ТЕОРИЯ ПОЛЯ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

УДК 530.12; 530.16, 535.14, 537, 539.17

Олейник В. П.

ПРОБЛЕМА ДИРАКА, ЧАСТЬ 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ И КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ИНЕРЦИИ.

Приложение к модели атома и холодному синтезу ядер

Институт высоких технологий
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
ул. Владимирская, 64, Киев, 01601, Украина
e-mail: valoleinik@gmail.com

Как показывает анализ проблемы Дирака, трудности электродинамики коренятся в неполноте классической механики. Устранение неполноты механики путем включения в Ньютоновскую схему механики криволинейных движений классических частиц по инерции вызывает необходимость пересмотра некоторых принципиальных положений теории. Из условия устойчивости ускоренных движений частиц по инерции при переходе из одной инерциальной системы отсчета (ИСО) в другую следует, что масса классической частицы не является постоянной величиной. Величина массы зависит от скорости движения частицы, изменяясь при переходе из одной ИСО в другую. Это означает физическое неравноправие ИСО, движущихся друг относительно друга. Причиной неэквивалентности ИСО является особая физическая среда, порождаемая частицей, движущейся ускоренно по инерции. Энергия этой среды по-разному распределяется между вращательными и поступательными степенями свободы в движущихся друг относительно друга ИСО. Неэквивалентность ИСО может быть зарегистрирована на опыте. Система двух частиц, находящаяся в состоянии криволинейного движения по инерции, характеризуется тем, что ее приведенная масса зависит как от скорости относительного движения частиц, так и от скорости движения центра масс.

На частицы двухчастичной системы, совершающей криволинейное движение по инерции, действуют, помимо полей сил инерции $\vec{F}_i$, дополнительные поля $\vec{H}_i$ ($i = 1, 2$). Получены уравнения поля, порождаемого системой двух частиц, движущихся ускоренно по инерции, которые аналогичны уравнениям Максвелла для электромагнитного поля, порождаемого электрически заряженными частицами. На основании этой аналогии поля $\vec{F}_i$ и $\vec{H}_i$ естественно рассматривать как составляющие единого электромагнитного поля, создаваемого частицами, движущимися ускоренно по инерции, и называть их электрическим и магнитным полями. Классические частицы, движущиеся по криволинейной траектории по инерции, порождают индуцированные электрические и магнитные заряды. Индуцированный электрический заряд существенно отличается от электрического заряда, рассматриваемого в общепринятой формулировке электродинамики как неизменное внутреннее свойство классической частицы, присущее ей по самой природе вещей.

Построена качественно новая модель атома, в которой связанное состояние классических частиц обеспечивается не кулоновскими силами, а силами инерции, действующими на частицы в их ускоренном движении по инерции. В этой модели расщепление связанного состояния двух частиц происходит не в результате просачивания одной из частиц сквозь кулоновский потенциальный барьер, образуемый другой частицей, а путем перераспределения энергии системы между ее вращательными и поступательными степенями свободы и поэтому может происходить без энергетических затрат.

Механизм образования связанного состояния двух частиц, обусловленный криволинейным движением частиц по инерции, объясняет явление холодного синтеза ядер (ХСЯ), которое невозможно объяснить в рамках общепринятой теории из-за ее неполноты.

Исследования по проблеме Дирака, ввиду ее актуальности, не могут закончиться на данной работе. Исследования, теоретические и экспериментальные, только начинаются. Они приведут к радикальным изменениям во всех областях физической науки, дав мощный импульс развитию нашей цивилизации [1].

Ключевые слова: проблема Дирака, неэквивалентность движущихся друг относительно друга инерциальных систем отсчета, неполнота общепринятых схем механики и электродинамики, криволинейное движение по инерции, индуцированные электрический и магнитный заряды, качественно новая модель атома, объяснение явления холодного синтеза ядер.

1. Введение

Настоящая работа завершает цикл исследований [2, 3] по проблеме Дирака. Проведенные исследования подтверждают справедливость высказывания Дирака о том, что трудности электродинамики могут быть устранены лишь путем радикального изменения основ теории. Из анализа проблемы следует, что для ее решения нужно обратиться, прежде всего, к механике с целью найти в ней глубокие корни, истоки электромагнетизма.

Расширение механики путем включения криволинейных движений материальных тел по инерции [4-6] в Ньютоновскую схему позволило раскрыть физическую природу гравитации [7] и осознать, что, наряду с взаимным притяжением тел, возможно и отталкивание тел друг от друга — антигравитация [8-10]. Стало очевидным, что гравитация не является особым видом физических взаимодействий, существующих в природе; это одно из проявлений криволинейных движений тел по инерции.

Исследования по кулоновскому полю [11-13] показали, что закон Кулона не является фундаментальным физическим законом. Многие основополагающие физические понятия, используемые в Максвелловской схеме электродинамики, например, электрический заряд, электрическое и магнитное поля, внешнее поле, не определены с физической точки зрения. Указанные понятия представляют собой, по существу, элементы некоторой абстрактной математической схемы, предназначенной для описания электромагнитных явлений и процессов, но не способной объяснить физические механизмы, связывающие их между собой, из-за неопределенности исходных понятий.

Как показывают наши исследования [4-15], трудности теории можно устранить, лишь рассмотрев их с единой точки зрения — с точки зрения законов механики, проведя углубленный анализ криволинейных движений по инерции. На основе такого подхода в данной работе построены уравнения электромагнитного поля, обобщающие уравнения Максвелла. Их приложение к системе двух классических частиц, совершающих ускоренное движение по инерции, привело к предсказанию существования механизма образования атомов, состоящих из частиц, не обладающих электрическими зарядами.

Существование двухчастичных образований, в которых частицы связываются не кулоновскими силами, а силами инерции, возникающими при ускоренном движении частиц по инерции, позволяет объяснить холодный синтез ядер (ХСЯ) — синтез ядер при низких энергиях (температурах). Как известно, это явление наблюдалось многими исследователями в разных странах и считается ныне надежно установленным [16, 17], хотя его теории до сих пор не существует. Невозможность понять физическую природу ХСЯ на основе общепринятых представлений объясняется той же причиной, что и невозможность устранить трудности электродинамики, — неполнотой существующих физических теорий.

Исследования по проблеме Дирака позволили выявить одну из наиболее серьезных разновидностей неполноты физической теории. Она обусловлена тем, что в качестве исходных физических понятий принимают формальные, абстрактные элементы некоторой математической схемы, в которой физическое содержание используемых понятий и их связь между собой с физической точки зрения остаются неизвестными. На примере электродинамики и явления ХСЯ видно, что наличие такого рода неполноты физической теории может нанести огромный ущерб науке, надолго затормозив ее развитие.

Перечислим основные результаты, содержащиеся в последующих разделах работы.

В разделе 2 обсуждается необходимость пересмотра ряда принципиальных положений механики в связи с включением криволинейных движений по инерции в теоретическую схему. Вследствие изменения общепринятых представлений о движении частиц по инерции, некоторые положения теории следует уточнить, приведя их в соответствие с новым пониманием движения по инерции. К числу таких положений относятся утверждение о физической эквивалентности инерциальных систем отсчета (ИСО), движущихся друг относительно друга, и гипотеза о постоянстве массы классической частицы.

Следует учесть, что криволинейные движения по инерции играют в окружающем нас мире особую роль: они обеспечивают устойчивость состояний движения реальных физических систем. Устойчивость развития физической системы в пространстве и во времени не может, очевидно, измениться с изменением точки зрения наблюдателя, связанным с его переходом из одной ИСО в другую. Движение частиц, будучи ускоренным движением по инерции в одной ИСО S', должно оставаться движением по инерции с точки зрения наблюдателя, находящегося в любой другой ИСО S, движущейся относительно S'.

Как видно из анализа криволинейного движения классической частицы в движущихся друг относительно друга ИСО S' и S, упомянутое выше условие устойчивости состояний движения приводит с необходимостью к выводу, что масса частицы не может быть постоянной величиной. Она должна зависеть от скорости $\vec{V}_0$ относительного движения систем отсчета, т. е. должна изменяться при переходе из одной ИСО в другую при $\vec{V}_0 \neq 0$. В работе получена формула, связывающая между собой массы частицы в движущихся друг относительно друга ИСО, из которой видно, что масса m частицы, движущейся ускоренно по инерции, изменяется со временем: $m = m(t)$. Вследствие этого, величина массы частицы и других физических характеристик, зависящих от массы, зависит от выбора ИСО, т. е. **движущиеся друг относительно друга ИСО оказываются физически неравноправными**.

Причиной неравноправия ИСО является индуцированная криволинейной инерцией среда (ИКИ-среда [14]) — особая физическая среда, порождаемая в окружающем пространстве ускоренно движущейся по инерции частицей. Физические свойства ИКИ-среды непрерывно изменяются со временем ввиду того, что интегралом движения частицы с переменной массой является не кинетическая энергия частицы, а сумма кинетической энергии и энергии среды, порождаемой частицей. Поэтому свойства ИКИ-среды зависят от выбора ИСО: в различных системах отсчета энергия среды по-разному распределяется между вращательными и поступательными степенями свободы. **Явление неэквивалентности движущихся друг относительно друга ИСО является физическим эффектом, который можно зарегистрировать опытным путем**. Измеряя разность масс Δm частицы, движущейся ускоренно в двух различных ИСО, можно определить скорость V_0 относительного движения систем отсчета.

Раздел 3 посвящен криволинейной инерции двух частиц с переменной массой в ИСО, движущихся друг относительно друга. Здесь получено общее соотношение, выражающее приведенную массу системы частиц через скорость относительного движения частиц и скорость центра масс системы. Как видно из этого соотношения, массы частиц двухчастичной системы, совершающей ускоренное движение по инерции, изменяются со временем, если скорость относительного движения частиц является функцией времени. Отметим характерную особенность системы двух частиц: величина ее приведенной массы зависит не только от относительного движения частиц, но и от движения центра масс системы.

Как показано в этом разделе, работу dA, совершаемую силами инерции над частицами в некоторой ИСО S, можно представить в виде суммы двух компонент: $dA = dA_\mu + dA_m$. Величины dA_μ и dA_m представляют собой работу, совершаемую силами инерции над частицами, соответственно, при относительном движении частиц и при движении центра масс системы. Первая из указанных величин зависит от приведенной массы μ частиц и от скорости относительного движения частиц, а вторая — от полной массы m системы и от скорости движения центра масс. Если в ИСО S и S', движущихся друг относительно друга, частицы движутся ускоренно по инерции, то имеют место равенства: $dA = dA_\mu + dA_m = 0$ и $dA' = dA'_{\mu'} + dA'_{m'} = 0$, где штрихованные величины относятся к системе отсчета S'. Неэквивалентность систем отсчета S и S' состоит в том, что $\mu \neq \mu'$, $dA_\mu \neq dA'_{\mu'}$. Последнее из приведенных неравенств означает, что с точки зрения наблюдателей, находящихся в S и S', энергия частиц рассматриваемой системы по-разному распределена между степенями свободы, относящимися к относительному движению частиц и к движению центра масс.

В разделе 4 получены уравнения поля, генерируемого двумя классическими частицами, находящимися в состоянии криволинейной инерции. Согласно полученным результатам, уравнения поля, порождаемого системой двух частиц, движущихся ускоренно по инерции, совпадают по внешнему виду с уравнениями поля, порождаемого одной частицей [3]. Различие между указанными уравнениями состоит лишь в том, что в уравнения поля от одной частицы входит вектор скорости движения частицы, а в уравнения поля от двух частиц вместо скорости одной частицы входит скорость относительного движения частиц.

Выведенные в работе уравнения поля аналогичны уравнениям Максвелла для электромагнитного поля, порождаемого электрически заряженными частицами. Из результатов проведенного анализа следует, что на частицы двухчастичной системы, находящейся в состоянии криволинейной инерции, действуют дополнительные поля $\vec{H}_i$, помимо полей сил инерции $\vec{F}_i$, $i = 1, 2$. Из сравнения уравнений, которым подчиняются поля $\vec{F}_i$ и $\vec{H}_i$, с уравнениями для электрического и магнитного полей, входящих в уравнения Максвелла, видна близкая аналогия между ними. На основании этой аналогии естественно называть поля $\vec{F}_i$ и $\vec{H}_i$ электрическими и магнитными полями и рассматривать их как компоненты единого электромагнитного поля, порождаемого системой двух частиц, движущихся ускоренно по инерции.

В разделе 5 дано приложение общей теории к частной модели двух классических частиц, движущихся ускоренно по инерции. Рассмотрено плоское криволинейное движение по инерции частиц, каждая из которых находится в двухдипольном состоянии.

Как отмечалось выше, уравнения поля, порождаемого двумя классическими частицами, имеют близкое сходство с уравнениями поля от одной частицы. Поэтому можно воспользоваться решением уравнений поля, полученным и исследованным в работе [3] (в этом решении необходимо лишь переопределить некоторые параметры в связи с переходом к двухчастичной задаче от задачи с одной частицей). Как видно из анализа этого решения, поведение частиц в рассматриваемой двухчастичной системе таково же, как и поведение одной частицы: каждая из частиц двухчастичной системы, находящейся в состоянии криволинейной инерции, индуцирует электрический и магнитный заряды. Но индуцированные заряды изменяются со временем, как и в случае одной частицы, и не локализованы на порождающих их частицах, а «размазаны» по области пространства, в которой совершается движение частиц. Таким образом, индуцированный электрический заряд существенно отличаются от электрических зарядов, которыми наделяет частицы общепринятая теория. Укоренившиеся представления об электрическом заряде как о неизменном внутреннем свойстве классических частиц, присущем им по самой природе вещей, не имеют ничего общего с реальностью. Становится понятным, почему, согласно Дираку, основные уравнения электродинамики неверны.

Следует подчеркнуть, что обсуждаемое здесь решение уравнений поля описывает связанное состояние двух классических частиц, не имеющих электрических зарядов. Это значит, что **в настоящей работе, на основании уравнений поля, генерируемого системой двух частиц, совершающих криволинейное движение по инерции, построена качественно новая модель атома**. Напомним, что, согласно общепринятым представлениям, атом представляет собой совокупность электрически заряженных частиц, связанных между собой кулоновскими силами. Считается, что потенциальные ямы и барьеры, создаваемые электрически заряженными частицами, ответственны за образование связанных состояний частиц. Так, в простейшем атоме — атоме водорода электрон располагается на одном из уровней энергии в потенциальной яме, создаваемой протоном. Устойчивость атома связывают с тем, что имеется потенциальный барьер, препятствующий переходу электрона в свободное состояние. Если электрону сообщить энергию, достаточную для преодоления барьера, произойдет распад атома, связанный с переходом электрона из связанного состояния в свободное.

В новой модели атома связанное состояние двух частиц образуется не вследствие взаимного притяжения частиц, обусловленного электрическими зарядами противоположных знаков, локализованных на частицах, а вследствие криволинейного движения частиц по инерции. Принципиальное отличие нового механизма образования связанного состояния двух частиц от общепринятого состоит в следующем. По существу, общепринятый механизм основан на действии внешних полей. В самом деле, согласно стандартным представлениям, частица, обладающая электрическим зарядом, создает кулоновское поле, которое рассматривается как внешнее поле, действующее на другую частицу в каждой выделенной паре частиц. Притяжение между частицами возникает при условии, что заряды частиц имеют противоположные знаки. Новый же механизм образования атома имеет чисто кинематический характер. Он возникает не из-за действия внешних сил, а в результате ускоренного движения частиц по инерции. Взаимное притяжение частиц является результатом действия сил инерции, а не кулоновских сил.

Подчеркнем, что общепринятые представления об электрических зарядах и кулоновском поле, порождаемом зарядами, возникло из макроопыта. Эксперименты, подтверждающие закон Кулона, относятся к макроскопическим телам. Перенесение этих представлений в область микроявлений без должного обоснования и построение на этой основе электродинамики является незаконным шагом, который, по существу, и является одной из причин нынешних трудностей электродинамики. Отметим работы [11-13], в которых показано, что вид закона действия силы между частицами существенно зависит от состояния относительного движения частиц, от состояния движения центра масс двухчастичной системы, а также от процессов перекачки энергии из одних степеней свободы системы в другие. Эти результаты свидетельствуют о том, что кулоновский закон не является фундаментальным физическим законом, он имеет явно феноменологический характер. С другой стороны, они указывают на то, что физические поля, создаваемые отдельными частицами, нельзя рассматривать как внешние поля. Заметим, что хотя понятие внешнего поля используется в литературе весьма широко, критерий его применимости до сих пор не установлен.

Важно уяснить, что предсказанный в работе механизм образования связанного состояния двух частиц не связан с потенциальными ямами. Распад связанного двухчастичного состояния происходит не вследствие просачивания одной из частиц сквозь барьер, образуемый другой частицей, а вследствие перераспределения энергии частиц между степенями свободы, отвечающими за относительное движение частиц и за движение центра масс системы. Управляя процессами перекачки энергии между указанными степенями свободы атома, можно, очевидно, как увеличить, так и уменьшить связь между частицами атома.

Существование механизма образования атома, не связанного с электрическими зарядами и с действием кулоновского поля, подсказывает, что этот же механизм лежит в основе холодного синтеза ядер (ХСЯ) — явления, которое до сих пор не объяснено в рамках общепринятых представлений, несмотря на то, что его существование надежно установлено многочисленными экспериментальными исследованиями [16-19]. Как разъясняется в разделе 5, **ХСЯ относится к числу физических явлений, которые невозможно объяснить на основе существующей теории из-за ее неполноты**.

В заключительном разделе формулируются основные выводы работы.

2. Классическая частица с переменной массой в состоянии криволинейной инерции в движущихся друг относительно друга ИСО

В Ньютоновской схеме механики предполагается, что:

1) существует единственный вид движения по инерции, определяемый законом инерции Галилея;
2) выполняется принцип относительности Галилея, утверждающий, что движущиеся друг относительно друга инерциальные системы отсчета (ИСО) физически равноправны, и
3) масса классической точечной частицы не изменяется со временем.

Расширение механики путем включения в ее схему криволинейных движений классических частиц по инерции приводит к необходимости пересмотра и уточнения ряда принципиальных положений теории. К числу таких положений относятся принцип относительности и гипотеза о постоянстве массы классической частицы.

Действительно, как показано в [4, 5], если в инерциальной системе отсчета S классическая частица с массой m, $m = const$, совершает криволинейное движение по инерции, то с точки зрения наблюдателя, находящегося в любой другой ИСО S', движущейся относительно S, движение частицы не является криволинейным движением по инерции. Иными словами, переход из ИСО S, в которой движение частицы происходит без каких-либо энергетических затрат, в движущуюся относительно исходной систему отсчета S' приводит к радикальному изменению точки зрения наблюдателя. Наблюдатель, находящийся в системе отсчета S' (S'-наблюдатель), утверждает, вопреки точке зрения S-наблюдателя, что движение частицы происходит с энергетическими потерями. Это значит, что в расширенной схеме механики, учитывающей ускоренные движения частиц по инерции, ИСО S и S' перестают быть физически равноправными.

Следует подчеркнуть, что понятие движения, рассматриваемого в качестве неизменного атрибута материи, является первичным и, значит, фундаментальным, основополагающим. Углубленное исследование движений, и в особенности криволинейных движений по инерции, позволяет раскрыть более полно физическое содержание многих вторичных понятий, служащих для описания движения материальных тел. С изменением представлений о движении по инерции неизбежны уточнения, дополнения и обобщения ряда физических понятий и, в частности, понятия массы тела (частицы). Описание поведения физической системы, адекватное природе, можно получить, лишь уточнив эти понятия, приведя их в соответствие с новым пониманием движения по инерции.

В формулировку механики нужно внести, в частности, такие изменения, которые исключают возможность радикального изменения точки зрения наблюдателя на состояние движения исследуемой физической системы при переходе наблюдателя из одной системы отсчета в другую. Нельзя допустить, чтобы движение системы, совершаемое в одной ИСО без энергетических затрат, воспринималось в другой ИСО как движение, в котором над системой совершается работа. Для решения этой задачи следует выяснить, прежде всего, как изменяются физические свойства классических частиц, совершающих криволинейные движения по инерции, при переходе из одной ИСО в другую. Это позволит установить те особенности явления криволинейного движения по инерции, которые обусловливают физическую неэквивалентность движущихся друг относительно друга ИСО.

Мы исходим из представления о том, что среди различных видов движений материальных частиц особую роль в физических процессах играют движения, происходящие в отсутствие затрат энергии, поскольку такие движения обеспечивают устойчивость развития системы частиц. Поэтому естественно полагать, что любая реальная физическая система представляет собой совокупность классических частиц, находящихся в данной фиксированной ИСО в состояниях криволинейного движения по инерции. Очевидно, что должно выполняться следующее условие: при переходе из исходной ИСО S' в ИСО S, движущуюся относительно S', движение частиц тела остается криволинейным движением по инерции (хотя, возможно, и несколько измененным по сравнению с движением частиц по инерции в системе отсчета S'). Указанное условие обеспечивает сохранение устойчивого состояния движения тела с точек зрения наблюдателей, находящихся в произвольных ИСО.

Чтобы уточнить физическое содержание явления криволинейного движения по инерции и раскрыть физический механизм, приводящий к неравноправию движущихся друг относительно друга ИСО, рассмотрим, прежде всего, криволинейное движение по инерции одной классической частицы. В качестве необходимого ограничения, налагаемого на движение частицы, потребуем, чтобы при переходе из одной ИСО в другую движение частицы оставалось ускоренным движением по инерции. Следует подчеркнуть, что это условие имеет принципиальное значение: оно выражает собой требование устойчивости криволинейного движения по инерции в произвольных ИСО.

Рассмотрим криволинейное движение по инерции классической частицы A в движущихся друг относительно друга инерциальных системах отсчета S и S' с началами координат в точках O и O', соответственно. Через $\vec{r}$ и $\vec{r}'$ обозначим радиус-векторы частицы в указанных системах отсчета. Связь между ними дается равенством

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}_0, \quad \vec{R}_0 = \vec{V}_0 t, \tag{1}$$

где $\vec{R}_0$ — радиус-вектор точки O' относительно точки O, $\vec{V}_0 = \dot{\vec{R}}_0 = const$ — скорость системы отсчета O' относительно системы отсчета O (см. Рис.1).

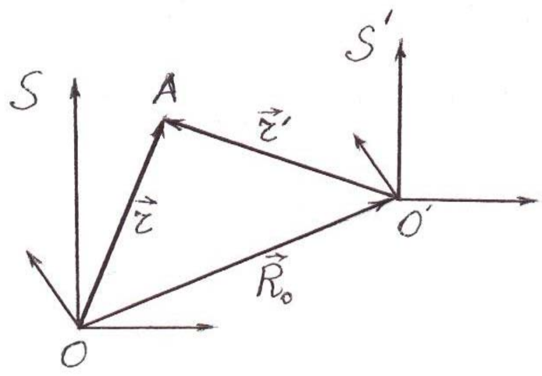

Рис. 1. Классическая частица A в инерциальных системах отсчета S и S' с началами координат в точках O и O', $\vec{r}$ и $\vec{r}'$ — радиус-векторы частицы, $\overline{OO'} = \vec{R}_0$.

Пусть частица находится в состоянии криволинейного движения по инерции в системе отсчета S', причем центр вихря частицы совпадает с точкой O'. Импульс частицы в системе отсчета S' составляет: $\vec{p}' = m'\vec{v}'$, где $m' = m'(t)$ и $\vec{v}' = \dot{\vec{r}}'$ — масса и скорость частицы. Частица испытывает действие силы инерции $\vec{F}' = d\vec{p}'/dt$. Согласно условию криволинейного движения частицы по инерции, на каждом участке траектории $d\vec{r}'$, $d\vec{r}' = \vec{v}'dt$, работа dA' силы инерции $\vec{F}'$ над частицей равна нулю:

$$dA' = \vec{F}'\vec{v}'dt = v'd(m'v') = 0\,, \tag{2}$$

где $v' = |\vec{v}'|$. В соответствии с результатами работы [14], условие (2) дает:

$$p' = m'v' \equiv p_0' = const. \tag{3}$$

Последнее равенство определяет массу частицы в системе отсчета S':

$$m' = p_0'/v'. \tag{4}$$

Действующую на частицу силу инерции $\vec{F}'$ можно записать в следующем виде:

$$\vec{F}' = d\vec{p}'/dt = p_0' d\vec{e}_{\vec{v}'}/dt = p_0'\dot{\vec{e}}_{\vec{v}'}\,, \tag{5}$$

где $\vec{e}_{\vec{v}'} = \vec{v}'/v'$ — орт вектора скорости $\vec{v}'$.

Рассмотрим теперь движение частицы с точки зрения наблюдателя, находящегося в системе отсчета S. С точки зрения S-наблюдателя состояние движения частицы будет устойчивым при условии, что частица движется ускоренно по инерции на каждом участке траектории $d\vec{r}$, $d\vec{r} = \vec{v}dt$, т. е. выполняется условие

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = \vec{F}\vec{v}dt = 0, \tag{6}$$

где $\vec{F} = d\vec{p}/dt$, $\vec{p} = m\vec{v}$, $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$; m и $\vec{F}$ — масса частицы и сила инерции, действующая на частицу, в системе отсчета S. В силу (1) выполняется правило сложения скоростей

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}_0\,. \tag{7}$$

Поэтому условие (6) дает: $mv = m|\vec{v}' + \vec{V}_0| \equiv p_0 = const$. Последнее равенство определяет массу частицы в системе отсчета S:

$$m = p_0/|\vec{v}' + \vec{V}_0|\,. \tag{8}$$

Поскольку при $\vec{V}_0 = 0$ система отсчета S' совпадает с системой отсчета S, т. е. $m' = m$, $\vec{v}' = \vec{v}$, то из соотношений (4) и (8) следует, что должно выполняться равенство: $p_0' = p_0$. Следовательно, массы m и m' частицы с точек зрения S- и S'-наблюдателей связаны между собой соотношением:

$$m = m'v'/|\vec{v}' + \vec{V}_0|\,, \quad m' = p_0/v'\,. \tag{9}$$

Силу инерции $\vec{F}$, действующую на частицу в системе отсчета S, можно представить в виде:

$$\vec{F} = p_0\dot{\vec{e}}_{\vec{v}}\,, \tag{10}$$

где $\vec{e}_{\vec{v}} = (\vec{v}' + \vec{V}_0) / |\vec{v}' + \vec{V}_0|$ — орт вектора скорости $\vec{v}$.

Отметим, что формула (9) подтверждает, как и должно быть, вывод [4,5], который упоминался в начале раздела. В самом деле, если масса частицы остается неизменной в системах отсчета S и S' (т. е. $m = m'$), то, как легко показать, используя (9), условия движения по инерции (2) и (6) не могут выполниться одновременно на каждом участке траектории частицы при произвольной скорости $\vec{V}_0$ относительного движения систем отсчета S и S'.

В линейном по $\vec{V}_0$ приближении ($V_0 << v'$) величины $\vec{e}_{\vec{v}}$ и m можно записать в виде:

$$\vec{e}_{\vec{v}} = \frac{\vec{v}'}{v'} + \frac{1}{v'}\left(\vec{V}_0 - \frac{\vec{v}'(\vec{v}'\vec{V}_0)}{v'^2}\right) = \vec{e}_{\vec{v}'}(1 - \vec{e}_{\vec{v}'}\vec{D}_{v'}) + \vec{D}_{v'}, \quad \vec{e}_{\vec{v}'} = \frac{\vec{v}'}{v'}, \quad \vec{D}_{v'} = \frac{\vec{V}_0}{v'}. \quad (11)$$

$$m = m'\left(1 - \vec{e}_{\vec{v}'}\vec{D}_{v'}\right), \quad \Delta m \equiv m - m' = -m'\vec{v}'\vec{V}_0 / \vec{v}'^2. \quad (12)$$

Как видно из соотношений (9)-(12), действующая на частицу сила инерции и масса частицы в системе отсчета S зависят от скорости $\vec{V}_0$ относительного движения систем отсчета S' и S. Величина Δm представляют собой изменение массы частицы при переходе наблюдателя из системы отсчета S' в S.

Следует подчеркнуть, что речь идет о поведении одной и той же частицы, которая рассматривается с точек зрения наблюдателей, находящихся в различных ИСО. Физическое содержание условий (2) и (6) движения по инерции состоит в том, что с точки зрения как S'-наблюдателя, так и S-наблюдателя действующие на частицу силы инерции $\vec{F}'$ и $\vec{F}$ не совершают работы над частицей. Значит, в каждой из рассматриваемых нами систем отсчета частица движется без принуждения, не расходуя собственной энергии, т. е. движется свободно, по инерции. Состояние движения частицы остается устойчивым независимо от выбора ИСО.

Однако масса частицы, совершающей криволинейное движение по инерции в ИСО, не является, вообще говоря, постоянной величиной; вид функциональной зависимости массы частицы от времени зависит от выбора ИСО. Действительно, если в системе отсчета S' частица движется ускоренно по инерции в сильном смысле, то модуль ее скорости оказывается постоянной величиной ($v' = const$), и поэтому, согласно формуле (4), масса частицы не изменяется со временем ($m' = const$). В системе же отсчета S, вследствие того, что $\vec{v}' \neq const$, $\vec{V}_0 = const$, величина $v = \left|\vec{v}' + \vec{V}_0\right|$ изменяется со временем, и поэтому масса частицы, согласно (9), становится функцией времени: $m = m(t)$. Вследствие этого, в системе отсчета S все физические характеристики частицы, зависящие от массы частицы, например, действующая на частицу сила инерции, становятся функциями времени. Как видим, физические свойства частицы, находящейся в состоянии криволинейного движения по инерции, зависят от выбора ИСО, в которой описывается движение частицы. Это означает, что движущиеся друг относительно друга ИСО физически не эквивалентны.

Изложенное выше позволяет сформулировать следующий принципиальный вывод. Требование, чтобы криволинейное движение частицы по инерции, происходящее в некоторой ИСО S', оставалось ускоренным движением по инерции в любой другой ИСО S, может быть выполнено лишь при условии, что масса частицы изменяется со временем. Указанное требование определяет функциональную зависимость массы частицы от времени. Устранение неполноты механики путем включения криволинейных движений по инерции в теоретическую схему приводит, таким образом, к тому, что масса классической частицы, вообще говоря, перестает быть интегралом движения. Изменение массы частицы со временем означает, что принцип относительности не выполняется.

Рассмотрим более подробно зависимость физических характеристик частицы от вида криволинейного движения по инерции, совершаемого частицей. Это позволит выявить физический механизм неэквивалентности ИСО.

Если в системе отсчета S' частица находится в состоянии вращательной инерции [4], то радиус-вектор частицы выражается формулой: $\vec{r}' = r'\vec{e}'_{r'}$, где $\vec{e}'_{r'} = (\cos\phi', \sin\phi')$, r' и $\phi' = \omega' t$ — полярные координаты радиус-вектора $\vec{r}'$, $r' = const$, $\omega' = const$, $\vec{e}'_{r'}$ — орт радиус-вектора.

Приведем физические характеристики частицы в системе отсчета S' (вектор скорости $\vec{v}' = \dot{\vec{r}}'$, массу m', импульс $\vec{p}' = m'\vec{v}'$, кинетическую энергию $T' = m'v'^2/2$, силу инерции $\vec{F}' = d\vec{p}'/dt$ и момент импульса относительно центра вихря $\vec{L}' = [\vec{r}', \vec{p}']$):

$$\begin{gathered} \vec{v}' = v'\vec{e}_{v'}, \quad v' = r'\omega' = const, \quad \vec{e}_{v'} = (-\sin\phi', \cos\phi'), \quad m' = p_0/v', \quad p_0 = m'v' = const, \\ T' = p_0 v'/2, \quad \vec{p}' = p_0\vec{e}_{v'}, \quad \vec{F}' = p_0\omega'[\vec{e}_z, \vec{e}_{v'}] = -m'\omega'^2 r'\vec{e}'_{r'}, \quad \vec{L}' = m'\omega' r'^2\vec{e}_z = L'\vec{e}_z. \end{gathered} \tag{13}$$

Выше при получении формулы для силы инерции было учтено, что $\vec{e}_{v'} = (\cos\phi_{v'}, \sin\phi_{v'})$, $\phi_{v'} = \phi' + \pi/2$, $\dot{\vec{e}}_{v'} = \omega'(-\sin\phi_{v'}, \cos\phi_{v'}) = \omega'[\vec{e}_z, \vec{e}_{v'}] = -\omega'\vec{e}'_{r'}$. Учитывая, что вращательную компоненту $\vec{v}'_{\phi'}$ вектора скорости можно представить в виде $\vec{v}'_{\phi'} = \vec{v}' = [\vec{\omega}', \vec{r}']$, $\vec{\omega}' = \omega'\vec{e}_z$, вращательную компоненту элемента работы можно записать следующим образом:

$$dA'_{\phi'} = \vec{F}'\vec{v}'_{\phi'}dt = \omega'\dot{L}'dt. \tag{14}$$

В силу (13) $\vec{L}' = const$. Значит, согласно (14), $dA'_{\phi'} = 0$. В силу (2) в рассматриваемой задаче вращательная ($dA'_{\phi'}$) и поступательная ($dA'_{r'}$) компоненты работы dA' обращаются в нуль, т. е. с точки зрения S' – наблюдателя отсутствует перераспределение энергии между степенями свободы частицы. Частица движется ускоренно по инерции в сильном смысле. Ввиду того, что $r' = const$, $v' = const$, масса и кинетическая энергия частицы постоянны и траекторией движения является окружность (см. (13)).

Как отмечалось выше, поскольку $\vec{v}' = \vec{v}'(t)$ (см. (13)), скорость частицы $\vec{v}$ в системе отсчета S изменяется со временем. Согласно (7), модуль скорости изменяется в интервале $(|v' - V_0|, v' + V_0)$. Вычислим физические характеристики частицы в системе отсчета S. Если положить $\vec{V}_0 = V_0\vec{e}_0$, $\vec{e}_0 = (\cos\phi_0, \sin\phi_0)$, то величины $r = |\vec{r}|$, $v = |\vec{v}|$ и масса частицы m даются формулами:

$$\begin{gathered} r = r'\sqrt{1 + 2\frac{V_0 t}{r'}\cos(\phi' - \phi_0) + \left(\frac{V_0 t}{r'}\right)^2}, \quad v = v'\sqrt{1 - 2\frac{V_0}{v'}\sin(\phi' - \phi_0) + \left(\frac{V_0}{v'}\right)^2}, \\ m = \frac{p_0}{v} = \frac{m'}{\sqrt{1 - 2\frac{V_0}{v'}\sin(\phi' - \phi_0) + \left(\frac{V_0}{v'}\right)^2}}. \end{gathered} \tag{15}$$

Согласно формулам (15), скорость частицы достигает наименьшего значения $v_{\min} = v'\left|1 - V_0/v'\right|$ при $\phi' - \phi_0 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ и наибольшего значения $v_{\max} = v'\left(1 + V_0/v'\right)$ при $\phi' - \phi_0 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$. Соответственно этому, масса частицы m изменяется в интервале $\left(m'/(1 + V_0/v'), m'/\left|1 - V_0/v'\right|\right)$. При выполнении условия $\vec{v}' + \vec{V}_0 = 0$ в системе отсчета S возникает точка поворота частицы: в этой точке скорость частицы обращается в нуль, а масса частицы становится бесконечно большой ($v = 0$, $m = \infty$). Отметим также, что, в силу (7), если $v' = const$, то в линейном по V_0 приближении имеют место соотношения: $\dot{v} \sim V_0$, $\dot{m} \sim V_0$.

Приведем формулы для импульса и кинетической энергии частицы:

$$\vec{p} = p_0\vec{e}_v, \quad \vec{e}_v = \frac{\vec{v}' + \vec{V}_0}{\left|\vec{v}' + \vec{V}_0\right|}, \quad T = \frac{p_0^2}{2m} = \frac{p_0}{2}v. \tag{16}$$

Согласно (16), модуль импульса частицы сохраняется: $|\vec{p}| = p_0 = const$. Кинетическая энергия T пропорциональна скорости частицы. Кинетическая энергия принимает наибольшее значение $T_{\max}$, $T_{\max} = p_0(v' + V_0)/2$, в момент времени, отвечающий минимуму массы частицы, а в точке поворота обращается в нуль.

Силу инерции $\vec{F}$ вычислим по формуле (10), где орт $\vec{e}_v$ — орт вектора скорости. Используя обозначения

$$\vec{v} = v\vec{e}_v, \quad \vec{e}_v = (\cos\phi_v, \sin\phi_v), \quad \vec{v}' = v'\vec{e}_{v'}, \quad \vec{e}_{v'} = (\cos\phi_{v'}, \sin\phi_{v'}),$$
$$\vec{V}_0 = V_0\vec{e}_0, \quad \vec{e}_0 = (\cos\phi_0, \sin\phi_0), \tag{17}$$

с помощью правила сложения скоростей (7) получаем соотношения:

$$\cos\phi_v = \frac{1}{v}\left(v'\cos\phi_{v'} + V_0\cos\phi_0\right), \quad \sin\phi_v = \frac{1}{v}\left(v'\sin\phi_{v'} + V_0\sin\phi_0\right),$$
$$v^2 = v'^2 + 2v'V_0\cos(\phi_{v'} - \phi_0) + V_0^2. \tag{18}$$

Вычисляя производную по времени от обеих частей равенства $tg\phi_v = \dfrac{v'\sin\phi_{v'} + V_0\sin\phi_0}{v'\cos\phi_{v'} + V_0\cos\phi_0}$, вытекающего из (18), после несложных преобразований получаем:

$$\dot{\phi}_v \frac{v^2}{(v'\cos\phi_{v'} + V_0\cos\phi_0)^2} = \frac{d}{dt}\frac{v'\sin\phi_{v'} + V_0\sin\phi_0}{v'\cos\phi_{v'} + V_0\cos\phi_0}.$$

Отсюда

$$\dot{\phi}_v = \frac{\dot{\phi}_{v'}v'(v' + V_0\cos(\phi_{v'} - \phi_0)) + V_0\dot{v}'\sin(\phi_{v'} - \phi_0)}{v^2}. \tag{19}$$

Очевидно, что производную по времени орта вектора скорости $\vec{v}$ можно записать в виде:

$$\dot{\vec{e}}_v = \dot{\phi}_v(-\sin\phi_v, \cos\phi_v) = \omega_v[\vec{e}_z, \vec{e}_v], \quad \omega_v = \dot{\phi}_v. \tag{20}$$

Приведем выражение для разности сил инерции, действующих на частицу в системах отсчета S и S':

$$\vec{F} - \vec{F}' \equiv \Delta\vec{F}, \quad \Delta\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v} - m'\vec{v}') = \frac{d}{dt}(\Delta m\vec{v}') + \dot{m}\vec{V}_0, \quad \Delta m = m - m'. \tag{21}$$

Как видно из (21), действующая на частицу сила инерции не зависит от выбора ИСО, т. е. $\vec{F} = \vec{F}'$, лишь при условии, что $\Delta m = 0, \quad \dot{m} = 0$. Если эти условия не выполняются, силы инерции $\vec{F}$ и $\vec{F}'$ отличаются друг от друга на величину $\Delta\vec{F}$, зависящую от $\vec{V}_0$. Если в системе отсчета S' частица находится в состоянии вращательной инерции, то в V_0-приближении формула (21) дает:

$$\Delta\vec{F} = p_0(V_0/r')\left(-\sin(2\phi' - \phi_0), \ \cos(2\phi' - \phi_0)\right).$$

Полагая $\vec{r} = (x, y) = r\vec{e}_r, \quad \vec{e}_r = (\cos\phi_r, \sin\phi_r), \quad \vec{r}' = r'\vec{e}_{r'}, \quad \vec{e}_{r'} = (\cos\phi', \sin\phi'), \quad \vec{R}_0 = V_0 t\vec{e}_0$, $\vec{e}_0 = (\cos\phi_0, \sin\phi_0)$, вычислим угловую скорость $\dot{\phi}_r \equiv \omega_r$ и сравним полученное выражение с угловой скоростью $\dot{\phi}_v \equiv \omega_v$ (19). Используя (1), имеем:

$$x = r\cos\phi_r = r'\cos\phi' + V_0 t\cos\phi_0, \quad y = r\sin\phi_r = r'\sin\phi' + V_0 t\sin\phi_0,$$

$$tg\phi_r = \frac{y}{x}, \quad \frac{d}{dt}tg\phi_r = \dot{\phi}_r\frac{r^2}{x^2} = \frac{\dot{y}x - y\dot{x}}{x^2} \quad \to \quad \omega_r = \frac{1}{r^2}(\dot{y}x - y\dot{x}), \quad \omega_r = \dot{\phi}_r.$$

С помощью последних формул выводим:

$$\dot{\phi}_r = \frac{1}{r^2}\left(V_0(\dot{r}'t - r')\sin(\phi' - \phi_0) + r'\dot{\phi}'(r' + V_0 t\cos(\phi' - \phi_0))\right),$$
$$r^2 = r'^2 + 2r'V_0 t\cos(\phi' - \phi_0) + (V_0 t)^2. \tag{22}$$

Если в системе S' частица движется по инерции по окружности, т. е. $r' = const, \ v' = const$, то $\dot{\phi}' = \dot{\phi}_{v'} = \omega'$ (см. (13)). Но в системе отсчета S, согласно (19) и (22),

$$\dot{\phi}_v = \left(\omega'v'/v^2\right)\left(v' + V_0\cos(\phi_{v'} - \phi_0)\right), \quad \phi_{v'} = \phi' + \pi/2,$$

$$\dot{\phi}_r = \left(1/r^2\right)\left(-V_0 r'\sin(\phi' - \phi_0) + r'\omega'(r' + V_0 t\cos(\phi' - \phi_0))\right).$$

Как видим, в системе отсчета S угловые скорости, связанные с движением вектора скорости и радиус-вектора, заметно отличаются друг от друга. В линейном приближении по V_0 получаем:

$$\dot{\phi}_v - \dot{\phi}_r = \omega'(V_0/v')f(\phi'), \quad f(\phi') = 2\sin(\phi' - \phi_0) + \phi'\cos(\phi' - \phi_0), \quad \phi' = \omega' t.$$

Приведем физические характеристики частицы в системе отсчета S в линейном по V_0 приближении (считаем, что $\omega' t \le 1$):

$$
\begin{aligned}
& v = v'\left(1 + (V_0 / v')\cos(\phi_{v'} - \phi_0)\right), \quad m = m'\left(1 - (V_0 / v')\cos(\phi_{v'} - \phi_0)\right), \quad T = p_0 v / 2, \\
& r = r'\left(1 + (V_0 t / r')\cos(\phi' - \phi_0)\right), \quad \dot{r} = V_0\left(\cos(\phi' - \phi_0) - \omega' t \sin(\phi' - \phi_0)\right), \\
& \omega_v = \omega'\left(1 - \frac{V_0}{v'}\cos(\phi_{v'} - \phi_0)\right), \quad \omega_r = \omega'\left(1 - \frac{V_0 t}{r'}\cos(\phi' - \phi_0)\right) - \frac{V_0}{r'}\sin(\phi' - \phi_0), \qquad (23) \\
& F_r = -p_0\omega_v\omega_r r / v = -p_0\omega'\left(1 - (V_0 / v')\cos(\phi_{v'} - \phi_0)\right), \\
& F_\phi = p_0\omega_v \dot{r} / v = p_0\omega'(V_0 / v')[\sin(\phi_{v'} - \phi_0) + \omega' t\cos(\phi_{v'} - \phi_0)], \quad F = \sqrt{F_r^2 + F_\phi^2} = p_0\left|\omega_v\right|, \\
& dA_\phi / dt = F_\phi r\dot{\phi}_r = v' F_\phi = p_0\omega' V_0[\sin(\phi_{v'} - \phi_0) + \omega' t\cos(\phi_{v'} - \phi_0)].
\end{aligned}
$$

Выше F_r и F_ϕ — компоненты силы инерции $\vec{F}$: $\vec{F} = F_r\vec{e}_r + F_\phi\vec{e}_\phi$, $\vec{e}_r$ и $\vec{e}_\phi$ — орты полярных координат радиус-вектора $\vec{r}$. Отметим, что с точностью до членов порядка V_0 выполняется равенство $v^2 = \dot{r}^2 + r^2\omega_r^2$, представляющее собой условие непротиворечивости соотношений (23) в линейном по V_0 приближении. Согласно (23),

$$F = v'\omega' m, \text{ т. е. } F = v'\omega' m(t) \equiv F(t). \qquad (24)$$

Значит, при изменении массы m частицы со временем в некотором интервале шириной Δm модуль силы инерции F изменяется в интервале шириной $\Delta F = v'\omega'\Delta m$.

Криволинейное движение по инерции частицы в системе отсчета S представляет собой наложение двух движений — ускоренного движения по инерции частицы с неподвижным центром вихря частицы в системе отсчета S' и поступательного движения центра вихря с постоянной скоростью. Как следует из формул (23), масса частицы, движущейся ускоренно по инерции, не остается неизменной при переходе от одной ИСО к другой. Согласно (21), если бы масса частицы не зависела от выбора ИСО, сила инерции, действующая на частицу, оставалась бы неизменной. Масса частицы m и сила инерции $\vec{F}$ зависят от скорости $\vec{V}_0$ движения инерциальных систем отсчета друг относительно друга, причем указанная зависимость возникает уже в линейном приближении по $\vec{V}_0$. Это указывает на физическую неэквивалентность ИСО.

Неэквивалентность ИСО обусловлена тем, что частица, движущаяся ускоренно по инерции, порождает в окружающем пространстве особую физическую среду — ИКИ-среду [14], причем ИКИ-среды, порождаемые частицей в различных ИСО, существенно отличаются друг от друга по своим физическим свойствам. Указанные различия обусловлены тем, что криволинейное движение частицы по инерции сопровождается непрерывным перераспределением энергии частицы между ее поступательными и вращательными степенями свободы. Этот процесс, хотя он и происходит без энергетических потерь частицы, характеризуется тем, что он протекает по-разному в различных ИСО. Так, в рассмотренном выше примере работа силы инерции в системе отсчета S' обращается в нуль вместе с ее вращательной и поступательной компонентами ($dA' = 0, \quad dA'_{\phi'} = -dA'_{r'} = 0$, см. (2) и (14)). Это значит, что в системе отсчета S' отсутствует перераспределение энергии между степенями свободы частицы. Однако в системе отсчета S, как видно из соотношений (6) и (23), $dA = 0, \quad dA_\phi = -dA_r \ne 0$, т. е. происходит перераспределение энергии между степенями свободы, причем характер перераспределения зависит от физических характеристик частицы.

В механике Ньютона предполагается, что масса частицы не изменяется при переходе из одной ИСО в другую. Поэтому действующая на частицу сила инерции остается неизменной во всех ИСО ($F = const$, см. (24)). Это обстоятельство приводит к физическому равноправию ИСО.

Согласно последней из формул (23), в системе отсчета S непрерывно происходит перекачка энергии из поступательной степени свободы во вращательную и в обратном направлении. При этом условие движения по инерции выполняется, т. е. действующая на частицу сила инерции работы не совершает как в ИСО S, так и в S'. Следует подчеркнуть, что в рассматриваемом примере частица находится в состоянии сильной инерции в системе отсчета S' и в состоянии слабой инерции в системе отсчета S (в S происходит перекачка энергии из одних степеней свободы в другие). Траекториями движения частицы в системах отсчета S' и S являются, соответственно, окружность и незамкнутая кривая — циклоида.

Отметим, что при переходе из ИСО S' в ИСО S масса частицы m' изменяется, принимая, в соответствии с формулой (9), значение m, $m = m(t)$. На графике, изображающем зависимость массы частицы от времени, движению частицы в системе отсчета S' отвечает прямая линия $m = m' = const$, а движениям частицы в системах отсчета S отвечает несчетное множество кривых $m = m(t)$, лежащих в окрестности указанной выше прямой. Совокупность криволинейных движений частицы по инерции, отвечающих системам отсчета S, образует, таким образом, множество меры континуум. Это множество тех состояний движения по инерции, которые ответственны за перераспределение энергии частицы по степеням свободы и, значит, за изменение массы частицы со временем.

Работу dA (6) в ИСО S представим в виде суммы приращения кинетической энергии частицы dT и энергии кванта ИКИ-среды $d\tilde{T}$ [14]:

$$dA = dT + d\tilde{T}, \quad T = m\frac{\vec{v}^2}{2} \equiv T(\vec{v}), \quad d\tilde{T} = dm\frac{\vec{v}^2}{2}. \tag{25}$$

Если модуль скорости частицы, движущейся ускоренно по инерции, изменяется в интервале $(v_{\min}, v_{\max})$, то в силу равенства $m = p_0 / v$ масса частицы изменяется в интервале $(m_{\min}, m_{\max})$, причем $m_{\substack{\min\\ \max}} = p_0 / v_{\substack{\max\\ \min}}$. Обозначим через $\tilde{T} = \tilde{T}(m)$ решение последнего из уравнений (25), подчиняющееся условию: $\tilde{T}(m_{\min}) = 0$. Указанное решение имеет вид:

$$\tilde{T}(m) = \frac{1}{2}\int_{m_{\min}}^{m} v^2 dm = -\frac{p_0^2}{2m} + \frac{p_0^2}{2m_{\min}} = -\frac{p_0}{2}(v - v_m), \tag{26}$$

где $v = p_0 / m$, $v_m = v_{\max}$. Из условия ускоренного движения по инерции $dA = 0$, где величина dA дается первой из формул (25), выводим: $d\tilde{T} = -dT$, $\tilde{T} = -T(\vec{v}) + C$, $C = const$. Из сравнения последнего выражения с (26) получается следующее значение постоянной C: $C = p_0 v_m / 2 \equiv T_m$. Величина $\tilde{T} = \tilde{T}(m)$ имеет следующий физический смысл: это энергия ИКИ-среды, порождаемой частицей массы m, движущейся ускоренно по инерции.

Выпишем корпускулярные характеристики кванта ИКИ-среды в системе отсчета S: $\vec{v}dm$ — импульс, $d\tilde{T} = (\vec{v}^2/2)dm$ — кинетическая энергия, $d\vec{l}_{собст} = dm[\vec{r}'\vec{v}]$ и $d\vec{l}_{орб} = dm[\vec{R}_0\vec{v}]$ — собственный и орбитальный моменты импульса, $d\vec{l} = d\vec{l}_{собст} + d\vec{l}_{орб} = dm[\vec{r}\vec{v}]$ — полный момент импульса относительно начала координат. Сохраняющимися величинами в случае ускоренного движения по инерции классической частицы в системе отсчета S являются величины $|\vec{p}| = mv$ и $T + \tilde{T}$, где $\tilde{T} = -T(v) + T_m$.

Как видно из полученных результатов, физической причиной неэквивалентности движущихся друг относительно друга ИСО является порождение классической частицей, движущейся ускоренно по инерции, ИКИ-среды, физические свойства которой изменяются при переходе из одной системы отсчета в другую. Различие между ИКИ-средами в различных ИСО заключается в том, что энергия этих сред по-разному распределяется по степеням свободы. Распределение энергии ИКИ-среды по степеням свободы зависит от величины и взаимной ориентации векторов скорости движения частицы $\vec{v}$ и скорости относительного движения инерциальных систем отсчета $\vec{V}_0$.

Масса частицы, движущейся ускоренно по инерции в фиксированной ИСО, может, таким образом, изменяться со временем. При переходе из одной ИСО в другую может изменяться как величина массы, так и функциональная зависимость массы от времени. Следует подчеркнуть, что ограничения, накладываемые в Ньютоновской схеме механики на движение частицы по инерции и на массу частицы, не имеют физического обоснования и поэтому их использование незаконно. Как показано в [14], классическая точечная частица, освобожденная от указанных выше ограничений, превращается в открытую самоорганизующуюся физическую систему.

Предсказанное здесь явление неэквивалентности движущихся друг относительно друга ИСО является физическим эффектом, который можно зарегистрировать опытным путем. Речь идет о следующем. Пусть наблюдатель, находящийся в ИСО S, рассчитав физические характеристики частицы, движущейся в этой системе отсчета ускоренно по инерции, сравнивает их с теми, какие получает экспериментатор, наблюдающий за движением частицы в той же самой системе отсчета. Естественно, обнаружится полное совпадение предсказанных результатов с данными, которые получит экспериментатор. С другой стороны, S-наблюдатель, пересчитав имеющиеся в его распоряжении характеристики частицы из системы отсчета S в движущуюся относительно нее ИСО S', обнаружит, что картины движения частицы в системах отсчета S и S' несколько отличаются друг от друга. Имеется, в частности, различие в массах частицы m и m' в этих системах отсчета: $m - m' \equiv \Delta m \neq 0$. Согласно (12), величина Δm пропорциональна скорости V_0 относительного движения систем отсчета S и S'. Значит, по величине разности масс частицы Δm можно определить величину скорости V_0 и тем самым доказать, что системы отсчета S и S' не являются физически эквивалентными. Очевидно, что если бы экспериментатор, находящийся в системе отсчета S', измерил характеристики частицы, его данные полностью совпали бы с теми, какие получил S-наблюдатель, пересчитав в систему отсчета S' характеристики частицы, относящиеся к системе отсчета S.

3. Криволинейное движение по инерции системы двух классических частиц с переменной массой в движущихся друг относительно друга ИСО

В предыдущем разделе рассмотрено явление физической неэквивалентности движущихся друг относительно друга ИСО на примере ускоренного движения по инерции одной классической частицы. Обобщим эти результаты на случай системы двух классических частиц, движущихся ускоренно по инерции. Нас интересует, как приведенная и полная массы двух частиц, а также сила взаимодействия между ними зависят от скорости движения ИСО друг относительно друга. Полученные результаты нам потребуются для получения уравнений электромагнитного поля, которое порождается системой двух частиц, движущихся ускоренно по инерции.

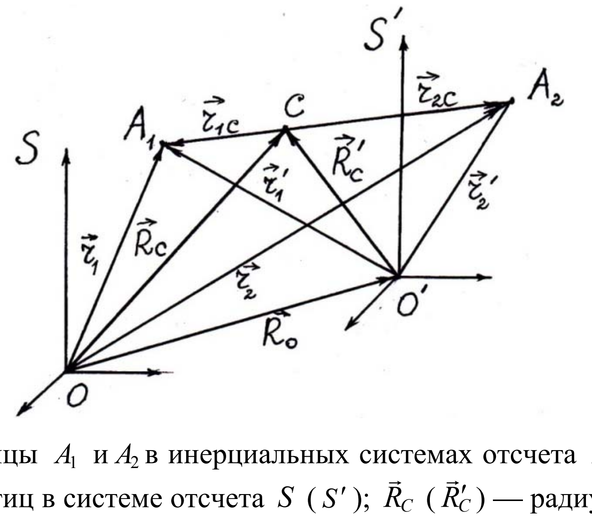

Рис. 2. Классические частицы A_1 и A_2 в инерциальных системах отсчета S и S'; $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ ($\vec{r}_1{}'$ и $\vec{r}_2{}'$) — радиус-векторы частиц в системе отсчета S (S'); $\vec{R}_C$ ($\vec{R}_C'$) — радиус-вектор центра масс C системы двух частиц в системе отсчета S (S'); $\vec{r}_{1C}$ и $\vec{r}_{2C}$ — радиус-векторы частиц в системе центра масс S_C; $\vec{r}_{1C} - \vec{r}_{2C} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_1{}' - \vec{r}_2{}' \equiv \vec{R}$ — радиус-вектор частицы A_1 относительно частицы A_2.

Рассмотрим систему двух классических частиц A_1 и A_2 с массами, зависящими от времени, в ИСО S и S' с началами координат в точках O и O', $\overline{OO'} = \vec{R}_0$, $\dot{\vec{R}}_0 = \vec{V}_0 = const$ — скорость, с которой система отсчета S' перемещается относительно S (см. Рис.2). Обозначим через $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ радиус-векторы частиц, а через m_1 и m_2 массы частиц в системе отсчета S. Приведем формулы для радиус-вектора центра масс $\vec{R}_C$ рассматриваемой системы двух частиц, а также для векторов импульса и силы инерции (в этой же системе отсчета):

$$\vec{R}_C = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}, \quad \vec{p}_i = m_i\dot{\vec{r}}_i, \quad \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt}, \quad i = 1,2, \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{d\vec{P}}{dt}, \quad \vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2. \qquad (27)$$

Здесь $\vec{F}$ — результирующая сила инерции, действующая на частицы; $\vec{P}$ — результирующий импульс рассматриваемой системы двух частиц. Величины $\vec{R}_C$ и $\dot{\vec{R}}_C$ удобно представить в следующей форме:

$$\vec{R}_C = \frac{\beta\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{\beta + 1}, \quad \dot{\vec{R}}_C = \dot{\vec{R}}_{0C} + \frac{\dot{\beta}\vec{R}}{(\beta+1)^2}, \qquad (28)$$

где использованы обозначения:

$$\beta = m_1/m_2, \quad \dot{\vec{R}}_{0C} = \frac{\beta\dot{\vec{r}}_1 + \dot{\vec{r}}_2}{\beta + 1}, \quad \vec{R} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2. \qquad (29)$$

Физические характеристики частиц в ИСО S' определяем аналогичным образом. Радиус-векторы и массы частиц в этой системе отсчета обозначим, соответственно, через $\vec{r}_1{}', \vec{r}_2{}'$ и m_1', m_2'. Радиус-векторы частиц $\vec{r}_i$ и $\vec{r}_i{}'$ связаны между собой равенством

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i{}' + \vec{R}_0, \quad i = 1,2. \qquad (30)$$

В условиях, когда массы частиц изменяются со временем, положение центра масс системы частиц может зависеть от выбора системы отсчета. В самом деле, радиус-вектор центра масс рассматриваемой нами системы двух частиц в системе отсчета S' дается формулой (ср. с выражением для $\vec{R}_C$ (28); считаем, что центры масс в системах отсчета S и S' находятся в точках C и C', соответственно)

$$\vec{R}'_{C'} = \frac{\beta'\vec{r}_1{}' + \vec{r}_2{}'}{\beta' + 1}, \quad \beta' = m_1'/m_2'. \qquad (31)$$

С другой стороны, используя соотношение (30), выражение для радиус-вектора $\vec{R}_C$ (28) можно записать в следующей форме:

$$\vec{R}_C = \vec{R}_0 + \vec{R}'_C, \quad \vec{R}'_C = \frac{m_1\vec{r}_1{}' + m_2\vec{r}_2{}'}{m_1 + m_2} = \frac{\beta\vec{r}_1{}' + \vec{r}_2{}'}{\beta + 1}. \qquad (32)$$

Из сравнения последнего выражения с первым из равенств (31) видно, что $\vec{R}_C - \vec{R}_0 \neq \vec{R}'_{C'}$ при $\beta' \neq \beta$. Это значит, что с точки зрения S- и S'-наблюдателей центры масс системы двух частиц занимают разные положения в пространстве ($C' \neq C$). Центры масс C и C' рассматриваемой системы двух частиц совпадают, таким образом, только при $\beta' = \beta$. Далее для простоты мы ограничимся рассмотрением только этого случая, т. е. будем полагать, что $C' = C$ и выполняются равенства:

$$m_1/m_2 = m_1'/m_2' = \beta = const. \qquad (33)$$

Отметим, что в силу (33), несмотря на то, что массы частиц изменяются со временем, имеют место равенства (ср. с (27) и (28)):

$$\dot{\vec{R}}_C = \frac{\beta\dot{\vec{r}}_1 + \dot{\vec{r}}_2}{\beta + 1}, \quad m\dot{\vec{R}}_C = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{P}, \quad m = m_1 + m_2, \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\dot{\vec{R}}_C)}{dt} = \vec{F}. \qquad (34)$$

Приведем формулы для радиус-вектора центра масс, векторов импульса и силы инерции в системе отсчета S' (ср. с (27)):

$$\vec{R}'_C = \frac{\beta\vec{r}_1{}' + \vec{r}_2{}'}{\beta + 1}, \quad \vec{p}_i{}' = m_i'\dot{\vec{r}}_i{}', \quad \vec{F}_i{}' = \frac{d\vec{p}_i{}'}{dt}, \quad \vec{F}' = \vec{F}_1{}' + \vec{F}_2{}' = \frac{d\vec{P}'}{dt}, \quad \vec{P}' = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}', \quad i = 1,2. \qquad (35)$$

Введем в рассмотрение систему центра масс S_C. Радиус-векторы частиц в этой системе отсчета обозначим через $\vec{r}_{iC}$. Указанные векторы выразим через величины, относящиеся к ИСО S. Используя равенство

$$\vec{r}_i = \vec{R}_C + \vec{r}_{iC}, \tag{36}$$

а также формулу для $\vec{R}_C$ (27), находим:

$$\vec{r}_{1C} = \frac{\mu}{m_1}\vec{R}, \quad \vec{r}_{2C} = -\frac{\mu}{m_2}\vec{R}, \quad \vec{R} = \vec{r}_{1C} - \vec{r}_{2C} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \tag{37}$$

Так как в силу (33) величины μ / m_1 и μ / m_2 являются постоянными, то на основании (37) векторы импульса и силы инерции в системе отсчета S_C можно записать следующим образом):

$$\vec{p}_{iC} = m_i\dot{\vec{r}}_{iC}, \quad \vec{F}_{iC} = \frac{d\vec{p}_{iC}}{dt}, \quad i = 1,2, \quad \vec{p}_{1C} = \mu\dot{\vec{R}}, \quad \vec{p}_{2C} = -\mu\dot{\vec{R}}, \quad \vec{F}_{1C} = \frac{d(\mu\dot{\vec{R}})}{dt}, \quad \vec{F}_{2C} = -\vec{F}_{1C}. \tag{38}$$

В силу (38) результирующий импульс системы двух частиц в системе центра масс S_C с точек зрения S- и S'-наблюдателей равен нулю: $\vec{P}_C \equiv \vec{p}_{1C} + \vec{p}_{2C} = 0$. Поэтому результирующая сила инерции также обращается в нуль: $\vec{F}_C = \vec{F}_{1C} + \vec{F}_{2C} = 0$. Как следует из (37) и (33), имеет место равенство

$$\beta\vec{r}_{1C} + \vec{r}_{2C} = 0, \tag{39}$$

которое означает, что начало координат системы центра масс S_C совпадает с центром масс C двух частиц. Запишем условие криволинейной инерции рассматриваемой двухчастичной системы в системе отсчета S_C. Используя (37) и (38), получаем (см. соотношения (2) и (6)):

$$dA_C \equiv \vec{F}_{1C}d\vec{r}_{1C} + \vec{F}_{2C}d\vec{r}_{2C} = Vd(\mu V) = \vec{F}_\mu d\vec{R} = 0, \tag{40}$$

где $V = |\vec{V}|$, $\vec{V} = \dot{\vec{R}}$, $\vec{F}_\mu = \vec{F}_{1C} = d(\mu\vec{V}) / dt$ — сила инерции, действующая на частицу A_1 в системе отсчета S_C (см. (38)). Приведенное условие дает:

$$\mu V \equiv p_0 = const, \quad \vec{F}_\mu = p_0 d\vec{e}_{\vec{V}} / dt, \quad \vec{e}_{\vec{V}} = \vec{V} / V, \tag{41}$$

где величина p_0 имеет смысл модуля импульса относительного движения частиц. Учитывая (33) и (41), получаем следующие равенства:

$$m_1 = \beta_1\mu, \quad m_2 = \beta_2\mu, \quad m \equiv m_1 + m_2 = \beta_m\mu, \quad \mu = p_0 / V, \tag{42}$$

где $\beta_1 = 1+\beta$, $\beta_2 = (1+\beta)/\beta$, $\beta_m = \beta_1 + \beta_2 = \beta_1\beta_2 = (1+\beta)^2/\beta$. Соотношения (41) и (42) позволяют вычислить приведенную массу μ двух частиц и с ее помощью определить массы частиц m_1 и m_2 и действующие на частицы силы инерции $\pm\vec{F}_\mu$ в системе центра масс S_C. Как видно из (42), массы частиц двухчастичной системы, находящейся в состоянии криволинейной инерции, изменяются со временем при условии, что скорость относительного движения частиц $|\vec{V}|$ зависит от времени.

Выражение для работы dA_C (40), совершаемой силами инерции над частицами при их движении по инерции, можно представить в несколько иной форме, позволяющей уточнить физическое содержание явления криволинейной инерции системы двух частиц:

$$dA_C = \sum_i \vec{F}_{iC} d\vec{r}_{iC} = \sum_i \frac{1}{2m_i}\frac{d}{dt}(m_i\dot{\vec{r}}_{iC})^2 dt = dT_C + T_{1C}dt, \tag{43}$$

где $T_C = \sum_i m_i(\dot{\vec{r}}_{iC})^2/2$, $T_{1C} = \sum_i \dot{m}_i(\dot{\vec{r}}_{iC})^2/2$. Простая выкладка с использованием равенств (37) приводит к следующим соотношениям:

$$T_C = \mu\dot{\vec{R}}^2/2, \quad T_{1C} = \dot{\mu}\dot{\vec{R}}^2/2. \tag{44}$$

Условие $dA_C = 0$ дает (полагаем, что $\mu\dot{\vec{R}}^2 \neq 0$):

$$\frac{dT_C}{dt} + T_{1C} = 0 \quad \to \quad \dot{\mu}\dot{\vec{R}}^2 + \frac{\mu}{2}\frac{d}{dt}\dot{\vec{R}}^2 = 0 \quad \to \quad \frac{d}{dt}\ln(\mu V) = 0 \quad \to \quad \mu V = const.$$

Последняя формула совпадает, как и должно быть, с первым из равенств (41).

Как видно из (43), условие движения по инерции $dA_C = 0$ совпадает с требованием, чтобы полная кинетическая энергия T_C частиц сохранялась, лишь в случае частиц с постоянной массой. При ускоренном движении по инерции величина T_C изменяется со временем по закону: $dT_C / dt = -T_{1C}$. Из (44) следует равенство

$$T_{1C} dt = d\mu(\vec{V}^2 / 2) \equiv d\tilde{T}_C, \tag{45}$$

где величину $\tilde{T}_C$ можно интерпретировать как энергию ИКИ-среды, порождаемой системой двух частиц с приведенной массой μ, находящихся в состоянии ускоренного движения по инерции в системе центра масс S_C. Из условия движения по инерции $dA_C = 0$ вытекает закон сохранения энергии: $T_C + \tilde{T}_C = const$, согласно которому движение двухчастичной системы по инерции происходит таким образом, что приращение dT_C полной кинетической энергии частиц компенсируется изменением $d\tilde{T}_C$ энергии ИКИ-среды, порождаемой частицами. Следует подчеркнуть, что в системе центра масс S_C движение двух частиц по инерции происходит аналогично движению одной частицы, масса которой совпадает с приведенной массой μ (см. предыдущий раздел). Отметим также, что система центра масс не является, вообще говоря, инерциальной системой отсчета.

Используя полярные координаты R, ϕ_R радиус-вектора $\vec{R}$, $\vec{R} = R\vec{e}_R$, и обозначая через V_R и $V_{\phi R}$ поступательную (радиальную) и вращательную компоненты вектора $\vec{V}$, $\vec{V} = V_R \vec{e}_R + V_{\phi R} \vec{e}_{\phi R}$, $V_R = \dot{R}$, $V_{\phi R} = R\dot{\phi}_R$, $\vec{e}_R = (\cos\phi_R, \sin\phi_R)$, $\vec{e}_{\phi R} = (-\sin\phi_R, \cos\phi_R)$, величину dA_C (40) можно представить в виде разложения:

$$dA_C = dA_{CR} + dA_{C\phi R}, \tag{46}$$

где $dA_{C\alpha} = \vec{F}_{1C} d\vec{r}_{1C\alpha} + \vec{F}_{2C} d\vec{r}_{2C\alpha}$, $\alpha = R, \phi_R$, dA_{CR} и $dA_{C\phi R}$ — поступательная и вращательная компоненты работы dA_C. Учитывая, что в соответствии с равенствами (37) и (38) $d\vec{r}_{1C\phi R} = \dfrac{\mu}{m_1} \vec{V}_{\phi R} dt$, $d\vec{r}_{2C\phi R} = -\dfrac{\mu}{m_2} \vec{V}_{\phi R} dt$, $\vec{V}_{\phi R} = [\vec{\omega}_R \vec{R}]$, $\vec{\omega}_R = \dot{\phi}_R \vec{e}_z$, в результате простых преобразований получаем:

$$\begin{aligned} dA_{CR} &= \frac{d(\mu\vec{V})}{dt} \dot{R}\vec{e}_R dt = \dot{\mu}\dot{R}^2 dt + \mu(\ddot{R} - R\dot{\phi}_R^2)\dot{R} dt, \\ dA_{C\phi R} &= \frac{d(\mu\vec{V})}{dt} [\vec{\omega}_R \vec{R}] dt = \left(\vec{\omega}_R \frac{d\vec{L}}{dt}\right) dt = \dot{\phi}_R \dot{L} dt, \quad \vec{L} = [\vec{R}, \mu\vec{V}] = L\vec{e}_z, \quad L = \mu R^2 \dot{\phi}_R. \end{aligned} \tag{47}$$

В силу (47) условие $dA_{C\phi R} = 0$ дает:

$$\vec{L} = const \neq 0. \tag{48}$$

Из условия криволинейной инерции (40), которое можно рассматривать, очевидно, как условие криволинейного движения по инерции частицы массой μ, описываемой радиус-вектором $\vec{R}$, следует соотношение, связывающее между собой вращательную и поступательную компоненты вектора силы инерции $\vec{F}_\mu$:

$$F_{\mu R} \dot{R} + F_{\mu\phi R} R\dot{\phi}_R = 0, \quad F_{\mu\phi R} = -\frac{\dot{R}}{R\dot{\phi}_R} F_{\mu R}, \quad F_{\mu R} = \dot{\mu}\dot{R} + \mu(\ddot{R} - R\dot{\phi}_R^2). \tag{49}$$

Исследуем теперь ускоренное движение по инерции в ИСО S. Условие движения по инерции выражается равенством

$$dA = \vec{F}_1 d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 d\vec{r}_2 = 0, \tag{50}$$

где в соответствии с (27), (34), (36)-(38)

$$\begin{aligned} &\vec{F}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt}, \quad \vec{p}_i = m_i \dot{\vec{r}}_i, \quad \vec{r}_i = \vec{R}_C + \vec{r}_{iC}, \quad (i = 1, 2), \quad \vec{r}_{1C} = \frac{\mu}{m_1}\vec{R}, \quad \vec{r}_{2C} = -\frac{\mu}{m_2}\vec{R}, \\ &\vec{F}_1 = \frac{d}{dt}(m_1 \vec{V}_C + \mu\vec{V}), \quad \vec{F}_2 = \frac{d}{dt}(m_2 \vec{V}_C - \mu\vec{V}), \quad \vec{V}_C = \dot{\vec{R}}_C, \quad \vec{V} = \dot{\vec{R}}. \end{aligned} \tag{51}$$

Согласно (51), в системе отсчета S импульс частицы состоит из двух компонент: $\vec{p}_i = m_i\dot{\vec{R}}_C + m_i\dot{\vec{r}}_{iC}$. Одна из них пропорциональна скорости движения центра масс $\vec{V}_C$, а вторая — скорости относительного движения частиц $\vec{V}$. Соответственно этому, силу инерции $\vec{F}_i$ также можно представить в виде суммы двух компонент:

$$\vec{F}_1 = (\beta_1/\beta_m)\vec{F}_m + \vec{F}_\mu, \quad \vec{F}_2 = (\beta_2/\beta_m)\vec{F}_m - \vec{F}_\mu, \quad \vec{F}_m = d(m\vec{V}_C)/dt, \quad \vec{F}_\mu = d(\mu\vec{V})/dt, \tag{52}$$

причем

$$\vec{F}_1 = +\vec{F}_\mu, \quad \vec{F}_2 = -\vec{F}_\mu \text{ при } \vec{V}_C = 0. \tag{53}$$

Как видно из (52), результирующая сила инерции дается формулой

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = d(m\vec{V}_C)/dt \equiv \vec{F}_m, \tag{54}$$

согласно которой сила инерции $\vec{F}_m$ определяется полной массой m системы частиц и скоростью $\vec{V}_C$ движения центра масс. Учитывая формулы (50) и (51), найдем:

$$\begin{aligned} dA &= (\vec{V}_C + \frac{\mu}{m_1}\vec{V})d\left(m_1\vec{V}_C + \mu\vec{V}\right) + (\vec{V}_C - \frac{\mu}{m_2}\vec{V})d\left(m_2\vec{V}_C - \mu\vec{V}\right) = \\ &= \vec{V}d(\mu\vec{V}) + \vec{V}_C d(m\vec{V}_C) = 0, \quad m = m_1 + m_2. \end{aligned} \tag{55}$$

Из сравнения величин dA (55) и dA_C (40) видно, что эти величины совпадают при $\vec{V}_C = 0$, т. е. при условии, что в системе отсчета S центр масс неподвижен. Согласно (53), при указанном условии действующие на частицы силы инерции $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны по величине и противоположны по направлению.

Выражение dA (55) можно представить в виде суммы двух компонент:

$$dA = dA_\mu + dA_m, \tag{56}$$

где

$$dA_\mu = \vec{V}d(\mu\vec{V}) = \vec{F}_\mu d\vec{R}, \quad dA_m = \vec{V}_C d(m\vec{V}_C) = \vec{F}_m d\vec{R}_C, \tag{57}$$

силы инерции $\vec{F}_\mu$ и $\vec{F}_m$ даются формулами (52). Компонента dA_μ представляет собой работу, совершаемую силами инерции над частицами при их относительном движении. Она зависит от приведенной массы μ системы двух частиц и от скорости $\vec{V}$ относительного движения частиц и совпадает с величиной dA_C (40). Вторая компонента работы, dA_m, зависит от полной массы m частиц и от скорости $\vec{V}_C$ движения центра масс C в системе отсчета S. Эта компонента имеет смысл работы, совершаемой силами инерции при перемещении центра масс системы, т. е. при перемещении в пространстве системы двух частиц как целого.

Как видно из (56) и (57), систему двух частиц с массами m_1 и m_2, находящуюся в состоянии криволинейной инерции, можно рассматривать как совокупность частиц с массами μ и m. Следует подчеркнуть, однако, что имеется качественное различие между упомянутыми выше частицами. Частица с массой μ (μ-частица) представляет собой совокупность двух точечных частиц, отделенных друг от друга расстоянием R и вращающихся вокруг центра масс. По существу, μ-частица является нелокальной системой, которая характеризуется линейным размером R и испытывает действие равных по величине и направленных противоположно сил инерции $\pm\vec{F}_\mu$ (см. (53)). Частица же с массой m (m-частица) представляет собой точечную частицу, которая в системе отсчета S перемещается, испытывая действие силы инерции $\vec{F}_m$. Отметим, что результирующая сила инерции, действующая на систему двух частиц, равна силе $\vec{F}_m$, а не сумме сил инерции $\vec{F}_\mu$ и $\vec{F}_m$ ((см. (54)). Это связано с тем, что силы инерции $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, действующие на частицы A_1 и A_2 (см. (52)), содержат компоненты $+\vec{F}_\mu$ и $-\vec{F}_\mu$, которые взаимно компенсируются в выражении для результирующей силы инерции.

Выражение для dA (56) удобно записать в следующей форме:

$$dA = \frac{1}{2\mu}d\left((\mu\vec{V})^2 + \frac{\mu}{m}(m\vec{V}_C)^2\right). \tag{58}$$

При выводе этого соотношения было учтено равенство $\mu/m = 1/\beta_m = const$ (см. (42)). Из условия $dA = 0$ выводим:

$$(\mu\vec{V})^2 + \mu m(\vec{V}_C)^2 \equiv P_0^2 = const. \tag{59}$$

С помощью последнего равенства вычисляем величины μ и $d(\mu V)/dt$:

$$\mu = P_0 / \sqrt{\vec{V}^2 + \beta_m(\vec{V}_C)^2}, \quad d(\mu V)/dt = -(V_C / V)d(mV_C)/dt = -(\vec{V}_C / V)d(m\vec{V}_C)/dt. \tag{60}$$

В соотношениях (58)-(60) величины $\mu\vec{V} \equiv \vec{p}_\mu$ и $m\vec{V}_C \equiv \vec{p}_m$ имеют смысл импульсов μ-частицы и m-частицы, соответственно, в системе отсчета S; равенство (59) дает связь между ними: $\vec{p}_\mu^2 + \vec{p}_m^2 / \beta_m = P_0^2$. Отметим характерную особенность системы двух частиц: как видно из (60), величина ее приведенной массы определяется не только относительным движением частиц, но и движением центра масс системы.

Нетрудно показать, что величину dA (50) можно представить в виде, аналогичном (43):

$$dA = \sum_i \vec{F}_i d\vec{r}_i = dT + T_1 dt = 0, \tag{61}$$

где

$$T = \sum_i m_i(\dot{\vec{r}}_i)^2 / 2, \quad T_1 = \sum_i \dot{m}_i(\dot{\vec{r}}_i)^2 / 2.$$

Несложные выкладки приводят к следующим соотношениям, обобщающим равенства (44):

$$T = \mu\dot{\vec{R}}^2 / 2 + m\dot{\vec{R}}_C^2 / 2, \quad T_1 = \dot{\mu}\dot{\vec{R}}^2 / 2 + \dot{m}\dot{\vec{R}}_C^2 / 2. \tag{62}$$

Используя равенства (62), уравнение (61) можно преобразовать к виду:

$$\frac{d}{dt}\ln\left[\mu\left(\vec{V}^2 + \beta_m\vec{V}_C^2\right)^{1/2}\right] = 0, \quad \vec{V} = \dot{\vec{R}}, \quad \vec{V}_C = \dot{\vec{R}}_C. \tag{63}$$

При выводе уравнения (63) мы считали, что $\mu\left(\vec{V}^2 + \beta_m\vec{V}_C^2\right)^{1/2} \neq 0$. Решение уравнения (63) имеет вид: $\mu\left(\vec{V}^2 + \beta_m\vec{V}_C^2\right)^{1/2} \equiv P_0 = const$. Это выражение согласуется, как и должно быть, с первой из формул (60).

Используя равенство $T_1 dt = \frac{1}{2}(V^2 + \beta_m V_C^2)d\mu \equiv d\tilde{T}$, аналогичное равенству (45), с помощью условия (61) движения по инерции получаем закон сохранения энергии в ИСО S: $T + \tilde{T} = const$, где T и $\tilde{T}$ — полная кинетическая энергия частиц и энергия ИКИ-среды, порождаемой частицами при их ускоренном движении по инерции.

Аналогичное исследование несложно провести и в системе отсчета S'. Условие криволинейного движения по инерции имеет вид (ср. с условием (50)):

$$dA' = \vec{F}_1' d\vec{r}_1' + \vec{F}_2' d\vec{r}_2' = 0, \tag{64}$$

где $\vec{r}_i'$ и $\vec{F}_i'$ — радиус-векторы частиц и действующие на частицы силы инерции в системе отсчета S'. Указанные величины определяются формулами, аналогичными (51). Приведем эти формулы:

$$\begin{gathered}\vec{F}_i' = \frac{d\vec{p}_i'}{dt}, \quad \vec{p}_i' = m_i'\dot{\vec{r}}_i', \quad \vec{r}_i' = \vec{R}_C' + \vec{r}_{iC}, \quad (i = 1,2), \quad \vec{r}_{1C} = \frac{\mu'}{m_1'}\vec{R}, \quad \vec{r}_{2C} = -\frac{\mu'}{m_2'}\vec{R}, \\ \vec{F}_1' = \frac{d}{dt}(m_1'\vec{V}_C' + \mu'\vec{V}), \quad \vec{F}_2' = \frac{d}{dt}(m_2'\vec{V}_C' - \mu'\vec{V}), \quad \vec{V}_C' = \dot{\vec{R}}_C', \quad \vec{V} = \dot{\vec{R}}.\end{gathered} \tag{65}$$

Здесь $\mu' = m_1'm_2' / (m_1' + m_2')$ — приведенная масса системы частиц и $\vec{R}_C'$ — радиус-вектор центра масс, определяемый первой из формул (35).

Окончательное выражение для условия криволинейного движения по инерции с точки зрения наблюдателя в системе отсчета S' имеет следующий вид, аналогичный (56):

$$dA' = dA_{\mu'}' + dA_{m'}', \quad dA_{\mu'}' = \vec{V}d(\mu'\vec{V}) = \vec{F}_{\mu'}' d\vec{R}, \quad dA_{m'}' = \vec{V}_C' d(m'\vec{V}_C') = \vec{F}_{m'}' d\vec{R}_C', \tag{66}$$

где

$$\vec{F}_{\mu'} = d(\mu'\vec{V})/dt \ \text{ и } \ \vec{F}'_{m'} = d(m'\vec{V}'_C)/dt \ — \tag{67}$$

силы инерции, действующие на частицы с массами μ' и $m' = m'_1 + m'_2$ (μ'- и m'-частицы в системе отсчета S' аналогичны μ- и m-частицам в системе отсчета S). Физический смысл составляющих работы $dA'_{\mu'}$ и $dA'_{m'}$ очевиден: первая дает работу, совершаемую силами инерции над частицами при их движении друг относительно друга в системе отсчета S', а вторая — работу, расходуемую силами инерции в указанной системе отсчета при перемещении системы частиц как целого. С помощью равенств (64)-(67) нетрудно получить соотношения, которые аналогичны (58)-(60) и имеют место в системе отсчета S'. Опуская промежуточные выкладки, приведем аналог формулы (59) и формулу для μ', которые потребуются в дальнейшем:

$$(\mu'\vec{V})^2 + \mu' m'(\vec{V}'_C)^2 \equiv P_0'^2, \quad \mu' = P'_0 / \sqrt{V^2 + \beta_m (\vec{V}'_C)^2}, \quad P'_0 = const. \tag{68}$$

Приведенные выше формулы для μ (60) и для μ' (68) определяют приведенную массу рассматриваемой нами системы частиц в ИСО S и S'. Чтобы получить соотношение, связывающее величины μ и μ', в формуле для μ (60) нужно использовать правило сложения скоростей $\vec{V}_C = \vec{V}_0 + \vec{V}'_C$, вытекающее из первого из соотношений (32). Учитывая это правило, находим:

$$\mu = P_0 / \sqrt{V^2 + \beta_m (\vec{V}_0 + \vec{V}'_C)^2}\,. \tag{69}$$

Поскольку при $\vec{V}_0 = 0$ система отсчета S' совпадает с S, т. е. $\mu' = \mu$, $m' = m$, то должно выполняться равенство: $P_0 = P'_0$. Исключая P_0 из (68) и (69), получаем искомую формулу, связывающую μ и μ':

$$\mu = \mu' \frac{\sqrt{\vec{V}^2 + \beta_m (\vec{V}'_C)^2}}{\sqrt{\vec{V}^2 + \beta_m (\vec{V}_0 + \vec{V}'_C)^2}}\,. \tag{70}$$

Формулы, связывающие полную массу системы и массы отдельных частиц в системе отсчета S с соответствующими им величинами в системе отсчета S', получаем с помощью равенств (33), (42) и (70):

$$m / m' = m_k / m'_k = \mu / \mu', \quad k = 1,2\,. \tag{71}$$

Используя формулы (52) и (67) для сил инерции, действующих на частицы с массами μ, m в ИСО S и с массами μ', m' в ИСО S', вычислим приращения, которые приобретают массы частиц и силы инерции при переходе из S' в S:

$$\begin{aligned} &\vec{F}_\mu - \vec{F}'_{\mu'} \equiv \Delta\vec{F}_\mu, \quad \Delta\vec{F}_\mu = \frac{d}{dt}(\Delta\mu\vec{V}), \quad \Delta\mu = \mu - \mu', \\ &\vec{F}_m - \vec{F}'_{m'} \equiv \Delta\vec{F}_m, \quad \Delta\vec{F}_m = \frac{d}{dt}(\Delta m \vec{V}'_C) + \dot{m}\vec{V}_0, \quad \Delta m = m - m'. \end{aligned} \tag{72}$$

Отметим, что величины $\Delta\vec{F}_\mu$ и $\Delta\vec{F}_m$ представляют собой поправки к силам инерции, обусловленные, соответственно, относительным движением частиц и движением центра масс системы двух частиц. Приведенные формулы совершенно аналогичны формулам (21), относящимся к одной частице. Из соотношений (72) следует, что если массы частиц не изменяются со временем, то при переходе из одной ИСО в другую силы инерции, действующие на частицы, сохраняются: $\Delta\vec{F}_\mu = 0$, $\Delta\vec{F}_m = 0$.

Если при криволинейном движении двухчастичной системы по инерции одновременно с равенством $dA = 0$ имеют место равенства $dA_\mu = 0$, $dA_m = 0$ (см. (56)), то такое состояние движения будем называть **криволинейной инерцией в сильном смысле**. В этом состоянии движения отсутствует перераспределение энергии между степенями свободы, отвечающими относительному движению частиц, и степенями свободы, связанными с движением системы частиц как целого. Если же $dA_\mu = -dA_m \neq 0$, то это значит, что движение системы частиц по инерции сопровождается перекачкой энергии из подсистемы, связанной с относительным движением частиц, в подсистему, относящуюся к движению центра масс системы частиц, и в обратном направлении; такое состояние движения будем называть **слабой криволинейной инерцией**. Очевидно, что состояния слабой криволинейной инерции можно отличать друг от друга по величине параметра $dA_{\mu} / dt \neq 0$, характеризующего величину перекачки энергии между указанными выше подсистемами.

Рассмотрим более подробно состояние криволинейного движения системы двух частиц по инерции в сильном смысле в системе отсчета S', предполагая, что в этой системе отсчета центр масс покоится, т. е. $\vec{V}'_C = 0$. В соответствии с соотношениями (66) и (67), поведение системы определяется следующими равенствами:

$$dA' = dA'_{\mu'} = \vec{V}d(\mu'\vec{V}) = 0, \quad \vec{F}_{\mu'} = d(\mu'\vec{V}) / dt, \quad \vec{F}'_{m'} = 0. \qquad (73)$$

С помощью приведенных выше равенств, а также соотношений (68), (71) и (42), получаем следующие физические характеристики рассматриваемой системы двух частиц в системе отсчета S' ($P'_0 = const$):

$$\mu' = P'_0 / V, \quad m' = \beta_m \mu', \quad m'_k = \beta_k \mu', \quad \vec{F}_{\mu'} = P'_0 d(\vec{e}_{\vec{V}}) / dt, \quad \vec{e}_{\vec{V}} = \vec{V} / V, \quad k = 1,2. \quad (74)$$

В силу (69) $\mu = P_0 / \sqrt{V^2 + \beta_m V_0^2}$. Так как при $\vec{V}_0 = 0$ системы отсчета S и S' совпадают, т. е. $\mu' = \mu, \quad m' = m$, то должно выполняться равенство: $P'_0 = P_0$. Учитывая также (42), получаем:

$$\mu' = P_0 / V, \quad \mu = \mu' V / \sqrt{V^2 + \beta_m V_0^2}, \quad m = \beta_m \mu. \qquad (75)$$

Используя (56) и (75), вычисляем:

$$dA_{\mu} = \vec{V}d(\mu\vec{V}) = -\beta_m V_0^2 d\mu, \quad dA_m = \vec{V}_C d(m\vec{V}_C) = \beta_m V_0^2 d\mu.$$

Значит, имеют место соотношения:

$$dA = 0, \quad dA_{\mu} = -dA_m = -\beta_m V_0^2 d\mu . \qquad (76)$$

Из сравнения (73) и (76) видно, что в системе отсчета S' имеет место частный случай криволинейной инерции в сильном смысле: центр масс системы покоится и, значит, отсутствует перераспределение энергии между степенями свободы, связанными с относительным движением частиц и движением центра масс. Но в системе отсчета S происходит движение по инерции в слабом смысле, так как в процессе движения системы энергия непрерывно перераспределяется между указанными выше степенями свободы. Согласно (72), приращения сил инерции составляют (при $\beta_m V_0^2 / V^2 << 1$):

$$\Delta\vec{F}_{\mu} = \frac{d}{dt}(\Delta\mu\vec{V}), \quad \Delta\vec{F}_m = \dot{m}\vec{V}_0, \quad \Delta\mu = -\mu'\frac{\beta_m V_0^2}{2V^2}, \quad \dot{m} = -\beta_m \mu' \frac{\dot{V}}{V}. \qquad (77)$$

Исследование показывает, что справедлив следующий общий результат: если в ИСО S' система двух частиц находится в состоянии криволинейного движения по инерции в сильном смысле, то с точки зрения любой другой ИСО S, движущейся относительно системы отсчета S', частицы движутся ускоренно по инерции в слабом смысле. Это значит, что с точки зрения S-наблюдателя в рассматриваемой системе двух частиц происходит перераспределение энергии между степенями свободы, связанными с относительным движением частиц, и степенями свободы, связанными с движением центра масс.

4. Уравнения электромагнитного поля, порождаемого двумя классическими частицами в состоянии криволинейной инерции (общая теория)

Приступим к выводу уравнений электромагнитного поля, генерируемого двумя классическими частицами, движущимися ускоренно по инерции. Для простоты ограничимся рассмотрением случая, когда отношение масс частиц не изменяется со временем: $m_1 / m_2 = \beta = const$ (см. (33)). Уравнения движения поля мы получим, следуя методу, который предложен в [2,3] и использован в [3] при рассмотрении поля, порождаемого одной классической частицей.

Используя выражение (34) для скорости движения центра масс $\vec{V}_C = \dot{\vec{R}}_C$ и равенства (42), силы инерции $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (52), действующие на частицы в ИСО S, можно преобразовать к виду:

$$\vec{F}_i = \beta_i \frac{d}{dt}(\mu \dot{\vec{r}}_i), \quad (i = 1, 2). \tag{78}$$

Дивергенцию силы инерции, т. е. величину $\vec{\nabla}_i \vec{F}_i$, мы рассматриваем как источник $\rho_{\vec{F}_i}$ поля силы инерции, действующей на частицу i:

$$\vec{\nabla}_i \vec{F}_i = \rho_{\vec{F}_i}. \tag{79}$$

Согласно (60), приведенная масса частиц μ является функцией скоростей $\vec{V}$ и $\vec{V}_C$, т. е. зависит от скоростей частиц $\dot{\vec{r}}_i \equiv \vec{v}_i$. Поэтому полную производную по времени, входящую в (78), можно записать в виде: $d/dt = \sum_\alpha (\tilde{v}_{1\alpha}\partial/\partial r_{1\alpha} + \tilde{v}_{2\alpha}\partial/\partial r_{2\alpha})$, где $\tilde{v}_{i\alpha}$ - компоненты вектора скорости $\vec{\tilde{v}}_i(\vec{r}_i)$, определяемого тождеством: $\vec{\tilde{v}}_i(\vec{r}_i) = \vec{v}_i(t)$. Учитывая приведенное выше выражение для производной по времени и равенство: $\partial\vec{\tilde{v}}_i / \partial r_{k\alpha} = 0$ при $k \neq i$, получаем следующие соотношения (ср. с формулами (6) и (8) из [3]):

$$\begin{gathered}
[d/dt, \vec{\nabla}_i]_- \vec{F}_i = \vec{\nabla}_i \left(\vec{F}_i(\vec{\nabla}_i \vec{\tilde{v}}_i) - (\vec{F}_i \vec{\nabla}_i)\vec{\tilde{v}}_i \right) - \rho_{\vec{F}_i}(\vec{\nabla}_i \vec{\tilde{v}}_i), \\
d\rho_{\vec{F}_i}/dt = \sum_\alpha (\tilde{v}_{1\alpha}\partial/\partial r_{1\alpha} + \tilde{v}_{2\alpha}\partial/\partial r_{2\alpha})\rho_{\vec{F}_i} = \vec{\nabla}_1(\rho_{\vec{F}_i}\vec{\tilde{v}}_1) + \vec{\nabla}_2(\rho_{\vec{F}_i}\vec{\tilde{v}}_2) - \rho_{\vec{F}_i}(\vec{\nabla}_1\vec{\tilde{v}}_1 + \vec{\nabla}_2\vec{\tilde{v}}_2),
\end{gathered} \tag{80}$$

где $[d/dt, \vec{\nabla}_i]_-$ — коммутатор операторов d/dt и $\vec{\nabla}_i$. Далее обе части выражения (79) дифференцируем по времени и используем равенства (80), а также равенства вида: $(\vec{\tilde{v}}_2\vec{\nabla}_2)\rho_{\vec{F}_1} = \sum_\alpha \partial/\partial r_{1\alpha}\left((\vec{\tilde{v}}_2\vec{\nabla}_2)F_{1\alpha}\right)$. После несложных преобразований приходим к соотношениям:

$$\begin{gathered}
\vec{\nabla}_1 \left(d\vec{F}_1/dt + \vec{F}_1(\vec{\nabla}_1\vec{\tilde{v}}_1) - (\vec{F}_1\vec{\nabla}_1)\vec{\tilde{v}}_1 - \rho_{\vec{F}_1}\vec{\tilde{v}}_1 - (\vec{\tilde{v}}_2\vec{\nabla}_2)\vec{F}_1 \right) = 0, \\
\vec{\nabla}_2 \left(d\vec{F}_2/dt + \vec{F}_2(\vec{\nabla}_2\vec{\tilde{v}}_2) - (\vec{F}_2\vec{\nabla}_2)\vec{\tilde{v}}_2 - \rho_{\vec{F}_2}\vec{\tilde{v}}_2 - (\vec{\tilde{v}}_1\vec{\nabla}_1)\vec{F}_2 \right) = 0.
\end{gathered} \tag{81}$$

Если принять во внимание равенства $d\vec{F}_i/dt = (\vec{\tilde{v}}_1\vec{\nabla}_1 + \vec{\tilde{v}}_2\vec{\nabla}_2)\vec{F}_i$, то оба соотношения (81) можно записать в виде единого выражения

$$\vec{\nabla}_i \left(\sum_\alpha \partial/\partial r_{i\alpha}(\tilde{v}_{i\alpha}\vec{F}_i - F_{i\alpha}\vec{\tilde{v}}_i) \right) = \vec{\nabla}_i \left(\vec{F}_i(\vec{\nabla}_i\vec{\tilde{v}}_i) - (\vec{F}_i\vec{\nabla}_i)\vec{\tilde{v}}_i + (\vec{\tilde{v}}_i\vec{\nabla}_i)\vec{F}_i - \vec{\tilde{v}}_i\rho_{\vec{F}_i} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \tag{82a}$$

из которого следует существование векторных полей $\vec{H}_i$, подчиняющихся равенствам:

$$\sum_\alpha \partial/\partial r_{i\alpha}(\tilde{v}_{i\alpha}\vec{F}_i - F_{i\alpha}\vec{\tilde{v}}_i) = \vec{D}_{\vec{F}_i}(\vec{\tilde{v}}_i) - \vec{\tilde{v}}_i\rho_{\vec{F}_i} + (\vec{\tilde{v}}_i\vec{\nabla}_i)\vec{F}_i = c_i[\vec{\nabla}_i\vec{H}_i], \quad c_i = const, \quad i = 1, 2. \tag{83a}$$

Выше использовано обозначение:

$$\vec{D}_{\vec{F}_i}(\vec{\tilde{v}}_i) = \vec{F}_i(\vec{\nabla}_i\vec{\tilde{v}}_i) - (\vec{F}_i\vec{\nabla}_i)\vec{\tilde{v}}_i. \tag{84}$$

Следует подчеркнуть, что уравнение (83а) допускает очевидное обобщение: его правую часть можно записать в виде $[\vec{\nabla}_i, c_i\vec{H}_i]$, где величина c_i является не постоянной, а функцией: $c_i = c_i(\vec{r}_i)$.

Отметим, что если бы мы рассматривали электромагнитное поле, порождаемое одной частицей, то сила инерции $\vec{F}_i$ зависела бы только от радиус-вектора $\vec{r}_i$, и поэтому выполнялось бы равенство $d\vec{F}_i/dt = (\vec{\tilde{v}}_i\vec{\nabla}_i)\vec{F}_i$. Следовательно, уравнение (83а) приняло бы следующий вид:

$$d\vec{F}_i/dt + \vec{D}_{\vec{F}_i}(\vec{\tilde{v}}_i) - \vec{\tilde{v}}_i\rho_{\vec{F}_i} = c_i[\vec{\nabla}_i\vec{H}_i].$$

Если в этом уравнении опустить индекс i, то по внешней форме оно совпадет в точности с третьим из уравнений, описывающих электромагнитное поле, порождаемое одной частицей (см. систему уравнений (13) в работе [3]).

В качестве следующего шага введем источники магнитных полей:

$$\vec{\nabla}_i \vec{H}_i = \rho_{\vec{H}_i}. \qquad (85)$$

Обе части последнего равенства дифференцируем по времени и повторяем преобразования, аналогичные тем, которые привели к соотношениям (82а). Опуская указанные преобразования, приведем окончательный результат:

$$\vec{\nabla}_i \left(\vec{H}_i(\vec{\nabla}_i \vec{\tilde{v}}_i) - (\vec{H}_i \vec{\nabla}_i)\vec{\tilde{v}}_i + (\vec{\tilde{v}}_i \vec{\nabla}_i)\vec{H}_i - \vec{\tilde{v}}_i \rho_{\vec{H}_i} \right) = 0, \quad i = 1,2. \qquad (82б)$$

Из этого равенства следуют уравнения, аналогичные уравнениям (83а):

$$\vec{D}_{\vec{H}_i}(\vec{\tilde{v}}_i) - \vec{\tilde{v}}_i \rho_{\vec{H}_i} + (\vec{\tilde{v}}_i \vec{\nabla}_i)\vec{H}_i = c_i'[\vec{\nabla}_i \vec{F}_i], \quad c_i' = const, \quad i = 1,2. \qquad (83б)$$

Искомая система уравнений имеет, таким образом, следующий вид (с учетом обобщения, упомянутого выше в связи с уравнением (83а)):

$$\begin{aligned} &\vec{D}_{\vec{H}_i}(\vec{\tilde{v}}_i) - \vec{\tilde{v}}_i \rho_{\vec{H}_i} + (\vec{\tilde{v}}_i \vec{\nabla}_i)\vec{H}_i = [\vec{\nabla}_i, c_i' \vec{F}_i], \quad c_i' = c_i'(\vec{r}_i), \quad \vec{\nabla}_i \vec{H}_i = \rho_{\vec{H}_i}, \\ &\vec{D}_{\vec{F}_i}(\vec{\tilde{v}}_i) - \vec{\tilde{v}}_i \rho_{\vec{F}_i} + (\vec{\tilde{v}}_i \vec{\nabla}_i)\vec{F}_i = [\vec{\nabla}_i, c_i \vec{H}_i], \quad c_i = c_i(\vec{r}_i), \quad \vec{\nabla}_i \vec{F}_i = \rho_{\vec{F}_i}, \quad i = 1,2. \end{aligned} \qquad (86)$$

Это система 16 уравнений — четырех векторных и четырех скалярных.

Поскольку имеет место тождество

$$\sum_\alpha \partial / \partial r_{i\alpha} (\tilde{v}_{i\alpha} \vec{A}_i - A_{i\alpha} \vec{\tilde{v}}_i) = [\vec{\nabla}_i [\vec{A}_i \vec{\tilde{v}}_i]], \qquad (87)$$

где $\vec{A}_i = \vec{F}_i, \vec{H}_i$, то из (82а), (82б), (83а) и (83б) вытекают следующие соотношения:

$$c_i' \vec{F}_i = [\vec{H}_i \vec{\tilde{v}}_i] + \vec{\nabla}_i f_i, \quad c_i \vec{H}_i = [\vec{F}_i \vec{\tilde{v}}_i] + \vec{\nabla}_i h_i, \qquad (88)$$

где $f_i = f_i(\vec{r}_i), \quad h_i = h_i(\vec{r}_i)$ — некоторые скалярные функции. Существование соотношений (88) позволяет значительно упростить нахождение решений системы уравнений поля (86). Отметим также, что с помощью этих соотношений можно свести систему уравнений (86) для векторных переменных $\vec{F}_i$ и $\vec{H}_i$ к уравнениям для четырех скалярных функций f_i и h_i.

Рассмотрим уравнения электромагнитного поля в частном случае, когда центр масс системы двух частиц покоится в ИСО S': $\vec{V}_C' = 0$, т. е. движется равномерно и прямолинейно в ИСО S: $\vec{V}_C = \vec{V}_0 = const.$ В этом случае, согласно соотношениям (52), (54) и (60),

$$\vec{F}_1 = (\beta_1 / \beta_m)\vec{F}_m + \vec{F}_\mu, \quad \vec{F}_2 = \vec{F}_m - \vec{F}_1, \quad \vec{F}_m = \dot{m}\vec{V}_0, \quad \vec{F}_\mu = d(\mu \vec{V}) / dt, \quad \mu = P_0 / \sqrt{\vec{V}^2 + \beta_m \vec{V}_0^2}. \qquad (89)$$

Из приведенных выше соотношений и равенств (78) явствует, что величины μ, $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ зависят только от радиус-вектора $\vec{R} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, описывающего относительное движение частиц. Это обстоятельство приводит к существенному упрощению уравнений движения поля. Принимаем во внимание равенства:

$$\begin{aligned} &\vec{\nabla}_1 = \partial / \partial \vec{r}_1 = \vec{\nabla}_{\vec{R}}, \quad \vec{\nabla}_2 = \partial / \partial \vec{r}_2 = -\vec{\nabla}_{\vec{R}}, \quad d / dt = (\vec{\tilde{V}} \vec{\nabla}_{\vec{R}}), \\ &[d / dt, \vec{\nabla}_i]_- \vec{F}_i = \pm \vec{\nabla}_{\vec{R}} \left(\vec{F}_i (\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{\tilde{V}}) - (\vec{F}_i \vec{\nabla}_{\vec{R}}) \vec{\tilde{V}} \right) - \rho_{\vec{F}_i} (\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{\tilde{V}}), \quad i = 1,2. \end{aligned} \qquad (90)$$

В последнем равенстве верхний и нижний знаки относятся, соответственно, к случаям $i = 1$ и $i = 2$. При этом, в соответствии с равенствами (79),

$$\rho_{\vec{F}_1} = \vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{F}_1, \quad \rho_{\vec{F}_2} = -\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{F}_2. \qquad (79^*)$$

Далее дифференцируем по времени обе части последних двух равенств и используем соотношения (90). После несложных преобразований получаем:

$$\vec{\nabla}_{\vec{R}} \left(d\vec{F}_i / dt + \vec{F}_i (\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{\tilde{V}}) - (\vec{F}_i \vec{\nabla}_{\vec{R}}) \vec{\tilde{V}} \mp \rho_{\vec{F}_i} \vec{\tilde{V}} \right) = 0, \quad i = 1,2. \qquad (91)$$

Легко убедиться в том, что равенства (91) согласуются с (81) и (82а). На основании равенств (91) приходим к выводу, что существуют магнитные поля $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$, удовлетворяющие соотношениям:

$$d\vec{F}_i / dt + \vec{F}_i (\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{\tilde{V}}) - (\vec{F}_i \vec{\nabla}_{\vec{R}}) \vec{\tilde{V}} \mp \rho_{\vec{F}_i} \vec{\tilde{V}} = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}, \tilde{c}_i \vec{H}_i], \quad \tilde{c}_i = \tilde{c}_i(\vec{R}), \quad i = 1,2. \qquad (92)$$

В равенствах (91) и (92) верхний знак отвечает $i = 1$, а нижний — $i = 2$.

Обращаясь теперь к уравнениям для источников магнитных полей (85), производим над ними действия, аналогичные тем, которые проводились с уравнениями (79*). В результате приходим к равенствам, аналогичным (91):

$$\vec{\nabla}_{\vec{R}}\left(d\vec{H}_i / dt + \vec{H}_i(\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{\tilde{V}}) - (\vec{H}_i\vec{\nabla}_{\vec{R}})\vec{\tilde{V}} \mp \rho_{\vec{H}_i}\vec{\tilde{V}}\right) = 0, \quad i = 1,2. \tag{93}$$

Следствием приведенных равенств являются уравнения

$$d\vec{H}_i / dt + \vec{H}_i(\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{\tilde{V}}) - (\vec{H}_i\vec{\nabla}_{\vec{R}})\vec{\tilde{V}} \mp \rho_{\vec{H}_i}\vec{\tilde{V}} = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}, \tilde{c}_i'\vec{F}_i], \quad \tilde{c}_i' = \tilde{c}_i'(\vec{R}), \quad i = 1,2, \tag{94}$$

аналогичные уравнениям (92).

Используя обозначения (84), систему уравнений электромагнитного поля можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} &d\vec{H}_i / dt + \vec{D}_{\vec{H}_i}(\vec{\tilde{V}}) \mp \rho_{\vec{H}_i}\vec{\tilde{V}} = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}, \tilde{c}_i'\vec{F}_i], \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H}_i = \pm\rho_{\vec{H}_i}, \\ &d\vec{F}_i / dt + \vec{D}_{\vec{F}_i}(\vec{\tilde{V}}) \mp \rho_{\vec{F}_i}\vec{\tilde{V}} = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}, \tilde{c}_i\vec{H}_i], \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{F}_i = \pm\rho_{\vec{F}_i}, \quad i = 1,2, \end{aligned} \tag{95}$$

где верхние и нижние знаки отвечают, соответственно, $i = 1$ и $i = 2$; $\tilde{c}_i' = \tilde{c}_i'(\vec{R})$, $\tilde{c}_i = \tilde{c}_i(\vec{R})$, величина $\vec{H}_i$ описывает магнитное поле в точке нахождения частицы i.

Учитывая, что поля $\vec{F}_i$ и $\vec{H}_i$ зависят лишь от радиус-вектора $\vec{R} = \vec{R}(t)$, и принимая во внимание равенство $d / dt = (\vec{\tilde{V}}\vec{\nabla}_{\vec{R}})$ (см. (90)), нетрудно установить, что имеют место соотношения:

$$\vec{\Lambda}_{\mp}(\vec{H}_i) = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}[\vec{H}_i\vec{\tilde{V}}]], \quad \vec{\Lambda}_{\mp}(\vec{F}_i) = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}[\vec{F}_i\vec{\tilde{V}}]], \tag{96}$$

где использованы обозначения: $\vec{\Lambda}_{\mp}(\vec{A}) = d\vec{A} / dt + \vec{D}_{\vec{A}}(\vec{\tilde{V}}) \mp \rho_{\vec{A}}\vec{\tilde{V}}$, $\vec{A} = \vec{H}_i, \vec{F}_i$. На основании (95) и (96) можно записать следующие равенства, аналогичные (88):

$$\tilde{c}_i'\vec{F}_i = [\vec{H}_i\vec{\tilde{V}}] + \vec{\nabla}_{\vec{R}} f_i, \quad \tilde{c}_i\vec{H}_i = [\vec{F}_i\vec{\tilde{V}}] + \vec{\nabla}_{\vec{R}} h_i, \tag{97}$$

где $f_i = f_i(\vec{R})$ и $h_i = h_i(\vec{R})$ — скалярные функции. Если поле силы инерции $\vec{F}_i$ рассматривать как исходное поле, порождающее магнитное поле $\vec{H}_i$, без потери общности можно положить: $\tilde{c}_i' = 1$ (можно представить себе, что величина $\tilde{c}_i'$ включена в определение поля $\vec{F}_i$).

Уравнения (95) существенно упрощаются, если центр масс покоится в ИСО S, т. е. при $\vec{V}_C = \vec{V}_0 = 0$. В этом случае имеют место соотношения:

$$\vec{F}_m = 0, \quad \vec{F}_2 = -\vec{F}_1, \quad \vec{H}_2 = -\vec{H}_1, \quad \rho_{\vec{F}_1} = \rho_{\vec{F}_2}, \quad \rho_{\vec{H}_1} = \rho_{\vec{H}_2}. \tag{98}$$

Из последних равенств видно, что в качестве основной системы уравнений электромагнитного поля, порождаемого двумя частицами, можно рассматривать уравнения (95) при $i = 1$. Эти уравнения можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} &d\vec{H} / dt + \vec{D}_{\vec{H}}(\vec{\tilde{V}}) - \rho_{\vec{H}}\vec{\tilde{V}} = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}, c_2\vec{F}], \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H} = \rho_{\vec{H}}, \\ &d\vec{F} / dt + \vec{D}_{\vec{F}}(\vec{\tilde{V}}) - \rho_{\vec{F}}\vec{\tilde{V}} = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}, c_1\vec{H}], \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{F} = \rho_{\vec{F}}. \end{aligned} \tag{99}$$

Здесь $\vec{F} = \vec{F}_1$, $\vec{H} = \vec{H}_1$, $c_i = c_i(\vec{R})$, $i = 1,2$. Отметим, что по внешнему виду уравнения (99) совпадают с уравнениями (13) в работе [3], описывающими электромагнитное поле, создаваемое одной классической частицей, движущейся ускоренно по инерции. Различие между указанными уравнениями состоит лишь в том, что в уравнения (13) входит скорость частицы $\vec{\tilde{v}} = \dot{\vec{r}}_1$, а в уравнения (99) входит, вместо $\vec{\tilde{v}}$, скорость относительного движения двух частиц $\vec{\tilde{V}} = \dot{\vec{R}}$.

Согласно изложенному выше, на частицы двухчастичной системы, совершающей ускоренное движение по инерции, действуют, помимо полей сил инерции $\vec{F}_i$, $i = 1,2$, дополнительные поля $\vec{H}_i$, которые мы называем магнитными. На основании аналогии полученных уравнений поля с уравнениями Максвелла, поля $\vec{F}_i$ естественно называть электрическими. Поля $\vec{F}_i$ и $\vec{H}_i$ мы рассматриваем как компоненты единого электромагнитного поля, образуемого при движении по инерции системы двух классических частиц.

5. Приложение общей теории к частной модели двух классических частиц, движущихся ускоренно по инерции

Результаты общей теории, изложенной в предыдущем разделе, проиллюстрируем с помощью модели двух частиц, рассмотренной в разделе 3. Для простоты ограничимся рассмотрением случая, когда центр масс системы двух частиц покоится в ИСО S.

Будем считать, что частицы совершают плоское криволинейное движение по инерции, находясь в плоскости xy, и каждая из них пребывает в двухдипольном состоянии: $\vec{\tilde r}_i = \vec{\tilde r}_{ia} + \vec{\tilde r}_{ib}$ — радиус-вектор частицы i в системе отсчета S; $\vec{\tilde r}_{ia}$ и $\vec{\tilde r}_{ib}$ — радиус-векторы компонент двухдипольного состояния частицы $(i=1,2)$. Радиус-вектор частицы в системе центра масс S_C запишем в виде:

$$\vec r_{iC} = \vec r_{ia} + \vec r_{ib}, \tag{100}$$

где

$$\vec r_{ia} = r_{ia}\vec e_{ria}, \quad \vec r_{ib} = r_{ib}\vec e_{rib}, \quad \vec e_{ri\alpha} = (\cos\phi_{i\alpha}, \sin\phi_{i\alpha}), \quad \dot{\vec e}_{ri\alpha} = \dot\phi_{i\alpha}\vec e_{\phi i\alpha},$$
$$\vec e_{\phi i\alpha} = (-\sin\phi_{i\alpha}, \cos\phi_{i\alpha}), \quad \phi_{i\alpha} = \omega_\alpha t + \phi_{i\alpha}^{(0)}, \quad \alpha = a, b. \tag{101}$$

Для упрощения выкладок полагаем:

$$r_{i\alpha} = const, \quad \dot\phi_{i\alpha} = \omega_\alpha = const, \quad \phi_{i\alpha}^{(0)} = const. \tag{102а}$$

Радиус-вектор $\vec r_{iC}$ (100) удобно записать в следующей форме:

$$\vec r_{iC} = (r_{ia} + r_{ib})\cos\phi_i^{(-)}\vec e'_{r_i} + (r_{ia} - r_{ib})\sin\phi_i^{(-)}\vec e'_{\phi_i},$$
$$\vec e'_{r_i} = (\cos\phi_i^{(+)}, \sin\phi_i^{(+)}), \quad \vec e'_{\phi_i} = (-\sin\phi_i^{(+)}, \cos\phi_i^{(+)}), \quad \phi_i^{(\pm)} = (\phi_{ia} \pm \phi_{ib})/2. \tag{103}$$

Далее будем полагать, что

$$r_{ia} = r_{i0} + \varepsilon_i, \quad r_{ib} = r_{i0} - \varepsilon_i, \quad 0 < \varepsilon_i < r_{i0}, \quad r_{i0} = const, \quad \varepsilon_i = const, \quad \omega_b = -\omega_a, \quad \omega_a > 0. \tag{102б}$$

В этом случае $\phi_i^{(+)} = (\phi_{ia}^{(0)} + \phi_{ib}^{(0)})/2 = const$, $\phi_i^{(-)} = \omega_a t + (\phi_{ia}^{(0)} - \phi_{ib}^{(0)})/2$ и, значит, орты $\vec e'_{r_i}$ и $\vec e'_{\phi_i}$ не изменяются со временем. Помимо этого, положим, что $\phi_2^{(+)} = \phi_1^{(+)} + \pi$, $\phi_2^{(-)} = \phi_1^{(-)}$, $r_{2\alpha} = \beta r_{1\alpha}$. Из первых двух равенств получаем: $\phi_{2\alpha}^{(0)} = \phi_{1\alpha}^{(0)} + \pi$, $\alpha = a, b$. Учитывая приведенные выше значения параметров, а также принимая во внимание, что $\cos\phi_2^{(+)} = -\cos\phi_1^{(+)}$, $\sin\phi_2^{(+)} = -\sin\phi_1^{(+)}$, радиус-векторы $\vec r_{iC}$, $i=1,2$, можно представить в виде:

$$\vec r_{1C} = 2[r_{10}\cos\phi_1^{(-)}\vec e'_{r_1} + \varepsilon_1\sin\phi_1^{(-)}\vec e'_{\phi_1}], \quad \vec r_{2C} = -\beta\vec r_{1C}. \tag{104}$$

Величины $\vec r_{1C}$ и $\vec r_{2C}$ подчиняются равенству (39). Это позволяет воспользоваться соотношениями (37) с тем, чтобы построить радиус-вектор $\vec R$ по формуле $\vec R = \vec r_{1C} - \vec r_{2C}$ и выразить векторы $\vec r_{1C}$ и $\vec r_{2C}$ через $\vec R$:

$$\vec R = 2(1+\beta)[r_{10}\cos\phi_1^{(-)}\vec e'_{r_1} + \varepsilon_1\sin\phi_1^{(-)}\vec e'_{\phi_1}], \quad \vec r_{1C} = \vec R/(1+\beta), \quad \vec r_{2C} = -\beta\vec R/(1+\beta). \tag{105}$$

Вводя обозначения

$$a = 2(1+\beta)r_{10}, \quad b = 2(1+\beta)\varepsilon_1, \quad e^2 = (a^2 - b^2)/a^2 = 4r_{1a}r_{1b}/(r_{1a} + r_{1b})^2, \tag{106}$$

где в соответствии с (102б) $r_{10} = (r_{1a} + r_{1b})/2$, $\varepsilon_1 = (r_{1a} - r_{1b})/2$, приходим к следующим представлениям для радиус-вектора $\vec R$ и вектора скорости $\vec V = \dot{\vec R}$:

$$\vec R = a\cos\phi_1^{(-)}\vec e'_{r_1} + b\sin\phi_1^{(-)}\vec e'_{\phi_1}, \quad R = a\sqrt{1 - e^2\sin^2\phi_1^{(-)}},$$
$$\vec V = -\omega_a\left(a\sin\phi_1^{(-)}\vec e'_{r_1} - b\cos\phi_1^{(-)}\vec e'_{\phi_1}\right), \quad V = a|\omega_a|\sqrt{1 - e^2\cos^2\phi_1^{(-)}}. \tag{107}$$

Здесь векторы $\vec e'_{r_1}$ и $\vec e'_{\phi_1}$, определенные равенствами (103), зависят только от величины $\phi_1^{(+)}$.

Заметим, что полученные выше соотношения для $\vec r_{iC}$ и $\vec R$ согласуются с формулами (37) и (39), из которых следует, что центр масс рассматриваемой двухчастичной системы находится на отрезке, соединяющем частицы A_1 и A_2, причем центр масс является одновременно центром вихрей, отвечающих частице A_1 и частице A_2.

Отметим также, что соотношения (107) совпадают по внешнему виду с равенствами (26) в работе [3], если в последних величины $\vec{e}'_r, \vec{e}'_\phi$ и $\phi^{(\pm)}$ заменить на величины $\vec{e}'_\eta$, $\vec{e}'_{\phi 1}$ и $\phi_1^{(\pm)}$, соответственно. По этой причине в данной работе мы воспользуемся рядом соотношений, выведенных в [3] на основании равенств (26); ниже приведем их без доказательства. Во избежание недоразумений укажем, что параметры a и b и вектор $\vec{R}$ в (107) имеют иной смысл, чем в работе [3]. Так, радиус-вектор $\vec{R}$ описывает здесь не движение одной частицы, а относительное движение двух частиц.

Учитывая, что орты $\vec{e}'_\eta, \vec{e}'_{\phi 1}$, входящие в (107), взаимно перпендикулярны и не изменяются со временем, можно направить их вдоль осей x, y и положить: $\vec{e}'_\eta = \vec{e}_x$, $\vec{e}'_{\phi 1} = \vec{e}_y$. Воспользуемся следующими представлениями радиус-вектора $\vec{R}$ (107) в декартовых (R_x, R_y) и полярных (R, ϕ_R) координатах:

$$\vec{R} = R_x\vec{e}_x + R_y\vec{e}_y, \quad \vec{R} = R\vec{e}_R, \quad \vec{e}_R = (\cos\phi_R, \sin\phi_R), \quad \dot{\vec{e}}_R = \dot{\phi}_R\vec{e}_{\phi R}, \quad \vec{e}_{\phi R} = (-\sin\phi_R, \cos\phi_R). \tag{108}$$

В силу (107) и (108) связь между декартовыми и полярными координатами дается равенствами:

$$R_x = a\cos\phi_1^{(-)} = R\cos\phi_R, \quad R_y = b\sin\phi_1^{(-)} = R\sin\phi_R. \tag{109}$$

Согласно (109), траекторией движения является эллипс, который описывается следующими уравнениями (соответственно, в декартовых и полярных координатах):

$$(R_x / a)^2 + (R_y / b)^2 = 1, \; R = b / \sqrt{1 - e^2\cos^2\phi_R}, \tag{110}$$

где a и b — полуоси эллипса, e — эксцентриситет эллипса. Отметим, что последнее равенство является уравнением эллипса в полярных координатах при условии, что центр эллипса совпадает с началом декартовых координат (и полюсом полярных координат) [3].

Используя приведенные выше равенства, получаем следующие представления для вектора скорости $\tilde{\vec{V}}$, $\tilde{\vec{V}} = \tilde{\vec{V}}(\vec{R})$, относительного движения частиц, определяемого тождеством $\tilde{\vec{V}} = \dot{\vec{R}} = \vec{V}$, и для модуля вектора скорости $\tilde{\vec{V}}$:

$$\tilde{\vec{V}} = -\omega_a\tilde{\vec{R}}, \quad \tilde{\vec{R}} = \left((a/b)R_y, -(b/a)R_x\right), \quad \tilde{V} = |\omega_a| \sqrt{(b/a)^2R_x^2 + (a/b)^2R_y^2}. \tag{111}$$

С помощью (111) вычисляем величины, входящие в уравнения движения (99):

$$\begin{aligned}
&\vec{\nabla}_{\vec{R}}\tilde{\vec{V}} = 0, \quad \vec{D}_{\vec{F}}(\tilde{\vec{V}}) = \omega_a\tilde{\vec{F}}, \quad \vec{D}_{\vec{H}}(\tilde{\vec{V}}) = \omega_a\tilde{\vec{H}}, \quad d/dt = (\tilde{\vec{V}}\vec{\nabla}_{\vec{R}}),\\
&d\vec{F}/dt + \vec{D}_{\vec{F}}(\tilde{\vec{V}}) - \rho_{\vec{F}}\tilde{\vec{V}} = (\partial A_{\vec{F}}/\partial R_y, -\partial A_{\vec{F}}/\partial R_x), \quad A_{\vec{F}} = [\vec{F}, \tilde{\vec{V}}]_z = \tilde{V}_yF_x - \tilde{V}_xF_y,\\
&d\vec{H}/dt + \vec{D}_{\vec{H}}(\tilde{\vec{V}}) - \rho_{\vec{H}}\tilde{\vec{V}} = (\partial A_{\vec{H}}/\partial R_y, -\partial A_{\vec{H}}/\partial R_x, (\tilde{\vec{V}}\vec{\nabla}_{\vec{R}})H_z), \quad A_{\vec{H}} = [\vec{H}, \tilde{\vec{V}}]_z.
\end{aligned} \tag{112}$$

Выше учтено, что $H_i = H_i(\vec{R})$, и использованы обозначения: $\tilde{\vec{F}} = \left((a/b)F_y, -(b/a)F_x\right)$, $\tilde{\vec{H}} = \left((a/b)H_y, -(b/a)H_x\right)$. Величины $d\rho_{\vec{F}}/dt$ и $d\rho_{\vec{H}}/dt$ удовлетворяют тождествам:

$$d\rho_{\vec{F}}/dt + \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{j}_{\vec{F}} = 0, \quad d\rho_{\vec{H}}/dt + \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{j}_{\vec{H}} = 0, \tag{113}$$

где $\vec{j}_{\vec{F}} = -\tilde{\vec{V}}\rho_{\vec{F}}$ и $\vec{j}_{\vec{H}} = -\tilde{\vec{V}}\rho_{\vec{H}}$ — токи, порождаемые источниками поля силы инерции $\vec{F}$ и магнитного поля $\vec{H}$.

Используя выражение (60) для приведенной массы μ при $\vec{V}_C = 0$, $\mu = P_0 / V$, вектор силы инерции $\vec{F}_\mu \equiv \vec{F}$ (52) можно преобразовать к виду:

$$\vec{F} = d(\mu\vec{V})/dt = P_0\dot{\vec{e}}_V, \tag{114}$$

где $\vec{e}_V = \vec{V}/V$ — орт вектора скорости. Воспользуемся формулами для орта вектора скорости $\vec{e}_{\vec{V}}$ и его производной $\dot{\vec{e}}_{\vec{V}}$, приведенными в работе [3]. Будем полагать, что $e^2 << 1$, и всюду в дальнейшем сохраним лишь члены порядка e^2. Согласно [3], вектор силы инерции $\vec{F}$, его дивергенция и ротор, а также величина $A_{\vec{F}}$ (112) даются формулами:

$$\vec{F} = -\frac{P_0 |\omega_a|}{R}\left(R_x (1 + e^2 \frac{R_x^2 - 3R_y^2}{2R^2}),\ R_y (1 + e^2 \frac{3R_x^2 - R_y^2}{2R^2}) \right), \quad \rho_{\vec{F}} = -\frac{P_0 |\omega_a|}{R}\left(1 + 3e^2 \frac{R_x^2 - R_y^2}{2R^2} \right), \tag{115}$$

$$[\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{F}] = -3e^2 P_0 |\omega_a| R_x R_y \vec{e}_z / R^3, \quad A_{\vec{F}} = -P_0 \omega_a |\omega_a| R,$$

где $\vec{e}_z$ — орт вектора, перпендикулярного к плоскости R_x, R_y движения частиц.

Частное решение системы уравнений (99) получено в работе [3] в предположении, что $c_1 = c_1(R),\ c_2 = 1$. Это решение имеет вид:

$$H_i = \alpha_i R_i / R^2, \quad i = x, y, \quad \alpha_x = \alpha_0 (1 + e^2 / 2), \quad \alpha_y = \alpha_0 (1 - e^2 / 2), \quad \alpha_0 = const,$$
$$H_z = -\beta' / R, \quad \beta' = 3P_0 |\omega_a| / \omega_a, \quad c_1 = \omega_a^2 R^2 / 3. \tag{116}$$

Прямой подстановкой выражений для $\vec{F}$ (115) и $\vec{H}$ (116) в уравнения (99) нетрудно убедиться в том, что эти уравнения удовлетворяются. Укажем, что первое из уравнений (99) определяет компоненты магнитного поля $\vec{H}$, а третье — величину c_1. Приведем выражения для величин, входящих в (99) и характеризующих действие магнитного поля:

$$\rho_{\vec{H}} = -a_0 e^2 \frac{R_x^2 - R_y^2}{R^4}, \quad [\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{H}] = \left(\beta' \frac{R_y}{R^3}, -\beta' \frac{R_x}{R^3}, 2a_0 e^2 \frac{R_x R_y}{R^4} \right), \quad \beta' = 3P_0 |\omega_a| / \omega_a,$$
$$[\vec{\nabla}_{\vec{R}}, c_1 \vec{H}] = -P_0 \omega_a |\omega_a| (1/R)(R_y, -R_x, 0), \quad A_{\vec{H}} = a_0 \omega_a. \tag{117}$$

Согласно (117), $\rho_{\vec{H}} = \vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{H} \neq 0$ при $\alpha_0 \neq 0$. Это значит, что при $\alpha_0 \neq 0$ имеется потенциальная компонента магнитного поля $\vec{H}$, порождаемого системой двух классических частиц, движущихся ускоренно по инерции: $\vec{H} = \vec{H}_\perp + \vec{H}_{||}$, $\vec{\nabla}\vec{H}_\perp = 0$, $\vec{\nabla}\vec{H}_{||} = \vec{\nabla}\vec{H} = \rho_{\vec{H}} \neq 0$. Отметим, что компоненты поля $\vec{H}_{||}$ и $\vec{H}_\perp$ взаимно перпендикулярны: вектор $\vec{H}_{||}$ лежит в плоскости движения частиц, порождающих поле, а вектор $\vec{H}_\perp$ перпендикулярен к этой плоскости.

По существу, в настоящем разделе построена модель атома, образуемого двумя классическими частицами, находящимися в состоянии криволинейной инерции. В соответствии с общепринятыми представлениями, атомы представляют собой связанные состояния частиц, обладающих электрическими зарядами противоположных знаков. Так, простейший атом, атом водорода, состоит из протона и электрона. Кулоновское поле, создаваемое протоном, имеет вид потенциальной ямы, в которой электрон располагается в связанном состоянии на одном из уровней энергии. Чтобы перевести атомный электрон в свободное состояние, нужно сообщить ему энергию, достаточную для преодоления кулоновского барьера.

В данной работе атом построен из частиц, не обладающих электрическими зарядами. Рассмотренный здесь физический механизм образования связанного состояния двух частиц качественно отличается от стандартного механизма. Связанное состояние частиц возникает не благодаря кулоновскому полю частиц, а вследствие криволинейного движения частиц по инерции. Частицы, образующие атом, перемещаясь друг относительно друга по инерции, генерируют электрическое и магнитное поля, т. е. являются источниками электромагнитного поля. Эти источники одинаковы для обеих частиц как для электрического, так и для магнитного полей: $\rho_{\vec{F}_1} = \rho_{\vec{F}_2}$, $\rho_{\vec{H}_1} = \rho_{\vec{H}_2}$, где $\rho_{\vec{F}_i}$ и $\rho_{\vec{H}_i}$ источники полей, порождаемых частицей i. Отсюда следует, что индуцированные электрические и магнитные заряды не играют определяющей роли в новом механизме образования связанного состояния.

Важно подчеркнуть, что исследуемый здесь механизм образования связанного состояния двух частиц не связан с существованием потенциальных ям и потенциальных барьеров. В основе этого механизма лежит процесс перекачки энергии из одних степеней свободы системы в другие. Если указанный процесс протекает таким образом, что энергия вращательных степеней свободы переходит в энергию поступательных степеней свободы, причем так, что расстояние между частицами остается приблизительно, в определенных пределах, постоянным, то возникает устойчивое связанное состояние двух частиц. Если же в указанном процессе расстояние между частицами непрерывно возрастает, значит, развитие системы идет в сторону распада связанного состояния частиц. В противном случае образуется система, размеры которой уменьшаются, т. е. связь между частицами возрастает. Распад связанного состояния двух частиц может происходить, таким образом, не путем преодоления потенциального барьера между частицами, а путем перераспределения энергии внутри системы. Для разделения системы на части могут вообще не потребоваться какие-либо энергетические затраты.

В связи с изложенным выше напомним, что классические частицы, обладающие массой и совершающие ускоренное движение по инерции, способны как притягиваться друг к другу, так и отталкиваться друг от друга [8-10]. Согласно приведенному в [8] критерию отталкивания частиц друг от друга (антигравитации), необходимым условием антигравитации является перемещение частиц по таким траекториям, на которых происходит перекачка энергии системы частиц из вращательных степеней свободы в поступательные. В указанной работе указан управляющий параметр, с изменением величины которого изменяется характер движения частиц: при переходе этого параметра через некоторое критическое значение сила притяжения между частицами сменяется силой отталкивания.

В связи с успешными испытаниями осенью прошлого года генератора энергии А. Росси (E-Cat), производящего избыточную энергию с помощью ядерных реакций при низких температурах, в последнее время возрос интерес к ядерным реакциям этого типа. Отметим, что эффективность генератора Росси (отношение полученной энергии к затраченной) составляет $3,74$ [22]. Еще 10 лет назад Ю. Швингер, нобелевский лауреат и известный специалист в области теории элементарных частиц и квантовой электродинамики, утверждал, что невозможно отрицать реальности явления холодного синтеза ядер (ХСЯ) [16,17]. По-видимому, наиболее убедительные доказательства существования ядерных реакций при низких энергиях предоставляют масс-спектрометрические исследования продуктов реакции [18], а также исследования, проведенные на биологических системах [19].

Хотя явление ХСЯ наблюдалось в лабораториях по всему миру, его объяснения до сих пор не существовало. Зарегистрировано много попыток построить теорию явления. Так, в работе [18] для объяснения трансформации химических элементов выдвинута гипотеза о существовании магнитных монополей, которые даже при незначительной кинетической энергии могут преодолевать кулоновский барьер за счет большой величины своего магнитного заряда. Недостатком указанного механизма ядерных реакций является то обстоятельство, что магнитные монополи пока не обнаружены в природе.

В работах [20,21] рассмотрен механизм ядерных реакций при низких энергиях, обусловленный пространственной протяженностью электрона. Ядерные реакции указанного типа представляют собой внутриэлектронные процессы, точнее, процессы, происходящие внутри области основной локализации частицы. Тяжелое ядро, оказавшись внутри области основной локализации электрона, неизбежно деформируется из-за взаимодействия протонов с прилегающими слоями электронного облака, что может вызвать деление ядра. Если же «внутри» электрона появляется два или большее число легких ядер, то возникает сила притяжения между ядрами, которая может привести к реакции синтеза. Хотя внутриэлектронный механизм ядерных реакций имеет универсальный характер, его очевидный недостаток состоит в том, что он выведен на основе предположения о существовании электрических зарядов, порождающих кулоновское поле.

Ныне сама возможность ХСЯ при низких энергиях отвергается по следующим причинам:

1. при низких энергиях проницаемость кулоновского барьера вокруг ядер столь мала, что вероятность слияния ядер практически равна нулю;
2. различие между масштабами атомной и ядерной энергий столь велико, что энергию, которая могла бы выделиться в результате синтеза ядер, невозможно непосредственно передать атомной решетке; поэтому в реакциях ХСЯ неизбежно возникновение потоков γ -квантов, быстрых нейтронов и других частиц, однако такие потоки не были зарегистрированы.

Если на холодные ядерные реакции посмотреть с точки зрения построенной в данном разделе модели атома, то становится ясно, что приведенные выше возражения против существования ХСЯ снимаются очевидным образом. Указанная модель наводит на мысль, что **ХСЯ представляет собой одно из возможных проявлений криволинейных движений частиц по инерции.**

Как видно из наших исследований [2-5], главной причиной того, что до сих пор не удавалось раскрыть физическую природу ХСЯ, являются ограничения, накладываемые в общепринятой схеме механики и электродинамики на движение частиц по инерции и на массу частиц. Исследование проблемы движения показывает, что имеется несчетное множество криволинейных движений по инерции, которые представляют собой диалектические противоположности по отношению к вынужденным ускоренным движениям. Методы исследования, исключающие из рассмотрения ускоренные движения по инерции, дают, очевидно, заведомо неполную и искаженную картину физической реальности. ХСЯ как раз и является тем физическим эффектом, который невозможно понять и объяснить вследствие неполноты теории, ограниченной рамками общепринятых представлений. Следует подчеркнуть, что **существование ХСЯ подтверждено многочисленными экспериментальными исследованиями. Результаты указанных исследований естественно рассматривать как экспериментальное доказательство реальности криволинейных движений по инерции и подтверждение правильности, т. е. адекватности природе, теории, основывающейся на криволинейной инерции**.

Еще один вывод, который можно сделать на основании наших исследований и который имеет практическое значение, можно сформулировать следующим образом. При проведении ядерных реакций при низких энергиях частиц нужно направлять усилия не на преодоление энергетических барьеров между компонентами системы, а на поиски таких способов перераспределения энергии между степенями свободы, которые приводят к изменению расстояния между подсистемами в требуемом направлении.

6. Основные выводы. Заключение

На основании изложенного выше можно сформулировать следующие выводы:

1. Включение криволинейных движений классической частицы по инерции в теоретическую схему механики требует пересмотра некоторых принципиальных положений механики, в частности, принципа относительности и гипотезы о постоянстве массы частицы.
2. Требование устойчивости криволинейного движения классической частицы по инерции, состоящее в том, чтобы криволинейное движение частицы по инерции, происходящее в некоторой ИСО, оставалось ускоренным движением по инерции в любой другой ИСО, приводит к тому, что масса частицы изменяется со временем. Величина массы частицы и других физических характеристик, зависящих от массы, зависит от выбора ИСО, изменяясь при переходе из одной ИСО в другую, т. е. движущиеся друг относительно друга ИСО оказываются физически неравноправными.
3. Причиной неравноправия ИСО является ИКИ-среда, порождаемая частицей, движущейся ускоренно по инерции. Неравноправие ИСО выражается в том, что энергия этой среды по-разному распределяется между вращательными и поступательными степенями свободы в движущихся друг относительно друга ИСО. Неэквивалентность движущихся друг относительно друга ИСО является физическим эффектом, который можно зарегистрировать опытным путем.
4. Характерная особенность системы двух частиц, совершающей ускоренное движение по инерции, состоит в том, что ее приведенная масса зависит не только от относительного движения частиц, но и от движения центра масс системы. Массы частиц двухчастичной системы изменяются со временем, если скорость относительного движения частиц является функцией времени.
5. Уравнения поля, порождаемого системой двух частиц, движущихся ускоренно по инерции, аналогичны уравнениям Максвелла для электромагнитного поля, порождаемого электрически заряженными частицами. На частицы двухчастичной системы, находящейся в состоянии криволинейной инерции, действуют, помимо полей сил инерции $\vec{F}_i$, дополнительные поля $\vec{H}_i$ ($i = 1, 2$). На основании отмеченной выше аналогии уравнений поля с уравнениями Максвелла, поля $\vec{F}_i$ и $\vec{H}_i$ естественно назвать электрическим и магнитным полями и рассматривать их как компоненты электромагнитного поля, создаваемого частицами, движущимися ускоренно по инерции.

6. На основании уравнений электромагнитного поля, порождаемого системой двух частиц, совершающих криволинейное движение по инерции, построена качественно новая модель атома. В этой модели атома связанное состояние двух частиц образуется не вследствие взаимного притяжения электрически заряженных частиц, а вследствие криволинейного движения частиц по инерции.
7. Существование механизма образования атома, не связанного с электрическими зарядами и с действием кулоновского поля, объясняет явление холодного синтеза ядер, которое невозможно объяснить в рамках общепринятой теории из-за ее неполноты.

Главные результаты трилогии, посвященной проблеме Дирака, можно сформулировать следующим образом: получены уравнения электромагнитного поля, порождаемого классическими частицами в их ускоренном движении по инерции; построена качественно новая модель атома; получено объяснение явления холодного ядерного синтеза; понято, что масса классической частицы не является постоянной величиной вследствие устойчивости криволинейного движения по инерции; раскрыт физический механизм процессов, ответственных за неравноправие ИСО.

В заключение отметим работу Г. Киракосяна [23], в которой обосновывается интерпретация постоянной тонкой структуры как величины, существование которой связано с фундаментальными физическими процессами — интерференцией волн материи, образующих потоки квантов электромагнитного поля и поля частиц. С другой стороны, как видно из результатов данной работы, электрический заряд частицы обязан своим происхождением наиболее фундаментальным движениям материи — криволинейным движениям по инерции.

Автор благодарит В. П. Прокофьева за неизменное внимание, поддержку и замечания, способствовавшие уточнению физического содержания работы, и О. В. Третяка за многочисленные дискуссии по принципиальным вопросам, замечания и поддержку, без которой настоящая работа вряд ли была бы завершена.

Литература:

1. *Олейник В. П.* Фундаментальные проблемы физики: сверхсветовая коммуникация, активные тепловые машины, безопорное движение // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2008. — Т. 8. — №4(32). — С. 48-57.
2. *Олейник В. П.* Проблема Дирака. Обобщение уравнений Максвелла для электромагнитного поля. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2014. — Т. 14. — №3(55). — С. 5–17.
3. *Олейник В. П.* Проблема Дирака, часть 2. Электромагнитное взаимодействие как прямое следствие законов механики. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2014. — Т. 14.– №4(56). — С. 5–23 .
4. *Олейник В. П., Прокофьев В. П.* Вращательная инерция и ее физические следствия. Что такое гравитация? // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2008. — Т. 8. — №2(30). — С. 23-56.
5. *Олейник В. П.* Новый подход к проблеме движения: ускоренные движения по инерции. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2009. — Т. 9. — №3(35). — С. 24-56.
6. *Олейник В. П.* О физической сущности вращательного движения. Квантовая картина движения классических частиц. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2012. — Т. 12. — №1(45). — С. 17-54.
7. *Олейник В. П.* О физической природе гравитации. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2010. — Т. 10. — №3(39). — С. 24-55.
8. *Олейник В. П., Третяк О. В.* Проблема инерции и антигравитация. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2011. — Т. 11. — №1(41). — С. 24-52.
9. *Олейник В. П. и Третяк О. В.* Проблемы инерции, гравитация и электромагнетизм. // 11-я международная Гамовская летняя астрономическая конференция–школа «Астрономия на стыке наук: космомикрофизика, космология и гравитация, астрофизика, радиоастрономия и астробиология». Программа и тезисы докладов, 22-28 августа 2011, Одесса, Украина. — С. 24-25.
10. *Oleinik V. P., Tretyak O. V.* Curvilinear motions by inertia and antigravity. // Abstracts of the 6th International Conference on Material Science and Condensed Matter Physics, September 11-14, 2012, Chisinau, Moldova. — P. 47.
11. *Oleinik V. P.* Motions by inertia and the Coulomb field. // Odessa astronomical publications. — Vol. 25. — Issue 2. — 2012. — P. 133.
12. *Олейник В. П.* Криволинейные движения по инерции и закон Кулона. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2012. — Т. 12. — №3(47). — С. 34–39.
13. *Олейник В. П.* Закон всемирного тяготения и криволинейное движение по инерции. О физической природе силы, регистрируемой в опыте Кавендиша. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2013. — Т. 13. — №4(52). — С. 11–32.
14. *Олейник В. П.* О физической сущности явления криволинейного движения по инерции. Классическая частица как открытая самоорганизующаяся система. // Физика сознания и жизни, космология и аст-

рофизика. — 2013. — Т. 13. — №2(50). — С. 13-46.
15. *Олейник В. П.* На пути к новой физической картине мира. // К основам физического взаимодействия. Материалы VIII Международной научно-практической конференции Международной академии биоэнерготехнологий «От атома к двухядерно-физическим субстанциям и живым волнам», 4-6 октября 2013, Днепропетровск. — С. 21-63.
16. *Schwinger J.* Cold Fusion: A Hypothesis. Z. Nat. Forsch. A 45, 756 (1990); Cold Fusion: A Brief History of Mine. Infinite Energy, 1, #1, p. 10 (1995).
17. *Schwinger J.* Nuclear Energy in an Atomic Lattice I. Z. Phys. D15, 221 (1990); Nuclear Energy in an Atomic Lattice, Prog. Theor. Phys. 85, 711 (1991); Energy Transfer In Cold Fusion and Sonoluminescence. — http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Lab/4520/theory.htm.
18. *Уруцкоев Л. И., Ликсонов В. И., Циноев В. Г.* Экспериментальное обнаружение «странного» излучения и трансформации химических элементов. // Прикладная физика. — 2000. — №4. — С. 83-100; *Urutskoev L. I., Liksonov V. I., Tsinoev V. G.* Observation of transformation of chemical elements during electric discharge. — http://arxiv.org/ftp/physics/papers/0101/0101089.pdf.
19. *Vysotskii V. I., Kornilova A. A., Samoylenko I. I.* Experimental Discovery of Phenomenon of Low-Energy Nuclear Transformation of Isotopes (Mn55=Fe57) in Growing Biological Cultures. The Sixth International Conference on Cold Fusion, Progress in New Hydrogen Energy (Ed. M. Okamoto) Oct. 13-18, 1996, Hokkaido, Japan, Vol. 2, p. 687; Infinite Energy, 2, #10, p. 63 (1996).
20. *Олейник В. П., Арепьев Ю. Д.* К теории ядерных реакций при низких энергиях: физический механизм реакций. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2002. — Т. 2. — №4. — С. 30-43.
21. *Oleinik V. P., Arepjev Yu. D.* Physical Mechanism of Nuclear Reactions at Low Energies. New Energy Technologies, #3 (6), p.17-24, (2002).
22. http://www.extremetech.com/extreme/191754-cold-fusion-reactor-verified-by-third-party-researchers.
23. *Kirakosyan G.* Deduction of coupling constant (α ≈ 1/137) as a wave peculiarity: possible lab confirmation. // Physics Essays, **28**, 2, p. 283-285, (2015).

Статья поступила в редакцию 30.03.2015 г.

Oleinik V. P.

The Dirac problem, part 3.
Electromagnetic field and curvilinear motion by inertia.
Application to atom model and cold nuclear fusion

As is evident from the analysis of the Dirac problem, difficulties of electrodynamics are rooted in the incompleteness of classical mechanics. The elimination of incompleteness of mechanics by including curvilinear motions of classical particles by inertia in the Newtonian scheme of mechanics leads to the need to revise some of the fundamental propositions of theory. As it follows from the condition for stability of accelerated motions of particles by inertia in the transition from one inertial reference frame (IRF) to another, the mass of classical particle is not constant. The mass depends on the particle velocity and changes in passing from one IRF to another. This means that the IRF moving relative to each other are not physically equivalent. The cause of nonequivalence of the IRF is a special physical medium generated by the particle moving by inertia with acceleration. The energy of the medium is distributed differently between rotational and translational degrees of freedom in the IRF moving relative to each other. Nonequivalence of IRF can be registered by experiment. If the system of two particles is in the state of curvilinear motion by inertia, its reduced mass depends on the relative velocity of particles and on the velocity of the center of mass.

There are some additional fields $\vec{H}_i$, apart from the fields of inertial forces $\vec{F}_i$ ($i = 1, 2$), that act on particles of two-particle system being in the state of curvilinear motion by inertia. The equations of the field generated by the system of two particles moving with acceleration by inertia are obtained, which are similar to Maxwell's equations for electromagnetic field produced by electrically charged particles. On the basis of this analogy, it is natural to regard the fields $\vec{F}_i$ and $\vec{H}_i$ as components of a single electromagnetic field generated by particles moving with acceleration by inertia and to call them the electric and magnetic fields. Classical particles moving along curvilinear paths by inertia generate induced electric and magnetic charges. The induced electric charge is significantly different from the electric charge, which is considered in conventional formulation of electrodynamics as an immutable intrinsic property of classical particle inherent in it by the very nature of things.

A qualitatively new model of atom is built in which the bound state of classical particles is formed not by Coulomb forces but by inertia forces acting on particles in their accelerated motion by inertia. In the model, the splitting of bound state of two particles is due not to the leakage of one of the particles through the Coulomb potential barrier formed by another particle but to the redistribution of energy of the system between its rotational and translational degrees of freedom and can therefore occur without energy loss.

The mechanism of formation of bound state of two particles, caused by the curvilinear motion of particles by inertia, explains the phenomenon of cold nuclear fusion (CNF), which can not be explained within the framework of standard theory because of its incompleteness.

This paper is only a milestone in the research on the Dirac problem. The research, theoretical and experimental, is just beginning. It will lead to radical changes in all fields of physical science, giving a powerful impetus to the development of our civilization [1].

Keywords: Dirac problem, non-equivalence of moving relative to each other inertial reference systems, incompleteness conventional schemes mechanics and electrodynamics, curvilinear motion by inertia induced electric and magnetic charges, qualitatively new model of atom, explanation of cold nuclear fusion phenomena.