{aligned}$$

Deze vergelijking wordt op twee manieren opgelost. Eerst wordt er een oplossing per rij gezocht.  $PSI(I-1,J)$  en  $PSI(I+1,J)$  zijn dan bekend. Het op te lossen stelsel wordt dan:

$$\begin{aligned} & RH(i,j-1) \cdot PSI(i,j-1) - \{RH(i,j-1) + RV(i-1,j) + RH(i,j) + \\ & RV(i,j)\}PSI(i,j) + RH(i,j) \cdot PSI(i,j+1) = -RV(i-1,j) \cdot PSI(i-1,j) - \\ & RV(i,j) \cdot PSI(i+1,j) \quad (151) \end{aligned}$$

Dit stelsel kan verder worden opgesplitst naar:

$$COEF(i,1) = RH(i,j-1) \quad (152a)$$

$$COEF(i,2) = -\{RH(i,j-1) + RV(i-1,j) + RH(i,j) + RV(i,j)\} \quad (152b)$$

$$COEF(i,3) = RH(i,j) \quad (152c)$$

$$RHS(i) = -RV(i-1,j) \cdot PSI(i-1,j) - RV(i,j) \cdot PSI(i+1,j) \quad (152d)$$

Per knooppunt worden deze stelsels opgelost met de eliminatiemethode van Gauss.

Daarna wordt op eenzelfde manier een oplossing verkregen door het stelsel in kolommen op te lossen. Dan zijn  $PSI(I,J-1)$  en  $PSI(I,J+1)$  bekend. Het eindresultaat is dus dat per knooppunt  $(i,j)$  de verplaatsing  $PSI(i,j)$  is berekend.

#### Subroutine DENSIT

Deze subroutine berekent per grondlaag voor alle kolommen het volumegewicht. Er wordt uitgegaan van de initiële dichtheid en de verplaatsing zoals berekend in SOLVE als gevolg van de opgelegde insporing. Per kolom geldt als eis dat er geen verlies van grondmassa mag zijn. De nieuwe dichtheid wordt dan berekend met:

(153)

Hierin is: RHO = nieuwe dichtheid  
INITRO = initiële dichtheid  
PSI = verticale verplaatsing  
z = verticale coördinaat

#### Subroutine PRINT

Hierin wordt in tabelvorm de output naar de terminal en naar de output-file verzorgt. De output bestaat uit een tabel (ILAY x JKOL) met per knooppunt  $(x(i,j), z(i,j))$  een verticale verplaatsing  $PSI(i,j)$  en een tabel met per knooppunt een nieuwe dichtheid  $RHO(i,j)$ .

### 3.5. Vergelijking van de modeluitkomsten met gemeten waarden

Om het model te testen is er een aantal berijdingen in een grondbak uitgevoerd (HAVINGA, 1985). Deze grondbak heeft een lengte van 4 m, een breedte van 0,6 m en een diepte van 0,5 m, en is gevuld met een zavel (ongeveer 20% afslibbaar). De grond in de bak is voorverdicht tot een volumegewicht van  $1,30 \text{ g/cm}^3$  met een vochtgehalte van 16%. Over de grond wordt 1, 3 of 6 keer met een stalen wiel gereden. Afmetingen wiel: diameter 48 cm, breedte 10 cm, gewicht 125 kg. Vooraf geplaatste tracers in een  $2 \times 2$  cm raster in de grond geven na berijden de horizontale en verticale verplaatsing in de grond aan. De ontstane dichtheid kan gemeten worden met ringmonsters.

De verticale verplaatsing in de grond is ook berekend met het model. Ook nu wordt er met een 10 cm breed wiel een insporing gelegd, zoals gemeten in de grondbak. Als dichtheid van de grond wordt per laag een waarde gekozen die overeenkomt met de grondbakwaarden. Voor de a, b en v parameters zijn tot nu toe de volgende waarden gevonden:

$$a = 1,469$$

$$b = 0,147 \text{ en}$$

$$v = 0,43 \text{ (zie par. 3.3)}. \text{ Hieruit volgt: } VERH = \frac{1}{2(1+v)} = 0,35$$

Fig. 52 laat een vergelijking zien tussen de verticale verplaatsing van grondelementen berekend met het model (links) en gemeten in de grondbak (rechts). In het gebied recht onder het wiel komt de berekende verplaatsing tamelijk goed overeen met de gemeten waarden. Bij groter wordende diepte is de berekende verticale verplaatsing iets te groot (zie fig. 53a). Wanneer de verticale verplaatsing omgerekend wordt

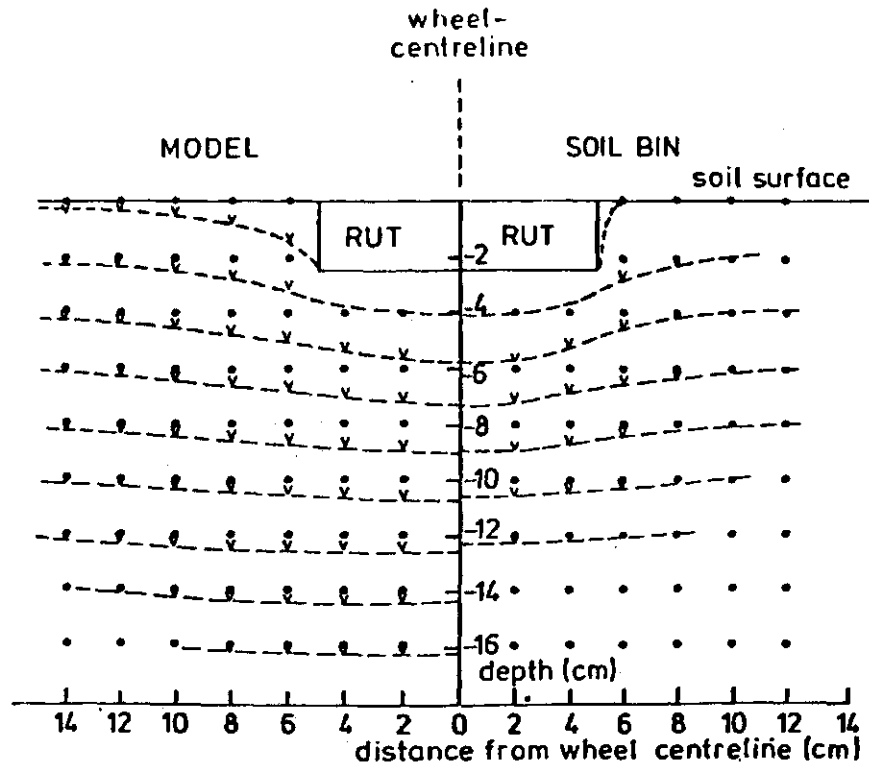


Fig. 52. Vergelijking van de berekende (l) en gemeten (r) grondverplaatsing onder een wiel

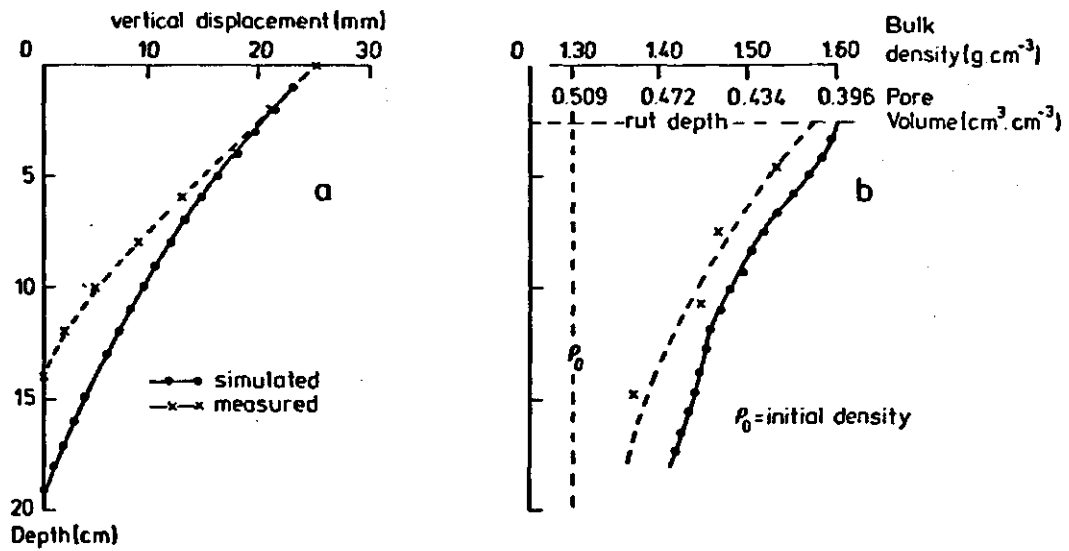


Fig. 53. Verdeling van de berekende en de gemeten verplaatsing onder het midden van het wiel (a) en van het volumegewicht en het poriënvolume (b) berekend uit die verplaatsingen

naar het volumegewicht en het poriënvolume (zie fig. 53b) komen de berekende en gemeten waarden redelijk goed overeen. In dit geval berekent het model een poriënvolume, dat ca. 1,5% van de gemeten waarden verschilt.

In het gebied naast het spoor is de overeenkomst tussen gemeten en berekende verplaatsingen niet zo geweldig. In de grondbak heeft het spoor een scherpe insnijding in de grond, terwijl in het model het maaiveld over een tamelijk grote afstand meezakt. Dit laatste gebeurt alleen onder belastingen van lange duur (zettingen). In de praktijk wordt er naast het wielspoor juist vaak een opbolling van het maaiveld gevonden door plastische vervorming van de grond.

De berekening van de nieuwe dichtheid vertoont grote overeenkomst met de uitkomsten bij de verticale verplaatsingen. Onder het wiel komen de resultaten redelijk overeen maar naast het wiel zijn de afwijkingen ten opzichte van de grondbakresultaten nogal groot. Dit is vooral te wijten aan de berekeningswijze. De dichtheid wordt direct uit de verticale verplaatsing berekend.

Andere effecten die bekeken zijn, zijn de invloed van de dichtheid van de grond en het effect van de dwarscontractiecoëfficiënt  $\nu$  op de verdichtbaarheid. Wordt  $\nu$  kleiner (vergelijk  $\nu = 0,20$  met  $\nu = 0,50$ ) dan blijkt dat bij een kleinere  $\nu$  de verdichtingsconcentratie hoger te liggen in het grondvlak (meer onder het wiel) en breidt de verdichting zich iets meer zijdelings uit in de hogere lagen. Het effect ervan is slechts gering zodat handhaving van één vaste waarde van  $\nu$  in het model gerechtvaardigd lijkt.

Het effect van het volumegewicht op de verdichtbaarheid van de grond bij een opgelegde insporing kan opgedeeld worden in het verplaatsingseffect en het verdichtingseffect. De verplaatsing per laag is bij een dichtere grond bij dezelfde opgelegde insporingsdiepte groter dan bij een lossere grond. Overeenkomstig is de verdichting bij een dichtere grond kleiner. Het effect in de diepte is groter. Op een dichtere grond wordt de verdichting tot op grotere diepte berekend. (Insporingsdiepte = som verticale verplaatsingen per grondlaag). Dit lijkt tegenstrijdig te zijn met de gemeten waarnemingen.

Anderzijds is ook gekeken naar het effect van het toedienen van een gedeelde insporingsdiepte. Wordt een insporingsdiepte van 2,5 cm in 5 stappen van 0,5 cm toegediend (INCREA=5) dan blijkt dat met iedere iteratie de verplaatsing per knooppunt slechts weinig verandert. De totale verplaatsing per knooppunt is ongeveer hetzelfde. De verandering van de verticale en horizontale verplaatsingsweerstand  $R_V$  en  $R_H$  door

de veranderde dichtheid schijnt heel minimaal door te werken. Bij dezelfde insporingsdiepte blijft de dichtheid na vijf keer toedienen veel lager dan wanneer een met de insporingsdiepte overeenkomende zakking in 1 keer wordt toegediend, ondanks ongeveer dezelfde verticale verplaatsing per knooppunt. Dit kan alleen worden veroorzaakt door een fout in de dichtheidsberekening.

### 3.6. Mogelijke verbeteringen van het model COMPAC

Uit de fig. 52 en 53 blijkt duidelijk dat het model naast het wiel nog enige aanpassing nodig heeft. Om zo iets in het programma in te bouwen zal het nodig zijn om op het grensvlak wiel-grond naast het wiel een maximale schuifspanning te berekenen. Dit moet dan zodanig gebeuren dat als een bepaalde schuifspanning overschreden wordt (afhankelijk van de geldende grondomstandigheden) er geen meetrekken van de grond naast het spoor plaats vindt. De grond schuift dan langs het grensvlak af en er vormt zich een (redelijk) scherpe insporing. Treedt ondergronds dan wel zijdelings meetrekken van de grond op dan zal het maaiveld bij deze berekeningsmethode toch nog dalen of er treedt ondergrondse scheurvorming op. Dit zal echter minder groot zijn dan bij COMPAC het geval is.

Het probleem is echter het inbrengen van deze grensschuifspanning. In het model wordt gewerkt met een opgelegde spoordiepte en niet met een opgelegde kracht. Juist het berijden van grond, in feite een grondmechanisch probleem, vraagt mijns inziens een aanpak met die ingang. Het lijkt mij dus min of meer nodig het model gedeeltelijk om te zetten naar een model waarin met krachten en spanningen gewerkt kan worden. Doet men dit dan wordt het ook eenvoudiger het model uit te breiden van twee- naar drie-dimensionaal. Er kan dan ook met aangedreven wielen gerekend worden door een horizontale verplaatsing (slip, trekkracht) in te brengen. Deze zal dan ook weer een spanningsverdeling langs het wiel en naar de diepte in de grond geven.

Het is bekend dat slip (zowel van getrokken als aangedreven wielen) een grote invloed heeft op de verdichting van de grond. Op een zekere diepte beneden maaiveld schijnt in de praktijk na berijden een maximale dichtheid op te treden. Dit komt in het huidige modelresultaten niet naar voren. Wellicht dat ook hier een uitbreiding naar een drie-dimensionaal beeld met berekening via spanningen (werken in verschillende richtingen op één punt in) een grotere nauwkeurigheid geeft. Te meer ook omdat dan het quasi-elastisch karakter van de top laag onder het wiel benaderd



kan worden en tevens het plastische gedrag van de grond naast het spoor.

Een ander probleem is dat de opgelegde verplaatsing (insporing) nu resulteert in een verplaatsingsverdeling over de gehele diepte van het ingevoerde grondprofiel. In werkelijkheid geeft een kleinere insporing (onder dezelfde grondomstandigheden) een kleiner gebied van verticale verplaatsingen in de grond (zowel naar breedte als naar diepte) dan een grotere insporing.

In het huidige model COMPAC moet men dus zelf arbitrair een grens gaan leggen tot waar de verplaatsing (en dus de verdichting) op mag treden. Werkt men met spanningen dan ondervinden de opgelegde krachten reactiekrachten van de grond waardoor de invloed van de opgelegde spanningen begrensd wordt. Verdichting zal dan ook tot op een bepaalde diepte werken, bepaald door de grootte van de opgelegde krachten en de aanwezige bodemgesteldheid. Het blijkt dus dat het model de verplaatsing onder een wiel bij gegeven insporingsdiepte aardig berekent. Dit kan zelfs nog verbeterd worden als de verschillende eigenschappen van de grond wat beter bekend zijn (zoeken naar goed passende bodemparameters). Er zou dan ook een verbetering gerealiseerd kunnen worden ten aanzien van de dichtheidsberekening (evt. invoering aparte zakkingsdichtheidsrelatie). Wil men het model goed verbeteren dan moet er ook wat gebeuren ter voorkoming van het meezakkende maaiveld. Dit kan mijns inziens alleen als er ingrijpende veranderingen in het model plaatsvinden. Te meer ook omdat van de dan benodigde bodemparameters en formuleringen, nodig voor bijvoorbeeld de berekening van spanningsresultaten en dichtheden onder verschillende grondomstandigheden, nog niet voldoende is nagegaan wat het effect ervan is op de krachtoverdracht in de grond.

#### 4. HET PROGRAMMA RUT.FOR

##### 4.1. Inleiding

Zoals blijkt uit de vorige paragraaf heeft het model COMPAC nog enige aanpassingen. Om bij een van de grootste bezwaren te beginnen, het meezakken van het maaiveld tot ver naast het wielspoor, is in eerste instantie getracht voor dit probleem een oplossing te vinden. Omdat het inbrengen van grensschuifspanningen binnen COMPAC moeilijk

realiseerbaar is, er wordt uitgegaan van verplaatsingen, is naar een andere oplossing gezocht. Er is hierbij verondersteld dat bij gegeven insporing de maximale grensschuifspanning in het verticale wiel-contactvlak overschreden wordt. Bij de gegeven insporingsdiepte en wielbreedte is dan alleen nodig over deze oppervlakte het stelsel van vergelijkingen binnen de subroutine SOLVE aan te passen. Er wordt dus in eerste instantie aangenomen dat het afsteunvlak waarop het wiel rust alleen gedragen wordt door de grondmassa ter grootte van het ingespoorde grondvolume. Bereikt het wiel de opgegeven insporingsdiepte dan bouwt de drukverdeling zich zijdelings uit en wel onder een hoek van  $45^\circ$  en wordt er zo een steeds grotere grondmassa in de afsteuning betrokken (fig. 54).

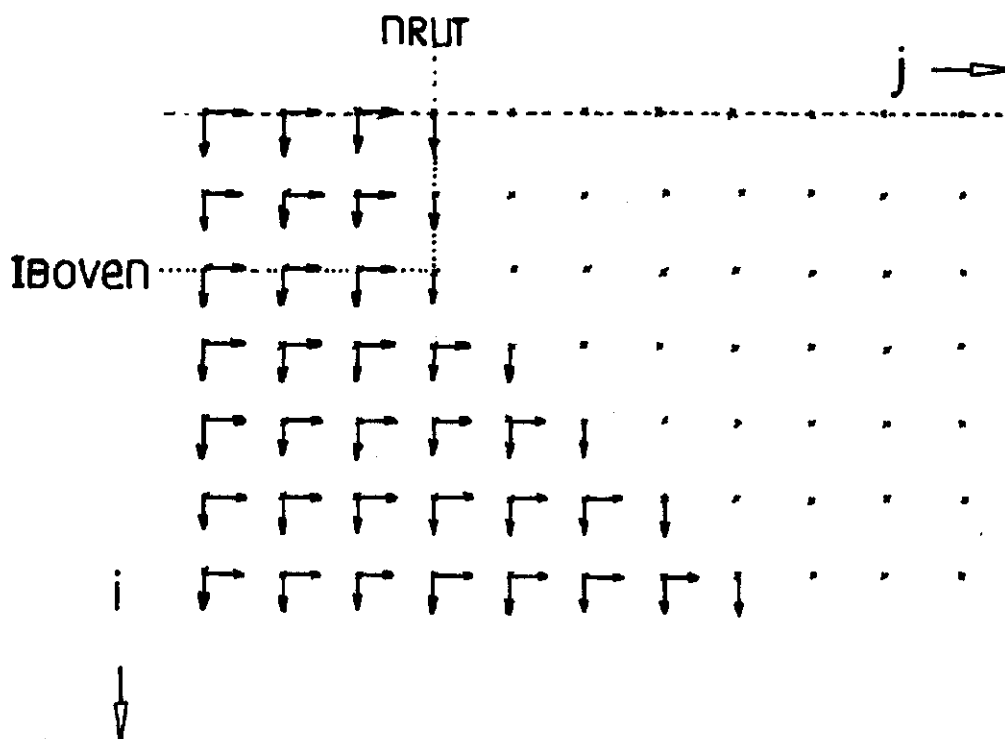


Fig. 54. Deelnemende roosterpunten (i, j) bij een opgelegde insporing in het model RUT.FOR

Zoals gezegd, dit heeft alleen consequenties voor de subroutine SOLVE. De wijzigingen die daarin hebben plaatsgevonden worden hierna beschreven.

#### 4.2. Gewijzigde subroutine SOLVE

De berekeningswijze in kolommen wordt in twee gedeelten opgesplitst. In het eerste stuk tot de insporingsbreedte ( $J < NRUT$ ) wordt de berekening uitgevoerd als in COMPAC. Voor de kolom die gelijk is aan de insporingsdiepte ( $J = NRUT$ ) geldt dezelfde randvoorwaarde als voor  $I = IKOL$ . De horizontale verplaatsing is nul (zie ook fig. 45 en 50).

Het tweede stuk dat een aparte berekening vraagt is de grondmassa tussen  $J = NRUT$  en  $J = JKOL$ , het stuk grond naast het wiel. Hiervoor geldt dat bij toenemende laagdiepte vanaf de insporingsdiepte het afsteunende oppervlak steeds net één kolom uitgebreid moet worden. Dus vanaf  $I = IBOVENG$  (met IBOVENG als de integerwaarde van de insporingsdiepte in cm) wordt IBOVENG steeds met 1 opgehoogd en wordt de breedte van de afsteunkolom  $J = NRUT$  ook met 1 verhoogd totdat  $J$  gelijk is aan het totaal aantal kolommen ( $JKOL$ ) en/of  $I$  gelijk aan het totaal aantal lagen ( $ILAY$ ) (zie ook fig. 54).

Ook nu wordt voor ieder knooppunt het stelsel vergelijkingen weer berekend volgens de oplossingsmethode in kolommen, waarna de verplaatsingen weer bepaald worden met de eliminatiemethode van Gauss (zie subroutine SOLVE van het model COMPAC).

Bij de oplossingsmethode in rijen gaat de berekeningswijze op een soortgelijke wijze als bij die in kolommen. Ook nu geldt voor het stuk waar het wiel inspoort en voor de grondmassa daaronder een aparte berekening. In het volume grond ingenomen door het spoor geldt dat het stelsel vergelijkingen wordt opgelost voor  $J = 1$  tot  $J = JRECHTS (= NRUT + 1$ , de spoorbreedte) totdat de insporingsdiepte bereikt is,  $I = IBOVEN$ . Daaronder komt weer een groter wordend afsteunoppervlak dat gerealiseerd wordt door vanaf  $I = IBOVEN$  bij iedere volgende laag de rechtergrens ( $JRECHTS$ ) steeds 1 op te hogen totdat het totaal aantal kolommen ( $JKOL$ ) meedoet, tenzij de onderste laag eerst bereikt wordt dan is  $I = ILAY$  de beperkende factor.

Voor de grondvoorwaarden zoals die nu optreden langs de insporing (verticaal) en vanaf de insporingsdiepte onder een hoek van  $45^\circ$  gelden ook nu dezelfde voorwaarden als in COMPAC voor  $J = JKOL$  en  $I = ILAY$  (de hor. resp. de vert. verplaatsing = 0 zie fig. 45). Zo wordt voor de totale grondmassa een stelsel van vergelijkingen (oplossing in rijen) verkregen dat met de eliminatiemethode van Gauss opgelost wordt. Hieruit resulteert de berekende verticale verplaatsing.

#### 4.3. Onderlinge vergelijking van de uitkomsten van COMPAC, RUT.FOR en de grondbakmetingen

Om een vergelijking te kunnen maken tussen de uitkomsten van het model COMPAC en de gewijzigde versie daarvan RUT.FOR is tabel 1 opgesteld. Er is daarin ook een vergelijking gemaakt tussen de gemeten waarden van de dichtheid in de grondbak en de berekende dichtheid daarin uitgaande van de gemeten verplaatsingen. Zie voor deze vergelijking ook bijlage 1, fig. 1a tot en met 6.

Uit de vergelijking blijkt:

##### 1. Dichtheid: grondbak gemeten-grondbak berekend

Voor de dichtheid onder het wiel komen de berekende waarden uit de verticaal gemeten verplaatsing redelijk goed overeen met de gemeten waarden. Naast het wiel ( $x = 8$ ) is het minder. Het lijkt erop dat de initiële dichtheid van de grond geen  $1,20 \text{ g/cm}^3$  is geweest maar hoger. Dit gezien de steeds hogere waarde van de gemeten dichtheid in vergelijking met de berekende dichtheid uit de gemeten verticale verplaatsingen.

##### 2. Dichtheid: grondbak-RUT.FOR

De berekende waarde voor de dichtheid is overal aan de lage kant vergeleken bij de gemeten waarde in de grondbak. Direct onder het wiel komen de berekende waarden echter redelijk overeen met de gemeten waarden.

##### 3. Verticale verplaatsing: grondbak-RUT.FOR

De overeenkomst tussen berekend en gemeten gaat goed op tot  $y = 8$  midden onder het wiel ( $x = 0$ ) en tot  $y = 6$  aan de rand van het wiel ( $x = 4$ ). Voor  $x = 8$  (naast het wiel) begint de verticale verplaatsing op te grote diepte. De grootte van de berekende verticale verplaatsing komt daar goed overeen met de gemeten waarden.

##### 4. Verticale verplaatsing: grondbak-COMPAC-RUT.FOR

Voor  $x = 0$  gaat tot  $y = 4$  de berekening van de verticale verplaatsing met COMPAC goed. Daarna, op grotere diepte, wordt de afwijking met de gemeten waarden te groot. De verticale verplaatsingen voor  $y > 4$  en  $x = 0$  zijn ook steeds hoger dan die berekend met RUT.FOR. Voor  $x = 4$  zijn de verticale verplaatsingen berekend met COMPAC altijd te groot en bij  $x = 8$  lijkt het nergens meer op.

Tabel 1. Vergelijking van de gemeten verticale verplaatsing (cm) en de dichtheidsverdeling ( $\text{g/cm}^3$ ) in de grondbak (gemeten en berekend uitgaande van de begindichtheid ( $= 1,20 \text{ g/cm}^3$ ) en de gemeten vert. verplaatsing) met de dichtheid en verticale verplaatsing berekend met COMPAC en RUT.FOR bij een insporingsdiepte van 2,5 cm (midden onder het wiel  $x = 0$ , aan de rand van het wiel  $x = 4$  en naast het wiel  $x = 8$ ; wielbreedte = 10 cm)

y	x = 0										x = 4										x = 8									
	grondbak			grondbak			grondbak			grondbak			grondbak			grondbak			grondbak			grondbak			grondbak					
	gemeten	COMPAC	RUT.FOR	gemeten	COMPAC	RUT.FOR	gemeten	COMPAC	RUT.FOR	gemeten	COMPAC	RUT.FOR	gemeten	COMPAC	RUT.FOR	gemeten	COMPAC	RUT.FOR	gemeten	COMPAC	RUT.FOR	gemeten	COMPAC	RUT.FOR	gemeten	COMPAC	RUT.FOR			
0	2,5	2,5	2,5	-	1,50	1,42	1,50	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	-	2,00	1,55	1,72	0	1,2	0	1,2	0	1,16	1,05	1,21	1,20	1,20	1,20			
2	2,1	2,2	2,1	1,39	1,40	1,41	1,47	1,7	2,1	1,9	1,9	1,38	1,40	1,46	1,61	0,3	1,2	0	1,2	0	1,22	1,17	1,25	1,20	1,20	1,20	1,20			
4	1,8	1,9	1,8	1,43	1,60	1,40	1,43	1,4	1,7	1,4	1,4	1,42	1,55	1,40	1,43	0,35	1,1	0,1	1,1	0,1	1,28	1,20	1,27	1,12	1,12	1,12	1,12			
6	1,3	1,6	1,4	1,48	1,50	1,37	1,39	0,95	1,5	1,1	1,1	1,46	1,40	1,36	1,35	0,35	1,0	0,3	1,0	0,3	1,30	1,25	1,27	1,16	1,16	1,16	1,16			
8	0,9	1,4	1,2	1,47	1,50	1,35	1,36	0,65	1,2	0,9	0,9	1,45	1,40	1,34	1,32	0,25	0,8	0,3	0,8	0,3	1,33	1,25	1,27	1,19	1,19	1,19	1,19			
10	0,5	1,2	0,9	1,46	1,40	1,34	1,33	0,35	1,0	0,7	0,7	1,44	1,38	1,32	1,29	0,20	0,7	0,3	0,7	0,3	1,35	1,30	1,27	1,21	1,21	1,21	1,21			
12	0,2	1,0	0,8	1,38	1,35	1,32	1,30	0,10	0,9	0,6	0,6	1,34	1,25	1,31	1,28	0,05	0,6	0,3	0,6	0,3	1,36	1,25	1,27	1,22	1,22	1,22	1,22			
14	0	0,8	0,6	-	1,20	1,31	1,27	0	0,7	0,5	0,5	-	1,20	1,30	1,27	0	0,5	0,2	0,5	0,2	1,35	1,20	1,26	1,22	1,22	1,22	1,22			

## 5. Dichtheid: grondbak-COMPAC-RUT.FOR

Voor  $x = 0$  is er tot  $y = 4$  een goede overeenkomst tussen de berekende dichtheid met COMPAC en de gemeten waarden. Voor  $x = 0$  en  $y > 4$  is de berekende dichtheid met COMPAC steeds te laag. Deze ligt wel in dezelfde orde van grootte als die berekend met RUT.FOR. Hetzelfde geldt ook voor  $x = 4$ . De berekende dichtheden met COMPAC worden echter langzamer lager met de diepte dan die berekend met RUT.FOR. Voor  $x = 8$  veranderen de met COMPAC berekende dichtheden weinig. De onderlinge verschillen zijn zo klein dat er maar één dichtheid uitkomt. Er treedt geen dichtheidspiek op een bepaalde diepte op zoals bij RUT.FOR en de gemeten grondbakdichtheden.

Uit bovenstaande punten blijkt dat de berekende dichtheid voor de grondbak uitgaande van de opgegeven gemeten initiële dichtheid en de gemeten verticale verplaatsing niet helemaal juist kan zijn. Het vergelijken met de modeluitkomsten wordt hierdoor bemoeilijkt. Toch lijkt het dat de dichtheden berekend met het programma RUT.FOR een iets grotere overeenkomst met de gemeten waarden vertonen.

Misschien geeft een afsteunend oppervlak met een hoek van  $30^{\circ}$  (i.p.v.  $45^{\circ}$ ) met het maaiveld een nog beter resultaat. Dit mede met het oog op het te diep liggen van de dichtheidspiek bij  $x = 8$  voor de berekende waarden bij RUT.FOR.

De verticale verplaatsingen bij het model RUT.FOR komen tot op grotere diepte onder het wiel overeen met de gemeten waarden in de grondbak dan die berekend met COMPAC. Er is enige verbetering opgetreden in vergelijking met COMPAC maar het is nog lang niet ideaal. Het naar de diepte doorijlen van de verticale verplaatsing blijft aanwezig doordat de verticale verplaatsing pas 0 wordt in de onderste laag. Binnen dit programma zou dat een volgende stap zijn ter verbetering van het model RUT.FOR (zie bijlage 1: fig. 1a, 1c en 1f).

## 5. MODEL VOLGENS SÖHNE

### 5.1. Theoretische achtergrond

SÖHNE (1953, 1958) stelt dat de drukverdeling onder een trekker-, wagen- of werktuigband afhankelijk is van de belasting, de grootte van het contactoppervlak tussen de band en de grond en de verdeling van de oppervlakedruk binnen het contactoppervlak naast de aanwezige bodemparameters zoals het vochtgehalte en de begindichtheid. De drukverdeling in de grond kan met voldoende nauwkeurigheid bepaald worden met formules ontwikkeld door FRÖHLICH (1934). De theoretische achtergrond hiervan is gebaseerd op studies van Boussinesq. Deze gelden alleen voor een isotrope massa die de Wet van Hooke volgt. Als een massa  $Q$ , op een punt aan het oppervlak van een half-oneindige grondmassa toegediend wordt, dan is in een punt in deze grondmassa bepaald door de poolcoördinaten  $R$  en  $\theta$  de verticale spanning  $\sigma_z$ :

$$\sigma_z = (3Q/2\pi r^2) \cos^3\theta \quad (154)$$

De polaire hoofdspanning op dit element is:

$$\sigma_r = (3Q/2\pi r^2) \cos\theta \quad (155)$$

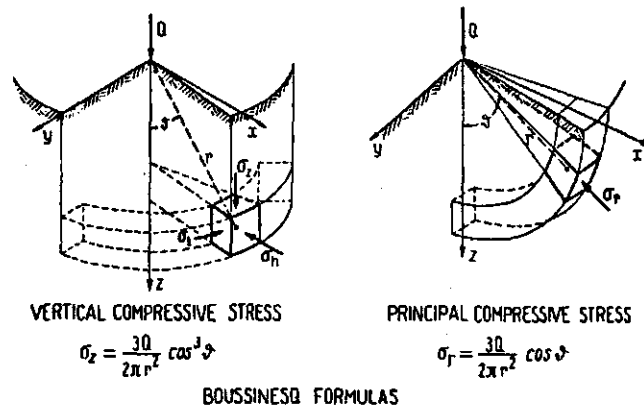


Fig. 55. Spanningen (verticale en hoofdspanning) in een volume element in de grond als gevolg van een opgelegde puntlast

In grondmechanisch onderzoek was al gevonden dat de drukverdeling in de grond verschilt van die in een homogene isotrope massa. In de grond heeft de spanning de neiging om zich om de belastingsas te concentreren. Dit wordt erger naarmate de grond plastischer is als gevolg van een hoger vochtgehalte of wanneer zij minder cohesief is (zand).

Fröhlich voerde daarom een concentratiefactor  $\nu$  in de formule van Boussinesq in. Het is dan mogelijk de spanningsverdeling in de grond bij verschillende vochtgehalten, cohesie en dichtheid te berekenen.

$$\sigma_z = (\nu Q / 2\pi z^2) \cos^{\nu+2} \theta \quad (156)$$

Voor  $\nu = 3$  krijgt men de spanningsverdeling in een elastische isotropische massa volgens Boussinesq. Voor  $\nu = 4$  tot 6 krijg je de spanningsverdeling zoals die in grond voor kan komen. De te gebruiken concentratiefactor moet uit experimenten blijken.

Hoe meer de spanningen zich rond de belastingsas concentreren des te groter de concentratiefactor moet zijn. Dit komt omdat:

- in het contactvlak naar binnengerichte schuifspanningen zijn die de verticale spanning bij de belastingsas het meest verhogen.
- de elasticiteitsmodulus  $E$  groter wordt met de diepte. Op landbouwgronden gaat de overgang van bouwvoor naar ondergrond veelal gepaard met een verhoging van de volumedichtheid. Hierdoor wordt de elasticiteitsmodulus groter wat bovenstaande weer tot gevolg heeft.
- de vervorming van de grond niet alleen elastisch is maar voor het grootste gedeelte plastisch. Hierdoor schuift de grond naar de rand van de belaste strook waardoor de druk zich rond de belastingsas zal concentreren.

Om een idee van de spanningen onder een puntlast  $Q$  te hebben zijn de lijnen met gelijke eerste hoofdspanning  $\sigma_R$  bepaald (fig. 56).

De eerste hoofdspanning is het belangrijkste voor verdichting. Op de belastingsas is  $\sigma_R = \sigma_z$ , bij toenemende afstand vanaf de as wordt  $\sigma_R$  groter dan  $\sigma_z$ .

$$\sigma_z = \sigma_R \cos^2 \theta \quad (157)$$

Onder een wiel gebeurt hetzelfde. Er is dan niet één puntlast maar een verzameling puntlasten ter grootte van het wiel-grondcontactoppervlak.



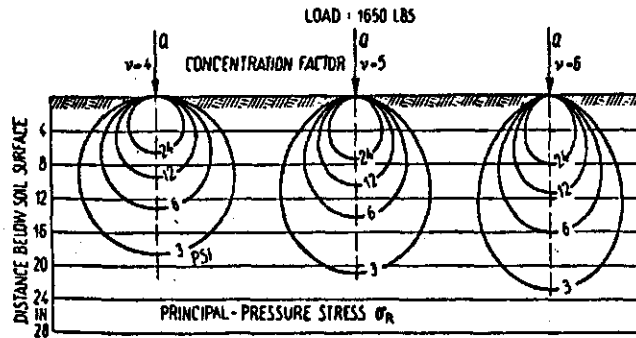


Fig. 56. Curven van gelijke eerste hoofdspinning (drukruien) onder een puntlast bij verschillende concentratiefactoren

Q moet dan ook gezien worden als de integraal van de puntlasten P over deze oppervlakte (A):

$$Q = \int PdA \quad (158)$$

Wordt het contactoppervlak als een verzameling puntlasten P gezien dan oefent iedere puntlast op een willekeurig punt B in de grond een spanning uit. De totale verticale spanning op dit punt B is de integraal van alle deelspanningen  $\sigma_{z_i}$  tengevolge van de puntlasten  $P_i$  in het contactvlak.

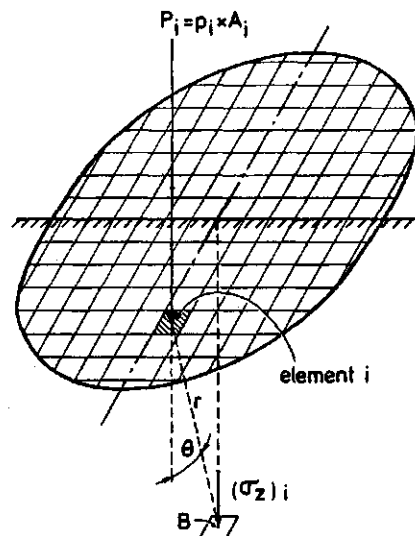


Fig. 57. Sommatie van de puntlasten  $P_i$  over het wiel-grondcontactoppervlak en de deelspanningen  $\sigma_{z_i}$  tengevolge daarvan

$$\sigma_{z_i} = \frac{vP_i}{2\pi R^2} \cos^3 \theta \quad (159)$$

$$\sigma_{z_{tot}} = \int_{i=1}^{\Lambda} \sigma_{z_i} dP_i = \sigma_z \text{ door } P_1 + \sigma_z \text{ door } P_2 + \text{enz.} \quad (160)$$

De grootte van het contactvlak is afhankelijk van het vochtgehalte en de dichtheid van de grond. Hoe dieper het spoor hoe groter het contactvlak. De gemiddelde contactdruk in het grond-wielcontactvlak daalt dan overeenkomstig.

Wanneer relatief grote banden over harde grond rijden is de drukverdeling vrijwel uniform. Dit geldt niet voor plastische en zachte gronden. Wanneer er plastische vervorming naar de rand van het contactvlak en diensengevolge een verdichting op zekere diepte optreedt dan neemt de gemiddelde contactdruk af in de richting van de rand van het contactoppervlak en concentreert de grootste druk zich rond de spanningsas.

Voor een dichte, harde droge, cohesieve grond geldt hetzelfde als bovenstaand. Deze grond is alleen elastisch vervormbaar. De drukverdeling is ontwikkeld uit een cirkelvormig oppervlak volgens de formule:

$$(160)$$

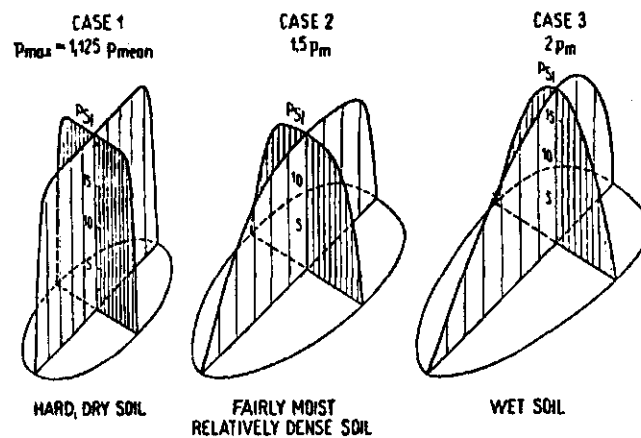


Fig. 58. Voorbeelden van de drukverdeling in het grond-wielcontactvlak

Met:  $R$  = straal van het cirkelvormig contactvlak  
 $\rho$  = de afstand van het betreffende punt tot het midden van de cirkel  
 $p_{\max}$  = in dit geval  $1,125 p_{\text{gemiddeld}}$

Voor een sandy clay grond, redelijk vochtig en relatief dicht (geval 2) neemt Söhne voor de drukverdeling een vierde graadsparabool aan:

$$p = p_{\max} [1 - (\rho^4/R^4)] \quad \text{met } p_{\max} = 1,5 p_{\text{gemiddeld}} \quad (161)$$

Voor een plastische natte grond (geval 13) gebruikt Söhne een kwadratische parabool voor de drukverdeling in het contactvlak:

$$p = p_{\max} [1 - (\rho^2/R^2)] \quad \text{met } p_{\max} = 2 p_{\text{gemiddeld}} \quad (162)$$

De integraal van de puntlasten (drukverdeling) in het contactvlak is in alle gevallen natuurlijk gelijk aan de opgelegde wiellast.

## 5.2. Het computerprogramma SOEHNE

Uitgaande van de bovenstaande theorie zoals beschreven door Söhne is in FORTRAN een programma geschreven dat met een gegeven spanningsverdeling over een wiel-grondcontactvlak de spanningsverdeling in de grond uitrekent. Uit deze spanningsverdeling in de grond wordt een nieuwe dichtheid berekend en als gevolg daarvan de insporingsdiepte. Het programma is opgebouwd uit verschillende subroutines. Per subroutine wordt de werking van het programma verder uitgelegd.

### Subroutine LEES

Vanaf de terminal wordt de naam van de input-file ingelezen. Vervolgens wordt vanuit de input-file gelezen:

- het aantal lagen (NLAY) en het aantal kolommen (NKOL) waaruit de te beschouwen grondmassa is opgebouwd;
- de spoorbreedte (NRUT) en diameter (DIAM) van het wiel alsmede de wiellast (LOAD) en de concentratiefactor (MU) uit formule 159;

- de laagdikte (LAAGD(I)) met het aantal sublagen (NSUBL(I)) en per sublaag de initiële dichtheid (INITRO(I)) en de a en b-factoren uit de spanningsdichtheidsrelatie  $\rho = a + b \ln(P)$ ;
- de kolombreedte (KOLBR(J)) en het aantal subkolommen (NSUBK(J));
- de spanningsverdeling over de breedte van het spoor, opgedeeld in de plaats in het spoor (XRUT(J)) en de spanning in dat punt (RUTFORCE(J));
- de naam van de output-file.

#### Subroutine RASTER

Hierin wordt een bepaald oppervlak gedefinieerd door de ingevoerde grondmassabreedte (JKOL, is het totaal aantal subkolommen van alle hoofdkolommen) en de lengte van het grond-wielcontactvlak nodig voor de afsteuning van de wiellast (LOAD). Deze lengte (CONMAX) is dan gelijk aan het quotiënt van de wiellast en het produkt van de spanningsverdeling en de breedte van het wiel.

$$\text{CONMAX} = \text{LOAD}/(\text{XRUT}(\text{J}) \cdot \text{RUTFORCE}(\text{J})) \quad (163)$$

Voor dit oppervlak en een bepaalde diepte (ILAY, is het totaal aantal sublagen van alle hoofdlagen) wordt een raster van knooppunten bepaald. Van ieder knooppunt van dit drie-dimensionale raster wordt per sublaag en subkolom een initiële dichtheid ( $\text{RHO}(\text{I},\text{J},\text{L}) = \text{INITRO}(\text{I})$ ) begin spanningstoestand ( $\text{STRESS}(\text{I},\text{J},\text{L})=0$ ) en grondverdichtingsparameters a en b toegekend.

Van ieder knooppunt (I,J,L) wordt de X- Y- en Z-coördinaat berekend.

#### Subroutine SIGMA

De spanningsverdeling in de grondmassa wordt als gevolg van de belasting op het oppervlak berekend. Hiervoor wordt het belaste grondwielcontactvlak (NRUTxCONMAX) opgedeeld in een aantal puntlasten (RUTFORCE(J)).

De spanning in een willekeurig punt in de grond wordt dan berekend uit de afstand (R) van het belaste punt tot het punt in de grond en de hoek ( $\theta$ ) tussen de normaal onder de puntlast en de verbindingslijn tussen de puntlast en het desbetreffende punt in de grond.

$$\sigma_z = (\nu Q / 2\pi R^2) \cos^{\nu} \theta \quad (164)$$

In het programma wordt  $\nu = \text{MU}$  ingevoerd,  $Q = \text{RUTFORCE}(\text{J}) = \text{STRESS}(\text{I},\text{J},\text{L})$

(I = 1, want de spanning wordt aan het oppervlak toegediend). R is dan:

$$R(I,J,L) = \text{SQRT}\{(X(I,J,L) - X(1,K,M))^2 + (Y(I,J,L))^2 + (Z(1,K,M) - Z(I,J,L))^2\} \quad (165)$$

X(I,J,L), Y(I,J,L) en Z(I,J,L) zijn de x-, y- en z-coördinaten van het te beschouwen punt.

X(1,K,M) en Z(1,K,M) zijn de x- en z-coördinaten van de opgelegde puntlast.

Vervolgens wordt  $\cos \theta$  berekend als de verhouding tussen de y-coördinaat van het te beschouwen punt in de grond en de afstand van dat punt tot het belaste punt.

$$\text{HOEK}(I,J,L) = Y(I,J,L)/R(I,J,L) \quad (166)$$

en daarna de spanning in het te beschouwen punt met (164):

$$RV(I,J,L) = (\text{MU} * \text{STRESS}(1,K,M) / (2 * \text{PT} * R(I,J,L)^2 * (\text{HOEK}(I,J,L))^{\text{MU}}) \quad (167)$$

Bij de berekening loopt K van 1 tot NRUT en M van 1 tot CONMAX en bepalen zo de belaste oppervlakte (NRUTxCONMAX). I, J en L zijn de parameters van de x-, y- en z-coördinaten in de grond en lopen van 1 tot respectievelijk JKOL, ILAY en CONMAX.

De deelspanningen als gevolg van ieder puntlast worden bij elkaar opgeteld tot een totale verticale spanning per rasterpunt (STRESS(I,J,L)) in de grondmassa.

#### Subroutine DENSIT

Voor ieder rasterpunt (I,J,L) in de te beschouwen grondmassa wordt het droog volumegewicht (RHO(I,J,L)) berekend uitgaande van de opgegeven spanningsdichtheidsrelatie  $\rho = a + b \ln P$ . In het model is  $P = \text{STRESS}(I,J,L)$  zoals berekend in subroutine SIGMA.

a en b zijn de grondparameters zoals ingevoerd in de subroutine LEES. In het programma is dus:

$$\text{RHO}(I,J,L) = A(K) + B(K) * \text{ALOG}(\text{STRESS}(I,J,L)) \quad (168)$$

Met I,J,L lopend van 1 tot respectievelijk ILAY, JKOL en CONMAX

K = hoofdlaag

De berekende dichtheid wordt aan het roosterpunt toegekend als  $RHO(I,J,L)$  groter is dan de initiële dichtheid  $INITRO(K)$  in dat punt.

#### Subroutine DISPLACEMENT

De zakking van de grond ( $VERPL(I,J,L)$ ) van alle rasterpunten wordt bepaald. Dit wordt gedaan door het verschil in dichtheden voor ( $INITRO(K)$ ) en na ( $RHO(I,J,L)$ ) toedienen van de belasting met elkaar te vergelijken. Er wordt vanuit gegaan dat het totale volume vaste delen constant blijft.

Er geldt dan:

$$VERPL(I,J,L) = DELTY - INITRO(K)/RHO(I,J,L)*DELTY \quad (169)$$

Hierin is  $DELTY$  de dikte van het te beschouwen grondelementje:

$$LAAGD(K)/NSUBL(K)$$

De totale zakking van ieder rasterpunt wordt berekend door de som te nemen van de zakkingen van de onderliggende rasterpunten en de eigen berekende zakking daarbij op te tellen.

#### Subroutine PRINT

Hierin worden de eindresultaten van de verschillende berekeningen in tabelvorm naar het beeldscherm en naar een output-file geschreven. Zo verschijnen in tabelvorm voor de contactlengte  $L = 1$  tot  $CONMAX$  de nieuwe dichtheden, verticale spanningen en verticale verplaatsingen voor ieder dwarsvlak ( $ILAYxJKOL$ ) van de beschouwde grondmassa.

Om de uitvoer overzichtelijker te maken is los van het programma  $SOEHNE$  een plot-programma ontwikkeld wat de verticale verplaatsingen per rasterpunt uittekend. Het programma,  $ROPLTS.FOR$  wordt verder in de bijlagen beschreven. Een ander plot-programma is ontwikkeld om de dichtheidsverdeling in de grondmassa te tekenen. Hierin worden contourlijnen getekend door de rasterpunten met een gelijke dichtheid. Dit programma ( $3TST25.FOR$ ) wordt ook in een bijlage beschreven.

### 5.3. Vergelijking van de uitkomsten van het model $SOEHNE$ met andere modellen en de grondbak

Een probleem bij het vergelijken van de grondbakgegevens met de berekende waarden uit het model  $SOEHNE$  is dat de drukverdeling in het wiel-grondcontactvlak niet bekend is.

Willen we de verticale verplaatsingen in de grondbak, zoals ontstaan na berijden met een insporing van 2,5 cm, vergelijken met het model dan moet een combinatie van concentratiefactor  $\nu$  en drukverdeling in het wiel-grondcontactvlak gezocht worden die ook resulteert in een verticale verplaatsing onder het wiel van ongeveer 2,5 cm (tabel 2).

Tabel 2. Vergelijking van de berekende verticale verplaatsing (cm) met het programma SOEHNE voor verschillende concentratiefactoren ( $\nu$ ) en drukken in het grond-wielcontactvlak (P) bij een homogene grond met een begindichtheid van  $1,20 \text{ g/cm}^3$ . Midden onder ( $x = 0$ ), langs de rand ( $x = 4$ ) en naast ( $x = 8$ ) het wiel.

	x = 0				x = 4				x = 8				
	P =	2	2	2	4	2	2	2	4	2	2	2	4
Y	$\nu =$	4	5	6	5	4	5	6	5	4	5	6	5
0		2,8	3,2	3,5	3,4	2,5	2,8	3,1	3,1	0	0	0	0
2		2,3	2,7	3,0	2,9	2,1	2,4	2,6	2,6	0	0	0	0
4		1,9	2,2	2,5	2,3	1,6	1,9	2,2	2,0	0,4	0,5	0	0,7
6		1,4	1,8	2,0	1,9	1,2	1,5	1,8	1,6	0,4	0,5	0,6	0,6
8		1,1	1,4	1,7	1,5	0,9	1,2	1,4	1,2	0,3	0,4	0,5	0,4
10		0,7	1,0	1,3	1,1	0,6	0,9	1,1	0,9	0,2	0,3	0,4	0,3
12		0,5	0,8	1,0	0,8	0,4	0,6	0,8	0,7	0,1	0,2	0,3	0,2
14		0,3	0,5	0,7	0,5	0,2	0,4	0,6	0,4	0	0,1	0,2	0,1

Dit is bijvoorbeeld zo voor de combinatie  $\nu = 4$  en  $P = 2 \text{ kg/cm}^2$ . Deze combinatie geeft aan de rand van het spoor 2,5 cm insporing ( $x = 4$ ) en midden onder het wiel ( $x = 0$ ) 2,8 cm.  $\nu = 4$  wil echter zeggen dat het een harde grond zou zijn. Een grond met een dichtheid van  $1,20 \text{ g/cm}^3$  zoals die in de grondbak ligt is echter beslist niet hard.

Maken we dan toch een vergelijking tussen de verplaatsing- en dichtheidsverdeling van de gemeten grondbakwaarden en de met SOEHNE berekende waarden (met ongeveer gelijke begindichtheid) dan blijken de verticale verplaatsingen (vgl. tabel 1 en 2) heel goed met elkaar overeen te komen.

Dit gaat voor de berekende dichtheid ook goed op (tabel 3), behalve direct onder het wiel waar de met SOEHNE berekende waarden iets te hoog zijn. Dit is vermoedelijk te wijten aan het gedeeltelijk elastische

Tabel 3. Vergelijking van de verschillende berekende dichtheden ( $\text{g/cm}^3$ ) met het programma SOEHNE voor de verschillende concentratiefactoren ( $v$ ) en drukken in het grond-wielcontactvlak ( $P$ ) uitgaande van de homogene grond met een dichtheid van  $1,20 \text{ g/cm}^3$ .  $x = 0$  is midden onder,  $x = 4$  is langs de rand onder en  $x = 8$  is naast het wiel

	x = 0				x = 4				x = 8			
	P = 2	2	2	4	2	2	2	4	2	2	2	4
Y = v =	4	5	6	5	4	5	6	5	4	5	6	5
0	1,57	1,57	1,57	1,67	1,57	1,57	1,57	1,67	1,20	1,20	1,20	1,20
2	1,56	1,57	1,57	1,65	1,55	1,56	1,56	1,64	1,20	1,20	1,20	1,20
4	1,53	1,54	1,55	1,59	1,50	1,51	1,52	1,56	1,22	1,20	1,20	1,23
6	1,48	1,50	1,51	1,53	1,45	1,46	1,48	1,49	1,26	1,26	1,25	1,28
8	1,43	1,45	1,47	1,47	1,40	1,42	1,44	1,44	1,27	1,27	1,27	1,29
10	1,39	1,41	1,43	1,42	1,36	1,38	1,40	1,39	1,26	1,27	1,27	1,28
12	1,34	1,37	1,39	1,38	1,32	1,35	1,37	1,36	1,24	1,26	1,27	1,26
14	1,31	1,34	1,36	1,34	1,29	1,32	1,34	1,32	1,22	1,24	1,25	1,25

karakter van de grond. Door terugvering van de grond onder het wiel (daardoor komt de berekende insporingsdiepte misschien terug van 2,8 cm naar 2,5 cm) wordt de dichtheid daar ook lager. De dichtheid in de top-laag wordt voornamelijk bepaald door de contactdruk en wordt direct berekend met de spanningsdichtheidsrelatie  $\rho = 1,469 + 0,147 \ln(P)$ . De afbouw van zowel de dichtheid als de verticale verplaatsing naar de diepte komt redelijk overeen met de gemeten waarden. Dit is aanzienlijk beter dan bij de programma's COMPAC en RUT.FOR waar de verticale verplaatsing doorijlt tot de gedefinieerde ondergrens. Vergelijk bijlage 1: fig. 1c, 1d, 1f, 1g met 1j en 1k.

Het effect van de verschillende concentratiecoëfficiënten komt naast het spoor ( $x = 8$ ) duidelijk naar voren. Hoe groter deze worden hoe meer de uien uitbuigen en hoe dieper ze gaan.

In het algemeen kan gesteld worden dat de voorspellingsmogelijkheden met het model SOEHNE zoals het er nu ligt veel meer perspectief bieden dan met de programma's COMPAC en RUT.FOR. Dit terwijl er van een zodanige versimpeling van de werkelijkheid sprake is dat het programma nog veel verbeteringen kan ondergaan.



#### 5.4. Verbeteringen van het programma SOEHNE

Verdere verbeteringen zoals die in het model SOEHNE doorgevoerd kunnen worden zijn:

- Verbeteringen voor de aanname van de spanningsverdeling in het wiel-grondcontactvlak. Deze verbetering kan komen uit grondbak/veldmetingen. Hierdoor zou een betere relatie spanning-verdichting- en verplaatsing gerealiseerd kunnen worden. Anderzijds kan dit ook uit de literatuur komen, zie hiervoor onder andere KARAFIATH (1978) en STEINER (1979).
- Verkrijgen van betere relaties tussen de spanningsdichtheids- en spanningszakkingsrelaties bij de verschillende gronden en vochtgehalten. Een betere invulling van de dwarscontractiecoëfficiënt zou dan ook mogelijk zijn.
- Uitbreiden van het programma door het berekenen van de grootste hoofdspanning ( $\sigma_R$ ) en afleiding van de horizontale- en verticale component daarvan. Eventuele plastische vervorming van de bovenste grondlagen zou dan ook gerealiseerd kunnen worden.
- Gekoppeld aan bovenstaand punt kan de spanningsverdeling in het grond-wielcontactvlak in stappen toegediend worden. Iedere spanningsstap moet dan toegediend worden aan een nieuwe dichtheidsverdeling (met ook andere grondparameters, b.v. a, b, v) op een nieuw (door de opgetreden verplaatsingen) coördinatenstelsel van roosterpunten. Het effect van de richting van de verticale en horizontale krachten zou dan beter tot uiting kunnen komen in onder andere de verticale verplaatsing (naar boven of naar beneden gericht). Bovendien wordt de spanningstoestand onder een rijdend wiel dan ook beter benaderd.

#### 6. DE MOGELIJKHEDEN VAN HET GEBRUIK VAN EEN GRONDVERDICHTINGSMODEL

Een goed werkend verdichtingsmodel kan op meerdere plaatsen worden ingezet. Bijvoorbeeld bij de uitvoering van grondverzetwerkzaamheden kan de eis gesteld worden dat de grond niet te erg mag worden verdicht. Uit verschillende wiellast-bandspanningscombinaties kan een maximaal toelaatbare insporingsdiepte (in het veld makkelijk te meten) en bijbehorende dichtheid worden berekend. Op basis hiervan kan dan aan de uitvoerder de eis worden gesteld ten aanzien van het te gebruiken materieel.

Kent men de wielparameters en de wiellasten van een machine dan kan met behulp van het model berekend worden wat de invloed ervan is op de grond. Dit kan bij het ontwerpen van nieuwe trekkers, zelfrijdende oogstmachines, wagens enz. toegepast worden. Hierdoor wordt het verdichtingsprobleem ook toegankelijk voor de werktuigenindustrie toekomstige machines dan beter kan dimensioneren.

Een andere mogelijkheid is het combineren van het verdichtingsmodel met andere modellen die erop gericht zijn de plantaardige produktie te voorspellen (HELP). Het is namelijk zo dat afhankelijk van de mechanisatie en de gewasrotatie de bodem volgens een min of meer regelmatig patroon bereden wordt. Het berijden gebeurt op verschillen tijdstippen bij verschillende vochttoestanden van de grond. Van iedere bewerking ligt ongeveer vast op welk tijdstip (en met welke werktuigen) ze uitgevoerd wordt (VAN DE ZANDE, 1983). Met behulp van andere modellen is het mogelijk aan te geven hoe op dat tijdstip de vochttoestand van de grond was. Hieruit kunnen de verschillende parameters voor het verdichtingsmodel berekend worden. Combineert men dit met een geschatte insporingsdiepte of spanningsverdeling onder het wiel (afhankelijk van band- en grondparameters en de wiellast) dan kan onder die omstandigheid de verdichting in de grond worden berekend.

Bij opeenvolgende bewerkingen wordt deze procedure herhaald, er wordt dan echter gerekend met een gewijzigde dichtheidsverdeling van de grond als input. Zo kan men voor een bepaalde gewasrotatie met een bepaald mechanisatieniveau het totale dichtheidsprofiel uitrekenen met steeds nieuwe vocht- en dichtheidsverdelingen. De invloed van de nieuwe dichtheid op de vochttoestand van de grond en de drainage kan steeds opnieuw berekend worden. Hierdoor ontstaat de mogelijkheid om gewasopbrengsten te voorspellen. Zo kan bij een bepaalde gewasrotatie en mechanisatie na verloop van jaren een zodanig verdichte grond ontstaan dat opbrengsreductie voorspeld wordt. Het nuttig effect van het al dan niet losmaken van de grond (woelen, diepspitten) kan daarmee ook berekend worden.

## SAMENVATTING

In dit verslag wordt ingegaan op het met behulp van computer-modellen voorspellen van verdichtingen door berijden van de grond.

Hiertoe wordt eerst beschreven wat er zoal in de literatuur aan grondverdichtingstheorieën en daaruit voortkomende modellen bekend zijn. Daarnaast wordt dieper op een bij het Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding (ICW) ontwikkeld programma (COMPAC) ingegaan. De achterliggende theorie wordt beschreven en de werking van het model werd geanalyseerd. Hieruit werden de tekortkomingen van het programma vastgesteld mede uit vergelijking met grondbakmetingen.

Deze tekortkomingen leidden tot het schrijven van RUT.FOR, een verbeterde verzie van COMPAC. Volgens de theorie van Söhne is daarna het model SOEHNE ontwikkeld. Hiervan wordt de theorie beschreven en de werking uitgelegd.

Problemen die zich bij al deze modellen voordoen is: (1) het niet goed kunnen definiëren van de spanningstoestand zoals die zich in het grond-wielcontactvlak (wielspoor) voordoet, (2) de relaties tussen opgelegde gronddruk, verticale verplaatsing en de dichtheid laten nog veel te wensen over en moeten nog voor verschillende grondsoorten met verschillende vochtgehalten onderzocht worden, (3) ook is het zo dat de berekende uitkomsten vaak moeilijk te vergelijken zijn met de gemeten waarnemingen (grondbak/veld) omdat de uitgangssituatie van de grond vaak niet zo homogeen is als verondersteld. Vandaar zijn veel veldmetingen nodig voor toetsing van een grondverdichtingsmodel.

Gezien de resultaten van de drie vergeleken computermodellen COMPAC, RUT.FOR en SOEHNE met de gegevens uit de grondbak lijkt het uitgangspunt zoals dat bij de modellen COMPAC en RUT.FOR gekozen is weinig perspectief te bieden tot ontwikkeling van een volwaardig model, ondanks de in eerste instantie redelijk goede resultaten vooral onder het wielspoor. Meer perspectief biedt het programma SOEHNE dat bij vrij grote versimpeling van de werkelijkheid toch een goede drie-dimensionale weergave geeft van de spannings-, verplaatsings- en dichtheidsverdeling onder een wiel.

## LITERATUUR

- BAKKER, J. On yield functions in soil mechanics, soil testing methods and shear strength of soils. ICW-Nota 983, Wageningen, 1977. 111 p.
- BEKKER, M.G. Theory of land locomotion. Ann Arbor: The university of Michigan Press, 1956. 515 p.
- . Off-the-road locomotion. Ann Arbor: The university of Michigan Press, 1960. 215 p.
- . Introduction to terrain-vehicle systems. Ann Arbor: The university of Michigan Press, 1969. 846 p.
- BEUVING, J. Invloed van organische stof en lutum op de verdichtbaarheid en de mechanische sterkte van zand. ICW-Nota 1076, Wageningen, 1979. 36 p.
- BIJSTERVELD, J.J. VAN. Een toepassing van numerieke analyse bij tweedimensionale consolidatieproblemen. LGM-Mededeling 17, Vol. 3 no. 4, 1976. p.98-113.
- BLACKWELL, P.S. and B.D. SOANE. A method of predicting bulk density changes in field soils resulting from compaction by agricultural traffic. Journal of Soil Science, 32, 1981. p.51-65.
- COLEMAN, G.E. and J.V. PERUMPRAL. The finite element analysis of soil compaction. Transactions of the ASAE, 1974. p. 856-860.
- DANIËLS, D. Vochtgehalte en verdichting van grond. Instituut voor bodemvruchtbaarheid, Rapport 9-77, Haren, 1977. 20 p.
- DEKKER, W.H. and L.C. WILLEMSSENS. SIMPLOT fortran plotpakket. IWIS-TNO, Den Haag-Rijswijk, 1983.
- DWYER M.J. The tractive performance of wheeled vehicles. In: Proceedings of the 2nd European conference of the ISTVS; Off-road transportation and soil working, 3, 4, 5 october 1983, Ferrara Italy. p. 35-60
- FUJIMOTO, Y. Performance of elastic wheels on yielding cohesive soils. Journal of Terramechanics, Vol. 14 no. 4, 1977. p.191-210.

- GEE-CLOUGH, D. The Bekker theory of rolling resistance amended to take account of skid and deep sinkage. *Journal of Terra mechanics*, Vol. 13 No. 2, 1976. p. 87-105.
- . . The effect of wheel width on the rolling resistance of rigid wheels in sand. *Journal of Terra mechanics*, Vol. 15 No. 4, 1979. p. 161-184.
- . . Selection of tyre sizes for agricultural vehicles. *Journal of agricultural Engineering Research*, 25, 1980. p. 161-278.
- GUPTA S.C. and W.E. LARSON. Modeling soil mechanical behavior during tillage. In: *Predicting tillage effects on soil physical properties and processes*, 1982. p.151-178.
- HETHERINGTON, J.G. and I. LITTLETON. The rolling resistance of towed, rigid wheels in sand. *Journal of Terramechanics*, Vol. 15 no. 2, 1978. p.95-105.
- ISML. ISML Library; Reference manual, edition 9. Houston Texas, 1983.
- KARAFIATH, L.L. and E.A. NOWATZKI. Soil mechanics for off-road vehicle engineering. *Trans. Tech. Publications, Series on Rock and Soil Mechanics*. Vol 2 (1974/'77) No. 5. Clausthal, Germany, 1978. 515 p.
- KOOLEN, A.J. Grondbewerking; Technische grondslagen. LH-college dictaat, Wageningen, 1980.
- , and H. KUIPERS. *Agricultural soil mechanics*. Springer-Verlag, Berlin, 1983. 241 p.
- KUIPERS, H. Drukverdeling onder landbouwvoertuigen. *Landbouwméchanisatie* 14, No. 8, 1963.
- . . Entgegen gesetzte Effekte von Reifen und Bodenbearbeitungen. *Probleme der Bodenbearbeitung*, 13-15 juni 1968, Warna.
- LAMBE, T.W. and R.V. WHITMAN. *Soil Mechanics*. John Wiley, New York. 1969, 553 p.
- LEERINK, P. Een indirecte methode ter bepaling van de equivalente spanning in het bodem-wiel contactvlak. *Doctoraal verslag Grondbewerking*. LH, Wageningen, 1983. 75 p.
- LUDOLPH, G.L., A.P. POTMA en R.J. LEGGER. *Leerboek der mechanica; Sterkteleer*, Wolters-Noordhoff, Groningen, 1976. 418 p.
- MARCHANT, J.A. An incremental stress/strain law for cohesionless granular materials. *Journal of agricultural Engineering Research*, 25, 1980. p.421-444.
- McCalla, T.R. *Introduction to numerical methods and FORTRAN programming*, John Wiley, New York, 1976. 359 p.

- POINTER, D.J., A simple deflection model for agricultural tyres.  
Journal of agricultural Engineering Research, 26, 1981.  
p.9-20.
- PERDOK, U.D., A prediction model for the selection of tyres for towed  
vehicles on tilled soils. Journal of agricultural Engineering  
Research, 23, 1978. p.369-383.
- PARUMPRAL, J.V., J.B. LILJEDAHN and W.H. PERLOFF. A numerical method  
for predicting the stress distribution and soil deformation  
under a tractor wheel. Journal of Terramechanics, Vol. 8  
no. 1, 1971. p.9-22.
- PRANDTL, L. Hauptaufsätze: Ueber die Eindringungsfestigkeit (Härte)  
plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden.  
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Band 1,  
1921. p.15-20.
- PRECISION VISUALS. Contouring System User's guide. Boulder, Colorado,  
1982.
- RAGHAVAN, G.S.V., E. MCKYES and M. CHASSE. Soil compaction patterns  
caused by off-road vehicles in eastern canadian agricultural  
soils. Journal of Terramechanics, Vol. 13 no. 2, 1976.  
p.107-115.
- , et al. Prediction of soil compaction due to off-road vehicle  
traffic. Transactions of the ASAE, 19, No. 4, 1976. p 610-612.
- and B. BEAULIEU. Prediction of clay soil compaction. Journal of  
Terra mechanics, Vol 14 No. 1, 1977. p 31-38.
- and M. CHASSE. Effect of wheel slip on soil compaction. Journal  
of agricultural Engineering Research, 22, 1977. p 79-83.
- . Statistical models for predicting compaction generated by off-  
road vehicular traffic in different soil types. Journal of Terra  
mechanics, Vol. 15 No. 1, 1978. p 1-14.
- RAM, R.B. and B.S. PATHAK. Tractive efficiency of soil under a simple  
traction device. Journal of agricultural Engineering Research, 23,  
1978. p 141-150.
- SMALEN, H. VAN. Inleiding grondmechanica; Syllabus College 442-027. LH-  
collegedictaat, Wageningen, 1978. 135 p.

- SÖHNE, W. Fundamentals of pressure distribution and soil compaction under tractor tires. Agricultural Engineering, may 1958. p.276-281, 290.
- STAFFORD, J.V. and P. DE CARVALHO MATTOS. The effect of forward speed on wheel-induced soil compaction; laboratory simulation and field experiments. Journal of agricultural Engineering Research, 26, 1981. p.333-347.
- STEINER, M. Analyse, Synthese und Berechnungsmethoden der Triebkraft-Schlupf-Kurve von Luftreifen auf nachgiebigen Boden. Dissertation Technische Universität München, München, 1979. 190 p.
- und W. SÖHNE. Berechnung der Tragfähigkeit von Ackerschlepperreifen sowie des Kontaktflächen mitteldruckes und des Rollwiderstandes auf starrer Fahrbahn. Grundlagen der Landtechnik, Bd. 29, Nr. 5, 1979.p 145-152
- TUIK, M.J. Bodemgedrag onder invloed van opgelegde krachten; Verslag stageperiode aan het ICW te Wageningen. RHLS, Groningen, 1983.
- WONG, J.Y and A.R. REECE. Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses. Part 1: Performance of driven rigid wheels. Journal of Terramechanics, Vol. 14 no. 1, 1967. p.81-98.
- , M. Garber, J.R. RADFORTH and J.T. DOWELL. Characterization of the mechanical properties of muskeg with special reference to vehicle mobility. Journal of Terramechanics, Vol. 16 no. 4, 1979. p.163-180.
- YONG, R.N. and E.A. FATTAH. Prediction of wheel-soil interaction and performance using the finite element method. Journal of Terramechanics, Vol. 13 no. 4, 1976. p.227-240.
- and A.W. HANNA. Finite element analysis of plane soil cutting. Journal of Terra mechanics, Vol. 14 No. 3, 1977. p 103-125.
- , E.A. FATTAH and P. BOOMSINSUK. Analysis and prediction of tyre-soil interaction and performance using finite elements. Journal of Terramechanics, Vol. 15 no. 1, 1978. p.43-63.

ZANDE, J.C. VAN DE. Berijding en bodemverdichting van bouwland op  
West-Zuid-Beveland. ICW-Nota 1462, Wageningen, 1983. 62 p.

ZIENKIWICZ, O.C. The finite element method in engineering science.  
McGraw Hill, London, 1971. 521 p.



Bijlage 1

BIJLAGE I: GEMETEN RESULTATEN UIT DE GRONDBAK (ing. Havinga)

Insporingsdiepte 2,5 cm

Gemeten verticale verplaatsingen:

afstand tot midden wiel(cm)

		0.0	2.5	5.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0
diepte	0.0	2.50	2.50	2.50	.075	.0	.0	.0	.0
	2.0	2.10	2.15	1.70	.80	.30	.05	.0	.0
- m.v.	4.0	1.80	1.80	1.40	.70	.35	.10	.05	.0
	6.0	1.30	1.25	.95	.60	.35	.10	.05	.0
(cm)	8.0	.90	.85	.65	.50	.25	.10	.05	.0
	10.0	.50	.50	.35	.30	.20	.0	.0	.0
	12.0	.20	.20	.10	.05	.05	.0	.0	.0
	14.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

Nieuwe dichtheden in de gemeten punten:

0.0	0.0	1.156	1.156	1.158	1.160	1.162	1.206
0.0	0.0	1.238	1.207	1.217	1.226	1.224	1.233
1.392	1.380	1.319	1.258	1.275	1.292	1.286	1.260
1.434	1.420	1.360	1.300	1.303	1.306	1.302	1.275
1.478	1.460	1.401	1.342	1.331	1.320	1.318	1.290
1.470	1.448	1.400	1.352	1.345	1.338	1.334	1.312
1.462	1.436	1.399	1.362	1.359	1.356	1.340	1.332
1.384	1.342	1.350	1.358	1.352	1.346	1.348	1.342

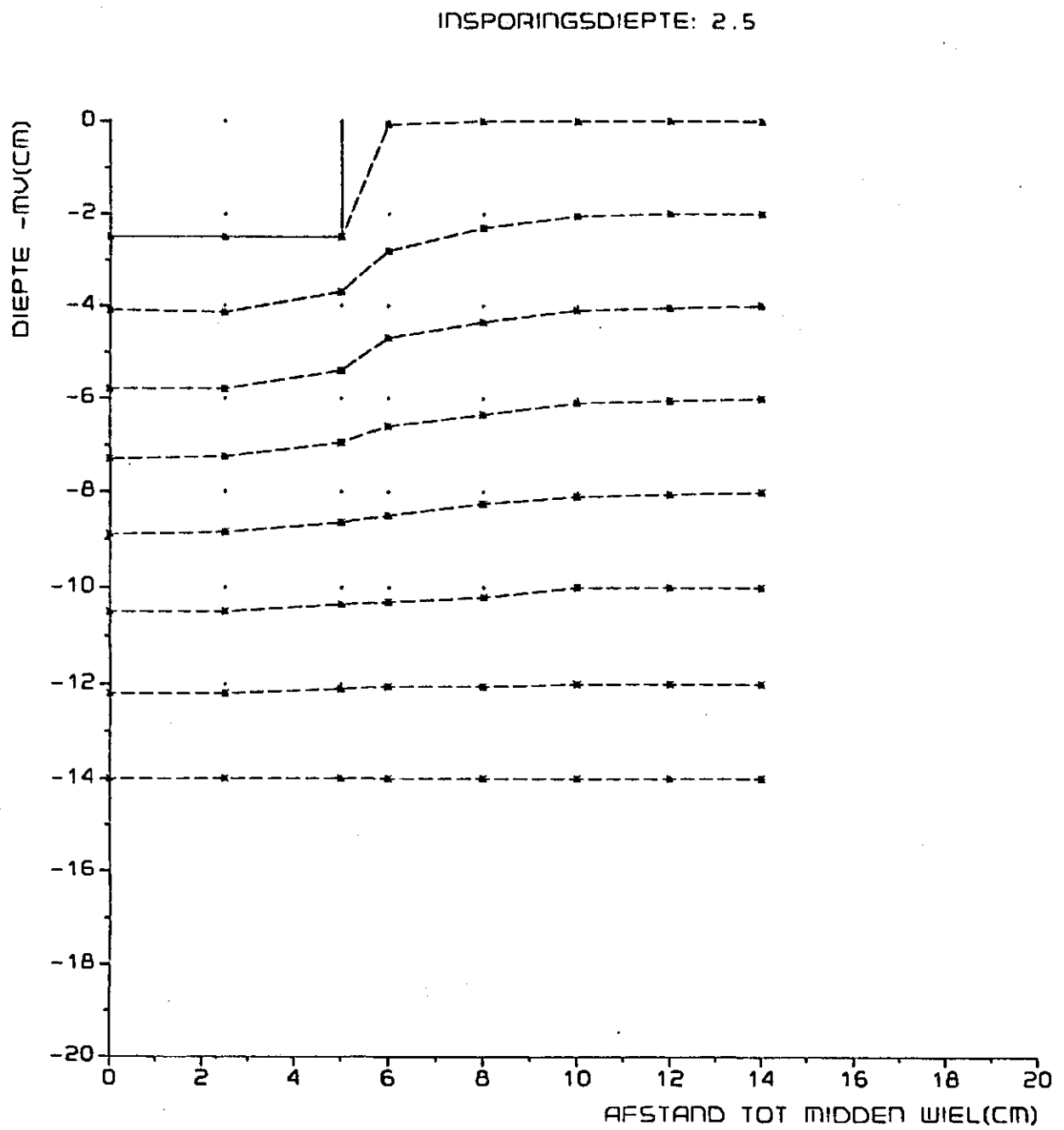


Fig. 1a. Verplaatsing van de grond onder een wiel, gemeten in de  
grondbak

Bijlage 1b

INPUT FOR COMPAC

```

LAYER THICKN. INITRD      A      B      NSUBL
1      2.3      1.700      1.469      0.147      25

COL.  WIDTH NSUBCOL
1      1.8      18

NUMB  X-COORD.  RUTDEPTH (DM)
1      0.00      0.25
2      0.10      0.25
3      0.20      0.25
4      0.30      0.25
5      0.40      0.25
6      0.50      0.25
    
```

INCREA= 1

CALCULATED SOILCOMPACTION BY WHEELS

ITERATION#1 DIVERGENCY 0.182(X)

Y	X-COORDINATES																		
	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0
	DISPLACEMENT IN EACH NODAL POINT (DM)																		
0.0	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.180	0.144	0.119	0.100	0.084	0.070	0.058	0.047	0.037	0.028	0.019	0.010	0.000
1.0	0.234	0.234	0.233	0.231	0.227	0.216	0.174	0.142	0.118	0.097	0.083	0.070	0.058	0.047	0.037	0.028	0.020	0.011	0.000
2.0	0.219	0.218	0.217	0.213	0.207	0.193	0.144	0.138	0.114	0.098	0.082	0.069	0.057	0.047	0.037	0.028	0.020	0.012	0.000
3.0	0.204	0.203	0.201	0.197	0.189	0.176	0.134	0.132	0.112	0.095	0.080	0.068	0.056	0.046	0.037	0.028	0.020	0.012	0.000
4.0	0.189	0.189	0.186	0.181	0.173	0.161	0.143	0.125	0.107	0.092	0.078	0.064	0.053	0.045	0.036	0.027	0.020	0.012	0.000
5.0	0.175	0.174	0.172	0.167	0.159	0.148	0.133	0.118	0.102	0.088	0.075	0.064	0.053	0.044	0.035	0.027	0.019	0.012	0.000
6.0	0.162	0.161	0.159	0.154	0.147	0.137	0.124	0.110	0.097	0.084	0.072	0.061	0.051	0.042	0.034	0.026	0.019	0.012	0.000
7.0	0.149	0.149	0.146	0.141	0.135	0.126	0.115	0.103	0.091	0.080	0.069	0.059	0.049	0.041	0.033	0.025	0.018	0.011	0.000
8.0	0.137	0.137	0.134	0.130	0.124	0.116	0.107	0.096	0.085	0.075	0.065	0.056	0.047	0.039	0.031	0.024	0.017	0.011	0.000
9.0	0.126	0.125	0.123	0.119	0.114	0.107	0.098	0.089	0.080	0.070	0.061	0.053	0.045	0.037	0.030	0.023	0.017	0.010	0.000
10.0	0.115	0.115	0.113	0.109	0.104	0.098	0.091	0.082	0.074	0.066	0.057	0.049	0.042	0.035	0.028	0.022	0.016	0.010	0.000
11.0	0.105	0.105	0.103	0.100	0.095	0.090	0.083	0.076	0.068	0.061	0.053	0.046	0.039	0.033	0.027	0.021	0.015	0.009	0.000
12.0	0.096	0.095	0.093	0.091	0.087	0.082	0.076	0.070	0.063	0.056	0.049	0.043	0.037	0.031	0.025	0.019	0.014	0.009	0.000
13.0	0.086	0.084	0.084	0.082	0.078	0.074	0.069	0.063	0.058	0.052	0.045	0.040	0.034	0.028	0.023	0.018	0.013	0.008	0.000
14.0	0.078	0.077	0.076	0.074	0.071	0.067	0.062	0.058	0.052	0.047	0.042	0.036	0.031	0.026	0.021	0.017	0.012	0.008	0.000
15.0	0.069	0.069	0.068	0.066	0.063	0.060	0.056	0.052	0.047	0.042	0.038	0.033	0.028	0.024	0.019	0.015	0.011	0.007	0.000
16.0	0.062	0.061	0.060	0.058	0.056	0.053	0.050	0.046	0.042	0.038	0.034	0.029	0.025	0.021	0.017	0.014	0.010	0.006	0.000
17.0	0.054	0.054	0.053	0.051	0.049	0.047	0.044	0.041	0.037	0.033	0.030	0.026	0.022	0.019	0.015	0.012	0.009	0.006	0.000
18.0	0.047	0.046	0.046	0.044	0.043	0.040	0.038	0.035	0.032	0.029	0.026	0.023	0.020	0.017	0.014	0.011	0.008	0.005	0.000
19.0	0.039	0.039	0.039	0.038	0.036	0.034	0.032	0.030	0.027	0.025	0.022	0.020	0.018	0.016	0.014	0.012	0.009	0.007	0.004
20.0	0.033	0.032	0.032	0.031	0.030	0.028	0.027	0.025	0.023	0.021	0.018	0.016	0.014	0.012	0.010	0.008	0.006	0.004	0.000
21.0	0.026	0.026	0.025	0.025	0.024	0.023	0.021	0.020	0.018	0.016	0.015	0.013	0.011	0.010	0.008	0.007	0.006	0.005	0.003
22.0	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.016	0.015	0.014	0.012	0.011	0.010	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.003	0.002
23.0	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.011	0.011	0.010	0.009	0.008	0.007	0.006	0.006	0.005	0.004	0.003	0.002	0.002	0.001
24.0	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005	0.005	0.004	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.000
25.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CALCULATED SOILCOMPACTION BY WHEELS

ITERATION#1 DIVERGENCY 0.182(X)

Y	X-COORDINATES																		
	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0
	DRY-BULK DENSITY(G/CM**3)																		
0.0	1.423	1.427	1.442	1.475	1.554	1.816	1.276	1.223	1.211	1.206	1.204	1.203	1.202	1.202	1.201	1.200	1.198	1.183	1.200
1.0	1.419	1.423	1.436	1.461	1.506	1.558	1.328	1.257	1.231	1.219	1.213	1.209	1.203	1.203	1.202	1.199	1.193	1.193	1.200
2.0	1.413	1.416	1.423	1.441	1.460	1.456	1.340	1.277	1.246	1.231	1.221	1.216	1.211	1.208	1.206	1.203	1.201	1.197	1.200
3.0	1.405	1.406	1.412	1.419	1.424	1.406	1.338	1.288	1.258	1.240	1.228	1.221	1.214	1.212	1.208	1.205	1.202	1.200	1.200
4.0	1.395	1.396	1.398	1.400	1.396	1.376	1.332	1.293	1.265	1.247	1.234	1.226	1.220	1.215	1.211	1.207	1.204	1.202	1.200
5.0	1.394	1.385	1.385	1.383	1.376	1.357	1.325	1.294	1.270	1.252	1.239	1.230	1.223	1.217	1.213	1.209	1.206	1.203	1.200
6.0	1.374	1.373	1.372	1.368	1.360	1.343	1.318	1.293	1.272	1.255	1.243	1.233	1.226	1.220	1.215	1.211	1.207	1.204	1.200
7.0	1.363	1.363	1.361	1.356	1.347	1.332	1.312	1.291	1.273	1.258	1.245	1.236	1.228	1.222	1.217	1.212	1.208	1.205	1.200
8.0	1.352	1.353	1.350	1.345	1.336	1.323	1.306	1.289	1.273	1.259	1.247	1.238	1.230	1.224	1.218	1.213	1.209	1.206	1.200
9.0	1.344	1.343	1.340	1.335	1.327	1.315	1.301	1.287	1.272	1.260	1.249	1.239	1.232	1.225	1.219	1.214	1.210	1.206	1.200
10.0	1.336	1.335	1.332	1.327	1.319	1.309	1.297	1.284	1.271	1.260	1.249	1.240	1.233	1.226	1.220	1.215	1.211	1.207	1.200
11.0	1.328	1.327	1.324	1.319	1.312	1.303	1.293	1.281	1.270	1.259	1.250	1.241	1.234	1.227	1.221	1.216	1.211	1.207	1.200
12.0	1.321	1.320	1.317	1.313	1.306	1.298	1.289	1.279	1.268	1.259	1.250	1.242	1.234	1.228	1.222	1.217	1.212	1.207	1.200
13.0	1.314	1.313	1.311	1.307	1.301	1.294	1.285	1.276	1.267	1.258	1.250	1.242	1.235	1.228	1.222	1.217	1.212	1.208	1.200
14.0	1.308	1.308	1.305	1.302	1.296	1.290	1.282	1.274	1.265	1.257	1.249	1.242	1.235	1.229	1.223	1.218	1.212	1.208	1.200
15.0	1.303	1.303	1.301	1.297	1.292	1.286	1.279	1.272	1.264	1.256	1.249	1.242	1.235	1.229	1.223	1.218	1.213	1.208	1.200
16.0	1.298	1.298	1.296	1.293	1.289	1.283	1.277	1.270	1.263	1.255	1.248	1.242	1.235	1.229	1.223	1.218	1.213	1.208	1.200
17.0	1.293	1.294	1.293	1.290	1.285	1.280	1.274	1.268	1.261	1.254	1.248	1.241	1.235	1.229	1.224	1.218	1.213	1.208	1.200
18.0	1.292	1.291	1.289	1.287	1.283	1.278	1.272	1.266	1.260	1.254	1.247	1.241	1.235	1.229	1.224	1.218	1.213	1.208	1.200
19.0	1.289	1.288	1.287	1.284	1.280	1.276	1.271	1.265	1.259	1.253	1.247	1.241	1.235	1.229	1.224	1.218	1.213	1.208	1.200
20.0	1.286	1.286	1.284	1.282	1.279	1.274	1.269	1.264	1.258	1.252	1.246	1.240	1.235	1.229	1.224	1.218	1.213	1.208	1.200
21.0	1.285	1.284	1.283	1.280	1.277	1.273	1.268	1.263	1.258	1.252	1.246	1.240	1.235	1.229	1.224	1.219	1.213	1.208	1.200
22.0	1.283	1.283	1.281	1.279	1.276	1.272	1.267	1.262	1.257	1.251	1.246	1.240	1.235	1.229	1.224	1.219	1.214	1.208	1.200
23.0	1.282	1.282	1.281	1.278	1.275	1.271	1.267	1.262	1.257	1.251	1.246	1.240	1.234	1.229	1.224	1.219	1.214	1.209	1.200
24.0	1.282	1.282	1.281	1.278	1.275	1.271	1.267	1.262	1.257	1.251	1.246	1.240	1.234	1.229	1.224	1.219	1.214	1.210	1.200
25.0	1.282	1.282	1.281	1.278	1.275	1.271	1.267	1.262	1.257	1.251	1.246	1.240	1.234	1.229	1.224	1.219	1.214	1.210	1.200

Fig. 1b. Output van het bodemverdichtingsmodel COMPAC. Boven: verplaatsing van grond; onder: dichtheidsverdeling onder het wielspoor

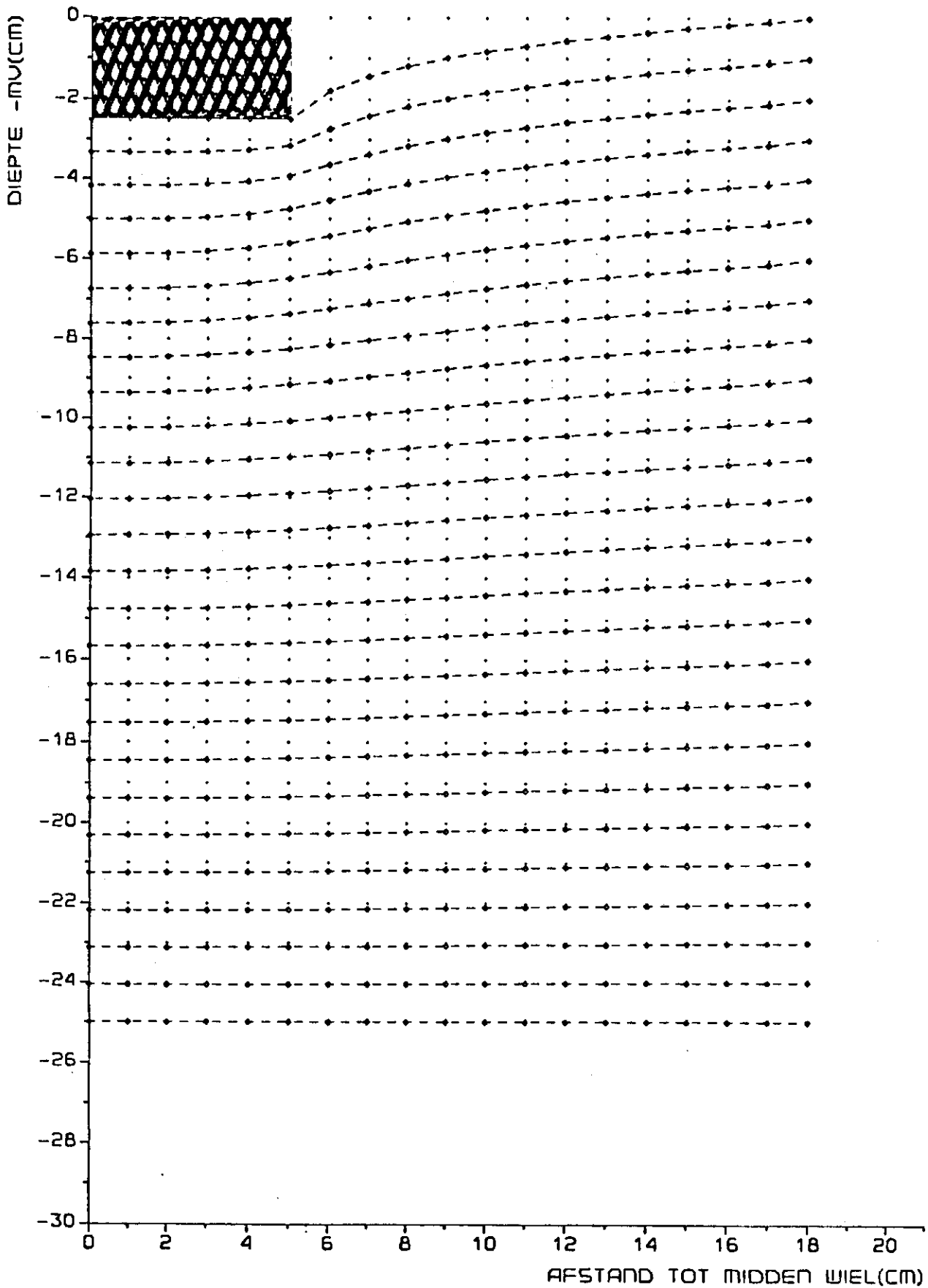


Fig. 1c. Verplaatsing van de grond onder een wiel, berekend met het model COMPAC

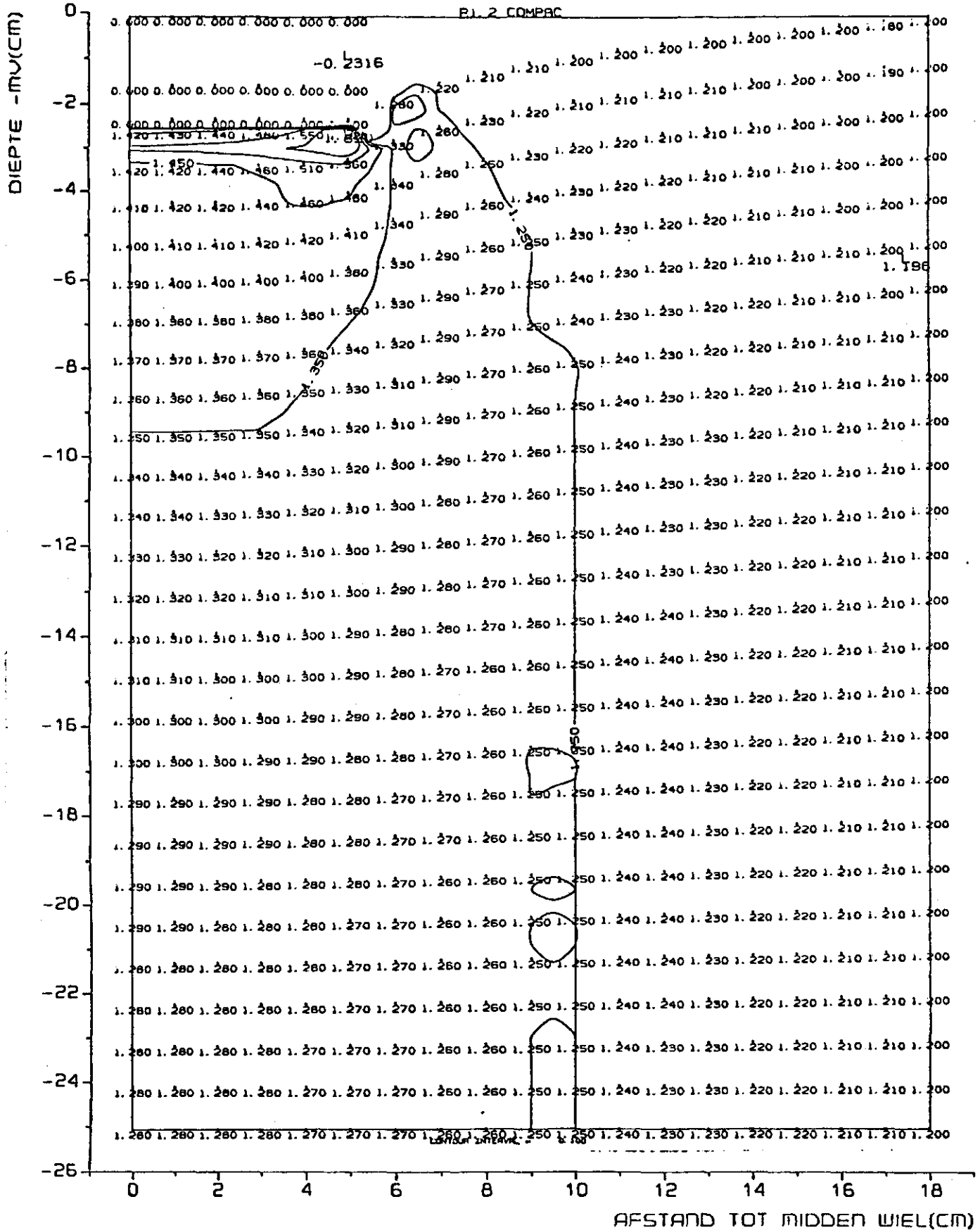


Fig. 1d. Verdeling van de dichtheid van de grond onder een wielspoor van 2,5 cm diep, berekend met het model COMPAC

LAYER THICKN.	INITRD	A	B	NSUBL
1	2.5	1.469	0.147	25

COL.	WIDTH NSUBCOL
1	18

NUMB	X-COORD.	RUTDEP(CM)
1	0.00	2.50
2	1.00	2.50
3	2.00	2.50
4	3.00	2.50
5	4.00	2.50
6	5.00	2.50

INCREA= 1

CALCULATED SOIL COMPACTION BY WHEELS

ITERATION11 DIVERGENCY 0.690(X)

Y	X-COORDINATES																		
	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0
	DRY-BULK DENSITY(G/CM**3)																		
0.0	1.469	1.478	1.530	1.596	1.721	1.838	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
1.0	1.482	1.491	1.519	1.580	1.731	2.342	0.793	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
2.0	1.470	1.476	1.497	1.539	1.613	1.698	1.058	0.970	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
3.0	1.453	1.458	1.470	1.491	1.509	1.468	1.155	1.084	1.054	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
4.0	1.434	1.436	1.442	1.446	1.436	1.376	1.202	1.132	1.120	1.104	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
5.0	1.414	1.415	1.414	1.409	1.388	1.331	1.225	1.165	1.144	1.144	1.134	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
6.0	1.394	1.394	1.390	1.379	1.355	1.307	1.237	1.188	1.164	1.158	1.160	1.153	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
7.0	1.376	1.374	1.368	1.356	1.332	1.293	1.242	1.203	1.180	1.171	1.169	1.171	1.166	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
8.0	1.359	1.357	1.350	1.337	1.315	1.283	1.245	1.213	1.193	1.182	1.178	1.177	1.179	1.176	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
9.0	1.343	1.341	1.334	1.322	1.302	1.276	1.247	1.221	1.202	1.191	1.185	1.183	1.184	1.185	1.183	1.200	1.200	1.200	1.200
10.0	1.330	1.328	1.321	1.309	1.293	1.271	1.247	1.226	1.209	1.198	1.192	1.189	1.188	1.188	1.190	1.188	1.200	1.200	1.200
11.0	1.318	1.316	1.310	1.299	1.285	1.267	1.247	1.229	1.215	1.204	1.197	1.194	1.192	1.191	1.192	1.193	1.192	1.200	1.200
12.0	1.307	1.306	1.300	1.291	1.278	1.263	1.247	1.231	1.219	1.209	1.202	1.198	1.195	1.194	1.194	1.194	1.195	1.195	1.195
13.0	1.298	1.297	1.292	1.284	1.273	1.260	1.246	1.233	1.222	1.213	1.206	1.202	1.199	1.197	1.196	1.196	1.196	1.196	1.197
14.0	1.291	1.289	1.285	1.278	1.269	1.257	1.246	1.234	1.224	1.216	1.209	1.205	1.201	1.199	1.198	1.198	1.198	1.198	1.198
15.0	1.284	1.283	1.279	1.273	1.265	1.255	1.245	1.235	1.226	1.218	1.212	1.207	1.204	1.202	1.200	1.199	1.199	1.199	1.200
16.0	1.279	1.278	1.274	1.269	1.262	1.253	1.244	1.235	1.227	1.220	1.214	1.209	1.206	1.203	1.202	1.200	1.200	1.200	1.200
17.0	1.274	1.273	1.270	1.265	1.259	1.251	1.243	1.236	1.228	1.221	1.216	1.211	1.208	1.205	1.203	1.202	1.201	1.201	1.200
18.0	1.270	1.269	1.267	1.262	1.257	1.250	1.243	1.236	1.229	1.223	1.217	1.213	1.209	1.206	1.204	1.203	1.201	1.201	1.201
19.0	1.267	1.266	1.264	1.260	1.255	1.249	1.242	1.236	1.229	1.223	1.218	1.214	1.210	1.207	1.205	1.203	1.202	1.201	1.200
20.0	1.264	1.264	1.261	1.258	1.253	1.248	1.242	1.236	1.230	1.225	1.219	1.215	1.211	1.208	1.206	1.204	1.203	1.201	1.201
21.0	1.262	1.262	1.260	1.256	1.252	1.247	1.241	1.236	1.230	1.225	1.220	1.216	1.212	1.209	1.207	1.205	1.203	1.202	1.202
22.0	1.261	1.260	1.258	1.255	1.251	1.246	1.241	1.235	1.230	1.225	1.220	1.216	1.212	1.209	1.207	1.205	1.203	1.202	1.202
23.0	1.260	1.259	1.257	1.254	1.251	1.246	1.241	1.235	1.230	1.225	1.221	1.216	1.213	1.210	1.207	1.205	1.204	1.202	1.202
24.0	1.260	1.259	1.257	1.254	1.250	1.246	1.241	1.235	1.230	1.225	1.221	1.217	1.213	1.210	1.207	1.205	1.204	1.203	1.203
25.0	1.260	1.259	1.257	1.254	1.250	1.246	1.241	1.235	1.230	1.225	1.221	1.217	1.213	1.210	1.207	1.205	1.204	1.203	1.203

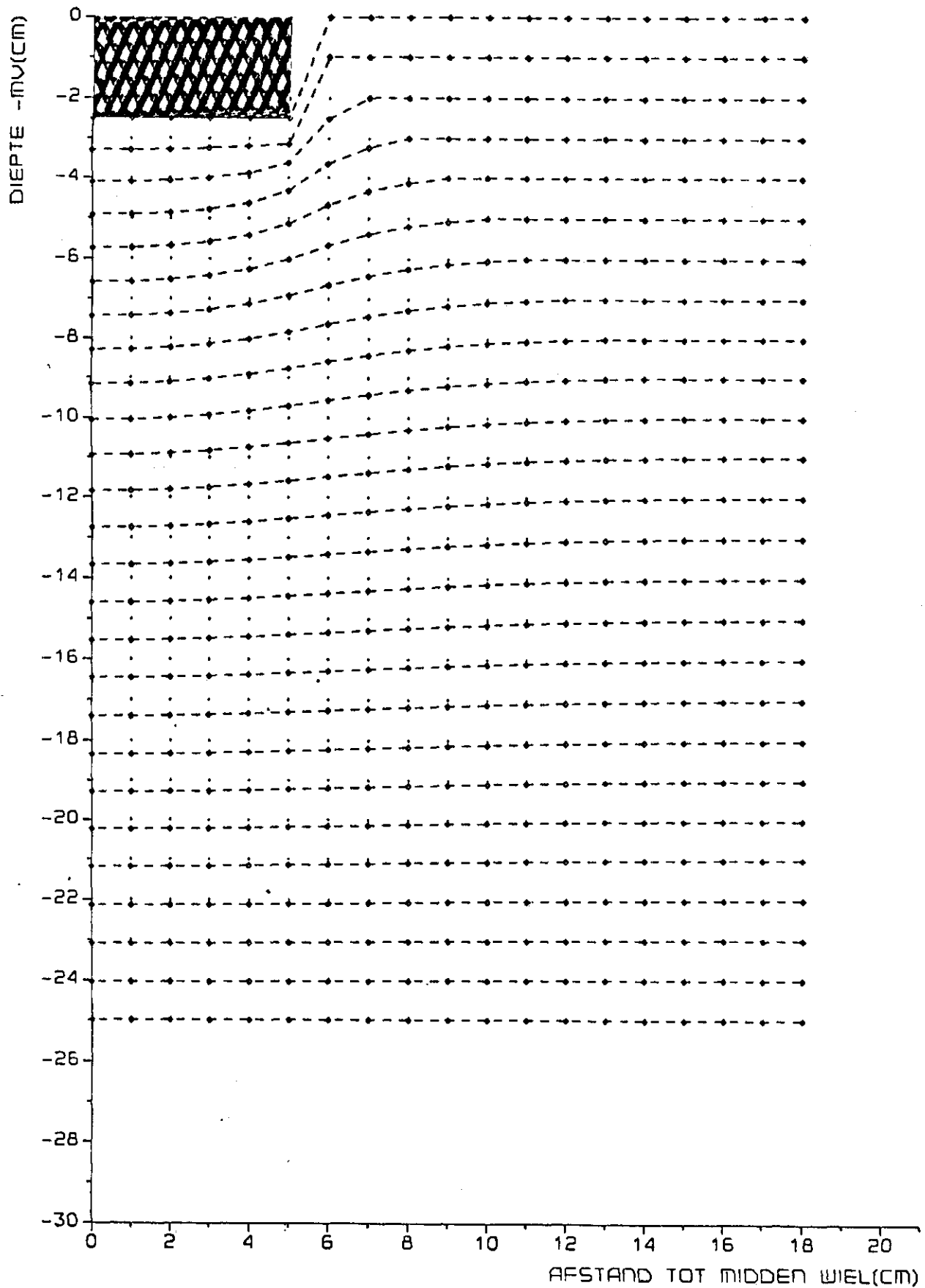
CALCULATED SOIL COMPACTION BY WHEELS

ITERATION11 DIVERGENCY 0.690(X)

Y	X-COORDINATES																		
	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0
	DISPLACEMENT IN EACH NODAL POINT (CM)																		
0.0	2.500	2.500	2.500	2.500	2.500	2.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.0	2.306	2.301	2.284	2.252	2.197	2.153	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2.0	2.116	2.106	2.075	2.011	1.891	1.625	0.314	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3.0	1.932	1.919	1.876	1.791	1.635	1.332	0.648	0.237	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4.0	1.757	1.742	1.692	1.596	1.430	1.149	0.688	0.342	0.136	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5.0	1.594	1.577	1.524	1.426	1.265	1.021	0.686	0.402	0.207	0.087	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6.0	1.443	1.426	1.373	1.278	1.130	0.923	0.665	0.432	0.256	0.136	0.058	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7.0	1.303	1.287	1.236	1.148	1.016	0.841	0.635	0.442	0.287	0.172	0.093	0.041	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8.0	1.175	1.160	1.113	1.033	0.917	0.769	0.601	0.440	0.303	0.197	0.120	0.065	0.029	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9.0	1.059	1.045	1.002	0.930	0.830	0.704	0.565	0.429	0.309	0.213	0.139	0.085	0.046	0.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10.0	0.952	0.940	0.902	0.838	0.751	0.643	0.527	0.412	0.307	0.220	0.151	0.099	0.060	0.033	0.014	0.000	0.000	0.000	0.000
11.0	0.855	0.843	0.810	0.755	0.680	0.589	0.490	0.391	0.300	0.222	0.158	0.108	0.071	0.043	0.023	0.010	0.000	0.000	0.000
12.0	0.765	0.753	0.726	0.678	0.614	0.536	0.452	0.367	0.288	0.218	0.160	0.114	0.077	0.050	0.030	0.016	0.007	0.000	0.000
13.0	0.683	0.673	0.649	0.608	0.552	0.486	0.414	0.341	0.272	0.211	0.158	0.115	0.081	0.055	0.035	0.021	0.011	0.004	0.000
14.0	0.607	0.600	0.578	0.542	0.493	0.439	0.377	0.315	0.255	0.200	0.153	0.114	0.082	0.057	0.038	0.024	0.014	0.007	0.000
15.0	0.537	0.531	0.512	0.481	0.441	0.393	0.341	0.287	0.235	0.188	0.146	0.110	0.081	0.058	0.040	0.026	0.016	0.009	0.000
16.0	0.471	0.466	0.450	0.424	0.390	0.349	0.304	0.259	0.214	0.173	0.136	0.104	0.078	0.057	0.040	0.027	0.017	0.010	0.000
17.0	0.410	0.405	0.392	0.370	0.341	0.307	0.269	0.230	0.192	0.156	0.124	0.097	0.073	0.054	0.038	0.026	0.017	0.010	0.000
18.0	0.352	0.348	0.337	0.318	0.294	0.266	0.234	0.201	0.169	0.139	0.111	0.087	0.067	0.050	0.036	0.025	0.016	0.010	0.000
19.0	0.296	0.293	0.284	0.269	0.249	0.226	0.200	0.173	0.146	0.120	0.097	0.077	0.059	0.045	0.033	0.023	0.015	0.009	0.000
20.0	0.243	0.241	0.234	0.221	0.206	0.187	0.166	0.144	0.122	0.101	0.082	0.065	0.051	0.038	0.028	0.020	0.014	0.008	0.000
21.0	0.193	0.191	0.185	0.175	0.163	0.148	0.132	0.119	0.098	0.082	0.067	0.053	0.041	0.032	0.023	0.017	0.011	0.007	0.000
22.0	0.143	0.142	0.137	0.131	0.122	0.111	0.099	0.086	0.074	0.062	0.050	0.040	0.032	0.024	0.018	0.013	0.009	0.006	0.000
23.0	0.095	0.094	0.091	0.087	0.081	0.074	0.066	0.057	0.049	0.041	0.034	0.027	0.021	0.016	0.012	0.009	0.006	0.004	0.000
24.0	0.047	0.047	0.045	0.043	0.040	0.037	0.033	0.029	0.025	0.021	0.017	0.014	0.011	0.008	0.006	0.004	0.003	0.002	0.000
25.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Fig. 1e. Output-files van het bodemverdichtingsmodel RUT.FOR. Boven: dichtheidsverdeling; onder: verplaatsing van grond onder het wielspoor

Bijlage 1f



Bijlage 1f. Verplaatsing van de grond onder een wiel, berekend met het model RUT.FOR

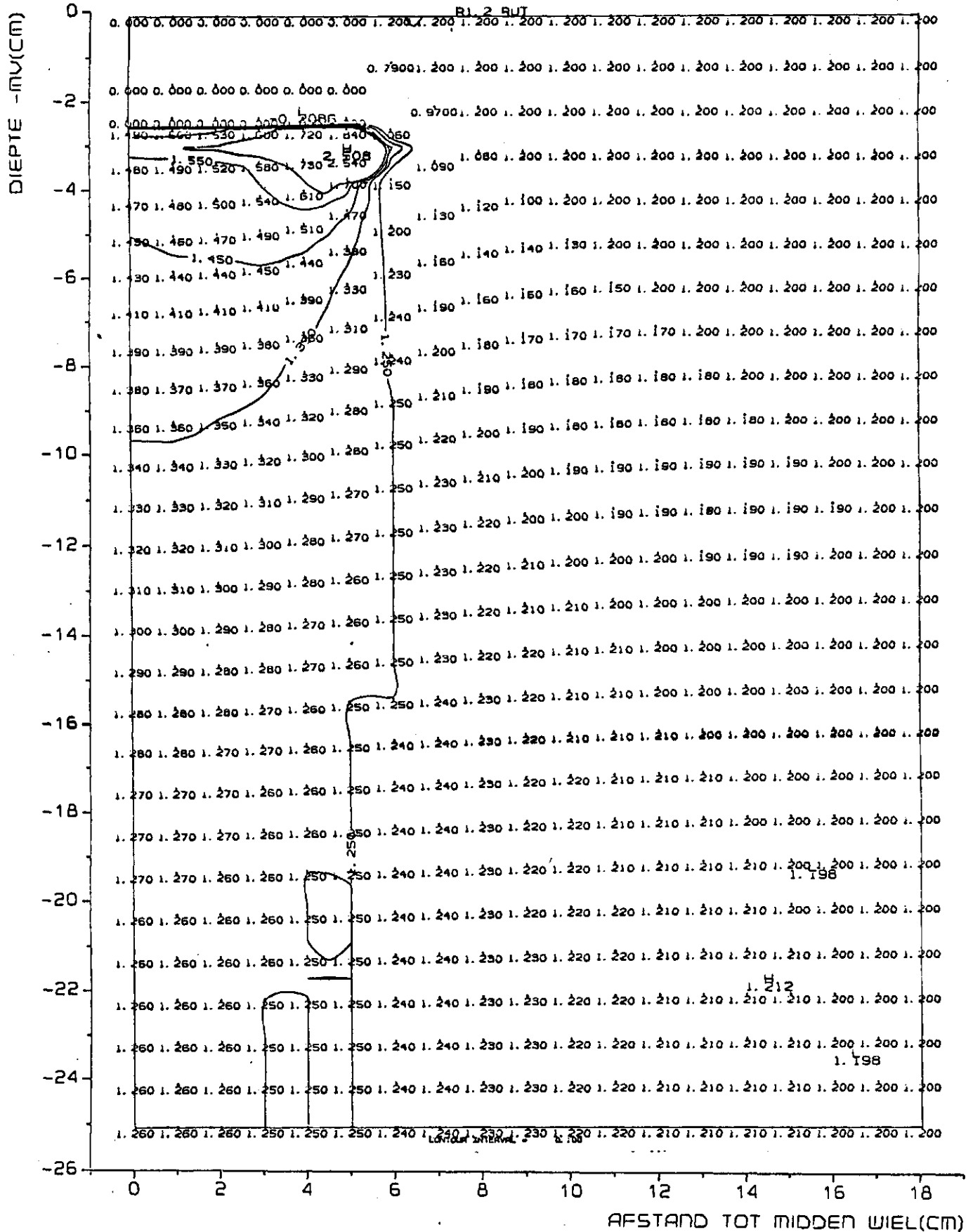


Fig. 1g. Verdeling van de dichtheid van de grond onder een wielspoor van 2,5 cm diep, berekend met het model RUT.FOR



Bijlage 1h

CALCULATED SOIL COMPACTION BY WHEELS

RUT LENGTH Z= 3 DIVERGENCY 0.000(X)

Y	X-COORDINATES																			
	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0
	NORMAL STRESS IN EACH NODAL POINT																			
0.00	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.00	1.911	2.177	2.203	2.208	2.209	2.209	2.208	2.203	2.177	1.911	0.298	0.032	0.006	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2.00	1.323	1.738	1.861	1.879	1.904	1.904	1.895	1.861	1.738	1.323	0.590	0.175	0.052	0.018	0.007	0.003	0.001	0.001	0.000	0.000
3.00	1.106	1.454	1.626	1.696	1.720	1.720	1.696	1.626	1.454	1.106	0.647	0.299	0.126	0.053	0.024	0.012	0.006	0.003	0.002	0.001
4.00	0.940	1.205	1.373	1.460	1.495	1.495	1.460	1.373	1.205	0.940	0.626	0.360	0.189	0.096	0.050	0.026	0.015	0.008	0.005	0.003
5.00	0.805	1.005	1.149	1.235	1.274	1.274	1.235	1.149	1.005	0.805	0.580	0.378	0.229	0.133	0.077	0.045	0.027	0.016	0.010	0.007
6.00	0.696	0.847	0.965	1.041	1.077	1.077	1.041	0.965	0.847	0.696	0.529	0.374	0.249	0.160	0.100	0.063	0.040	0.026	0.017	0.011
7.00	0.603	0.722	0.815	0.879	0.910	0.910	0.879	0.815	0.722	0.603	0.479	0.358	0.256	0.176	0.119	0.079	0.053	0.036	0.024	0.017
8.00	0.531	0.621	0.695	0.746	0.772	0.772	0.746	0.695	0.621	0.531	0.433	0.338	0.253	0.184	0.131	0.092	0.065	0.045	0.032	0.023
9.00	0.468	0.539	0.597	0.638	0.659	0.659	0.638	0.597	0.539	0.468	0.391	0.316	0.246	0.187	0.139	0.102	0.074	0.054	0.039	0.029
10.00	0.415	0.471	0.517	0.549	0.566	0.566	0.549	0.517	0.471	0.415	0.354	0.293	0.236	0.185	0.143	0.107	0.082	0.061	0.046	0.034
11.00	0.370	0.414	0.451	0.476	0.490	0.490	0.476	0.451	0.414	0.370	0.321	0.271	0.224	0.181	0.144	0.112	0.087	0.067	0.052	0.040
12.00	0.331	0.366	0.396	0.416	0.427	0.427	0.416	0.396	0.366	0.331	0.292	0.251	0.211	0.178	0.142	0.114	0.091	0.072	0.056	0.044
13.00	0.297	0.326	0.349	0.366	0.378	0.378	0.366	0.349	0.326	0.297	0.265	0.232	0.199	0.168	0.139	0.114	0.093	0.073	0.060	0.048
14.00	0.268	0.292	0.311	0.324	0.331	0.331	0.324	0.311	0.292	0.268	0.242	0.214	0.187	0.160	0.135	0.113	0.093	0.077	0.063	0.051
15.00	0.243	0.262	0.277	0.288	0.294	0.294	0.288	0.277	0.262	0.243	0.221	0.198	0.175	0.152	0.130	0.111	0.093	0.078	0.065	0.053
16.00	0.221	0.236	0.249	0.258	0.263	0.263	0.258	0.249	0.236	0.221	0.203	0.183	0.164	0.144	0.125	0.108	0.092	0.078	0.066	0.053
17.00	0.201	0.214	0.225	0.232	0.236	0.236	0.232	0.225	0.214	0.201	0.186	0.170	0.153	0.136	0.120	0.104	0.090	0.077	0.066	0.056
18.00	0.184	0.195	0.204	0.210	0.213	0.213	0.210	0.204	0.195	0.184	0.171	0.158	0.143	0.129	0.114	0.101	0.088	0.076	0.066	0.057
19.00	0.169	0.178	0.185	0.190	0.193	0.193	0.190	0.185	0.178	0.169	0.158	0.146	0.134	0.121	0.109	0.097	0.086	0.075	0.065	0.057
20.00	0.155	0.163	0.169	0.173	0.176	0.176	0.173	0.169	0.163	0.155	0.146	0.136	0.126	0.115	0.104	0.093	0.083	0.073	0.065	0.057
21.00	0.143	0.150	0.155	0.159	0.161	0.161	0.159	0.155	0.150	0.143	0.136	0.127	0.118	0.108	0.099	0.089	0.080	0.072	0.063	0.056
22.00	0.133	0.138	0.143	0.146	0.147	0.147	0.146	0.143	0.138	0.133	0.126	0.118	0.111	0.102	0.094	0.085	0.077	0.069	0.062	0.055
23.00	0.123	0.128	0.132	0.134	0.135	0.135	0.134	0.132	0.128	0.123	0.117	0.111	0.104	0.097	0.089	0.082	0.074	0.067	0.061	0.054
24.00	0.114	0.118	0.122	0.124	0.125	0.125	0.124	0.122	0.118	0.114	0.109	0.104	0.098	0.091	0.085	0.078	0.071	0.065	0.059	0.053
25.00	0.106	0.110	0.113	0.115	0.116	0.116	0.115	0.113	0.110	0.106	0.102	0.097	0.092	0.086	0.080	0.075	0.069	0.063	0.057	0.052

CALCULATED SOIL COMPACTION BY WHEELS

RUT LENGTH Z= 3 DIVERGENCY 0.000(X)

Y	X-COORDINATES																			
	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0
	DISPLACEMENT IN EACH NODAL POINT																			
0.00	2.289	2.530	2.676	2.762	2.802	2.802	2.762	2.676	2.530	2.289	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.00	2.053	2.294	2.440	2.526	2.566	2.566	2.526	2.440	2.294	2.053	1.820	1.448	0.918	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2.00	1.820	2.051	2.197	2.282	2.323	2.323	2.282	2.197	2.051	1.820	1.620	1.448	0.918	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3.00	1.614	1.823	1.966	2.050	2.090	2.090	2.050	1.966	1.823	1.614	1.448	1.311	0.907	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4.00	1.423	1.613	1.745	1.826	1.865	1.865	1.826	1.745	1.613	1.423	1.265	1.165	0.836	0.443	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5.00	1.245	1.415	1.537	1.613	1.650	1.650	1.613	1.537	1.415	1.245	1.022	0.746	0.423	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6.00	1.080	1.231	1.342	1.413	1.448	1.448	1.413	1.342	1.231	1.080	0.886	0.651	0.382	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7.00	0.928	1.062	1.162	1.227	1.259	1.259	1.227	1.162	1.062	0.928	0.758	0.557	0.331	0.094	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8.00	0.788	0.906	0.996	1.054	1.083	1.083	1.054	0.996	0.906	0.788	0.640	0.467	0.277	0.083	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9.00	0.660	0.764	0.844	0.896	0.922	0.922	0.896	0.844	0.764	0.660	0.531	0.384	0.224	0.066	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10.00	0.544	0.635	0.705	0.751	0.774	0.774	0.751	0.705	0.635	0.544	0.433	0.307	0.174	0.048	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11.00	0.440	0.518	0.580	0.620	0.641	0.641	0.620	0.580	0.518	0.440	0.344	0.239	0.129	0.030	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12.00	0.347	0.414	0.467	0.503	0.520	0.520	0.503	0.467	0.414	0.347	0.266	0.178	0.089	0.016	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13.00	0.265	0.322	0.368	0.398	0.413	0.413	0.398	0.368	0.322	0.265	0.198	0.126	0.057	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14.00	0.195	0.242	0.281	0.306	0.319	0.319	0.306	0.281	0.242	0.195	0.140	0.083	0.031	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15.00	0.136	0.174	0.206	0.227	0.238	0.238	0.227	0.206	0.174	0.136	0.092	0.048	0.013	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16.00	0.087	0.118	0.143	0.160	0.169	0.169	0.160	0.143	0.118	0.087	0.054	0.023	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17.00	0.050	0.072	0.092	0.105	0.112	0.112	0.105	0.092	0.072	0.050	0.026	0.007	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18.00	0.023	0.038	0.052	0.062	0.067	0.067	0.062	0.052	0.038	0.023	0.008	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19.00	0.006	0.015	0.024	0.030	0.033	0.033	0.030	0.024	0.015	0.006	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20.00	0.000	0.002	0.007	0.009	0.011	0.011	0.009	0.007	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
21.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
22.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
23.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
24.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
25.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Fig. 1h. Output van het bodemverdichtingsmodel SOEHNE voor  $v = 4$  en  $P = 2 \text{ kg/cm}^2$ .  
 Boven: verdeling van de normaalspanning; onder: verplaatsing van de grond onder het wiel

CALCULATED SOIL COMPACTION BY WHEELS

RUT LENGTH Z= 3 DIVERGENCY 0.000(X)

Y	X-COORDINATES																			
	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0
	DRY-BULK DENSITY(G/CM**3)																			
0.00	1.571	1.571	1.571	1.571	1.571	1.571	1.571	1.571	1.571	1.571	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
1.00	1.564	1.583	1.583	1.585	1.585	1.585	1.585	1.585	1.583	1.564	1.291	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
2.00	1.510	1.550	1.560	1.563	1.564	1.564	1.563	1.560	1.550	1.510	1.391	1.213	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
3.00	1.484	1.524	1.540	1.547	1.549	1.549	1.547	1.540	1.524	1.484	1.405	1.292	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
4.00	1.460	1.496	1.516	1.525	1.528	1.528	1.525	1.516	1.496	1.460	1.400	1.319	1.224	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
5.00	1.437	1.470	1.489	1.500	1.505	1.505	1.500	1.489	1.470	1.437	1.389	1.326	1.252	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
6.00	1.416	1.445	1.464	1.475	1.480	1.480	1.475	1.464	1.445	1.416	1.375	1.324	1.265	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
7.00	1.395	1.421	1.439	1.450	1.455	1.455	1.450	1.439	1.421	1.395	1.361	1.318	1.268	1.214	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
8.00	1.376	1.399	1.415	1.426	1.431	1.431	1.426	1.415	1.399	1.376	1.344	1.309	1.267	1.220	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
9.00	1.357	1.378	1.393	1.403	1.408	1.408	1.403	1.393	1.378	1.357	1.331	1.299	1.263	1.222	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
10.00	1.340	1.358	1.372	1.381	1.385	1.385	1.381	1.372	1.358	1.340	1.316	1.289	1.257	1.221	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
11.00	1.323	1.339	1.352	1.360	1.364	1.364	1.360	1.352	1.339	1.323	1.302	1.277	1.249	1.218	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
12.00	1.306	1.321	1.333	1.340	1.344	1.344	1.340	1.333	1.321	1.306	1.288	1.266	1.241	1.213	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
13.00	1.291	1.304	1.314	1.321	1.325	1.325	1.321	1.314	1.304	1.291	1.274	1.254	1.232	1.206	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
14.00	1.276	1.288	1.297	1.303	1.306	1.306	1.303	1.297	1.288	1.276	1.260	1.243	1.222	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
15.00	1.261	1.272	1.281	1.286	1.289	1.289	1.286	1.281	1.272	1.261	1.247	1.231	1.213	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
16.00	1.247	1.257	1.265	1.270	1.272	1.272	1.270	1.265	1.257	1.247	1.234	1.220	1.203	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
17.00	1.233	1.243	1.250	1.254	1.257	1.257	1.254	1.250	1.243	1.233	1.222	1.208	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
18.00	1.220	1.229	1.235	1.239	1.242	1.242	1.239	1.235	1.229	1.220	1.210	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
19.00	1.208	1.215	1.221	1.225	1.227	1.227	1.225	1.221	1.215	1.208	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
20.00	1.200	1.202	1.208	1.211	1.213	1.213	1.211	1.208	1.202	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
21.00	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
22.00	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
23.00	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
24.00	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200
25.00	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200	1.200

Fig. li. Dichtheidsverdeling onder een wielspoor berekend met het bodemverdichtingsmodel SOEHNE voor  $v = 4$  en  $P = 2 \text{ kg/cm}^2$



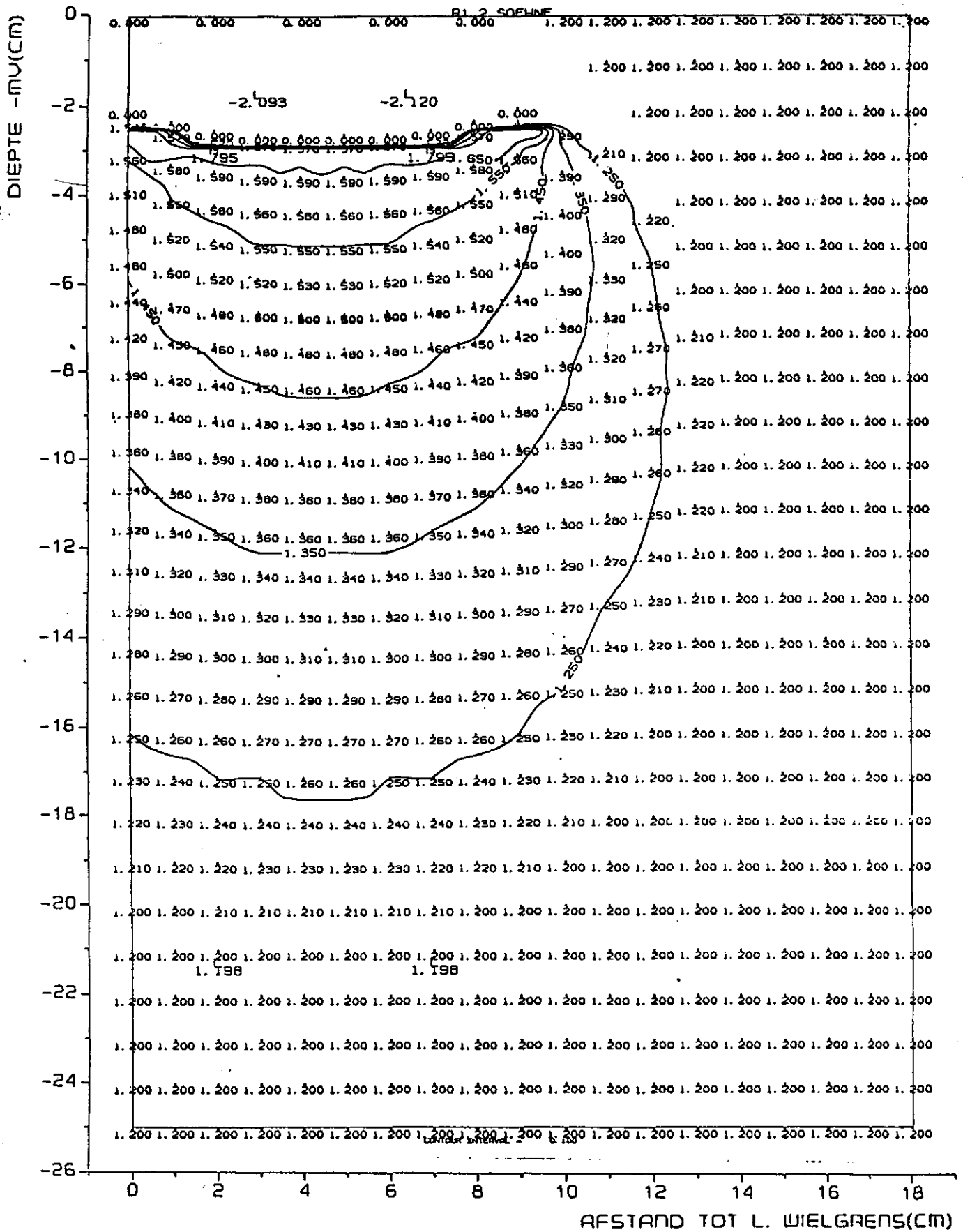


Fig. 1k. Verdeling van de dichtheid onder een wielspoor berekend met het model SOEHNE