Теория гравитации

УДК 524.827+531.51+530.12

Олейник В. П., Третяк О. В.

ПРОБЛЕМА ИНЕРЦИИ И АНТИГРАВИТАЦИЯ

Институт высоких технологий
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
ул. Владимирская, 64, Киев, 01601, Украина
e-mail: valoleinik@gmail.com

Главный результат настоящей работы состоит в доказательстве возможности явления антигравитации: на примере плоского криволинейного движения по инерции показано, что материальные тела, обладающие массой, могут отталкиваться друг от друга. Установлен критерий антигравитации, согласно которому необходимым условием антигравитации является перемещение тела по инерции по такому криволинейному пути, на котором происходит перекачка энергии тела из вращательной степени свободы в поступательную. Введен управляющий параметр, с изменением величины которого изменяется характер движения тел: при переходе управляющего параметра через некоторое критическое значение сила притяжения между телами сменяется силой отталкивания. Открывается, таким образом, возможность управления характером взаимодействия между частицами физической системы путем перераспределения энергии системы между ее степенями свободы.

Показано, что расширение ньютоновской схемы механики путем включения в рассмотрение обширного класса криволинейных движений по инерции требует уточнения общепринятых представлений о свойстве инерции материального тела. Понятие «свойство инерции» должно отражать наличие диалектически противоположных составляющих движения, связанных с сохранением двух характеристик движения тела — импульса и кинетической энергии, которые представляют собой, соответственно, силовую и энергетическую меры движения, взаимно дополняющие друг друга. Свойство инерции тела заключается в том, что всякое тело сопротивляется изменению как импульса, так и кинетической энергии. Стремление тела к сохранению импульса приводит к равномерному и прямолинейному движению (т. е. к поступательной инерции), а стремление к сохранению кинетической энергии — к криволинейному (ускоренному) движению по инерции. Оба типа движения по инерции характеризуются тем, что они могут продолжаться сколь угодно долго.

Показано, что материальные частицы, движущиеся по криволинейному пути по инерции, генерируют электромагнитное поле в окружающем пространстве. Это поле можно рассматривать как особую физическую среду, которая порождается телами при их криволинейном движении по инерции и способна оказывать обратное воздействие на тела.

Представленные в работе результаты исследования позволяют предположить, что электромагнетизм, как и гравитация, не является особым видом взаимодействия. Электромагнетизм — это взаимодействие материальных частиц, обладающих массой и находящихся в особых состояниях криволинейного движения по инерции, в которых происходит перекачка энергии из одних степеней свободы в другие.

Ключевые слова: свойство инерции тела, криволинейные движения тел по инерции в слабом и сильном смыслах, антигравитация, управление характером взаимодействия тел, неполнота ньютоновской схемы механики, диалектические составляющие движения, гравитация и электромагнетизм как следствия криволинейных движений частиц по инерции.

> Дайте мне материю и движение —
> и я создам Вселенную.
> *Р. Декарт* [1, с.26]

1. Введение. Свойство инерции материальных тел

Важнейшей проблемой классической механики, обсуждавшейся многими исследователями [2–5], является ее неполнота. Неполнота механики Ньютона как метода исследования природы стала совершенно очевидной, когда обнаружилось, что классическая теория неспособна объяснить и описать закономерности, управляющие поведением микромира. Проблема неполноты имеет множество аспектов, среди которых наиболее существенную роль с точки зрения основ физики играют свойства инерции материи и движения материальных тел по инерции.

В механике Ньютона движение по инерции связывается только с равномерным и прямолинейным движением. Согласно динамическому принципу, выражением которого служит второй закон Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}_{ext}, \qquad (1)$$

причиной ускорения $\vec{a}$ тела массой m может быть только внешняя по отношению к телу сила $\vec{F}_{ext}$, действующая на тело со стороны его окружения. В отсутствие внешней силы тело движется свободно, без принуждения, т. е. по инерции, — это единственный вид движения по инерции, рассматриваемый в классической механике. Между тем, как показывает анализ проблемы движения, понятие движения по инерции можно обобщить и существенно расширить за счет ускоренных движений специального вида. Речь идет об ускоренных движениях, которые происходят в отсутствие каких-либо энергетических затрат, т. е. в отсутствие каких-либо усилий со стороны окружения, и потому могут продолжаться как угодно долго. Такого рода движения, существование которых выпало из поля зрения ньютоновской схемы механики, естественно назвать **ускоренными (криволинейными) движениями по инерции** [6-11].

То обстоятельство, что сила $\vec{F}_{ext}$ и ускорение $\vec{a}$ в равенстве (1) связаны между собой линейной связью и кажутся равноправными, равноценными партнерами, наводит на мысль, что соотношение (1) может описывать две физически прямо противоположные ситуации:

1. **сила $\vec{F}_{ext}$ выступает в качестве причины ускорения тела**, т. е. сила порождает ускоренное движение тела;
2. **сила $\vec{F}_{ext}$ порождается криволинейным движением тела по инерции**, т. е. **сила является следствием ускорения тела.**

Первая ситуация описывается ньютоновской схемой механики, которая исходит из предположения, что не существует других сил, действующих на тело, кроме внешних (вынуждающих) сил. В таком подходе ускоренное движение тела является **вынужденным**. Механика Ньютона ограничивается рассмотрением первой ситуации (и это обусловливает неполноту механики), исходя из обыденного представления о том, что на тело могут действовать только окружающие тела и что указанное действие можно описать с помощью понятия внешней силы. На первый взгляд, другим силам просто неоткуда взяться. **С логической точки зрения**, однако, обе указанные выше физические ситуации совершенно равноценны и поэтому должны рассматриваться на равных основаниях.

При рассмотрении второй ситуации возникает важный вопрос: что может служить причиной ускоренного движения тела в отсутствие внешней силы? Причиной ускорения тела является неоднородность и неизотропность пространства, в котором происходит движение частицы [6]. Однородным может быть только пустое пространство, т. е. пространство, в котором нет частиц. Пространство с одной частицей перестает быть однородным по той простой причине, что в нем имеется выделенная точка — точка, в которой находится частица. В системе отсчета, относительно которой частица движется, имеется еще одна выделенная точка — центр кривизны траектории, по которой частица движется. Наличие двух выделенных точек означает существование выделенного направления в пространстве — выделенным будет направление вдоль прямой, соединяющей указанные выделенные точки. Значит, пространство оказывается неизотропным. В условиях неоднородности и неизотропности пространства частица стремится перемещаться таким образом, чтобы не испытывать каких либо энергетических потерь, — это и будет **криволинейное движение по инерции**, которое может продолжаться бесконечно долго и траектория которого определяется положением выделенных точек в пространстве, а также физическими характеристиками движущейся частицы (см. последующие разделы работы). Вследствие перемещения частицы по криволинейной траектории, возникает действующая на частицу сила, направленная к центру кривизны траектории.

Подчеркнем, что сила, действующая на частицу во второй ситуации, порождается ускоренным движением частицы по инерции, т. е. она имеет чисто кинематическое происхождение и никак не связана с силовым действием со стороны окружения. Такую силу естественно назвать силой инерции, имея в виду, что она обусловлена ускоренным движением по инерции. Если в первой ситуации, рассматриваемой в механике Ньютона, сила вызывает ускоренное движение, то во второй — причина и следствие меняются местами: ускоренное движение, обусловленное неоднородностью и неизотропностью пространства, становится, в свою очередь, причиной силы, действующей на частицу. Криволинейное движение по инерции аналогично равномерному и прямолинейному движению свободной частицы, т. е. движению свободной частицы по инерции, с тем существенным отличием, что теперь частица движется по криволинейной траектории.

Сделанный выше вывод можно переформулировать следующим образом: если частица движется вдоль кривой линии, т. е. движется с ускорением, то **с логической точки зрения** сила, действующая на частицу, может быть либо внешней силой (причиной ускорения), либо силой инерции (следствием ускорения, обусловленного неоднородностью и неизотропностью пространства). В первом случае — движение вынужденное, во втором — криволинейное движение по инерции.

Понятие движения относится к числу первичных, фундаментальных понятий, на языке которых можно объяснить и описать явления природы. Окружающий нас мир находится в состоянии непрерывного движения и развития и представляет собой не совокупность предметов, а процесс, управляемый наиболее общими законами природы — законами диалектики. Их сущность состоит в том, что любая физическая реальность (физическое явление, физический процесс и т. п.) представляет собой единство противоположностей, т. е. состоит из компонент, которые, с одной стороны, неотделимы друг от друга, образуя единое целое, а с другой, противостоят, противодействуют друг другу. Методы исследования явлений природы могут дать физическую картину, адекватную реальности, лишь при условии, что они достаточно полно учитывают законы диалектики.

Вынужденные ускоренные движения и ускоренные движения по инерции представляют собой диалектические противоположности. В самом деле, **вынужденные ускоренные движения порождаются внешними силами**, а **ускоренные движения по инерции, наоборот, порождают силы**, которые сопутствуют движениям, будучи следствием последних. Указанные компоненты движения взаимно дополняют друг друга. Можно утверждать, что если имеется класс вынужденных ускоренных движений, то с необходимостью должны существовать и их противоположности — ускоренные движения по инерции. Очевидно, что, исключив из рассмотрения какую-либо из диалектических составляющих движения, мы получим заведомо неполную и искаженную картину физической реальности.

Анализ центральной проблемы механики — проблемы движения показывает, таким образом, что существует два типа ускоренных движений — вынужденные движения $D_{вынужд}$ и движения по инерции $D_{инерц}$, которые, будучи противоположными по физической сути, неразрывно связаны между собой. Глубокая внутренняя связь между движениями $D_{вынужд}$ и $D_{инерц}$, существование которой вытекает из законов диалектики, обеспечивает их сосуществование, их органическое единство в реальных физических процессах.

Естественно, что произвольное ускоренное движение D тела можно представить в виде линейной комбинации криволинейного движения по инерции $D_{инерц}$, происходящего без каких-либо энергетических затрат, и вынужденного ускоренного движения $D_{вынужд}$, происходящего под действием внешней силы, совершающей работу по перемещению частицы: $D = c_1 D_{инерц} + c_2 D_{вынужд}$, где c_1 и c_2 — произвольные коэффициенты, $c_1 + c_2 = 1$ [8,11]. В механике Ньютона полагается, что $c_1 = 0$, т. е. вне поля зрения механики лежит континуум движений — такова степень неполноты ньютоновской схемы механики как метода исследования природы.

Существенное расширение общепринятых представлений об ускоренном движении материальных тел означает, что свойство инерции тела имеет более глубокий смысл, чем принимается в общепринятом подходе. В связи с этим понятие о свойстве инерции материального тела требует уточнения и расширения.

Если на тело действует сила $\vec{F}_{ext}$ со стороны окружающих тел, возникает сила противодействия $\vec{\Phi}$, равная по величине внешней силе и противоположно ей направленная: $\vec{\Phi} = -m\vec{a}$. Эта сила, названная И. Ньютоном силой инерции [12], представляет собой ответную реакцию со стороны тела на действие окружения. Она является следствием действия причины — внешней силы $\vec{F}_{ext}$ и выражает собой сопротивление, оказываемое телом действию внешней силы. Второй закон Ньютона (1) естественно трактовать как условие динамического равновесия тела, возникающего при действии на тело внешней силы и состоящего в том, что действие внешней силы уравновешивается действием силы инерции [13,14]: $\vec{F}_{ext} + \vec{\Phi} = 0 \to \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$. Согласно общепринятым представлениям, свойство инерции тела состоит в том, что тело сопротивляется любой попытке изменить его количество движения, т. е. импульс. Возникновение силы инерции при действии на тело внешней силы можно рассматривать как проявление свойства инерции.

Чтобы уточнить приведенное выше определение свойства инерции, рассмотрим импульс $\vec{p} = m\vec{v}$ и кинетическую энергию $K = m\vec{v}^2/2$, представляющие собой существенно разные меры движения. Физическое содержание этих величин легко раскрыть на простейшей модели — движение классической частицы по траектории. Согласно второму закону Ньютона $d\vec{p}/dt = \vec{F}_{ext}$, скорость изменения импульса частицы $\vec{p}$ совпадает с внешней силой, а работа dA, совершаемая силой на каждом участке $d\vec{r}$ траектории, равна приращению кинетической энергии K: $dA = \vec{F}_{ext} d\vec{r} = dK$. Отсюда видно, что приращение импульса определяется силовым воздействием на частицу, т. е. **импульс — силовая характеристика движения**, а приращение кинетической энергии характеризует способность тела совершить работу, т. е. **кинетическая энергия — энергетическая характеристика движения**. Соответственно двум указанным выше характеристикам (мерам) движения, взаимно дополняющим друг друга, свойство инерции материи также должно иметь две стороны: одна проявляется при действии внешних сил, а вторая связана с неоднородностью и неизотропностью пространства и со стремлением тела к устойчивому движению — движению, происходящему в отсутствие каких-либо энергетических затрат.

На основании приведенных соображений можно утверждать, что **инерция — это не только врожденное свойство тела сопротивляться изменению импульса. Свойство инерции состоит также и в том, что любая материальная система во всех физических процессах стремится сохранить кинетическую энергию, т. е. стремится к такому состоянию ускоренного движения, которое происходит в отсутствие каких-либо энергетических потерь.** Такое состояние движения мы называем криволинейным движением по инерции. Поступательное движение по инерции, происходящее в отсутствие силового действия, можно рассматривать как предельный случай вынужденного ускоренного движения, возникающего при $\vec{F}_{ext} \to 0$. Кратко свойство инерции тела можно определить так: это **свойство тела препятствовать всякому насилию со стороны окружения — как силовому, связанному с действием внешней силы, так и энергетическому, обусловленному неоднородностью и неизотропностью пространства**.

Физическое содержание понятия массы тела таково: это понятие выражает свойство инерции материи; масса тела — это мера инертности тела, т. е. физический параметр, характеризующий способность тела сопротивляться, препятствовать изменению импульса при действии внешней силы и стремление тела к сохранению кинетической энергии в ускоренных движениях по инерции. Свойство инерции — неотъемлемое свойство материи, без которого материя не может существовать. Это свойство проявляется в возникновении сил инерции, которые в вынужденных движениях уравновешивают действие внешних сил, определяя поведение тел во внешних полях, а в ускоренных движениях по инерции порождают особую физическую среду — эфир (см. Раздел 7).

Рассмотрим следующую задачу. Пусть на тело, находящееся в состоянии криволинейного движения по инерции, действует возмущение в виде внешней силы. Возникает новое состояние, представляющее собой суперпозицию состояний ускоренного движения по инерции и вынужденного движения. После прекращения действия внешней силы тело стремится по инерции продолжить свое движение. Однако, из-за отсутствия внешней силы движение тела изменяется — изменяется таким образом, чтобы затраты энергии были наименьшими, т. е. тело стремится к состоянию криволинейного движения по инерции. В конце концов тело переходит в одно из таких состояний и в дальнейшем будет оставаться в этом новом состоянии ускоренной инерции до следующего возмущения под влиянием внешней силы. В этом примере мы имеем динамический переход из одного состояния криволинейного движения по инерции в другое, переход, вызванный действием возмущения.

Существенно, что материя не существует без движения, которое является неотъемлемым атрибутом материи и имеет относительный характер. Действие материи, будучи абсолютным по своей сути, имеет черты относительности, поскольку оно проявляется через движение и благодаря движению. С другой стороны, движение, будучи относительным по сути, характеризуется чертами абсолютности, ибо оно не существует без материи, которая неуничтожима и несотворима и может лишь переходить из одной формы в другую. Возникает состояние коллизии между абсолютностью материи и относительностью движения, состояние перманентного конфликта и неразрывной связи между ними, которое является, по-видимому, одной из движущих сил развития материи.

В подтверждение точки зрения, согласно которой центральной проблемой физики является проблема движения, уместно привести известное высказывание А. Эйнштейна и Л. Инфельда [15], «**самая фундаментальная проблема, остававшаяся в течение тысячи лет неразрешенной из-за ее сложности, — это проблема движения**». Здесь речь идет о законе движения Аристотеля, в соответствии с которым тело движется до тех пор, пока на него действует сила. Лишь почти через две тысячи лет после Аристотеля было осознано, что аристотелевская физика непригодна для описания природы (Леонардо да Винчи [16]) и что движение тела может происходить в отсутствие каких-либо сил, т. е. по инерции (Р. Декарт). Еще столетие спустя после выхода в свет «Математических начал натуральной философии» [12] была понята ограниченность закона всемирного тяготения Ньютона и угадана истинная причина гравитации: как писал Г. Гегель ([17], с. 105), «притягивание представляет собой неподходящее выражение, правильнее сказать, что планеты сами стремятся к Солнцу». И еще почти двести лет спустя после Гегеля удалось доказать существование криволинейных движений по инерции и раскрыть физическую природу гравитации — установить, что гравитация обусловлена криволинейными движениями тел по инерции. Не свидетельствуют ли эти факты о том, что, действительно, центральной проблемой естествознания была и остается проблема движения?

Отметим, что слова «криволинейные движения по инерции» впервые употребил, по-видимому, В. Н. Толчин [14], хотя он и не разъяснил сколько-нибудь подробно их глубокое физическое содержание.

Согласно И. Ньютону, основная задача физики состоит в том, «чтобы по явлениям движения распознать силы природы, а затем по этим силам объяснить остальные явления» (см. [12, 18, 19]). В механике Ньютона понятие силы играет фундаментальную роль. Сила наделяется исключительным правом порождать ускоренные движения материальных тел. Тем самым на нее возлагается ответственность за все многообразие явлений и процессов, наблюдаемых во Вселенной. Согласно современным представлениям, в природе существует четыре вида фундаментальных взаимодействий — гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое, к которым сводятся силы любой физической природы. Главной задачей физического исследования считается детальное изучение каждого из взаимодействий и построение теории, объединяющей эти взаимодействия в единое целое.

Приведенная выше постановка задачи физического исследования является, по-видимому, одной из причин нынешнего кризисного состояния естествознания. Первичными понятиями являются материя и движение, а сила — одно из многих вторичных понятий, на языке которых описываются явления и процессы. Успешным может быть лишь такое исследование, которое проводится в соответствии с законами диалектики, а именно: исследуемое явление или процесс рассматривается как совокупность взаимно дополняющих друг друга диалектических составляющих, находящихся в состоянии непрерывного взаимодействия между собой. Главная задача исследования состоит, по-видимому, в том, чтобы выявить диалектический характер движений, происходящих в исследуемом явлении, и сконструировать такую модель, которая достаточно полно учитывает эти движения. Лишь при таком подходе можно надеяться на то, что исследование приведет к выработке представлений, адекватных физической реальности.

Перечислим основные результаты, изложенные в последующих разделах работы.

В разделе 2 на примере плоского движения вводятся основные обозначения и дается определение понятия ускоренного (криволинейного) движения по инерции в слабом и сильном смыслах. Одночастичная модель движения по инерции обобщается на случай двухчастичной системы. Отмечается, что все результаты, касающиеся ускоренного движения по инерции одной частицы, легко перенести на двухчастичную модель.

Раздел 3 посвящен детальному исследованию криволинейного движения по инерции. Показано, что в двухчастичной модели при плоском криволинейном движении по инерции в сильном смысле имеет место лишь притяжение частиц. Введен управляющий параметр f , характеризующий перераспределение энергии между степенями свободы в криволинейных движениях по инерции в слабом смысле. Величина параметра f указывает на характер движения системы по инерции: при $f=0$ имеет место вращательное движение по инерции, значение $f=1$ отвечает поступательной инерции, при $f>1$ между частицами двухчастичной системы действует сила отталкивания, т. е. возникает явление антигравитации. Установлено, что необходимым условием антигравитации при плоском криволинейном движении по инерции является перекачка энергии из вращательной степени свободы в поступательную. Главный результат обсуждаемого раздела состоит в доказательстве того, что при криволинейном движении в слабом смысле тела могут как притягиваться друг к другу, так и отталкиваться друг от друга в зависимости от характера перераспределения энергии между степенями свободы тела. Полученные результаты позволяют высказать предположение, что гравитация и электромагнетизм не являются отдельными независимыми видами взаимодействий между частицами. По-видимому, и гравитация, и электромагнетизм обусловлены криволинейными движениями по инерции; различие между ними состоит лишь в том, что криволинейные движения по инерции в сильном смысле приводят к гравитации, а в слабом смысле — к электромагнетизму.

В разделе 4 исследуются криволинейные движения по инерции, возникающие при заданной зависимости параметра f от координат. Получено решение системы уравнений, описывающей специальный класс ускоренных движений по инерции.

Исследование движений по инерции при $f=const$ содержится в разделе 5.

Подробно рассмотрен частный случай поступательного движения двухчастичной системы по инерции ($f=1$), при котором скорость относительного движения частиц сохраняется со временем, однако расстояние между частицами вначале монотонно уменьшается, достигает минимального значения, а затем снова монотонно возрастает. Особенность такого движения состоит в том, что оно происходит в отсутствие силового взаимодействия между частицами, т. е. имеет чисто кинематический характер. Причиной указанного поведения частиц является перекачка энергии поступательного движения во вращательное и обратный процесс.

Проведен детальный анализ криволинейного движения по инерции как при $f>1$, так и при $f<1$. Показано, что сила взаимодействия между частицами двухчастичной системы не является центральной. Радиальная составляющая силы, F_r, изменяется с расстоянием r между частицами по закону r^{-2f-1}. Между частицами действует сила притяжения при $f<1$ и сила отталкивания — при $f>1$, причем область $f<0$ отвечает неустойчивому движению (падению частиц друг на друга). В случае сильной антигравитации ($f>>1$) расстояние между частицами может возрастать со временем по экспоненциальному закону. Отмечается, что при $f<1$ расстояние между частицами возрастает со временем, несмотря на то, что между частицами действует сила притяжения. Это связано с тем, что, помимо радиальной компоненты силы F_r, между частицами действует перпендикулярная к ней компонента F_φ, под действием которой частицы стремятся удалиться друг от друга. Результат совместного действия этих компонент силы таков, что расстояние между частицами со временем возрастает.

В разделе 6 рассмотрено криволинейное движение по инерции при $f \neq const$. Исследован случай, когда управляющий параметр изменяется со временем от значения $f = f_0 << 1$ до значений $f >> 1$. Тем самым осуществлен плавный переход двухчастичной системы из состояния движения, в котором между частицами действует сила притяжения, в состояние, в котором частицы отталкиваются друг от друга. Рассмотренная модель демонстрирует возможность управления характером взаимодействия между частицами с помощью управляющего параметра f.

Раздел 7 посвящен исследованию электромагнитного поля, порождаемого частицами при ускоренном движении по инерции. Основная идея состоит в том, чтобы силу, действующую на частицу при указанном движении, представить в виде силы Лоренца, выразив напряженности $\vec{E}$ и $\vec{H}$ поля, генерируемого частицей, через скалярный ($\tilde{\varphi}$) и векторный ($\vec{A}$) потенциалы. На возможность такого представления силы, действующей на частицы при их ускоренном движении по инерции, указывает то обстоятельство, что характер взаимодействия между частицами зависит от состояния их движения: при изменении состояния движения сила отталкивания между частицами может смениться силой притяжения и наоборот. В общепринятой теории отталкивание и притяжение описываются феноменологически с помощью электрического заряда. Рассматриваемый же подход позволяет в принципе выразить электрический заряд через фундаментальные характеристики движения. Для реализации указанной идеи необходимо вектор скорости частицы, движущейся по траектории, представить в виде функции координат частицы и времени. В работе получено такое представление для вектора скорости и показано, что оно согласуется со стандартным представлением $\vec{v} = d\vec{r}/dt$. Потенциалы $\tilde{\varphi}$ и $\vec{A}$ выражены через вектор скорости частицы как в случае сильной, так и слабой инерции и показано, что поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ подчиняются уравнениям Максвелла.

В заключительном разделе формулируются основные результаты и выводы работы.

2. Плоское ускоренное (криволинейное) движение по инерции

Рассмотрим движение точечной частицы массой m в плоскости, совпадающей с плоскостью xy декартовой системы координат, которая связана с некоторой инерциальной системой отсчета S. Используя полярные координаты (r,φ), радиус-вектор $\vec{r}$ и векторы скорости $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ и ускорения $\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$ можно представить в виде:

$$\vec{r} = r\vec{e}_r, \quad \dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi, \quad \ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})\vec{e}_\varphi, \tag{2}$$

где $\vec{e}_r = (\cos\varphi, \sin\varphi, 0), \quad \vec{e}_\varphi = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0)$. Векторы $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$ и $\vec{e}_z = (0,0,1)$ образуют базисную тройку взаимно ортогональных ортов, подчиняющихся условиям:

$$[\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi] = \vec{e}_z, \quad [\vec{e}_\varphi, \vec{e}_z] = \vec{e}_r, \quad [\vec{e}_z, \vec{e}_r] = \vec{e}_\varphi.$$

Имеют место соотношения:

$$\dot{\vec{e}}_r = \dot{\varphi}\vec{e}_\varphi = [\vec{\omega}\vec{e}_r], \quad \dot{\vec{e}}_\varphi = -\dot{\varphi}\vec{e}_r = [\vec{\omega}\vec{e}_\varphi], \text{ т. е. } \dot{\vec{e}}_i = [\vec{\omega}\vec{e}_i], \quad (i = r,\varphi,z),$$

где $\vec{\omega} = \dot{\varphi}\vec{e}_z$ — вектор угловой скорости. Далее используем следующие представления:

$$\vec{v} = \sum_{i=r,\varphi} v_i\vec{e}_i = \vec{v}_r + \vec{v}_\varphi, \quad \vec{a} = \sum_{i=r,\varphi} \dot{v}_i\vec{e}_i + [\vec{\omega}\vec{v}]. \tag{3}$$

Здесь $v_r = \dot{r}, \quad v_\varphi = r\dot{\varphi}$; $\vec{v}_r = v_r\vec{e}_r$ и $\vec{v}_\varphi = v_\varphi\vec{e}_\varphi = [\vec{\omega}\vec{r}]$ — поступательная и вращательная компоненты вектора скорости.

На частицу, движущуюся по криволинейной траектории, действует сила $m\ddot{\vec{r}} \equiv \vec{F}$. Ее работа dA за время dt на перемещении $d\vec{r} = \vec{v}dt$ составляет:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = dK, \tag{4}$$

$K = m\vec{v}^2/2$ — кинетическая энергия частицы. **Ускоренное (криволинейное) движение по инерции** определяется как такое движение, в котором

$$dA = 0 \text{, но } \vec{F} = m\ddot{\vec{r}} \neq 0, \qquad (5)$$

причем указанное выше равенство выполняется на каждом участке траектории. Необходимым условием ускоренного движения по инерции является, в силу (4) и (5), сохранение кинетической энергии частицы: $K = const$.

Соответственно разложению вектора перемещения $d\vec{r}$ на поступательную ($d\vec{r}_r = \vec{v}_r dt$) и вращательную ($d\vec{r}_\varphi = \vec{v}_\varphi dt$) компоненты (см. разложение вектора скорости (3)), элементарную работу dA представим в виде суммы двух составляющих: $dA = dA_r + dA_\varphi$, $dA_\alpha = \vec{F}\vec{v}_\alpha dt$, $\alpha = r, \varphi$. Ускоренное движение по инерции мы называем **сильной инерцией**, если на каждом участке траектории обращается в нуль не только работа dA, но и ее составляющие dA_α, отвечающие различным степеням свободы α. Если $dA = 0$, но какие-либо составляющие dA_α отличны от нуля, то движение мы называем **слабой инерцией**. В рассматриваемом случае плоского движения одной частицы выполняется равенство $dA = 0$, при этом $dA_r = dA_\varphi = 0$ в случае сильной инерции и $dA_r = -dA_\varphi \neq 0$ в случае слабой инерции. Движение частицы по инерции в слабом смысле сопровождается, очевидно, перераспределением энергии частицы между ее степенями свободы.

Одночастичную модель ускоренного движения по инерции несложно обобщить на случай двухчастичной системы.

Рассмотрим замкнутую систему двух частиц с массами m_1 и m_2 в инерциальной системе отсчета S. Обозначим через через $\vec{r}_i$ и $\vec{F}_i$ ($i = 1, 2$) радиус-вектор частицы i и действующую на нее силу. По определению, принятому в механике, силы $\vec{F}_i$ определяются формулами

$$\vec{F}_i = m_i \ddot{\vec{r}}_i. \qquad (6)$$

Условие замкнутости рассматриваемой системы выражается равенством

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0. \qquad (7)$$

Из исходной системы отсчета S перейдем в систему центра масс S'. Учитывая равенство $\vec{r}_i = \vec{R}_C + \vec{r}_i'$, где $\vec{r}_i$ и $\vec{r}_i'$ — радиусы-векторы частицы i в системах отсчета S и S', соответственно, $\vec{R}_C$ — радиус-вектор центра масс, $\vec{R}_C = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$, вычисляем $\vec{r}_i'$:

$$\vec{r}_1' = \frac{\mu}{m_1}\vec{r}, \quad \vec{r}_2' = -\frac{\mu}{m_2}\vec{r}, \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_1' - \vec{r}_2', \qquad (8)$$

где $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ - приведенная масса рассматриваемой двухчастичной системы. В силу условия замкнутости (7) выполняются равенства:

$$\ddot{\vec{R}}_C = 0 \text{ и } \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \equiv \vec{P} = const, \quad \vec{p}_i \equiv m_i\dot{\vec{r}}_i, \qquad (9)$$

где $\vec{P}$ — полный импульс в системе отсчета S. Принимая во внимание, что $\ddot{\vec{r}}_i = \ddot{\vec{r}}_i'$ в силу первого из равенств (9), выводим из (8):

$$m_1\ddot{\vec{r}}_1' = m_1\ddot{\vec{r}}_1 = \mu\ddot{\vec{r}}, \quad m_2\ddot{\vec{r}}_2' = m_2\ddot{\vec{r}}_2 = -\mu\ddot{\vec{r}}. \qquad (10)$$

В системе центра масс на частицу i действует сила $\vec{F}_i' = m_i\ddot{\vec{r}}_i'$. Отсюда и из (10) видно, что

$$\vec{F}_1' = \mu\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_1, \quad \vec{F}_2' = -\mu\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_2. \qquad (11)$$

Согласно (8), импульсы частиц в системе отсчета S', определяемые формулой $\vec{p}_i' = m_i\dot{\vec{r}}_i'$, имеют вид: $\vec{p}_1' = \mu\dot{\vec{r}}$, $\vec{p}_2' = -\mu\dot{\vec{r}}$. Значит, полный импульс рассматриваемой двухчастичной системы в системе отсчета S', как и должно быть, равен нулю: $\vec{p}_1' + \vec{p}_2' \equiv \vec{P}' = 0$.

Вычислим элементарную работу, совершаемую силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ при перемещении частиц: $dA = \vec{F}_1 d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 d\vec{r}_2 = \vec{F}_1 d(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \vec{F}_1 d\vec{r}$. Подставляя в последнюю формулу выражение для силы $\vec{F}_1$ (см.(11)), получаем:

$$dA = \mu \frac{d\dot{\vec{r}}}{dt} \dot{\vec{r}} dt = dK, \qquad (12)$$

где $K = \sum_{i=1,2} \frac{m_i \dot{\vec{r}}_i'^2}{2} = \frac{\mu \dot{\vec{r}}^2}{2}$ — полная кинетическая энергия двухчастичной системы в системе центра масс S'. Ускоренное движение двухчастичной системы по инерции естественно определить как такое движение, в котором на каждом участке траекторий обеих частиц (см. равенства (12)), описываемом вектором перемещения $d\vec{r}$, выполняются соотношения:

$$dA = 0, \text{ но } \vec{F}_1 = \mu \ddot{\vec{r}} \neq 0 \text{, т. е. в силу (12) } dK = 0, \quad K = const . \qquad (13)$$

Подчеркнем, что соотношения (12) и (13), относящиеся к двухчастичной системе, совершенно аналогичны соотношениям (4) и (5), определяющим ускоренное движение по инерции одной частицы; первые из упомянутых соотношений получаются из вторых, если массу m частицы, входящую в (4) и (5), заменить на приведенную массу μ двухчастичной системы. Отсюда следует, что все результаты, относящиеся к ускоренному движению одной частицы по инерции, можно немедленно перенести на случай двухчастичной системы. В частности, понятия сильного и слабого движений по инерции совершенно элементарно обобщаются на случай двухчастичной системы. Единственное существенное различие между одно- и двух- частичными моделями ускоренной инерции состоит в том, что двухчастичная система, движущаяся ускоренно по инерции, может быть как замкнутой, так и незамкнутой, в то время как одна частица, движущаяся ускоренно по инерции, обязательно является незамкнутой. Отметим, что если плоское ускоренное движение двухчастичной системы по инерции описывать в полярных координатах, то можно воспользоваться соотношениями (2) и (3), в которых теперь радиус-вектор $\vec{r}$ будет иметь смысл радиуса-вектора частицы 1 относительно частицы 2 ($\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$).

3. Сильная и слабая инерции. Управляющий параметр. Критерий антигравитации

Приступим к исследованию криволинейного движения по инерции.

Сначала рассмотрим **ускоренное движение частицы по инерции в сильном смысле.** В соответствии с определением, приведенным в предыдущем разделе, указанное движение описывается условиями

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = 0, \quad \vec{F} = m\ddot{\vec{r}} \neq 0, \quad dA_r = \vec{F}\vec{v}_r dt = 0, \quad dA_\varphi = \vec{F}\vec{v}_\varphi dt = 0, \qquad (14)$$

которые можно записать в виде:

$$\begin{aligned} &\vec{v}^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 = v_0^2, \quad v_0 = const, \\ &\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})\vec{e}_\varphi \neq 0, \\ &(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\dot{r} = 0, \quad (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})r\dot{\varphi} = 0. \end{aligned} \qquad (15)$$

Проанализируем условия (15). Два последних равенства могут одновременно выполниться лишь в следующих случаях (см. [8]):

а) $r = 0,\ \dot{r} = 0;$

б) $\dot{r} = 0,\ \dot{\varphi} = 0;$

в) $\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = 0,\ 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} = 0;$

г) $\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = 0,\ \dot{\varphi} = 0;$

д) $\dot{r} = 0,\ 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} = 0$.

Случай а) отвечает частице, пребывающей в состоянии покоя в начале координат; это тривиальный случай состояния движения по инерции.

В случаях б) и в) $\vec{a} = 0$, т. е частица находится в состоянии **поступательной инерции** (так мы называем движение, подчиняющееся принципу инерции Галилея).

В случае г) $\varphi = \varphi_0 = const,\ \dot{r} = \pm v_0$, т. е. $\vec{v} = \pm v_0 \vec{e}_r = const$. Значит, этот случай также отвечает поступательной инерции.

В случае д) $r = r_0 = const,\ \dot{\varphi} = \omega_0 = const$. Поэтому $\vec{v} = r_0 \omega_0 \vec{e}_\varphi,\ \ \vec{v}^2 = r_0^2 \omega_0^2 = const,$ $\vec{a} = -r_0 \omega_0^2 \vec{e}_r \neq 0$. Следовательно, случай д) описывает криволинейное движение по инерции в сильном смысле, которое представляет собой равномерное вращение частицы по окружности радиуса $r = r_0$ с угловой скоростью ω_0. Такое движение условимся называть **вращательной инерцией** [6]. Следует подчеркнуть, что **вращательная инерция — единственный вид плоского криволинейного движения частицы по инерции в сильном смысле** (при описании движения в полярных координатах).

Отметим соотношение:

$$\ddot{\vec{r}}\vec{e}_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2, \tag{16}$$

вытекающее из (2). В случае поступательной инерции $\vec{a} = 0$ и поэтому $\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = 0$, а в случае вращательной инерции $\ddot{\vec{r}}\vec{e}_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -r_0\omega_0^2 < 0.$ Последнее неравенство означает, что сила, действующая на частицу, и радиус-вектор частицы имеют противоположные направления (сила направлена к центру кривизны траектории частицы). В случае двухчастичной системы это значит, что частицы притягиваются друг к другу. Таким образом, **при плоском криволинейном движении по инерции в сильном смысле имеет место только притяжение частиц**.

Используя равенства (2) и (3), вычислим векторы моментов импульса и силы:

$$\begin{gathered}\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = L\vec{e}_z, \quad L = mr^2\dot{\varphi}, \\ \vec{M} = [\vec{r}\vec{F}], \quad \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{dL}{dt}\vec{e}_z.\end{gathered} \tag{17}$$

Из соотношений (15), (17) и равенства

$$\frac{dL}{dt} = mr(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) \tag{18}$$

видно, что момент силы $\vec{M} = 0$ и, следовательно, при плоском ускоренном движении по инерции в сильном смысле сохраняется не только кинетическая энергия, но и момент импульса:

$$L = mr^2\dot{\varphi} \equiv L_0 = const\ . \tag{19}$$

Подчеркнем, что при поступательном движении по инерции, т. е. при $\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = 0$, выполняется неравенство

$$\ddot{r} = r\dot{\varphi}^2 > 0\,,$$

если $\dot{\varphi} \neq 0$. При этом, в силу (2), $2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} = 0$. Из последнего равенства и соотношения (18) видно, что при указанном движении, как и при криволинейном движении по инерции в сильном смысле, сохраняется момент импульса L $(L \neq 0)$. Равенства $\ddot{r} = 0$ и $\ddot{\vec{r}} = 0$ выполняются одновременно только при $\dot{\varphi} = 0,$ когда $L = 0$ (это имеет место при описании движения в системе координат, в которой частица перемещается по прямой, проходящей через начало координат).

Перейдем к **ускоренному движению частицы по инерции в слабом смысле**. Этот вид движения описывается соотношениями

$$dA = dA_r + dA_\varphi = dK = 0, \quad \vec{F} \neq 0, \quad dA_r = -dA_\varphi \neq 0. \tag{20}$$

Выпишем выражения для поступательной и вращательной компонент работы и для приращений компонент кинетической энергии:

$$\begin{gathered}dA_r = m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\dot{r}dt, \quad dA_\varphi = m(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})r\dot{\varphi}dt, \\ dK_r = m\dot{r}\ddot{r}dt, \quad dK_\varphi = mr\dot{\varphi}(\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})dt.\end{gathered} \tag{21}$$

В силу (2), (3) и (21) выполняются соотношения:

$$dA_r = dK_r - d\tilde{A}_r, \quad d\tilde{A}_r = mr\dot{r}\dot{\varphi}^2 dt = -m\frac{d\vec{v}_\varphi}{dt}\vec{v}_r dt,$$
$$dA_\varphi = dK_\varphi - d\tilde{A}_\varphi, \quad d\tilde{A}_\varphi = -d\tilde{A}_r. \tag{22}$$

Условия (20) можно записать в виде (ср. с (15)):

$$\vec{v}^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 = v_0^2, \quad v_0 = const,$$
$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})\vec{e}_\varphi \neq 0, \tag{23}$$
$$(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\dot{r} = -(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})r\dot{\varphi} \neq 0.$$

Согласно (23), теперь нас интересует движение, в котором

$$r \neq 0, \quad \dot{r} \neq 0, \quad \dot{\varphi} \neq 0, \quad \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \neq 0, \quad 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} \neq 0. \tag{24}$$

Отметим, что при нарушении хотя бы одного из неравенств (24) получается движение по инерции в сильном смысле ($dA_r = 0,\ dA_\varphi = 0$), которое было исследовано ранее.

Как видно из (20)–(22), рассматриваемое движение частицы по инерции характеризуется тем, что полная кинетическая энергия K частицы остается постоянной, но **непрерывно происходит перераспределение энергии между степенями свободы** — перекачка энергии из поступательной степени свободы во вращательную (при $dK_r < 0$) и в обратном направлении (при $dK_r > 0$). При этом $dA_i \neq dK_i$, $(i = r, \varphi)$, т. е. работа dA_i, совершаемая силой над частицей при ее перемещении в направлении, определяемом степенью свободы i, не совпадает с приращением i-компоненты кинетической энергии.

Перекачку энергии из поступательной степени свободы во вращательную и в обратном направлении можно описать параметром

$$\frac{dK_r}{d\tilde{A}_r} = \frac{\ddot{r}}{r\dot{\varphi}^2} \equiv f, \tag{25}$$

который имеет смысл при $\dot{\varphi} \neq 0$. В силу соотношений (21) и (22), при $\dot{\varphi} = 0$ выполняются равенства $dA_\varphi = 0,\ d\tilde{A}_r = 0$, которые означают, что отсутствует перераспределение энергии между степенями свободы частицы. Из равенства $\dot{\varphi} = 0$ следует, что $\varphi = const$, т. е. $\vec{e}_r = const$ (см. (2)). Это значит, что движение частицы является прямолинейным, причем, в силу (17), $L = 0$; при выполнении дополнительного условия $dA = 0$ получается поступательное движение по инерции.

Отметим, что величина f может зависеть от r, φ и явно от t: $f = f(r, \varphi, t)$. Величину f будем называть в дальнейшем **управляющим параметром**, поскольку его численное значение определяет, как будет показано далее, характер движения системы по инерции. **При вращательной инерции** $f = 0$ (т. к. $r = r_0 = const \neq 0, \quad \dot{\varphi} = \omega_0 = const \neq 0$), а **при поступательной**, в силу равенства (16), $f = 1$. Можно было бы ввести еще один управляющий параметр — f_φ, $f_\varphi = \dfrac{dK_\varphi}{d\tilde{A}_\varphi}$, который, однако, ввиду равенств $dK_\varphi = -dK_r$, $d\tilde{A}_\varphi = -d\tilde{A}_r$ (см. (21) и (22)), совпадает с f.

Используя (2) и (25), выражение для поступательной компоненты силы, действующей на частицу, $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$, можно представить в виде:

$$\vec{F}\vec{e}_r \equiv F_r = m(f - 1)r\dot{\varphi}^2. \tag{26}$$

В силу (20) и (21) компоненты работы можно записать следующим образом:

$$dA_r = -dA_\varphi = mr\dot{r}(f - 1)\dot{\varphi}^2 dt. \tag{27}$$

Как видно из (26), если $\dot{\varphi} \neq 0$, частицы отталкиваются друг от друга при $f > 1$ и притягиваются друг к другу при $f < 1$. **Получаем следующий критерий отталкивания-притяжения двух частиц**: отталкивание (антигравитация) имеет место при $f > 1$, а притяжение (гравитация) — при $f < 1$. Таким образом, кривая $f(r, \varphi) = 1$ отделяет область притяжения частиц от области отталкивания.

Введем величину $f' = f - 1$, которую в силу (25) и (22) можно записать в виде:

$$f' = \frac{dA_r}{d\tilde{A}_r} = \frac{\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2}{r\dot{\varphi}^2}. \tag{28}$$

Случаю отталкивания частиц отвечает $f' > 0$. Так как $r\dot{\varphi}^2 > 0$ (см. (24)), то из условия $f' > 0$ следует неравенство $\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 > 0$, которое эквивалентно условию

$$\frac{dA_r}{dr} = \frac{dK_r}{dr} - \frac{d\tilde{A}_r}{dr} > 0\,, \tag{29}$$

где

$$\frac{dK_r}{dr} = m\ddot{r} > 0\,,\ \frac{d\tilde{A}_r}{dr} = mr\dot{\varphi}^2 > 0\,. \tag{30}$$

Величины $\frac{dK_r}{dr}$ и $\frac{d\tilde{A}_r}{dr}$, входящие в (29), имеют следующий смысл (см. (21) и (22)): это приращение кинетической энергии поступательного движения частицы и величина энергии, перекачиваемой из вращательной степени свободы в поступательную, на единице длины пути в радиальном направлении движения.

Таким образом, **критерий антигравитации при криволинейном движении по инерции двухчастичной системы** выражается соотношениями:

$$dA = 0, \quad \frac{dA_r}{dr} > 0\,. \tag{31}$$

Из (29) вытекает равенство

$$\frac{dK_r}{dr} = \frac{dA_r}{dr} + \frac{d\tilde{A}_r}{dr}, \tag{32}$$

которое выражает собой закон сохранения энергии в явлении антигравитации: приращение поступательной компоненты кинетической энергии частицы на единице длины пути в радиальном направлении равно сумме работы $\frac{dA_r}{dr}$ и энергии $\frac{d\tilde{A}_r}{dr}$, перекачиваемой из вращательной степени свободы в поступательную (на единицу длины пути).

Необходимым условием антигравитации при плоском криволинейном движении по инерции является, таким образом, перекачка энергии из вращательной степени свободы в поступательную. Если указанный процесс имеет место, то неравенство в (31), эквивалентное неравенству $f > 1$, представляет собой **достаточное условие антигравитации** при плоском криволинейном движении частиц по инерции. Согласно (31) и (32), антигравитация возникает при условии, что приращение кинетической энергии поступательного движения частицы на единице длины пути в радиальном направлении движения превышает величину работы $\frac{dA_r}{dr}$, совершаемой силой над частицей, на величину энергии, перекачиваемой из вращательной степени свободы в поступательную.

Из полученных результатов следует, что частицы, движущиеся по инерции по криволинейным траекториям, **в случае слабой инерции** могут как притягиваться, так и отталкиваться в зависимости от характера перекачки энергии из вращательных степеней свободы системы частиц в поступательные. Это наводит на мысль о том, что понятие об электрических зарядах противоположного знака, характеризующих частицы, можно сформулировать логически непротиворечивым путем, основываясь на криволинейных движениях по инерции в слабом смысле. Электрический заряд не является неизменной физической характеристикой частицы, его величина и знак существенно зависят от состояния движения частицы.

Учитывая формальное сходство между законом Кулона и законом всемирного тяготения и принимая во внимание результаты работ [6–8], в которых раскрыта физическая природа гравитации, можно предположить, что кулоновское поле вовсе не порождается неподвижной электрически заряженной частицей, как не порождается неподвижной частицей, обладающей массой, гравитационное поле. Естественно думать, что электромагнетизм, как и гравитация, не является особым видом взаимодействия между частицами. По-видимому, различие между электромагнитным и гравитационным взаимодействиями состоит лишь в том, что эти взаимодействия проявляются в системах частиц, находящихся в различных состояниях движения. На основании результатов данного раздела можно сделать вывод, что электромагнитное взаимодействие проявляется в системах частиц, совершающих криволинейные движения по инерции в слабом смысле, а гравитационное — в системах частиц, движущихся ускоренно по инерции в сильном смысле.

4. Криволинейные движения по инерции при заданной зависимости управляющего параметра от координат

Поскольку характер движения частицы по инерции существенно зависит от величины управляющего параметра f, представляет интерес исследование таких криволинейных движений по инерции, которые возникают при заданной зависимости параметра f от координат. Рассмотрим ускоренные движения по инерции, удовлетворяющие системе уравнений (см. (23) и (25)):

$$\begin{aligned} &\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 = v_0^2, \\ &\ddot{r} = fr\dot{\varphi}^2, \end{aligned} \tag{33}$$

где $v_0 = const,\quad f = f(r,\varphi)$, r и φ — полярные координаты на плоскости.

Начнем с простейшего случая: $f = 0$. Из второго из уравнений (33) получаем: $\ddot{r} = 0$, т. е. $r = u_0 t + r_0,\quad u_0, r_0 = const$. Поскольку радиальная координата r должна быть неотрицательной ($r \geq 0$), то величину r следовало бы переопределить так:

$$r = |u_0 t + r_0| = j(u_0 t + r_0), \tag{34}$$

где $j = sign(u_0 t + r_0)$. Однако при этом получаем равенства: $\dot{r} = ju_0$, $\ddot{r} = 2u_0^2\delta(u_0 t + r_0)$, где $\delta(u_0 t + r_0)$ — $\delta-$функция Дирака, из которых видно, что величина r, определяемая формулой (34), не является решением уравнений (33) в момент времени $t = -r_0 / u_0 \equiv t_0$ (в этот момент $r = 0$). Указанная величина описывает столкновение частиц; в момент $t = t_0$ между частицами действует бесконечно большая по величине сила, т. е. происходит разрушение двухчастичной системы в результате падения частицы на частицу.

Столкновения частиц можно из бежать лишь при $u_0 = 0$. В этом случае система уравнений (33) имеет следующее решение:

$$r = r_0, \quad \varphi = \omega_0 t + \varphi_0, \tag{35}$$

где $r_0, \omega_0, \varphi_0 = const$, $\omega_0 = \dot{\varphi}$ — угловая скорость. Решение (35) описывает вращательное движение по инерции [6]; в силу (25) $f = 0$. В случае двухчастичной системы частицы движутся равномерно по концентрическим окружностям, центр которых совпадает с центром масс системы. Согласно (2), (26) и (35), поступательная (радиальная) и вращательная составляющие силы, действующей на частицу, имеют вид:

$$F_r = -mr_0\omega_0^2, \quad F_\varphi \equiv \vec{F}\vec{e}_\varphi = 0. \tag{36}$$

Как видим, между частицами, образующими двухчастичную систему, действует сила притяжения ($F_r < 0$).

Перейдем к решению системы уравнений (33) в случае произвольной зависимости $f = f(r)$. Исключая $\dot{\varphi}^2$ из уравнений (33), получаем уравнение (при $r \neq 0$)

$$r\ddot{r} = f(v_0^2 - \dot{r}^2). \tag{37}$$

Введя обозначение

$$\dot{r} = z \tag{38}$$

и считая величину z сложной функцией времени, $z = z(r(t))$, получаем:

$$\ddot{r} = \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dr}\dot{r} = \frac{1}{2}\frac{dz^2}{dr}.$$

Подставляя приведенные выше выражения для $\dot{r}$ и $\ddot{r}$ в уравнение (37), приходим к следующему уравнению:

$$\frac{r}{2}\frac{dz^2}{dr} + fz^2 = fv_0^2\,. \qquad (39)$$

Решение этого уравнения ищем в виде:

$$z^2 = v_0^2 + \eta, \qquad (40)$$

где $\eta = \eta(r)$. Подстановка (40) в предыдущее уравнение дает: $\frac{r}{2}\frac{d\eta}{dr} + f\eta = 0$. Решаем последнее уравнение:

$$\frac{d\eta}{\eta} = -2f\frac{dr}{r} \quad \rightarrow \quad \ln\eta = -2\int_{r_0}^{r}\frac{f(r')}{r'}dr' + C', \quad C' = const\,.$$

Отсюда

$$\eta = C\exp\left(-2\int_{r_0}^{r}\frac{f(r')}{r'}dr'\right). \qquad (41)$$

Постоянную C определим из условия: $\dot{r}^2 = u_0^2$ при $r = r_0$. Используя (38), (40) и (41), получим: $C = -(v_0^2 - u_0^2)$. Таким образом, приходим к выражению:

$$\dot{r}^2 = v_0^2 - b^2v_0^2\exp\left(-2\int_{r_0}^{r}\frac{f(r')}{r'}dr'\right), \quad b = \frac{\sqrt{v_0^2 - u_0^2}}{v_0}\,. \qquad (42)$$

Здесь и в дальнейшем считаем для определенности, что $v_0 > 0$. Дифференцируя обе части первого из равенств (42) по времени, выводим:

$$\ddot{r} = b^2v_0^2\frac{f(r)}{r}\exp\left(-2\int_{r_0}^{r}\frac{f(r')}{r'}dr'\right).$$

Подставляя эту формулу во второе из уравнений (33), найдем:

$$\dot{\varphi}^2 = b^2v_0^2\frac{1}{r^2}\exp\left(-2\int_{r_0}^{r}\frac{f(r')}{r'}dr'\right).$$

Приведем окончательное выражение для $\dot{\varphi}$:

$$\dot{\varphi} = \pm\frac{v_0 b}{r}\exp\left(-\int_{r_0}^{r}\frac{f(r')}{r'}dr'\right), \quad b = \frac{\sqrt{v_0^2 - u_0^2}}{v_0}, \quad v_0^2 - u_0^2 \geq 0\,. \qquad (43)$$

Отметим, что формулы (42) и (43) справедливы для произвольной функции $f = f(r)$. При $f = 0$ формула (42) дает: $r = u_0t + r_0$. Отсюда при $u_0 \neq 0$ получается падение частицы на частицу (см. начало данного раздела), а при $u_0 = 0$ — вращательное движение по инерции (35).

Согласно (42) и (43), при $b = 0$ (т. е. при $u_0 = \pm v_0$) и при произвольной зависимости управляющего параметра f от r выполняются равенства: $\dot{r} = \pm v_0$, $\dot{\varphi} = 0$. В этом случае радиус-вектор частицы можно записать в виде: $\vec{r} = \vec{v}_0t + \vec{r}_0$, $\vec{r}_0 = r_0(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0)$, $\vec{v}_0 = \pm v_0(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0)$, где r_0, v_0, $\varphi_0 = const$. Значит, имеет место поступательное движение по инерции: $\ddot{\vec{r}} = 0$.

5. Криволинейные движения по инерции при $f = const$

Рассмотрим выражения (42) и (43) при $f = const \neq 0$ и $b \neq 0$. Вычисляя интеграл, входящий в эти выражения, получаем равенство: $\exp\left(-2\int_{r_0}^{r}\frac{f(r')}{r'}dr'\right)=|\rho|^{-2f}$, $\rho=\frac{r}{r_0}$. Следовательно, формулы (42) и (43) принимают вид:

$$\dot r^2=v_0^2\left|1-b^2\rho^{-2f}\right|,\quad \dot\varphi=\pm\frac{v_0 b}{r_0}\rho^{-f-1}. \tag{44}$$

Извлекая квадратный корень из обеих частей первого из соотношений (44), после несложных преобразований получаем уравнение

$$\dot\rho=j\frac{v_0}{r_0}\frac{\sqrt{\rho^{2f}-b^2}}{\rho^f},\quad \rho^{2f}\ge b^2,\quad j=\pm1. \tag{45}$$

Далее выполним замену переменной (при $f\neq0$): $\rho^{2f}\to z^2=\rho^{2f}-b^2\ge0$. В результате приходим к следующему уравнению:

$$\left|z^2+b^2\right|^{\frac{1-f}{2f}}dz=jf\frac{v_0}{r_0}dt,\quad z^2=\rho^{2f}-b^2,\quad j=\pm1. \tag{46}$$

Считая, что $\varphi=\varphi(\rho(t))$, $\dot\varphi=\frac{d\varphi}{d\rho}\dot\rho$, с помощью (44) и (45) выводим:

$$\frac{d\varphi}{d\rho}=\frac{\dot\varphi}{\dot\rho}=\pm jb\frac{\rho^{-f-1}}{\sqrt{1-b^2\rho^{-2f}}},\quad d\varphi=\pm j\left(-\frac{1}{f}\right)\frac{d(b\rho^{-f})}{\sqrt{1-(b\rho^{-f})^2}}.$$

Решение последнего уравнения можно представить в форме: $\varphi=\pm j\left(-\frac{1}{f}\right)\arcsin\left|b\rho^{-f}\right|+C$. Постоянную C определим из условия: $\varphi=0$ при $\rho^f=b$. Окончательная формула:

$$\varphi=\pm j\frac{1}{f}\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\left|b\rho^{-f}\right|\right),\quad \rho=\frac{r}{r_0},\quad j=\pm1,\quad b=\frac{\sqrt{v_0^2-u_0^2}}{v_0}. \tag{47}$$

Полученные выше выражения (45)-(47) исследуем, прежде всего, в простейшем случае — при $f=1$, т. е. в случае поступательного движения по инерции.

Решение уравнения (46) при $f=1$, подчиняющееся начальному условию $z=0$ при $t=t_0$, имеет вид:

$$z=j\frac{v_0}{r_0}(t-t_0). \tag{48а}$$

Отсюда, учитывая, что $z^2=\rho^2-b^2$, получаем:

$$\sqrt{\rho^2-b^2}=\frac{v_0}{r_0}|t-t_0|,\quad \rho=\sqrt{b^2+\frac{v_0^2}{r_0^2}(t-t_0)^2}. \tag{48б}$$

Дифференцируя по времени обе части последнего равенства, получаем формулу $\dot\rho=\frac{1}{\rho}\frac{v_0^2}{r_0^2}(t-t_0)$, из сравнения которой с формулой (45), взятой при $f=1$, следует, что $j=sign(t-t_0)$. Подставляя полученное выражение для j в (47) и полагая $f=1$, получаем следующее окончательное выражение для угловой координаты:

$$\varphi=\pm sign(t-t_0)\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\left(\frac{b}{\rho}\right)\right). \tag{49}$$

Дифференцируя обе части последнего равенства по времени, убеждаемся в том, что функция $\varphi=\varphi(t)$, определенная формулами (49) и (48б), подчиняется, как и должно быть, второму из уравнений (44) и начальному условию: $\varphi=0$ при $t=t_0$.

Нетрудно проверить, что имеют место следующие формулы: $\sin\varphi = \pm\dfrac{v_0}{\rho r_0}(t-t_0)$, $\cos\varphi = b/\rho$, с помощью которых получаем:

$$\vec{r} = r_0\rho(\cos\varphi,\ \sin\varphi) = (br_0,\ \pm v_0(t-t_0)),\quad \dot{\vec{r}} = (0,\ \pm v_0) = const.$$

Из последних соотношений видно, что в соответствии с общей теорией при $f=1$ имеет место поступательное движение по инерции.

В случае двухчастичной системы частицы движутся друг относительно друга с постоянной скоростью $\dot{\vec{r}}$; расстояние между частицами изменяется со временем по закону $r = r_0\rho = \sqrt{b^2 r_0^2 + v_0^2(t-t_0)^2}$, достигая наименьшего значения, равного $r_0 b \equiv \min r$, в момент времени $t=t_0$. Из выражения $dr = \dfrac{v_0^2}{r_0\rho}(t-t_0)dt$, где dr — изменение расстояния между частицами за время dt, $dt>0$, следует, что если рассмотреть движение двух частиц в интервале времени (t_1, t_2), содержащем момент времени $t=t_0$, то при изменении времени от t_1 до t_0 расстояние между частицами уменьшается, а затем снова возрастает. Дело обстоит так, как если бы имело место рассеяние частицы на частице, происходящее в результате силового взаимодействия между частицами — притяжения-отталкивания. На самом же деле силовое взаимодействие между частицами отсутствует, частицы движутся поступательно по инерции. Физическую картину движения в рассматриваемом случае можно описать следующим образом. Частицы движутся с постоянной скоростью по параллельным прямым, расстояние между которыми составляет $r_0 b$; расстояние между частицами становится минимальным в момент времени $t=t_0$, когда прямая, проходящая через частицы, оказывается перпендикулярной указанным выше параллельным прямым.

Отметим, что при поступательном движении по инерции частица движется с постоянной скоростью, $\ddot{\vec{r}}=0$, но при этом, вообще говоря, $\ddot{r}\neq 0$: это имеет место при $\dot{\varphi}\neq 0$. В этом случае $dK_r = d\tilde{A}_r \neq 0$ и, следовательно, поступательная инерция также сопровождается перекачкой энергии из вращательной степени свободы в поступательную (хотя при этом $dA_r = 0$, см. (22)).

Проведем анализ формул (44) — (47) в случае криволинейного движения по инерции.

Пусть $f>0$. Согласно (45) и (47), при $r\to\infty$ имеем: $\rho = \rho_1 + \dfrac{v_0}{r_0}(t-t_0)$, $\varphi = \pm\pi/2f \equiv \varphi_0^{(\pm)}$. Здесь $\rho=\rho_1 = const$ при $t=t_0$, $t-t_0\to\infty$. Значит, в указанном пределе траектория частицы стремится к лучу, идущему в бесконечность в направлении $\varphi=\varphi_0^{(\pm)}$. В силу (44) величина $\dot{r}^2$ обращается в нуль при некотором значении $r=r_1$, $r_1<r_0$, и при $r<r_1$ становится отрицательной. Величина r_1 определяется так:

$$1 - b^2\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^{-2f} = 0 \to r_1 = r_0 b^{\frac{1}{f}}. \qquad (50)$$

Таким образом, траектория частицы лежит в области (r_1,∞), т. е. движение частицы является инфинитным; частица идет на бесконечность вдоль луча $\varphi=\varphi_0^{(\pm)}$. Это значит, что в двухчастичной системе расстояние между частицами со временем возрастает.

Пусть теперь $f<0$. При некотором $r=r_1$, $r_1>r_0$, величина $\dot{r}^2$ обращается в нуль; величина r_1 определяется прежней формулой (50). Значит, в двухчастичной системе траектории частиц лежат в ограниченной области $(0,r_1)$, т. е. движение является финитным.

С помощью соотношений (45)-(47) вычислим компоненты силы, действующей между частицами при их криволинейном движении по инерции:

$$F_r = m(f-1)\frac{v_0^2 b^2}{r_0}\frac{1}{\rho^{2f+1}},$$
$$F_\varphi = m(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) = \mp jm(f-1)\frac{v_0^2 b}{r_0}\frac{\sqrt{\rho^{2f}-b^2}}{\rho^{2f+1}}, \quad \rho = \frac{r}{r_0}, \quad \rho^{2f} \ge b^2, \tag{51}$$

где r — расстояние между частицами. При выводе второго из соотношений (51) использовано равенство $\rho\ddot{\varphi} = -(f+1)\dot{\varphi}\dot{\rho}$, вытекающее из (44). Как видно из (51), характерные особенности силы таковы: сила не является центральной и параметр f определяет не только характер взаимодействия между частицами (притяжение, отталкивание, или отсутствие силового взаимодействия), но и зависимость силы взаимодействия между частицами от расстояния r между ними. Согласно (51), указанная зависимость имеет вид:

$$F_r \sim \frac{1}{r^{2f+1}}, \quad F_\varphi \sim \frac{\sqrt{r^{2f} - b^2 r_0^{2f}}}{r^{2f+1}}, \quad r \ge r_0 b^{1/f} \equiv r_{\min}. \tag{52}$$

Отметим, что величина $2f+1$ отрицательна при $f < -1/2$ и изменяется в области $(0,1)$ при $-1/2 < f < 0$. Во всей области $f < 0$ между частицами двухчастичной системы действует сила притяжения. В этой области уравнение (45) можно записать в виде (полагаем $f = -|f|$):

$$\dot{\rho} = j\frac{v_0}{r_0}\sqrt{1 - b^2\rho^{2|f|}}, \quad \rho^{2|f|} \le b^{-2}, \quad j = \pm 1.$$

Выполнив в последнем уравнении замену переменной $z^2 = 1 - b^2\rho^{2|f|} \ge 0$, получаем:

$$\left|1 - z^2\right|^{\frac{1}{2|f|}-1} dz = -j|f|\frac{v_0}{r_0}b^{1/|f|}dt, \quad z^2 \le 1 \quad j = \pm 1 \tag{53}$$

Решение уравнения (53) при $|f| = 1/2$, подчиняющееся условию $z = 0$ при $t = t_0$, дается формулой: $z = -j\frac{v_0}{2r_0}b^2(t - t_0)$. Отсюда получаем следующее выражение для ρ:

$$\rho = \frac{1}{b^2} - \frac{v_0^2}{4r_0^2}b^2(t-t_0)^2,$$

из которого видно, что $\rho = 0$ в момент времени $t = t_0 + \frac{2r_0}{v_0 b^2}$. Этот результат означает, что при $|f| = 1/2$ в рассматриваемой двухчастичной системе происходит падение частицы на частицу, т. е. система оказывается неустойчивой. Легко убедиться в том, что сформулированный здесь вывод оказывается справедливым не только при $|f| = 1/2$: рассматриваемая система неустойчива во всей области $f < 0$.

Отметим также, что при ускоренном движении по инерции при $f > 0$ возникает минимальное расстояние $r_{\min}$, до которого частицы могут сблизиться. Это явление можно объяснить следующим образом. В силу (2), (3) и (17), вращательная компонента скорости и момент импульса составляют: $v_\varphi = r\dot{\varphi}$, $L = mr^2\dot{\varphi}$. Исключая из этих выражений $\dot{\varphi}$, получаем: $r = L/mv_\varphi$. Мы рассматриваем движение, в котором $v_r^2 + v_\varphi^2 = v_0^2 = const$. Очевидно, что перераспределение энергии между степенями свободы возможно лишь при условии, что величина v_φ изменяется со временем. Величина $r_{\min}$ может быть определена из условия $\dot{r} = v_r = 0$, которое дает: $v_\varphi = v_0$. Значит,

$$r_{\min} = L_{\min}/mv_0. \tag{54}$$

В рассматриваемой задаче, в силу (44), $L = \pm mr_0 v_0 b\rho^{-f+1}$ и условие минимума L дает: $\dot{L} \sim (f-1)\dot{\rho} = 0$. При $f \ne 1$ из условия $\dot{\rho} = 0$ выводим (см. (45)): $\rho^f = b$. Значит, $L_{\min} = mr_0 v_0 b^{\frac{1}{f}}$. Подставляя это выражение в (54), получаем формулу

$$r_{\min} = r_0 b^{\frac{1}{f}}, \tag{55}$$

которая фактически приведена в (52). Заметим, что, поскольку $0 < b < 1$, то с увеличением параметра f, при $f > 1$, величина $r_{\min}$ возрастает.

Рассмотрим криволинейные движения частицы по инерции, лежащие в малой окрестности поступательного движения по инерции:

$$f = 1 + \varepsilon, \ |\varepsilon| << 1. \tag{56}$$

Вначале получим решение первого из уравнений (46) в области $\frac{z^2}{b^2} \equiv \varsigma << 1$. Разлагая величины, входящие в уравнение (46), в ряд по степеням ε ($\frac{1-f}{2f} = -\frac{\varepsilon}{2} + \ldots$) и ограничиваясь членами, линейными по ε и по ς, указанное уравнение можно представить в виде:

$$\left(1 - \varepsilon \frac{z^2}{2b^2}\right) dz = j[1 + \varepsilon(1 + \ln b)] \frac{v_0}{r_0} dt.$$

Его решение, подчиняющееся начальному условию $z = 0$ при $t = t_0$, т. е. $\rho^{1+\varepsilon} = b$ при $t = t_0$, дается формулой:

$$z\left(1 - \varepsilon \frac{z^2}{6b^2}\right) = j[1 + \varepsilon(1 + \ln b)] \frac{v_0}{r_0}(t - t_0). \tag{57}$$

При $\varepsilon = 0$ выражение (57) совпадает с (48а), и поэтому, как и в случае $f = 1$, приходим к равенству: $j = sign(t - t_0)$.

Раскладывая величину ρ в степенной ряд $\rho = \rho_0 + \rho_1 + \ldots$, $\rho_n \sim \varepsilon^n$, и подставляя это разложение в выражение $z^2 = \rho^{2+2\varepsilon} - b^2$, получаем соотношение:

$$z^2 = z_0^2 + z_1^2, \quad z_0^2 = \rho_0^2 - b^2, \quad z_1^2 = 2\rho_0(\rho_1 + \varepsilon\rho_0 \ln \rho_0) \sim \varepsilon. \tag{58}$$

С другой стороны, используя (57), для величин z_0^2 и z_1^2 получаем следующие представления:

$$z_0^2 = \frac{v_0^2}{r_0^2}(t - t_0)^2, \quad z_1^2 = 2\varepsilon z_0^2 \left(1 + \ln b + \frac{z_0^2}{6b^2}\right). \tag{59}$$

Из сравнения (58) и (59) выводим:

$$\rho_0 = b\left(1 + \frac{\varsigma_0}{2}\right), \quad \rho_1 = \varepsilon b\left(-\left(1 - \frac{\varsigma_0}{2}\right)\ln b + \frac{\varsigma_0}{2}\right), \quad \varsigma_0 = \frac{z_0^2}{b^2}. \tag{60}$$

Поскольку $0 < b \le 1$, то из последней формулы следует, что выполняется равенство: $sign(\rho_1) = sign(\varepsilon)$. Поступательная компонента силы, действующей на частицу, дается формулой:

$$F_r = m\varepsilon r\dot{\varphi}^2, \quad \dot{\varphi}^2 = \frac{v_0^2}{r_0^2 b^2}|1 + 2\varepsilon \ln b - 2\varsigma_0|, \tag{61}$$

где $\varepsilon > 0$ отвечает силе отталкивания частиц друг от друга (антигравитации), а $\varepsilon < 0$ — силе притяжения частиц. Следовательно, в рассматриваемой здесь области значений ε и ς расстояние между частицами $r = r_0\rho$, $\rho = \rho_0 + \rho_1$, со временем возрастает. Величина $r_0\rho_1$ представляет собой изменение расстояния между частицами, возникающее вследствие действия на частицы силы при их ускоренном движении друг относительно друга. Знак этой величины совпадает, как и должно быть, с знаком величины $\varepsilon = f - 1$, так как сила отталкивания и сила притяжения, действующие между частицами, приводят, соответственно, к увеличению и к уменьшению расстояния между частицами.

Рассмотрим случай сильной антигравитации: $f >> 1$. В этом случае

$$\frac{1-f}{2f} = -\frac{1}{2} + \varepsilon, \ \varepsilon = \frac{1}{2f}, \ |\varepsilon| << 1.$$

Используя приближенную формулу $\left|z^2+b^2\right|^{\frac{1-f}{2f}}=\dfrac{1+\varepsilon\ln(z^2+b^2)+...}{\sqrt{z^2+b^2}}$, $\varepsilon\,|\ln(z^2+b^2)|<<1$, и интегрируя уравнение (46), получаем:

$$\int\frac{dz}{\sqrt{z^2+b^2}}+\varepsilon\int\frac{\ln(z^2+b^2)}{\sqrt{z^2+b^2}}dz+...=jf\frac{v_0}{r_0}t+C. \qquad (62)$$

Первый интеграл в левой части вычисляется с помощью формулы:

$$\frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}}=\pm\frac{d}{dz}\ln(\pm z+\sqrt{z^2+b^2}).$$

В нулевом приближении по ε выражение (62) запишется в виде:

$$\pm\ln(\pm z+\sqrt{z^2+b^2})=jf\frac{v_0}{r_0}t+C.$$

Постоянную C определим из условия: $z=0$ при $t=t_0$ (т. е. $\rho^{2f}=b^2$ при $t=t_0$). В результате получаем:

$$\pm\ln\left(\pm\frac{z}{b}+\sqrt{1+\frac{z^2}{b^2}}\right)=jf\frac{v_0}{r_0}(t-t_0).$$

Потенцирование последней формулы и последующие преобразования дают:

$$\pm\frac{z}{b}+\sqrt{1+\frac{z^2}{b^2}}=\exp\left(\pm jf\frac{v_0}{r_0}(t-t_0)\right),\quad z=\sqrt{\left|\rho^f\right|^2-b^2}.$$

Или: $\rho^f\pm\sqrt{\left|\rho^f\right|^2-b^2}=b\exp\left(\pm jf\dfrac{v_0}{r_0}(t-t_0)\right)$. Возводя обе части этого соотношения в квадрат, после несложных преобразований получаем формулу

$$\rho^f=b\,ch\left(f\frac{v_0}{r_0}(t-t_0)\right). \qquad (63)$$

Из формулы (63) вытекают следующие асимптотические соотношения:

$$\rho=\begin{cases} b^{1/f}\left(1+\dfrac{1}{2}f\dfrac{v_0^2}{r_0^2}(t-t_0)^2\right) & \textit{при}\quad f\dfrac{v_0}{r_0}(t-t_0)<<1,\\ \left(\dfrac{b}{2}\right)^{1/f}\exp\left(\dfrac{v_0}{r_0}(t-t_0)\right) & \textit{при}\quad f\dfrac{v_0}{r_0}(t-t_0)>>1. \end{cases} \qquad (64)$$

Величину φ можно определить по формуле (47), в которой ρ^f определена равенством (63).

Как видно из (64), в рассматриваемом случае сильной антигравитации расстояние между частицами возрастает со временем как при $d\equiv f\dfrac{v_0}{r_0}(t-t_0)<<1$, так и при $d>>1$, причем в последнем случае расстояние возрастает по экспоненциальному закону.

Представляет интерес рассмотрение ускоренного движения по инерции в условиях, когда $F_r\sim 1/r^2$; согласно (52), в этом случае $f=1/2$ и, следовательно, в двухчастичной системе между частицами действует сила притяжения. Решение уравнения (46) при $f=1/2$, подчиняющееся начальному условию $z=0$ при $t=t_0$, дается формулой

$$z\sqrt{z^2+b^2}+b^2\ln\left(\frac{z}{b}+\sqrt{\frac{z^2}{b^2}+1}\right)=\frac{v_0}{r_0}(t-t_0), \qquad (65)$$

где $z^2=\rho-b^2$. Из выражения (65) вытекает следующая формула:

$$\rho = \begin{cases} b^2 + \dfrac{1}{4b^2}\dfrac{v_0^2}{r_0^2}(t-t_0)^2 & \text{при} \quad 0 \le \dfrac{v_0}{r_0}(t-t_0) << b^2, \\ \dfrac{b^2}{2} + z_0^2 - b^2 \ln\dfrac{2z_0}{b} & \text{при} \quad z_0^2 = \dfrac{v_0}{r_0}(t-t_0) >> b^2. \end{cases} \tag{66}$$

Согласно соотношениям (60), (64) и (66), расстояние между частицами возрастает со временем не только в случае антигравитации, т. е. при $f \ge 1$, но при $0 < f < 1$, когда между частицами действует сила притяжения. В случае $0 < f < 1$ это связано с тем, что сила $\vec{F}$, действующая между частицами при их ускоренном движении по инерции, не является центральной. Помимо радиальной компоненты $\vec{F}_r$, имеется и перпендикулярная к ней компонента $\vec{F}_\varphi$, под действием которой частицы стремятся удалиться друг от друга. Совместное действие обеих компонент и приводит к увеличению со временем расстояния между частицами в области $0 < f < 1$.

6. Криволинейные движения по инерции при $f \ne const$

Перейдем к исследованию ускоренного движения по инерции в условиях, когда управляющий параметр f изменяется со временем. Пусть двухчастичная система движется таким образом, что в некотором интервале времени $(t_0 - \varepsilon, t_0)$, $\varepsilon > 0$, параметр f является малой по величине постоянной ($f = f_0 << 1$), а начиная с момента времени $t = t_0$ он изменяется пропорционально радиальной переменной: $f = \alpha r$, $\alpha = f_0 / r_0$, r_0 — радиальная переменная в момент $t = t_0$. Учитывая равенства (см. (42) и (43))

$$\int_{r_0}^{r} \frac{f(r')}{r'} dr' = \alpha(r - r_0), \quad \exp\left(-2\int_{r_0}^{r} \frac{f(r')}{r'} dr'\right) = \exp(-2f_0(\rho - 1)), \quad \rho = r / r_0,$$

уравнения (42) и (43) можно представить в виде:

$$\dot{\rho}^2 = \frac{v_0^2}{r_0^2}\left[1 - b^2 \exp\left(-2f_0(\rho - 1)\right)\right],$$
$$\dot{\varphi} = \pm\frac{v_0 b}{r_0 \rho}\exp\left(-f_0(\rho - 1)\right), \quad b = \frac{\sqrt{v_0^2 - u_0^2}}{v_0}, \quad v_0^2 - u_0^2 \ge 0. \tag{67}$$

В первом из уравнений (67) перейдем от переменной ρ к новой переменной z, связанной с ρ равенством:

$$ch(z) = b^{-1} \exp\left(f_0(\rho - 1)\right). \tag{68}$$

В результате преобразования к новой переменной получается уравнение

$$\dot{z}^2 = \omega_0^2, \quad \omega_0 = f_0 \frac{v_0}{r_0}. \tag{69}$$

Из условия $\rho = 1$ при $t = t_0$ и равенства (66) следует, что $ch(z_0) = b^{-1}$, где $z_0 = z\big|_{t=t_0}$. Решение уравнения (69), подчиняющееся начальному условию $z = z_0$ при $t = t_0$, дается формулой:

$$z = z_0 + \omega_0(t - t_0). \tag{70}$$

Принимая во внимание равенство (70), с помощью соотношения (68) получаем следующие выражения для радиальной переменной ρ как функции времени и управляющего параметра f:

$$\rho = 1 + f_0^{-1} \ln\left(bch[z_0 + \omega_0(t - t_0)]\right), \quad f = f_0 \rho. \tag{71}$$

Учитывая (68) и (71), уравнение для $\dot{\varphi}$ (67) можно записать так:

$$\dot{\varphi} = \pm\frac{\omega_0}{ch(z)\left(f_0 + \ln[bch(z)]\right)}, \quad z = z_0 + \omega_0(t - t_0). \tag{72}$$

Согласно (71), величина управляющего параметра f увеличивается со временем от значения

f_0, $f_0 << 1$, при $t = t_0$, когда между частицами действует сила притяжения, до $f \to \infty$ при $t \to \infty$, проходя через точку $f = 1$, в которой система движется по инерции поступательно. Таким образом, в рассматриваемой модели с помощью параметра f осуществлен плавный переход двухчастичной системы из состояния, в котором между частицами действовала сила притяжения, в состояние, в котором частицы отталкиваются друг от друга. Тем самым **выявлена возможность управления характером взаимодействия между частицами путем перекачки энергии из вращательной степени свободы в поступательную.**

7. Электромагнитное поле, порождаемое частицей при ускоренном движении по инерции

Вектор силы, действующей на частицу, которая движется по криволинейной траектории по инерции с ускорением $\vec{a}$, запишем в виде силы Лоренца

$$\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E} + \frac{q}{c}[\vec{v}\vec{H}], \tag{73}$$

где напряженности полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ выразим обычным образом через скалярный ($\tilde{\varphi}$) и векторный ($\vec{A}$) потенциалы, считая их функциями координат и времени, $\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}(\vec{r}, t)$, $\vec{A} = \vec{A}(\vec{r}, t)$:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\tilde{\varphi} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{H} = [\vec{\nabla}\vec{A}]. \tag{74}$$

Силе Лоренца (см. (73)) обычно приписывается следующий смысл: это сила, которая действует на частицу с зарядом q, движущуюся со скоростью $\vec{v}$ во внешнем электромагнитном поле с напряженностями $\vec{E}$ и $\vec{H}$. Рассматриваемая здесь физическая ситуация характеризуется тем, что внешнее поле отсутствует и сила $\vec{F}$ (73) — это сила кинематического происхождения, действующая на частицу вследствие ее ускоренного движения по инерции. Иными словами, сила $\vec{F}$ является здесь не причиной, вызывающей движение частицы, а следствием ее движения по инерции. Значит, напряженности $\vec{E}$ и $\vec{H}$, входящие в формулу (73) для силы Лоренца, описывают теперь особое поле, порождаемое криволинейным движением частицы по инерции. Это поле образует некоторую физическую среду, в которой происходит движение и которая может влиять на физические свойства и поведение частицы (эта среда является аналогом эфира, который был введен в естествознание Р. Декартом [1] и широко обсуждался физиками в XIX веке [20]).

Согласно общепринятым представлениям, электрический заряд частицы q служит мерой интенсивности взаимодействия частицы с электромагнитным полем. Как видно из результатов предыдущего раздела, характер силового взаимодействия между частицами существенно зависит от состояния движения частиц. При прохождении параметра f, характеризующего перераспределение энергии между степенями свободы системы, через значение $f = 1$ направление вектора силы взаимодействия между частицами изменяется на противоположное. Из соотношений (73–74) вытекает равенство

$$\frac{d}{dt}\vec{v} = \frac{q}{m}\left[-\vec{\nabla}\tilde{\varphi} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{1}{c}[\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{A}]]\right], \tag{75}$$

в левой части которого стоит производная по времени от вектора скорости частицы $\vec{v}(t)$, где $\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t)$, $\vec{r}(t)$ — радиус-вектор точки на траектории, в которой находится частица в момент времени t. Ввиду того, что потенциалы $\tilde{\varphi}$ и $\vec{A}$ являются функциями координат и времени, соотношение (75) имеет смысл, очевидно, лишь при условии, что вектор скорости частицы $\vec{v} = \vec{v}(t)$ может быть представлен в виде функции $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$, которая зависит от времени через радиус-вектор $\vec{r} = \vec{r}(t)$ и может также явным образом зависеть от времени.

Прежде чем ответить на вопрос, откуда может взяться явная зависимость вектора скорости частицы $\vec{v}$ от времени, заметим, что в ньютоновской схеме механики независимыми динамическими переменными являются величины $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$, которые описывают состояние движения частицы в момент времени t. В правой части уравнения движения классической механики (1) стоит внешняя сила $\vec{F}_{ext}$, которая зависит от динамических переменных $\vec{r}(t),\ \vec{v}(t)$ и может также явно зависеть от t: $\vec{F}_{ext} = \vec{F}_{ext}(\vec{r}, \vec{v}, t)$. Эта явная зависимость от времени внешней силы, действующей на частицу, и могла бы привести к явной зависимости от t функции $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t).$ Однако в механике Ньютона отделить явную зависимость вектора скорости от времени не представляется возможным, так как решением задачи Коши для уравнения движения является пара векторов $\vec{r}(t),\ \vec{v}(t)$, и в качестве начального условия используется эта же пара векторов, заданных в начальный момент $t = t_0$.

В рассматриваемой нами задаче сила $\vec{F}$, будучи следствием криволинейного движения, а не его причиной, не является внешней силой. В задаче с ускоренным движением частицы по инерции явная зависимость скорости частицы $\vec{v}$ от t может возникнуть в том случае, если мы хотим учесть влияние внешнего возмущения на ускоренное движение по инерции. Пусть, например, возмущение ускоренного движения по инерции описывается силой вида: $\vec{F}_0(\vec{r}, \vec{v}) + \alpha \vec{F}_1(t)$, где второе слагаемое, содержащее параметр α, учитывает явную зависимость силы от t. Очевидно, что при $\alpha \neq 0$ будет иметь место явная зависимость $\vec{v}$ от t ($\partial \vec{v} / \partial t \neq 0$), но при $\alpha = 0$ явная зависимость $\vec{v}$ от t исчезает ($\partial \vec{v} / \partial t = 0$). Указанная зависимость от t может возникнуть также из-за введения управляющего параметра f, моделирующего внешнее воздействие на частицу, с помощью которого мы хотим перераспределить энергию системы между степенями свободы (с целью, например, получить эффект антигравитации). Если $f = f_0(\vec{r}) + \alpha f_1(t)$, то второе слагаемое при $\alpha \neq 0$ как раз и приведет к появлению явной зависимости скорости от времени. Заметим, что уже само задание параметра f в виде заданной функции радиуса-вектора ($f = f(\vec{r}(t))$ при $t \geq t_0$, где t_0 - начальный момент времени) приводит к появлению явной зависимости вектора скорости частицы от времени t.

Подчеркнем, что в общепринятом подходе вектор скорости частицы, входящий в формулу для силы Лоренца, рассматривается, как и радиус-вектор, в качестве независимой динамической переменной. В развиваемой здесь теории, используя соотношение (75), мы вкладываем в понятие силы Лоренца новое физическое содержание: она предстает как сила, возникающая вследствие движения частицы по инерции по некоторому криволинейному пути. Отражением нового понимания силы Лоренца служит то обстоятельство, что скорость частицы следует теперь рассматривать как функцию координат частицы и времени, считая эти величины независимыми переменными задачи.

Вычислим полную производную по времени от компонент вектора скорости $\vec{v}$, считая, что $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$:

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_i}{\partial y}\frac{dy}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_i}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_i}{\partial y} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + (\vec{v}\vec{\nabla})v_i.$$

Отсюда следует соотношение:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v}. \qquad (76)$$

Используем известную из векторного анализа формулу для двойного векторного произведения: $[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$. С помощью этой формулы, полагая $\vec{b} = \vec{\nabla}$, можем записать:

$$[\vec{a}[\vec{\nabla}\vec{c}]] = \underrightarrow{\vec{\nabla}(\vec{c}}\ \vec{a}) - (\vec{a}\vec{\nabla})\vec{c},$$

$$[\vec{c}[\vec{\nabla}\vec{a}]] = \underrightarrow{\vec{\nabla}(\vec{a}}\ \vec{c}) - (\vec{c}\vec{\nabla})\vec{a}.$$

Здесь и далее принимается во внимание, что, по определению, оператор $\vec{\nabla}$ действует только на величины, стоящие правее от него. В левой части первого из двух последних равенств оператор $\vec{\nabla}$ действует только на вектор $\vec{c}$, поэтому и в правой части он действует только на $\vec{c}$. Чтобы учесть это обстоятельство, мы ввели символ $\underrightarrow{\vec{\nabla}(\vec{c}}\ \vec{a})$, который означает, что оператор $\vec{\nabla}$ действует на вектор $\vec{c}$, но не действует на вектор $\vec{a}$. Аналогично во втором равенстве оператор $\vec{\nabla}$ действует только на вектор $\vec{a}$. Складывая почленно оба приведенных выше равенства и полагая в них $\vec{a}=\vec{c}$, получаем тождество $2[\vec{a}[\vec{\nabla}\vec{a}]]=\vec{\nabla}(\vec{a}^2)-2(\vec{a}\vec{\nabla})\vec{a}$, которое при $\vec{a}=\vec{v}=\vec{v}(\vec{r},t)$ можно записать в виде:

$$(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v}=\vec{\nabla}\frac{\vec{v}^2}{2}-[\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{v}]].$$

Подставляя величину $(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v}$ из последней формулы в (76), получаем следующее выражение для полной производной вектора скорости по времени:

$$\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{v}^2}{2}\right)-[\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{v}]]. \qquad (77)$$

В правую часть последней формулы входят частная производная вектора $\vec{v}$ по времени, вектор набла $\vec{\nabla}$, действующий на скалярную функцию $\vec{v}^2/2$, ротор вектора $\vec{v}$ и двойное векторное произведение, аналогичное по форме последнему слагаемому в правой части (75). Из сравнения (75) и (77) видно, что представление (77) позволяет определить скалярный и векторный потенциалы поля, генерируемого ускоренно движущейся частицей.

Приравнивая друг другу правые части равенств (75) и (77), получаем следующие выражения для скалярного и векторного потенциалов поля, порождаемого ускоренно движущейся по инерции частицей:

$$\tilde{\varphi}=-\frac{m\vec{v}^2}{2q},\quad \vec{A}=-\frac{m}{q}c\vec{v}. \qquad (78)$$

Отметим соотношения, вытекающие из (78): $\vec{A}\sim\vec{v},\quad \tilde{\varphi}=\frac{1}{2c}\vec{v}\vec{A},\quad \tilde{\varphi}\sim\vec{v}^2\sim\vec{A}^2$. Отметим также, что с точностью до постоянного множителя скалярный потенциал $\tilde{\varphi}$ пропорционален кинетической энергии частицы (согласно (78), $-q\tilde{\varphi}=\frac{m\vec{v}^2}{2}$; не это ли равенство может служить определением электрического заряда?). По формулам (74) вычислим напряженности поля, порождаемого частицей (в предположении, что $m=const,\ q=const$):

$$\vec{E}=\frac{m}{q}\left(\vec{\nabla}\frac{\vec{v}^2}{2}+\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}\right),\quad \vec{H}=-\frac{m}{q}c[\vec{\nabla}\vec{v}]. \qquad (79)$$

Как видим, вычисление потенциалов сводится к вычислению вектора скорости $\vec{v}$ как функции координат и времени, а вычисление напряженностей — к вычислению частных производных вектора скорости: $\partial\vec{v}/\partial t$, $\partial v_i/\partial x_k$.

Перейдем к вычислению потенциалов $\tilde{\varphi}$ и $\vec{A}$ в случае плоского криволинейного движения по инерции.

В случае вращательной инерции $r=r_0=const,\ \varphi=\omega_0 t,\ \dot{\varphi}=\omega_0=const$ (см. раздел 3). Значит, компоненты радиуса-вектора и вектора скорости частицы выражаются формулами

$$\begin{aligned}&x=r_0\cos\omega_0 t,\ y=r_0\sin\omega_0 t,\\&\dot{x}=-r_0\omega_0\sin\omega_0 t=-\omega_0 y,\ \dot{y}=r_0\omega_0\cos\omega_0 t=\omega_0 x.\end{aligned} \qquad (80)$$

Отсюда получается следующее представление вектора скорости как функции радиуса-вектора:

$$\vec{v}=\omega_0(-y,x)\equiv\vec{v}(\vec{r}). \qquad (81)$$

С одной стороны, считая $\vec{r}$ явной функцией времени, $\vec{r}=\vec{r}(t)=r_0(\cos\varphi,\sin\varphi),\ \varphi=\omega_0 t$, получаем:

$$r=r_0,\quad \dot{r}=0,\quad \vec{v}=\dot{\vec{r}}=r_0\omega_0(-\sin\varphi,\cos\varphi)\equiv\vec{v}(t). \qquad (82)$$

С другой стороны, считая $\vec{r}$ и $\vec{v}$ сложными функциями времени, $\vec{r}=\vec{r}(x(t),y(t))=(x,y)$ и $\vec{v}=\vec{v}(x(t),y(t))=\omega_0(-y,x)$, и учитывая, что

$$r=\sqrt{x^2+y^2}\,,\ \frac{\partial r}{\partial x}=\frac{x}{r},\ \frac{\partial r}{\partial y}=\frac{y}{r}\,,\ \frac{\partial \vec{r}}{\partial x}=\frac{d}{dx}\left(\vec{r}(x,y)\big|_{y=C}\right)=(1,0)\,,\ \frac{\partial \vec{r}}{\partial y}=\frac{d}{dy}\left(\vec{r}(x,y)\big|_{x=C}\right)=(0,1)\,,$$

выводим (принимаем во внимание представления (80) для величин $\dot{x}$ и $\dot{y}$):

$$\begin{aligned}\dot{r}&=\frac{\partial r}{\partial x}\dot{x}+\frac{\partial r}{\partial y}\dot{y}=0,\\ \vec{v}&=\frac{\partial \vec{r}}{\partial x}\dot{x}+\frac{\partial \vec{r}}{\partial y}\dot{y}=(1,0)v_x+(0,1)v_y=r_0\omega_0(-\sin\varphi,\cos\varphi).\end{aligned}\tag{83}$$

Согласно (82) и (83), численные значения величин $\dot{r},\ v_x$ и v_y, вычисленные в обоих рассматриваемых здесь представлениях, как и должно быть, совпадают между собой.

Аналогичным образом, используя представление (81), найдем:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial x}=\omega_0(0,\ 1),\quad \frac{\partial \vec{v}}{\partial y}=\omega_0(-1,\ 0)\,.\tag{84}$$

Следовательно, в силу (80) и (84), $\dfrac{d}{dt}\vec{v}(x,y)=\dfrac{\partial \vec{v}}{\partial x}\dot{x}+\dfrac{\partial \vec{v}}{\partial y}\dot{y}=-r_0\omega_0^2(\cos\varphi,\sin\varphi).$ С другой стороны (см.(82)), $\dfrac{d}{dt}\vec{v}(t)=\dfrac{d^2}{dt^2}\vec{r}(t)=-r_0\omega_0^2(\cos\varphi,\sin\varphi)$. Как видим, имеет место, как и должно быть, равенство $\dfrac{d}{dt}\vec{v}(t)=\dfrac{d}{dt}\vec{v}(x,y).$

Мы получили, таким образом, два различных представления радиуса-вектора $\vec{r}$ и вектора скорости $\vec{v}$: с одной стороны, представление в виде явных функций времени:

$$\vec{r}=\vec{r}(t)=r_0(\cos\varphi,\sin\varphi)\ \text{и}\ \vec{v}=\vec{v}(t)=r_0\omega_0(-\sin\varphi,\cos\varphi),\quad \varphi=\omega_0 t\,,\tag{85}$$

а с другой — в виде сложных функций времени, зависящих от нескольких переменных:

$$\begin{aligned}&\vec{r}=(x,y),\quad \vec{v}=\vec{v}(x,y)=\omega_0(-y,x),\\ &x=r_0\cos\varphi\equiv x(t),\ \ y=r_0\sin\varphi\equiv y(t),\quad \varphi=\omega_0 t.\end{aligned}\tag{86}$$

Эти представления согласованы между собой и приводят к одинаковым численным значениям компонент соответствующих векторов.

Чтобы убедиться еще раз в том, что рассматриваемый здесь подход внутренне непротиворечив, проверим соотношения (76) и (77), имея в виду, что в левые части этих соотношений входит вектор скорости в представлении (85), а в правые — вектор скорости в представлении (86).

В силу (85) левая часть равенства (76) имеет вид: $\dfrac{d\vec{v}}{dt}=-\omega_0^2\vec{r}.$ В правой же части (76) , в силу (86), $\partial\vec{v}/\partial t=0$ (так как функция $\vec{v}=\vec{v}(x,y)$ не зависит явно от t), причем $(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v}=\omega_0\left(-y\dfrac{\partial}{\partial x}+x\dfrac{\partial}{\partial y}\right)\omega_0(-y,x)=\omega_0^2(0,-y)+\omega_0^2(-x,0)=-\omega_0^2\vec{r}$. Значит, равенство (76) имеет место. Далее вычислим величины $\vec{\nabla}(\vec{v}^2/2)$ и $[\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{v}]]$ (см. равенство (77)). Учитывая (86), находим:

$$\begin{aligned}&\vec{v}^2=\omega_0^2(x^2+y^2),\quad \vec{\nabla}\vec{v}^2=2\omega_0^2(x,y)=2\omega_0^2\vec{r},\\ &[\vec{\nabla}\vec{v}]=2\omega_0\vec{e}_z,\quad [\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{v}]]=2\omega_0[\vec{v}\vec{e}_z]=2\omega_0^2(x,y,0)=2\omega_0^2\vec{r}.\end{aligned}\tag{87}$$

Значит, $\vec{\nabla}\left(\vec{v}^2/2\right)-[\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{v}]]=-\omega_0^2\vec{r},\quad d\vec{v}(\vec{r})/dt=-\omega_0^2\vec{r}.$ Как видим, соотношение (77) также выполняется.

Возвращаясь к задаче о вращательном движении частицы по инерции, вычислим по формулам (78) и (79) потенциалы и напряженности поля, создаваемого частицей. Используя равенства (86) и (87), получаем:

$$\tilde{\varphi}=-\frac{m\vec{v}^2}{2q}=-\frac{m\omega_0^2}{2q}(x^2+y^2),\quad \vec{A}=-\frac{m}{q}c\vec{v}=-\frac{m}{q}c\omega_0(-y,x).\tag{88}$$

$$\vec{E}=\frac{m}{q}\left(\vec{\nabla}\frac{\vec{v}^2}{2}+\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}\right)=\frac{m\omega_0^2}{q}\vec{r},\quad \vec{H}=-\frac{m}{q}c[\vec{\nabla}\vec{v}]=-\frac{m}{q}c2\omega_0\vec{e}_z. \tag{89}$$

На частицу действует сила Лоренца (см.(75))

$$\vec{F}=m\vec{a}=q\vec{E}+\frac{q}{c}[\vec{v}\vec{H}]=m\omega_0^2\vec{r}-2\omega_0 m[ve_z]=m\omega_0^2\vec{r}-2m\omega_0^2\vec{r}=-m\omega_0^2\vec{r}\ . \tag{90}$$

Электрическая и магнитная составляющие силы Лоренца, $\vec{F}_{\vec{E}}$ и $\vec{F}_{\vec{H}}$, таковы: $\vec{F}_{\vec{E}}=q\vec{E}=m\omega_0^2\vec{r}$, $\vec{F}_{\vec{H}}=\frac{q}{c}[\vec{v}\vec{H}]=-2m\omega_0^2\vec{r}$. Как видим, магнитная составляющая силы Лоренца вдвое больше по модулю, чем электрическая составляющая, и противоположно ей направлена. Магнитная и электрическая составляющие имеют смысл, соответственно, центростремительной и центробежной сил, результирующая же сила Лоренца является центростремительной силой. Отметим также, что напряженность $\vec{E}$ направлена вдоль радиуса-вектора частицы и осциллирует во времени по гармоническому закону, а напряженность $\vec{H}$ постоянна по величине и направлена перпендикулярно к плоскости, в которой движется частица. Выполняются следующие соотношения:

$$|\vec{E}|=\frac{m}{q}\omega_0^2 r_0=const\ ,\ \vec{H}=const\ ,\ |\vec{E}|/|\vec{H}|=\frac{v_0}{2c},\ v_0=r_0\omega_0\ . \tag{91}$$

Согласно (89),

$$\vec{\nabla}\vec{E}=2\frac{m}{q}\omega_0^2,\ [\vec{\nabla}\vec{E}]=0,\ \vec{\nabla}\vec{H}=0,\ [\vec{\nabla}\vec{H}]=0,\ \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=0,\ \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=0.$$

Как видим, поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ подчиняются уравнениям Максвелла, в которых $4\pi\rho=2\frac{m}{q}\omega_0^2,\ \vec{j}=0$. Закон электромагнитной индукции превращается в тривиальное тождество: $0=0$. При этом электрическое поле $\vec{E}$ оказывается потенциальным, а магнитное $\vec{H}$ не является ни вихревым, ни потенциальным ($\vec{H}=const$). В то же время магнитное поле $\vec{A}$ — вихревое: $\vec{\nabla}\vec{A}=0$, но $[\vec{\nabla}\vec{A}]=\vec{H}\neq 0$.

Отметим, что состояния криволинейного движения по инерции характеризуются, по определению, тем, что в этих состояниях величина $\vec{v}^2$ является интегралом движения: $\vec{v}^2=const$. Так, согласно (85) и (86), в рассмотренном выше примере вращательной инерции $\vec{v}^2=r_0^2\omega_0^2$, т. е. величина $\vec{v}^2$, действительно, не изменяется во времени, причем $\partial\vec{v}/\partial t=0$. Тем не менее, однако, напряженность электрического поля, определенная формулой (79), оказывается отличной от нуля. Это объясняется тем, что в формулу (79) входит вектор скорости как функция координат и времени. В рассмотренном примере $\vec{v}=\vec{v}(x,y)=\omega_0(-y,x)$, $\vec{v}^2=\omega_0^2(x^2+y^2)$, так что $\vec{\nabla}\vec{v}^2=2\omega_0^2\vec{r}\neq 0$. Для корректного вычисления напряженностей поля по формулам (79) необходимо, таким образом, установить зависимость $\vec{v}$ от $\vec{r}=\vec{r}(t)$, а также учесть явную зависимость $\vec{v}$ от времени t, если таковая имеется.

Обратимся теперь к рассмотрению криволинейного движения по инерции в слабом смысле, ограничиваясь случаем $f=const$ (см. раздел 5).

Для определения потенциалов $\tilde{\varphi}$ и $\vec{A}$ и напряженностей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ по формулам (88) и (89) необходимо представить вектор скорости $\vec{v}$ частицы как функцию координат. Учитывая соотношения (2), (3), (44) и (45), вектор $\vec{v}$ можно записать в виде:

$$\begin{aligned}&\vec{v}=(x,y,0)B_1(\rho)+(-y,x,0)B_2(\rho),\\ &v_x=xB_1-yB_2,\quad v_y=yB_1+xB_2,\quad v_z=0.\end{aligned} \tag{92}$$

Здесь введены обозначения:

$$B_1(\rho)=j\frac{v_0}{r_0}\frac{1}{\rho}\sqrt{1-\left|b\rho^{-f}\right|^2},\quad B_2(\rho)=\pm\frac{v_0}{r_0}b\rho^{-f-1},\quad \rho=\frac{r}{r_0}.$$

С помощью представления (92) нетрудно получить следующие равенства:

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}=0,\quad \vec{v}^2=v_0^2=const,\quad [\vec{\nabla}\vec{v}]=\left(2B_2+\rho\frac{dB_2}{d\rho}\right)\vec{e}_z=(1-f)B_2\vec{e}_z,$$
$$\vec{\nabla}\vec{v}=2B_1+\rho\frac{dB_1}{d\rho}=j\frac{v_0}{r_0}\frac{1}{\rho}\frac{1}{\sqrt{1-|b\rho^{-f}|^2}}\left[1+(f-1)|b\rho^{-f}|^2\right]. \tag{93}$$

Используя (93), (88) и (89), получаем:

$$\tilde{\varphi}=-\frac{mv_0^2}{2q},\ \vec{A}=-\frac{m}{q}c\vec{v},\quad \vec{\nabla}\vec{A}=-j\frac{m}{q}c\frac{v_0}{r_0}\frac{1}{\rho}\frac{1}{\sqrt{1-|b\rho^{-f}|^2}}\left[1+(f-1)|b\rho^{-f}|^2\right]\neq 0,$$

$$\vec{E}=0,\quad \vec{H}=[\vec{\nabla}\vec{A}]=-\frac{m}{q}c[\vec{\nabla}\vec{v}]=-\frac{m}{q}c(1-f)B_2\vec{e}_z,\quad \vec{\nabla}\vec{H}=0,$$
$$[\vec{\nabla}\vec{H}]=\frac{m}{q}c(1-f^2)B_2\frac{1}{\rho^2 r_0^2}(y,-x,0)\equiv 4\pi\vec{j}. \tag{94}$$

Как видим, скалярный потенциал $\tilde{\varphi}$ является постоянной величиной, поле векторного потенциала $\vec{A}$ содержит как вихревую, так и потенциальную компоненты, $\vec{E}=0$, но $\vec{H}\neq 0$, магнитное поле $\vec{H}$ неоднородно и направлено вдоль оси z. Поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ подчиняются уравнениям Максвелла, в которых ток $\vec{j}\neq 0$ порождается магнитным полем (см. последнее из равенств (94)).

Нетрудно убедиться в том, что вектор скорости $\vec{v}$ (92) удовлетворяет равенству

$$(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v}+[\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{v}]]=\vec{\nabla}(\vec{v}^2/2)=0,$$

которое можно рассматривать как условие непротиворечивости изложенной выше теории криволинейного движения частицы по инерции при $f=const$.

Результаты данного раздела свидетельствуют о том, что электромагнитные поля, порождаемые частицей как при сильном, так и при слабом криволинейных движениях по инерции, подчиняются уравнениям Максвелла, хотя и существенно отличаются друг от друга.

8. Заключение. Основные результаты и выводы

Главные результаты данной работы можно сформулировать следующим образом.

1. **Уточняется физическое содержание понятия «свойство инерции»** материального тела. Необходимость такого уточнения связана с тем, что понятие о движении тела по инерции, основанное в механике Ньютона на принципе инерции Галилея, обобщено на случай криволинейных движений, совершающихся в отсутствие каких-либо энергетических затрат [6-8]. Свойство инерции тела состоит не только в том, что любое тело противится изменению импульса, но и в том, что оно стремится к сохранению кинетической энергии. Иными словами, свойство инерции — это способность материального тела сопротивляться всякому насилию со стороны окружающих тел — как силовому, так и энергетическому.

2. На примере плоского криволинейного движения по инерции показано, что тела, обладающие массой, могут отталкиваться друг от друга, т. е. **возможно явление антигравитации**. Установлен критерий антигравитации, согласно которому явление антигравитации имеет место при условии, что тела движутся по криволинейному пути по инерции в слабом смысле. Необходимым условием антигравитации является перекачка энергии частиц из вращательной степени свободы в поступательную. Указан параметр f, называемый управляющим, с изменением величины которого изменяется характер движения частиц, а именно: при переходе управляющего параметра через значение $f=1$ сила притяжения между частицами сменяется силой отталкивания. Открывается, таким образом, возможность управления характером взаимодействия между частицами путем перераспределения энергии системы между ее степенями свободы.

3. Доказана справедливость предположения, высказанного в работе [8], о том, что **ма-**

териальные частицы, движущиеся по криволинейному пути по инерции, генерируют электромагнитное поле в окружающем пространстве. Это поле можно рассматривать как особую физическую среду, которая порождается телами при их криволинейном движении по инерции и способна оказывать обратное воздействие на тела.

Результаты работы указывают на то, что **проблема движения была и остается центральной проблемой физики**. Недостаток ньютоновской схемы механики заключается не только в ее неполноте, но и в том, что она не обращает должного внимания на законы диалектики. Ведь не случайно физическая природа гравитации оставалась нераскрытой в течение еще почти 200 лет после того, как Г. Гегель, опираясь на законы диалектики, указал на истинную причину гравитации. Главная задача физического исследования состоит не в поиске сил взаимодействия между телами, а в построении таких моделей, которые учитывают диалектические составляющие движений, возникающих в изучаемых явлениях и процессах. Только такой путь может привести к выработке представлений, адекватных физической реальности.

На основании результатов, полученных в данной работе, можно высказать предположение, что электромагнетизм, как и гравитация, не является особым видом взаимодействия. Электромагнетизм — это взаимодействие материальных частиц, обладающих массой и находящихся в особых состояниях криволинейного движения по инерции, в которых происходит перекачка энергии из одних степеней свободы в другие. Рассмотренная в настоящей работе модель двухчастичной системы демонстрирует возможность плавного перехода системы из состояния движения, в котором между частицами действует сила притяжения, в состояние, в котором частицы отталкиваются друг от друга. По-видимому, общепринятые представления о том, что электрический заряд частицы является физическим свойством, внутренне присущим частице, и что его характеристики (величина и знак) сохраняются в любых условиях, не соответствуют действительности.

В связи с тем, что в данной работе доказана возможность антигравитации, возникает вопрос: можно ли наблюдать явление антигравитации на опыте? Ответ содержится в работах [14,21] В. Н. Толчина, который не только наблюдал это явление много лет назад, но и на его основе разработал особого рода двигатели — инерциоиды и неоднократно демонстрировал их работу.

Осознание того, что существует обширный класс криволинейных движений частиц по инерции и что эти движения являются истинной причиной гравитации [6-8] и могут приводить к антигравитации, открывает принципиально новые пути развития науки и техники. Как отмечает В. А. Меньшиков [22,23], видный исследователь в области космической прикладной механики и специалист по разработке и применению космической техники, в настоящее время традиционные технические решения, лежащие в основе существующих ныне двигательных установок, во многом исчерпали свои потенциальные возможности, и дальнейший существенный прогресс в этой области возможен лишь на пути «создания двигателей без выброса реактивной массы». «Поскольку в основе двигательных систем без выброса реактивной массы лежит взаимодействие гравитационных полей, то есть возможность изменения их параметров и **открываются широчайшие перспективы по использованию созданных на этих принципах различных устройств**» ([23], с.315). По словам В. Меньшикова ([23], 2007-й год), исследования в этом направлении тормозятся из-за отсутствия надежного теоретического обоснования явления движения без выброса реактивной массы. Подчеркнем, что строгая теория указанного явления представлена в работах [6-8] и в данной работе.

Главные преимущества антигравитационных (АГ) двигателей перед двигателями, работающими на реактивной тяге, состоят в том, что 1) АГ двигатели требуют минимальных энергетических затрат, поскольку в них используется криволинейное движение по инерции, и 2) АГ двигатели являются экологически чистыми вследствие того, что для их работы не требуется наличия запасов топлива.

Литература:

1. *Уиттекер Э.* История теории эфира и электричества. Классические теории. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. — 512 с.

2. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т 1. Современная наука о природе. Законы механики. — М.: Мир, 1967.
3. *Хайкин С. Э.* Физические основы механики. — М.: Физматгиз, 1963.
4. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т.1. Механика. Молекулярная физика. — М.: Наука, 1982.
5. *Жилин П. А.* Реальность и механика. // Труды XXIII летней школы «Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем». — СПб., 1996. — С. 6–49; Актуальные проблемы механики. Т.1. — СПб., 2006. — С. 54–90.
6. *Олейник В. П., Прокофьев В. П.* Вращательная инерция и ее физические следствия. Что такое гравитация? // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2008. — Т.8. — №2(30). — С. 23–56.
7. *Олейник В. П.* Новый подход к проблеме движения: ускоренные движения по инерции // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2009. — Т.9. — №3(35). — С.24–56.
8. *Олейник В. П.* О физической природе гравитации. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2010. — Т.10. — №3(39). — С. 24–55.
9. *Арепьев Ю. Д., Олейник В. П.* Траектории ускоренного (криволинейного) движения классической частицы по инерции // Вестник МАЭН. — Вып. 7. —Барнаул: ООО «Статика», 2010. — С. 13–20.
10. *Олейник В. П.* Ускоренные движения по инерции: гравитация и аномальные явления // Биоинформационные и энергоинформационные технологии развития человека. / Под ред. Д. Н. Жданова. Т. 1. — Барнаул: ООО «Статика», 2009. —— С. 9–16.
11. *Олейник В. П.* Гравитация — проявление ускоренного движения тел по инерции. Физический смысл гравитационной постоянной. // Биоинформационные и энергоинформационные технологии развития человека («БЭИТ-2010»): доклады XIII международного научного конгресса / Под ред. Д. Н. Жданова. —Барнаул: ООО «Статика», 2010. — С. 10–18.
12. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии. — М., Наука, 1989.
13. *Хайкин С. Э.* Силы инерции и невесомость. — М., Наука, 1967.
14. *Толчин В. Н.* Основные начала механики в материалистическом понимании. — Пермь: Пермское изд-во, 1968.
15. *Эйнштейн А., Инфельд Л.* Эволюция физики. — М.: Молодая гвардия, 1966.
16. *Кудрявцев П. С.* Курс истории физики. — М.: Просвещение, 1982.
17. *Гегель Г.* Философия природы. Энциклопедия философских наук. Т. 2. — М., Мысль, 1975.
18. *Головнев А.* Конечная Вселенная. Кн. 1. Три тайны Вселенной: мироздание, жизнь, разум. — К.: Издательский дом Д. Бураго, 2002.
19. *Головнев А.* Конечная Вселенная. Кн. 2. Физика конечной Вселенной. Альтернативная физическая концепция. — К.: Издательский дом Д. Бураго, 2003.
20. *Лоренц Г. А.* Теории и модели эфира. — М.-Л.: Объединенное научно-техническое издательство НКТП СССР, 1936.
21. *Толчин В. Н.* Инерцоид. Силы инерции как источник поступательного движения. — Пермь: Пермское книжное изд-во, 1977.
22. *Меньшиков В. А. и др.* Движители без выброса реактивной массы: предпосылки и результаты. — М.: НИИ КС, 2003.
23. *Меньшиков В. А. и Дедков В. К.* Тайны тяготения. — М.: НИИ КС, 2007.

Статья поступила в редакцию 01.03.2011 г.

Oleinik V. P., Tretyak O. V.

The Problem of Inertia and Antigravity

The main aim of the present paper is to prove the possibility of the phenomenon of antigravity: as is shown by the example of plane curvilinear motion, the material bodies moving by inertia can repel each other. According to the criterion of antigravity obtained, the necessary condition for antigravity is the motion of a body by inertia along such a curvilinear trajectory on which the energy of the body is transferred from the rotational degree of freedom to the translational one. A control parameter is introduced with the change of which the character of particles motion changes: when the control parameter passes through some critical value, the force of attraction between particles is replaced by the repulsive force. Thus, the possibility to control the character of interaction between the particles of a physical system by redistributing the energy of the system between its degrees of freedom is unclosed.

It is shown that the extension of the Newtonian scheme of mechanics by taking into consideration a broad class of curvilinear motions by inertia demands the refinement of the standard notion of inertia of the material body. The concept of inertia property should reflect the presence of dialectically opposite components of motion, associated with conservation of two characteristics of body motion — momentum and kinetic energy representing, accordingly, the force and energy measures of motion, mutually supplementing each other. The inertia property of body is that any body opposes to changing both momentum and kinetic energy. The tendency of the body to the conservation of momentum leads to the uniform and rectilinear motion (i. e. to translational inertia), and the tendency to kinetic energy conservation — to the curvilinear (accelerated) motion by inertia. Both types of inertial motion have a general feature — they can continue unrestrictedly long.

The material bodies, moving along a curvilinear trajectory by inertia, are shown to generate electromagnetic field in environment. This field can be considered as a special physical medium which is created by bodies when they curvilinearly move by inertia and is capable to exert back action upon bodies.

The results of the investigation presented in this paper allow one to make a guess that electromagnetism, as well as gravitation, is not a special kind of interaction. Electromagnetism is the interaction of material particles with mass that are in such states of curvilinear motion by inertia in which energy is transferred from some degrees of freedom to others.

Keywords: property of inertia of body, curvilinear motion by inertia in the weak and strong meanings, antigravity, control of the character of interaction of bodies, incompleteness of the Newtonian scheme of mechanics, dialectical components of motion, gravity and electromagnetism as a consequence of the curvilinear motions of particles by inertia.