

DE PROBLEMATIEK VAN DE KOPPELING VAN GRONDWATERMODELLEN EN OPENWATERMODELLEN

P.M. Promes

RAPPORT 1

Maart 1990

**Vakgroep Hydrologie, Bodemnatuurkunde en Hydraulica
Nieuwe Kanaal 11, 6709 PA Wageningen**

Dit onderzoek werd verricht in opdracht en ten laste van het provinciaal bestuur van Gelderland, en vormt een deelstudie van het project "Optimaliseren Peilbeheer".

VOORWOORD

Het voorliggende rapport is opgesteld door de Vakgroep Hydrologie, Bodemnatuurkunde en Hydraulica, in samenwerking met de Dienst Milieu en Water van de Provincie Gelderland. Het onderzoek werd uitgevoerd in opdracht van het provinciaal bestuur van Gelderland en vormt een deelstudie van het project "Optimaliseren Peilbeheer".

Doelstelling van deze deelstudie was te komen tot een voorstel voor de koppeling van het grondwatermodel Geldym-Must en het openwatermodel Lympha. Om inzicht te krijgen in de problematiek van de koppeling van grondwatermodellen en openwatermodellen zijn verschillende koppelingsmogelijkheden, zoals ze onder andere in bestaande literatuur naar voren komen, kritisch bestudeerd en getest aan de hand van eenvoudige modelberekeningen. In voorliggend rapport worden de verschillende mogelijkheden systematisch in kaart gebracht en wordt een voorstel gedaan voor de koppeling van Geldym-Must en Lympha.

Het onderzoek werd begeleid door een werkgroep in de volgende samenstelling:

ir. R.H.C.M. Awater	: Dienst Milieu en Water, Provincie Gelderland
H.J. Brinkhof	: Dienst Milieu en Water, Provincie Gelderland
ir. H.J. van Ieperen	: Vakgroep Hydrologie, Bodemnatuurkunde en Hydraulica, LU Wageningen
dr.ir. Th.J. van de Nes	: Dienst Milieu en Water, Provincie Gelderland
ir. H.J. Reit	: Dienst Milieu en Water, Provincie Gelderland
ir. J.N.M. Stricker (voorz.)	: Vakgroep Hydrologie, Bodemnatuurkunde en Hydraulica, LU Wageningen
drs. P.J.J.F. Torfs	: Vakgroep Hydrologie, Bodemnatuurkunde en Hydraulica, LU Wageningen
ir. L. van der Werff	: Dienst Milieu en Water, Provincie Gelderland

Op deze plaats wens ik allen die aan de totstandkoming van dit rapport hebben bijgedragen van harte te bedanken voor het in mij gestelde vertrouwen, de kritische opmerkingen en waardevolle suggesties, het verzorgen van typewerk en tekeningen en de aanmoedigingen.

Pauline Promes

maart 1990

INHOUDSOPGAVE

	blz.
VOORWOORD	
1 INLEIDING	4
2 EXTERNE EN INTERNE RANDVOORWAARDEN	7
3 LATERALE TOEVOER ALS INTERNE RANDVOORWAARDE IN EEN GRONDWATERMODULE	8
4 VERSCHILLENDE ITERATIEF ALGORITMES	13
4.1.1 Het algoritme van stroomschema 1a en 1b	13
4.1.2 Het algoritme van stroomschema 1c	14
4.2.1 Het algoritme van stroomschema 2a	15
4.2.2 Het algoritme van stroomschema 2b	16
4.3 Het algoritme van stroomschema 3	17
5 DE LIGGING VAN DE KNOOPPUNTEN	18
6 MODELLERING VAN DE FLUX TUSSEN GRONDWATER EN OPENWATER	19
6.1 Modelling van de flux in de grondwatermodule	19
6.1.1 Eén-parametermodellen	19
6.1.2 Meer-parametermodellen	21
6.2 Modelling van de laterale toevoer in de openwatermodule	25
7 VOORSTEL VOOR DE KOPPELING GELDYM-MUST EN LYMPHA	27
LITERATUUR	31
LIJST VAN SYMBOLEN	34
BIJLAGEN	

1 INLEIDING

Doelstelling van deze deelstudie is het verkrijgen van inzicht in de problematiek omtrent het koppelen van twee numerieke rekenmodules waarmee grondwaterstroming en openwaterstroming afzonderlijk worden berekend en te komen tot een voorstel op welke wijze Geldym-Must en Lympa gekoppeld kunnen worden.

In figuur 1 is schematisch weergegeven welke stappen doorlopen moeten worden om te komen tot een bepaling van de grondwaterstijghoogte enerzijds en de afvoer en waterdiepte in de openwaterlopen anderzijds met behulp van een numerieke methode (eindige differentie methode). Tevens is aangegeven hoe deze twee processen in elkaar grijpen.

De differentiaalvergelijkingen waarmee 1-dimensionale openwaterstroming beschreven kan worden zijn de St. Venantvergelijkingen:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial a}{\partial y} = gA(S_0 - S_f) \quad (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial y} = q_0 \quad (2)$$

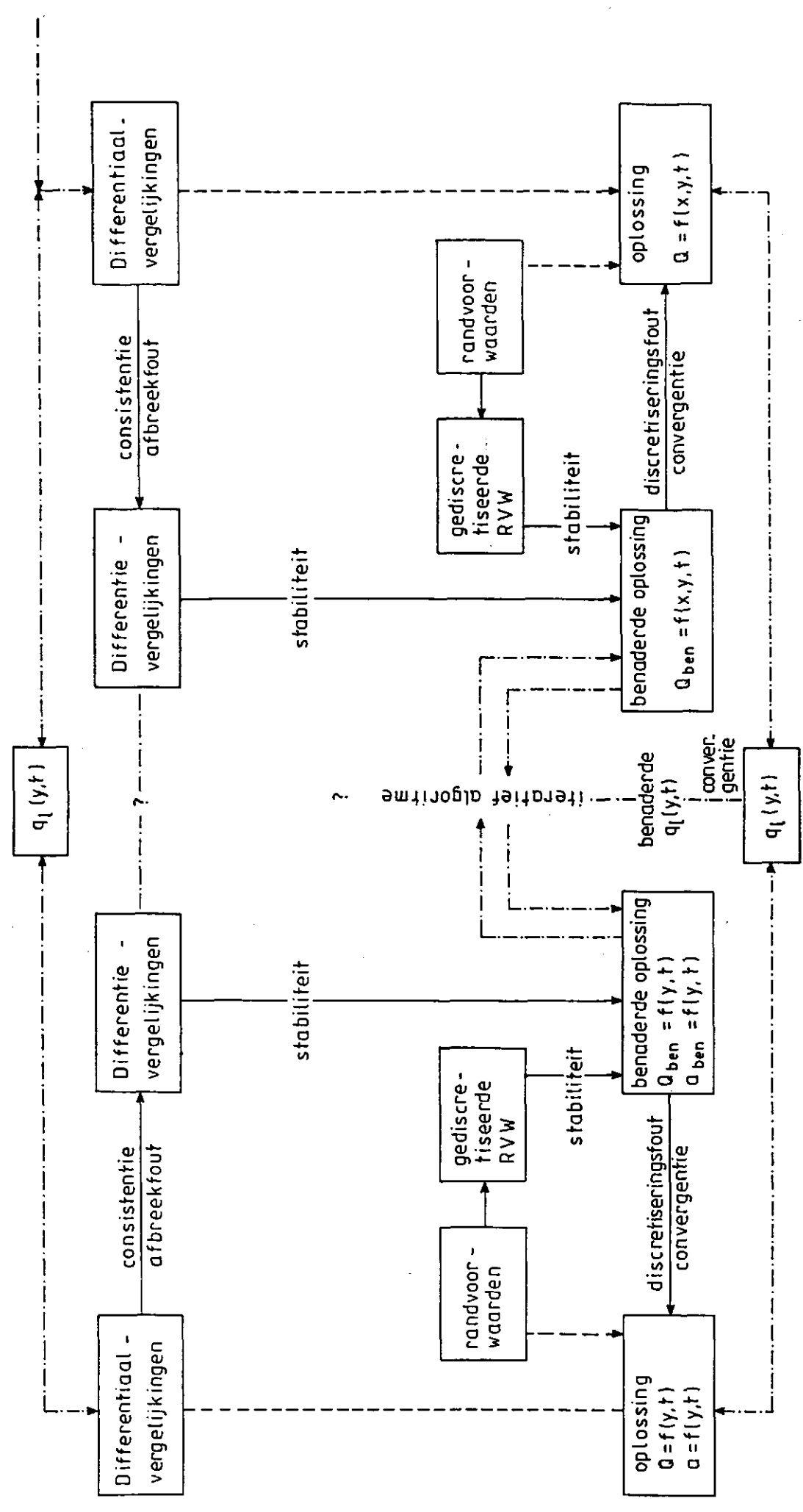
waarbij,

a = waterhoogte	[L]	$S_0 = - \frac{\partial z}{\partial y}$	= bodemverhang	[-]
A = natte doorsnede	[L ²]			
C = coëfficiënt van Chézy	[L ^{1/2} T ⁻¹]	$S_f = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R}$	= wrijvingsverhang	[-]
g = zwaartekrachtversnelling	[L T ⁻²]			
Q = afvoer	[L ³ T ⁻¹]	t = tijd		[T]
q ₀ = zijdelingse toevoer per eenheid van lengte y		y = plaats in horizontaal vlak		[L]
	[L ² T ⁻¹]	z = plaats in verticaal		[L]

De differentiaalvergelijking (de vergelijking van Boussinesq) waarmee 2-dimensionale grondwaterstroming kan worden beschreven, ziet er als volgt uit:

2-D grondwaterstroming

1-D openwaterstroming



Figuur 1 Stappen bij numerieke oplossing

$$S \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + N + q_g \quad (3)$$

waarbij,

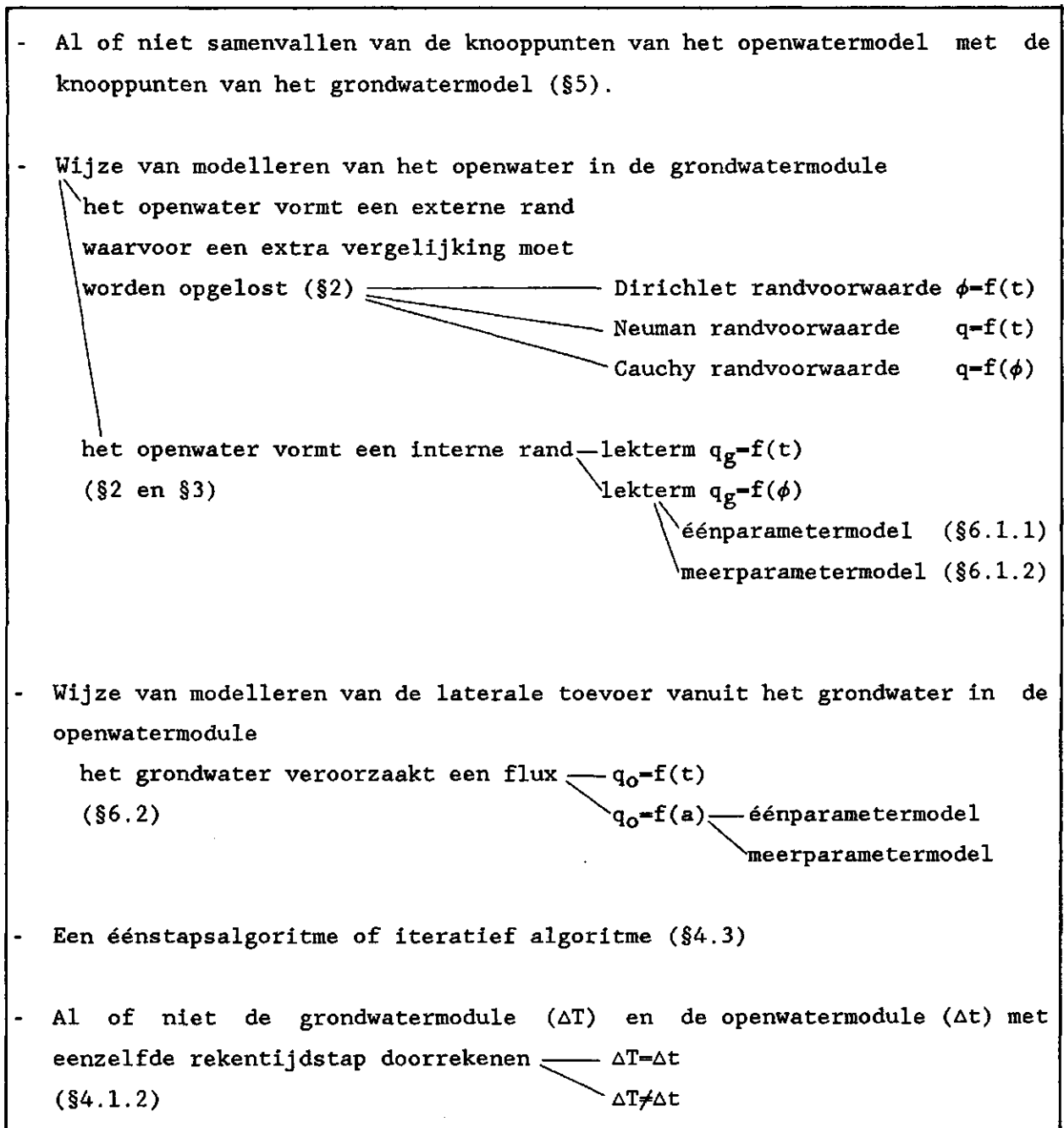
ϕ	= stijghoogte van het grondwater	[L]
k_x, k_y	= doorlatendheid van het watervoerend pakket	[L T ⁻¹]
N	= effectieve neerslag	[L T ⁻¹]
S	= bergingscoëfficiënt	[-]
x, y	= plaats in horizontaal vlak	[L]
q_g	= lekterm per eenheid van oppervlakte	[L T ⁻¹]

De lekterm q_g kan gebruikt worden om meerdere fluxen te beschrijven, zoals de flux van en naar een onderliggend watervoerend pakket en/of kunstmatige toevoer of onttrekking en/of een flux van of naar het openwater. In het navolgende zal q_g alleen betrekking hebben op de flux van of naar het openwater. In plaats van q_0 en q_g zal in de volgende hoofdstukken het symbool q_1 gebruikt worden voor de beschrijving van de interactie tussen grondwater en openwater.

De partiële differentiaalvergelijkingen voor de grondwaterstroming en de openwaterstroming worden afzonderlijk met een numerieke methode opgelost. De resultaten van berekeningen met de ontwikkelde grondwatermodule en met de ontwikkelde openwatermodule moeten met elkaar in overeenstemming worden gebracht via een zo efficiënt mogelijk iteratief rekenproces zodat de waterbalans tussen grondwater en openwater klopt.

In tabel 1 staan de verschillende keuzes weergegeven die tijdens het ontwerpen van een iteratief algoritme hiervoor, gemaakt moeten worden. In de tekst zullen de keuzes nader worden toegelicht.

Tabel 1 Keuzemomenten bij het ontwerp van een iteratief algoritme voor het koppelen van een grondwater- en een openwatermodule.

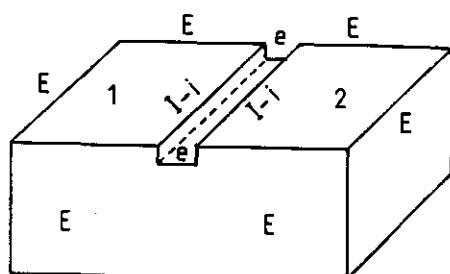


2 EXTERNE EN INTERNE RANDVOORWAARDEN

Om de differentie-vergelijkingen die uit de vergelijkingen (1) tot en met (3) kunnen worden afgeleid te kunnen oplossen zijn randvoorwaarden nodig (figuur 1). De randvoorwaarden kunnen voor zowel grondwater als openwater als volgt worden gedefinieerd:

- 1) Een Dirichlet-randvoorwaarde: op de rand is de stijghoogte c.q. waterhoogte gegeven als functie van de tijd, $\phi=f(t)$ resp. $a=f(t)$;
- 2) Een Neuman-randvoorwaarde: de flux over de rand is gegeven als functie van de tijd, $q=f(t)$ resp. $Q=f(t)$;
- 3) Een Cauchy-randvoorwaarde: de flux over de rand is gegeven als functie van de stijghoogte cq. waterhoogte, $q=f(\phi)$ resp. $Q=f(a)$.

Deze externe randvoorwaarden worden opgelegd op randen aan de zijde van een modelgebied c.q. in bovenstroomse knooppunten van een leidingstelsel (figuur 2). Voor deze externe randvoorwaarden worden extra vergelijkingen opgesteld.



grondwater:

E - externe RVW

I - interne RVW

openwater:

e - externe RVW

i - interne RVW

Figuur 2

In figuur 2 zijn tevens de interne randen opgenomen die gemodelleerd moeten worden wanneer grondwaterstroming en openwaterstroming in één model worden beschreven. Op deze interne randen vindt interactie tussen grondwater en openwater plaats. In de openwatermodule kan deze interactie eenvoudig worden beschreven met q_0 (vgl. 2). Aan de interne rand legt het grondwater de flux q_0 op aan het openwater (zie verder § 4 en § 6.2).

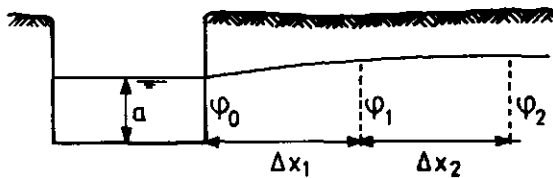
De grondwaterstroming in de situatie van figuur 2 kan op twee manieren worden berekend. In het eerste geval wordt het modelgebied opgesplitst in twee subgebieden waarvoor de grondwatermodule afzonderlijk wordt aangeroepen met het openwater als externe rand. Voor het modelleren van deze externe

rand worden in dit geval extra vergelijkingen opgesteld waarbij gekozen kan worden uit de drie eerder genoemde externe randvoorwaarden. De berekende grondwaterstroming in beide subgebieden moeten bij het openwater met elkaar in overeenstemming zijn.

In het tweede geval wordt de grondwaterstroming in subgebied 1 en subgebied 2 in één keer opgelost met het openwater als interne rand. In de meeste grondwatermodules is het in dat geval niet mogelijk om de openwaterrand te modelleren met behulp van een Dirichlet-randvoorwaarde (opm.: in Geldym is dit wel mogelijk). De openwaterrand kan in de grondwatermodules wel worden gemodelleerd met behulp van een Neuman- of Canchy-randvoorwaarde door gebruik te maken van de lekterm q_g (vgl. 3). In §3 zal worden getoond dat het modelleren van het openwater als interne rand met behulp van de lekterm q_g equivalent is aan het gebruik van een externe randvoorwaarde van type 2 en 3, zonder dat extra vergelijkingen hoeven te worden opgelost.

3 LATERALE TOEVOER ALS INTERNE RANDVOORWAARDE IN EEN GRONDWATERMODULE

De stromingssituatie in het punt waar grondwaterstroming en openwaterstroming met elkaar in verbinding staan kan op verschillende manieren benaderd worden. De eerste mogelijkheid is om een continue overgang tussen grondwaterstijghoogte en openwaterhoogte te veronderstellen (dit vereist een zeer fijne discretisatie). In figuur 3 is dit weergegeven. (In de grondwatermodule wordt aangenomen dat de watergang een breedte nul heeft).



Figuur 3 $\phi(x=0, y, t) = a(y, t)$.

Omwillen van de duidelijkheid wordt in het navolgende even uitgegaan van 1-dimensionale grondwaterstroming loodrecht op de openwaterstroming. Uit vergelijking (3) volgt voor ϕ_1 , wanneer gebruik wordt gemaakt van eindige

differenties en een impliciet ($\epsilon \neq 0$) oplossingschema:

$$S \frac{(\phi_1(t+\Delta t) - \phi_1(t))}{\Delta t} \cdot \overline{\Delta x} = (1-\epsilon) \left\{ k_1 D \frac{(\phi_0(t) - \phi_1(t))}{\Delta x_1} + k_2 D \frac{(\phi_2(t) - \phi_1(t))}{\Delta x_2} \right\} + \epsilon \left\{ k_1 D \frac{(\phi_0(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Delta x_1} + k_2 D \frac{(\phi_2(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Delta x_2} \right\} + N \cdot \overline{\Delta x} \quad (4)$$

waarbij,

D = dikte van het watervoerend pakket [L]

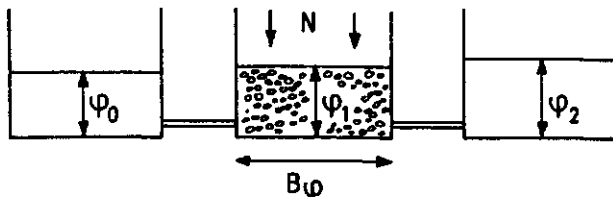
$\epsilon = 0$ voor impliciet schema, $\epsilon = 1$ voor volledig expliciet schema [-]

$\partial \phi \ll D$

Δx variabel [L]

$\overline{\Delta x} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2}$ [L]

Deze vergelijking kan ook worden afgeleid wanneer wordt gedacht in termen van reservoirs (fig. 4) die met elkaar in verbinding staan via buisjes waarin laminaire stroming optreedt. In dat geval is de flux door de buisjes evenredig met het drukhoogteverschil over de buisjes. De evenredigheidsfactoren zijn $\frac{k_1 D}{\Delta x_1}$ en $\frac{k_2 D}{\Delta x_2}$.



Figuur 4

Wanneer de reservoirs gevuld gedacht worden met grind waarin de stroming onbelemmerd plaats kan vinden en waarin een fractie S van de inhoud uit poriën bestaat, kan worden afgeleid dat:

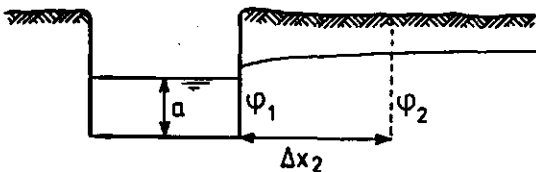
$$S B_\phi \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \frac{k_1 D}{\Delta x_1} (\phi_0 - \phi_1) + \frac{k_2 D}{\Delta x_2} (\phi_2 - \phi_1) + N \cdot B_\phi \quad (5)$$

Wanneer voor ϕ_0 , ϕ_1 en ϕ_2 gewogen gemiddelden in de tijd worden gebruikt gaat vergelijking (5) over in vergelijking (4) waarbij $B_\phi \hat{=} \overline{\Delta x}$.

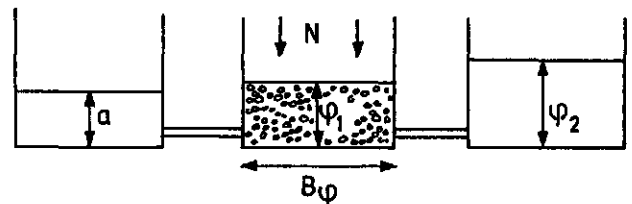
Vergelijking (4) kan eenvoudig worden opgelost wanneer $\phi_0 = a$ als linkerrandvoorwaarde wordt opgelegd. Dit betekent in feite dat nabij de leiding geen afwijking van het horizontale stromingsbeeld wordt verondersteld (de leiding doorsnijdt het watervoerend pakket volledig). De flux q_1 tussen het openwater en het grondwater is gelijk aan:

$$\left\{ (1-\epsilon) \left[k_1 D \frac{(\phi_0(t) - \phi_1(t))}{\Delta x_1} \right] + \epsilon \left[k_1 D \frac{(\phi_0(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Delta x_1} \right] \right\}$$

Een tweede manier van benaderen van de stromingssituatie bij het contactpunt tussen grondwater en openwater, is het veronderstellen van een lokaal potentiaalverschil (discontinuïteit).



Figuur 5



Figuur 6

Dit is weergegeven in figuur 5 en 6. Aan de hand van figuur 6 kan nu worden afgeleid dat

$$S B_\phi \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \frac{(a - \phi_1)}{\Gamma} + \frac{k_2 D}{\Delta x_2} (\phi_2 - \phi_1) + N \cdot B_\phi \quad (6)$$

(a en ϕ_1 hebben hetzelfde referentievlak)

met Γ = drainage weerstand

[L⁻¹T]

Vergelijking (4) wordt in dit geval:

$$s \frac{(\phi_1(t+\Delta t) - \phi_1(t))}{\Delta t} \cdot \overline{\Delta x} (1-\epsilon) \left\{ \frac{(a(t) - \phi_1(t))}{\Gamma_R} + k_2 D \frac{(\phi_2(t) - \phi_1(t))}{\Delta x_2} \right\} +$$

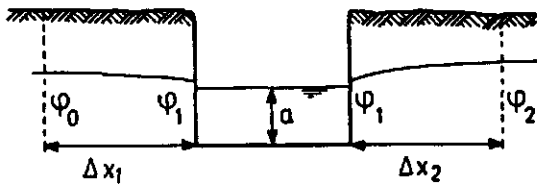
$$\epsilon \left\{ \frac{(a(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Gamma_R} + k_2 D \frac{(\phi_2(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Delta x_2} \right\} + N \cdot \overline{\Delta x} \quad (7)$$

$$\left(\overline{\Delta x} = \frac{\Delta x_2}{2} \right)$$

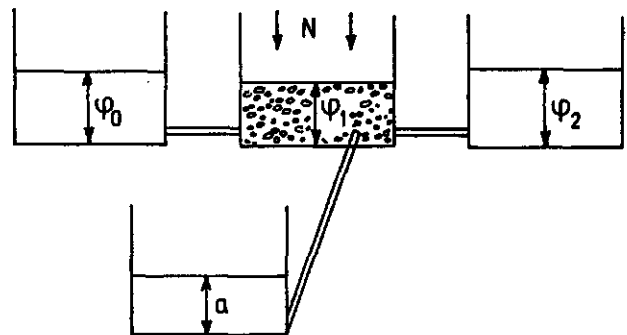
Vergelijking (7) kan eenvoudig worden opgelost door $q_1(t) \left[\hat{=} \frac{a(t) - \phi_1(t)}{\Gamma} \right]$ als linkerrandvoorwaarde op te geven of door $q_1(t) = f(\phi_1(t), t)$ ($\hat{=} a(t)$ en Γ opgeven) als linkerrandvoorwaarde op te geven. Met andere woorden in dit geval moet een keuze gemaakt worden tussen een Neuman- of een Cauchy-randvoorwaarde.

In deze benaderingswijze wordt lokaal een extra stijghoogteverlies gemodelleerd, dat in werkelijkheid nabij een leiding c.q. drain ook optreedt door een afwijking van het horizontaal veronderstelde stromingsbeeld.

Tot nog toe is in deze paragraaf alleen de situatie besproken waarbij de leiding een externe rand van het grondwatermodel vormt (figuur 2). Anders wordt het wanneer de leiding midden in het grondwatermodel ligt (figuur 7).



Figuur 7



Figuur 8

Voor de grondwaterstroming aan de linkerzijde van de leiding kan analoog aan wat eerder voor de rechterzijde is gebeurd de volgende vergelijking worden

afgeleid:

$$\begin{aligned}
 & s \frac{(\phi_1(t+\Delta t) - \phi_1(t))}{\Delta t} \cdot \overline{\Delta x} = (1-\epsilon) \left\{ \frac{(a(t) - \phi_1(t))}{\Gamma_L} + k_1 D \frac{(\phi_0(t) - \phi_1(t))}{\Delta x_1} \right\} + \\
 & \epsilon \left\{ \frac{(a(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Gamma_L} + k_1 D \frac{(\phi_0(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Delta x_1} \right\} + N \cdot \overline{\Delta x} \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\left[\overline{\Delta x} = \frac{\Delta x_1}{2} \right]$$

Wanneer het openwater als interne rand van het grondwatermodel wordt gemodelleerd ligt er bij de leiding nog maar één knooppunt in het grondwatermodel (figuur 8). De stijghoogte ϕ_1 in vergelijking (7) betreft dus hetzelfde knooppunt als ϕ_1 in vergelijking (8) en er is maar één relatie tussen ϕ_1 en a ($\Gamma_R = \Gamma_L$). De grondwaterstroming links en rechts van de leiding kan nu in een keer worden opgelost door vergelijking (7) en (8) op te tellen. De volgende vergelijking wordt dan verkregen:

$$\begin{aligned}
 & s \frac{(\phi_1(t+\Delta t) - \phi_1(t))}{\Delta t} \cdot \overline{\Delta x} = (1-\epsilon) \left\{ k_1 D \frac{(\phi_0(t) - \phi_1(t))}{\Delta x_1} + k_2 D \frac{(\phi_2(t) - \phi_1(t))}{\Delta x_2} \right\} \\
 & + \epsilon \left\{ k_1 D \frac{(\phi_0(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Delta x_1} + k_2 D \frac{(\phi_2(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t))}{\Delta x_2} \right\} + N \cdot \overline{\Delta x} + \\
 & (1-\epsilon) \left[\frac{a(t) - \phi_1(t)}{\Gamma_{L,R/2}} \right] + \epsilon \left[\frac{a(t+\Delta t) - \phi_1(t+\Delta t)}{\Gamma_{L,R/2}} \right] \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\left[\overline{\Delta x} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2} \right]$$

Deze vergelijking is met uitzondering van de laatste twee termen identiek aan vergelijking (4). De termen beschrijven de randvoorwaarden bij een interne rand in het grondwater en staan op de plaats van de lekterm q_g in vergelijking (3). Vergelijking (9) kan nu worden opgelost zonder dat ter plaatse een extra randvoorwaarde in de vorm van een extra vergelijking hoeft worden opgelegd. Zoals hierboven wordt getoond is het definiëren van een

interne rand via de lekterm equivalent aan de Neuman- en Cauchy-randvoorwaarde voor externe randen. In het geval dat de lekterm gebruikt wordt om eventueel aanwezige leidingen te modelleren, stelt dit als eis aan de grondwatermodule dat het mogelijk moet zijn om voor maar een deel van de knooppunten van het grondwatermodel deze term te definiëren.

4 VERSCHILLENDE ITERATIEF ALGORITMES

Hieronder zullen kort enkele algoritmes worden besproken die in verschillende studies bij de koppeling van een grondwatermodule en een openwatermodule werden gebruikt. Er zal daarbij aandacht worden besteed aan de keuzes die ten grondslag liggen aan de verschillende algoritmes. Deze keuzes staan weergegeven in tabel 1. Bijlage I geeft een overzicht van de belangrijkste kenmerken van de afzonderlijke grondwater- en openwatermodules en van het iteratief algoritme dat bij koppeling daarvan werd gebruikt. Bij de bespreking van de verschillende algoritmes zal steeds worden verwezen naar de stroomschema's van bijlage II.

4.1.1 Het algoritme van stroomschema 1a en 1b

Theorie

In het eenvoudige algoritme van stroomschema 1a en 1b wordt in de grondwatermodule de rand die gevormd wordt door de leiding gemodelleerd met behulp van een Dirichlet-randvoorwaarde. Met andere woorden ter plaatse van de leiding wordt ϕ , gelijk aan de berekende waterhoogte in de leiding, als randvoorwaarde in de grondwatermodule opgelegd. In de openwatermodule wordt de zijdelingse toevoer q_1 opgegeven. Deze is onafhankelijk van de waterhoogte die op dat moment met de openwatermodule berekend wordt, maar wordt bepaald door de stijghoogtegradiënt in het grondwater zoals deze in de grondwatermodule berekend is.

In het algoritme van stroomschema 1a worden de iteraties gestaakt wanneer het verschil in de berekende q_1 tussen twee opelkaarvolgende iteraties $(q_1^{i+1} - q_1^i)$ kleiner is dan een van te voren bepaald criterium. In het algoritme van stroomschema 1b wordt daarentegen naar de verandering van de berekende waterhoogte a tussen twee iteraties gekeken. In beide gevallen wordt met eenzelfde rekentijdstep in de grondwatermodule en in de openwatermodule

gerekend.

Toepassing

Algoritme 1a wordt door Akan en Yen [1981] gebruikt om de interactie tussen een laag water op een grondoppervlak en de onderliggende onverzadigde-verzadigde grondkolom te berekenen. Door Freeze [1972] en Zitta en Wiggert [1971] werd algoritme 1b gebruikt om de stroming tussen een leiding aan de rand van een grondwatermodel en het grondwatermodel te berekenen.

Voor- en nadelen

Het gebruik van een Dirichlet randvoorwaarde in de grondwatermodule is bij deze toepassingen alleen mogelijk omdat het openwater als externe rand van het grondwatermodel wordt gemodelleerd. Deze beperking van dit eenvoudige algoritme werd eerder besproken in §2. Een belangrijk ander nadeel van algoritme 1 is dat hierin de berekende stijghoogtegradiënt in het grondwater bepalend is voor de flux tussen grondwater en openwater. De nauwkeurigheid waarmee deze flux berekend moet worden, stelt aldus eisen aan de ruimtelijke discretisatie in het grondwatermodel. In bijlage III wordt met de resultaten van een rekenvoorbeeld getoond wat de invloed is van de ruimtelijke discretisatie op de berekende stijghoogtegradiënt in het grondwater naast een leiding.

Crebas e.a. [1984] en Van Bakel [1986] noemen voorts, naast het voordeel dat dit algoritme door zijn eenvoud heel doorzichtig is, als nadeel dat in dit algoritme grondwater en openwater met gelijke rekentijdstappen doorgerekend worden.

4.1.2 Het algoritme van stroomschema 1c

Theorie

Crebas e.a. [1984] en Van Bakel [1986] stellen voor om het openwater met een kleinere rekentijdstap (Δt) door te rekenen dan het grondwater (ΔT). In stroomschema 1c is dit weergegeven met een extra lus ten opzichte van stroomschema 1a. Tussen het tijdstip t en het tijdstip $t+\Delta T$ moet het openwater meerdere keren worden uitgerekend ($\Delta T=n \cdot \Delta t$). Daartoe moet een interpolatie plaatsvinden tussen de flux vanuit het grondwater op tijdstip t en de flux op het tijdstip $t+\Delta T$, om de flux op tussenliggende tijdstippen

(nodig voor de openwatermodule) te benaderen. In situaties waarin q_1 gedurende ΔT toe- en afneemt of af- en toeneemt (wanneer a niet alleen door het grondwater wordt beïnvloed maar ook door veranderd stuwbeheer) zal interpolatie van q_1 onherroepelijk tot fouten leiden. ΔT en/of Δt zou dan moeten worden aangepast. Dit vraagt nog een extra lus en een extra stopcriterium in stroomschema 1c.

Misschien is het in het geval dat $\Delta t \neq \Delta T$ gunstiger om ten behoeve van de openwatermodule een interpolatie van $\phi(t)$ en $\phi(t+\Delta T)$ te gebruiken en deze in te vullen in een functie voor q_1 waarin de te berekenen $a(t+k \cdot \Delta t)$ ook voorkomt. In de openwatermodule wordt dan $q_1=f(a)$ opgegeven in plaats van q_1 . In dat geval komt echter wel de waterbalans voor zover het de flux tussen grondwater en openwater betreft in gevaar.

4.2.1 Het algoritme van stroomschema 2a

Theorie

Een ander algoritme wordt ontworpen wanneer uitgegaan wordt van de tweede benaderingswijze in §3 en bij de leiding van lokaal stijghoogteverschil tussen grondwater en openwater wordt verondersteld. In dat geval is het mogelijk leidingen als interne randen van het grondwatermodel te modelleren door in de grondwatermodule gebruik te maken van lektermen. In de openwatermodule wordt net als in het algoritme van stroomschema 1 de zijdelingse toevoer q_1 opgegeven. Het algoritme dat op deze wijze verkregen wordt staat weergegeven in stroomschema 2a. Net als in het algoritme van stroomschema 1a worden de iteraties gestaakt wanneer het verschil in de berekende q_1 tussen twee opeenvolgende iteraties kleiner is dan een van te voren bepaald criterium. In de grondwatermodule en in de openwatermodule wordt met dezelfde rekentijdstep gerekend.

Toepassing

Zowel Pinder en Sauer [1971] als Cunningham en Sinclair [1979] maken in hun studie gebruik van het algoritme van stroomschema 2a. Voor de lekterm gebruiken zij de volgende vergelijking:

$$q_1 = -P \cdot k_s \frac{a - \phi}{\Delta s} \quad (10)$$

waarbij,

q_1 = flux tussen grondwater en openwater	$[L^2T^{-1}]$
k_s = doorlatendheid van het sediment op de omtrek van de leiding	$[LT^{-1}]$
Δs = dikte van het sediment op de omtrek van de leiding	$[L]$
P = natte omtrek	$[L]$

Dit is een bijzonder geval. In §6.1 zal meer algemeen worden ingegaan op de modellering van de lekterm q_1 als beschrijving van de flux tussen openwater en grondwater.

Voor- en nadelen

Zoals reeds hierboven werd opgemerkt heeft de gekozen benadering van de stromingssituatie rond de leiding (lokale discontinuïteit in de stijghoogte) als voordeel dat bij het algoritme van stroomschema 2a leidingen via de lektermen als interne randen van het grondwatermodel kunnen worden gemodelleerd. Bovendien is het mogelijk om via de lektermen een betere wiskundige beschrijving te geven van de stijghoogteverliezen die bij de leiding optreden ten gevolge van de horizontale, radiale en intree-weerstand ter plaatse. In het algoritme van stroomschema 1 wordt alleen de horizontale weerstand gemodelleerd. Door Pinder en Sauer [1971] en Cunningham en Sinclair [1979] wordt alleen de intree-weerstand gemodelleerd. Crebas e.a. [1984] benutten de mogelijkheid wel om met de lekterm het stijghoogteverlies bij een ontwateringsmodel ten gevolge van horizontale en radiale weerstand te beschrijven (zie §6.1.2). Tot slot is een voordeel van het algoritme van stroomschema 2a dat de directe afhankelijkheid tussen de ruimtelijke discretisatie van het grondwatermodel en de berekende flux tussen grondwater en openwater is opgeheven.

4.2.2 Het algoritme van stroomschema 2b

Theorie en toepassing

Het algoritme van stroomschema 2b werd door Crebas e.a. [1984] gebruikt om binnen het model PREDIS (Gilding en Wesseling [1983]) een koppeling tussen de openwatermodule en de grondwatermodule tot stand te brengen. Enkele kenmerken van dit algoritme zullen in §6 worden besproken. Hier is van

belang op te merken dat in dit algoritme geen q_1 wordt doorgegeven aan de openwatermodule die onafhankelijk is van de nog te berekenen waterhoogte (dat wil zeggen gedurende die iteratie van het gekoppelde model), maar een lineaire q_1 - a -relatie. De auteurs claimen dat doordat de 1e orde afhankelijkheid van de nog onbekende a impliciet in het numerieke schema is opgenomen (in vgl (2) staat dus op de plaats van q_0 een functie van a), er minder iteraties in het gekoppelde model nodig zijn. Een ander verschil van dit algoritme met het algoritme van stroomschema 2a is dat in de grondwatermodule en de openwatermodule een andere rekentijdstap wordt gebruikt.

4.3 Het algoritme van stroomschema 3

Theorie, toepassing en voor- en nadelen

In de algoritmes die tot nu toe werden besproken is er steeds sprake van een iteratief proces. Er zijn echter ook studies bekend waarbij gebruik wordt gemaakt van een één-staps-algoritme. Hierbij wordt de interactie tussen grondwater en openwater bepaald aan de hand van stijghoogten en waterhoogten op het vorige tijdstip. Er vindt geen terugkoppeling plaats nadat de nieuwe stijghoogten en waterhoogten zijn bepaald (alleen predictor). Dit algoritme staat weergegeven in stroomschema 3 en wordt gehanteerd in het SHE-model (SHE 1981) en door Wald e.a. [1988]. Het algoritme heeft, afgezien van de eenvoud, als voordeel dat de massabalans wat betreft de flux tussen grondwater en openwater altijd klopt. Indien gewenst kan deze waterbalans in de andere algoritmes ook kloppend worden gemaakt door na de laatste iteratie nog eenmaal met de laatst berekende q_1 het openwater (stroomschema 1a, 1c, 2a, 2b) of het grondwater (stroomschema 1b) door te rekenen, maar heeft als nadeel dat de nauwkeurigheid waarmee de flux benaderd wordt sterk afhankelijk is van de discretisatie van de tijd. Wald e.a. [1988] merken daarover op dat de hiermee geïntroduceerde fout bij hun toepassingen met Δt tussen 15 en 60 minuten gezien de traagheid van de grondwaterstroming te verwaarlozen is.

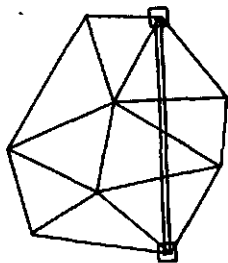
In feite kan het principe van het één-stapsalgoritme in alle eerder genoemde algoritmes ook worden toegepast. In dat geval hoeft geen afbreekcriterium te worden gehanteerd en kan de rechterlus ("volgende iteratie") in de stroomschema's 1a t/m 2b worden weggelaten. Afhankelijk van de volgorde

waarin de grondwatermodule en de openwatermodule worden doorgerekend loopt de grondwaterstroming dan iets achter bij de openwaterstroming of omgekeerd.

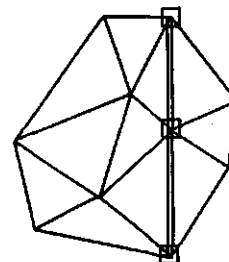
5 DE LIGGING VAN DE KNOOPPUNTEN

Een belangrijke keuze die aan het begin van het opzetten van een iteratief algoritme gemaakt moet worden, maar waaraan tot nu toe geen aandacht besteed is, is de keuze van de ligging van de knooppunten. De knooppunten zijn de punten van een modelgebied of een leidingstelsel waarvoor de toestandsvariabelen in het begin worden opgegeven, de veranderingen daarvan worden berekend en waarvoor de berekende grootte van de toestandsvariabelen worden uitgevoerd.

In het hieraanvoorafgaande is stilzwijgend de keuze gemaakt om de knooppunten van het openwatermodel te laten samenvallen met knooppunten van het grondwatermodel. Dit is niet noodzakelijk maar wordt vaak uit praktisch oogpunt gedaan omdat op deze wijze een extra ruimtelijke interpolatie wordt uit de weg gegaan. Crebas e.a. [1984] noemen als voordeel dat voor minder knooppunten coördinaten hoeven worden opgegeven (geldt vooral voor onregelmatig netwerk). In SHE, dat gebruik maakt van een rechthoekig grid (met constante Δx - Δy), vallen de knooppunten van openwater en grondwater niet samen, maar hebben een vaste onderlinge afstand. De interactie tussen grondwater en openwater wordt in SHE in een derde groep knooppunten berekend die tussen de knooppunten van het grondwatermodel en de knooppunten van het openwatermodel liggen.



onbedoelde schematisering van een leidingvak in de grondwatermodule



bedoelde schematisering van een leidingvak in de grondwatermodule

Figuur 9

Bij het gebruik van lektermen als interne randvoorwaarden in de grondwatermodule wordt er van uitgegaan dat de openwaterleidingen samenvallen met zijden van grondwaterelementen en dat de lektermen in het grondwatermodel per knooppunt kunnen worden gedefinieerd (en niet per element) (figuur 9). Voorts is het rekentechnisch het voordeligst wanneer ook in het openwatermodel de zijdelingse toevoer vanuit het grondwater per knooppunt kan worden opgegeven. Indien de flux per leidingvak moet worden opgegeven moet er geïnterpoleerd worden tussen het bovenstroomse en benedenstroomse knooppunt van het leidingvak die samenvallen met knooppunten van het grondwatermodel.

Ter verduidelijking van het bovenstaande kan als voorbeeld worden gegeven dat ieder kunstwerk in een watergang gerepresenteerd moet worden door een knooppunt in het openwatermodule. Daar moet ook een knooppunt liggen van het grondwatermodel in verband met de benodigde informatie over q_1 in de openwatermodule.

6 MODELLERING VAN DE FLUX TUSSEN GRONDWATER EN OPENWATER

6.1 Modellering van de flux in de grondwatermodule

In deze paragraaf zal gekeken worden naar de wijze waarop de relatie tussen ϕ , a en q_1 in verschillende studies is gemodelleerd in de grondwatermodules. Er kunnen daarbij één- en meer-parametermodellen worden onderscheiden.

6.1.1 Eén-parametermodellen

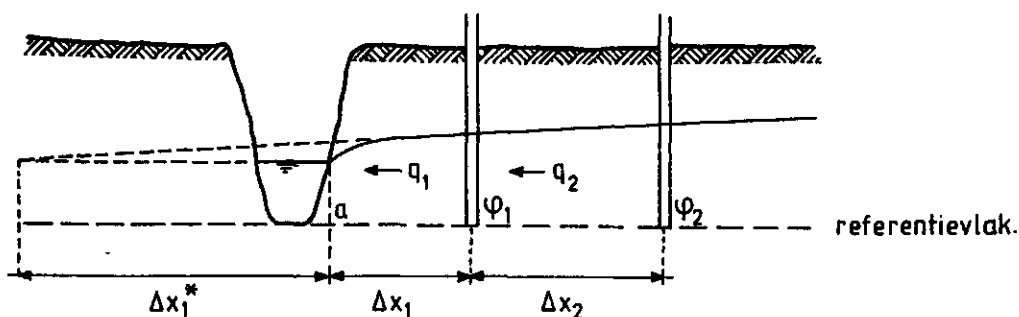
In het eenvoudigste algoritme (stroomschema la t/m lc) wordt de interactie tussen grondwater en openwater bepaald door de berekende stijghoogtegradiënt in het grondwater naast de leiding en de kD -waarde die daar geldt.

De q_1 - ϕ relatie ziet er als volgt uit: $q_1 = kD \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta x}$ (met $\Delta\phi = \phi_1 - a$). Indien $\Delta\phi \ll D$, waardoor vergelijking (3) gelineariseerd kan worden, is de q_1 - ϕ relatie lineair, waarbij $\left(\frac{kD}{\Delta x}\right)$ de richtingscoëfficiënt van de lijn is en $\left[-\frac{kD}{\Delta x} \cdot a\right]$ het intercept. Dus afhankelijk van a zijn er meerdere evenwijdige lijnen die de q_1 - ϕ relatie beschrijven.

In zijn proefschrift maakt Van Bakel [1986] gebruik van een lineaire q_1 - ϕ relatie waarbij de richtingscoëfficiënt gelijk is aan $-\frac{a}{l}$. In zijn toepas-

sing van het model wordt de drainageweerstand Γ afgeleid uit metingen van de stijghoogte ϕ_m midden tussen twee evenwijdige leidingen, de waterhoogte a en de zijdelingse afvoer naar het openwater $\left[\Gamma = \frac{q_1}{\phi_m - a} \right]$. In feite leidt Van Bakel [1986] een gemiddelde (constante) Γ af die hij zowel in stationaire als niet-stationaire situatie toepast.

Streltskova [1974] gebruikt de opstelling van figuur 10 om de drainageweerstand in de stationaire situatie af te leiden.



Figuur 10.

In de stationaire situatie (geen neerslag, maar een via de randen opgelegde stijghoogtegradiënt) geldt dat $q_1 = q_2$ zodat kan worden afgeleid dat

$$\Gamma = \left(\frac{\phi_1 - a}{\phi_2 - \phi_1} \right) \cdot \frac{\Delta x_2}{kD} \quad [T] \quad (11)$$

Voordeel van deze meetopstelling is dat er geen afvoermetingen hoeven te worden verricht. Belangrijk bij de bepaling van Γ met behulp van deze opstelling zijn de locaties van de twee peilbuizen. Deze moeten net buiten het gebied met radiale stroming liggen. Hooghoudt [1940] verondersteld tot

een afstand van $D/\sqrt{2}$ [L] vanaf het ontwateringsmiddel radiale stroming en op grotere afstand weer horizontale stroming. Van Bakel [1986] neemt in zijn studie van "De Monden" aan dat radiale stroming optreedt over een afstand van 15 m vanaf het ontwateringsmiddel ($\hat{=} D$ ter plaatse).

Pinder en Sauer [1971] en Cunningham en Sinclair [1979] modelleren de q_1 - ϕ -relatie (vgl 10) als een lineaire relatie (gegeven a en P) waarbij de richtingscoëfficiënt gelijk is aan een inverse intree-weerstand. Over hoe in de praktijk deze weerstand bepaald moet worden laten zij zich niet uit. In hun toepassingen wijkt de doorlatendheid van het sediment op de bodem van de leiding niet af van de doorlatendheid van het watervoerend pakket.

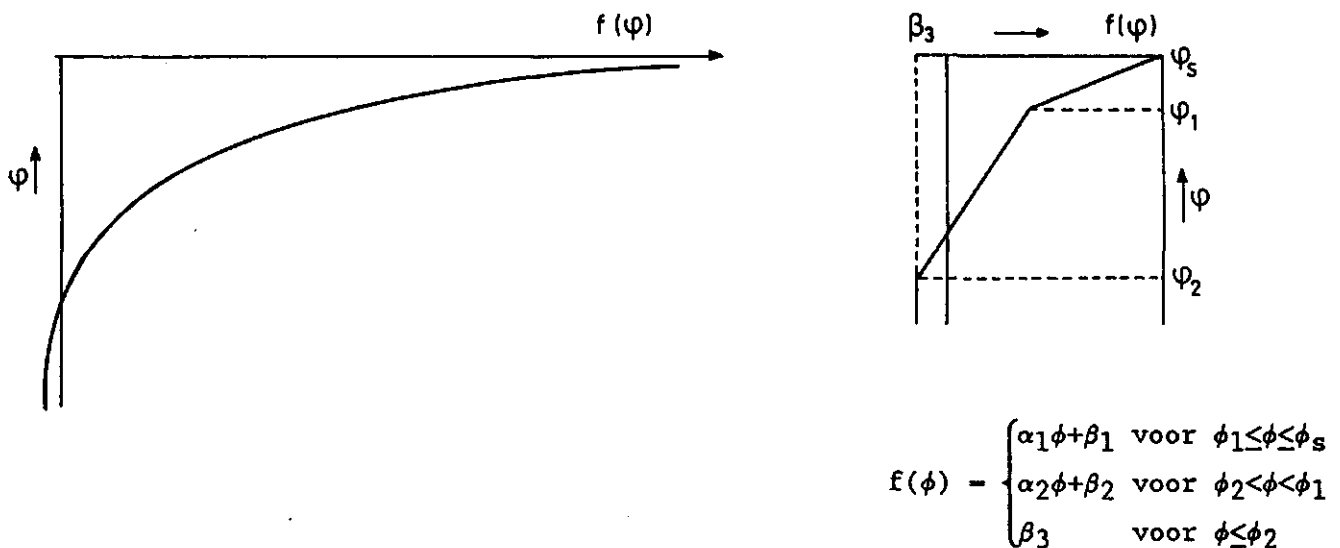
Er moet nog worden opgemerkt dat Cunningham en Sinclair [1979] bij leidingen die het watervoerend pakket geheel doorsnijden de intree-weerstand verwaarlozen en horizontale stroming veronderstellen ($\phi_0 = a$, $q_1 = kD \left(\frac{\phi_1 - \phi_0}{\Delta x_1} \right)$).

6.1.2 Meer-parameter-modellen

Meer-parameter-modellen onderscheiden zich van de één-parameter-modellen doordat de q_1 - ϕ -relatie niet meer beschreven wordt door een lineaire functie maar door een algemene functie zoals bijvoorbeeld wordt weergegeven in figuur 11a. Bij meer-parameter-modellen is de eerste-afgeleide van de q_1 - ϕ relatie naar ϕ niet meer constant maar afhankelijk van ϕ . Een bijzonder meerparameter-model is de gebroken lineaire q_1 - ϕ -relatie zoals weergegeven in figuur 11b. In dit geval verschilt de richtingscoëfficiënt bij lage ϕ -waarden van de richtingscoëfficiënt bij hoge ϕ -waarden. Dit betekent dat in het stroomschema dat het algoritme beschrijft een extra lus moet worden opgenomen om na de berekening van de nieuwe ϕ te controleren of de juiste q_1 - ϕ -relatie werd gebruikt. Is dat niet het geval dan moet het grondwater opnieuw doorgerekend worden met de q_1 - ϕ -relatie die wel voor de nieuwe ϕ -geldt. Dit is weergegeven in stroomschema 4. Aan de hand van voorbeelden van studies in het verleden zal het één en ander hieronder nog verduidelijkt worden.

In het simulatiemodel GELGAM dat door De Laat en Awater [1978] werd ontwikkeld, wordt voor de interactie tussen grondwater en het secundaire waterstelsel een lineaire q_1 - ϕ -relatie gebruikt: $q_1 = \frac{\phi - a}{\Gamma}$. Omdat het tertiaire stelsel (greppels, sloten en drains) te gedetailleerd is

om alle ontwateringsmiddelen daarvan afzonderlijk in het grondwatermodel te modelleren wordt hier een flux bij opgeteld die het secundaire stelsel via het tertiaire stelsel bereikt. Voor de bepaling van de grootte van deze flux wordt gebruik gemaakt van empirische relaties zoals weergegeven in figuur 11a. Deze empirische relatie tussen q_1 en ϕ wordt op een wijze zoals in figuur 11b staat aangegeven gelineariseerd. De totale flux tussen grondwater en openwater in knooppunten van het secundaire stelsel is dan $q_1 \frac{\phi - a}{\Gamma} + f(\phi)$.



Figuur 11a en 11b. (Bron: De Laat en Awater [1978]).

Aan de hand van de eerste benadering ϕ^i moet $\alpha_1 - \beta_1$, $\alpha_2 - \beta_2$ of β_3 gekozen worden voor de $q_1 - \phi$ -relatie. Nadat ϕ^{i+1} berekend is moet gecontroleerd worden of het juiste deel van de $q_1 - \phi$ -relatie werd gebruikt.

Op overeenkomstige wijze wordt door Post en Van Bakel [1986] de $q_1 - \phi$ -relatie beschreven. Zij onderscheiden drie ontwateringssystemen, een secundair, een tertiair en een greppelsysteem, die verschillen in de hoogte van de ontwateringsbasis en de drainageweerstand. De drainageweerstand bepaalt de richtingscoëfficiënt van de $q_1 - \phi$ -relatie en wordt in de aanpak van De Laat en Awater [1978] en van Post en Van Bakel [1986] onafhankelijk van a verondersteld. Afhankelijk van de grondwaterstijghoogte en de waterhoogte in

de leiding spelen één of meerdere ontwateringssystemen een rol. Het principe wordt in bijlage IV toegelicht.

Bij de toepassing van deze q_1 - ϕ -relatie in een praktijksituatie werd de drainage weerstand van het tertiaire systeem aangepast bij de calibratie, nadat als eerste benadering $\Gamma_t = \left(\frac{L}{8\Sigma kD} + \frac{1}{\pi k} \ln \frac{\eta D}{P} + \frac{1}{P} \cdot C_i \right)$ gekozen was, waarbij,

Γ_t = drainage weerstand van het tertiaire systeem [L⁻¹T]

L = onderlinge afstand tussen de ontwateringsmiddelen [L]

η = geometriefactor voor radiale stroming (Ernst [1962]) [-]

C_i = intree weerstand [T]

P = natte omtrek [L]

Er werd daarbij uitgegaan van een stationaire stromingssituatie waarbij alleen het secundaire en tertiaire systeem een rol speelden. De drainage weerstand Γ_s van het secundaire systeem was bekend uit een eerdere studie.

In bovengenoemde studies werd steeds per ontwateringsmiddel een lineaire functie voor de q_1 - ϕ -relatie gebruikt (ook bij De Laat en Awater [1978] (figuur 11) zou het tertiaire stelsel nog in twee stelsels met verschillende ontwateringsbases en Γ 's kunnen worden ingedeeld). Omdat in veel gevallen alleen de grote ontwaterings/afwateringsmiddelen gemodelleerd worden vindt sommatie plaats van de q_1 -relaties die voor kleinere stelsels met ondiepere ontwateringsbases gelden.

Ernst [1978a] laat in een studie van het afvoerverloop van kleinere stroomgebieden in de Achterhoek dit principe van superpositie van verschillende ontwateringssystemen zoals toegepast door De Laat en Awater [1978] en Post en Van Bakel [1986] zien. Hij verklaart het niet-lineair verlopen van de q_1 - ϕ -relatie in fig. 11 dan ook uit het feit dat bij diepere grondwaterstanden de ondiepe ontwateringsmiddelen hun functie verliezen.

Een nadeel van deze méér-parameter-modellen is dat er erg veel parameters de uiteindelijke oplossing beïnvloeden. Voor calibratie van dit soort modellen zijn erg veel gegevens bij verschillende grondwaterstijghoogtes nodig en meerdere combinaties van parameters zullen tot een "goede" oplossing leiden.

De q_1 - ϕ -relatie zoals weergegeven in figuur 11a zou ook kunnen worden beschreven met behulp van een exponentiële functie zoals bijvoorbeeld $q_1 = \alpha \phi^\beta$. In dat geval wordt de extra lus in stroomschema 4 gebruikt om steeds de

lokale afgeleide te bepalen en te controleren of deze afgeleide tussen twee opeenvolgende iteraties niet verandert. Het gebruik van een exponentiële functie in plaats van een gebroken lineaire functie heeft als voordeel dat er veel minder parameters nodig zijn om de functie te definiëren. Een exponentiële functie heeft als nadeel dat de nauwkeurigheid van ijken bij lage ϕ van invloed is op de nauwkeurigheid van ijken bij hoge ϕ . Een gebroken lineaire functie kan daarentegen wel lokaal geïjkt worden. Een ander nadeel van een exponentiële functie is dat aan α en β geen fysische betekenis kan worden toegekend. Bij de gebroken lineaire functie kunnen de knikpunten worden voorgesteld als liggend bij een ϕ gelijk aan de ontwateringsbasis van een ontwateringsmiddel dat bij hogere ϕ functioneert en kunnen de verschillende richtingscoëfficiënten als inverse drainageweerstand worden geïnterpreteerd.

Crebas e.a. [1984] tekenen er bezwaar tegen aan dat in vele studies de richtingscoëfficiënt van de q_1 - ϕ -relatie (de inverse drainageweerstand) de bij calibratie te variëren parameter is, omdat daardoor onbekend is hoe betrouwbaar voorspellingen en extrapolaties naar andere situaties zijn. Zij leiden daarom formules af die de richtingscoëfficiënt beschrijven aan de hand van eenvoudig te bepalen parameters (k_1D , dwarsprofiel, afstand tussen ontwateringsmiddelen, basis van de ontwateringsmiddelen e.d.). Voor grotere open leidingen die vnl. een transportfunctie hebben maken ze gebruik van de formule van Ernst [1962] en wordt de horizontale weerstand verwaarloosd. Voor de kleinere ontwateringsmiddelen wordt vanuit de gecombineerde Hooghoudt-Ernst vergelijking (Van Beers [1976]) een q_1 - ϕ -relatie afgeleid. Deze kleinere ontwateringsmiddelen worden niet afzonderlijk in model gebracht, maar worden afhankelijk van bodembreedte, ontwateringsbasis en taludhelling ingedeeld in klassen. In het grondwatermodel van PREDIS moeten per element de aanwezige klassen en de dichtheid per klasse worden opgegeven. De elementen moeten dus zodanig gekozen zijn dat binnen elk element de ontwateringsmiddelen uniform verdeeld zijn over de oppervlakte. (In PREDIS worden de lektermen per element gemodelleerd). Door toepassing van het principe van superpositie worden de stijghoogteverliezen die door de verschillende ontwateringsmiddelen worden veroorzaakt per element gesommeerd (Ernst [1978a], Streltskova [1974]). De op deze wijze per element verkregen niet-lineaire q_1 - ϕ -relatie wordt tijdens de iteraties in de gekoppelde module steeds lokaal gelineariseerd. In stroomschema 2b dat het algoritme

van Crebas e.a. [1984] beschrijft, moet daarom eigenlijk de extra lus rond de grondwatermodule (nodig voor meer-parameter- q_1 - ϕ -relaties) zoals in stroomschema 4 is weergegeven, worden opgenomen.

In de praktijk (Jansen [1983]) wordt bij de toepassing van het model PREDIS veelal de ontwateringsfunctie van de grotere open leidingen verwaarloosd en wordt aan deze leidingen alleen een transportfunctie toegekend. Ernst [1978b] verdedigt dit door te stellen dat gezien de relatief kleine lengte van de grotere open leidingen ten opzichte van de totale lengte van de vele kleinere ontwateringsmiddelen, de bijdrage van de grotere leidingen aan de totale ontwatering van het gebied verwaarloosbaar klein is. Dit is zeer gebiedsafhankelijk en geldt alleen in natte situaties.

6.2 Modellering van de laterale toevoer in de openwatermodule

Nadat in de vorige paragraaf uitgebreid is ingegaan op de wijze waarop de interactie tussen grondwater en openwater in een grondwatermodule kan worden gemodelleerd, zal hieronder worden beschreven hoe dit in een openwatermodule kan gebeuren.

In de inleiding (§1, vgl (2)) werd de flux tussen grondwater en openwater in de St. Venantvergelijkingen voor de openwaterstroming beschreven met de term q_0 (of q_1). Deze zijdelingse toevoer kan worden opgegeven als functie van de tijd ($q_1=f(t)$) of als functie van de te berekenen waterhoogte ($q_1=f(a)$) (§2). En de algoritmes van stroomschema 1a t/m 1c, 2a en 4 wordt q_1 steeds berekend in de grondwatermodule en vervolgens opgelegd aan de openwatermodule (dus $q_1=f(t)$). De voor de berekening van q_1 gebruikte één- en meer-parameter-modellen die in §6.1.1 en §6.1.2 werden beschreven zijn alle één-parametermodellen ten opzichte van a . Dit wil zeggen dat de eerste afgeleide naar ϕ van al deze modellen onafhankelijk is van a .

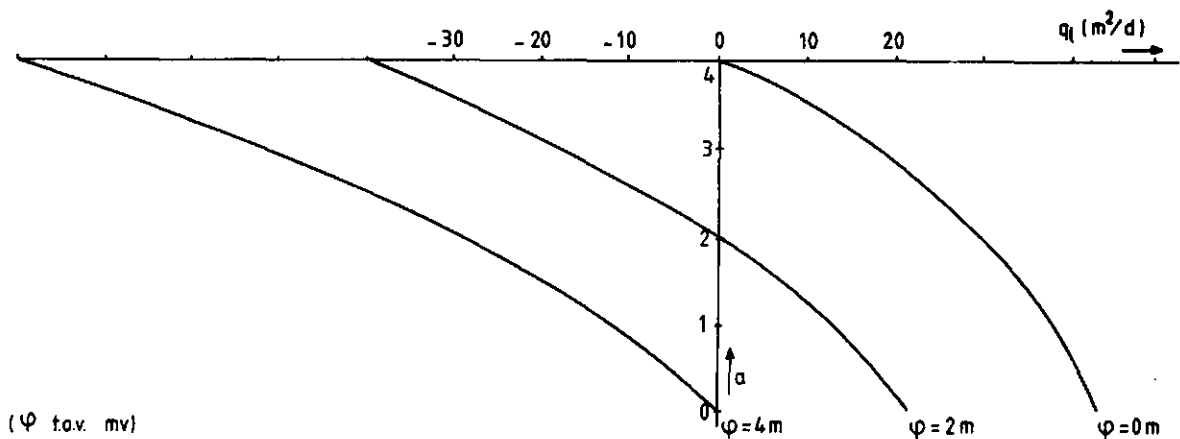
Van Bakel [1986] en Crebas e.a. [1984] gebruiken in hun algoritme voor de koppeling tussen grondwater en openwater $q_1=f(a)$ in de openwatermodule (stroomschema 2b). Van Bakel [1986] definieert een lineaire q_1 - a -relatie (een één-parametermodel) en vult voor q_1 de volgende vergelijking in in vergelijking (2): $q_1 = \frac{\phi - a}{\Gamma}$.

Crebas e.a. [1984] gebruiken daarentegen een meer-parametermodel voor de

beschrijving van de q_1 - a -relatie. Bij de definitie van de radiale weerstand maken zij gebruik van de formule van Ernst [1962] waarin Γ_r afhankelijk is van de natte omtrek P en een geometriefactor η , beide op hun beurt afhankelijk van a :

$$\Gamma_r = \frac{1}{\pi k} \ln \frac{\eta D}{P} \quad (12)$$

Gegeven $q_0 = \frac{\phi - a}{\Gamma}$, $B=4\text{m}$, $k=12\text{m/d}$, $D=20\text{m}$, $\eta=4.0-4.5$ kan de volgende figuur (figuur 12) als illustratie van deze q_1 - a -relatie worden verkregen.



Figuur 12

In Figuur 12 vertegenwoordigt q_1 de bijdrage van de gemodelleerde leiding aan de ontwatering van het grondwatermodel. Dit kan worden vergeleken met het deel van de figuur in bijlage IV dat betrekking heeft op het secundaire stelsel. Verschil met deze figuur is echter dat de richtingscoëfficiënt nu (figuur 12) wel afhankelijk is van a . Bij de flux in figuur 12 moet nog een flux q_1^* worden opgeteld die het secundaire stelsel bereikt via het tertiaire- en greppelsysteem, zodat $q_1 = \frac{a - \phi}{\Gamma} + q_1^*$.

In het algoritme van Crebas e.a. [1984] moet tijdens de iteraties in de hoofdmodule de niet-lineaire q_1 - a -relatie die in de openwatermodule wordt gebruikt steeds lokaal worden gelineariseerd. Hiervoor moet in stroomschema 2b eigenlijk nog een extra lus rond de openwatermodule worden opgenomen, net zoals dit rond de grondwatermodule in stroomschema 4 werd gedaan voor een meerparametermodel voor de q_1 - ϕ -relatie in de grondwatermodule.

7 VOORSTEL VOOR DE KOPPELING GELDYM-MUST EN LYMPHA

Hieronder zal een voorstel van een iteratief algoritme voor de koppeling van Geldym-Must en Lympa gedaan worden (stroomschema 5). Voor een beschrijving van het grondwatermodel Geldym-Must wordt verwezen naar Reit [1988, 1989] en De Laat [1980]. Een beschrijving van het openwatermodel Lympa is te vinden in Verweij [1987] en Kors en Promes [1990]. De verschillende keuzes die bij de totstandkoming van het algoritme een rol spelen zullen in dezelfde volgorde als in tabel 1 aan de orde komen. De eisen die als gevolg van bepaalde keuzes aan de grondwatermodule en aan de openwatermodule worden gesteld zullen eveneens worden besproken. Tot slot zijn ook enkele opmerkingen opgenomen betreffende de beperkingen van het gekoppelde model.

Aan de basis van alle hierna beschreven keuzes ligt de keuze om alle knooppunten van het openwatermodel te laten samenvallen met knooppunten van het grondwatermodel, zodanig dat de leidingvakken van het openwatermodel samenvallen met elementzijden van het grondwatermodel (figuur 9). In de uiteindelijke toepassingen van het gekoppelde model moet bij de schematisering van het grondwater- en openwatersysteem hiermee worden rekening gehouden.

Omdat in de praktijk in vrijwel alle te modelleren gebieden meerdere openleidingen zullen voorkomen is het wenselijk dat leidingen als interne randen van het grondwatermodel gemodelleerd kunnen worden. Dit kan worden opgelost door het gebruik van lektermen in de grondwatermodule, zodat ter plaatse van leidingen geen extra vergelijkingen als randvoorwaarde hoeven worden gelegd. Dit heeft bovendien als voordeel dat de ruimtelijke discretisatie binnen het grondwatermodel niet meer beperkend hoeft te zijn voor de nauwkeurigheid waarmee de flux tussen grondwater en openwater wordt berekend (§4.1.1). Het modelleren van openwater in het grondwatermodel met

behulp van lektermen stelt als eis aan de grondwatermodule dat de lektermen per knooppunt gedefinieerd worden en niet per element en dat hiervoor eventueel nul kan worden opgegeven. Geldym rekent met lektermen per knooppunt waarbij q_1 is gedefinieerd als $\alpha\phi + \beta$, zodat zonder dat aanpassingen nodig zijn, voor de interactie met openwater nul kan worden opgegeven indien geen leiding aanwezig is.

Gezien de sterke relatie tussen q_1 en ϕ is het wenselijk een q_1 - ϕ -relatie (waarbij q_1 dus afhankelijk is van de nog te bepalen ϕ) te gebruiken en niet q_1 van buitenaf (q_1 - $f(t)$) op te leggen. De vorm van de te modelleren q_1 - ϕ relatie zal sterk afhangen van het modelgebied en de mate van detail waarmee de ontwateringsmiddelen worden gemodelleerd. In ieder geval zullen alle leidingen met regelbare kunstwerken geschematiseerd moeten worden.

Voorgesteld wordt om gebruik te maken van een gebroken lineaire q_1 - ϕ -relatie (zie Bijlage IV en Post en Van Bakel [1986]). De bases van verschillende ontwateringsmiddelen worden daarbij als vast fysisch gegeven beschouwd en bepalen de knikpunten van de relaties die per knooppunt moeten worden opgesteld. Dit vereist dat de invloedsoppervlakte van ieder knooppunt van het grondwatermodel homogeen is wat betreft de aanwezige ontwateringsmiddelen. De richtingscoëfficiënten van de relaties kunnen aan de hand van meetgegevens worden gevonden. Er wordt aangenomen dat de waterhoogte a de richtingscoëfficiënten niet beïnvloedt, maar alleen het intercept bepaalt. De stijghoogte ϕ daarentegen beïnvloedt zowel het intercept als de richtingscoëfficiënt. In een later stadium kan nog geprobeerd worden om tot een meer fysische parameterschatting te komen met een meer gedetailleerd model (Vogel [1987]).

In Lympa kan zowel met een gegeven zijdelingse toevoer q_1 - $f(t)$ als met een gegeven lineaire q_1 - a -relatie gerekend worden. Voorgesteld wordt om vooralsnog met beide mogelijkheden rekening te houden en hiermee te experimenteren om te kijken hoe beide mogelijkheden de snelheid van rekenen beïnvloeden en de waterbalans. Bovendien moet met behulp van voorbeeld-berekeningen meer inzicht verkregen worden in de consequenties van de keuze tussen q_1 - $f(t)$ of q_1 - $f(a)$ wanneer grondwater en openwater met verschillende rekentijdstappen worden doorgerekend (§4.1.2). In samenhang hiermee zal ook gezocht moeten worden naar een afbreekcriterium van de iteraties in de hoofdmodule. Voor de q_1 - a -relatie: $q_1 = \alpha' \cdot a + \beta'$ kunnen dezelfde relaties worden gebruikt als voor de q_1 - ϕ -relatie, waarbij α' en β' bepaald worden door de in de grondwater-

module berekende ϕ .

In Lympha moet de zijdelingse toevoer per leidingvak worden gedefinieerd. Hier zal een aanpassing moeten plaatsvinden omdat het wenselijker is de zijdelingse toevoer op te kunnen geven in de knooppunten die samenvallen met grondwaterknooppunten. Tussen die punten zal dan geïnterpoleerd moeten worden.

Er wordt hier steeds vanuitgegaan dat voor de koppeling een iteratief algoritme gebruikt zal worden. Mocht bij berekeningen blijken dat het aantal iteraties in de hoofdmodule bij de gebruikte rekentijdstappen zeer klein is, dan kan later nog altijd voor een één-staps (predictor) of twee-staps (predictor-corrector) algoritme gekozen worden.

Om het aantal factoren die van invloed zijn op de rekenresultaten van het gekoppelde model te beperken, zal in de testfase van de programmatuur gewerkt worden met eenzelfde tijdstap in de grondwater- en openwatermodule. Pas nadat uitgebreide testberekeningen zijn uitgevoerd, waarbij een keuze gemaakt wordt tussen een $q_1=f(t)$ - of een $q_1=f(a)$ -relatie in de openwatermodule en tot een keuze van het afbreekcriterium gekomen is, zullen de rekentijdstappen ontkoppeld worden. Voor niet-stationaire berekeningen met Lympha is dit wenselijk omdat Lympha door het gebruikte expliciete schema met kleine tijdstappen rekent vergeleken met Geldym-Must. Er zal daarom ook gekeken worden naar de geïntroduceerde fout indien in de openwatermodule steeds stationair wordt gerekend, naast niet-stationaire berekeningen in het grondwater. In het algoritme voor de koppeling moet met deze verschillende mogelijkheden rekening worden gehouden.

Beperkingen

In al het voorafgaande is steeds alleen gesproken over elementen van het grondwatermodel die aan gemodelleerde openwaterlopen grenzen. Indien in die grondwaterelementen ontwateringsmiddelen liggen die niet in het openwatermodel opgenomen zijn, maar toch een bijdrage leveren aan de flux tussen grondwater en openwater, werden deze verrekend via de $q_1-\phi$ -relatie. Stilzwijgend wordt in dat geval een transporttijd in die ontwateringsmiddelen aangenomen gelijk aan nul. Anders wordt het voor kleine ontwateringsmiddelen in grondwaterelementen die niet aan een gemodelleerde

watergang liggen.

Op de vraag hoe de ontwatering en afwatering via deze ontwateringsmiddelen moeten worden opgenomen in een gekoppeld model wordt in de hiervoor besproken studies niet ingegaan. Ook in dit voorstel worden hierover geen uitspraken gedaan. Vooralsnog zal deze tertiaire ontwatering uit grondwaterelementen ver verwijderd van gemodelleerde watergangen niet in het gekoppelde model worden opgenomen. In de toekomst kan gedacht worden aan eventueel een aparte module hiervoor. Voorlopig zal tijdens de calibratie de q_1 - ϕ -relatie in de knooppunten die wel samenvallen met het openwater hiervoor moeten worden aangepast.

Als beperking van het gekoppelde model Lympa-Geldym-Must kan voorts worden genoemd dat een situatie waarin een watervoerende leiding slechts tot in de onverzadigde zone reikt niet zal kunnen worden gemodelleerd. In veel studies wordt de interactie tussen grondwater en openwater in dat geval gelijk aan nul gesteld. In SHE wordt wel rekening gehouden met dit soort situaties (SHE [1981]) en ook Lamsvelt [1985] geeft hiervoor een modelbeschrijving. Hier wordt voorgesteld om in deze situaties de interactie gelijk aan nul te stellen, tenzij later mocht blijken dat deze situatie zich veelvuldig voordoet.

LITERATUUR

- Akan, A.O. en B.C. Yen [1981]
 Mathematical model of shallow water flow over porous media;
 Journal of the Hydraulics Division, vol. 107 no. HY4, april 1981.
- Bakel, P.J.T. van [1986]
 Planning, design and operation of surface watermanagement systems, a case study;
 Wageningen, ICW-rapport 13.
- Beers, W.F.J. van [1976]
 Computing drain spacings;
 Int. Inst. Land Reclam. Improve., Wageningen, Bull. no. 15.
- Crebas, J.I., B.H. Gilding and J.W. Wesseling [1984]
 Coupling of groundwater and open-channel flow;
 Journal of Hydrology 72 (pp 307-330).
- Cunningham, A.B. and P.J. Sinclair [1979]
 Application and analysis of a coupled surface and groundwatermodel;
 Journal of Hydrology 43 (pp 129-148).
- Ernst, L.F. [1962]
 Groundwater flow in the saturated zone and its calculation when horizontal parallel open conduits are present;
 Cent. Agric. Publ. Doc. (PUDOC), Wageningen.
- Ernst, L.F. [1978a]
 Drainage of undulating sandy soils with high groundwater tables.
 I. A drainage formula based on a constant hydraulic head ratio;
 Journal of Hydrology, vol. 39, no. 1/2 (pp 1-30).
- Ernst, L.F. [1978b]
 Drainage of undulating sandy soils with high groundwatertables.
 II. The variable hydraulic head ratio;
 Journal of Hydrology, vol. 39, no. 1/2 (pp 31-50).
- Freeze, L.A. [1972]
 Role of subsurface flow in generating surface runoff, 1. Baseflow contribution to channel flow;
 Water Resources Research, vol. 8, no 3 (pp 609-623).

Gilding, B.H. en J.W. Wesseling [1983]

PREDIS - a physically-based hydrologic response model;
XX Congres of the Int. Ass. for Hydraulic Research,
Moscow, Proceedings, subject D, vol. V (pp 26-32).

Hooghoudt, S.B. [1940]

Bijdragen tot de kennis van enige natuurkundige grootheden van de grond,
no. 7.;
Versl. Landb. Onderz. 46:515-707.

Jansen, J.M.L. [1983]

Hydrologisch modelonderzoek in de ruilverkaveling "Giethoorn-
Wannepaveen";
Cultuurtechnisch Tijdschrift jrg. 23, no 3(pp 125-137).

Kors, A.G. en P.M. Promes [1990]

Gebruikershandleiding voor het openwatermodel LYMPHA;
Vakgroep Hydrologie, Bodemnatuurkunde en Hydraulica, Landbouw-
universiteit Wageningen.

Laat, P.J.M. de en R.H.C.M. Awater [1978]

Groundwaterflow and evapotranspiration. A simulation model. Part 1:
Theory;
Basisrapport ten behoeve van de commissie bestudering waterhuishouding
Gelderland, Arnhem.

Laat, P.J.M. de [1980]

Model for unsaturated flow above a shallow water-table, applied to a
regional sub-surface flow problem;
Thesis, Agricultural Publishing and Documentation, Pudoc, Wageningen.

Lamsvelt, K.G. [1985]

Bepaling van bodemweerstand in en onder watergangen door middel van
infiltratieproeven in het gebied van de Overijsselse Vecht-West;
RIVM, deelrapport 840344005.

Pinder, G.F. en S.P. Sauer [1971]

Numerical simulation of flood wave modification due to bank storage
effects;
Water Resources Research, vol. 7, no. 1 (pp 63-70).

- Post, H. en P.J.T. van Bakel [1986]
 Onderzoek waterbeheer in de ruilverkaveling "Ruinerwold-Koekange",
 Onderzoek naar de mogelijke effecten van peilbeheer in natuur- en
 landbouwgebieden;
 Mededelingen Landinrichtingsdienst 164.
- Reit, H.J. [1988]
 Modellering van grondwaterstroming en -kwaliteit, Deelrapport D:
 stroming in de verzadigde zone/GELDYM;
 Provincie Gelderland, Arnhem.
- Reit, H.J. [1989]
 Het quasi-drie dimensionaal dynamisch grondwaterstromingsmodel GELDYM;
 handleiding en documentatie (concept);
 Provincie Gelderland, Arnhem.
- SHE [1981]
 Revised procedure for OC and OC/SZ Interaction Calculations;
 DHI/IOH/SOG, May 1981.
- Streltskova, T.D. [1974]
 Method of additional seepage resistances - theory and application;
 Journal of Hydraulics Division, vol. 100, no. HY8, Aug. 1974.
- Verweij, J.P. [1987]
 Waterstroming in kanalenstelsels;
 Vakgroep Hydraulica en Afvoerhydrologie, Vakgroep Informatica,
 Landbouwniversiteit Wageningen.
- Vogel, T. [1987]
 SWMII-Numerical model of two-dimensional flow in a variably saturated
 porous medium;
 Wageningen, Agricultural University, Department of Hydraulics and
 Catchment Hydrology, Research Report no. 87.
- Wald, J., W. Kron, W. Buck and E.J. Plate [1988]
 Entwicklung und Anwendung eines institutionären Drainagemodeles zur
 Untersuchung der Hochwasserabflussverhältnisse im Schutter-Unditz-
 Niederungsgebiet;
 IHW, Universität Karlsruhe, Projekt Schutter/Unditz HY83/3.
- Zitta, V.L. en J.M. Wiggert [1971]
 Flood routing in channels with bank seepages.
 Water Resources Research, vol. 7, no. 5 (pp 1341-1345).

LIJST VAN SYMBOLEN

a_1	waterhoogte in de leiding	[L]
a_0	referentie-waterdiepte	[L]
Δs	dikte sediment op bodem/omtrek leiding	[L]
B	bodembreedte	[L]
B_ϕ	breedte van grondwaterreservoir	[L]
C	coëfficiënt van Chézy	$[L^{1/2}T^{-1}]$
C_i	intreeweerstand	[T]
D	dikte van het watervoerend pakket	[L]
k	doorlatendheid van het watervoerend pakket	$[LT^{-1}]$
k_s	doorlatendheid sediment op bodem/omtrek leiding	[L]
L	onderlinge afstand tussen de ontwateringsmiddelen	[L]
N	(effectieve) neerslag	$[LT^{-1}]$
P	natte omtrek	[L]
q_0, q_g, q_l	flux tussen grondwater en openwater	$[L^2T^{-1}]$, $[LT^{-1}]$
Q	afvoer	$[L^3/T^{-1}]$
S	bergingscoëfficiënt	[-]
S_0	bodemhelling	[-]
S_f	wrijvingsverhang	[-]
ϵ	factor die mate van impliciet-zijn van numeriek opl. schema bepaald	[-]
η	geometrie-factor voor radiale stroming (Ernst [1962])	[-]
Γ	drainageweerstand	$[L^{-1}T]$
$\Gamma_g, \Gamma_t, \Gamma_s$	drainageweerstand van de greppel, tertiaire en secundaire systeem (Post, Van Bakel [1986])	$[L^{-1}T]$
Γ_r	radiale weerstand	$[L^{-1}T]$
ϕ	stijghoogte van het grondwater	[L]
ϕ_m	(max) stijghoogte middentussen de ontwateringsmiddelen	[L]

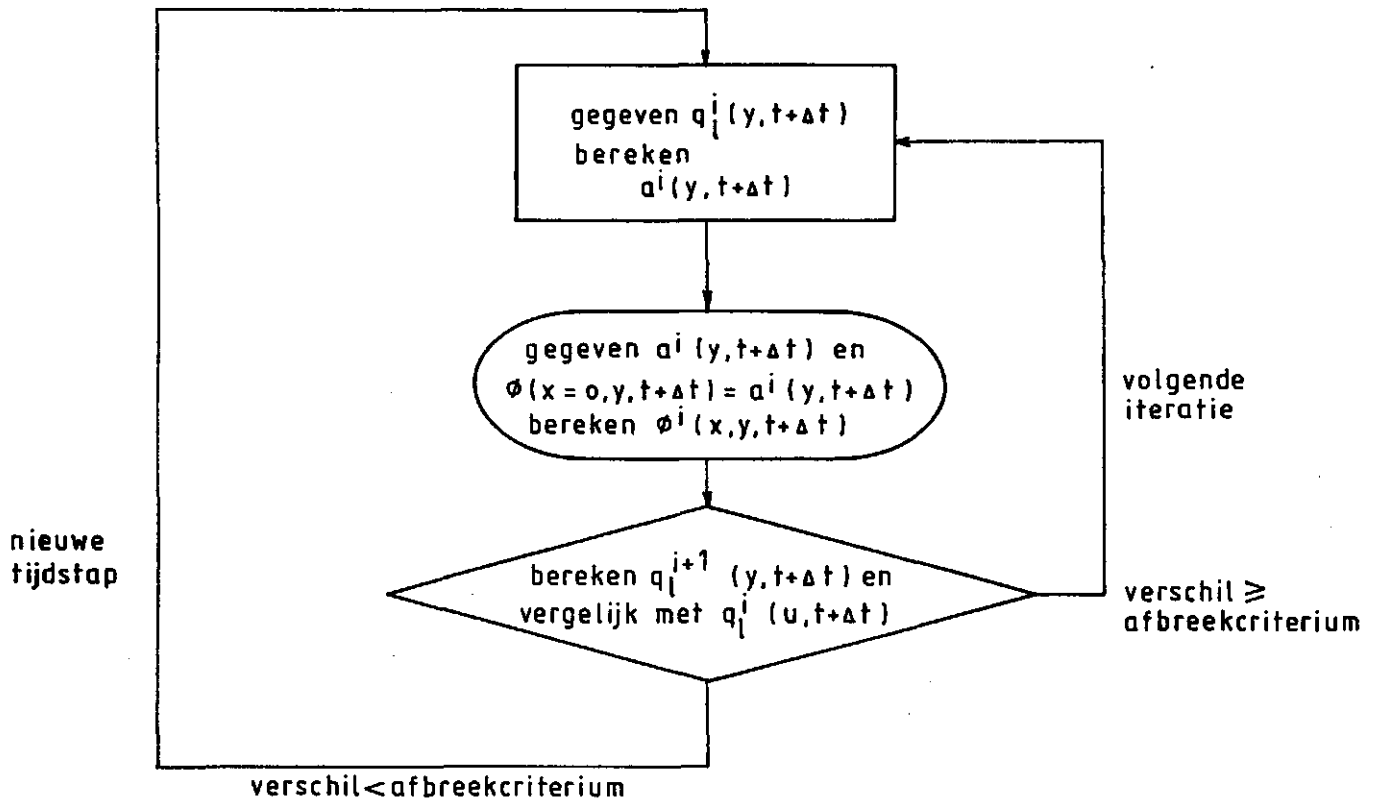
BIJLAGE I

Auteur(s)	Grondwatermodule	Openwatermodule	modellering van opewater in grondwatermodule	modellering van grondwater in openwatermodule	afbreekcriterium bij iteraties koppeling	stroom-schema
Alan en Yan [1981]	2-D(x-z) Boussinesq vergelijking onverzadigde en verzadigde zone impliciet, eindig differentie schema	1-D St. Venantvergelijking eindige differenties	externe r.v.w. $\phi(x, z=0) = a(x)$	q_0 (infiltratie, grootte bepaald door onverz. verz. systeem)	$q^{i+1} - q^i < \dots$	1a
Zitta en Wiggert [1971]	1-D Boussinesq vergelijking vrije grondwaterstroming open waterstroming expliciet, eindig differentieschema	1-D St. Venantvergelijkingen expliciet, eindig differentie-schemata	externe r.v.w. $\phi(x=0) = a$	q_0 (uit grondwatermodule $- - S \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)$)	$a^{i+1} - a^i < \dots$	1b
Freeze [1972]	3-D verzadigde-onverzadigde stroming Jacobs-Richards diffusievergelijking impliciet, eindig differentieschema	1-D St. Venantvergelijkingen expliciet, eindig differentie schema	externe r.v.w. $\phi(x=0, y) = a(y)$	q_0 (uit grondwatermodule $- - KD \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$)	$a^{i+1} - a^i < \dots$	1b
Pinder en Sauer [1971]	2-D Boussinesq vergelijking impliciet, eindig differentieschema	1-D St. Venantvergelijkingen expliciet, eindig differentie schema	$\frac{\partial}{\partial x} \left[KD \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - S \frac{\partial \phi}{\partial t} + q_g + N \right]$ $q_g = - k_s \frac{\partial \phi}{\partial x}$	$q_0 - q_g$	$q_g^{i+1} - q_g^i < \dots$	2a
Cunningham en Sinclair [1979]	2-D Boussinesq vergelijking (verzadigde zone) eindige elementen (ruimte) eindige differenties (tijd)	1-D St. Venantvergelijkingen	$\frac{\partial}{\partial x} \left[KD \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - S \frac{\partial \phi}{\partial t} + q_g + N \right]$ $q_g = - k_s \frac{\partial \phi}{\partial x}$	$q_0 - q_g$	$q_g^{i+1} - q_g^i < \dots$	2a
Crebas, Gilding en Nesseling [1984]	2-D Boussinesq vgl (verzadigde zone) eindige elementen (ruimte) eindige differenties (tijd)	1-D St. Venantvergelijkingen	$S \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[KD \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(KD \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + Q \right) \right]$ $Q = A\phi + B$ Q {leakage through aquitards artificial recharge + abstr. interchange unsat. zone [drainage, open-channel seepage]	$q_0 = \alpha \cdot a + \beta$	koppelingde vergelijkingen	2b
SHE	onverzadigde zone: 1-D Richards vgl verzadigde zone: 2-D Boussinesq vgl eindige differenties	1-D St. Venantvergelijkingen impliciet, eindig differentie schema	$q_1 - f(\phi(t), a(t))$ geldt tussen t en t+dt	$q_1 - f(\phi(t), a(t))$ geldt tussen t en t+dt		3


BIJLAGE II

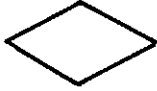
Stroomschema 1a

gegeven op tijdstip t : $a(y,t)$, $\phi(x,y,t)$ en $q_l(y,t)$



Verklaring van de symbolen

 grondwatermodule
(rechterdeel van figuur 1)

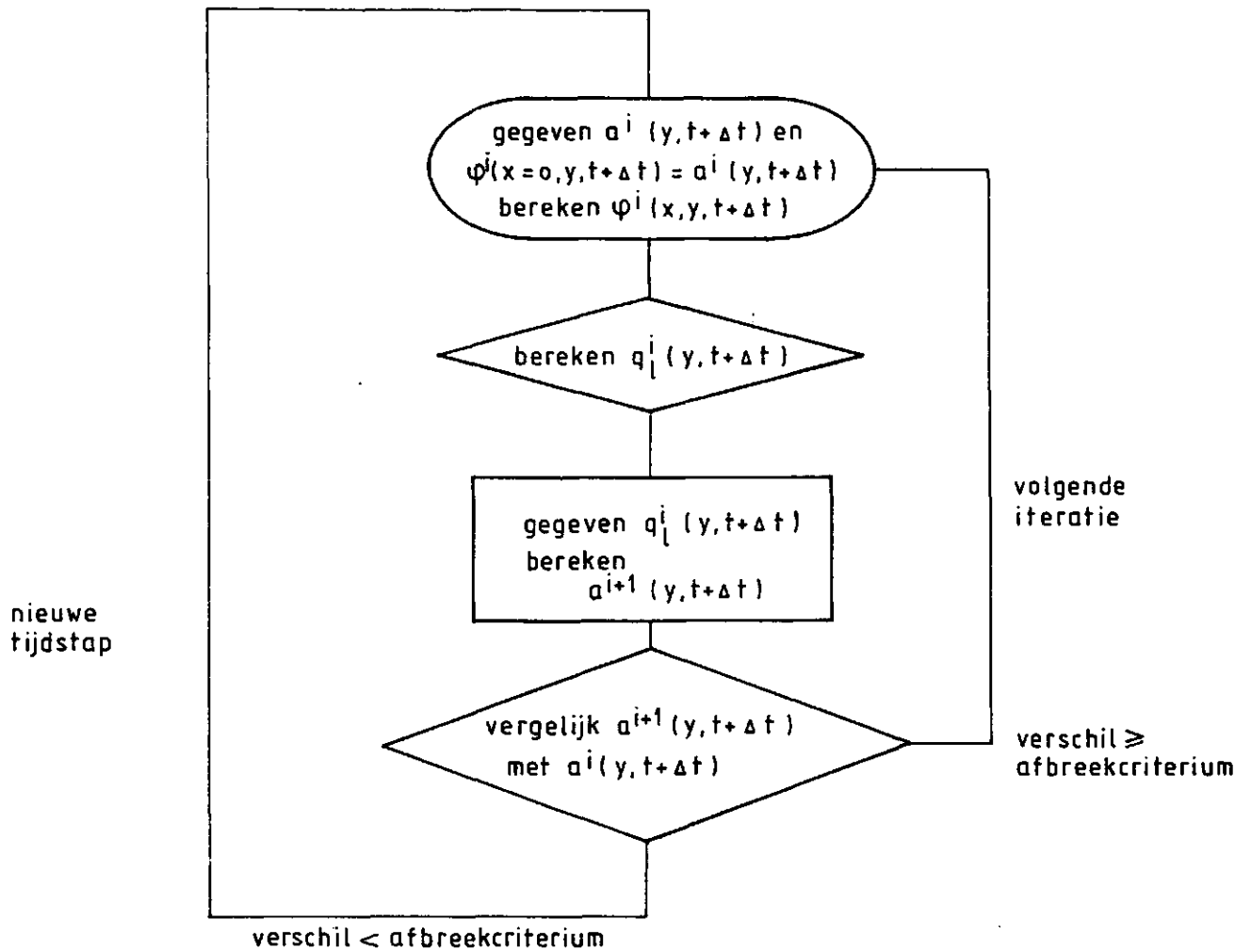
 hoofdmodule waar
koppeling plaatsvindt
(middendeel van figuur 1)

 openwatermodule
(linkerdeel van figuur 1)

$i = i$ de iteratie in het koppelings-
algoritme

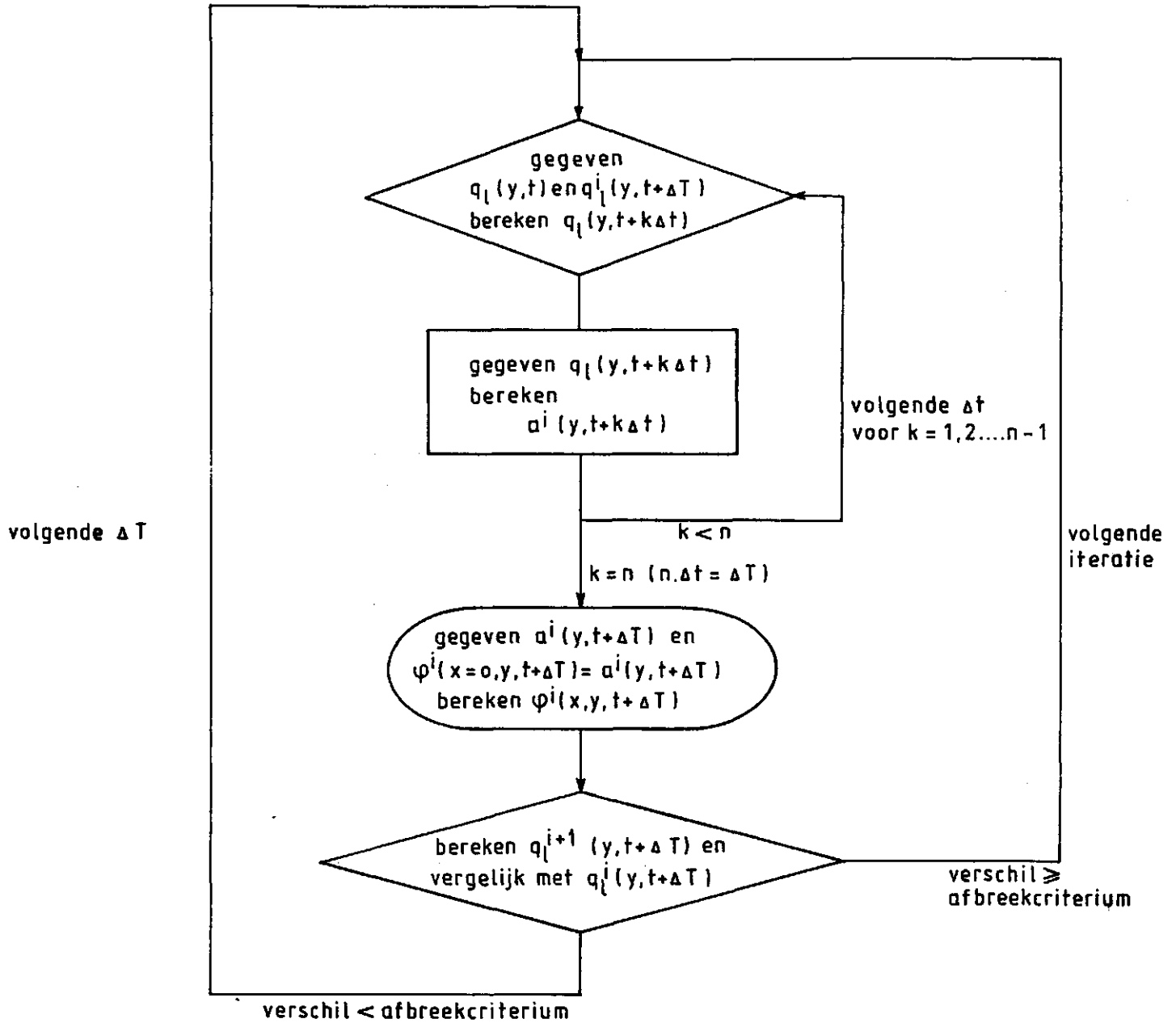
Stroomschema 1b

gegeven op tijdstip t : $a(y,t)$, $\varphi(x,y,t)$ en $q_l(y,t)$



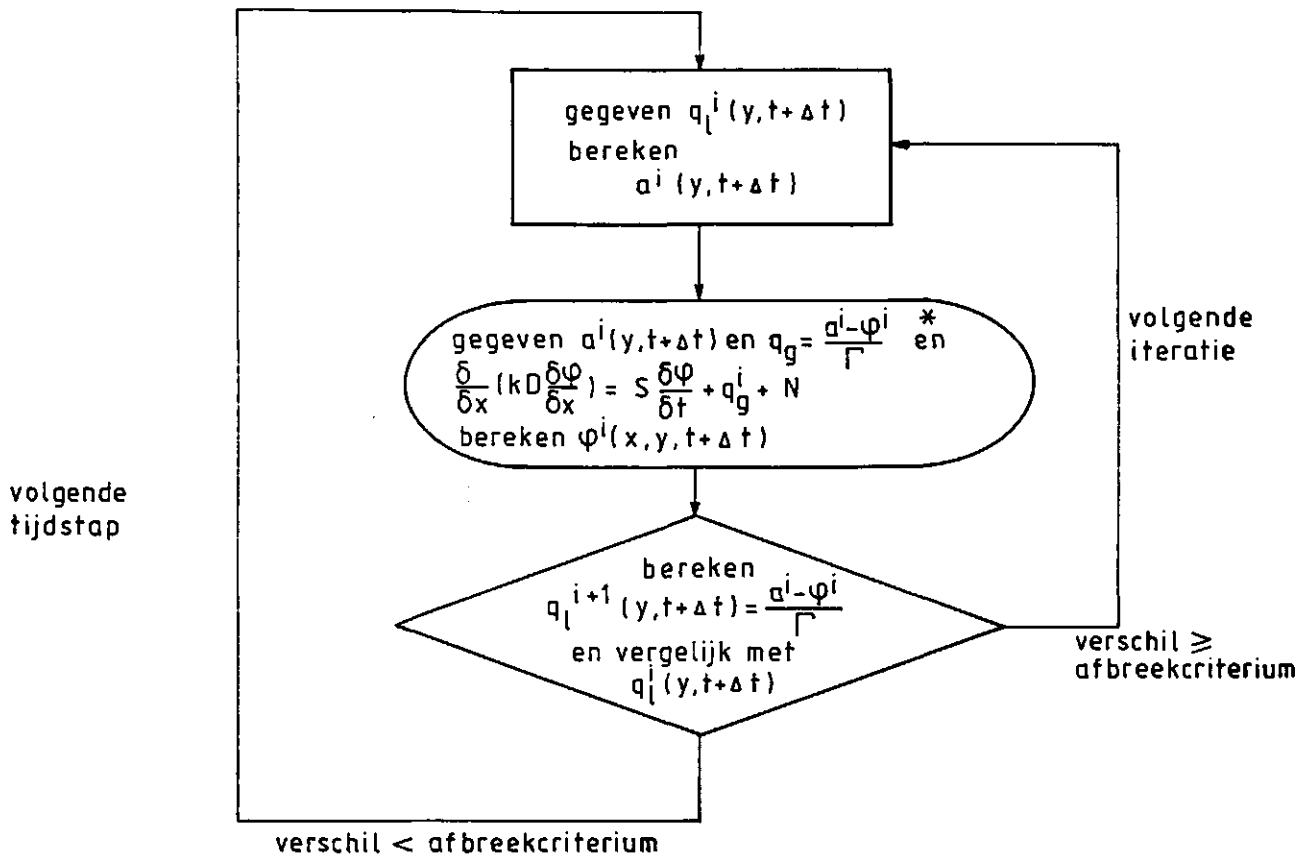
Stroomschema 1c

gegeven op tijdstip t : $a(y,t)$, $\varphi(x,y,t)$, $q_l(y,t)$



Stroomschema 2a

gegeven op tijdstip t : $a(y,t)$, $\varphi(x,y,t)$ en $q_l(y,t)$

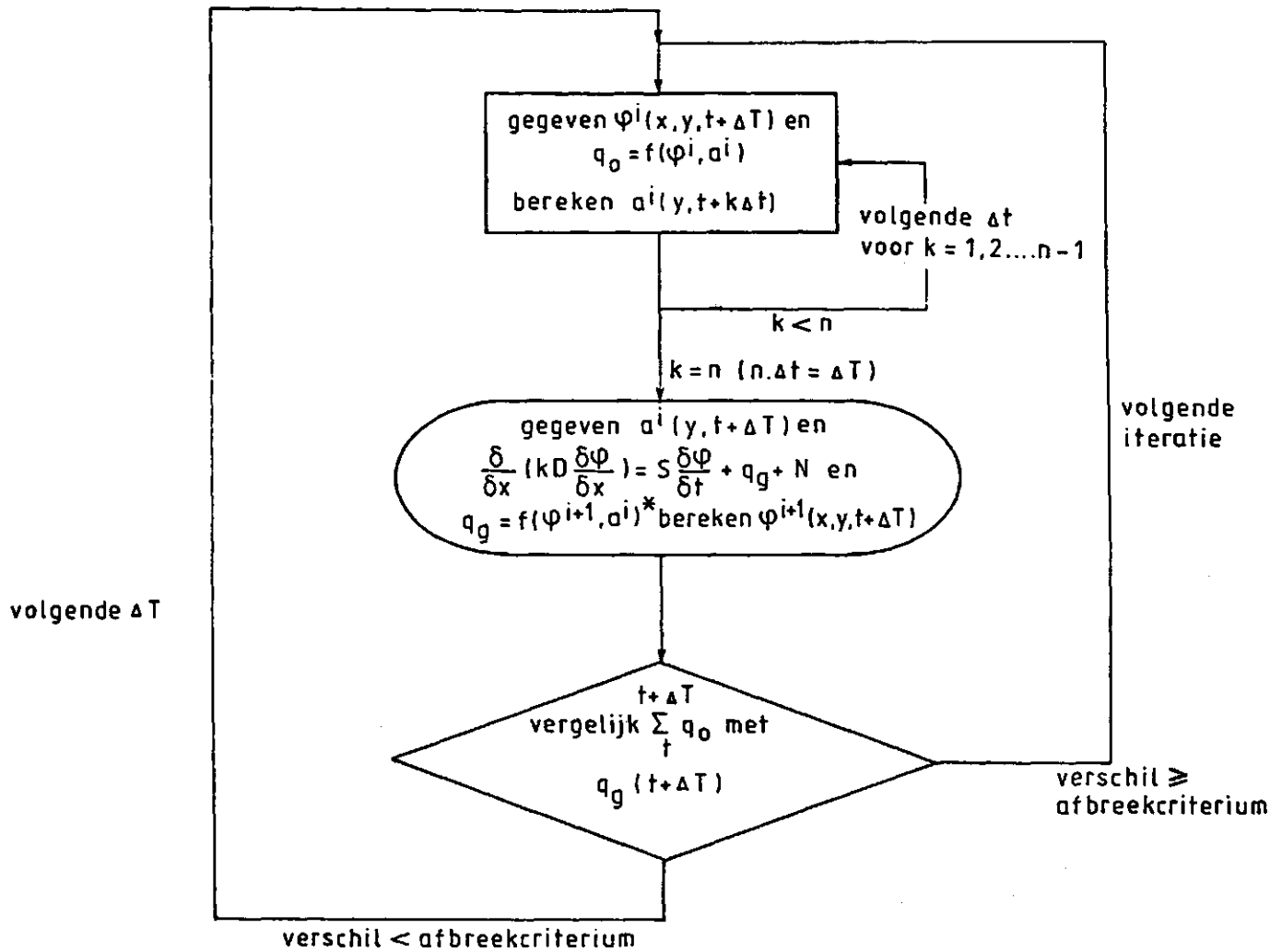


* $q_g = 0$ indien geen openwater aanwezig

$\Gamma = f(x, y)$

Stroomschema 2b

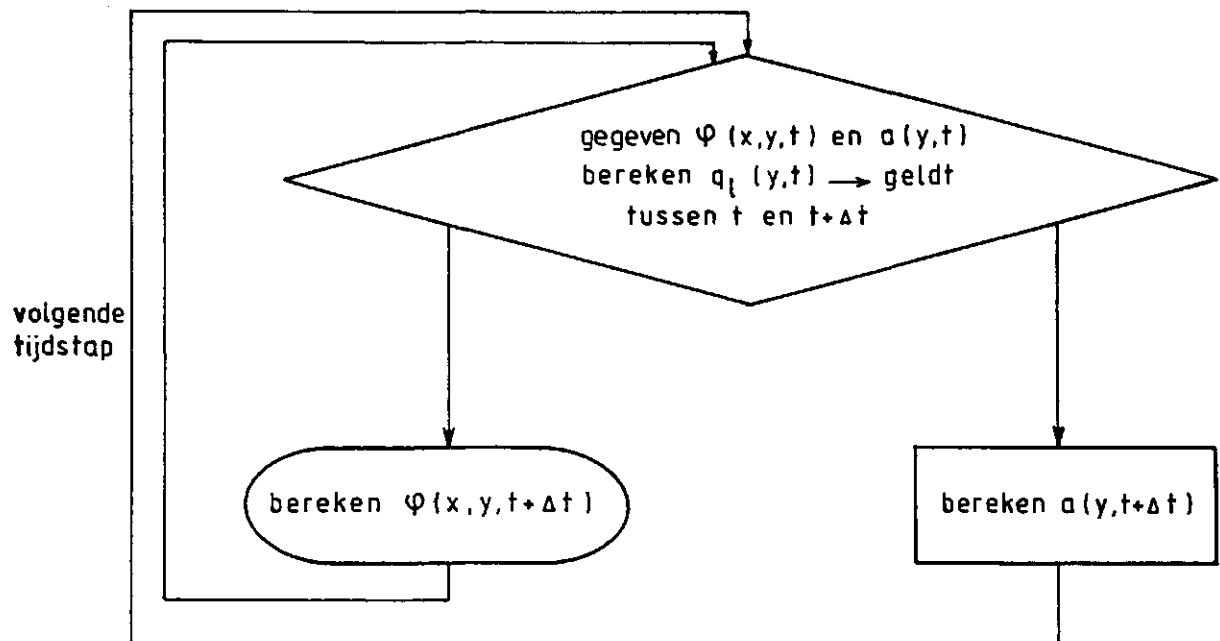
gegeven op tijdstip t : $a(y,t)$, $\varphi(x,y,t)$ en $q_l(y,t)$



* $q_g = 0$ indien geen openwater aanwezig

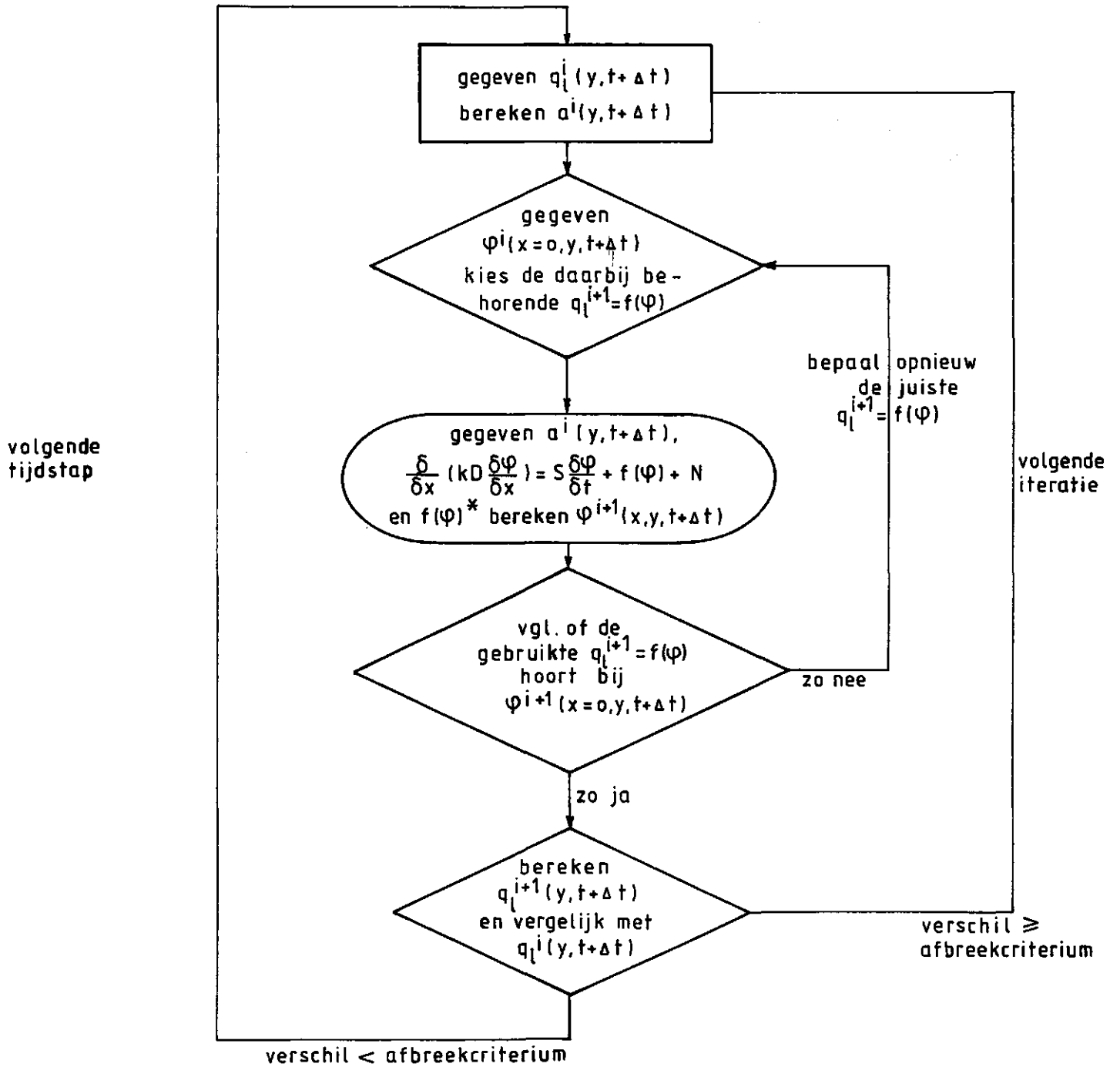
Stroomschema 3

gegeven op tijdstip t : $a(y,t)$ en $\varphi(x,y,t)$



Stroomschema 4

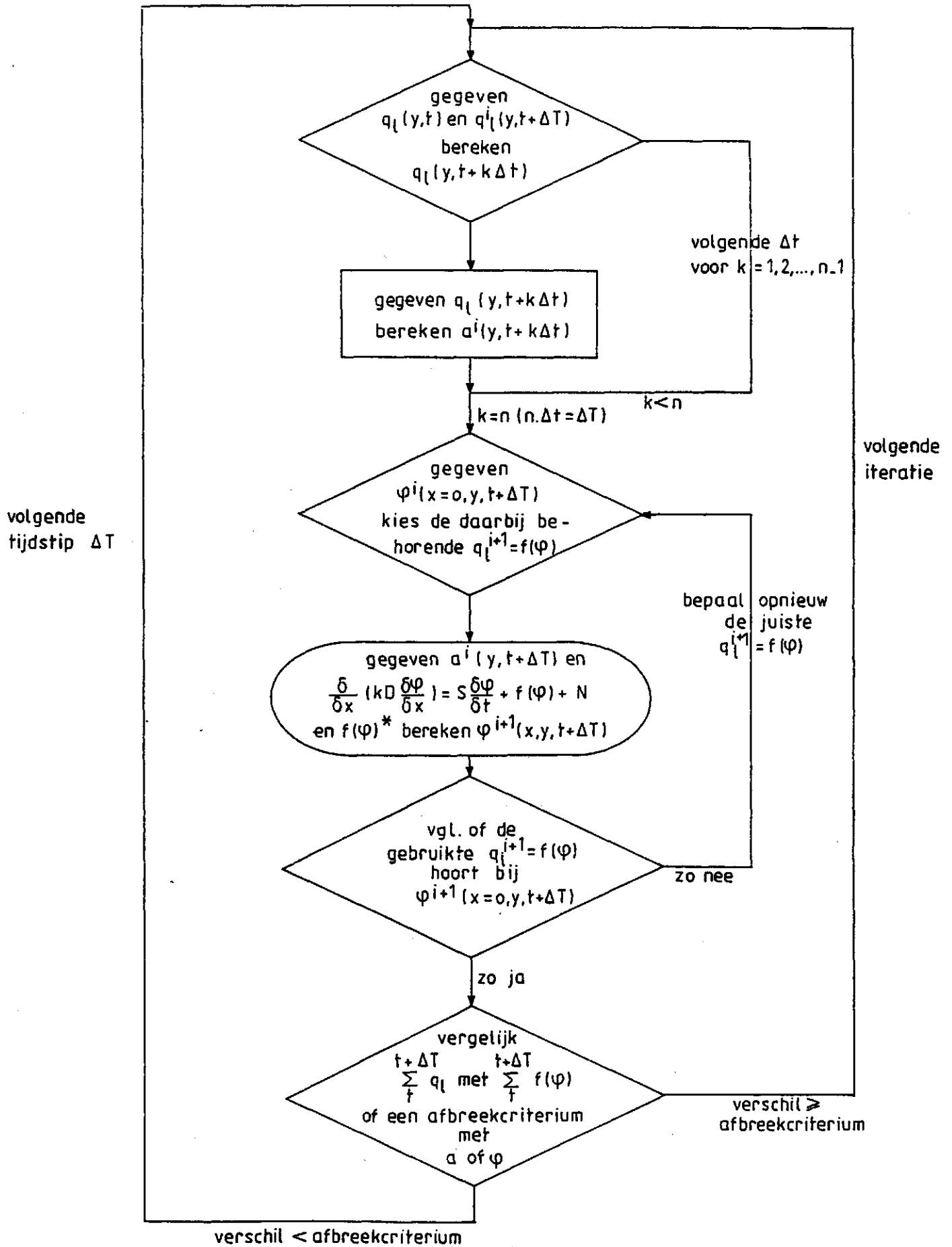
gegeven op tijdstip $t = a(y, t)$, $\varphi(x, y, t)$ en $q_l(y, t)$



*

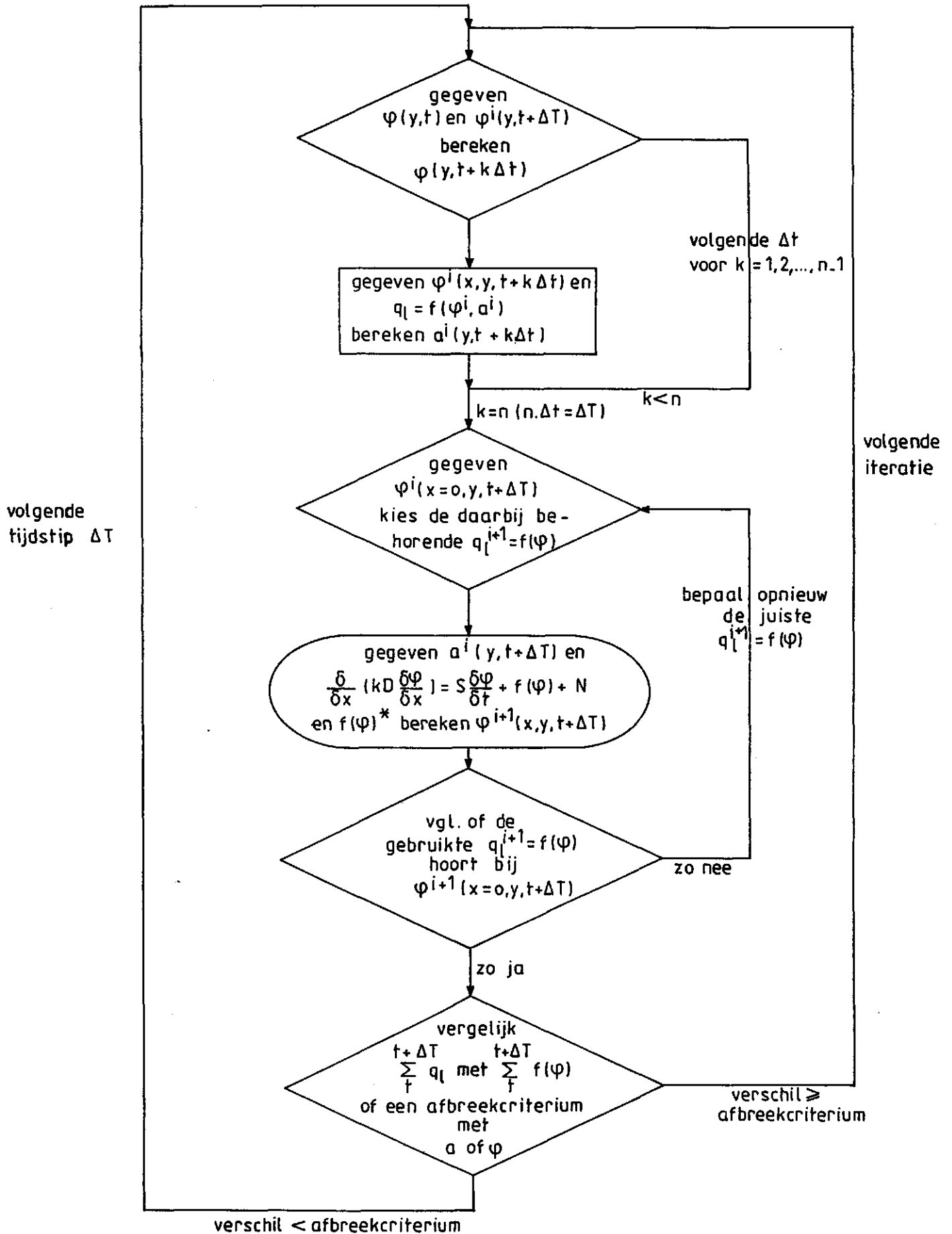
$f(\varphi)$ is afh. van a^i, x en y en φ

Stroomschema 5a (in openwatermodule $q_l = f(t)$
 gegeven op tijdstip t : $a(y,t)$, $\varphi(x,y,t)$ en $q_l(y,t)$



* $f(\varphi)$ is afh. van a^i , x , y en φ

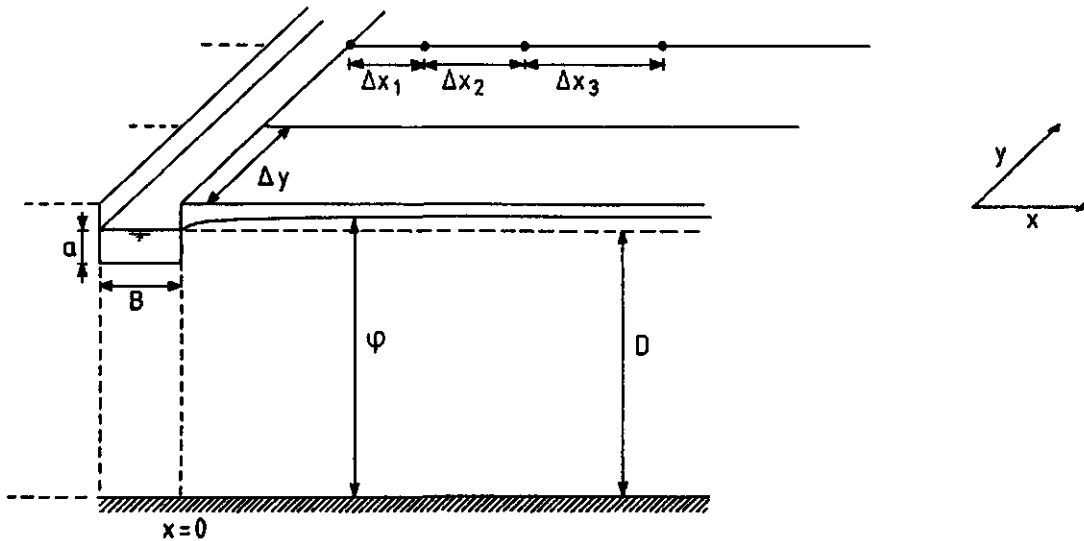
Stroomschema 5b (in openwatermodule $q_l = f(a)$
 gegeven op tijdstip t : $a(y,t)$, $\varphi(x,y,t)$ en $q_l(y,t)$



* $f(\varphi)$ is afh. van a^i , x , y en φ

BIJLAGE III REKENVOORBEELD

Opstelling:



grondwaterstroming: 1-D Boussinesq-vgl, gelineariseerd ($\partial\phi \ll D$)

⊥ openwaterstroming

linker rvw: (Dirichlet-rvw) gegeven ϕ , rechterrvw gegeven

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = 0$$

impliciet, eindige differenties met variabele Δx

openwaterstroming 1-D convectie-diffusie vgl, constante coëfficiënten

bovenstroomse rvw: gegeven a , benedenstroomse rvw gegeven

$$\frac{\partial^2 a}{\partial y^2} = 0$$

impliciet, eindige differenties met constante Δy

Gebruikte gegevens:

grondwater

Δx = variabel, nabij leiding klein, verderaf groot

totale lengte 500 m

$k = 12$ (m/d)

$\mu = 0.08$ (-)

$D = 20$ (m)

per Δy een grw-raai (totaal 11)

openwater

$\Delta y = 1000$ (m), totale lengte 10000 m

$B = 4$ (m)

$a_0 = 2$ (m)

$S_0 = 0.0001$ (-)

$C = 18 \log(12R/K) = 37 \text{ m}^{1/2}$ ($K=0.1$ m)

Koppelingsalgoritme uit stroomschema 1a

Er werd 48 uur doorgerekend met $\Delta t = 1000$ sec (Crank-Nicholson, $\epsilon = 0.5$)

Als bovenstroomse randvoorwaarde van het openwater werd de volgende golf opgelegd:

$$a = a_0 + 0.25 * (1 - \cos \left(\frac{2\pi t}{48} \right)) \text{ (m)} \quad (t \text{ in uren})$$

Voor het grondwater geldt aan de linkerrand $\phi = a$ (m) (t.o.v. hetzelfde referentievlak)

De volgende neerslaggolf werd gedefinieerd:

$$N = 10 * (1 - \cos \left(\frac{2\pi t}{48} \right)) \text{ (mm/d)} \quad (t \text{ in uren})$$

In de onderstaande figuren is de berekende stijghoogte weergegeven voor de grondwaterraai bovenstrooms ($y=0$ m) en voor de grondwaterraai benedenstrooms ($y=10000$ m) op verschillende tijdstippen. Er is gerekend met verschillende ruimtelijke discretisaties in het grondwater om de invloed hiervan te laten zien. De resultaten van de verschillende discretisaties zijn met verschillende lijnen aangegeven (zie verklaring bij de figuur).

In de figuren die betrekking hebben op de grondwaterraai bij het benedenstroomse rekenpunt van het grondwater komt duidelijk naar voren dat de ruimtelijke discretisatie in het grondwater niet alleen invloed heeft op de berekende stijghoogten in het grondwater maar ook de berekende waterhoogte in de leiding beïnvloedt wanneer de flux tussen grondwater en openwater berekend wordt met behulp van de stijghoogtegradiënt in het grondwater (algoritme 1).

$\Delta x_1 \dots \Delta x_5 = 1 \text{ m}$

Δx neemt geleidelijk

toe bij grotere x tot

$\Delta x_{32} = 50 \text{ m}$

$\Delta x_1 \dots \Delta x_3 = 150 \text{ m}$

$\Delta x_4 = 50 \text{ m}$

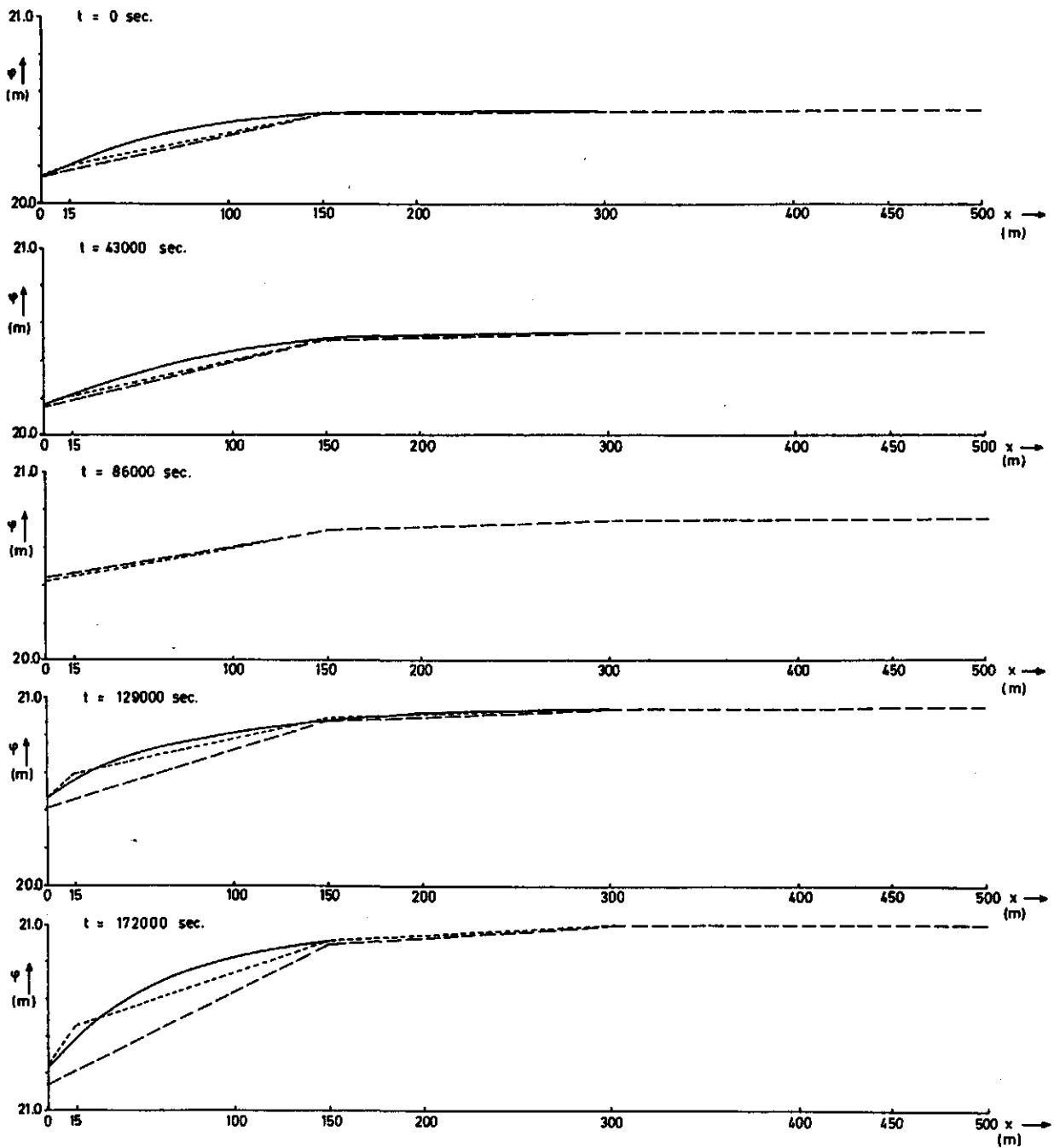
$\Delta x_1 = 15 \text{ m}$

$\Delta x_2 = 135 \text{ m}$

$\Delta x_3, \Delta x_4 = 150 \text{ m}$

$\Delta x_5 = 50 \text{ m}$

(bovenstrooms) $y = 0 \text{ (m)}$; $x = 0$ $\phi = a - f(t)$

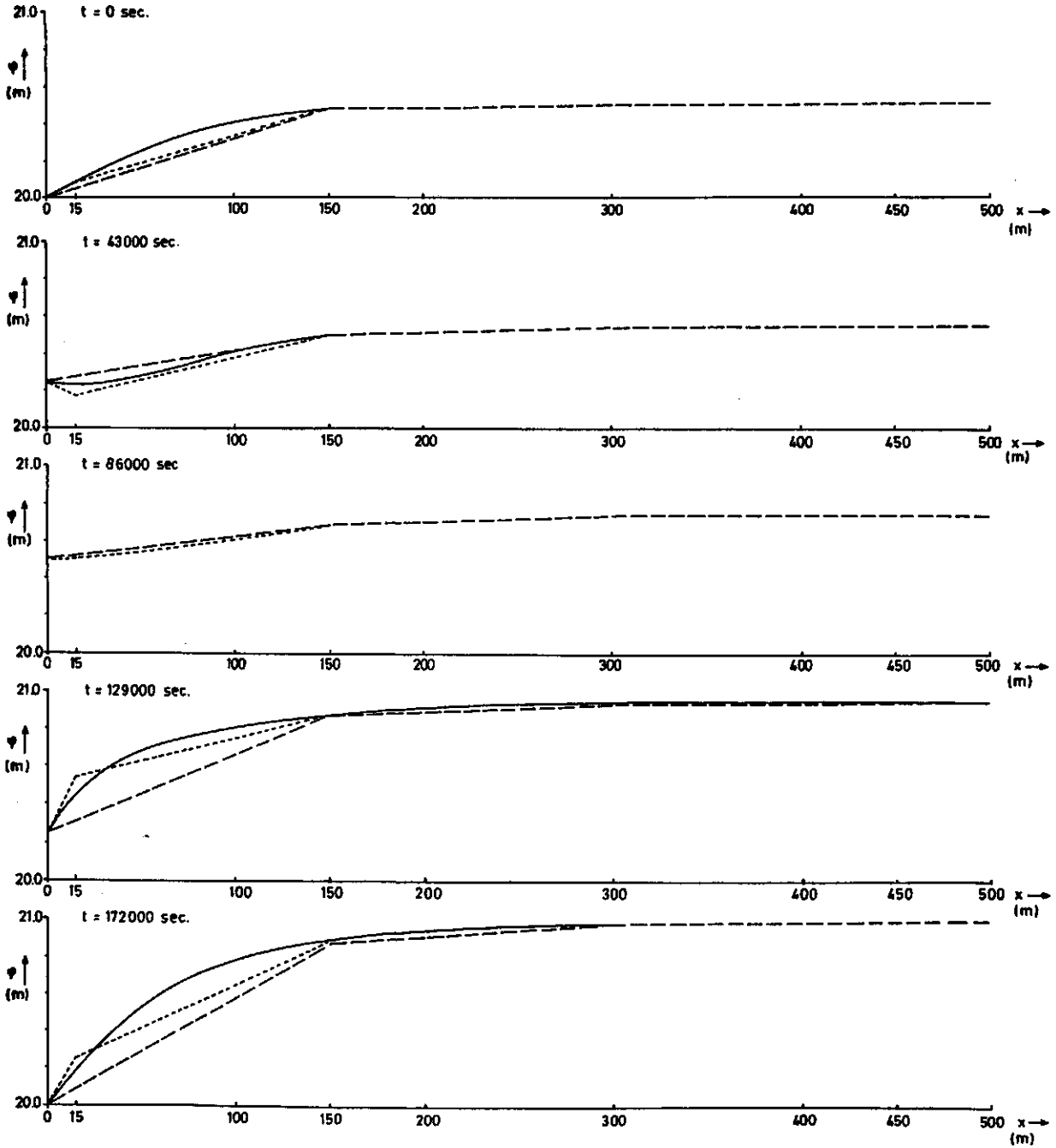


$\Delta x_1 \dots \Delta x_5 = 1 \text{ m}$
 Δx neemt geleidelijk
 toe bij grotere x tot
 $\Delta x_{32} = 50 \text{ m}$

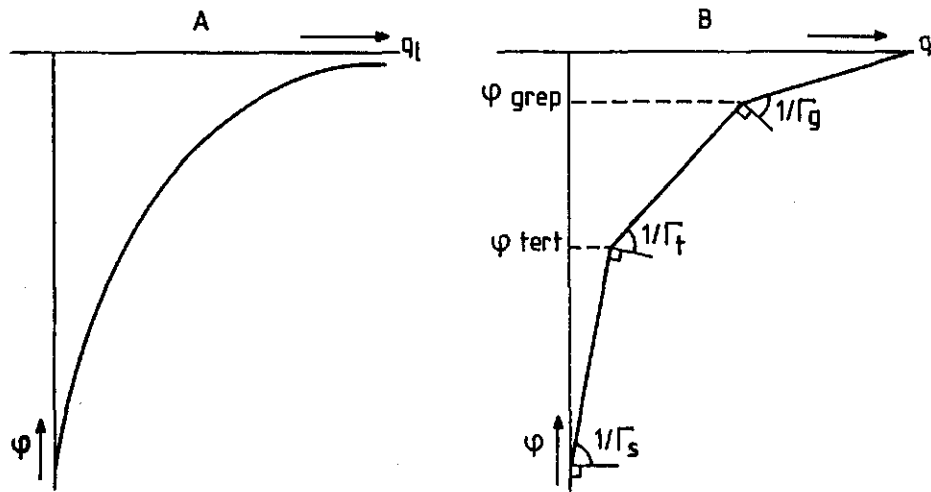
$\Delta x_1 \dots \Delta x_3 = 150 \text{ m}$
 $\Delta x_4 = 50 \text{ m}$

$\Delta x_1 = 15 \text{ m}$
 $\Delta x_2 = 135 \text{ m}$
 $\Delta x_3, \Delta x_4 = 150 \text{ m}$
 $\Delta x_5 = 50 \text{ m}$

(benedenstrooms) $y = 10000 \text{ (m)}$; $x = 0 \quad \phi = a$
 voor a geldt
 $\frac{\partial^2 a}{\partial y^2} = 0$



BIJLAGE IV



Figuur A. geeft de vorm van de q-h relatie weer, zoals die eigenlijk voorkomt.

B. geeft weer hoe de drie verschillende systemen in het model geschematiseerd zijn.

$\frac{1}{\Gamma_s}$ - een maat voor de drainageweerstand van het secundaire systeem

$\frac{1}{\Gamma_t}$ - een maat voor de drainageweerstand van het tertiaire systeem

$\frac{1}{\Gamma_g}$ - een maat voor de drainageweerstand van het greppelsysteem

bron: Post en Van Bakel [1986]

De inverse drainageweerstanden vormen als het ware de richtingscoëfficiënten van de raaklijnen aan de kromme. Er kunnen 6 situaties worden onderscheiden:

$$\phi < h_t$$

$$q_1 = \frac{a-\phi}{\Gamma_s}$$

voor alle a

$$q_1 = \frac{a-\phi}{\Gamma_s} + \frac{h_t-\phi}{\Gamma_t}$$

voor $a < h_t$

$$h_t \leq \phi < h_g$$

$$q_1 = \frac{a-\phi}{\Gamma_s} + \frac{a-\phi}{\Gamma_t}$$

voor $a \geq h_t$

$$q_1 = \frac{a-\phi}{\Gamma_s} + \frac{h_t-\phi}{\Gamma_t} + \frac{h_g-\phi}{\Gamma_g}$$

voor $a < h_t$

$$\phi \geq h_g$$

$$q_1 = \frac{a-\phi}{\Gamma_s} + \frac{a-\phi}{\Gamma_t} + \frac{h_g-\phi}{\Gamma_g}$$

voor $h_t \leq a < h_g$

$$q_1 = \frac{a-\phi}{\Gamma_s} + \frac{a-\phi}{\Gamma_t} + \frac{a-\phi}{\Gamma_g}$$

voor $a > h_g$

NB: Bij deze vergelijkingen komt naar voren dat ook bij dit soort meer-parameter-modellen, bestaande uit verschillende lineaire relaties, het intercept steeds afhankelijk is van de waterhoogte a .