



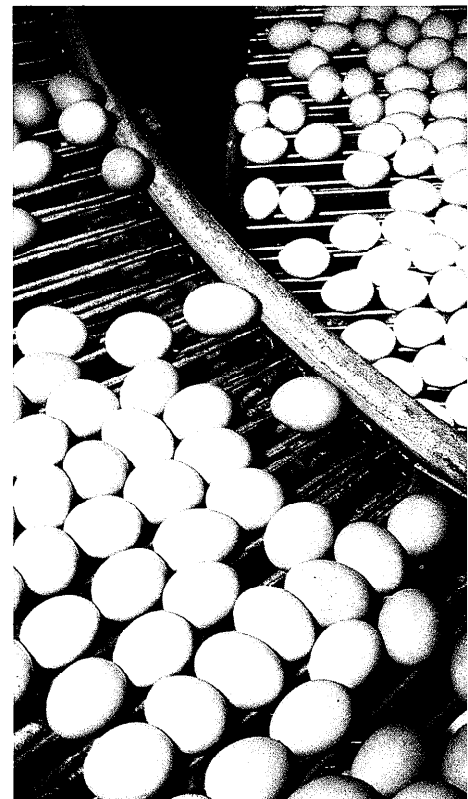
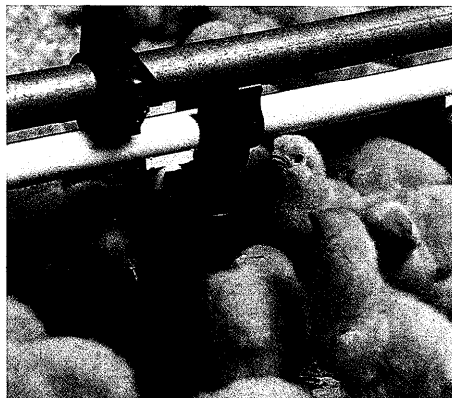
PP-uitgave no. 67

**BEREKENING SAMENSTELLINGEN VAN MENGVOEDERS*
LINEAIRE VERSUS NIET-LINEAIRE*
OF STOCHASTISCHE METHODIEK**

**Feed Formulation:
Lineair and non-lineair or stochastische approach**

*W.B. Roush
Z. Zhang
P.L.M. van Horne
R. Meijerhof*

December 1997



**BEREKENING SAMENSTELLINGEN VAN MENGVOEDERS:
LINEAIRE VERSUS NIET-LINEAIRE
OF STOCHASTISCHE METHODIEK**

**Feed Formulation:
Lineair and non-lineair or stochastic approach**

***W.B. Roush, F. Zhang
P.L.M. van Horne, R. Meijerhof***

December 1997

**Praktijkonderzoek Pluimveehouderij “Het Spelderholt”
PP-uitgave no. 67**

VOORWOORD

In de periode maart - september 1997 heeft Prof. dr. William B. Roush van Penn State University in de USA zijn sabbatical leave doorgebracht bij het Praktijkonderzoek Pluimveehouderij "Het Spelderholt" te Beekbergen. Eén van de onderwerpen waar hij aan heeft gewerkt is het berekenen van de samenstelling van mengvoeders volgens verschillende methodieken. Bill Roush heeft in samenwerking met de Nederlandse mengvoederindustrie de gebruikelijke lineaire programmering vergeleken met de niet-lineaire of stochastische programmering.

Tijdens een studiedag op 10 september 1997 bleek al, dat deze nieuwe benadering veel voordelen kent ten opzichte van de oude, lineaire methode.

Graag wil ik de heren Roush, Zhang, van Horne en Meijerhof hartelijk danken voor hun inzet bij de uitvoering van dit onderzoek. Voor eventuele nadere informatie kunt u rechtstreeks contact opnemen met Peter van Horne en/of Ron Meijerhof.

December 1997
Ir. G.W.H. Heusinkveld
directeur

INHOUDSOPGAVE

	Pag.
SAMENVATTING	7
SUMMARY	8
1 INLEIDING	9
2 LINEAIRE PROGRAMMERING	11
3 CORRECTIE VOOR VARIATIE	13
4 NIET-LINEAIRE OF STOCHASTISCHE PROGRAMMERING	15
5 ONDERZOEK	17
6 CONCLUSIES	21
LITERATUUR	22
BIJLAGE 1: English table	23

Samenvatting

Voor het samenstellen van mengvoer wordt over het algemeen gebruik gemaakt van lineaire programmering. Dit is een wiskundige techniek die de gewenste grondstoffenverhouding berekent om tot een optimale voersamenstelling te komen, gebaseerd op de kosten van de grondstoffen, het gewenste minimum- of maximumniveau aan de verschillende gehalten in het voer en de gehalten in de grondstoffen. De gehalten in de grondstoffen hebben echter geen vaste waarde, maar kunnen een zekere variatie vertonen, waardoor de werkelijke gehalten in het voer kunnen afwijken van de gewenste en berekende gehalten. Om met enige zekerheid aan de gewenste niveaus in het voer te kunnen voldoen wordt op een aantal manieren voor deze mogelijke variatie gecorrigeerd.

Naast lineaire programmering is recentelijk de stochastische of niet-lineaire programmering beschikbaar gekomen. Met stochastische programmering kan de correctie voor de variatie in grondstoffen nauwkeuriger plaatsvinden, waardoor met een voorspelbare waarschijnlijkheid de gewenste gehalten in het voer worden bereikt. Met lineaire programmering zijn de mogelijkheden voor correctie beperkter, waardoor meestal een grotere waarschijnlijkheid wordt bereikt dan gewenst is en verwacht werd. Als gevolg hiervan is de kostprijs van het voer vaak iets hoger dan bij stochastische programmering. Daarnaast geeft stochastische programmering een betere voorspelbaarheid van het eindresultaat en daarmee een betere kwaliteitscontrole.

In dit verslag wordt het principe van stochastische programmering in vergelijking met lineaire programmering uitgelegd, en een aantal voorbeelden van de berekening van voersamenstellingen uitgewerkt.

1 INLEIDING

Bij het samenstellen van mengvoeders moet men allereerst rekening houden met de behoeften van het dier. Alle voor het dier noodzakelijke ingrediënten moeten in voldoende mate aanwezig zijn. Aan de andere kant moeten we rekening houden met de kosten en het milieu. Een te hoog gehalte aan fosfor en stikstof kan de kostprijs verhogen en geeft extra milieubelasting. Om voer tegen een zo laag mogelijke kostprijs te produceren worden vaak veel verschillende grondstoffen gebruikt, die een redelijk grote variatie aan gehalten kunnen bevatten. Deze grote variatie brengt het risico met zich mee dat de werkelijke gehalten van het voer te hoog of te laag zijn.

2 LINEAIRE PROGRAMMERING

Mengvoer wordt samengesteld met behulp van lineaire programmering. Deze wiskundige techniek berekent een samenstelling waarbij alle gewenste gehalten in het voer zitten tegen de laagste kostprijs. Bij lineaire programmering wordt uitgegaan van een gegeven waarde van een grondstof, bepaald door chemische analyse of door ervaring. Zo heeft sojaschroot bijvoorbeeld een gemiddeld eiwitgehalte van ongeveer 50 %, hoewel het gehalte van monsters kan variëren van 46 tot 54 %. Het is duidelijk dat bij voer met een hoog percentage soja, het nogal wat uitmaakt of dit sojaschroot 46 of 54 % eiwit bevat. De grafische weergave van het gehalte van een groot aantal monsters zal een **klokvorm** hebben (in statistische termen “normaalverdeling”) met in het midden de meeste waarnemingen en naar beide uiteinden toe steeds minder waarden. Een dergelijke klokvorm kent een gemiddelde (het gemiddelde van alle waarnemingen) en een spreiding (een maat voor de afwijking van de waarnemingen van het gemiddelde), vaak weergegeven met de term standaardafwijking. De standaardafwijking is de grenswaarde rondom het gemiddelde waarbinnen 69 % van de waarnemingen vallen.

Voorbeeld:

Als het gemiddelde eiwitgehalte van een grondstof 21 % is en de standaardafwijking is 1 %, dan ligt in 69 % van de gevallen de werkelijke waarde tussen 20 % en 22 %. In 34,5 % zal de waarde tussen de 20 en 21 % liggen, bij 34,5 % tussen de 21 en 22 %.

Overigens is niet alleen de werkelijke variatie van de grondstoffen van belang, maar ook de variatie door bijvoorbeeld onnauwkeurig wegen, niet homogeen mengen en ontmengen.

Wanneer de lineaire programmering een voersamenstelling berekent op basis van de gemiddelde gehalten, zal bij 50 % de werkelijke waarde hoger zijn dan de verwachte waarde en 50 % zal lager zijn. Dit komt omdat de exacte waarde van de grondstoffen nooit precies bekend is, waardoor enige variatie bestaat. Theoretisch is het aantal keren dat de werkelijke waarde precies overeenkomt met de verwachte waarde nihil, omdat er altijd wel een geringe afwijking is. In de praktijk ligt dit anders, omdat we maar een beperkt aantal cijfers achter de komma gebruiken. Voedingsdeskundigen zijn zich zeer bewust van het probleem van voersamenstelling uit grondstoffen met een variërende samenstelling. De praktijk lost dit op door nauwkeurig en veelvuldig steekproeven te nemen en deze te analyseren op de werkelijke samenstelling, om zo veel mogelijk variatie uit te sluiten. Ook wordt van grondstoffen met een hoge, onbekende variatie een maximum hoeveelheid gehanteerd. Daarnaast wordt vaak van kritische nutriënten een iets hoger gehalte ingemengd, zodat de minimale behoefte altijd gedekt is.

3 CORRECTIE VOOR VARIATIE

In 1967 hebben Nott en Combs, twee Amerikaanse onderzoekers, een methode ontwikkeld om het risico van een te hoge of te lage waarde van een gehalte in het mengvoer als gevolg van de variatie van de grondstoffen te voorkomen.

Zij stelden voor om voor de gehalten waarmee gerekend wordt in de lineaire programmering niet de gemiddelde gehalten van de grondstoffen te nemen, maar de gehalten plus of min een halve standaardafwijking, afhankelijk of het een minimumbehoefte of een maximum toelaatbare waarde betreft. Door een halve standaardafwijking bij de gemiddelde waarde van de grondstof op te tellen of ervan af te trekken wordt bij 69 % de verwachte waarde bereikt in plaats van in 50 % van de gevallen. Op het eerste gezicht zou men verwachten dat in 67 % de verwachte waarde wordt bereikt ($50\% + \frac{1}{2} \times 34,5\%$).

Dit is niet helemaal correct, omdat het verloop van de variatie en daarmee de standaardafwijking een niet-lineair begrip is. Omdat variatie niet lineair is, ontstaan een aantal problemen, die eigenlijk niet goed opgelost kunnen worden met lineaire programmering. Zo geeft de methode van aanpassen van de gemiddelde waarde van een grondstof, gebaseerd op de standaardafwijking, een overcorrectie van de gehalten.

Bijvoorbeeld: als men het voer zodanig wil samenstellen dat in 69 % van de gevallen voldaan wordt aan de minimum vereiste (69 % waarschijnlijkheid), zal men in lineaire programmering uitkomen op bijvoorbeeld 80 %. Op het eerste gezicht is dit niet erg, omdat dan vaker de minimale behoefte wordt bereikt, maar deze extra zekerheid werkt kostprijsverhogend.

Om in 69 % van de gevallen minimaal 21 % eiwit te hebben, moet voer gemaakt worden waar minimaal bijvoorbeeld 21,3 % eiwit in zit. Bij 80 % waarschijnlijkheid zal men voer moeten maken met bijvoorbeeld 21,4 % eiwit, wat een hogere kostprijs en een hogere milieubelasting tot gevolg heeft. De niet-lineaire of stochastische programmering zorgt voor een waarschijnlijkheid die gelijk is aan de waarde die men daarvoor verwacht.

Het volgende voorbeeld laat zien hoe gehalten worden gecorrigeerd met lineaire en niet-lineaire programmering.

Voorbeeld:

De vraagstelling is om het eiwitgehalte van een mengvoer, samengesteld uit maïs en sojaschroot, in 69 % van de gevallen niet boven de 21 % uit te laten komen.

Volgens de lineaire methode wordt het gemiddelde eiwitgehalte van zowel maïs als sojaschroot met 0,5 x de standaardafwijking van de respectievelijke eiwitgehalten verhoogd.

De volgende vergelijking geeft de gewenste verhoudingen tussen maïs en sojaschroot weer,

$$(8,7 + 0,5 \times (0,8)) \times \text{maïs} + (48,8 + 0,5 \times (0,4)) \times \text{sojaschroot} < 21$$

waarbij het gemiddelde gehalte en de standaardafwijking van het eiwitgehalte in maïs respectievelijk 8,7 en 0,8 % en in sojaschroot respectievelijk 48,8 en 0,4 % is.

De waarde 0,5 wordt aangehouden voor 69 % waarschijnlijkheid, en 21 is het gewenste maximale eiwitniveau.

De niet-lineaire programmering kent een vergelijkbare formule, met echter een klein verschil:

$$8,7 \times \text{maïs} + 48,8 \times \text{sojaschroot} + 0,5 \times \sqrt{(0,8^2 \times \text{maïs}') + (0,4^2 \times \text{sojaschroot}')} < 21$$

4 NIET-LINEAIRE OF STOCHASTISCHE PROGRAMMERING

Methoden om een voersamenstelling te berekenen, rekening houdende met het niet-lineaire aspect van variatie (stochastische programmering) zijn sinds het begin van de jaren negentig commercieel beschikbaar. Op de universiteit van Pennsylvania (Penn State University) is de laatste jaren onderzoek uitgevoerd naar het gebruik van stochastische methoden om voersamenstellingen voor pluimvee te berekenen (Cravener et al, 1994; D'Alfonso et al, 1992a,b; D'Alfonso et al, 1993; Roush, 1993, 1996; Roush et al. 1994). De methode wordt met succes toegepast bij een aantal commerciële bedrijven in Amerika. Een grote commerciële voerfabriek heeft aangegeven per jaar ongeveer \$ 250.000,- te besparen door het gebruik van niet-lineaire programmering (Roush, 1994).

Ook bij stochastische programmering wordt uitgegaan van een aantal basisgegevens over nutritionele behoeften van het dier. Met beide systemen wordt een gewenst minimum of maximum van een aantal gehalten in het voer berekend, met vergelijkbare randvoorwaarden. Bij een minimum wordt het voer zodanig samengesteld dat het gehalte niet lager is dan verwacht, bij een maximum wordt dit overschreden. Bij beide systemen is een bepaalde waarschijnlijkheid en daarmee een risico op het over- of onderschrijden van de gewenste waarde. Bij een gewenst maximum van 21 % eiwit met 69 % waarschijnlijkheid wordt het voer, afhankelijk van de variatie van de grondstoffen, bijvoorbeeld berekend op 20,7 % eiwit, zodat slechts in 31 % van de gevallen het werkelijke gehalte hoger is dan 21 %.

Bij een gewenst minimum van 21 % eiwit met eenzelfde waarschijnlijkheid wordt het voer bijvoorbeeld berekend met 21,3 % eiwit. Wanneer de gewenste waarschijnlijkheid 50 % is wordt in beide gevallen het voer berekend op 21 %, omdat de kans dat het werkelijke gehalte dan hoger is dan 21 % gelijk is aan de kans dat het werkelijke gehalte lager is. Bij een gewenste waarschijnlijkheid hoger dan 50 % geeft stochastische programmering minimaal de gewenste waarschijnlijkheid, terwijl lineaire programmering een waarschijnlijkheid geeft die meestal hoger is. Ook bij stochastische programmering kan de waarschijnlijkheid hoger uitkomen, maar alleen als dat qua kostprijs een meer optimale samenstelling geeft.

5 ONDERZOEK

Praktijkonderzoek Pluimveehouderij "Het Spelderholt" heeft recentelijk, in samenwerking met Penn State University, onderzoek uitgevoerd naar de toepassing van stochastische programmering in de Nederlandse situatie. Hiervoor is pluimveevoer als uitgangspunt genomen, maar uiteraard gelden de resultaten ook voor mengvoer voor andere diersoorten.

In Nederland wordt een groot aantal grondstoffen gebruikt voor de samenstelling van mengvoerders. Veel grondstoffen kenmerken zich door een relatief grote variatie in nutriënten. Bij de samenstelling van de voeders wordt zowel rekening gehouden met de behoeften van het dier als met de eventuele belasting voor het milieu.

In tabel 1 staan de resultaten van de verschillende berekeningen weergegeven. Bij de vergelijking is uitgegaan van een voorbeeldvoeder voor vleeskuikens, samengesteld uit een aantal in Nederland gebruikte grondstoffen. Bij de formulering hebben we een normaal eisenpakket aan gehalten gebruikt. We hebben de vergelijking tussen de twee berekeningsmethoden toegepast op de gehalten aan eiwit en aminozuren, omdat hierbij de verschillen tussen de methoden goed naar voren komen. Het principe geldt uiteraard voor alle gehalten.

In de eerste twee kolommen is via zowel lineaire als stochastische programmering een voer samengesteld met een gewenst eiwitgehalte van maximaal 21 % met een waarschijnlijkheid van 50 %. Dit betekent dat bij de lineaire programmering de gehalten niet verhoogd zijn met een factor als correctie voor de standaardafwijking van de grondstoffen. Hierdoor wordt de kans dat de werkelijke waarde te laag is even groot als de kans dat de werkelijke waarde te hoog is. Het resultaat is een rantsoen met een gemiddeld gehalte aan eiwit van 21 %, terwijl 50 % voldoet aan de vraag (eiwitgehalte niet hoger dan 21 %).

In de stochastische berekening wordt eveneens een waarschijnlijkheid van 50 % gevraagd voor een eiwitgehalte met een maximum van 21 %. Dit resulteert in een exact gelijk rantsoen voor beide berekeningsmethoden. Omdat de afstand van het gewenste percentage van nauwkeurigheid tot het gemiddelde percentage nul is (gemiddeld 50 % kans is gelijk aan het gewenste percentage van 50 % kans) wordt deze factor in de stochastische berekening op nul gehouden en is de berekening identiek aan een lineaire berekening. Hierdoor zijn de twee berekende rantsoenen gelijk. Verschillen tussen de berekeningsmethoden worden dus pas zichtbaar als de gewenste nauwkeurigheid groter is dan 50 %.

Bij het derde en vierde rantsoen (LP 69 % en SP 69 %) was het uitgangspunt dat het gewenste maximum van 21 % eiwit met een waarschijnlijkheid van 69 % niet overschreden werd.

Uit de samenstelling blijkt dat de twee berekeningsmethoden op een aantal punten een verschuiving in het grondstoffenpakket laten zien, resulterend in een iets lagere kostprijs bij de stochastische programmering. Bij de berekende gehalten zien we dat beide methoden minder dan 21 % eiwit inrekenen. Dit komt omdat we gevraagd hebben om bij 69 % niet boven het maximum van 21 % uit te komen. Deze vraag leidde echter bij de lineaire programmering tot een berekende waarde van 20,5 % eiwit, met 83 % kans dat de werkelijke waarde niet boven het maximum uitkomt.

Bij de stochastische programmering wordt een berekende waarde van 20,7 % gegeven, met

Tabel 1: Vergelijking van voersamenstellingen berekend met stochastische en lineaire programmering' (tussen haakjes de berekende waarschijnlijkheid). Per grondstof en gehalte het procentuele aandeel.

Grondstof	LP' 50%	SP 50%	LP 69%	SP 69%	LP 69% + AZ	SP 69% + AZ
Tarwe	44,354	44,354	40,000	41,880	40,000	40,778
Mais	7,926	7,926	9,727	8,914	12,365	10,025
Tapioca	12,950	12,950	16,156	14,755	14,564	14,659
Raapzaadschroot	7,803	7,803	7,003	7,392	6,255	7,453
Vismeel	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000
Diermeel	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000
Verenmeel	2,000	2,000	2,000	2,000	1,998	2,000
Maisglutemeel	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000
Luzernemeel	4,016	4,016	4,127	4,067	4,442	4,063
Dierlijk vet	5,000	5,000	4,960	5,000	4,289	5,000
Krijt	0,420	0,420	0,425	0,423	0,423	0,422
Dicalciumfosfaat	0,068	0,068	0,086	0,078	0,088	0,081
zout	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
DL-methionine	0,103	0,103	0,127	0,116	0,154	0,132
L-lysine-HCl	0,510	0,510	0,539	0,525	0,572	0,537
Premix	0,75	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750
Totaal	100	100	100	100	100	100
Prijs (f / 100 kg)	41,257	41,257	41,423	41,348	41,917	41,574
Ber, gehalten'						
Eiwit	21,0 (50)	21,0 (50)	20,5 (83)	20,7 (69)	20,5 (83)	20,7 (69)
Vert, lys	1,070 (50)	1,070 (50)	1,070 (50)	1,070 (50)	1,090 (89)	1,078 (69)
Vert, meth	0,451 (77)	0,451 (77)	0,463 (88)	0,458 (84)	0,489 (98)	0,473 (93)
Vert meth+cys	0,790 (50)	0,790 (50)	0,790 (50)	0,790 (50)	0,815 (80)	0,805 (69)
Vert, thr	0,765 (99)	0,765 (99)	0,785 (99)	0,776 (99)	0,838 (99)	0,800 (99)
Vert, tp	0,190 (50)	0,190 (50)	0,190 (50)	0,190 (50)	0,199 (85)	0,194 (69)
Calcium	0,710 (50)	0,710 (50)	0,710 (50)	0,710 (50)	0,710 (50)	0,710 (50)
Totaal fosfor	0,537 (73)	0,537 (73)	0,522 (92)	0,529 (65)	0,521 (93)	0,530 (84)
Besch, fosfor	0,300 (50)	0,300 (50)	0,300 (50)	0,300 (50)	0,300 (50)	0,300 (50)

¹ LP = Lineaire programmering, SP = Stochastische programmering

² LP 50 % en SP 50 % zijn berekend op een maximum van 21 % eiwit met een waarschijnlijkheid van 50 %.
 LP 69 % en SP 69 % zijn berekend op een maximum van 21 % eiwit met een waarschijnlijkheid van 69 %.
 LP 69 % + AZ en SP 69 % + AZ zijn berekend op een maximum van 21 % eiwit met een waarschijnlijkheid van 69 % en met minimum niveaus van verteerbare aminozuurgehalten (minimum voor verteerbaar lysine (1,07 %), verteerbaar methionine (0,43 %), verteerbaar methionine + cystine (0,79 %), verteerbaar threonine (0,60 %) en verteerbaar tryptofaan (0,19 %) met een waarschijnlijkheid van 69 %.

6 CONCLUSIES

Bij het berekenen van een gewenste voersamenstelling en voor een goede kwaliteitscontrole dient rekening gehouden te worden met de variatie in gehalten van de grondstoffen. Die variatie kan veroorzaakt worden door variatie in de partij, tussen partijen of door weeg- en meng-onnauwkeurigheden.

Stochastische programmering biedt de mogelijkheid om met een grotere nauwkeurigheid een voersamenstelling te berekenen uit grondstoffen met een zekere variatie. Omdat men de waarschijnlijkheid van de gewenste samenstelling kan berekenen en controleren, kan deze methode een bruikbaar hulpmiddel zijn voor kwaliteitscontrole bij de productie van mengvoeders. Omdat men grenzen stelt aan de gewenste waarschijnlijkheid en het programma niet ongewild hogere waarschijnlijkheden inrekent, zal de kostprijs van de voersamenstellingen in vergelijking met lineaire programmering lager zijn bij een waarschijnlijkheid groter dan 50 %.

Bijlage 1: English table

Table 1: Comparison of diets formulated with stochastic and linear programming¹ (between brackets the calculated probability). Ingredients and nutrient values in percentages.

Ingredient	LP'	SP	LP	SP	LP	SP
	50%	50%	69%	69%	69% + AA	69% + AZ
Wheat	44.354	44.354	40.000	41.880	40.000	40.778
Maize	7.926	7.926	9.727	8.914	12.365	10.025
Tapioca	12.950	12.950	16.156	14.755	14.564	14.659
Rapeseed meal	7.803	7.803	7.003	7.392	6.255	7.453
Fish meal	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
Meat meal	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
Feather meal	2.000	2.000	2.000	2.000	1.998	2.000
Maize gluten meal	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
Alfalfa meal	4.016	4.016	4.127	4.067	4.442	4.063
Animal fat	5.000	5.000	4.960	5.000	4.289	5.000
Calcium carbonate	0.420	0.420	0.425	0.423	0.423	0.422
Dicalcium phosphate	0.068	0.068	0.086	0.078	0.088	0.081
Salt	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
DL-methionine	0.103	0.103	0.127	0.116	0.154	0.132
L-lysine-HCl	0.510	0.510	0.539	0.525	0.572	0.537
Premix	0.75	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750
Total	100	100	100	100	100	100
Price (f/100 kg)	41.257	41.257	41.423	41.348	41.917	41.574
Calc. value²						
Protein	21.0 (50)	21.0 (50)	20.5 (83)	20.7 (69)	20.5 (83)	20.7 (69)
Dig. lys	1.070 (50)	1.070 (50)	1.070 (50)	1.070 (50)	1.090 (89)	1.078 (69)
Dig. meth	0.451 (77)	0.451 (77)	0.463 (88)	0.458 (84)	0.489 (98)	0.473 (93)
Dig. meth+cys	0.790 (50)	0.790 (50)	0.790 (50)	0.790 (50)	0.815 (80)	0.805 (69)
Dig. thr	0.765 (99)	0.765 (99)	0.785 (99)	0.776 (99)	0.838 (99)	0.800 (99)
Dig. trp	0.190 (50)	0.190 (50)	0.190 (50)	0.190 (50)	0.199 (85)	0.194 (69)
Calcium	0.710 (50)	0.710 (50)	0.710 (50)	0.710 (50)	0.710 (50)	0.710 (50)
Total phosphor	0.537 (73)	0.537 (73)	0.522 (92)	0.529 (65)	0.521 (93)	0.530 (84)
Available phosphor	0.300 (50)	0.300 (50)	0.300 (50)	0.300 (50)	0.300 (50)	0.300 (50)

LP=Linear programming, SP=Stochastic programming

- ² LP 50 % and SP 50 % are formulated to meet a maximum of 21 % protein, with a probability of 50 %.
 LP 69 % and SP 69 % are formulated to meet a maximum of 21 % protein, with a probability of 69 %.
 LP 69 % + AZ and SP 69 % + AZ are formulated to meet a maximum of 21 % protein, with a probability of 69 %, and to meet minimum levels of digestible amino acids (minimum of digestible lysine (1.07 %); digestible methionine (0.43 %); digestible methionine + cystine (0.79 %); digestible threonine (0.60 %) and digestible tryptophane (0.19 %) with a probability of 69 %.