

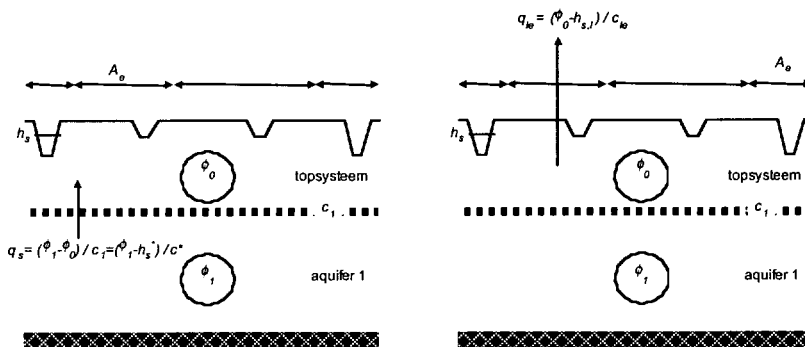
Modelconcepten voor de interactie tussen verzadigd grondwater en oppervlaktewater

P. Groenendijk
W.J. de Lange
K. Kovar

1 Inleiding

In dit artikel gaan we in op de basis van het modelleren van een topsysteem. Hierbij gaat het met name om de invalshoek van het topsysteem als bovenrand van regionale grondwaterstroming. De aspecten van het topsysteem als interessegebied voor de landbouwwaterhuishouding en drainage worden minder belicht.

In dit artikel wordt de zoektocht beschreven naar een gemeenschappelijke noemer in de koppelingsrelaties. Als rode draad wordt een historische lijn gehanteerd. Het probleem is namelijk niet nieuw. In de historie werden verschillende begrippen door verschillende modelleers gehanteerd, waaronder de begrippen drainageweerstand en -flux en voedingsweerstand en -flux. Omdat gebrek aan duidelijkheid en eenduidigheid vaak een bron is geweest voor misverstanden, is het zinnig een aantal belangrijke begrippen te omschrijven. Vervolgens worden in een synthese de verschillende benaderingen met elkaar vergeleken. Op grond van een vergelijking van de aannamen en de gehanteerde concepten kunnen globale conclusies worden getrokken t.a.v. de toepasbaarheid van de desbetreffende concepten voor de weergave van de fluxrelatie als bovenrandvoorwaarde in numerieke grondwatermodellen (fig. 1).



Figuur 1: Modelranden waarop de voedingsflux en de lekflux betrekking hebben. Links: voedingsflux q_s , rechts: lekflux q_{le} .

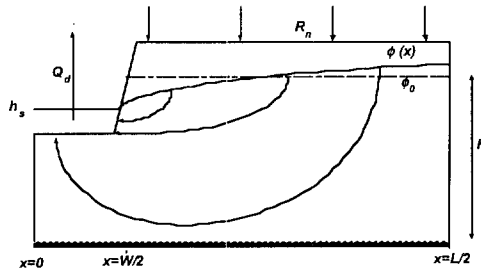
De definities hebben betrekking op fluxen. De andere parameters die daar in de context van het modelleren van het topsysteem mee samen hangen, zoals weerstand en (gemodificeerd) peil kunnen daar eenvoudig aan gekoppeld worden via formules die we later in dit deel zullen behandelen. De kernbegrippen zijn: (1) drainageflux; (2) lekflux en (3) voedingsflux.

Voordat men formules gaat afleiden is het goed eerst afspraken te maken over de richting van fluxen. In dit artikel worden alle opwaartse fluxen en volumestromen voorzien van een +teken en wordt aan neerwaartse fluxen een negatieve waarde toegekend. Uit praktische overwegingen nemen we de neerslagflux R_n positief.

2 Definitie fluxen

Drainageflux

De drainageflux Q_d is de (oppervlakte-)gemiddelde hoeveelheid grondwater stromend van/naar het oppervlakte water in het gebied tussen twee oneindig lange en evenwijdige waterlopen. Hierin volgen we het werk van Ernst (1956; 1963). Vanwege de aanname van de ondoorlatende basis wordt de *grondwateraanvulling* via grondwaterstroming naar de evenwijdige oppervlaktewateren afgevoerd.



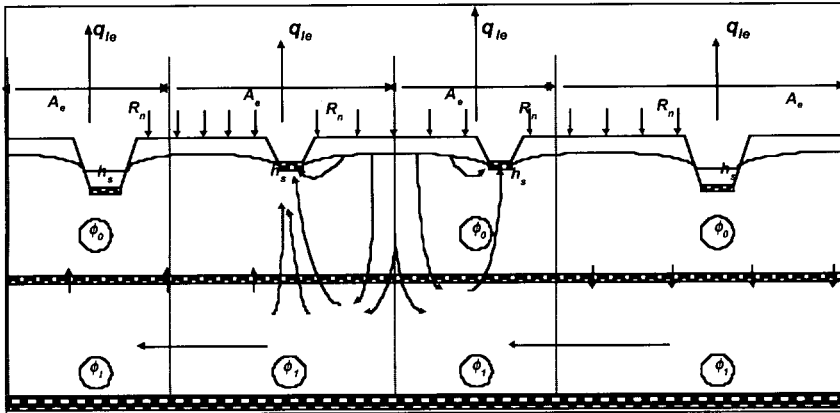
Figuur 2: Schema van de grondwaterstroming bij de afleiding van de drainageweerstand

De flux kan worden uitgedrukt als het volume $[L^3]$ per tijd $[T]$ gedeeld door het oppervlak A_d $[L^2]$ van het stroomgebied.

Lekflux

In werkelijkheid zijn de oppervlakte wateren niet evenwijdig. Maar vooral is het niet vanzelfsprekend dat elke modelleereenheid (cel of element) een gebied beslaat zoals dat geldt bij de definitie van de drainageweerstand. Vaak beslaan de modelleereenheden niet eens het gebied tussen twee oppervlakte wateren. Daarom introduceren we een variant van de drainageweerstand die specifiek geldt voor een willekeurig gekozen oppervlak (bijvoorbeeld de modelleereenheid).

De lekflux q_{le} is de (oppervlakte-) gemiddelde hoeveelheid grondwater stromend van/naar een geometrisch en hydrologisch willekeurig stelsel van waterlopen binnen een gekozen invloedsoppervlak A_e (bijvoorbeeld cel of element in model).



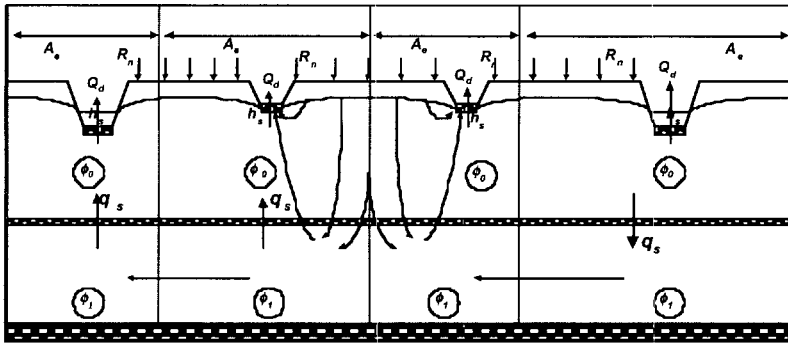
Figuur 3: Schematisering tbv numerieke rekenmodellen waarin de lekflux wordt berekend.

Het begrip lekflux is alleen relevant voor grondwatermodellen met differentiatie in bodem- en wtersysteemeigenschappen. Bij wijze van illustratie: als ervan uitgegaan wordt dat binnen invloedsoppervlak A_e van een cel of element in een model slechts het type van sloten volgens de definitie van drainageflux (q_d) voorkomt, en dat de slootafstand L relatief klein is t.o.v. de lengteschaal L_e van A_e , dan geldt voor deze eenvoudige ruimtelijk en hydrologisch homogene situatie dat de lekflux q_{le} gelijk is aan de drainageflux q_d .

Voedingsflux

In de formele afleiding van formules voor de interactie in het topsysteem bleek al vroeg (Rolf & Kovar, 1972) de introductie van het begrip voedingsweerstand noodzakelijk. De daaraan gekoppelde flux wordt als de voedingsflux gedefinieerd.

De voedingsflux q_s is de (oppervlakte-) gemiddelde hoeveelheid grondwater stromend door de grenslaag tussen topsysteem en 1° aquifer binnen een gekozen invloedsoppervlak A_e (bijvoorbeeld cel of element in model).



Figuur 4: Schematisering voor numerieke rekenmodellen waarin de voedingsflux wordt berekend.

De voedingsflux volgt uit de waterbalans binnen het invloedsoppervlak A_e :

$$q_s A_e = R_n A_{e,land} + Q_{le} \quad (1)$$

waarin $A_{e,land}$ het landoppervlak [L^2] is binnen A_e , en Q_{le} de volumestroom [$L^3 T^{-1}$] behorend bij de lekflux binnen A_e . Omdat de neerslag neerwaarts gericht is heeft $R_n A_{e,land}$ een negatieve waarde.

3 Definitie weerstanden

Bij de verschillende fluxen is het ook zinnig de definities van de weerstanden te geven. De wet van Ohm wordt in de praktijk van de hydrologische modellering veelvuldig toegepast. Het begrip weerstand duidt erop dat alleen materiaalconstanten de hoogte ervan bepalen. In de hydrologie hangt de weerstand alleen af van geohydrologische en geometrische factoren en is hij onafhankelijk van de toestands- of snelheidsvariabelen.

De drainageweerstand is de opbolling gedeeld door de drainageflux:

$$c_d = \frac{\varphi_{0,m} - h_s}{Q_d / A_d} \quad (1)$$

De lekweerstand wordt berekend als het verschil tussen freatische grondwaterstand en de gemodificeerde ontwateringsbasis behorend bij het lekniveau gedeeld door de lekflux:

$$c_{le} = \frac{\varphi_0 - h_{s,l}}{Q_{le} / A_e} \quad (2)$$

Bij de voedingsweerstand speelt iets soortgelijks. De voedingsweerstand is het verschil tussen de stijghoogte van het 'diepe' grondwater en de gemodificeerde ontwateringsbasis behorend bij het voedingsniveau gedeeld door de voedingsflux.

$$c^* = \frac{\phi_1 - h_s^*}{Q_s / A_e} \quad (3)$$

Het begrip voedingsweerstand is alleen bedoeld geweest voor gebruik in grondwatermodellen waarin een topsysteem aanwezig is. Zowel het voedingsniveau h_s^* als het lekniveau $h_{s,l}$ zijn niet meetbaar in het veld maar worden berekend uit andere grootheden (surrogaatvariabelen).

4 Relatie tussen c^* en c_{le} en tussen voedingsflux en lekflux

Zonder a-priori een formule af te leiden voor de voedingsweerstand en de lekweerstand als functie van geometrische en geohydrologische parameters, kunnen betrekkingen gegeven worden voor de kwelflux en de lekflux. Hierbij volgen we Ernst (1983). Zoals te zien is in linker kolom in tabel 1 bestaan de betrekkingen uit twee termen. Wanneer de te koppelen modellen vereisen dat betrekking uit slechts één term bestaat (bijv. een Cauchy-relatie), zijn er mogelijkheden de twee termen samen te vatten door de introductie van surrogaatparameters. Zodoende ontstaan de grootheden $h_{s,l}$ en h_s^* .

Tabel 1: Relaties voor voedingsflux en lekflux.

Formule voor de flux	Relatie bij introductie van gemodificeerde ontwateringsbases
$q_s = \frac{1}{c^*}(\phi_1 - h_s) + \frac{c_{le}}{c^*} R_n$	$q_s = \frac{1}{c^*}(\phi_1 - h_s^*)$ met: $c^* = c_{le} + c_1 + c_0 + \frac{H}{k_z}$ en $h_s^* = h_s - R_n c_{le}$
$q_{le} = \frac{1}{c}(\phi_1 - h_s) - \frac{c_1}{c} R_n$	$q_{le} = \frac{1}{c_{le}}(\phi_0 - h_{s,l})$ met: $h_{s,l} = \phi_0 + \frac{c_{le}}{c}(h_s - \phi_1 + c_1 R_n)$

Uitgaande van de verschillende benaderingen die in de loop der tijd zijn gehanteerd, zijn steeds uitdrukkingen af te leiden die invulling geven aan de parameters c_{le} ; c^* en resp. $h_{s,l}$ en h_s^* . Dit wordt nader aangeduid door achtereenvolgens de formules van Rolf & Kovar (1978), de door Groenendijk bewerkte formule van Ernst (1983),¹ de formule van De Lange (1996).²

- In de vergelijking van Ernst (1983) is de lekweerstand gelijk aan het product van vormfactor en de drainageweerstand afgeleid voor een profiel met potentiaalverval over een aquitard als onderrandvoorwaarde ($c_w = \alpha c_e$). In Ernst (1983) worden de weerstand van de aquifer (H/k_z) en de weerstand van de slootbodembodem c_0 niet beschouwd.
- Bij De Lange voldoet de relatie in tabel 1 niet als de variatie van de flux over de breedte van de slootbodembodem van belang wordt, zoals bij brede waterlopen of een kleine slootweerstand

5 Gemeenschappelijke aannamen voor de formules

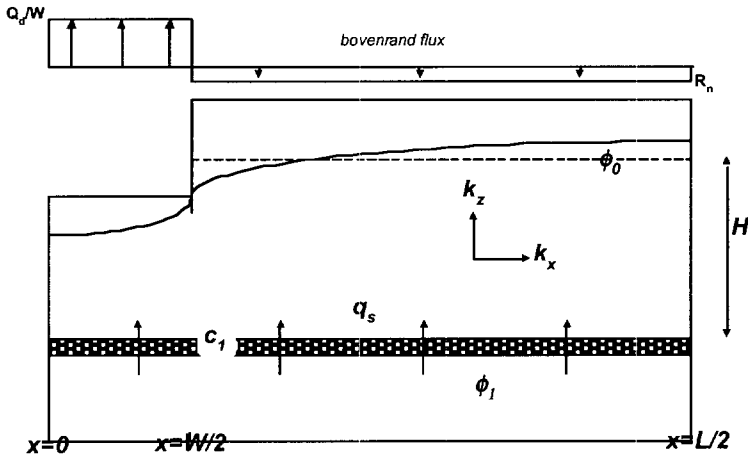
De formules van Rolf & Kovar (1978), De Lange (1996) en de bewerkte formule van Ernst hebben de gemeenschappelijke aannamen:

- equidistante, parallelle waterlopen met afstand L^3
- uniform verdeelde voeding aan de bovenzijde R_n
- homogene eigenschappen (doorlatendheden)
- uniforme dikte van het doorstroomde profiel H
- onder de ontwateringsmiddelen bevindt zich een slechtdoorlatende laag met een bepaalde weerstand c_0
- constante stijghoogte ϕ_1 onder de weerstandbiedende c_1 -laag⁴
- de vertikaal in de bodem van het topsysteem ter plaatse van het midden van de sloot en de vertikaal midden tussen de sloten zijn nul-flux vlakken (geen horizontale stroming onder een sloot door).

Benadering van Rolf & Kovar (1978)

Als eersten in Nederland leidden Rolf en Kovar (1978) een relatie voor de voedingsflux q_s af, d.w.z. voor de koppeling tussen het diepe grondwater en het topsysteem (fig. 5). In hun benadering hanteerden zij behalve de genoemde gemeenschappelijke aannamen ook de volgende aannamen:

- voor het stromingsprobleem wordt een exacte oplossing gebruikt
- door de slootbodembreedte treedt een uniform verdeelde flux op



Figuur 5: Schematisering van het topsysteem voor de afleiding van de koppelingsrelatie door Rolf en Kovar (1978)

3 Door De Lange (1996) is afgeleid dat zijn formule ook geldt voor niet evenwijdige stelsels en arbitraire gebieden.

4 De Lange (1996b) heeft aangegeven dat de aanname van constante stijghoogte niet nodig is bij $x > 3\lambda_1$.

- Voor de afleiding van h_s^* en c^* werd gebruik gemaakt van een exacte oplossing van Bruggeman (1972; 1999) voor het twee-dimensionale verticale stromingsprobleem met diffuse voeding R_n aan de bovenzijde, een constante stijghoogte φ_1 aan de onderzijde van het toppakket en een constant ontwateringsniveau h_s van het oppervlaktewater. De potentiaal $\varphi(x, z)$ in de aquifer als functie van de locatie (x, z) :

$$\varphi(x, z) = \varphi_1 + (R_n \frac{L - W}{L} - \frac{Q_d}{L})(c_1 + \frac{z}{k_z}) - \frac{L(Q_d + R_n W)}{W \pi^2 \sqrt{k_x k_z}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{n\pi W}{L})}{n^2 \pi^2} \cos(\frac{2n\pi x}{L}) \frac{\frac{2n\pi \sqrt{k_x k_z}}{L} \cosh(\frac{2n\pi z}{L} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}) + \sinh(\frac{2n\pi z}{L} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}})}{\frac{2n\pi \sqrt{k_x k_z}}{L} \sinh(\frac{2n\pi z}{L} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}) + \cosh(\frac{2n\pi z}{L} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}})} \quad (4)$$

met:

$$0 \leq x \leq L/2 \quad \text{en} \quad 0 \leq z \leq H$$

Uit deze vergelijking wordt Q_d geëlimineerd door de substitutie en komt via een omweg een uitdrukking van de slootbodempweerstand in de totale weerstand terecht. Hiervoor wordt de volgende betrekking gebruikt:

$$Q_d = W \frac{\frac{1}{2} \int_0^{w/2} \varphi_0(x, H) dx - h_s}{c_0} \quad (5)$$

Rolf & Kovar (1978) namen de slechtdoorlatende laag onder de aquifer niet in beschouwing en stelden daarmee $c_1=0$. Voor de voedingsweerstand c^* , door Rolf/Kovar een 'fictieve c-waarde' genoemd, leidden zij af:

$$c^* = \frac{H}{k_z} + \frac{L}{W} c_0 + \frac{L^3}{\pi^3 W^2 \sqrt{k_x k_z}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin(\frac{n\pi W}{L}) \tanh(\frac{2n\pi H}{L} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}) \quad (6)$$

Het fictieve slootpeil h_s^* bestaat uit een constante en een term die afhankelijk is van de netto neerslag R_n . Na enig omwerken is uit het artikel van Rolf en Kovar (1978) af te leiden:

$$h_s^* = h_s + R_n \left(\frac{L - W}{W} c_0 + \frac{L^3}{\pi^3 W^2 \sqrt{k_x k_z}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin(\frac{n\pi W}{L}) \tanh(\frac{2n\pi H}{L} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}) \right) = h_s + R_n (c^* - \frac{H}{k_z} - c_0) \quad (7)$$

De methodiek van Rolf en Kovar (geoperationaliseerd in de rekenprogramma's RELAT en SURFIN) werd bij het voormalige RID gebruikt voor parameterisering van grondwatermodellen bij het regionaal hydrologisch onderzoek voor de provincie Groningen (o.a. Rolf, 1984 en Beugelink, 1985). Daarbij werd echter h_s^* en c^* gebruikt die waren afgeleid voor een geohydrologisch schema met een scheidende laag aan de onderzijde (weerstand c_1).

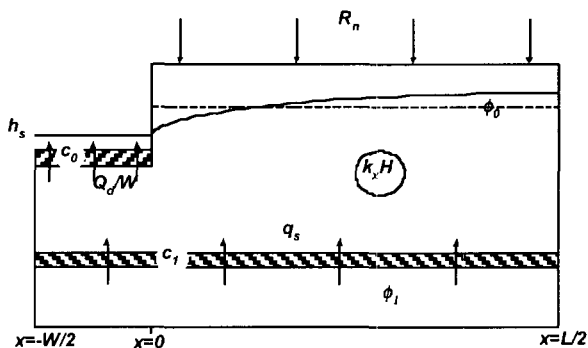
Overigens zijn in de rapportage van dit onderzoek de begrippen 'voedingsflux' en 'voedingsweerstand' zijn geïntroduceerd.

Formule van De Lange (1996; 1999)

Bij de afleiding van de formule van De Lange worden naast de gangbare aannamen nog een aantal extra aannamen gedaan:

- het waterniveau h_s in de sloot geldt als een randvoorwaarde; dit resulteert in een variabele flux door de onderrand
- zowel voor de stroming in een freatisch pakket als voor de stroming onder de waterloop wordt uitgegaan van de Dupuit-aanname
- de weerstand tegen verticale stroming binnen het freatische pakket werd in eerste instantie opgeteld bij de weerstand van de onderliggende scheidende laag (De Lange, 1995; 1997). In een later artikel (De Lange, 1999) wordt deze optelling niet meer a-priori gedaan. De radiale weerstand en de verticale weerstand van het freatische pakket worden verrekend met enkele termen in de te ontwikkelen formules.

Daarnaast heeft De Lange (1996) er voor gekozen bij zijn afleidingen uit te gaan van de breedte L^* ($=L-W$) van een perceel tussen twee waterlopen en niet van de hart-tot-hart (L) afstand van waterlopen. Het model is schematisch weergegeven in fig. 6.



Figuur 6: Schematisering van het bodemprofiel in het model waarvoor De Lange relaties heeft afgeleid voor de voedingsweerstand.

De koppingsrelatie volgens De Lange (1999; vgl. 13d):

$$q_s = \frac{(\phi_1 - h_s)}{c_0 + c_1} \left(\frac{W}{(L^* + W)} + \frac{L^* c_1}{(L^* + W) c_L^*} \right) + R_n \frac{L^*}{L^* + W} \frac{c_L^* - c_1}{c_L^*} \quad (8)$$

waarin c_L^* de voedingsweerstand is voor het landoppervlakte deel van de doorsnede.

$$c_L^* = (c_0 + c_1 + H/k_2) \frac{L^*}{2\lambda_L} \coth\left(\frac{L^*}{2\lambda_L}\right) + c_0 \frac{L^*}{W} \frac{W}{2\lambda_B} \coth\left(\frac{W}{2\lambda_B}\right) \quad (9)$$

waarin de spreidingslengten λ_L en λ_B worden berekend volgens:

$$\lambda_L = \sqrt{k_x H c_1} \quad \text{en} \quad \lambda_B = \sqrt{k_x H \frac{c_0 c_1}{c_0 + c_1}} \quad (10)$$

De verticale weerstandsterm H/k_z in de formule volgt niet direct uit de afleiding, maar is later op grond van empirische overwegingen toegevoegd aan c_1 in de uitdrukking voor c_L^* . Ook wordt een term voor de radiale weerstand toegevoegd aan c_L^* , zodat:

$$q_s = \frac{(\phi_1 - h_s)}{c_0 + c_1 + H/k_z} \frac{W c_L^* + L^* (c_1 + H/k_z)}{(L^* + W) c_L^*} + R_n \frac{L^*}{L^* + W} \frac{c_L^* - c_1 - H/k_z}{c_L^*} \quad (11)$$

en:

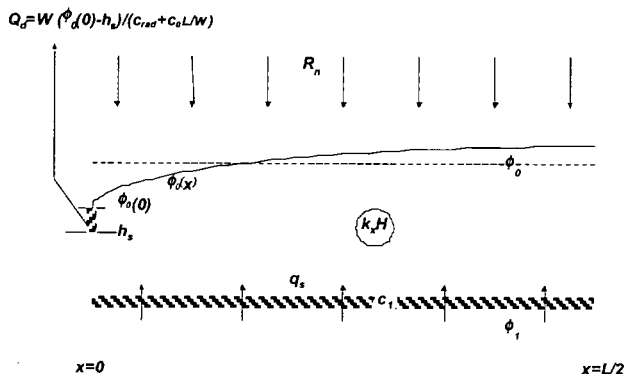
$$c_L^* = (c_0 + c_1 + H/k_z) \frac{L^*}{2\lambda_L} \left(\coth\left(\frac{L^*}{2\lambda_L}\right) + \frac{\lambda_B}{\lambda_L} \coth\left(\frac{W}{2\lambda_B}\right) \right) + \frac{L^*}{\pi \sqrt{k_x k_z}} \ln\left(\frac{4H}{\pi W}\right) \quad (12)$$

Door Groenendijk bewerkte formule van Ernst (1983)

Voor de analyse en het begrip van de formules van Rolf/Kovar en De Lange is het nuttig een vergelijking te maken met de benadering van Ernst (1983). Alhoewel Ernst zijn formules destijds niet heeft afgeleid om als een Cauchy-randvoorwaarde in een numeriek grondwatermodel te implementeren, kan toch met geringe moeite een koppelingsrelatie worden afgeleid. Deze vergelijking leent zich o.a. voor de analyse van de invloed van de slootbreedte W (in ratio W/L) in het gedachtegoed van De Lange. Behalve de eerder genoemde veronderstellingen worden de volgende aannamen gedaan:

- tussen $x=0$ en $x=L/2$ geldt de stromingsvergelijking volgens Dupuit-Forchheimer
- bij afvoer van grondwater via de sloot dient het water een radiale weerstand c_{rad} te overwinnen. Later is door anderen hier ook een intree weerstand $c_0 L/W$ aan toegevoegd.
- De breedte van de waterloop is te verwaarlozen t.o.v. de afstand tussen de waterlopen.
- de weerstand tegen verticale stroming binnen het freatische pakket wordt verwaarloosd

Het model is schematisch weergegeven in fig. 7.



Figuur 7: Schematisering van het bodemprofiel in het model van Ernst (1983).

Uitgaande van de Dupuit-Forchheimer stromingsvergelijking en randvoorwaarden kan de volgende betrekking voor de voedingsweerstand worden afgeleid:

$$c^* = c_1 \frac{L}{2\sqrt{k_x H} c_1} \coth\left(\frac{L}{2\sqrt{k_x H} c_1}\right) + \frac{L}{\pi\sqrt{k_x k_z}} \ln\left(\frac{4H}{\pi W} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}\right) + \frac{L}{W} c_0 \quad (13)$$

Analoog aan de formule van De Lange zou de verticale weerstand in de aquifer verrekend kunnen worden met de weerstand van de slechtdoorlatende laag.

Vergelijking van de formules

Uit de veronderstellingen die ten grondslag liggen aan de formules is een eerste globale beoordeling van de toepasbaarheid te geven. Een meer precieze beoordeling volgt uit rekenexperimenten en validatie aan een 2D of 3D numeriek grondwatermodel. Deze beoordeling valt buiten het bestek van dit artikel.

Tabel 2: Vergelijking van drie formules voor de interactie tussen grondwater en oppervlaktewater

	Formule van Rolf & Kovar (1978)	Formule van De Lange (1996; 1999)	Door Groenendijk bewerkte Ernst-formule
Stromings-vergelijking	Exacte oplossing	D-F	D-F
Slootrand-voorwaarde	Flux-voorwaarde bij oplossen van stromingsvergelijking. Fluxterm is achteraf gesubstitueerd door vergelijking met slootpeil en bodemweerstand	Slootpeil expliciet geformuleerd als randvoorwaarde	Slootpeil expliciet geformuleerd als randvoorwaarde
Breedte van de sloot	Stroming onder sloot expliciet beschreven (2D);	Stroming onder sloot expliciet beschreven (1D);	Gelumpt in de zijrandvoorwaarde
Vert. weerstand in aquifer	Wordt impliciet beschreven (2D)	Expliciet beschreven, empirisch vastgesteld	Verwaarloosd
Toepassing geadviseerd		Relatief brede waterlopen	
Toepassing afgeraden	Brede waterlopen	H/L relatief groot c , relatief klein	Brede waterlopen H/L relatief groot c , relatief klein

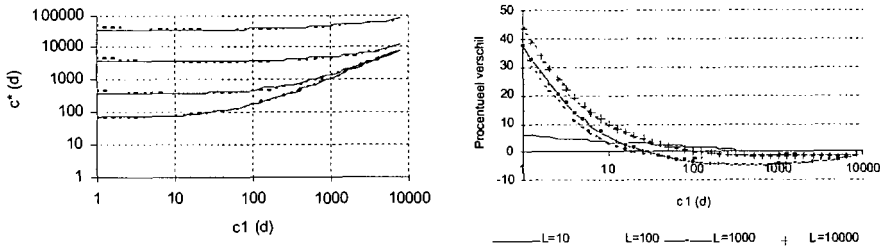
Rekenexperiment

Om het gedrag van de twee meest gebruikte formules voor de voedingsweerstand te illustreren is een rekenexperiment uitgevoerd voor de formules De Lange (1999) en Rolf/Kovar

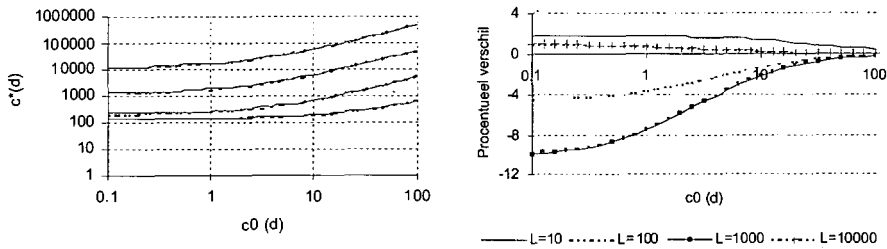
(1978). Daarbij zijn alle parameters op één na gevarieerd over een bepaald traject (tabel 3). In de formule van De Lange is de factor $\sqrt{k_x/k_z}$ voor anisotropiecorrectie van de radiale weerstand toegepast.

Tabel 3: Instelwaarden voor het rekenexperiment met twee formules voor de voedingsweerstand

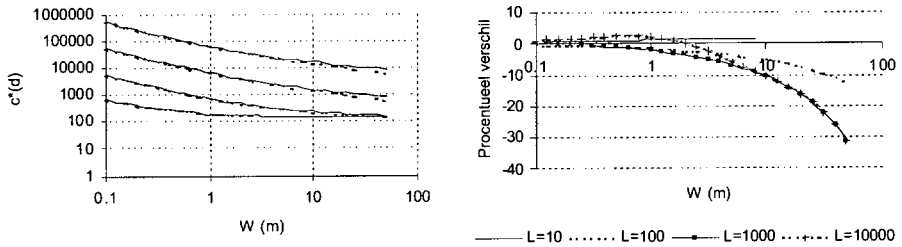
Parameter	Instelwaarde	Traject	Eenheid
W	2	0.1 - 50; $W < L/2$	m
L	100	10 - 10000	m
H	20	1 - 1000	m
k_x	5		$m\ d^{-1}$
k_z	0.5	0.05 - 5	$m\ d^{-1}$
c_0	5	0.01 - 100	d
c_1	100	1 - 10000	d



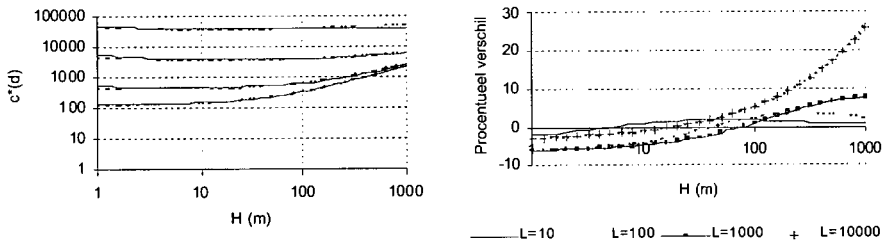
Figuur 8: De voedingsweerstand als functie van de aquitardweerstand c_1 volgens Rolf/Kovar (—) en volgens De Lange (- - -) en de procentuele afwijking van De Lange t.o.v. Rolf/Kovar



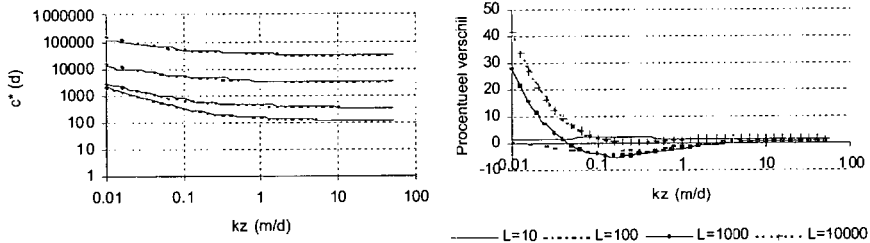
Figuur 9: De voedingsweerstand als functie van de slotweerstand c_0 volgens Rolf/Kovar (—) en volgens De Lange (- - -) en de procentuele afwijking van De Lange t.o.v. Rolf/Kovar.



Figuur 10: De voedingsweerstand als functie van de slootbreedte W volgens Rolf/Kovar (—) en volgens De Lange (---) en de procentuele afwijking van De Lange t.o.v. Rolf/Kovar.

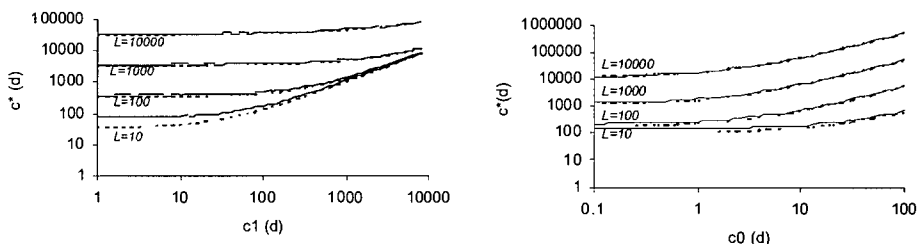


Figuur 11: De voedingsweerstand als functie van de aquiferdikte H volgens Rolf/Kovar (—) en volgens De Lange (---) en de procentuele afwijking van De Lange t.o.v. Rolf/Kovar

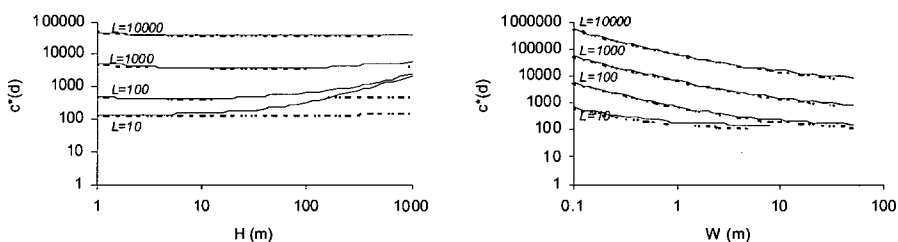


Figuur 12: De voedingsweerstand als functie van de verticale doorlatendheid k_z volgens Rolf/Kovar (—) en volgens De Lange (---) en de procentuele afwijking van De Lange t.o.v. Rolf/Kovar

Resultaten van de door Groenendijk bewerkte formule van Ernst zijn weergegeven in figuur 13 en 14.



Figuur 13: De voedingsweerstand als functie van de verticale doorlatendheid c_1 (links) en de slootweerstand c_0 (rechts) volgens Rolf/Kovar (—) en de bewerkte formule van Ernst (- - -)



Figuur 14: De voedingsweerstand als functie van de oquiferdikte H (links) en de slootbreedte W (rechts) volgens Rolf/Kovar (—) en de bewerkte formule van Ernst (- - -)

In de figuren waarin de resultaten met een log-log schaal zijn uitgezet lijken de resultaten nagenoeg gelijk. Bij de bestudering van de figuren waarin de resultaten als procentueel verschil t.o.v. de benadering van Rolf/Kovar zijn weergegeven blijkt dat:

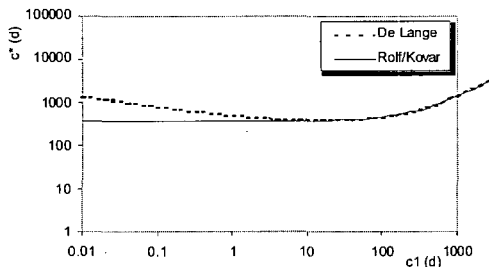
- c_1 Bij kleine waarden van de aquitardweerstand c_1 neemt de voedingsweerstand c^* volgens De Lange iets toe. Voor de drainafstanden groter of gelijk aan 100 m loopt in dit traject het procentuele verschil tussen de benadering van De Lange en de formule van Rolf/Kovar op tot ca. 25% bij $c_1 = 1$ d. Bij drainafstanden kleiner of gelijk aan 10 m is met de formule van De Lange de voedingsweerstand juist kleiner dan die berekend met Rolf/Kovar.
- c_0 In het traject van de slootweerstand dat voor de praktijk van belang is (1 - 10 d) is het verschil tussen de DeLange en Rolf/Kovar minder dan 10%. Bij heel kleine c_0 onderschat de formule van Bruggeman de voedingsweerstand t.o.v. de resultaten met de vergelijking van De Lange.
- W Bij een variatie van de slootbreedte W wordt met beide benaderingen in grote lijnen hetzelfde resultaat behaald. Bij een grotere slootbreedte wordt met Rolf/Kovar een kleinere voedingsweerstand berekend dan met De Lange.
- H Een toenemende dikte van de freatische aquifer leidt tot een overschatting van de voedingsweerstand door De Lange tov de benadering Rolf/Kovar. Bij gangbare slootafstanden is het verschil niet groter dan 10%.
- k_z Een afnemende verticale doorlatendheid zorgt voor een grotere verticale

weerstand en een grotere anisotropie. Bij grote waarden van de drainafstand en kleine waarden van de verticale doorlatendheid zijn de resultaten uit de vergelijking van De Lange meer dan 50% hoger dan de uitkomsten met de formule van Bruggeman. In het traject dat voor de praktijk van belang is zijn de verschillen kleiner dan 10%.

De bewerkte formule van Ernst resulteert met name bij $L=10$ in lagere waarden voor de voedingsweerstand. In figuur 14 (links) waarin c^* is weergegeven als functie van de aquiferdikte H is te zien dat het niet in rekening brengen van de verticale weerstand van de aquifer leidt tot een grote afwijking t.o.v. Rolf/Kovar. Bij Rolf/Kovar neemt de voedingsweerstand toe bij toenemende H , terwijl in de bewerkte formule van Ernst c^* min of meer constant blijft.

Discussie

Als de breedte van de waterloop veel kleiner is dan de afstand tussen de waterlopen is de stroming in dit deel van het profiel voornamelijk verticaal en radiaal gericht. In situaties met een kleine L/H ratio (diepe pakketten) mag de veronderstelling Dupuit niet worden toegepast en dient met verticale drukverschillen rekening te worden gehouden. Ook moet in de hydrologische schematisering de onderliggende aquitard een relevante weerstandswaarde hebben. Bij heel kleine waarden van c_1 komt het freatisch pakket als het ware overeen met een oneindig diep pakket. Fig. 15 toont het effect van een heel kleine waarde voor c_1 op c^* in de theorie van De Lange (1999). In het traject $c_1 < 12.5$ d wordt c^* groter bij afnemende c_1 . Dit is niet logisch en een gevolg van aannamen voor situaties waarvoor het model niet is afgeleid.

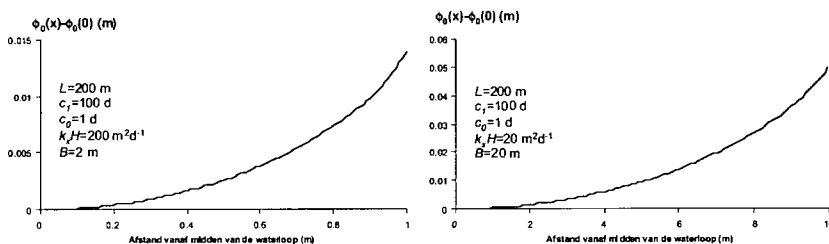


Figuur 15: c^* als functie van c_1 in de koppingsrelatie van De Lange (1999) en het rekenprogramma RELAT van Rolf & Kovar (1978), waarbij $L=100$ m; $W=2$ m; $H=20$ m; $c_0=5$ d; $k_z=5$ m/d; $k_y=0.5$ m/d.

Het is daarom de vraag of het fysisch correct is in het model van De Lange een Dupuit-veronderstelling te hanteren voor dit stromingsdeel. Echter in situaties waarin het twijfelachtig is of deze aanname gedaan mag worden, draagt de eruit voortvloeiende weerstandsterm nauwelijks bij aan de totale weerstand en in situaties met relatief brede waterlopen draagt de term wel bij aan het resultaat. Juist in deze situaties is het wel aannemelijk de Dupuit-veronderstelling onder de waterloop te hanteren.

Met behulp van rekenexperimenten is op empirische wijze een plaats toegekend aan de verticale weerstand van het topsysteem en de radiale weerstand in de formules van De Lange (1999). Een theoretische onderbouwing op wiskundige en hydrologische gronden heeft meer overtuigingskracht.

In het schema van het stromingsprobleem dat de basis vormt voor Rolf & Kovar (1978) wordt een uniform verdeelde flux ter grootte van Q_d/W door de slootbodem verondersteld. Bij relatief brede waterlopen hoeft deze aanname niet altijd geldig te zijn. Fig. 16 geeft voor twee situaties het verloop van het oppervlakteniveau t.o.v. het niveau in het midden van de waterloop.



Figuur 16: Stijghoogte onder de slootbodem als functie van de afstand t.o.v. de stijghoogte onder het midden van de waterloop waarbij de grondwaterafvoer gelijk is aan de voeding.

Een brede waterloop in combinatie met een geringe transmissiviteit en een geringe slootweerstand kan een niet te verwaarlozen gradiënt van het openwaterniveau tot gevolg hebben (fig. 16b). Onder normale omstandigheden is het maximale verschil niet groter dan 10% van de maximale opbolling en is de gradiënt wel te verwaarlozen.

Conclusies

In dit artikel is uitdrukking gegeven van de zoektocht naar een gemeenschappelijke noemer in de koppelingsrelatie tussen het topsysteem en het diepe grondwater. In verschillende modelstudies in het verleden is de drainageweerstand ingevuld als parameter in de genoemde koppelingsrelatie. Rolf en Kovar kozen reeds in 1978 een benadering waarbij de potentiaal van het diepe grondwater en het ontwateringsniveau drijvende krachten zijn in de stroming tussen het topsysteem en het diepe grondwater en berekende de hierbij behorende voedingsweerstand. In het rapport van Ernst uit 1983 zijn aanzetten te vinden voor de koppelingsrelatie. De Lange heeft in zijn proefschrift en de daaropvolgende diverse artikelen nadrukkelijk aandacht gevraagd voor het kiezen van de juiste uitgangspunten bij het hanteren van een koppelingsrelatie. In de 'Cauchy-randvoorwaarde als koppelingsrelatie' is de drainageweerstand niet de geschikte parameter die ingevuld kan worden.

Tevens heeft De Lange een formule ontwikkeld die in gebieden met een relatief groot aandeel oppervlaktewater correcte uitkomsten geeft.

Twee mogelijkheden zijn aangeduid voor de koppeling van het topsysteem met een numeriek grondwatermodel:

- D.m.v. de voedingsflux
- D.m.v. de lekflux

Welke aanpak wordt gekozen hangt af van (1) de geohydrologische omstandigheden en (2) de vraagstelling. Als de nadruk van de vraagstelling ligt op het inzicht in de stroming in het topsysteem verdient de koppeling d.m.v. lekflux de voorkeur. Bedacht moet worden dat zowel de voedingsflux als de lekflux afhankelijk zijn van de schaal en de schematisering van de eenheden waar het model mee rekent.

- Voor de interactie tussen verzadigd grondwater en oppervlaktewater in landelijke en regionale modellen dient een koppelingsconcept gehanteerd te worden dat past bij de hydrologische schematisering. 'De Lange' en Rolf/Kovar gaan uit van deze concepten.
- Het begrip drainageweerstand is ontwikkeld voor inrichtingsvraagstukken tav landbouwkundige ontwatering. Voor de koppeling tussen het topsysteem en het "diepe"grondwater is dit begrip niet geschikt.
- Benaderingen in regionale modellen waarbij de weerstand in de koppelingsrelatie wordt geschat als de drainageweerstand maal de vormfactor gaan niet uit van dit concept. Wij ontraden dergelijke benaderingen.
- Voor de praktijk leveren De Lange en Rolf/Kovar ongeveer dezelfde uitkomsten. Beide methoden zijn toepasbaar, mits met inzicht in de beperkingen.
- In situaties van kleine waterlopen in combinatie met een dik pakket, waarin Dupuit eigenlijk niet meer toepasbaar is, verdient de methode Rolf/Kovar de voorkeur
- In situaties van brede waterlopen in combinatie met kleine slootweerstand verdient de methode De Lange de voorkeur.
- De lekweerstand hangt samen met de voedingsweerstand (zie tabel 1). Voor de praktijk is de lekweerstand te schatten als de voedingsweerstand minus de weerstand van de aquitard.
- De bewerkte formule van Ernst geeft door het ontbreken van de verticale weerstand van de aquifer bij relatief kleine drainafstand lagere waarden van de voedingsweerstand. Bij hogere waarden van L geeft het voor de praktijk ongeveer dezelfde resultaten. De methode is eveneens toepasbaar, mits inzicht in de beperkingen.
- De wiskundige uitwerking van de bewerkte formule van Ernst is eenvoudiger dan 'Rolf/Kovar' en 'De Lange'. Het afleiden van een formule voor een meerlagensysteem is bij de gekozen uitgangspunten van de Ernst-formule gemakkelijker dan voor de beide andere formules.

Zoals eerder gesteld, voor de praktijk leveren de verschillende benaderingen ongeveer dezelfde uitkomsten. In de conceptuele vergelijking van de formules en de discussie n.a.v. de resultaten van het rekenexperiment worden punten aangestipt die vragen om nadere uitwerking. Als wordt gezegd dat de ene benadering in iets lagere of hogere waarden voor de voedingsweerstand of de lekweerstand resulteert dan de andere benadering zou je graag willen weten of dat voor de praktijk van hydrologische modelstudies iets uitmaakt of niet. Voor een dergelijke beoordeling zijn veel uitgebreidere rekenexperimenten nodig en toetsing van de inzichten in een 'real case' studie. Aan dergelijke experimenten wordt met wisselende snelheid gewerkt. De resultaten en conclusies houdt u van ons tegoe voor een volgend artikel. Het conceptuele fundament is nu gelegd.

Lijst van symbolen

A	Oppervlak van het afwateringsgebied	L^2
A_d	Oppervlak van het drainerende afwateringsgebied	L^2
A_c	Invloedsoppervlak van het cel of element in een rekenmodel	L^2
H	Dikte van het topsysteem	L
L	Hart-tot-hart afstand tussen ontwateringsmiddelen	L
L^*	Breedte van een perceel tussen twee waterlopen ($L^*=L - W$)	L
L_c	Lengteschaal van het invloedsoppervlak A_c	L
W	Breedte van een ontwateringsmiddel	L
k_x	Doorlatendheid in horizontale richting	$L T^{-1}$
k_z	Doorlatendheid in verticale richting	$L T^{-1}$
$k.H$	Doorlaatvermogen of transmissiviteit	$L T^{-2}$
A	Anisotropiefactor ($=k_x/k_z$)	-
$\varphi_n(x)$	Freatische grondwaterstand in een cel van een numeriek model	L
$\varphi_{n,m}$	Freatische grondwaterstand midden tussen de ontwateringsmiddelen	L
$\varphi_{n,v}$	Fr. grondwaterstand als functie van de afstand vanaf het midden van	L
$\varphi(x)$	Potentiaal als functie van de afstand tot het referentiepunt	L
$\varphi(x,z)$	Potentiaal als functie van de afstand en de diepte tot het	L
φ_1	Stijghoogte onder de eerste scheidende laag	L
α	Vormfactor	-
h_z^*	Ontwateringsbasis	L
h_s^*	Gemodificeerde ontwateringsbasis behorend bij c^* (voedingsniveau)	L
$h_{s,l}$	Gemodificeerde ontwateringsbasis behorend bij c_l (lekniveau)	L
$q_{d,i}$	Drainageflux	$L T^{-1}$
$q_{l,i}$	Lekflux	$L T^{-1}$
q_v	Voedingsflux	$L T^{-1}$
R_n	Flux door het freatisch vlak	$L T^{-1}$
$Q_{d,i}$	Drainagevolumestroom	$L^3 T^{-1}$
$Q_{l,i}$	Lekvolumestroom	$L^3 T^{-1}$
Q_v	Voedingsvolumestroom	$L^3 T^{-1}$
c_n	Weerstand van de wand van een ontwateringsmiddel (slootweerstand)	T
c_1	Weerstand van de eerste scheidende laag	T
c_d	Drainageweerstand	T
$c_{m,d}$	Radiale weerstand	T
$c_{l,i}$	Lekweerstand	T
c^*	Voedingsweerstand	T
c_L^*	Voedingsweerstand voor het landoppervlak in de formule van De Lange	T
λ_L	Spreadingslengte voor het landoppervlak in de formule van De Lange	L
λ_w	Spreadingslengte voor het oppervlaktewater in de formule van De Lange	L

Literatuur

- Bakel, P.J.T. van, W.J. de Lange, R. Pastoors, P. Groenendijk, K. Kovar (2002)** De interactie tussen grondwater en oppervlaktewater ten behoeve van landelijke en regionale grondwatermodellen: Introductie van een serie artikelen over theorie en toepassingen van vernieuwde kennis over een klassiek onderwerp; in: *Stromingen*, jrg 8, nr 2, deze uitgave.
- Beugelink, G.P. (1985)** Selligen; een numeriek model van het geohydrologische systeem; rapport nr. 840341005, Rijksinstituut voor Drinkwatervoorziening, Leidschendam.

- Bruggeman, G.A. (1972)** Tweedimensionale stroming in semispanningswater; Bijlage 5 in 'Rapport De Groeve', Rijksinstituut voor Drinkwatervoorziening, Den Haag
- Bruggeman, G.A. (1999)** Analytical solutions of geohydrological problems; Elsevier, Amsterdam.
- Ernst, L.F. (1983)** Wegzijing en kwel; de grondwaterstroming van hogere naar lagere gebieden. Wageningen, Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding, Rapport 7.
- Lange, W.J. de (1996)** Groundwater modeling of large domains with analytic elements; thesis, Delft University of Technology, Delft.
- Lange, W.J. de (1997)** Nieuwe inzichten in het gebruik van voedingsweerstand of drainageweerstand in de randvoorwaarde van een grondwatermodel. Deel 1: De basis voor het modelconcept; in: *Stromingen*, jrg 3, nr 2, pag 17–28.
- Lange, W.J. de (1999)** A Cauchy boundary condition for the lumped interaction between an arbitrary number of surface water and a regional aquifer; in: *Journal of Hydrology*, vol 226, pag 250–261.
- Rolf, H.M. en K. Kovar (1978)** Analytical solution of the recharge of an aquifer from the overlying semi-permeable toplayer with partially penetrating ditches to be used in a numerical model; in: *Quarterly Report*, nr. 15, National Institute for Water Supply, The Netherlands, Leidschendam.
- Rolf, H.L.M. (1984)** Veendam en omstreken, een numeriek model van het geohydrologische systeem; rapport nr. 840341002, Rijksinstituut voor Drinkwatervoorziening, Leidschendam.