



TUGAS AKHIR - SM 141501

**PERBANDINGAN GSTAR DAN ARIMA FILTER
KALMAN DALAM PERBAIKAN HASIL PREDIKSI
DEBIT AIR SUNGAI BRANTAS**

**ILHAM FAUZI HAMSİYAH
NRP 1211 100 043**

**Dosen Pembimbing
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes**

**JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015**



FINAL PROJECT - SM 141501

**COMPARISON OF GSTAR AND ARIMA KALMAN
FILTER IN IMPROVED OUTCOME PREDICTION
BRANTAS RIVER DISCHARGE**

**ILHAM FAUZI HAMSIAH
NRP 1211 100 082**

**Supervisors
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015**

LEMBAR PENGESAHAN

PERBANDINGAN GSTAR DAN ARIMA FILTER KALMAN DALAM PERBAIKAN HASIL PREDIKSI DEBIT AIR SUNGAI BRANTAS

COMPARISON OF GSTAR AND ARIMA KALMAN FILTER IN IMPROVED OUTCOME PREDICTION BRANTAS RIVER DISCHARGE

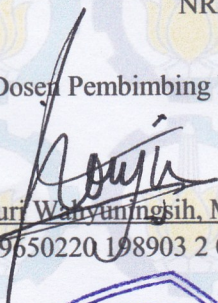
TUGAS AKHIR

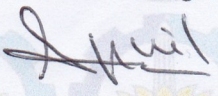
Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
ILHAM FAUZI HAMSYAH
NRP. 1211 100 043
Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,

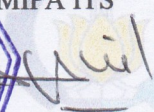

Dra. Nuri Wahyuningtih, M.Kes
NIP. 19650220 198903 2 002


Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP. 19660414 199102 2 001

Mengetahui,

Koordinator Jurusan Matematika
FMIPA ITS




Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP. 19660414 199102 2 001
Surabaya, Agustus 2015

**PERBANDINGAN GSTAR DAN ARIMA FILTER
KALMAN DALAM PERBAIKAN HASIL PREDIKSI
DEBIT AIR SUNGAI BRANTAS**

Nama Mahasiswa : ILHAM FAUZI HAMSİYAH
NRP : 1211 100 043
Jurusan : Matematika
Dosen Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

Abstrak

ARIMA Box-jenkins adalah salah satu metode time series yang biasa digunakan untuk melakukan analisis data dan peramalan. Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menemukan data yang mempunyai keterkaitan antar waktu dan keterkaitan antar lokasi. Data seperti ini disebut data spasial. Debit air Sungai mempunyai keadaan yang heterogen pada setiap waktu dan lokasi pengukuran yang dipengaruhi sifat acak alam, sehingga karakteristik debit air disetiap lokasi berbeda. Untuk mendapatkan prediksi yang mempunyai tingkat error yang kecil, maka akan dilakukan perbandingan dua model yaitu model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) dan model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Filter Kalman. Algoritma Filter Kalman akan diterapkan pada hasil ramalan Pemodelan ARIMA dengan pengambilan derajat polinomial kesatu, dua, dan tiga untuk memperbaiki prediksi 14 hari ke depan. Hasil akhir menunjukan bahwa Filter Kalman mampu memperbaiki hasil ARIMA dan mempunyai tingkat error yang lebih kecil dibandingkan dengan GSTAR(3₁) inverse jarak, yang ditunjukan melalui hasil simulasi berupa grafik dan diperjelas dengan nilai MAPE yang lebih kecil.

Kata Kunci : ARIMA, ARIMA Filter Kalman, polinomial derajat, GSTAR



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

**COMPARISON OF GSTAR AND ARIMA KALMAN FILTER
IN IMPROVED OUTCOME PEDICTION BRANTAS RIVER
DISCHARGE**

Name : ILHAM FAUZI HAMSIAH
NRP : 1211 100 043
Department : Mathematics
Supervisor : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

Abstract

ARIMA Box-Jenkins is one method of time series which is used to perform data analysis and forecasting. In daily life, we often find data that have a relation between the time and relation between locations. Data such as these are called spatial data. River water discharge have a heterogeneous situation at any time and location measurements influenced the random of nature, so that the water discharge characteristics at each location. To get the predictions that has a small error rate, it will be the comparison of two models, namely models Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) and models Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Kalman Filter. Kalman Filter algorithm will be applied to the results forecast by the ARIMA modeling decision-degree polynomial 1st, 2nd, and 3rd to improve the prediction of the next 14 days. The final result vector that is able to improve the results of ARIMA Kalman Filter and have a level of error that is smaller than the GSTAR (3₁) inverse distance, which is demonstrated through simulation results in the form of graphs and clarified with a smaller MAPE value.

Keywords : *ARIMA, ARIMA Kalman Filter, polynomial degrees, GSTAR.*



KATA PENGANTAR

Segala Puji bagi Allah SWT Tuhan semesta alam yang telah memberikan karunia, rahmat dan anugerah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul: **“Perbandingan GSTAR dan ARIMA Filter Kalman Dalam Perbaikan Hasil Prediksi Debit Air Sungai Brantas”** yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Studi S-1 pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan berkat kerjasama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA ITS dan dosen pembimbing pertama Tugas Akhir atas segala bimbingan dan motivasi yang telah diberikan kepada penulis.
2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes sebagai dosen pembimbing kedua Tugas Akhir atas segala bimbingan dan motivasi yang telah diberikan kepada penulis.
3. Drs. Suharmadi S, M.Phil, Dr. Hariyanto, M.Si selaku dosen penguji.
4. Drs. Chairul Imron, MI.Komp selaku Koordinator Tugas Akhir Jurusan Matematika FMIPA ITS.
5. Drs. Daryono Budi U, M.Si selaku dosen wali penulis yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Jurusan Matematika FMIPA ITS.
6. Pak Agung beserta seluruh *staff* Perusahaan Umum (Perum) Jasa Tirta 1 Malang yang membantu penulis untuk mendapatkan data Jumlah Debit air Sungai Brantas.
7. Bapak dan Ibu dosen serta seluruh *staff* Tata Usaha dan Laboratorium Jurusan Matematika FMIPA-ITS.
8. Teman-Teman mahasiswa Jurusan Matematika ITS.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Surabaya, Juli 2015

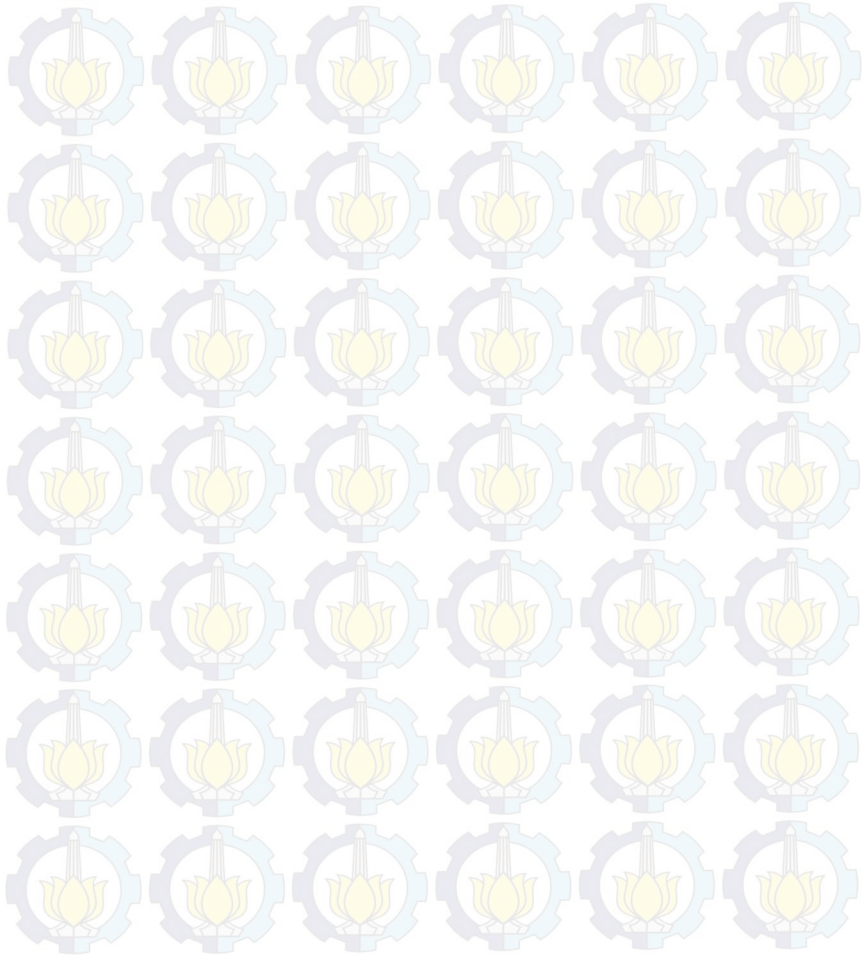
Penulis

special thanks to

Selama proses pembuatan Tugas Akhir ini, banyak pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan untuk penulis. Penulis mengucapkan terima kasih dan apresiasi secara khusus kepada:

1. Nabi Muhammad SAW, semoga shalawat serta salam tetap tercurahkan kepada Beliau.
2. Ke dua orang tua Bapak Husaini Amsyah, dan Bunda Iik, yang selalu mendukung baik secara moril, materi maupun motivasi yang telah diberikan kepada penulis.
3. Alm. mamah Titin yang telah mendidik, mencurahkan kasih sayang, serta melahirkan penulis ke dunia ini.
4. Ke dua kakak kakaku, teh Anna Fauzia Hamsyah dan a Imam Fikria Hamsyah, yang selalu memberikan semangat, nasehat, serta motivasi kepada penulis.
5. A dudi, bi Neneng dan mang Andi yang selalu memberikan tempat singgah ketika penulis rindu kampung halaman.
6. Ke dua keponakan ku Permata Nakhwa Sholihah, dan Hasna Laily Sholihah, bidadari kecil yang selau bisa membuat penulis tersenyum dengan celotehannya.
7. Mas Andre yang telah membantu penulis belajar GSTAR.
8. Teman-teman Kabinet bersahabat HIMATIKA ITS 13-14 yaitu Isman, Yahya, Zain, Aza, Liyana, Habib, Heri, Faing, Koboi, Aul, Lena yang telah memberikan arti kebersamaan, canda tawa, kenangan serta pengalaman yang sangat berarti bagi penulis untuk mendewasakan diri selama berorganisasi dan kuliah.
9. Teman-teman kontrakan Singgih, Habib, Heri, Jamil, Isman, Hakam, Anas, Rifdy yang sama-sama berjuang menyelesaikan tugas akhir.
10. Seluruh teman-teman angkatan 2011 yang tidak bisa disebutkan satu per satu, terimakasih atas segala bentuk semangat dan dukungannya kepada penulis.
11. MENARA'11 dan HIMATIKA ITS sebagai keluarga ke dua bagi penulis.

Dan tentu saja masih banyak pihak lain yang turut andil dalam penyelesaian tugas akhir ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu. Semoga Allah membalas dengan balasan yang lebih baik bagi semua pihak yang telah membantu penulis. *Amin ya rabbal 'alamin.*



DAFTAR ISI

	Hal
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR GAMBAR	xxi
DAFTAR LAMPIRAN	xxv
DAFTAR NOTASI	xxvii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Debit Air.....	7
2.2 <i>Univariate Time Series</i>	8
2.1.1 Stasioneritas Model <i>Univariate Time Series</i>	8
2.1.2 Model <i>Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)</i>	9
2.3 <i>Multivariate Time Series</i>	11
2.3.1 Stasioneritas Model <i>Multivariate Time Series</i>	11
2.3.2 Model <i>GSTAR (Generalized Space Time Autoregressive)</i>	12
2.3.3 Pembobotan Lokasi Pada Model <i>GSTAR</i> ..	13

2.4 Estimasi Parameter	14
2.4.1 Estimasi <i>Least Square</i> Pada Model ARIMA	14
2.4.2 Estimasi <i>Least Square</i> Pada Modl GSTAR Orde 1.....	15
2.5 Uji Kesesuaian Model	17
2.5.1 Asumsi <i>White Noise</i> Residual.....	17
2.5.2 Asumsi Kenormalan Residual.....	17
2.6 Kriteria Pemilihan Terbaik.....	18
2.6.1 <i>Akaike's Information Criteria</i> (AIC).....	18
2.6.2 SBC (<i>Schwart's Bayesian Criteria</i>).....	19
2.7 Metode Filter Kalman	19
2.8 Penerapan Kalman Filter Pada Prediksi Debit Air Dari Hasi Prediksi ARIMA.....	22
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Tahap Penelitian	23
3.2 Diagram Alir.....	24
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	
4.1 Variabel dan Data Penelitian.....	27
4.2 Pemodelan ARIMA	27
4.2.1 Model ARIMA Jumlah Debit Air Sungai di Z1.....	28
4.2.2 Model ARIMA Jumlah Debit Air Sungai di Z2.....	38
4.2.3 Model ARIMA Jumlah Debit Air Sungai di Z3.....	47
4.2.4 Model ARIMA Jumlah Debit Air Sungai di Z4.....	54
4.3 Pemodelan GSTAR (<i>Generalized Space Time Autoregressive</i>).....	64
4.4 Perbandingan Model ARIMA dan Model GSTAR	75
4.5 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman Pada Data Jumlah Debit Air di Kertosono.....	78
4.5.1 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter	

	Kalman $n = 2$ Pada Data Jumlah Debit Air di Kertosono.....	78
4.5.2	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 3$ Pada Data Jumlah Debit Air di Kertosono.....	81
4.5.3	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 4$ Pada Data Jumlah Debit Air di Kertosono.....	83
4.6	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman Pada Data Jumlah Debit Air di Widas.....	87
4.6.1	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 2$ Pada Data Jumlah Debit Air di Widas.....	87
4.6.2	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 3$ Pada Data Jumlah Debit Air di Widas.....	88
4.6.3	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 4$ Pada Data Jumlah Debit Air di Widas.....	89
4.7	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman Pada Data Jumlah Debit Air di Ploso.....	89
4.7.1	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 2$ Pada Data Jumlah Debit Air di Ploso.....	90
4.7.2	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 3$ Pada Data Jumlah Debit Air di Ploso.....	91
4.7.3	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 4$ Pada Data Jumlah Debit Air di Ploso.....	92
4.8	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman Pada Data Jumlah Debit Air di Mrican.....	93
4.8.1	Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 2$ Pada Data Jumlah Debit Air di Mrican.....	93

4.8.2 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 3$ Pada Data Jumlah Debit Air di Mrican.....	94
4.8.3 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 4$ Pada Data Jumlah Debit Air di Mrican.....	95
4.9 Perbandingan model ARIMA, GSTAR, dan Filter Kalman.....	96
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	97
5.2 Saran	99
DAFTAR PUSTAKA	101
LAMPIRAN	103



DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1 Wilayah Sungai Brantas.....	7
Gambar 2.2 Contoh Kasus Jarak Antar Lokasi	13
Gambar 3.1 Diagram Alir Pembentukan Model ARIMA.....	24
Gambar 3.2 Diagram Alir Pembentukan Model GSTAR.....	25
Gambar 3.3 Diagram Alir Penerapan Filter Kalman.....	26
Gambar 3.4 Diagram Alir Penentuan Model Terbaik.....	26
Gambar 4.1 Plot Blox-Cox Data Sebelum Transformasi	28
Gambar 4.2 Plot <i>Time Series</i> $Z_1(t)$ Hasil Transformasi....	29
Gambar 4.3 Plot <i>Time Series</i> $Z_1(t)$ Stasioner Dalam <i>Mean</i>	30
Gambar 4.4 Plot ACF Data Hasil <i>Differencing</i> $Z_1(t)$	31
Gambar 4.5 Plot PACF Data Hasil <i>Differencing</i> $Z_1(t)$	31
Gambar 4.6 Uji Normalitas Residual Model ARIMA ([2,26],1,2)	35
Gambar 4.7 Plot Blox-Cox Awal.....	38
Gambar 4.8 Plot <i>Time Series</i> $Z_2(t)$ Setelah Data Transformasi.....	39
Gambar 4.9 Plot <i>Time Series</i> $Z_2(t)$ Setelah Stasioner Dalam <i>Mean</i>	39
Gambar 4.10 Plot ACF Data Hasil <i>Differencing</i> $Z_2(t)$	40
Gambar 4.11 Plot PACF Data Hasil <i>Differencing</i> $Z_2(t)$	40
Gambar 4.12 Uji Normalitas Residual Model ARIMA ([1,2,3],2,[1])	44
Gambar 4.13 Plot Blox-Cox Data $Z_3(t)$	47
Gambar 4.14 Plot <i>Time Series</i> $Z_3(t)$ Setelah Data Transformasi.....	48
Gambar 4.15 Plot <i>Time Series</i> $Z_3(t)$ Setelah Stasioner Dalam <i>Mean</i>	48
Gambar 4.16 Plot ACF Hasil <i>Differencing</i> $Z_3(t)$	49
Gambar 4.17 Plot PACF Hasil <i>Differencing</i> $Z_3(t)$	49

Gambar 4.18	Uji Normalitas Residual Model ARIMA ([9],1,[9]).....	53
Gambar 4.19	Plot Blox-Cox Data $Z_4(t)$	55
Gambar 4.20	Plot <i>Time Series</i> $Z_4(t)$ Setelah Data Transformasi.....	55
Gambar 4.21	Plot <i>Time Series</i> $Z_4(t)$ Setelah Stasioner Dalam <i>Mean</i>	56
Gambar 4.22	Plot ACF Data Hasil Differencing $Z_4(t)$	57
Gambar 4.23	Plot PACF Data Hasil Differencing $Z_4(t)$	57
Gambar 4.24	Uji Normalitas Residual Model ARIMA ([2,3,9],1,[2,3]).....	62
Gambar 4.25	Plot <i>Time Series</i> Ploso, Widas, Kertosono, Mrican.....	64
Gambar 4.26	Plot MACF data $Z_1(t)$ $Z_2(t)$ $Z_3(t)$ $Z_4(t)$	66
Gambar 4.27	Plot MACF data $Z_1(t)$ $Z_2(t)$ $Z_3(t)$ $Z_4(t)$ Setelah <i>Differencing</i> 1.....	66
Gambar 4.28	Plot MPACF data $Z_1(t)$ $Z_2(t)$ $Z_3(t)$ $Z_4(t)$	67
Gambar 4.29	Nilai AIC.....	67
Gambar 4.30	Lokasi Pengukuran Debit Air di Ploso, Widas, Mrican, Kertosono.....	69
Gambar 4.31	Nilai AIC Terkecil.....	73
Gambar 4.32	Plot Residual Model GSTAR (3 ₁)-I ₁ Bobot <i>Inverse Jarak</i>	74
Gambar 4.33	Plot <i>Time Series</i> Ramalan Di (a) Ploso (b) Widas (c) Kertosono (d) Mrican.....	75
Gambar 4.34	Hasil Simulasi Debit Air di Kertosono pada ARIMA Filter Kalman $n = 2$ dengan $\hat{x}_0 =$ $[-5 \quad -9]^T$ dan (a) $Q = 1, R = 0.01$ (b) $Q = 0.01, R = 1$	80
Gambar 4.35	Hasil Simulasi Debit Air di Kertosono pada ARIMA Filter Kalman $n = 3$ dengan $\hat{x}_0 =$ $[-5 \quad -9 \quad -3]^T$ dan (a) $Q = 1, R = 0.01$ (b) $Q = 0.01, R = 1$	82
Gambar 4.36	Hasil Simulasi Debit Air di Kertosono pada ARIMA Filter Kalman $n = 4$ dengan $\hat{x}_0 =$	

	$[-5 \ -9 \ -3 \ 7]^T$ dan (a) $Q = 1, R = 0.01$ (b) $Q = 0.01, R = 1$	85
Gambar 4.37	Hasil Simulasi Debit Air di Widas pada ARIMA Filter Kalman $n = 2$ dengan $\hat{x}_0 = [-0.93 \ -0.57]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	87
Gambar 4.38	Hasil Simulasi Debit Air di Widas pada ARIMA Filter Kalman $n = 3$ dengan $\hat{x}_0 = [-0.93 \ -0.57 \ -0.17]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	88
Gambar 4.39	Hasil Simulasi Debit Air di Widas pada ARIMA Filter Kalman $n = 4$ dengan $\hat{x}_0 = [0.93 \ -0.57 \ -0.17 \ 7.38]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	89
Gambar 4.40	Hasil Simulasi Debit Air di Ploso pada ARIMA Filter Kalman $n = 2$ dengan $\hat{x}_0 = [-25 \ -56]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	90
Gambar 4.41	Hasil Simulasi Debit Air di Ploso pada ARIMA Filter Kalman $n = 3$ dengan $\hat{x}_0 = [-25 \ -56 \ 20]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	91
Gambar 4.42	Hasil Simulasi Debit Air di Ploso pada ARIMA Filter Kalman $n = 4$ dengan $\hat{x}_0 = [-25 \ -56 \ 20 \ 35]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	92
Gambar 4.43	Hasil Simulasi Debit Air di Mrican pada ARIMA Filter Kalman $n = 2$ dengan $\hat{x}_0 = [2 \ -29]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	93
Gambar 4.44	Hasil Simulasi Debit Air di Mrican pada ARIMA Filter Kalman $n = 3$ dengan $\hat{x}_0 = [2 \ -29 \ -21]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	94
Gambar 4.45	Hasil Simulasi Debit Air di Mrican pada ARIMA Filter Kalman $n = 4$ dengan $\hat{x}_0 = [2 \ -29 \ -21 \ -12]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$	95



DAFTAR TABEL

		Hal
Tabel 2.1	Transformasi Box Cox.....	8
Tabel 2.2	Algoritma Filter Kalman.....	21
Tabel 4.1	Deskripsi data Jumlah Debit Air Sungai.....	27
Tabel 4.2	Estimasi Parameter Model ARIMA ([2,26],1,[2]).	32
Tabel 4.3	Hasil Pengujian Estimasi Parameter.....	36
Tabel 4.4	Hasil Pengujian Asumsi Residual <i>White</i> <i>Noise</i> dan Berdistribusi Normal serta nilai AIC dan SBC.....	37
Tabel 4.5	Estimasi Parameter Model ARIMA ([1,2,3],2,[1]).....	41
Tabel 4.6	Hasil Pengujian Estimasi Parameter.....	45
Tabel 4.7	Hasil Pengujian Asumsi Residual <i>White</i> <i>Noise</i> dan Berdistribusi Normal serta nilai AIC dan SBC.....	46
Tabel 4.8	Estimasi Parameter Model ARIMA ([9],1,[9]).....	50
Tabel 4.9	Hasil Pengujian Estimasi Parameter.....	53
Tabel 4.10	Hasil Pengujian Asumsi Residual <i>White</i> <i>Noise</i> dan Berdistribusi Normal serta nilai AIC dan SBC.....	54
Tabel 4.11	Estimasi Parameter Model ARIMA ([2,3,9],1,[2,3]).....	58
Tabel 4.12	Hasil Pengujian Estimasi Parameter.....	63
Tabel 4.13	Hasil Pengujian Asumsi Residual <i>White</i> <i>Noise</i> dan Berdistribusi Normal serta nilai AIC dan SBC.....	63
Tabel 4.14	Nilai Korelasi Data Antar Variabel.....	65
Tabel 4.15	Jarak Antar Titik Lokasi Pengukuran Debit Air.....	69
Tabel 4.16	Nilai <i>t-value</i> Model GSTAR (3 ₁)-I ₁	74
Tabel 4.17	Nilai MAPE disetiap Lokasi.....	77



“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR NOTASI

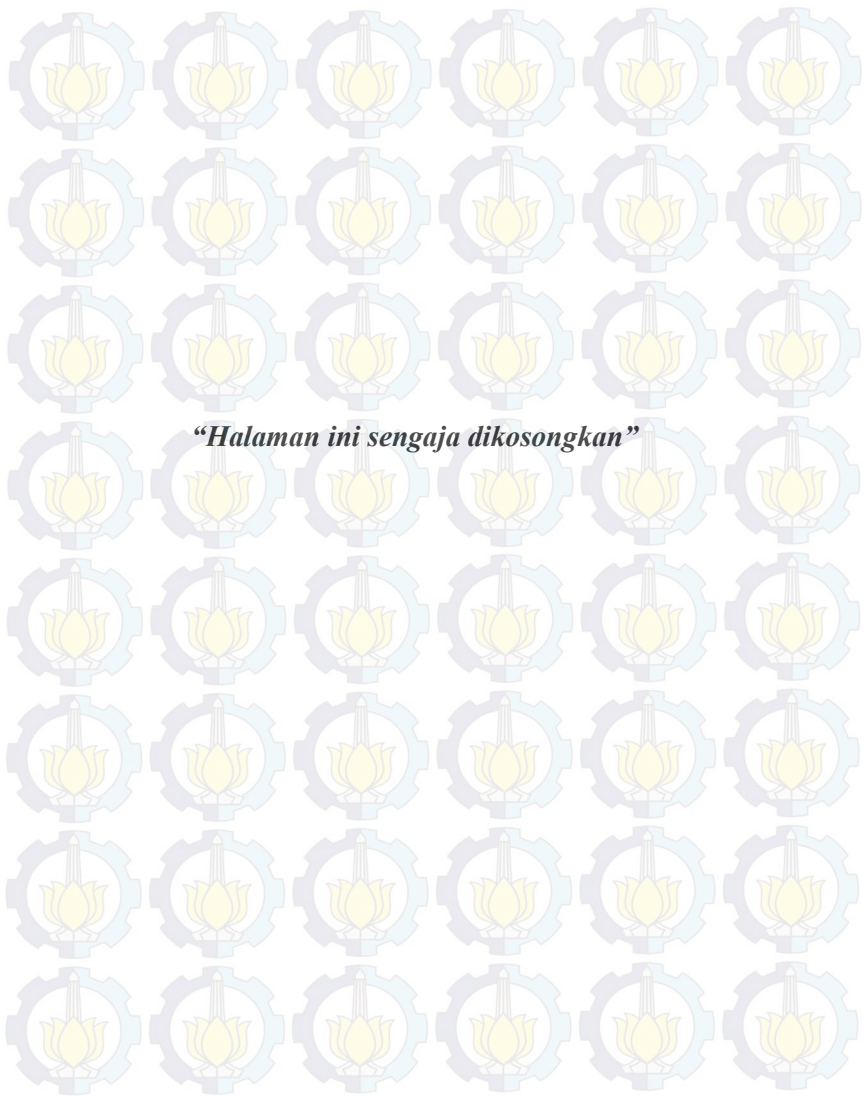
p	: orde dari AR
q	: orde dari MA
ϕ_p	: koefisien orde p
θ_q	: koefisien orde q
B	: <i>backward shift</i>
$(1 - B)^d$: orde <i>differencing</i> nonmusiman
Z_t	: besarnya pengamatan (kejadian) pada waktu ke- t
a_t	: suatu proses <i>white noise</i> atau galat pada waktu ke- t yang diasumsikan mempunyai <i>mean</i> 0 dan varian konstan σ_a^2
K	: lag maksimum
n	: jumlah data (observasi)
$\hat{\rho}_k$: autokorelasi residual untuk lag ke- k
\ln	: natural log
SSE	: <i>Sum Square Error</i>
n	: banyaknya pengamatan
f	: banyak parameter dalam model
x_k	: variabel keadaan berukuran $n \times 1$.
u_k	: vektor masukan deterministik berukuran $m \times 1$.
z_k	: vektor pengukuran/keluaran berukuran $p \times 1$.
A, B, G, H	: matriks-matriks konstan di dalam ukuran berkesesuaian dimana $A = n \times n$, $B = n \times m$, $G = n \times l$, $H = p \times n$
y_i^0	: selisih data aktual dan data prediksi ARIMA ke- i
$a_{j,i}$: koefisien atau parameter yang harus diestimasi oleh Filter Kalman, dengan $j = 0, 1, \dots, n-1$
m_i	: data ke- i
ε_i	: konstanta



“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
Lampiran 1	Data Sekunder Debit Air. 103
Lampiran 2	Transformasi Box Cox, Plot <i>Time Series</i> , dan Trend..... 109
Lampiran 3	Estimasi Parameter..... 117
Lampiran 4	Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi..... 119
Lampiran 5	Grafik Perbandingan Data Aktual, ARIMA, Filter Kalman-ARIMA 131
Lampiran 6	Grafik Nilai Mutlak Kesalahan ARIMA dan Filter Kalman 135
Lampiran 7	Perhitungan MAPE Debit Air Prediksi ARIMA Filter Kalman..... 141
Lampiran 8	Hasil Pediksi Jumlah Debit Air..... 143
Lampiran 9	Wilayah Sungai Brantas 145
Lampiran 10	Listing Program Filter Kalman $n = 2$ 147
Lampiran 11	Listing Program Filter Kalman $n = 3$ 151
Lampiran 12	Listing Program Filter Kalman $n = 4$ 155



“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai latar belakang permasalahan, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, serta sistematis penulisan dalam Tugas Akhir.

1.1 Latar Belakang

Sungai Brantas merupakan sungai terpanjang kedua di Pulau Jawa setelah Sungai Bengawan Solo. Sungai Brantas yang terletak di Provinsi Jawa Timur, mempunyai panjang ± 320 km dengan luas wilayah sungai ± 14.103 km² dan mencakup $\pm 25\%$ luas Provinsi Jawa Timur yang terdiri dari 4 Daerah Aliran Sungai (DAS) yaitu DAS Brantas seluas 11.988 km² (6 sub DAS dai 32 basin block), DAS Kali Tengah seluas 596 km², DAS Ringin Bandulan seluas 595 km² serta DAS Kondang Merak seluas 924 km². Dengan batas administrasi meliputi 9 kabupaten dan 6 kota, Sungai Brantas mempunyai pengembangan sumber daya air yang potensial yang digunakan untuk kebutuhan domestik, air baku, air minum dan industri, irigasi dan lain-lain[1].

Sungai Brantas mempunyai curah hujan yang tinggi di hulu dan banyak mengalami perubahan fungsi lahan, sehingga mengakibatkan terjadinya banjir. Kawasan rawan banjir adalah kawasan yang setiap musim hujan mengalami genangan lebih dari enam jam pada saat hujan turun dalam keadaan normal. Letak Kawasan pada suatu DAS mempengaruhi karakteristik banjir yang terjadi. Pada kawasan hulu Das debit air tinggi dan cepat terakumulasi, tetapi karena kondisi topografi yang curam dan terjal maka genangan air akan berlangsung singkat. Pada bagian tengah DAS, banjir datangnya tidak secepat pada daerah hulu, tetapi pada kawasan ini genangan membutuhkan waktu lebih lama unuk dapat keluar dengan memanfaatkan gaya berat dari air itu sendiri[2]. Pada tahun 2013 hujan deras yang mengguyur daerah Malang selama dua jam mengakibatkan lima rumah warga yang terletak di sepanjang aliran Sungai Brantas tenggelam karena banjir. Banjir

yang terjadi disebabkan menyempitnya Daerah Aliran akibat dari perubahan fungsi lahan[3].

Peramalan terhadap debit air merupakan salah satu upaya yang dapat dilakukan untuk mengantisipasi kerugian dari bencana banjir. Pada penelitian Ahsan, M, tentang penggunaan Filter Kalman pada model ARMA dalam peramalan aliran sungai, didapatkan hasil bahwa penggunaan Filter Kalman dapat memperbaiki *error* dari model ARMA[4].

Seiring dengan semakin banyaknya kajian-kajian mengenai analisis *time series*, muncul pemikiran adanya dugaan bahwa ada beberapa data dari suatu kejadian yang tidak hanya mengandung keterkaitan dengan kejadian pada waktu-waktu sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan dengan lokasi atau tempat yang lain.

Model *space-time* merupakan metode peramalan yang memperhitungkan lokasi dan waktu. Model *space-time* pertama kali diperkenalkan oleh Pfeifer dan Deutsch. Model *space-time* kemudian diperbaiki oleh Borovkova, Lopuhaa, dan Ruchjana melalui model yang dikenal dengan model *Generalized Space-Time Autoregressive* (GSTAR). Model GSTAR ini muncul atas ketidakpuasan terhadap pengasumsian karakteristik lokasi yang seragam (*homogen*) pada model STAR yang membuat model ini menjadi tidak fleksibel, khususnya pada saat dihadapkan pada lokasi-lokasi yang memiliki karakteristik yang *heterogen*[5].

Debit air mempunyai keterkaitan pada waktu dan juga lokasi sebelumnya. Debit air mempunyai keadaan yang *heterogen* pada setiap waktu dan lokasi pengukuran debit air yang disebabkan oleh sifat acak alam, sehingga karakteristik debit air di setiap tempat berbeda. Dengan adanya keheterogenan pada setiap lokasi pengukuran, maka untuk melakukan pemodelan dapat menerapkan metode GSTAR.

Sebelumnya telah dilakukan penelitian tentang debit air Sungai Brantas dengan metode GSTAR di tiga lokasi. Diperoleh hasil model yang terbaik yaitu GSTAR(2₁)-(1₁) dengan bobot *inverse* jarak dengan metode peramalan *one step forecast*[6].

Dalam penelitian ini dilakukan prediksi debit air Sungai Brantas di empat titik lokasi yaitu Ploso, Widas, Kertosono dan Mrican menggunakan metode GSTAR dan ARIMA. Kemudian dari model GSTAR akan digunakan pembobotan *inverse* jarak sedangkan model ARIMA akan diterapkan algoritma Filter Kalman dengan pengambilan beberapa nilai polinomial pada *error* residual ARIMA. Selanjutnya akan dilihat error terkecil hasil prediksi selama 14 hari ke depan dari metode GSTAR *inverse* jarak dan ARIMA Filter Kalman. Selain itu, akan dilihat keakuratan Filter Kalman untuk perbaikan hasil ARIMA dan melihat apakah orde polinomial *error* yang lebih besar akan mempengaruhi kesensitifan Filter Kalman.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang ada dalam tugas akhir ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana membentuk model GSTAR dan ARIMA yang sesuai untuk nilai debit air di Sungai Brantas.
2. Bagaimana implementasi Filter Kalman pada model *error* residual ARIMA untuk prediksi nilai debit air di Sungai Brantas.

1.3 Batasan Masalah

Pada Tugas Akhir ini diberikan batasan masalah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan merupakan data sekunder yang diperoleh dari Perusahaan Umum (Perum) Jasa Tirta 1 mulai tanggal 1 Januari hingga 14 Mei 2014.
2. Lokasi pengukuran debit air sungai terletak di daerah Ploso, Widas, Kertosono, dan Mrican.
3. Bobot lokasi yang digunakan dalam pemodelan GSTAR adalah bobot *inverse* jarak.
4. Model GSTAR yang digunakan adalah model GSTAR dengan orde spasial 1.

5. Polinomial derajat *error* residual ARIMA yang diambil adalah 1 sampai 3.
6. Simulasi dengan menggunakan *software* Minitab, SAS, Microsoft Excel, *views* dan MatLab R2010a.

1.4 Tujuan

Tujuan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Mendapatkan model terbaik dari peramalan debit air sungai Brantas berdasarkan metode ARIMA dan GSTAR.
2. Melihat ada atau tidaknya pengaruh polinomial derajat *error* residual yang lebih tinggi pada Filter Kalman terhadap hasil prediksi nilai ramalan ARIMA debit air Sungai Brantas.

1.5 Manfaat

Diharapkan penulisan Tugas Akhir ini memberikan manfaat sebagai berikut :

1. Dapat Mengetahui adanya pengaruh polinomial derajat *error* residual yang lebih tinggi pada Filter Kalman terhadap perbaikan hasil prediksi nilai ramalan debit air Sungai Brantas.
2. Dapat memberikan informasi sebagai bahan pertimbangan pada pemerintah daerah dalam peramalan debit air Sungai Brantas.

1.6 Sistematika Penulisan

Tugas Akhir ini secara keseluruhan terdiri dari lima bab dan lampiran. Secara garis besar masing-masing bab akan membahas hal-hal berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi beberapa subbab, yaitu latar belakang permasalahan, perumusan masalah, batasan-batasan masalah, tujuan dan manfaat penulisan serta sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini membahas tentang teori dasar yang relevan untuk memecahkan persoalan yang dibahas pada Tugas Akhir

ini, yaitu meliputi peramalan menggunakan ARIMA Box Jenkins, GSTAR, dan ARIMA Filter Kalman.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini membahas tentang langkah-langkah apa saja yang diambil dalam mencapai tujuan Tugas Akhir.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas secara detail proses penentuan model yang sesuai untuk jumlah debit air Sungai Brantas titik pengukuran di Ploso, Widas, Mrican, Kertosono dan peramalannya menggunakan metode ARIMA dan GSTAR. Kemudian mengimplementasikan metode Filter Kalman pada hasil peramalan ARIMA dengan pengambilan beberapa nilai *error* residual. Terakhir, membandingkan data hasil peramalan dengan data aktual serta dilihat pengaruh dari polinomial tersebut.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan yang dapat diambil dan saran-saran untuk pengembangan lebih lanjut dari Tugas Akhir.



2.2 Univariate Time Series

Pemodelan *time series* dengan suatu variabel tanpa mempertimbangkan adanya pengaruh variabel lain biasa disebut dengan *univariate time series*. Identifikasi model *univariate time series* dilakukan berdasarkan pola *Autocorelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorelation Function* (PACF) setelah data stasioner.

2.2.1 Stasioneritas Model Univariate Time Series

Stasioneritas artinya tidak terjadi pertumbuhan dan penurunan. Data dikatakan stasioner apabila pola data tersebut berada pada kesetimbangan di sekitar nilai rata-rata (*mean*) dan varian yang konstan selama waktu tertentu. *Time series* dikatakan stasioner apabila tidak terdapat unsur trend dan musiman dalam data, atau dapat dikatakan *mean* dan variannya tetap. Selain plot *time series*, kestasioneran dapat dilihat dari plot autokorelasi yang turun mendekati nol secara cepat, umumnya setelah lag kedua atau ketiga.

Kestasioneran data secara varian dapat dilihat dari Transformasi Box-Cox, dikatakan stasioner jika *rounded value*-nya bernilai 1. Apabila tidak stasioner dalam varian, maka dilakukan transformasi agar nilai varian menjadi konstan. Box dan Cox memperkenalkan transformasi pangkat (*power transformations*) dengan persamaan sebagai berikut[7]:

$$T(Z_t) = \frac{(Z_t^\lambda - 1)}{\lambda}, \lambda \neq 0$$

dengan λ disebut sebagai parameter transformasi. Dalam Transformasi Box-Cox akan diperoleh λ , dimana nantinya akan menentukan transformasi yang harus dilakukan. Khusus untuk $\lambda = 0$ dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} T(Z_t) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} Z_t^{(\lambda)} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{(Z_t^\lambda - 1)}{\lambda} = \ln(Z_t)$$

Nilai λ beserta aturan Transformasi Box-Cox dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Ketidastasioneran *mean* dapat diatasi dengan melakukan *differencing* (pembedaan). Perlu diingat bahwa Transformasi Box-Cox untuk melihat kestasioneran varian harus dilakukan sebelum

melakukan *differencing*. Operator *shift* mundur (*backward shift*) sangat tepat untuk menggambarkan proses *differencing*. Penggunaan *backward shift* adalah sebagai berikut:

$$B^d Z_t = Z_{t-d} \quad (2.1)$$

dengan $d = 1, 2, \dots$ (biasanya 1 dan 2). Notasi B yang dipasang pada Z_t mempunyai pengaruh menggeser data satu waktu ke belakang. Sebagai contoh, apabila suatu *time series* nonstasioner maka data tersebut dapat dibuat mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* orde pertama dari data.

Tabel 2.1 Transformasi Box-Cox

Nilai λ	Transformasi
-1	$\frac{1}{Z_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0.0	$\ln Z_t$
0.5	$\sqrt{Z_t}$
1	Z_t (tidak ada transformasi)

2.2.2 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) telah dipelajari secara mendalam oleh George Box dan Gwilym Jenkins pada tahun 1967. Model diterapkan untuk analisis *time series*, peramalan, dan pengendalian. Model *Autoregressive* (AR) pertama kali diperkenalkan oleh Yule pada tahun 1926, kemudian dikembangkan oleh Walker. Sedangkan pada tahun 1937, model *Moving Average* (MA) pertama kali digunakan oleh Slutsky. Sedangkan Wold adalah orang pertama yang menghasilkan dasar-dasar teoritis dari proses kombinasi ARMA. Wold membentuk model ARMA yang dikembangkan untuk mencakup *time series* musiman dan pengembangan sederhana yang mencakup proses-proses nonstasioner (ARIMA)

Model AR(p) atau regresi diri dari orde p menyatakan bahwa nilai pengamatan pada periode ke- t (Z_t) merupakan hasil regresi dari nilai-nilai pengamatan sebelumnya selama p periode. Bentuk fungsi persamaannya adalah:

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \phi_2 \dot{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t$$

atau dapat ditulis

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \dot{Z}_t = a_t$$

$$\phi_p(B) \dot{Z}_t = a_t$$

Model AR(1), yaitu $p = 1$, $d = 0$, $q = 0$ dapat ditulis:

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + a_t$$

Model AR(2), yaitu $p = 2$, $d = 0$, $q = 0$ dapat ditulis:

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \phi_2 \dot{Z}_{t-2} + a_t$$

Model MA (q) atau rata-rata bergerak orde q menyatakan bahwa nilai pengamatan pada periode ke- t (Z_t) dipengaruhi oleh q buah galat sebelumnya. Bentuk fungsi persamaan untuk model MA(q) adalah

$$\dot{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

atau dapat ditulis $\dot{Z}_t = \theta(B) a_t$ dimana

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$$

Model MA(1), yaitu $p = 0$, $d = 1$, $q = 0$ dapat ditulis:

$$\dot{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Model MA(2), yaitu $p = 0$, $d = 2$, $q = 0$ dapat ditulis:

$$\dot{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

Model ARMA adalah gabungan dari model AR dengan MA.

Bentuk fungsi persamaan untuk model ARMA(p, q) adalah[7] :

$$\phi_p(B) \dot{Z}_t = \theta_q(B) a_t$$

$$\text{dimana } \phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\text{dan } \theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

Model ARMA(1,1), yaitu $p = 1$, $d = 1$, $q = 0$ dapat ditulis:

$$\dot{Z}_t - \phi_1 B \dot{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} \text{ atau}$$

$$\dot{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} + \phi_1 \dot{Z}_{t-1}$$

Model ARIMA (p, d, q) diperkenalkan oleh Box dan Jenkins. Orde p menyatakan operator dari AR, orde d menyatakan hasil *differencing*

(pembedaan), dan orde q menyatakan operator dari MA. Bentuk fungsi persamaan dari model ARIMA adalah:

$$\phi_p(B)(1-B)^d \dot{Z}_t = \theta_q(B)a_t \quad (2.2)$$

dengan :

$$\dot{Z}_t = Z_t - \mu$$

p : orde dari AR

q : orde dari MA

ϕ_p : koefisien orde p

θ_q : koefisien orde q

B : *backward shift*

$(1-B)^d$: orde *differencing* nonmusiman

Z_t : besarnya pengamatan (kejadian) pada waktu ke- t

a_t : suatu proses *white noise* atau galat pada waktu ke- t yang diasumsikan mempunyai *mean* 0 dan varian konstan σ_a^2

2.3 Multivariate Time Series

Dalam beberapa studi empirik, seringkali ditemui data deret waktu yang tidak hanya terdiri dari banyak variabel biasa disebut dengan data deret waktu *multivariate* atau *multivariate time series*. Pengidentifikasiannya dapat dilakukan dengan melihat pola *Matrix Autocorrelation Function* (MACF) dan *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF).

2.3.1 Stasioneritas Model Multivariate Time Series

Kestasioneran data pada model *multivariate time series* juga dapat dilihat dari plot MACF dan MPACF serta plot Box-Cox. Plot MACF dan MPACF yang turun secara lambat mengindikasikan bahwa data belum stasioner dalam *mean*. Oleh karena itu, perlu dilakukan *differencing* untuk menstasionerkan data. Secara umum operasi *differencing* orde ke- d sama seperti pada model *univariate time series* yaitu pada persamaan (2.1). Begitupun kestasioneran dalam *varians*.

Data belum stasioner jika *lambda estimatonya* tidak sama dengan 1. Agar data stasioner dalam *varians*, maka transformasi perlu dilakukan.

Untuk model GSTAR, Borovkoba dkk. (2002) dan Ruchjana (2002) menetapkan bahwa model GSTAR, terutama model GSTAR (1₁), adalah salah satu bentuk khusus dari model Var. Oleh karena itu, stasioneritas dari model GSTAR dapat diperoleh dari stasioneritas model var.

Model GSTAR (1₁),

$$Z(t) = [\phi_{10} + \phi_{11}W] Z(t - 1) + e(t)$$

dapat direpresentasikan sebagai model VAR(1)

$$Z(t) = \phi_1 Z(t - 1) + e(t)$$

$$\text{dimana } \phi_1 = [\phi_{10} + \phi_{11}W]$$

Jadi secara umum model GSTAR dikatakan stasioner jika semua akar dari *eigen value* pada matriks $[\phi_{10} + \phi_{11}W]$ berada didalam lingkaran satuan atau $|\lambda| < 1$ [8].

2.3.2 Model GSTAR (*Generalized Space-Time Autoregressive*)

Model GSTAR merupakan suatu model yang lebih fleksibel sebagai generalisasi dari model STAR. Secara matematis, notasi dari GSTAR (P₁) adalah sama dengan model STAR (P₁). Perbedaan utama dari model GSTAR (P₁) ini terletak pada nilai-nilai parameter pada lag yang sama diperbolehkan berlainan. Dalam notasi matriks, model GSTAR (P₁) dapat ditulis sebagai berikut[8]:

$$Z(t) = \sum_{k=1}^p [\phi_{k0} + \phi_{k1}W] Z(t - k) + e(t) \quad (2.3)$$

dengan

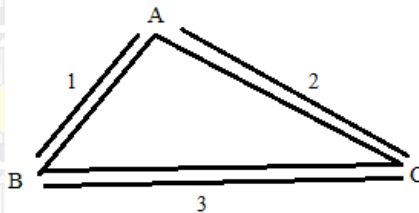
$$\phi_{k0} = \text{diagonal } (\phi_{k0}^1, \dots, \phi_{k0}^N)$$

$$\phi_{k1} = \text{diagonal } (\phi_{k1}^1, \dots, \phi_{k1}^N)$$

Pembobotan dipilih sedemikian hingga $w_{ii} = 0$ dan $\sum_{i \neq j} w_{ij} = 1$. Penaksir parameter model GSTAR dapat dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat terkecil simpangannya.

2.3.3 Pembobotan Lokasi pada Model GSTAR

Pemilihan atau penentuan bobot lokasi merupakan permasalahan utama pada pemodelan GSTAR. Penentuan bobot lokasi yang sering digunakan dalam aplikasi model GSTAR adalah bobot seragam, *inverse* jarak, biner, korelasi silang[9]. Pada penelitian ini akan digunakan bobot *inverse* jarak pada model GSTAR. Bobot *inverse* jarak adalah pembobotan yang mengacu pada jarak antar lokasi. Lokasi yang berdekatan mendapatkan nilai bobot yang lebih besar. Berikut perhitungan bobot *inverse* jarak yang dicontohkan dalam Gambar 2.2



Gambar 2.2 Contoh Kasus Jarak Antar Lokasi

Dari Gambar 2.2 bobot lokasi dapat dihitung dengan menggunakan bobot *inverse* jarak sebagai berikut:

$$w_{AB}^* = \frac{1}{d_{AB}} = 1, \quad w_{AC}^* = \frac{1}{d_{AC}} = \frac{1}{2}, \quad w_{BC}^* = \frac{1}{d_{BC}} = \frac{1}{3},$$

dengan $d_{AB} = 1$, $d_{AC} = 2$, $d_{BC} = 3$, sehingga

$$\begin{aligned} w_{AB} &= \frac{w_{AB}^*}{w_{AB}^* + w_{AC}^*} = \frac{1}{1 + 1/2} = \frac{2}{3} & w_{BA} &= \frac{w_{AB}^*}{w_{AB}^* + w_{BC}^*} = \frac{1}{1 + 1/3} = \frac{3}{4} \\ w_{AC} &= \frac{w_{AC}^*}{w_{AB}^* + w_{AC}^*} = \frac{1/2}{1 + 1/2} = \frac{1}{3} & w_{BC} &= \frac{w_{BC}^*}{w_{AB}^* + w_{BC}^*} = \frac{1/3}{1 + 1/3} = \frac{1}{4} \\ w_{CA} &= \frac{w_{AC}^*}{w_{AC}^* + w_{BC}^*} = \frac{1/2}{1/2 + 1/3} = \frac{3}{5} & w_{CB} &= \frac{w_{BC}^*}{w_{AC}^* + w_{BC}^*} = \frac{1/3}{1/2 + 1/3} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

maka diperoleh matriks bobot lokasi *inverse* jaraknya sebagai berikut

$$w_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 2/3 & 1/3 \\ 3/4 & 0 & 1/4 \\ 3/5 & 2/5 & 0 \end{bmatrix}$$

2.4 Estimasi Parameter.

Secara umum, estimasi parameter dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode, yaitu metode *Moment*, metode *Least Squares (Conditional Least Squares)*, metode *Maximum Likelihood*, metode *Unconditional Least Squares*, metode *Nonlinier*. Pada penelitian ini akan digunakan metode least square untuk menaksir parameter dari model ARIMA dan GSTAR

2.4.1 Estimasi Least Square pada model ARIMA

Metode *Least Squares* merupakan suatu metode yang dilakukan untuk mencari nilai parameter yang meminimumkan jumlah kuadrat kesalahan (selisih antara nilai aktual dan peramalan). Seperti pada model AR(1) berikut[7]:

$$Z_t - \mu = \phi_1(Z_{t-1} - \mu) + a_t$$

Model *Least Squares* untuk AR(1) ditunjukkan dalam persamaan berikut:

$$S(\phi, \mu) = \sum_{t=2}^n a_t^2 = \sum_{t=2}^n [(Z_t - \mu) - \phi(Z_{t-1} - \mu)]^2$$

Berdasarkan prinsip dari metode *Least Squares*, ditaksir ϕ dan μ dengan cara meminimumkan $S(\phi, \mu)$. Hal ini dilakukan dengan menurunkan $S(\phi, \mu)$ terhadap μ dan ϕ kemudian disamadengkan nol. Turunan $S(\phi, \mu)$ terhadap μ menghasilkan:

$$\frac{\partial S}{\partial \mu} = \sum_{t=2}^n 2[(Z_t - \mu) - \phi(Z_{t-1} - \mu)](-1 + \phi) = 0$$

dengan demikian diperoleh nilai estimasi parameter μ dari model AR(1) sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{t=2}^n Z_t - \phi \sum_{t=2}^n Z_{t-1}}{(n-1)(1-\phi)}$$

Sedangkan turunan $S(\phi, \mu)$ terhadap ϕ menghasilkan:

$$\frac{\partial S}{\partial \phi} = -2 \sum_{t=2}^n [(Z_t - \mu) - \phi(Z_{t-1} - \mu)](Z_{t-1} - \mu) = 0$$

didapatkan nilai estimasi sebagai berikut:

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{t=2}^n (Z_t - \mu)(Z_{t-1} - \mu)}{\sum_{t=2}^n (Z_{t-1} - \mu)^2}$$

Setelah didapatkan nilai estimasi dari masing-masing parameter selanjutnya dilakukan pengujian signifikansi untuk mengetahui apakah model layak atau tidak untuk digunakan. Untuk pengujian signifikansi parameter dengan uji *t-student*.

Hipotesis:

H_0 : estimasi parameter = 0 (parameter model tidak signifikan)

H_1 : estimasi parameter $\neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik Uji:

$$t_{hitung} = \frac{\text{estimasi parameter}}{\text{st.deviasi parameter}}, \text{ st. deviasi parameter} \neq 0$$

Kriteria Pengujian:

dengan $\alpha = 0.05$, jika $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2}, (n-p-1)}$, maka H_0 ditolak artinya parameter model signifikan. Atau menggunakan nilai *P-value*, jika *P-value* $< \alpha$ maka H_0 ditolak artinya parameter model signifikan.

2.4.2 Estimasi Least Square pada model GSTAR orde 1

Jika jumlah pengamatan $Z_i(t)$ dengan $t = 0, 1, \dots, T$ untuk lokasi $i = 1, 2, \dots, N$ dengan

$$V_i(t) = \sum_{i \neq j}^N w_{ij} Z_j(t)$$

maka model untuk lokasi ke- i dapat ditulis dalam bentuk persamaan regresi sebagai berikut[10]:

$$Y_i = x_i \beta_i + e$$

dimana

$$\beta_i = (\phi_{0i}, \phi_{1i})'$$

$$Y_i = \begin{bmatrix} Z_i(1) \\ Z_i(2) \\ \vdots \\ Z_i(T) \end{bmatrix} \quad X_i = \begin{bmatrix} Z_i(0) & V_i(0) \\ Z_i(1) & V_i(1) \\ \vdots & \vdots \\ Z_i(T-1) & V_i(T-1) \end{bmatrix} \quad e_i = \begin{bmatrix} e_i(1) \\ e_i(2) \\ \vdots \\ e_i(T) \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan model untuk semua lokasi secara serentak mengikuti struktur model linear $Y = X\beta + e$ dengan $Y = (Y'_1, \dots, Y'_N)'$, $X = \text{diag}(X_1, \dots, X_N)$, $\beta = (\beta'_1, \dots, \beta'_N)'$ dan $e = (e'_1, \dots, e'_N)'$. Untuk setiap lokasi $i=1,2,3,\dots, N$, maka model linear parsialnya $Y_i = x_i\beta_i + e_i$ dengan estimasi least square parameter β_i untuk masing-masing lokasi dapat dihitung secara terpisah. Bagaimanapun juga nilai dari estimator tergantung pada nilai-nilai Z_i pada lokasi yang lain, karena $V_i(t) = \sum_{i \neq j}^N w_{ij}Z_j(t)$.

Dari uraian sebelumnya, maka struktur data yang digunakan untuk estimasi parameter model GSTAR (1₁) di 3 lokasi dijabarkan dalam bentuk matriks berikut ini.

$$Z_t = (\phi_{10} + \phi_{11}W)Z(t-1) + e_t(t)$$

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \phi_{10}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{10}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{10}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{11}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix}$$

Persamaan regresi dari persamaan di atas dapat ditulis sebagai berikut[11]:

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(t-1) & V_1(t-1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(t-1) & V_2(t-1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_3(t-1) & V_3(t-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{10}^1 \\ \phi_{11}^1 \\ \phi_{10}^2 \\ \phi_{11}^2 \\ \phi_{10}^2 \\ \phi_{11}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix}$$

$$Y = X\beta + e$$

dengan $V_1(t) = \sum_{j=1}^N w_{1j}Z_j(t)$ atau dapat ditulis dengan $Y = X\beta + e$,

sehingga untuk penaksiran parameter dengan menggunakan *least square* dapat dihitung menggunakan $\hat{\beta} = [X'X]^{-1}X'Y$.

Kemudian dilakukan uji t untuk menecek kesignifikan pada model dengan cara yang sama seperti pada model ARIMA.

2.4 Uji Kesesuaian Model

Dalam melakukan uji kesesuaian model diperlukan asumsi-asumsi untuk mengetahui kadar galat (residual). Asumsi-asumsi tersebut meliputi asumsi kenormalan residual dan asumsi *white noise* residual.

2.4.1 Asumsi *White Noise* Residual

Uji asumsi residual *white noise* dilakukan dengan menggunakan uji Ljung-Bo sebagai berikut[7]:

Hipotesis

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_l = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \rho_j \neq 0, \text{ dimana } j = 1, 2, \dots, l$$

Statistik Uji

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^l \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-1}, \quad n > l$$

dengan

l : lag maksimum

n : jumlah pengamatan

$\hat{\rho}_l$: autokorelasi residual untuk lag ke-l

Kriteria pengujian

Jika $Q < \chi_{(\alpha; k-p-q)}$, maka H_0 diterima artinya residual *white noise*.

Atau menggunakan nilai P-value, jika p-value $> \alpha$ maka H_0 diterima artinya residual *white noise*.

2.4.2 Asumsi Kenormalan Residual

Pemeiksaan kenormalan residual bertujuan untuk melihat distribusi residual (ε_t). Pemeriksaan kenormalan *residual* dilakukan dengan menggunakan plot persentil-persentil (P-P Plot). Jika plot residual menyebar di sekitar garis diagonal, maka model regresi memenuhi asumsi kenormalan. Selain itu, asumsi normalitas juga dapat diperiksa dengan uji Kolmogorov-Smirnov. Pengujian

dilakukan dengan menggunakan residual sebagai variabel yang akan dilihat, berdistribusi normal atau tidak.

Hipotesis :

$H_0 : S(x) = F_0(x)$ untuk semua x (residual berdistribusi normal)

$H_1 : S(x) \neq F_0(x)$ untuk beberapa x (residual tidak berdistribusi normal)

Statistik Uji :

$$D_{hitung} = \sup |S(x) - F_0(x)|$$

dengan:

D_{hitung} : deviasi maksimum

\sup : nilai supremum untuk semua x dari selisih mutlak $S(x)$ dan $F_0(x)$

$F_0(x)$: fungsi distribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal.

$S(x)$: fungsi distribusi kumulatif dari data sampel.

Kriteria Pengujian :

dengan menggunakan $\alpha = 0.05$, jika $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ atau D_{hitung} yang dihitung lebih kecil dari tabel D , maka H_0 diterima artinya residual model berdistribusi normal. Atau menggunakan *P-value* jika *P-value* $> \alpha$ maka H_0 diterima artinya residual model berdistribusi normal[7].

2.5 Kriteria Pemilihan Terbaik

Pemilihan model terbaik dilakukan berdasar kriteria *in sample* dan *out-sample*. Kriteria *in-sample* yang akan digunakan yaitu *Akaike's Information Criterion (AIC)*. Sedangkan kriteria *out-sample* yang akan digunakan adalah *Root Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*.

2.5.1 Akaike's Information Criteria (AIC)

Akaike's Information Criteria (AIC) merupakan salah satu kriteria pemilihan dalam penentuan model terbaik pada data *in-sample*. Model terbaik adalah model dengan AIC terkecil. Cara perhitungan AIC dalam [7] adalah:

$$AIC(p) = \log \det(\Sigma_u(p)) + \frac{2}{p} k^2$$

Log adalah notasi logaritma natural, $\det(\cdot)$ merupakan notasi determinan, dan $\Sigma_u(p) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t \hat{u}_t^T$ adalah matriks taksiran kovarian residual dari model VAR(p), T merupakan jumlah residual, dan K merupakan jumlah variabel.

2.5.2 SBC (*Schwarz's Bayesian Criterion*)

adalah suatu kriteria pemilihan model terbaik yang berdasarkan pada nilai terkecil. Kriteria SBC dapat dirumuskan sebagai berikut[7]:

$$SBC = n \ln \left(\frac{SSE}{n} \right) + f \ln n + n + n \ln(2\pi)$$

dengan:

\ln : natural log

SSE : *Sum Square Error*

n : banyaknya pengamatan

f : banyak parameter dalam model

Selain itu, pemilihan model terbaik juga dapat dilihat dengan menggunakan perhitungan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), yaitu ukuran kesalahan yang dihitung dengan mencari nilai tengah dari presentase absolut perbandingan kesalahan atau *error* dengan data aktualnya. Didefinisikan MAPE adalah sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right| (100) \quad (2.4)$$

dengan:

Z_t : nilai data ke- t

\hat{Z}_t : nilai peramalan ke- t

n : banyaknya data

2.6 Metode Filter Kalman

Filter Kalman mengestimasi satu proses melalui mekanisme kontrol umpan-balik. Filter mengestimasi *state* dari proses kemudian mendapat umpan balik berupa nilai hasil pengukuran yang bercampur *noise*. Sistem dengan *noise* dapat dideskripsikan[12] :

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$$

dengan pengukuran

$$z_k = Hx_k + v_k$$

dengan $x_k \in R^n$, $u_k \in R^m$, $z_k \in R^p$, $w_k \in R^l$, $v_k \in R^p$.

x_k : variabel keadaan berukuran $n \times 1$.

u_k : vektor masukan deterministik berukuran $m \times 1$.

z_k : vektor pengukuran/keluaran berukuran $p \times 1$.

A, B, G, H : matriks-matriks konstan di dalam ukuran berkesesuaian dimana $A = n \times n$, $B = n \times m$, $G = n \times l$, $H = p \times n$.

w_k merupakan noise berukuran $l \times 1$ pada sistem yang berdistribusi normal dengan *mean* $\bar{w}_k = 0$ dan kovariansi $\overline{w_k w_k^T} = Q$. Q merupakan matriks semi definit positif ($|Q| \geq 0$). Sehingga dapat ditulis sebagai $w_k \sim N(0, Q_k)$. Sedangkan v_k merupakan noise berukuran $p \times 1$ pada pengukuran yang berdistribusi normal dengan *mean* $\bar{v}_k = 0$ dan kovariansi $\overline{v_k v_k^T} = R$, dengan R merupakan matriks semi definit positif ($|R| \geq 0$). Sehingga dapat ditulis $v_k \sim N(0, R_k)$. Simbol garis di atas (*overbar*) menunjukkan *mean* dari suatu variabel random. Berikut algoritma Kalman Filter yang disajikan pada Tabel 2.2.

Pada Tabel 2.2 menunjukkan algoritma *Filter Kalman* yang terdiri dari 4 bagian, diantaranya bagian pertama dan kedua memberikan suatu model sistem dan model pengukuran dan nilai awal (inisialisasi), selanjutnya bagian ketiga dan keempat masing-masing tahap prediksi dan koreksi tetapi sebenarnya secara umum *Filter Kalman* hanya terdiri dari 2 tahap yaitu tahap prediksi dan koreksi. Pada *Filter Kalman*, estimasi dilakukan dengan dua tahapan, yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (*time update*) dan selanjutnya tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi. Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dengan menggunakan persamaan estimasi variabel keadaan dan tingkat akurasi dihitung menggunakan persamaan kovariansi *error*.

Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap prediksi dikoreksi menggunakan data pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matrik *Kalman Gain* yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*. Tahap prediksi

dan koreksi dilakukan dengan cara meminimumkan kovariansi kesalahan estimasi $x_k - \hat{x}_k$, x_k merupakan variabel keadaan sebenarnya dan \hat{x}_k merupakan estimasi dari variabel keadaan.

Tabel 2.2 Algoritma Filter Kalman

Model sistem dan Model Pengukuran	
$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + G_k w_k$ $Z_k = M x_k + v_k$ $x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$	
Inisialisasi	
$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x_0}$	
Tahap Prediksi	
Estimasi	: $\hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B_k u_k$
Kovariansi error	: $P_k^- = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$
Tahap Koreksi	
<i>Kalman Gain</i> : $K_{k+1} = P_{k+1}^- M_{k+1}^T (M_{k+1} P_{k+1}^- M_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$	
Estimasi	: $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (Z_{k+1} - M_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$
Kovariansi error:	$P_{k+1} = [I - K_{k+1} M_{k+1}^T] P_{k+1}^-$

2.7 Penerapan Kalman Filter Pada Prediksi Debit Air dari Hasil Prediksi ARIMA

Filter Kalman berkaitan dengan pengembangan model peramalan statistik *autoregressive* menggunakan teknik umpan balik (*recursive*) dalam mengintegrasikan data pengamatan terbaru ke dalam model untuk memperbaharui (*update*) prediksi sebelumnya dan melanjutkan prediksi ke periode yang akan datang. Sedangkan metode ARIMA yang merupakan bagian dari *time series* dipilih untuk memprediksi debit air karena dipandang mampu menemukan suatu model yang akurat yang mewakili pola masa lalu dan masa depan dari suatu data *time series*, di mana polanya bisa random, *seasonal*, trend, *cyclical*, promotional, atau kombinasi pola-pola tersebut.

Pada tahapan ini, hasil model peramalan analisis *time series* dari debit air dimasing-masing lokasi dapat dinyatakan sebagai parameter dan akan dilakukan pendekatan yang didasarkan pada koreksi dari bias prakiraan dalam penggunaan Filter Kalman. Selanjutnya akan difokuskan pada studi parameter satu waktu. Diberikan polinomial [13]:

$$y_i^0 = a_{0,i} + a_{1,i}m_i + \dots + a_{n-1,i} m_i^{n-1} + \varepsilon_i \quad (2.5)$$

dengan:

y_i^0 : selisih data aktual dan data prediksi ARIMA ke- i

$a_{j,i}$: koefisien atau parameter yang harus diestimasi oleh Filter Kalman, dengan $j = 0, 1, \dots, n-1$

m_i : data ke- i

ε_i : konstanta

Diberikan asumsi sebagai state vektor yang dibentuk dari koefisien $a_{j,i}$ yaitu $x(t_i) = [a_{0,i} a_{1,i} a_{2,i} \dots a_{n-1,i}]^T$, sebagai pengamatan bias adalah y_i^0 , sebagai matriks pengamatan adalah $H_i = [1 \ m_i \ m_i^2 \ \dots \ m_i^{n-1}]$, dan yang sebagai matriks sistem adalah I_n . Sehingga persamaan sistem dan pengamatan adalah sebagai berikut[13]:

$$x^t(t_{i+1}) = x^t(t_i) + \eta(t_i).$$

$$y_i^0 = H_i[x^t(t_{i+1})] + \varepsilon_i.$$

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan metode yang digunakan dalam Tugas Akhir agar proses pengerjaan dapat terstruktur dengan baik dan dapat mencapai tujuan yang telah ditetapkan sebelumnya. Tahapan tahapan penelitian direpresentasikan dengan diagram alir pada Gambar 3.1 dan Gambar 3.2

3.1 Tahap Penelitian

Dalam melakukan penelitian pada tugas akhir ini, ada beberapa tahap yang akan dilakukan antara lain :

1. Studi literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dan pengumpulan informasi tentang teori-teori yang menunjang penyelesaian tugas akhir ini seperti model GSTAR, ARIMA Box-Jenkins, Filter Kalman dan lain-lain.

2. Pengumpulan data

Pengumpulan data dilakukan untuk mendapatkan data yang dibutuhkan untuk pengerjaan tugas akhir, yaitu data sekunder dari Perusahaan Umum (perum) Jasa Tirta 1 Malang.

3. Analisis data untuk mendapatkan model dan peramalan data menggunakan metode Arima Box-Jenkins dan GSTAR

Pada tahap ini dilakukan analisis data untuk mendapatkan model ARIMA dan GSTAR. Langkah pertama yang harus dipenuhi adalah data harus stasioner dalam *mean*. Setelah didapatkan model kemudian dilakukan peramalan dengan menggunakan data *out-sample*. Untuk mempermudah dalam menganalisis data, akan digunakan *software* Minitab 15, Microsot Excel 2010, dan SAS.

4. Implementasi dan simulasi data metode Filter Kalman

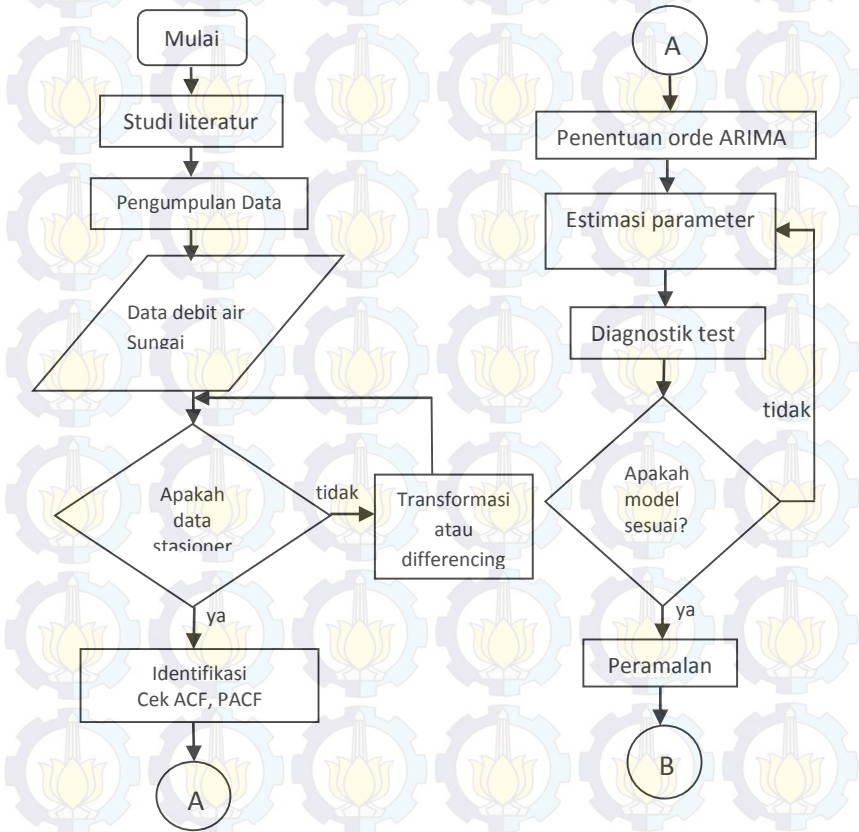
Pada tahap ini dilakukan implementasi simulasi Filter Kalman dari hasil peramalan ARIMA dengan bantuan *software* MATLAB R2010a. Tahap ini sebagai dasar untuk menyimpulkan hasil penelitian.

5. Penarikan kesimpulan

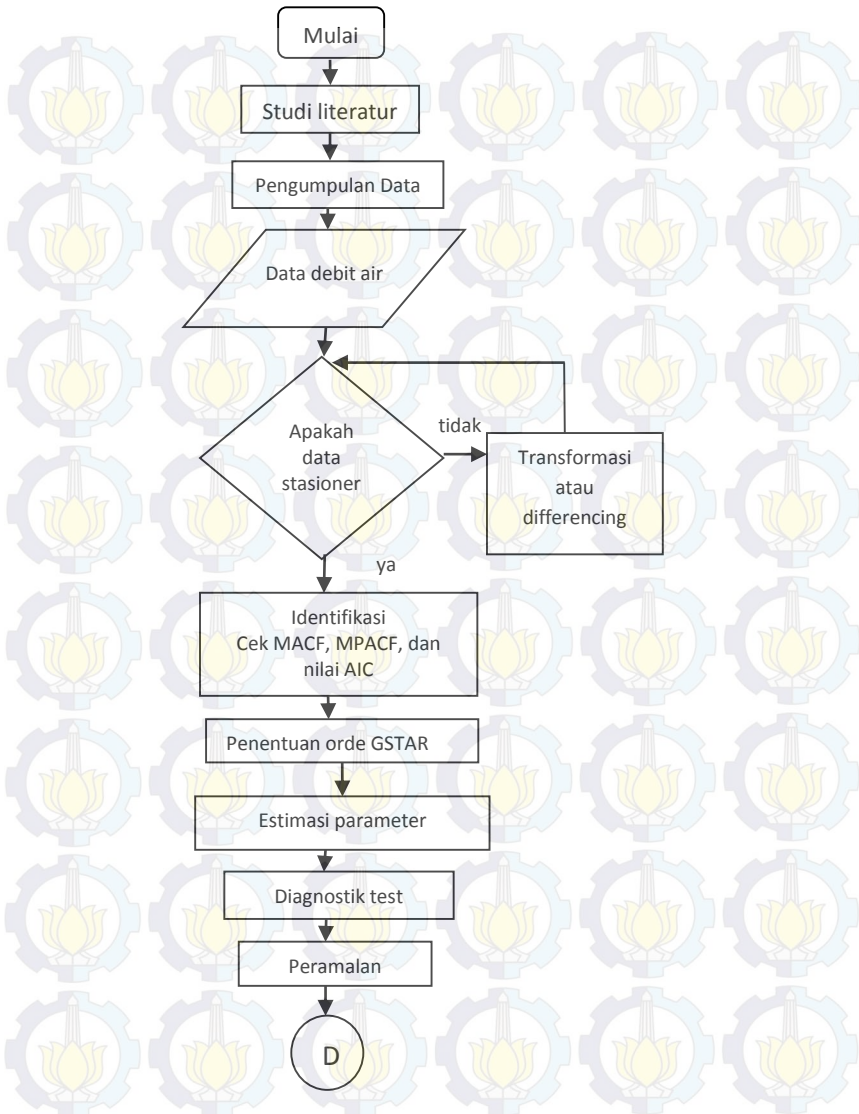
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan dengan cara membandingkan hasil peramalan yang telah didapatkan dari hasil metode ARIMA, GSTAR, dan ARIMA Filter Kalman.

3.2 Diagram Alir

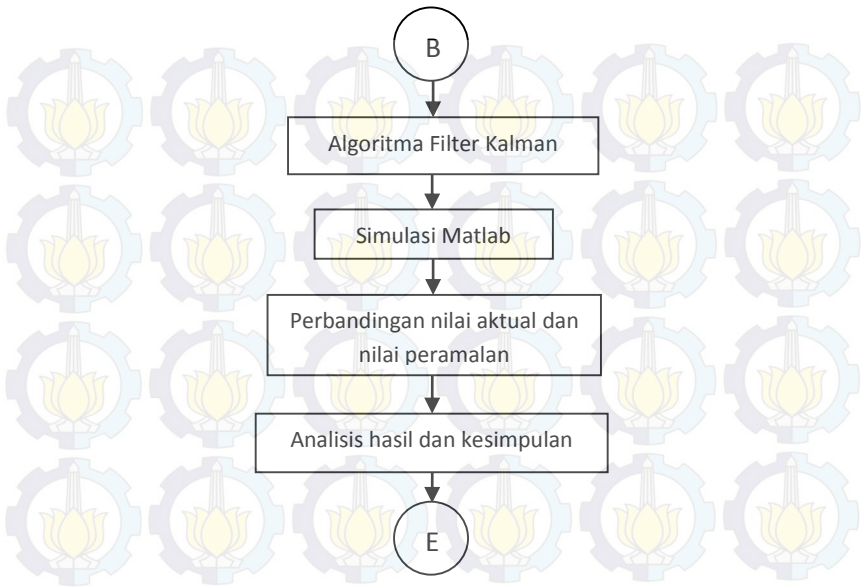
Langkah-langkah pembentukan dan peramalan dengan menggunakan model GSTAR dan model ARIMA Filter Kalman ditampilkan pada Gambar 3.1 - Gambar 3.4



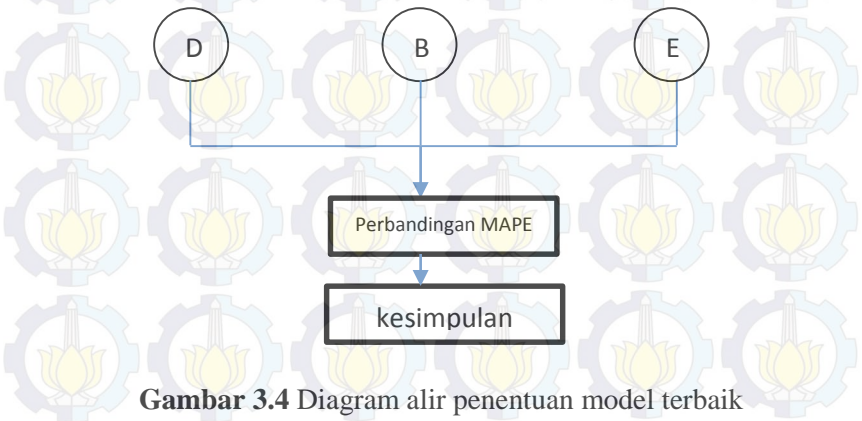
Gambar 3.1 Diagram alir pembentukan model ARIMA



Gambar 3.2 Diagram alir pembentukan model GSTAR



Gambar 3.3 Diagram alir penerapan Filter Kalman



Gambar 3.4 Diagram alir penentuan model terbaik

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan analisis dan pembahasan mengenai langkah-langkah dalam penereapan GSTAR dan Filter Kalman dalam perbaikan prediksi debit air Sungai Brantas dengan metode ARIMA Box-Jenkins.

4.1 Variabel dan Data Penelitian

Pada penelitian tugas akhir ini menggunakan data harian debit air Sungai Brantas di empat titik lokasi yaitu Ploso, Widas, Kertosono, Mrican. Data yang digunakan sebanyak 134 data di setiap lokasi yang diperoleh dari Perusahaan Umum (perum) Jasa Tirta I. Data yang diperoleh kemudian dibagi menjadi dua yaitu data *in-sample* dan data *out-sample*. Data insample yang digunakan sebanyak 120 data (Januari-April 2014), sedangkan data *out-sample* sebanyak 14 data. Data *in-sample* digunakan untuk membenuk model dan data *out-sample* digunakan untuk mengecek ketepatan model. Variabel yang diginakan pada penelitian ini yaitu data jumlah debit Sungai di empat lokasi yaitu debit air Sungai di Ploso $Z1(t)$, debit air Sungai di Widas $Z2(t)$, debit air Sungai d Kertosono $Z3(t)$, dan jumlah debit air Sungai di Mrican $Z4(t)$. Deskripsi dari ke empat data debit air sungai ini secara umum ditampilkan dalam Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Deskripsi data Jumlah Debit Air Sungai

Variabel	Mean	StdDev	Max	Min
$Z1(t)$	359.7	146.1	781	146.1
$Z2(t)$	47.75	20.24	164.40	26.32
$Z3(t)$	32.16	24.34	146,24	10.13
$Z4(t)$	210.3	70.37	490.97	115.44

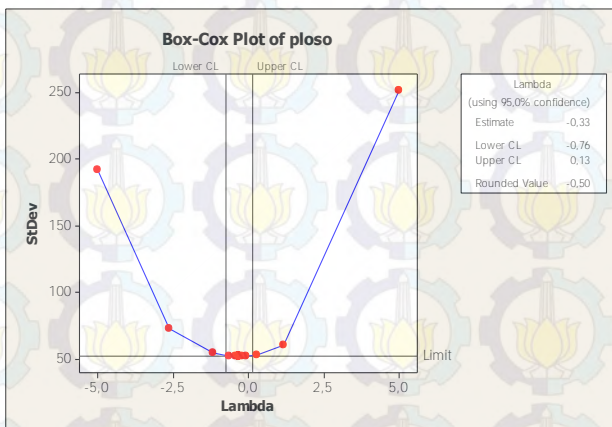
4.2 Pemodelan ARIMA

Pada tahap ini akan dilakukan analisis data untuk membentuk model ARIMA di masing-masing lokasi pengukuran debit air.

4.2.1 Model ARIMA Jumlah Debit Air Sungai di Z1.

Langkah awal untuk menentukan model ARIMA melihat kestasioneran data, karena syarat pembentukan model analisis *time series* adalah dengan mengasumsikan bahwa data dalam keadaan stasioner. *Time series* dikatakan stasioner apabila tidak terdapat perubahan kecenderungan, baik dalam *mean* maupun varians. Dengan kata lain, *time series* stasioner apabila relatif tidak terjadi kenaikan ataupun penurunan nilai secara tajam pada data.

Kestasioneran data terhadap varians dapat dilihat dari hasil Transformasi Box-Cox dimana dikatakan stasioner apabila *rounded value*-nya adalah 1. Plot Box-Cox data sebelum transformasi dapat dilihat pada Gambar 4.1.

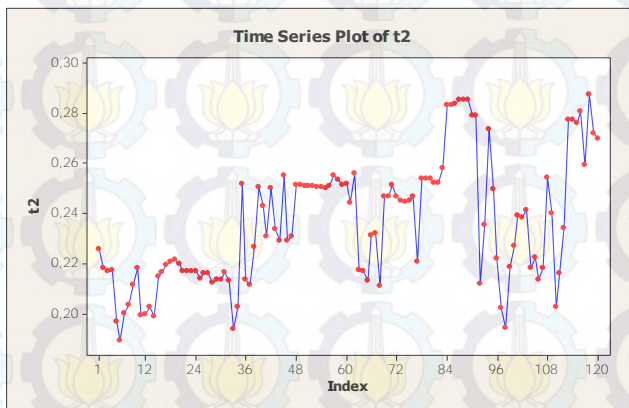


Gambar 4.1 Plot Box-Cox Data Sebelum Transformasi.

Dari Gambar 4.1 dapat dilihat pada kotak dialog bahwa nilai *lambda* dengan nilai kepercayaan 95% berada diantara -0.76 dan 0.13, dengan nilai *estimate* sebesar -0.33 dan *rounded value* sebesar -0.50. Hal ini berarti data belum stasioner terhadap varians karena *rounded value*-nya tidak sama dengan 1. Sehingga data tersebut perlu distasionerkan dengan menggunakan Transformasi

Box-Cox sehingga didapat *rounded value* sama dengan 1. Data yang sudah stasioner dalam varians dapat dilihat pada Lampiran 2 Gambar 1.

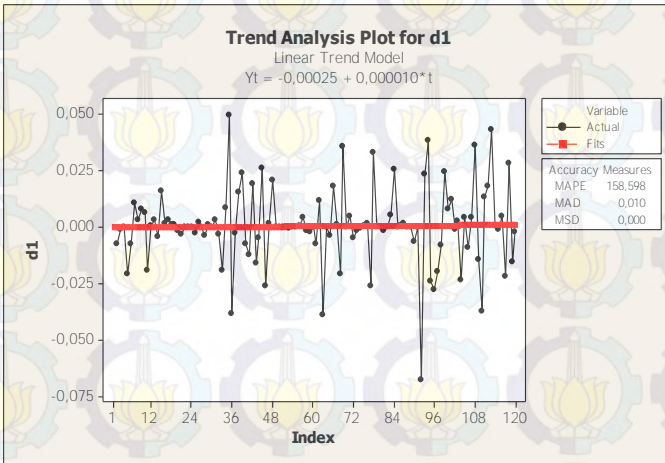
Setelah melihat kestasioneran dalam varians, maka akan dilihat apakah data telah stasioner dalam *mean*. Kestasioneran dalam *mean* dapat dilihat dari plot *time series*. Hasil plot dapat dilihat pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Plot *Time Series* Z1(t) Hasil Transformasi

Pada Gambar 4.2 terlihat bahwa data tersebut tidak pada pola yang teratur dan cenderung fluktuatif, artinya data kecepatan angin tersebut tidak stasioner terhadap *mean*. Untuk mencapai stasioner terhadap *mean* diperlukan *differencing* (pembedaan). Setelah *differencing* dilakukan, data tersebut dibuat plot *time series*. Untuk melihat stasioner dalam rata-rata, dilakukan grafik trend linear. Jika trend linear mendekati sejajar sumbu horizontal maka data sudah stasioner dalam *mean*. Plot *time series* data hasil *differencing* 1 dan pengecekan trend linear dapat dilihat pada Lampiran 2 Gambar 2.

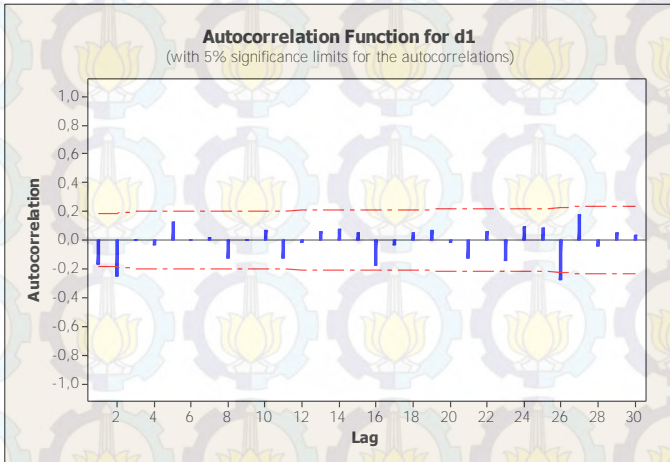
Sedangkan data yang sudah stasioner dalam mean dapat dilihat pada Gambar 4.3



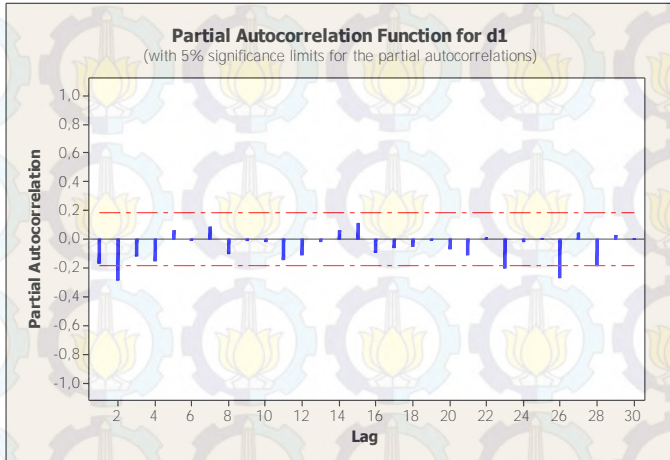
Gambar 4.3 Plot *Time Series* $Z_1(t)$ Stasioner Dalam Mean

Dari Gambar 4.3 terlihat bahwa data telah stasioner dalam *mean*, terlihat dari rata-rata deret pengamatan yang berfluktuasi di sekitar nilai tengah dan trend sudah mendekati sumbu horizontal. Karena data telah stasioner terhadap *mean* dan varians, maka uji stasioneritas data sudah selesai. Langkah selanjutnya yang dilakukan untuk pemodelan ARIMA adalah identifikasi model. Tujuannya adalah mendapatkan model ARIMA sementara untuk data $Z_1(t)$ plot ACF ditunjukkan pada Gambar 4.4, sedangkan plot PACF dapat dilihat pada Gambar 4.5.

Terlihat pada Gambar 4.4 plot dari ACF keluar pada lag ke-2. Sedangkan pada Gambar 4.5 plot dari PACF keluar pada lag ke-2 dan 26. Sehingga dugaan model sementara untuk data $Z_1(t)$ adalah ARIMA $([2,26],1,[2])$.



Gambar 4.4 Plot ACF Hasil *Differencing* $Z1(t)$



Gambar 4.5 Plot PACF Hasil *Differencing* $Z1(t)$

Selanjutnya akan dilakukan estimasi parameter dan uji kesignifikanan parameter untuk model sementara. Pengujian ini

dilakukan dengan menggunakan *software Eviews 6*. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 4.2 :

Tabel 4.2 Estimasi Parameter Model ARIMA ([2,26],1,[2])

Parameter	Koefisien	SE	t-stat.	P-value
AR(2)= ϕ_2	0.241744	0.185771	1.301300	0.1965
AR(26)= ϕ_{26}	-0.428863	0.113971	-3.762910	0.0003
MA(2)= θ_2	-0.550262	0.170877	-3.220232	0.0018

Uji kesignifikanan parameter menggunakan uji-t *student*.

1. Menguji parameter AR(2)= ϕ_2

Hipotesis:

$H_0 : \phi_2 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \phi_2 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\phi_2}{st.(\phi_2)} \\ &= \frac{0.241744}{0.185771} \\ &= 1.301300 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| < t_{0,025;120}$ maka H_0 diterima artinya parameter tidak signifikan.

2. Menguji parameter AR(26)= ϕ_{26}

Hipotesis:

$H_0 : \phi_{26} = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \phi_{26} \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\phi_{26}}{st.(\phi_{26})} \\ &= \frac{-0.428863}{0.113971} \\ &= -3.762910 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| > t_{0,025;120}$ maka H_0 ditolak artinya parameter signifikan.

3. Menguji parameter MA(2) = θ_2

Hipotesis:

$H_0 : \theta_2 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \theta_2 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\theta_2}{st.(\theta_2)} \\ &= \frac{-0.550262}{0.170877} \\ &= -3.220232 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| > t_{0,025;120}$ maka H_0 ditolak artinya parameter signifikan.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, parameter AR(2) tidak signifikan dalam model, sedangkan parameter AR(26) dan MA(2) signifikan. Selanjutnya asumsi yang harus dipenuhi adalah residual bersifat *white noise* dan berdistribusi normal. Pengujian asumsi *white noise* dapat dilakukan dengan menggunakan uji Ljung-Box.

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = \dots = \rho_6 = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \rho_j \neq 0, \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, 6$$

Statistik Uji:

Untuk k (lag maksimum) = 6, maka:

$$\begin{aligned} Q &= n(n+2) \sum_{k=1}^6 \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, \quad \hat{\rho}_k \text{ autokorelasi residual lag } -k \\ &= 120(120+2) \left(\frac{(-0.134)^2}{120-1} + \frac{(-0.031)^2}{120-2} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \frac{(-0.008)^2}{120-6} \right) \\ &= 120(122)(0.0002141) \\ &= 3.1355 \end{aligned}$$

Dengan tabel Distribusi Chi-Kuadrat diperoleh:

$$\chi^2_{(0,05;6-2-1)} = 7.81473$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $Q < \chi^2_{(0,05;6-2-2)}$ maka H_0 diterima artinya residual bersifat *white noise*. Atau dengan menggunakan P-value yang terdapat pada *eviews* 6, karena P-value = 0.371 > $\alpha = 0.05$ maka H_0 diterima artinya residual bersifat *white noise*.

Untuk pengujian asumsi residual berdistribusi normal menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.

Hipotesis

$$H_0 : S(x) = F_0(x) \text{ untuk semua } x \text{ (berdistribusi normal)}$$

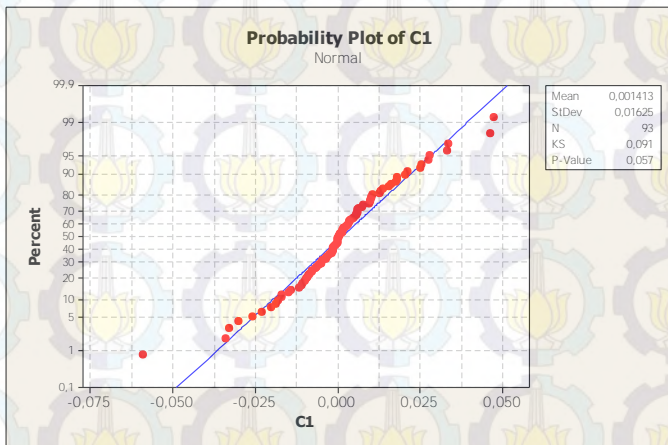
$$H_1 : S(x) \neq F_0(x) \text{ untuk beberapa } x \text{ (tidak berdistribusi normal)}$$

Statistik uji:

$$D_{hitung} = \sup_x |S(x) - F_0(x)| = 0,091$$

$$D_{0,05,93} = 0,14103$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $D_{hitung} < D_{0,05;174}$ maka H_0 diterima, sehingga residual model ARIMA $([2,26],1,[2])$ berdistribusi normal. Atau residual dapat diuji dengan menggunakan *software* Minitab 15. Karena $P\text{-value} = 0.057$ dan lebih besar dari α maka H_0 diterima artinya residual model ARIMA $([2,26],1,[2])$ berdistribusi normal. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Uji Normalitas Residual Model ARIMA $([2,26],1,[2])$

Tahapan selanjutnya dari model ARIMA Box-Jenkis adalah dengan melakukan *overfitting*. Model yang dihasilkan dari hasil *overfitting* dijadikan model alternatif yang kemudian dicari model

yang terbaik diantara model-model yang lain. Adapun model-model alternatif yang diujikan adalah sebagai berikut:

1. ARIMA ([2],1,[26])
2. ARIMA ([26],1,[2])
3. ARIMA ([2,26],1,0)
4. ARIMA ([2],1,0)
5. ARIMA (0,1,[2])

Untuk memilih satu model terbaik, maka dipilih model ARIMA yang memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residualnya memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi normal, serta memiliki nilai AIC dan SBC terkecil. Hasil pengujian dapat dilihat pada Tabel 4.3 dan Tabel 4.4.

Tabel 4.3 Hasil Pengujian Estimasi Parameter

Model	Estimasi parameter	<i>p-value</i>	Signifikan/tidak
ARIMA ([2],1,[26])	ϕ_2	0.0003	Signifikan
	θ_{26}	0.0000	
ARIMA ([26],1,[2])	ϕ_{26}	0.0003	Signifikan
	θ_2	0.0012	
ARIMA ([2,26],1,0)	ϕ_2	0.0239	Signifikan
	ϕ_{26}	0.0015	
ARIMA ([2],1,0)	ϕ_2	0.0068	Signifikan
ARIMA (0,1,[2])	θ_2	0.0006	Signifikan

Tabel 4.4 Hasil Pengujian Asumsi Residual *White Noise* dan Berdistribusi Normal serta nilai AIC dan SBC

Model	Uji Asumsi <i>White Noise</i>	Uji Asumsi Normal	AIC	SBC
ARIMA ([2],1,[26])	<i>White noise</i>	Normal	-5.749039	-5.701822
ARIMA ([26],1,[2])	<i>White noise</i>	Tidak Normal	-5.347317	-5.292853
ARIMA ([2,26],1,0)	Tidak <i>white noise</i>	Tidak Normal	-5.302636	-5.248172
ARIMA ([2],1,0)	Tidak <i>White noise</i>	Tidak Normal	-5.400982	-5.377373
ARIMA (0,1,[2])	Tidak <i>White noise</i>	Tidak Normal	-5.430716	-5.407362

Dari Tabel 4.3 dan Tabel 4.4 terlihat bahwa model ARIMA([2],1,[26]) memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residual *white noise* dan berdistribusi normal, serta memiliki nilai AIC dan SBC terkecil. Sehingga ARIMA ([2],1,[26]) merupakan model yang terbaik.

Dengan menggunakan persamaan (2.1), diperoleh persamaan model sebagai berikut:

$$(1 - (-0.328439)B^2)(1 - B)Z_t = (1 - (-0.862484B^{26})) a_t$$

atau

$$(1 + (0.328439)B^2)(Z_t - BZ_t) = (a_t + (0.862484B^{26}) a_t) \text{ atau}$$

$$Z_t - BZ_t + 0.328439B^2Z_t - 0.328439B^3Z_t = a_t + 0.862484 B^{26} a_t$$

atau

$$Z_t - Z_{t-1} + 0.328439Z_{t-2} - 0.328439Z_{t-3} = a_t + 0.862484 a_{t-26}$$

atau

$$Z_t = Z_{t-1} - 0.328439Z_{t-2} + 0.328439Z_{t-3} + a_t + 0.862484 a_{t-26}$$

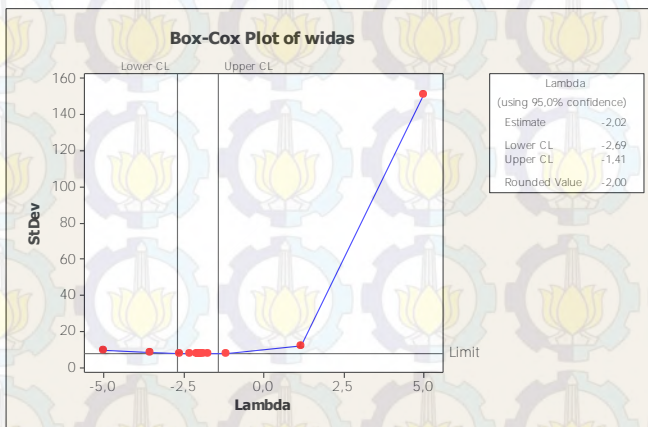
Dimana Z_t adalah bentuk transformasi dari Z_1

Kemudian, akan dilakukan peramalan untuk 14 hari ke depan dengan *software Eviews 6*. Hasil prediksi ini nantinya akan diolah

lebih lanjut dengan algoritma Filter Kalman untuk memperbaiki hasil estimasi prediksi ARIMA.

4.2.2 Model ARIMA Jumlah Debit Air Sungai di Z2(t)

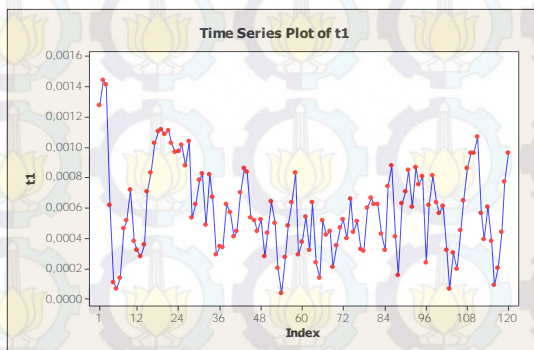
Sama seperti telah dijelaskan pada pembahasan 4.2.1 langkah awal untuk menentukan model ARIMA adalah dengan melihat kestasioneran. Gambar 4.7 menunjukkan plot Box-Cox sebelum transformasi. Gambar 4.8 menunjukkan plot data Z2 setelah data stasioner dalam varians.



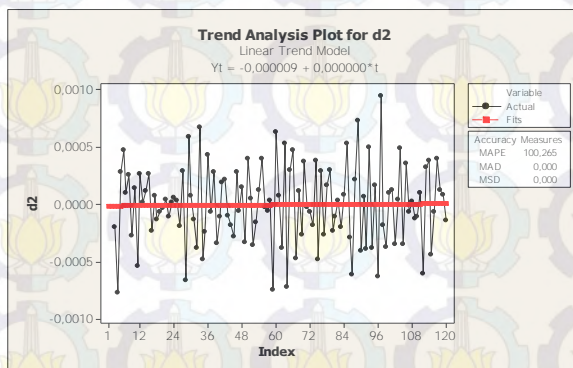
Gambar 4.7 Plot Box-Cox awal

Dari Gambar 4.7 dapat dilihat pada kotak dialog bahwa nilai *lambda* dengan nilai kepercayaan 95% berada diantara -2.69 dan -1.41, dengan nilai *estimate* sebesar -2.02 dan *rounded value* sebesar -2.00. Hal ini berarti data belum stasioner terhadap varians karena *rounded value*-nya tidak sama dengan 1. Sehingga data tersebut perlu distasionerkan dengan menggunakan Transformasi Box-Cox sehingga didapat *rounded value* sama dengan 1. Data yang sudah stasioner dalam varians dapat dilihat pada Lampiran 2 Gambar 3.

Pada Gambar 4.8 terlihat bahwa data tersebut tidak stasioner terhadap *mean*, Sehingga diperlukan *differencing* (pembedaan). Plot *time series* data hasil *differencing* 2 dan pengecekan trend linear dapat dilihat pada Lampiran 2 Gambar 4. Sedangkan data yang sudah stasioner dalam mean dapat dilihat pada Gambar 4.9

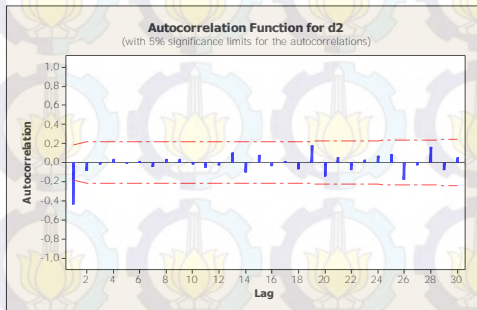


Gambar 4.8 Plot *Time Series* Z2(t) Setelah Data Transformasi



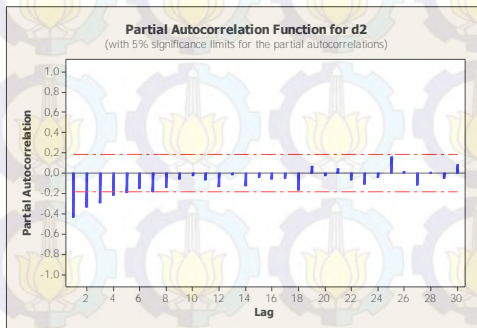
Gambar 4.9 Plot *Time Series* Z2(t) Setelah Stasioner Dalam *Mean*

Dari Gambar 4.9 terlihat bahwa data telah stasioner dalam *mean*. Karena data telah stasioner terhadap *mean* dan varians, maka uji stasioneritas data sudah selesai. Langkah selanjutnya adalah identifikasi model untuk mendapatkan model ARIMA sementara untuk data $Z_2(t)$ plot ACF ditunjukkan pada Gambar 4.10, sedangkan plot PACF dapat dilihat pada Gambar 4.11.



Gambar 4.10 Plot ACF Hasil *Differencing* $Z_2(t)$

Terlihat pada Gambar 4.10 plot dari ACF keluar pada lag ke-1. Sedangkan pada Gambar 4.11 plot dari PACF keluar pada lag ke-1, 2 dan 3. Sehingga dugaan model sementara untuk data $Z_2(t)$ adalah ARIMA ([1,2,3],2,[1]) atau model ARIMA (3,2,1).



Gambar 4.11 Plot PACF Hasil *Differencing* $Z_2(t)$

Selanjutnya akan dilakukan estimasi parameter dan uji kesignifikanan parameter untuk model sementara. Pengujian ini dilakukan dengan menggunakan *software Eviews 6*. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Estimasi Parameter Model ARIMA ([1,2,3],2,[1])

Parameter	Koefisien	SE	t-stat.	P-value
AR(1)= ϕ_1	-0.140358	0.091710	-1.530454	0.1287
AR(2)= ϕ_2	-0.170081	0.086768	-1.960178	0.0525
AR(3)= ϕ_3	-0.139085	0.088409	-1.573206	0.1185
MA(1)= θ_1	-0.982393	0.007081	-132.7380	0.0000

Uji kesignifikanan parameter menggunakan uji-t *student*.

1. Menguji parameter AR(1)= ϕ_1

Hipotesis:

$H_0 : \phi_1 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \phi_2 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\phi_2}{st.(\phi_2)} \\ &= \frac{-0.140358}{0.091710} \\ &= -1.530454 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| < t_{0,025;120}$ maka H_0 diterima artinya parameter tidak signifikan.

2. Menguji parameter AR(2)= ϕ_2

Hipotesis:

$H_0 : \phi_2 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \phi_2 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\phi_2}{st.(\phi_2)} \\ &= \frac{-0.170081}{0.086768} \\ &= -1.960178 \\ t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| < t_{0,025;120}$ maka H_0 diterima artinya parameter tidak signifikan.

3. Menguji parameter AR(3)= ϕ_3

Hipotesis:

$H_0 : \phi_3 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \phi_3 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\phi_3}{st.(\phi_3)} \\ &= \frac{-0.139085}{0.088409} \\ &= -1.573206 \\ t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| < t_{0,025;120}$ maka H_0 diterima artinya parameter tidak signifikan.

4. Menguji parameter MA(1)= θ_1

Hipotesis:

$H_0 : \theta_1 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \theta_1 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\theta_2}{st.(\theta_2)} \\ &= \frac{0.007081}{0.007081} \\ &= -138.7380 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,9799 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| > t_{0,025;120}$ maka H_0 ditolak artinya parameter signifikan.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, parameter AR(1) AR(2) AR(3) tidak signifikan dalam model, sedangkan parameter MA(1) signifikan. Selanjutnya asumsi yang harus dipenuhi adalah residual bersifat *white noise* dan berdistribusi normal. Pengujian asumsi *white noise* dapat dilakukan dengan menggunakan uji Ljung-Box.

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = \dots = \rho_6 = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \rho_j \neq 0, \text{ dengan } j = 1, 2, \dots,$$

Statistik Uji:

Untuk k (lag maksimum) = 6, maka:

$$\begin{aligned} Q &= n(n+2) \sum_{k=1}^6 \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, \quad \hat{\rho}_k \text{ autokorelasi residual lag } -k \\ &= 120(120+2) \left(\frac{(-0.048)^2}{120-1} + \frac{(-0.090)^2}{120-2} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \frac{(-0.038)^2}{120-6} \right) \\ &= 120(122)(0.000201885) \\ &= 2.9556 \end{aligned}$$

Dengan tabel Distribusi Chi-Kuadrat diperoleh:

$$\chi^2_{(0,05;6-2-1)} = 7.81473$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $Q < \chi^2_{(0,05;6-2-2)}$ maka H_0 diterima artinya residual bersifat *white noise*. Atau dengan menggunakan P-value yang terdapat pada *evIEWS* 6, karena P-value = 0.604 > $\alpha = 0.05$ maka H_0 diterima artinya residual bersifat *white noise*.

Untuk pengujian asumsi residual berdistribusi normal menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.

Hipotesis:

H_0 : $S(x) = F_0(x)$ untuk semua x (berdistribusi normal)

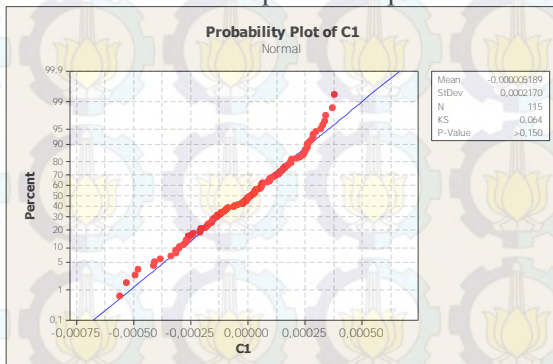
H_1 : $S(x) \neq F_0(x)$ untuk beberapa x (tidak berdistribusi normal)

Statistik uji:

$$D_{hitung} = \sup_x |S(x) - F_0(x)| = 0.064$$

$$D_{0.05,115} = 0,12682$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $D_{hitung} < D_{0.05,174}$ maka H_0 diterima, sehingga residual model ARIMA ([2,26],1,[2]) berdistribusi normal. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12. Uji Normalitas Residual Model ARIMA ([1,2,3],2,[1])

Tahapan selanjutnya dari model ARIMA Box-Jenkis adalah dengan melakukan *overfitting*. Model-model alternatif yang diujikan adalah sebagai berikut:

1. ARIMA ([2],2,[1,2,3])
2. ARIMA ([1,3],2,[3])
3. ARIMA ([3],2,[3])
4. ARIMA ([1,2],2,[3])
5. ARIMA (0,2,[1])

Untuk memilih satu model terbaik, maka dipilih model ARIMA yang memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residualnya memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi normal, serta memiliki nilai AIC dan SBC terkecil. Hasil pengujian dapat dilihat pada Tabel 4.6 dan Tabel 4.7.

Tabel 4.6 Hasil Pengujian Estimasi Parameter

Model	Estimasi parameter	<i>p-value</i>	Signifikan/tidak
ARIMA ([2],2,[1,2,3])	ϕ_2	0.0020	Signifikan
	θ_1	0.0000	
	θ_2	0.0267	
	θ_3	0.0000	
ARIMA ([1,3],2,[3])	ϕ_1	0.0000	Signifikan
	ϕ_3	0.0360	
	θ_3	0.0321	
ARIMA ([3],2,[3])	ϕ_3	0.0000	Signifikan
	θ_3	0.0000	
ARIMA ([1,2],1,[3])	ϕ_1	0.0000	Signifikan
	ϕ_2	0.0000	Signifikan
	θ_2	0.0000	Signifikan

Tabel 4.7 Hasil Pengujian Asumsi Residual *White Noise* dan Berdistribusi Normal serta nilai AIC dan SBC

Model	Uji Asumsi <i>White Noise</i>	Uji Asumsi Normal	AIC	SBC
ARIMA ([2],2,[1,2,3])	<i>White noise</i>	Tidak Normal	-14.04023	-13.94528
ARIMA ([1,3],2,[3])	Tidak <i>White noise</i>	Normal	-13.37061	-13.29900
ARIMA ([3],2,[3])	Tidak <i>white noise</i>	Normal	-13.18940	-13.14166
ARIMA ([1,2],1,[3])	Tidak <i>White noise</i>	Normal	-13.92929	-1385808
ARIMA (0,2,[1])	<i>White noise</i>	Normal	-13.83409	-13.81061

Dari Tabel 4.6 dan Tabel 4.7 terlihat bahwa hanya model ARIMA(0,2,[1]) memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residual *white noise* dan berdistribusi normal, walaupun tidak memiliki nilai AIC dan SBC terkecil. Sehingga ARIMA (0,2,[1]) merupakan model yang terbaik.

Dengan menggunakan persamaan (2.1), diperoleh persamaan model sebagai berikut:

$$(1 - B^2)Z_t = (1 - (-0,982594B)) a_t \text{ atau}$$

$$(B^2 - 2B + 1)Z_t = (1 + (0,982594B)) a_t \text{ atau}$$

$$B^2Z_t - 2BZ_t + Z_t = a_t + 0,982594 a_{t-1} \text{ atau}$$

$$Z_{t-2} - 2Z_{t-1} + Z_t = a_t + 0,982594 a_{t-1} \text{ atau}$$

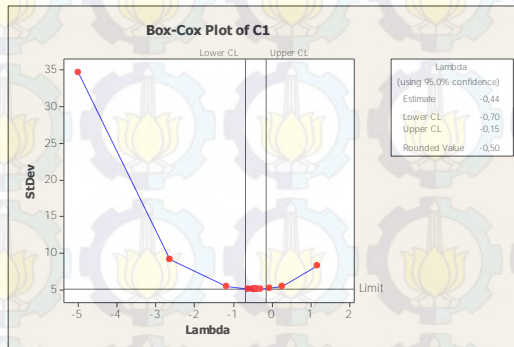
$$Z_t = 2Z_{t-1} - Z_{t-2} + a_t + 0,982594 a_{t-1}$$

Dimana Z_t adalah bentuk transformasi dari ZZ_t

Kemudian, akan dilakukan peramalan untuk 14 hari ke depan dengan *software Eviews 6*. Hasil prediksi ini nantinya akan diolah lebih lanjut dengan algoritma Filter Kalman untuk memperbaiki hasil estimasi prediksi ARIMA.

4.2.3 Model ARIMA Jumlah Debit Air Sungai di Z3(t).

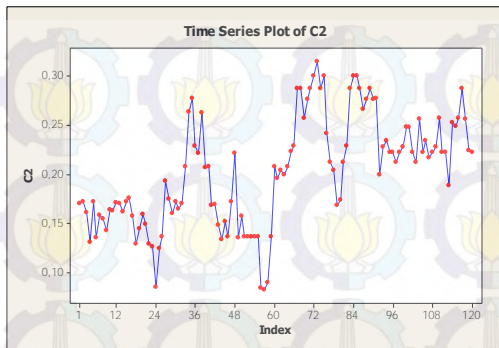
Sama seperti telah dijelaskan pada pembahasan 4.2.1 langkah awal adalah plot Box-Cox untuk melihat kestasioneran data dalam varians. Gambar 4.13 menunjukkan plot Box-Cox sebelum transformasi. Setelah data stasioener dalam varians plot time series data Z3(t). Gambar 4.14 menunjukkan plot time series setelah transformasi.



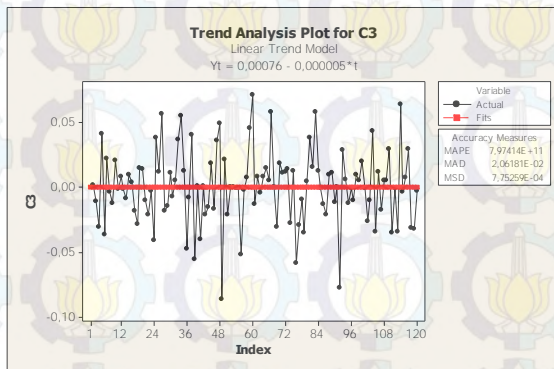
Gambar 4.13 Plot Box-Cox Data Z3(t)

Dari Gambar 4.13 dapat dilihat pada kotak dialog bahwa nilai *lambda* dengan nilai kepercayaan 95% berada diantara -0.70 dan -0.15, dengan nilai *estimate* sebesar -0.44 dan *rounded value* sebesar -0.50. Hal ini berarti data belum stasioner terhadap varians. Sehingga data tersebut perlu distasionerkan dengan menggunakan Transformasi Box-Cox. Data yang sudah stasioner dalam varians dapat dilihat pada Lampiran 2 Gambar 5.

Pada Gambar 4.14 terlihat bahwa data tersebut tidak stasioner terhadap *mean*, Sehingga diperlukan *differencing* (pembedaan). Plot *time series* data hasil *differencing* 1 dan pengecekan trend linear dapat dilihat pada Lampiran 2 Gambar 6. Sedangkan data yang sudah stasioner dalam *mean* dapat dilihat pada Gambar 4.15



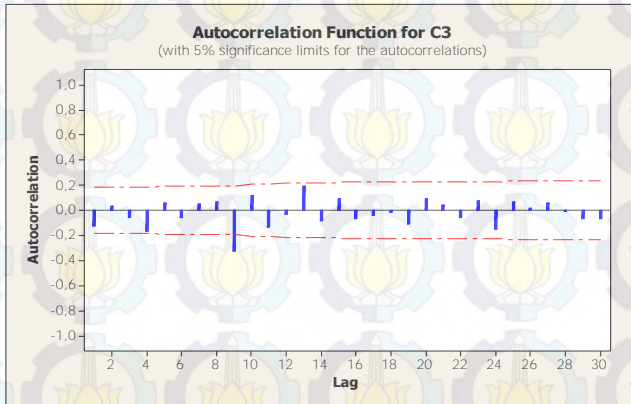
Gambar 4.14 Plot *Time Series* $Z_3(t)$ Setelah Data Transformasi



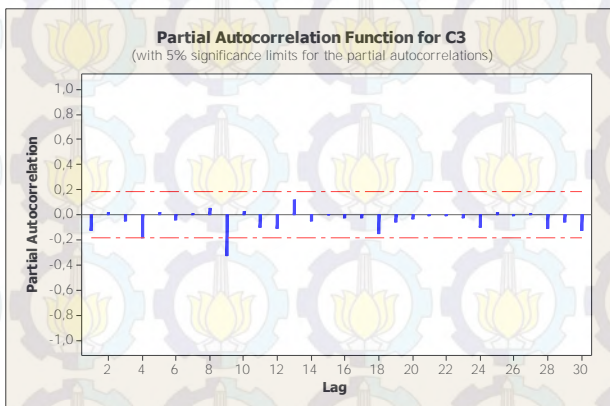
Gambar 4.15 Plot *Time Series* $Z_2(t)$ Setelah Stasioner Dalam *Mean*

Dari Gambar 4.15 terlihat bahwa data telah stasioner dalam *mean*. Karena data telah stasioner terhadap *mean* dan varians, maka uji stasioneritas data sudah selesai. Selanjutnya identifikasi model untuk mendapatkan model ARIMA sementara untuk data $Z_2(t)$

plot ACF ditunjukkan pada Gambar 4.16, sedangkan plot PACF dapat dilihat pada Gambar 4.17.



Gambar 4.16 Plot ACF Hasil *Differencing* $Z3(t)$



Gambar 4.17 Plot PACF Hasil *Differencing* $Z3(t)$

Terlihat pada Gambar 4.16 plot dari ACF keluar pada lag ke-9. Sedangkan pada Gambar 4.17 plot dari PACF keluar pada lag ke-9. Sehingga dugaan model sementara untuk data $Z_3(t)$ adalah ARIMA $([9],1,[9])$ atau model ARIMA $(1,1,1)$

Selanjutnya akan dilakukan estimasi parameter dan uji kesignifikanan parameter untuk model sementara. Pengujian ini dilakukan dengan menggunakan *software Eviews 6*. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Estimasi Parameter Model ARIMA $([9],1,[9])$

Parameter	Koefisien	SE	t-stat.	P-value
AR(9)= ϕ_9	0.422737	0.088880	4.756288	0.000
MA(9)= θ_9	-0.903006	0.023684	-38.12773	0.0000

Uji kesignifikanan parameter menggunakan uji-t *student*.

1. Menguji parameter AR(9)= ϕ_9

Hipotesis:

$H_0 : \phi_9 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \phi_9 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\phi_9}{st.(\phi_9)} \\ &= \frac{0.422737}{0.088880} \\ &= 4.756288 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| > t_{0,025;120}$ maka H_0 ditolak artinya parameter signifikan.

2. Menguji parameter MA(9) = θ_9

Hipotesis:

$$H_0 : \theta_9 = 0 \text{ (parameter model tidak signifikan)}$$

$$H_1 : \theta_9 \neq 0 \text{ (parameter model signifikan)}$$

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\theta_9}{st.(\theta_9)} \\ &= \frac{-0.903006}{0.023684} \\ &= -38.12773 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| > t_{0,025;120}$ maka H_0 ditolak artinya parameter signifikan.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, parameter AR(9) dan MA(9) signifikan. Selanjutnya asumsi yang harus dipenuhi adalah residual bersifat *white noise* dan berdistribusi normal. Pengujian asumsi *white noise* dapat dilakukan dengan menggunakan uji Ljung-Box.

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = \dots = \rho_6 = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \rho_j \neq 0, \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, 6$$

Statistik Uji:

Untuk k (lag maksimum) = 6, maka:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^6 \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, \quad \hat{\rho}_k \text{ autokorelasi residual lag } -k$$

$$\begin{aligned}
 &= 120(120 + 2) \left(\frac{(-0.057)^2}{120 - 1} + \frac{(-0.012)^2}{120 - 2} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(-0.045)^2}{120 - 6} \right) \\
 &= 120(122)(0.00028734) \\
 &= 4.2067
 \end{aligned}$$

Dengan tabel Distribusi Chi-Kuadrat diperoleh:

$$\chi^2_{(0,05;6-1-1)} = 9.448773$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $Q < \chi^2_{(0,05;6-2-2)}$ maka H_0 diterima artinya residual bersifat *white noise*. Atau dengan menggunakan P-value yang terdapat pada eviews6, karena P-value = 0.379 > $\alpha = 0.05$ maka H_0 diterima artinya residual bersifat *white noise*.

Untuk pengujian asumsi residual berdistribusi normal menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.

Hipotesis:

H_0 : $S(x) = F_0(x)$ untuk semua x (berdistribusi normal)

H_1 : $S(x) \neq F_0(x)$ untuk beberapa x (tidak berdistribusi normal)

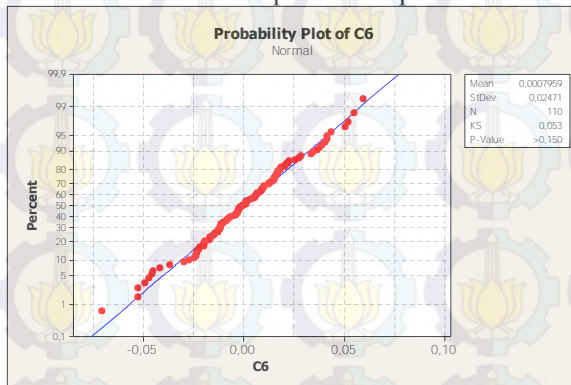
Statistik uji:

$$\begin{aligned}
 D_{hitung} &= \sup_x |S(x) - F_0(x)| \\
 &= 0.053
 \end{aligned}$$

$$D_{0,05,110} = 0,12967$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $D_{hitung} < D_{0,05,174}$ maka H_0 diterima, sehingga residual model ARIMA ([9],1,[9]) berdistribusi normal. Atau residual dapat diuji dengan menggunakan *software* Minitab 15. Karena P-value > 1,50 dan lebih besar dari α maka

H_0 diterima artinya residual model ARIMA $([9],1,[9])$ berdistribusi normal. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 4.18.



Gambar 4.18 Uji Normalitas Residual Model ARIMA $([9],1,[9])$

Model ARIMA $([9],1,[9])$ mempunyai nilai AIC -4.534674 dan nilai SBC -4.485574

Tahapan selanjutnya dari model ARIMA Box-Jenkis adalah dengan melakukan *overfitting*. Model-model alternatif yang diujikan adalah sebagai berikut:

1. ARIMA $([9],1,0)$
2. ARIMA $(0,1,[9])$

Untuk memilih satu model terbaik, maka dipilih model ARIMA yang memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residualnya memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi normal, serta memiliki nilai AIC dan SBC terkecil. Hasil pengujian dapat dilihat pada Tabel 4.9 dan Tabel 4.10.

Tabel 4.9 Hasil Pengujian Estimasi Parameter

Model	Estimasi parameter	<i>p-value</i>	Signifikan/tidak
ARIMA $([9],1,0)$	ϕ_9	0.0000	Signifikan
ARIMA $(0,1,[9])$	θ_1	0.0000	Signifikan

Tabel 4.10 Hasil Pengujian Asumsi Residual *White Noise* dan Berdistribusi Normal serta nilai AIC dan SBC

Model	Uji Asumsi <i>White Noise</i>	Uji Asumsi Normal	AIC	SBC
ARIMA ([9],1,0)	<i>White noise</i>	Normal	-4.417353	-4.392803
ARIMA (0,1,[9])	<i>White noise</i>	Normal	-4.477527	-4.454173

Dari Tabel 4.9 dan Tabel 4.10 terlihat bahwa semua model memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residual *white noise* dan berdistribusi normal, tetapi nilai AIC dan SBC terkecil terdapat model sementara yaitu model ARIMA([9],1,[9]) yang juga memenuhi semua asumsi. Sehingga ARIMA ([9],1,[9]) merupakan model yang terbaik.

Dengan menggunakan persamaan (2.1), diperoleh persamaan model sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (1 - (0.422737)B^9)(1 - B)Z_t &= (1 - (-0.903006B^9)) a_t \text{ atau} \\
 (1 - (0.422737)B^9)(Z_t - BZ_t) &= (a_t + (0.903006B^9) a_t) \text{ atau} \\
 Z_t - BZ_t + 0.422737B^9Z_t - 0.422737B^{10}Z_t &= a_t + 0.903006 B^9 a_t \text{ atau} \\
 Z_t - Z_{t-1} + 0.422737Z_{t-9} - 0.422737Z_{t-10} &= a_t + 0.903006 a_{t-9} \text{ atau} \\
 Z_t = Z_{t-1} + 0.422737Z_{t-9} - 0.422737Z_{t-10} + a_t + 0.903006 a_{t-9}
 \end{aligned}$$

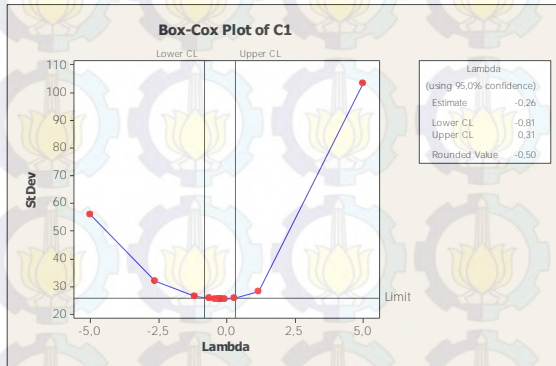
Dimana Z_t adalah bentuk transformasi dari Z_3t

Kemudian, akan dilakukan peramalan untuk 14 hari ke depan dengan *software Eviews 6*. Hasil prediksi ini nantinya akan diolah lebih lanjut dengan algoritma Filter Kalman untuk memperbaiki hasil estimasi prediksi ARIMA.

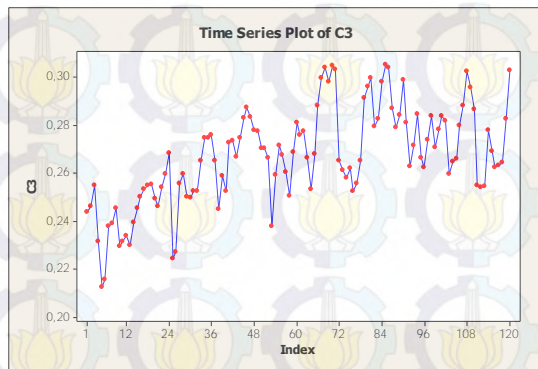
4.2.4 Model ARIMA Jumlah Debit Air Sungai di Z4(t).

Sama seperti telah dijelaskan pada pembahasan 4.2.1 langkah awal adalah plot Box-Cox untuk melihat kestasioneran data dalam varians. Gambar 4.19 menunjukkan plot Box-Cox sebelum transformasi. Setelah data stasioener dalam varians plot *time series*

data $Z_4(t)$. Gambar 4.20 menunjukkan plot *time series* setelah transformasi.



Gambar 4.19 Plot Box-Cox Data $Z_4(t)$

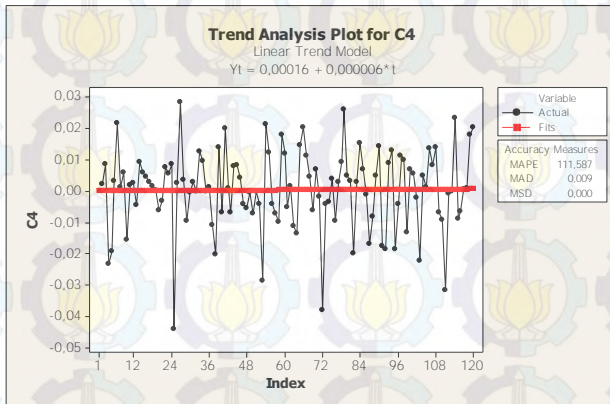


Gambar 4.20 Plot *Time Series* $Z_4(t)$ Setelah Data Transformasi

Dari Gambar 4.19 dapat dilihat pada kotak dialog bahwa nilai *lambda* dengan nilai kepercayaan 95% berada diantara -0.81 dan -0.31, dengan nilai *estimate* sebesar -0.26 dan *rounded value*

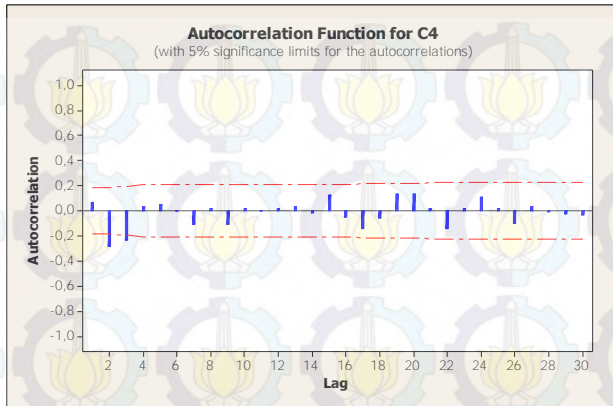
sebesar -0.50. Hal ini berarti data belum stasioner terhadap varians. Sehingga data tersebut perlu distasionerkan dengan menggunakan Transformasi Box-Cox. Data yang sudah stasioner dalam varians dapat dilihat pada Lampiran 2 Gambar 7.

Pada Gambar 4.20 terlihat bahwa data tersebut tidak stasioner terhadap *mean*, Sehingga diperlukan *differencing* (pembedaan). Plot *time series* data hasil *differencing* 1 dan pengecekan trend linear dapat dilihat pada Lampiran 2 Gambar 8. Sedangkan data yang sudah stasioner dalam mean dapat dilihat pada Gambar 4.21

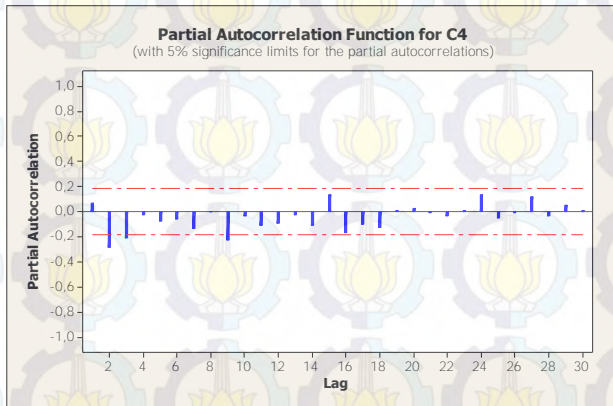


Gambar 4.21 Plot *Time Series* $Z_4(t)$
Setelah Stasioner Dalam *Mean*

Dari Gambar 4.21 terlihat bahwa data telah stasioner dalam *mean*. Karena data telah stasioner terhadap *mean* dan varians, maka uji stasioneritas data sudah selesai. Selanjutnya identifikasi model untuk mendapatkan model ARIMA sementara untuk data $Z_2(t)$ plot ACF ditunjukkan pada Gambar 4.22, sedangkan plot PACF dapat dilihat pada Gambar 4.23.



Gambar 4.22 Plot ACF Hasil *Differencing* Z4(t)



Gambar 4.23 Plot PACF Hasil *Differencing* Z4(t)

Terlihat pada Gambar 4.22 plot dari ACF keluar pada lag ke-2 dan 3. Sedangkan pada Gambar 4.23 plot dari PACF keluar pada lag ke-2, 3 dan 9. Sehingga dugaan model sementara untuk data $Z_4(t)$ adalah $ARIMA([2,3,9],1,[2,3])$.

Selanjutnya akan dilakukan estimasi parameter dan uji kesignifikanan parameter untuk model sementara. Pengujian ini dilakukan dengan menggunakan *software Eviews 6*. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Estimasi Parameter Model ARIMA ([2,3,9],1,[2,3])

Parameter	Koefisien	SE	t-stat.	P-value
AR(2)= ϕ_2	0.035324	0.216844	0.162900	0.8709
AR(3)= ϕ_3	-0.004900	0.208354	-0.023518	0.9813
AR(9)= ϕ_9	-0.191698	0.099325	-1.930010	0.0563
MA(2)= θ_2	-0.450787	0.198137	-2.275132	0.0249
MA(3)= θ_3	-0.307704	0.192873	-1.595366	0.1136

Uji kesignifikanan parameter menggunakan uji-t *student*.

1. Menguji parameter AR(2)= ϕ_2

Hipotesis:

$H_0 : \phi_2 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \phi_2 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\phi_2}{st.(\phi_2)} \\ &= \frac{0.035324}{0.216844} \\ &= 0.162900 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| < t_{0,025;120}$ maka H_0 diterima artinya parameter tidak signifikan.

2. Menguji parameter AR(3)= ϕ_3

Hipotesis:

 $H_0 : \phi_3 = 0$ (parameter model tidak signifikan) $H_1 : \phi_3 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned}
 t_{hitung} &= \frac{\phi_3}{st.(\phi_3)} \\
 &= \frac{-0.004900}{0.208354} \\
 &= -0.023518
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\
 &= 1,97993
 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| < t_{0,025;120}$ maka H_0 diterima artinya parameter tidak signifikan.

3. Menguji parameter AR(9)= ϕ_9

Hipotesis:

 $H_0 : \phi_9 = 0$ (parameter model tidak signifikan) $H_1 : \phi_9 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned}
 t_{hitung} &= \frac{\phi_9}{st.(\phi_9)} \\
 &= \frac{-0.191698}{0.099325} \\
 &= -1.930010
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\
 &= 1,97993
 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| < t_{0,025;120}$ maka H_0 diterima artinya parameter tidak signifikan.

4. Menguji parameter MA(2) = θ_2

Hipotesis:

$H_0 : \theta_2 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \theta_2 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\theta_2}{st.(\theta_2)} \\ &= \frac{-0.450787}{0.198137} \\ &= -2.275132 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| > t_{0,025;120}$ maka H_0 ditolak artinya parameter signifikan.

5. Menguji parameter MA(3) = θ_3

Hipotesis:

$H_0 : \theta_3 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

$H_1 : \theta_3 \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji:

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\theta_3}{st.(\theta_3)} \\ &= \frac{-0.307704}{0.192873} \\ &= -1.595366 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{tabel} &= t_{0,025;120} \\ &= 1,97993 \end{aligned}$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $|t_{hitung}| < t_{0,025;120}$ maka H_0 diterima artinya parameter tidak signifikan.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, parameter AR(2) AR(3) AR(9) dan MA(3) tidak signifikan, sedangkan MA(3) signifikan. Selanjutnya asumsi yang harus dipenuhi adalah residual bersifat *white noise* dan berdistribusi normal. Pengujian asumsi *white noise* dapat dilakukan dengan menggunakan uji Ljung-Box.

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = \dots = \rho_6 = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \rho_j \neq 0, \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, 6$$

Statistik Uji:

Untuk k (lag maksimum) = 6, maka:

$$\begin{aligned} Q &= n(n+2) \sum_{k=1}^6 \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, \quad \hat{\rho}_k \text{ autokorelasi residual lag } -k \\ &= 120(120+2) \left(\frac{(-0.064)^2}{120-1} + \frac{(-0.014)^2}{120-2} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \frac{(-0.023)^2}{120-6} \right) \\ &= 120(122)(0,00000487) \\ &= 0.7131 \end{aligned}$$

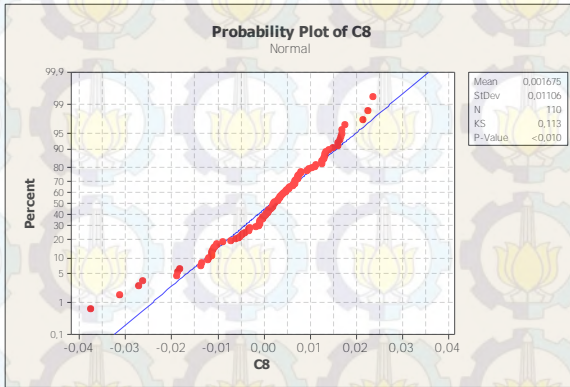
Dengan tabel Distribusi Chi-Kuadrat diperoleh:

$$\chi^2_{(0,05;6-3-2)} = 3.84146$$

dengan $\alpha = 0.05$, karena $Q < \chi^2_{(0,05;6-3-2)}$ maka H_0 diterima artinya residual bersifat *white noise*. Atau dengan menggunakan P-value yang terdapat pada *evIEWS6*, karena P-value = 0.398 > $\alpha = 0.05$ maka H_0 diterima artinya residual bersifat *white noise*.

Untuk pengujian asumsi residual berdistribusi normal menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dengan cara yang sama yang seperti pada $Z1(t)$ $Z2(t)$ $Z3(t)$.

Gambar 4.24. menunjukkan residual model ARIMA $([2,3,9],1,[2,3])$ tidak berdistribusi normal karena $P\text{-value} < 0.001$ dan lebih kecil dari α .



Gambar 4.24 Uji Normalitas Residual Model ARIMA $([2,3,9],1,[2,3])$

Tahapan selanjutnya dari model ARIMA Box-Jenkins adalah dengan melakukan *overfitting*. Model-model alternatif yang diujikan adalah sebagai berikut:

1. ARIMA $([3],1,[2])$
2. ARIMA $(0,1,[2,3])$
3. ARIMA $([2,3],1,[9])$
4. ARIMA $([9],1,[2,3])$

Untuk memilih satu model terbaik, maka dipilih model ARIMA yang memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residualnya memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi

normal, serta memiliki nilai AIC dan SBC terkecil. Hasil pengujian dapat dilihat pada Tabel 4.12 dan Tabel 4.13.

Tabel 4.12 Hasil Pengujian Estimasi Parameter

Model	Estimasi parameter	<i>p-value</i>	Signifikan/tidak
ARIMA ([3],1,[2])	ϕ_3	0.0021	Signifikan
	θ_2	0.0001	
ARIMA (0,1,[2,3])	θ_2	0.0000	Signifikan
	θ_3	0.0000	
ARIMA ([2,3],1,[9])	ϕ_2	0.0007	Signifikan
	ϕ_3	0.0095	
	θ_9	0.0255	
ARIMA ([9],1,[2,3])	ϕ_9	0.0396	Signifikan
	θ_2	0.0000	
	θ_3	0.0001	Signifikan

Tabel 4.13 Hasil Pengujian Asumsi Residual *White Noise* dan Berdistribusi Normal serta nilai AIC dan SBC

Model	Uji Asumsi <i>White Noise</i>	Uji Asumsi Normal	AIC	SBC
ARIMA ([3],1,[2])	<i>White noise</i>	Tidak normal	-6.043262	-5.995787
ARIMA (0,1,[2,3])	<i>White noise</i>	Normal	-6.076668	-6.029960
ARIMA ([2,3],1,[9])	<i>White noise</i>	Normal	-6.04987	-5.977773
ARIMA ([9],1,[2,3])	<i>White noise</i>	Tidak normal	-6.102568	-6.028918

Dari Tabel 4.12 dan Tabel 4.13 terlihat bahwa semua model memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residual *white noise* dengan nilai AIC dan SBC terkecil yaitu model

ARIMA(0,1,[2,3]) yang juga memenuhi semua asumsi. Sehingga ARIMA (0,1,[2,3]) merupakan model yang terbaik.

Dengan menggunakan persamaan (2.1), diperoleh persamaan model sebagai berikut:

$$(1 - B)Z_t = (1 - (-0,417824B^2) - (-0,330316B^3)) a_t \text{ atau}$$

$$(Z_t - BZ_t) = (a_t + (0,417824B^2) a_t + 0,330316B^3 a_t) \text{ atau}$$

$$Z_t - Z_{t-1} = a_t + 0,417824 a_{t-2} + 0,330316 a_{t-3} \text{ atau}$$

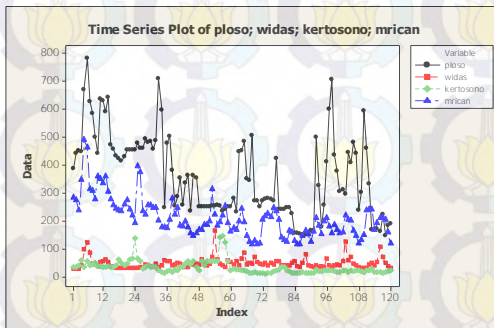
$$Z_t = Z_{t-1} + a_t + 0,417824 a_{t-2} + 0,330316 a_{t-3} \text{ Dimana}$$

Z_t adalah bentuk transformasi dari Z_{4t}

Kemudian, akan dilakukan peramalan untuk 14 hari ke depan dengan *software Eviews 6*. Hasil prediksi ini nantinya akan diolah lebih lanjut dengan algoritma Filter Kalman untuk memperbaiki hasil estimasi prediksi ARIMA.

4.3 Pemodelan GSTAR (*Generalized Space Time Autoregressive*)

Langkah awal pada pembentukan model GSTAR adalah dengan mengecek kestasioneran data. Apabila data belum stasioner dalam varians maka data akan ditransformasi. Sedangkan apabila data belum stasioner dalam mean maka data akan di *differencing*. Gambar 4.25 menunjukkan plot time series di 4 lokasi yang berbeda.



Gambar 4.25 Plot Time Series Plos0, Widas, Kertosono, Mrican.

Pada Gambar 4.25 dapat dilihat kesamaan pola jumlah debit air di empat lokasi. Hal ini diidentifikasi adanya kecenderungan saling mempengaruhi antar lokasi. Kecenderungan jumlah debit air yang saling mempengaruhi dapat dilihat pada Tabel 4.14.

Tabel 4.14. Nilai Korelasi Data antar variabel

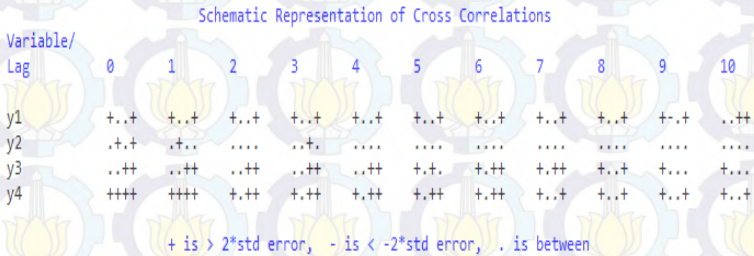
	plosa	widas	kertosono
widas	0,018 0,847		
kertosono	0,116 0,207	-0,059 0,520	
mrican	0,572 0,000	0,210 0,022	0,308 0,001
Cell Contents: Pearson correlation P-Value			

Pada Tabel 4.14 terdapat *p-value* yang lebih besar dari $\alpha = 0.05$ yang berarti tidak adanya keterkaitan antar lokasi. Sedangkan *p-value* yang lebih kecil dari $\alpha = 0.05$ menunjukkan adanya keterkaitan antar lokasi. Pada dasarnya suatu aliran Sungai seharusnya saling terkait dan terhubung dan satu sama lain. Pada kasus ini tidak terkaitnya antar lokasi disebabkan oleh pengambilan lokasi pada pengukuran jumlah debit air tidak berada pada lokasi yang berdekatan, sehingga ada kemungkinan tidak terkaitnya antar lokasi dipengaruhi oleh sungai-sungai yang letaknya berada diantara 4 lokasi pengukuran.

Dari penjelasan pada bab 4.2 telah diketahui bahwa plot Box-Cox data awal di empat titik lokasi mempunyai *rounded value* yang berbeda-beda. Jika akan dilakukan transformasi, maka transformasi yang dipakai berbeda sesuai dengan *rounded value* dari masing-masing variabel. Oleh karena itu, transformasi tidak perlu dilakukan dan data dianggap stasioner dalam varian[14].

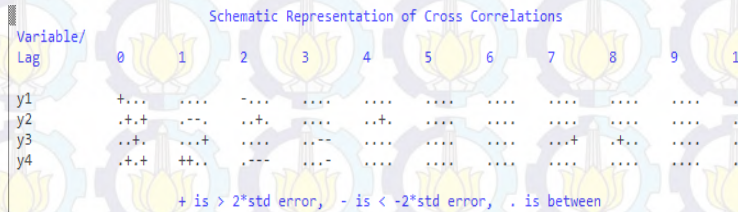
Selanjutnya akan dilakukan identifikasi stasioner dalam *mean* dengan mengecek skema Matriks.

Auto Correlation Funcion yang ditunjukkan pada Gambar 4.26



Gambar 4.26 Plot MACF data Z1(t) Z2(t) Z3(t) Z4(t)

Pada Gambar 4.26 menunjukkan bahwa data belum stasioner dalam *mean*. Hal ini ditunjukkan oleh banyaknya simbol (+) dan simbol (-) yang keluar. Simbol (+) menunjukan hubungan koreasi positif 2 kali lebih besar dari standar *error*. Sedangkan simbol (-) menunjukan hubungan korelasi negatif kurang dari 2 kali standar *error*. Sehingga data perlu dilakukan *differencing* yang ditunjukkan pada Gambar 4.27.

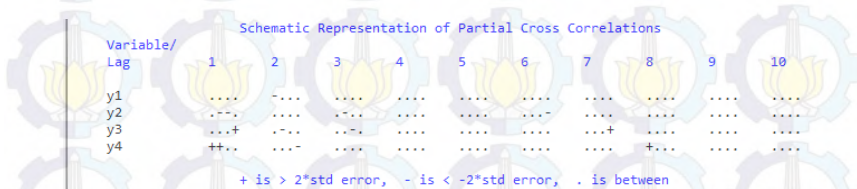


Gambar 4.27 Plot MACF data Z1(t) Z2(t) Z3(t) Z4(t) sesudah Differencing 1

Pada Gambar 4.27 menunjukkan bahwa data yang sudah *differencing* 1 kali sudah stasioner dalam *mean*. Hal itu ditunjukkan dengan berkurangnya simbol (+) dan simbol (-) dan banyaknya simbol

(.) yang keluar. Simbol (.) menunjukkan tidak ada hubungan korelasi yang nilainya berada diantara ± 2 kali standar *error*.

Setelah data stasioner, maka selanjutnya mencari orde yang sesuai yang nantinya akan dipakai dalam model GSTAR dengan melakukan identifikasi model VAR berdasarkan skema MACF, MPACF (*Matriks Auto Correlation Parsial*), dan nilai AIC terkecil. Gambar 4.28 menunjukkan skema MPACF sedangkan Gambar 4.29 menunjukkan nilai AIC terkecil dari orde GSTAR.



Gambar 4.28 Plot MPACF data Z1(t) Z2(t) Z3(t) Z4(t)

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	28.30671	28.127846	28.050559	28.111106	28.300519	28.460067
AR 1	27.987433	28.222616	28.147136	28.291018	28.440544	28.630856
AR 2	27.875934	28.066414	28.212569	28.406803	28.635975	28.828013
AR 3	27.833661	28.153854	28.407255	28.618865	28.859528	29.155973

Gambar 4.29 Nilai AIC

Model VAR yang terbentuk dari identifikasi pada tahap ini adalah model VAR dengan orde $p=3$ $d=1$ dan $q=0$ yang mempunyai nilai AIC terkecil yaitu 27.83361. Data yang digunakan adalah data non musiman, sehingga dapat diprediksi bahwa model yang terbentuk adalah VAR(3,1,0). Orde spasial yang digunakan dibatasi pada orde 1, sehingga model GSTAR yang digunakan dalam analisis

data jumlah debit air Sungai Brantas di Ploso, Widas, Kertosono, Mrican adalah GSTAR (3)₁-I₁ yang dirumuskan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \\ Z_4(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \phi_{10}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{10}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{10}^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{10}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \\ Z_4(t-1) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \phi_{11}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{11}^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{11}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & 0 & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & 0 & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \\ Z_4(t-1) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \phi_{20}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{20}^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{20}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-2) \\ Z_2(t-2) \\ Z_3(t-2) \\ Z_4(t-2) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \phi_{21}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{21}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{21}^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{21}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & 0 & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & 0 & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-2) \\ Z_2(t-2) \\ Z_3(t-2) \\ Z_4(t-2) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \phi_{30}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{30}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{30}^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{30}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-3) \\ Z_2(t-3) \\ Z_3(t-3) \\ Z_4(t-3) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \phi_{31}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{31}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{31}^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{31}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & 0 & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & 0 & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-3) \\ Z_2(t-3) \\ Z_3(t-3) \\ Z_4(t-3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Setelah didapatkan orde GSTAR selanjutnya ialah menambahkan bobot *inverse* jarak pada model GSTAR (3)₁-I₁. Jarak antar titik lokasi ditunjukkan pada Gambar 30 dan Tabel 4.15.



Gambar 4.30 Lokasi Pengukuran Debit Air di Ploso, Widas, Mrican, Kertosono

Tabel 4.15 Jarak Antar Titik Lokasi Pengukuran Debit Air.

Lokasi Pengukuran Debit Air	Jarak (km)	Lokasi Pengukuran Debit Air	Jarak (km)
Ploso-Widas	16	Widas-Kertosono	20.4
Ploso-Kertosono	30.9	Widas-Mrican	47.6
Ploso-Mrican	56.3	Kertosono-Mrican	29.5

Misalkan jarak antar lokasi didefinisikan,

r_1 : jarak antara Ploso dan Widas

r_2 : jarak antara Ploso dan Kertosono

r_3 : jarak antara Ploso dan Mrican

r_4 : jarak antara Widas dan Kertosono

r_5 : jarak antara Widas dan Mrican

r_6 : jarak antara Kertosono dan Mrican

maka

$$w_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{r_2 + r_3}{r_4 + r_5} & \frac{r_1 + r_3}{r_1 + r_2 + r_3} & \frac{r_1 + r_2}{r_1 + r_2 + r_3} \\ \frac{r_1 + r_4 + r_5}{r_4 + r_6} & 0 & \frac{r_1 + r_5}{r_1 + r_4 + r_5} & \frac{r_1 + r_4}{r_1 + r_4 + r_5} \\ \frac{r_2 + r_4 + r_6}{r_5 + r_6} & \frac{r_2 + r_4 + r_6}{r_3 + r_6} & 0 & \frac{r_2 + r_4}{r_2 + r_4 + r_6} \\ \frac{r_3 + r_5 + r_6}{r_3 + r_5 + r_6} & \frac{r_3 + r_5}{r_3 + r_5 + r_6} & \frac{r_3 + r_5}{r_3 + r_5 + r_6} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & 0 & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & 0 & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & 0 \end{vmatrix}$$

Kemudian matriks diatas distandarkan dalam bentuk w_{ij}^* untuk mendapatkan $\sum_{i \neq j} w_{ij}^l = 1$. Sehingga diperoleh hasil pembobotan akhir yaitu

$$w_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & 0,4225 & 0,3503 & 0,2272 \\ 0,4048 & 0 & 0,3786 & 0,2166 \\ 0,3087 & 0,3737 & 0 & 0,3176 \\ 0,289 & 0,3216 & 0,3894 & 0 \end{vmatrix}$$

Penerapan bobot lokasi *inverse* jarak pada model GSTAR (3₁)-I₁ menghasilkan nilai taksiran parameter yang berbeda-beda. Hasil dari estimasi ditampilkan dalam Lampiran 3. Selanjutnya dilakukan uji kesignifikan parameter dengan uji-t. Hasil penaksiran parameter dengan uji-t dapat dilihat pada Lampiran 3, dengan $t_{tabel} = 1,98$.

Dari hasil estimasi diperoleh parameter yang tidak signifikan disetiap lokasi. Parameter yang tidak signifikan seharusnya dihilangkan dan dilakukan pendugaan ulang. Tetapi, dengan pertimbangan bobot lokasi yang diberikan dimasing-masing lokasi, eliminasi tidak dilakukan karena variabel yang tidak nyata tetap

dapat digunakan untuk melakukan proses peramalan. Dari estimasi parameter dengan menggunakan semua parameter dapat dibentuk matriks persamaan model GSTAR (3₁)-I₁ dengan bobot *inverse* jarak

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \\ Z_4(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.21247 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2974 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0781 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.6851 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \\ Z_4(t-1) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 1.6045 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0865 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0063 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1881 \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} 0 & 0.4225 & 0.3503 & 0.2272 \\ 0.4048 & 0 & 0.3786 & 0.2166 \\ 0.3087 & 0.3737 & 0 & 0.3176 \\ 0.289 & 0.3216 & 0.3894 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \\ Z_4(t-1) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.37381 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2709 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3611 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-2) \\ Z_2(t-2) \\ Z_3(t-2) \\ Z_4(t-2) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.1681 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0209 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0220 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3861 \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} 0 & 0.4225 & 0.3503 & 0.2272 \\ 0.4048 & 0 & 0.3786 & 0.2166 \\ 0.3087 & 0.3737 & 0 & 0.3176 \\ 0.289 & 0.3216 & 0.3894 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-2) \\ Z_2(t-2) \\ Z_3(t-2) \\ Z_4(t-2) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.09764 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2167 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2613 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.2086 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-3) \\ Z_2(t-3) \\ Z_3(t-3) \\ Z_4(t-3) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0.4495 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0052 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0568 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.2455 \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} 0 & 0.4225 & 0.3503 & 0.2272 \\ 0.4048 & 0 & 0.3786 & 0.2166 \\ 0.3087 & 0.3737 & 0 & 0.3176 \\ 0.289 & 0.3216 & 0.3894 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-3) \\ Z_2(t-3) \\ Z_3(t-3) \\ Z_4(t-3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \\ Z_4(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.21247 & 0.677901 & 0.562056 & 0.364542 \\ 0.035015 & -0.2974 & 0.032749 & 0.018736 \\ -0.00194 & -0.00235 & -0.0781 & -0.002 \\ 0.054361 & 0.060493 & 0.073246 & -0.685 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \\ Z_4(t-1) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.37381 & -0.07102 & -0.05889 & -0.03819 \\ -0.00846 & -0.2709 & -0.00791 & -0.00453 \\ -0.00679 & -0.00822 & -0.003 & -0.00699 \\ 0.111554 & 0.124138 & 0.150308 & -0.3611 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-2) \\ Z_2(t-2) \\ Z_3(t-2) \\ Z_4(t-2) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.09764 & 0.189914 & 0.15764 & 0.102126 \\ -0.0021 & -0.2167 & -0.00197 & -0.00113 \\ 0.017534 & 0.021226 & -0.2613 & 0.01804 \\ -0.07095 & -0.07895 & -0.0956 & -0.2086 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-3) \\ Z_2(t-3) \\ Z_3(t-3) \\ Z_4(t-3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh model GSTAR disetiap lokasi dengan menggunakan bobot *inverse* jarak.

a. Persamaan model GSTAR di Ploso

$$\begin{aligned}
 Z_1(t) &= -0.21247 Z_1(t-1) + 0.677901 Z_2(t-1) + 0.562056 Z_3(t-1) \\
 &\quad + 0.364542 Z_4(t-1) - 0.37381 Z_1(t-2) \\
 &\quad - 0.07102 Z_2(t-2) - 0.05889 Z_3(t-2) \\
 &\quad - 0.03819 Z_4(t-2) - 0.09764 Z_1(t-3) \\
 &\quad + 0.189914 Z_2(t-3) + 0.15764 Z_3(t-3) \\
 &\quad + 0.102126 Z_4(t-3) + e_1(t)
 \end{aligned}$$

b. Persamaan model GSTAR di Widias

$$\begin{aligned}
 Z_2(t) &= 0.035015 Z_1(t-1) - 0.2974 Z_2(t-1) + 0.032749 Z_3(t-1) \\
 &\quad + 0.018736 Z_4(t-1) - 0.00846 Z_1(t-2) \\
 &\quad - 0.2709 Z_2(t-2) - 0.00791 Z_3(t-2) \\
 &\quad - 0.00453 Z_4(t-2) - 0.0021 Z_1(t-3) \\
 &\quad - 0.2167 Z_2(t-3) - 0.00197 Z_3(t-3) \\
 &\quad - 0.00113 Z_4(t-3) + e_2(t)
 \end{aligned}$$

c. Persamaan model GSTAR di Kertosono

$$\begin{aligned}
 Z_3(t) = & -0.00194 Z_1(t-1) - 0.00235 Z_2(t-1) - 0.0781 Z_3(t-1) \\
 & - 0.002 Z_4(t-1) - 0.00679 Z_1(t-2) \\
 & - 0.00822 Z_2(t-2) - 0.003 Z_3(t-2) \\
 & - 0.00699 Z_4(t-2) + 0.017534 Z_1(t-3) \\
 & + 0.021226 Z_2(t-3) - 0.2613 Z_3(t-3) \\
 & + 0.01804 Z_4(t-3) + e_3(t)
 \end{aligned}$$

d. Persamaan model GSTAR di Mrican

$$\begin{aligned}
 Z_4(t) = & 0.054361 Z_1(t-1) + 0.060493 Z_2(t-1) + 0.073246 Z_3(t-1) \\
 & - 0.685 Z_4(t-1) + 0.111554 Z_1(t-2) \\
 & + 0.124138 Z_2(t-2) + 0.150308 Z_3(t-2) \\
 & - 0.3611 Z_4(t-2) - 0.07095 Z_1(t-3) \\
 & - 0.07895 Z_2(t-3) - 0.0956 Z_3(t-3) \\
 & - 0.2086 Z_4(t-3) + e_4(t)
 \end{aligned}$$

Setelah didapatkan nilai taksiran untuk semua parameter, selanjutnya dilakukan cek diagnosa untuk mengetahui apakah residual *error* dari model GSTAR *white noise* dan berdistribusi normal. Pengecekan asumsi *white noise* dilakukan dengan melihat nilai AIC minimum dari residual model. Jika nilai AIC terkecil berada pada lag ke nol. Maka dapat dikatakan bahwa tidak ada korelasi pada residual. Gambar 4.31 menunjukkan nilai AIC terkecil.

Minimum Information Criterion						
Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	28.794571	28.241489	27.642259	27.478184	27.430944	27.432828
AR 1	21.330961	21.330244	20.876992	20.723638	20.691563	20.861852
AR 2	21.130072	21.022503	20.641915	20.600215	20.87059	21.073617
AR 3	20.530368	20.281125	20.414586	20.664591	21.014674	21.318145
AR 4	20.444712	20.321177	20.503220	20.87202	21.286573	21.781763
AR 5	20.357037	20.502879	20.845044	21.26222	21.759993	22.209782

Gambar4.31 Nilai AIC Terkecil

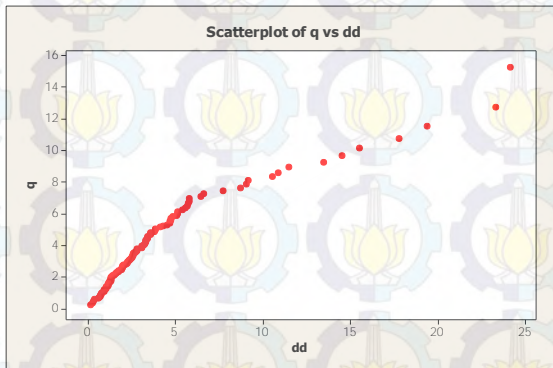
Gambar 4.31 diatas menunjukkan letak AIC terletak pada AR(3) MA(0). Hal ini mengindikasikan bahwa asumsi *white noise* pada

model GSTAR tidak terpenuhi, karena nilai AIC tidak terletak pada AR(0) MA(0). Oleh karena itu, pada proses peramalan akan lebih dititik beratkan pada MAPE terkecil dari data *out-sample*.

Selanjutnya pengujian residual normal dapat dilakukan dengan menggunakan q-q plot yang hasilnya ditunjukkan pada Gambar 4.32. Selain itu, terpenuhinya asumsi residual normal dibuktikan oleh *t-value* residual yang lebih dari 0.5. Nilai *t-value* dari model GSTAR (3₁)-I₁ dengan menggunakan bobot *inverse* jarak ditunjukkan pada Tabel 4.16.

Tabel 4.16. Nilai *t-value* Model GSTAR (3₁)-I₁

Model	Bobot Loaksi	Nilai t
GSTAR (3 ₁)-I ₁	Inverse jarak	0.632

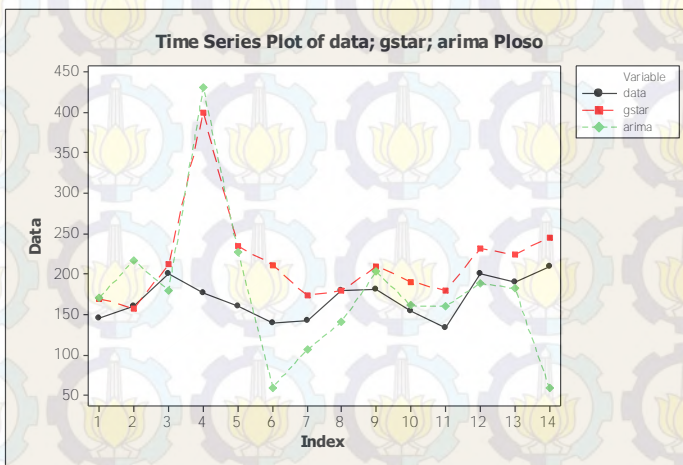


Gambar 4.32 Plot Residual Model GSTAR (3₁)-I₁
Bobot *Inverse* Jarak

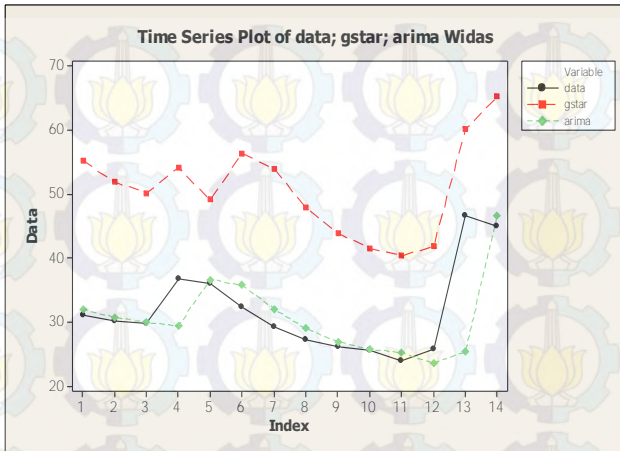
Bedasarkan Gambar 4.32 dan Tabel 4.16 menunjukkan bahwa model bersifat residual normal karena plot data yang dihasilkan menyebar disekitar garis *horizontal* dan mempunyai *t-value* = 0.632 yang lebih besar dari 0.05.

4.4 Perbandingan Model ARIMA dan GSTAR

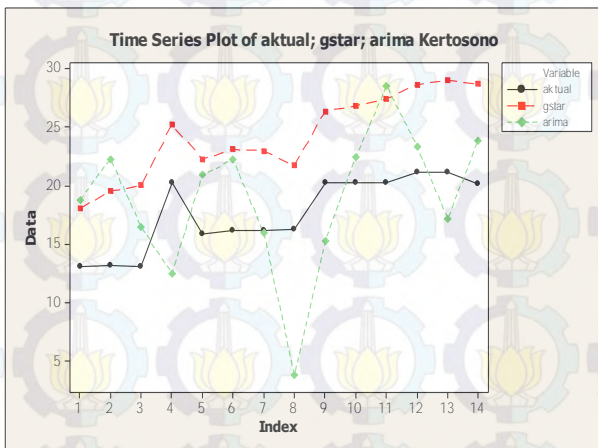
Hasil dari peramalan model ARIMA dan GSTAR kemudian akan dibandingkan dengan melihat MAPE terkecil dari hasil ramalan dari masing-masing lokasi. Nilai MAPE yang semakin kecil menunjukkan model yang paling baik. Hasil ramalan disetiap lokasi dengan metode ARIMA dan GSTAR dapat dilihat pada Lampiran 8. Sedangkan hasil ramalan disetiap lokasi dengan metode ARIMA dan GSTAR menggunakan data *out-sample* ditampilkan dalam bentuk plot *time series* pada Gambar 4.33. Warna hitam menunjukkan plot data asli, warna merah plot hasil ramalan GSTAR, dan plot warna hijau adalah hasil ramalan ARIMA.



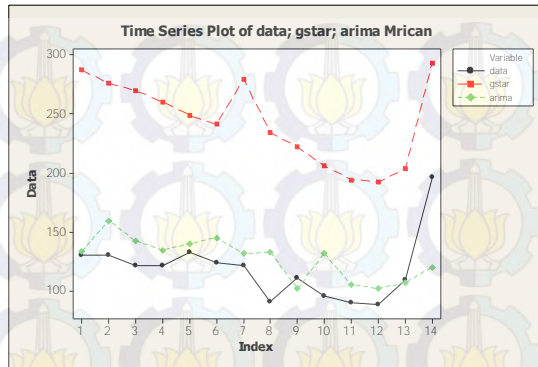
Gambar 4.33(a)
Plot *Time Series* Ramalan di Ploso



Gambar 4.33(b)
Plot *Time Series* Ramalan di Widas



Gambar 4.33(c)
Plot *Time Series* Ramalan di Kertosono



Gambar 4.33(d)
Plot *Time Series* Ramalan di Mrican

Dari Gambar 4.33 dapat dilihat bahwa hasil ramalan GSTAR dan ARIMA hampir memiliki pola yang sama dengan data aktual. Hasil ramalan GSTAR di Widas dan Mrican menunjukkan plot *time series* yang mengikuti pola namun jaraknya terlalu jauh dari plot data asli. Sedangkan hasil ramalan ARIMA di Kertosono menunjukkan *fluktuatif* data yang jauh dengan data aslinya. Sehingga perbandingan model ramalan yang terbaik di setiap lokasi akan ditunjukkan oleh nilai MAPE terkecil pada Tabel 4.17.

Tabel 4.17 Nilai MAPE disetiap Lokasi

Lokasi	GSTAR	ARIMA
Ploso Z1(t)	18.92805	33.69427
Widas Z2(t)	37.78989	8.641651
Kertosono Z3(t)	27.5233	32.10672
Mrican Z4(t)	51.32349	17.78507

Dari Tabel 4.17 dapat disimpulkan bahwa pada penelitian ini model GSTAR (3₁)-I₁ dengan bobot lokasi *inverse* jarak hanya

dapat memperbaiki hasil prediksi ARIMA di dua titik lokasi yaitu Ploso dan Kertosono. Oleh karena akan diterapkan Filter Kalman untuk memperbaiki hasil prediksi dari model ARIMA.

4.5 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman Pada Data Jumlah Debit Air di Kertosono

Pada Tahap ini akan dilakukan penerapan dan simulasi pada data jumlah debit air di Kertosono dengan ARIMA Filter Kalman polinomial 1 ($n = 2$), ARIMA Filter Kalman polinomial 2 ($n = 3$), dan ARIMA Filter Kalman polinomial 3 ($n = 4$).

4.5.1 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 2$ Pada Data Jumlah Debit Air di Kertosono

Penerapan ARIMA Filter Kalman dengan menggunakan polinomial derajat 1 atau untuk $n = 2$ persamaan (2.5) menjadi:

$$y_i^0 = a_{0,i} + a_{1,i}m_i \text{ dengan } x(t_i) = \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \end{bmatrix}, H_i = [1 \quad m_i]$$

Algoritma ARIMA Filter Kalman untuk $n = 2$ adalah sebagai berikut:

Model sistem[13]:

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

atau dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{0,i} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \end{bmatrix}_k + w_k$$

Model umum pengukuran[13]:

$$z_k = Hx_k$$

Atau dapat ditulis

$$y_i^0 = [1 \quad m_i] \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \end{bmatrix}_k$$

Dengan ditentukan nilai awal $Q = 0.01$ dan $Q = 1$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q$$

Nilai awal $a_{0,i}$ dan $a_{0,i}$ di Kertosono $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \end{bmatrix}$ Kemudian setelah itu masuk ke dalam Tahap prediksi[13]:

$$\hat{x}_{k+1}^- = A\hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^- = AP_kA^T + GQ_kG^T$$

Tahap koreksi[13]:

Pada tahap koreksi melibatkan Kalman gain:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_k^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_k^T + R_k^{-1})^{-1}$$

dengan $R = 0.01$ dan $R = 1$. Lalu \hat{x}_{k+1} diestimasi menggunakan nilai \hat{x}_{k+1}^- yang diperoleh dari tahap prediksi. z_{k+1} diasumsikan sama dengan y_i^0 yang diperoleh dari bias atau selisih antara data aktual dengan data prediksi ARIMA.

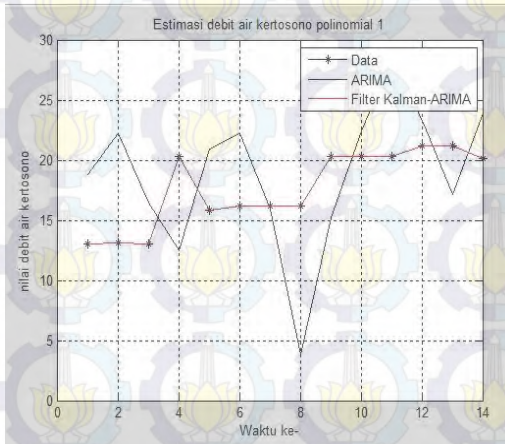
$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + P_{k+1} H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$$

Kemudian, nilai P_{k+1} juga dicari dengan menggunakan nilai P_{k+1}^- yang telah dicari pada tahap prediksi.

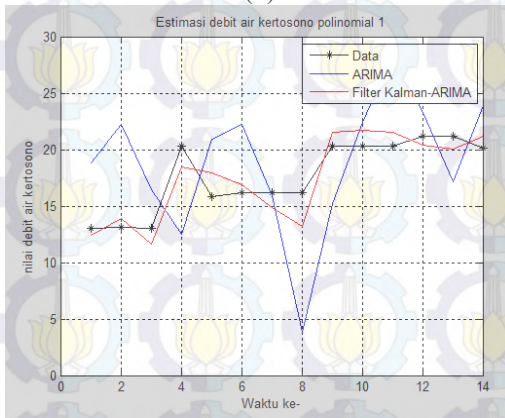
$$P_{k+1} = [(P_{k+1}^-)^{-1} + H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} H_{k+1}]^{-1}$$

Hasil simulasi penerapan ARIMA Filter Kalman $n = 2$ pada jumlah debit air di Kertosono dengan menggunakan listing program pada Lampiran 10 dapat dilihat pada Gambar 4.34. Gambar 4.34(a) menunjukkan hasil simulasi ketika $Q = 1$ dan $R = 0.01$. Pada gambar terlihat bahwa grafik hasil peramalan ARIMA Filter Kalman sangat mendekati data aktual sehingga gambar grafik data aktual tidak terlihat dengan jelas. Sedangkan ketika diberikan $Q = 0.01$ dan $R = 1$, terlihat pada Gambar 4.34(b) bahwa dengan menggunakan algoritma ARIMA Filter Kalman hasil prediksi mendekati grafik data aktual namun jaraknya lebih jauh dibandingkan saat $R = 0.01$. Selain itu, tingkat akurasi dari prediksi dapat juga dilihat dari nilai mutlak kesalahan di setiap periode. Tingkat akurasi dikatakan baik apabila nilai mutlak kesalahan mendekati nilai nol. Grafik nilai mutlak kesalahan dapat

dilihat pada Lampiran 6. Sedangkan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.



(a)



(b)

Gambar 4.34 Hasil Simulasi Debit Air di Kertosono pada ARIMA Filter Kalman $n = 2$ dengan $\hat{x}_0 = [-5 \quad -9]^T$ dan $Q = 1, R = 0.01$ (b) $Q = 0.01, R = 1$

4.5.2 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman n = 3 Pada Data Jumlah Debit Air di Kertosono

Penerapan ARIMA Filter Kalman dengan menggunakan polinomial derajat 2 atau untuk n = 3 persamaan (2.5) menjadi:

$$y_i^0 = a_{0,i} + a_{1,i}m_i + a_{2,i}m_i^2 \text{ dengan } x(t_i) = \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \end{bmatrix} \text{ dan}$$

$$H_i = [1 \quad m_i \quad m_i^2]$$

Algoritma ARIMA Filter Kalman untuk n = 3 adalah sebagai berikut:

Model sistem[13]:

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

atau dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \end{bmatrix}_k + w_k$$

Model umum pengukuran[13]:

$$z_k = Hx_k$$

Atau dapat ditulis

$$y_i^0 = [1 \quad m_i \quad m_i^2] \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \end{bmatrix}_k$$

Dengan ditentukan nilai awal $Q = 0.01$ dan $Q = 1$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Qk = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q$$

Nilai awal $a_{0,i}$, $a_{1,i}$ dan $a_{2,i}$ di Kertosono $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ -3 \end{bmatrix}$

Kemudian setelah itu masuk ke dalam Tahap prediksi[13]:

$$\hat{x}_{k+1}^- = A\hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^- = AP_k A^T + GQ_k G^T$$

Tahap koreksi[13]:

Pada tahap koreksi melibatkan Kalman gain:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_k^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_k^T + R_k^{-1})^{-1}$$

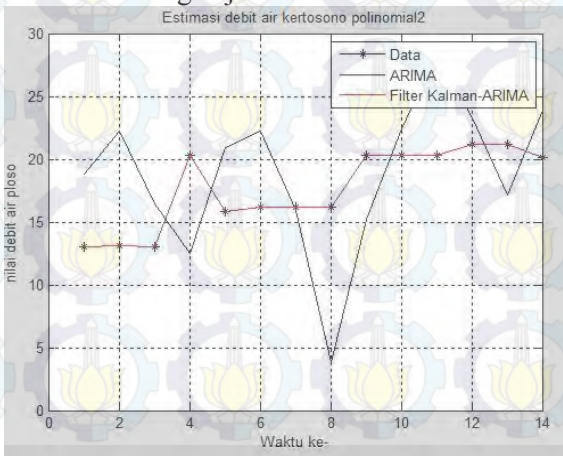
dengan $R = 0.01$ dan $R = 1$. Lalu \hat{x}_{k+1} diestimasi menggunakan nilai \hat{x}_{k+1}^- yang diperoleh dari tahap prediksi. z_{k+1} diasumsikan sama dengan y_i^0 yang diperoleh dari bias atau selisih antara data aktual dengan data prediksi ARIMA.

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + P_{k+1} H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$$

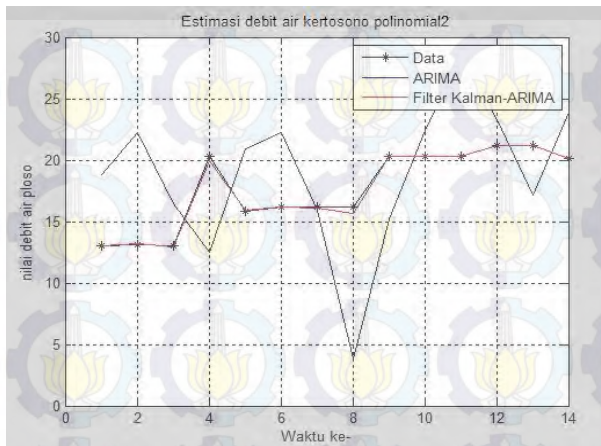
Kemudian, nilai P_{k+1} juga dicari dengan menggunakan nilai P_{k+1}^- yang telah dicari pada tahap prediksi.

$$P_{k+1} = [(P_{k+1}^-)^{-1} + H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} H_{k+1}]^{-1}$$

Hasil simulasi penerapan ARIMA Filter Kalman $n = 3$ pada jumlah debit air di kertosono dengan menggunakan listing program pada Lampiran 11 dapat dilihat pada Gambar 4.35. Gambar 4.35(a) menunjukkan hasil simulasi ketika $Q = 1$ dan $R = 0.01$. Pada gambar terlihat bahwa grafik hasil peramalan ARIMA Filter Kalman sangat mendekati data aktual sehingga gambar grafik data aktual tidak terlihat dengan jelas.



(a)



(b)

Gambar 4.35 Hasil Simulasi Debit Air di Kertosono pada ARIMA Filter Kalman $n = 3$ dengan $\hat{x}_0 = [-5 \ -9 \ -3]^T$ dan
 (a) $Q = 1, R = 0.01$ (b) $Q = 0.01, R = 1$

Sedangkan ketika diberikan $Q = 0.01$ dan $R = 1$, terlihat pada Gambar 4.35(b) bahwa dengan menggunakan algoritma ARIMA Filter Kalman hasil prediksi mendekati grafik data aktual namun jaraknya lebih jauh dibandingkan saat $R = 0.01$. Selain itu, tingkat akurasi dari prediksi dapat juga dilihat dari nilai mutlak kesalahan di setiap periode. Tingkat akurasi dikatakan baik apabila nilai mutlak kesalahan mendekati nilai nol. Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. Sedangkan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.

4.5.3 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 4$ Pada Data Jumlah Debit Air di Kertosono

Penerapan ARIMA Filter Kalman dengan menggunakan polinomial derajat 3 atau untuk $n = 4$ persamaan (2.5) menjadi:

$$y_i^0 = a_{0,i} + a_{1,i}m_i + a_{2,i}m_i^2 + a_{3,i}m_i^3 \text{ dengan } x(t_i) = \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \\ a_{3,i} \end{bmatrix}$$

$$\text{dan } H_i = [1 \quad m_i \quad m_i^2 \quad m_i^3]$$

Algoritma ARIMA Filter Kalman untuk $n = 4$ adalah sebagai berikut:

Model sistem[13]:

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

atau dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \\ a_{3,i} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \\ a_{3,i} \end{bmatrix}_k + w_k$$

Model umum pengukuran[13]:

$$z_k = Hx_k$$

Atau dapat ditulis

$$y_i^0 = [1 \quad m_i \quad m_i^2 \quad m_i^3] \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \\ a_{3,i} \end{bmatrix}_k$$

Dengan ditentukan nilai awal $Q = 0.01$ dan $Q = 1$

$$\text{Untuk } n = 4: P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q$$

$$\text{Nilai awal } a_{0,i}, a_{1,i}, a_{2,i}, \text{ dan } a_{3,i} \text{ Kertosono } \hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Kemudian setelah itu masuk ke dalam Tahap prediksi[13]:

$$\hat{x}_{k+1}^- = A\hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^- = AP_k A^T + GQ_k G^T$$

Tahap koreksi[13]:

Pada tahap koreksi melibatkan Kalman gain:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_k^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_k^T + R_k^{-1})^{-1}$$

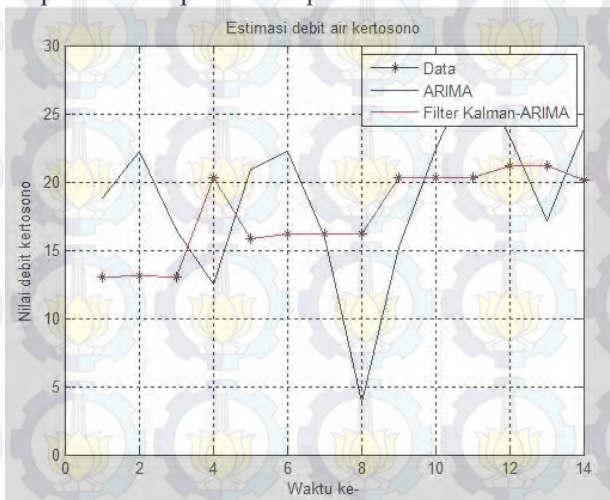
dengan $R = 0.01$ dan $R = 1$. Lalu \hat{x}_{k+1} diestimasi menggunakan nilai \hat{x}_{k+1}^- yang diperoleh dari tahap prediksi. z_{k+1} diasumsikan sama dengan y_i^0 yang diperoleh dari bias atau selisih antara data aktual dengan data prediksi ARIMA.

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + P_{k+1} H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$$

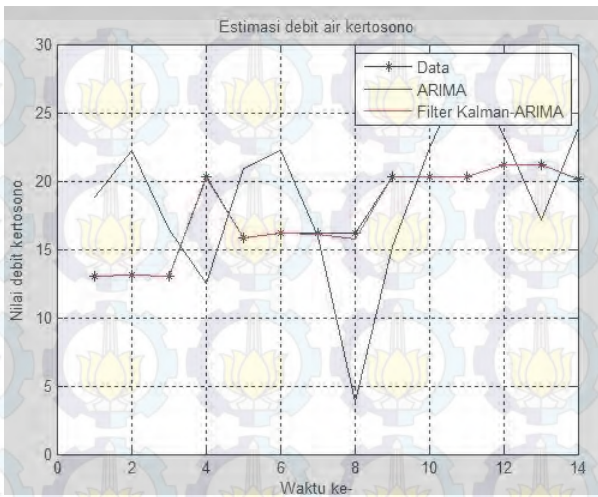
Kemudian, nilai P_{k+1} juga dicari dengan menggunakan nilai P_{k+1}^- yang telah dicari pada tahap prediksi.

$$P_{k+1} = [(P_{k+1}^-)^{-1} + H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} H_{k+1}]^{-1}$$

Hasil simulasi penerapan ARIMA Filter Kalman $n = 4$ pada jumlah debit air di kertosono dengan menggunakan listing program pada Lampiran 12 dapat dilihat pada Gambar 4.36.



(a)



(b)

Gambar 4.36 Hasil Simulasi Debit Air di Kertosono pada ARIMA Filter Kalman $n = 4$ dengan $\hat{x}_0 = [-5 \ -9 \ -3 \ 7]^T$ dan (a) $Q = 1, R = 0.01$ (b) $Q = 0.01, R = 1$

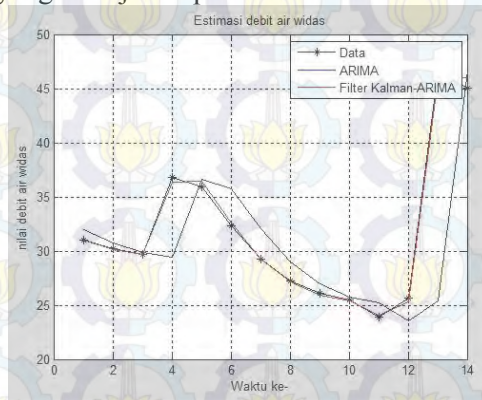
Gambar 4.36(a) menunjukkan hasil simulasi ketika $Q = 1$ dan $R = 0.01$. Pada gambar terlihat bahwa grafik hasil peramalan ARIMA Filter Kalman sangat mendekati data aktual sehingga gambar grafik data aktual tidak terlihat dengan jelas. Sedangkan ketika diberikan $Q = 0.01$ dan $R = 1$, terlihat pada Gambar 4.36(b) bahwa dengan menggunakan algoritma ARIMA Filter Kalman hasil prediksi mendekati grafik data aktual namun jaraknya lebih jauh dibandingkan saat $R = 0.01$. Selain itu, tingkat akurasi dari prediksi dapat juga dilihat dari nilai mutlak kesalahan di setiap periode. Tingkat akurasi dikatakan baik apabila nilai mutlak kesalahan mendekati nilai nol. Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. Sedangkan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.

4.6 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman Pada Data Jumlah Debit Air di Widas

Pada Tahap ini akan dilakukan penerapan ARIMA Filter Kalman pada data jumlah debit air di Widas dengan derajat polinomial 1 ($n = 2$), derajat polinomial 2 ($n = 3$), dan derajat polinomial 3 ($n = 4$). Simulasi pada pembahasan ini hanya dilakukan pada saat nilai awal diuji ketika $Q = 0.01$ dan $R = 1$. Sedangkan hasil pengujian nilai awal ketika $Q = 1$ dan $R = 0.01$ dapat dilihat pada lampiran 5 yang berisi grafik perbandingan data aktual, prediksi ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman.

4.6.1 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 2$ Pada Data Jumlah Debit Air di Widas

Dengan mengambil nilai awal Widas $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -0.93 \\ -0.57 \end{bmatrix}$, kemudian dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.1. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.37.

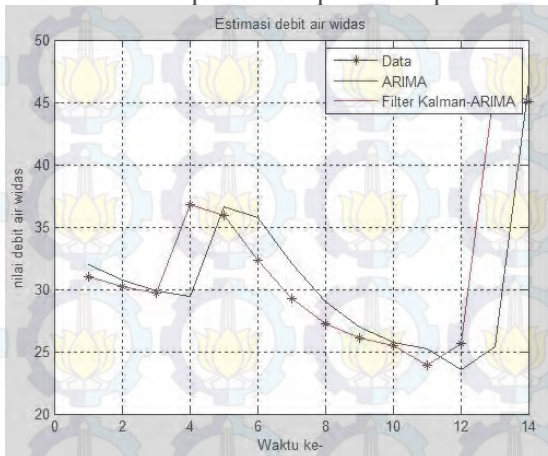


Gambar 4.37 Hasil Simulasi Debit Air di Widas pada ARIMA Filter Kalman $n = 2$ dengan $\hat{x}_0 = [-0.93 \ -0.57]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

Tingkat akurasi dari prediksi dapat juga dilihat dari nilai mutlak kesalahan di setiap periode. Tingkat akurasi dikatakan baik apabila nilai mutlak kesalahan mendekati nilai nol. Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. Sedangkan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.

4.6.2 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 3$ Pada Data Jumlah Debit Air di Widas

Dengan mengambil nilai awal Widas $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -0.93 \\ -0.57 \\ -0.17 \end{bmatrix}$, kemudian dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.2. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.38. Sedangkan Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. dan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.

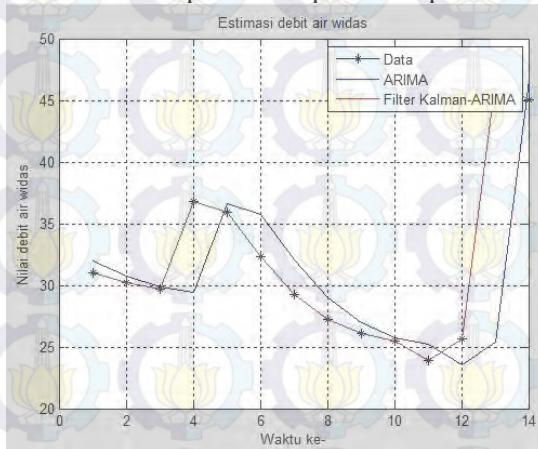


Gambar 4.38 Hasil Simulasi Debit Air di Widas pada ARIMA Filter Kalman $n = 3$ dengan $\hat{x}_0 = [-0.93 \ -0.57 \ -0.17]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

4.6.3 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 4$ Pada Data Jumlah Debit Air di Widas

Dengan mengambil nilai awal Widas $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -0.93 \\ -0.57 \\ -0.17 \\ 7.38 \end{bmatrix}$,

kemudian dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.3. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.39. Sedangkan Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. dan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.



Gambar 4.39 Hasil Simulasi Debit Air di Widas pada ARIMA Filter Kalman $n = 4$ dengan $\hat{x}_0 = [0.93 \ -0.57 \ -0.17 \ 7.38]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

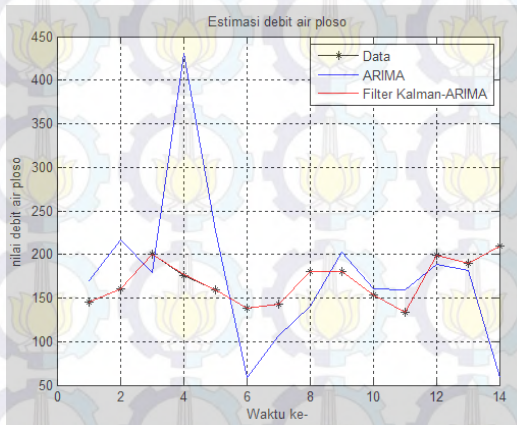
4.7 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman Pada Data Jumlah Debit Air di Ploso

Pada Tahap ini akan dilakukan penerapan ARIMA Filter Kalman pada data jumlah debit air di Ploso dengan derajat polinomial 1 ($n = 2$), derajat polinomial 2 ($n = 3$), dan derajat

polinomial 3 ($n = 4$). Simulasi pada pembahasan ini hanya dilakukan pada saat nilai awal diuji ketika $Q = 0.01$ dan $R = 1$. Sedangkan hasil pengujian nilai awal ketika $Q = 1$ dan $R = 0.01$ dapat dilihat pada lampiran 5 yang berisi grafik perbandingan data aktual, prediksi ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman.

4.7.1 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 2$ Pada Data Jumlah Debit Air di Ploso

Dengan mengambil nilai awal Ploso $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -25 \\ -56 \end{bmatrix}$, kemudian dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.1. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.40.



Gambar 4.40 Hasil Simulasi Debit Air di Ploso pada ARIMA Filter Kalman $n = 2$ dengan $\hat{x}_0 = [-25 \ -56]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

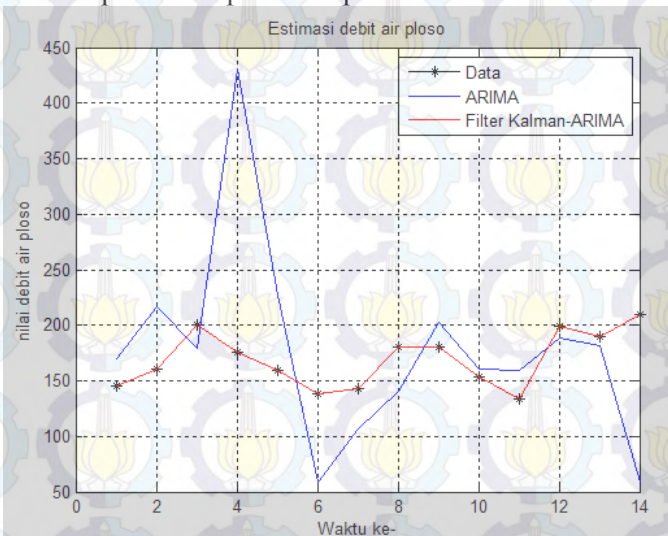
Tingkat akurasi dari prediksi dapat juga dilihat dari nilai mutlak kesalahan di setiap periode. Tingkat akurasi dikatakan baik apabila nilai mutlak kesalahan mendekati nilai nol. Grafik nilai

mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. Sedangkan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.

4.7.2 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 3$ Pada Data Jumlah Debit Air di Ploso

Dengan mengambil nilai awal Ploso $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -25 \\ -56 \\ 20 \end{bmatrix}$, kemudian

dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.2. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.41. Sedangkan Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. dan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.

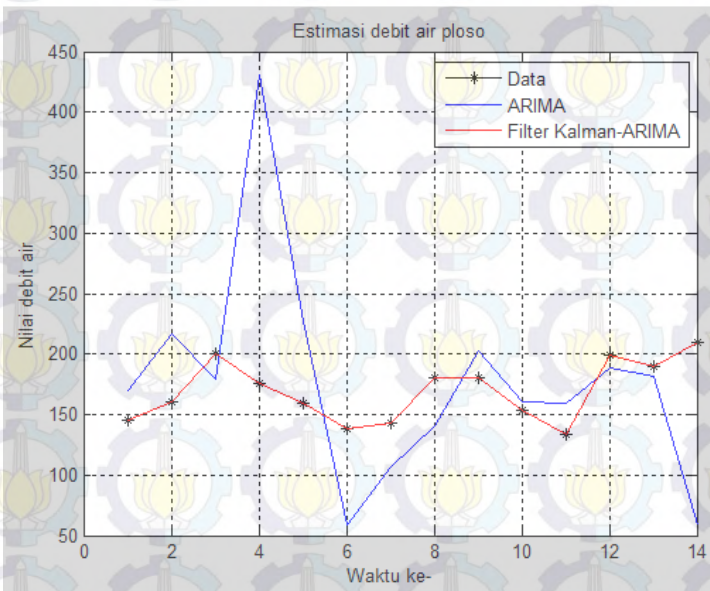


Gambar 4.41 Hasil Simulasi Debit Air di Ploso pada ARIMA Filter Kalman $n = 3$ dengan $\hat{x}_0 = [-25 \ -56 \ 20]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

4.7.3 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 4$ Pada Data Jumlah Debit Air di Ploso

Dengan mengambil nilai awal Ploso $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} -25 \\ -56 \\ 20 \\ 35 \end{bmatrix}$, kemudian

dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.3. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.42. Sedangkan Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. dan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.



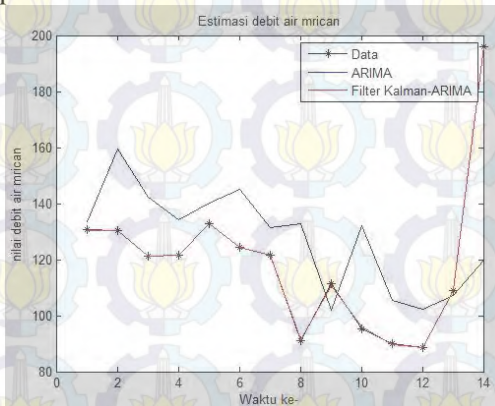
Gambar 4.42 Hasil Simulasi Debit Air di Ploso pada ARIMA Filter Kalman $n = 4$ dengan $\hat{x}_0 = [-25 \ -56 \ 20 \ 35]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

4.8 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman Pada Data Jumlah Debit Air di Mrican

Pada Tahap ini akan dilakukan penerapan ARIMA Filter Kalman pada data jumlah debit air di Mrican dengan derajat polinomial 1 ($n = 2$), derajat polinomial 2 ($n = 3$), dan derajat polinomial 3 ($n = 4$). Simulasi pada pembahasan ini hanya dilakukan pada saat nilai awal diuji ketika $Q = 0.01$ dan $R = 1$. Sedangkan hasil pengujian nilai awal ketika $Q = 1$ dan $R = 0.01$ dapat dilihat pada Lampiran 5 yang berisi grafik perbandingan data aktual, prediksi ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman.

4.8.1 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 2$ Pada Data Jumlah Debit Air di Mrican

Dengan mengambil nilai awal Mrican $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ -29 \end{bmatrix}$, kemudian dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.1. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.43.

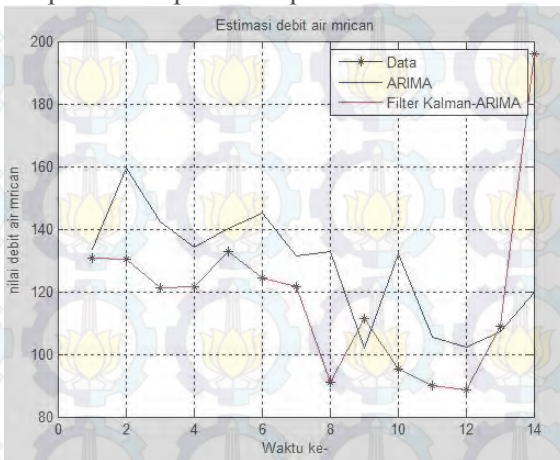


Gambar 4.43 Hasil Simulasi Debit Air di Mrican pada ARIMA Filter Kalman $n = 2$ dengan $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ -29 \end{bmatrix}^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

Tingkat akurasi dari prediksi dapat juga dilihat dari nilai mutlak kesalahan di setiap periode. Tingkat akurasi dikatakan baik apabila nilai mutlak kesalahan mendekati nilai nol. Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada lampiran 6. Sedangkan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada lampiran 4.

4.8.2 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 3$ Pada Data Jumlah Debit Air di Mrican

Dengan mengambil nilai awal Mrican $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ -29 \\ -21 \end{bmatrix}$, kemudian dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.2. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.44. Sedangkan Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. dan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.

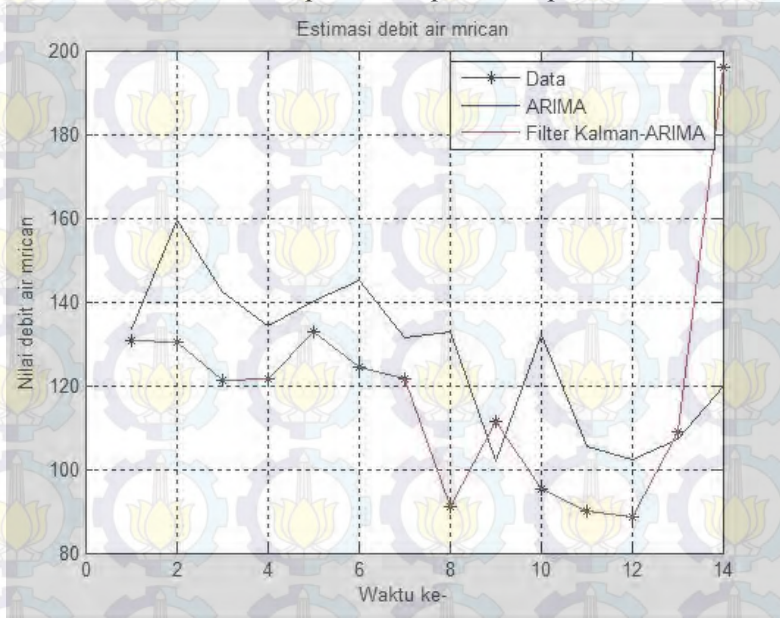


Gambar 4.44 Hasil Simulasi Debit Air di Mrican pada ARIMA Filter Kalman $n = 3$ dengan $\hat{x}_0 = [2 \ -29 \ -21]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

4.8.3 Penerapan dan Simulasi ARIMA Filter Kalman $n = 4$ Pada Data Jumlah Debit Air di Mrican

Dengan mengambil nilai awal Mrican $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ -29 \\ -21 \\ -12 \end{bmatrix}$,

kemudian dilakukan penerapan algoritma ARIMA Filter Kalman seperti yang dibahas pada sub bab 4.5.3. Hasil simulasi menunjukkan peramalan ARIMA Filter Kalman mendekati data aktual seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.45. Sedangkan Grafik nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 6. dan nilai mutlak kesalahan dapat dilihat pada Lampiran 4.



Gambar 4.45 Hasil Simulasi Debit Air di Mrican pada ARIMA Filter Kalman $n = 4$ dengan $\hat{x}_0 = [2 \ -29 \ -21 \ -12]^T$ dan $Q = 0.01, R = 1$

4.9 Perbandingan Model ARIMA, GSTAR dan Filter Kalman

Suatu prediksi tidak pernah lepas dari kesalahan perhitungan prediksi. Sehingga dari semua simulasi yang telah dilakukan, langkah berikutnya adalah mengevaluasi hasil prediksi, yang nantinya dapat digunakan untuk mengetahui keakuratan hasil prediksi dari data aktual. Perhitungan akurasi hasil prediksi menggunakan MAPE, yaitu ukuran kesalahan yang dihitung dengan mencari nilai tengah presentasi absolut perbandingan kesalahan dengan data aktual, rumus perhitungan dapat dilihat pada persamaan 2.4. Hasil perhitungan MAPE untuk prediksi model ARIMA dan GSTAR disetiap lokasi dapat dilihat pada Tabel 4.14, sedangkan untuk ARIMA Filter Kalman dilihat pada Lampiran 7.

Pada Tabel 4.14, dan Lampiran 7 dapat diamati bahwa hasil MAPE lebih baik dengan menggunakan Filter Kalman, Hal ini dibuktikan dengan nilai MAPE yang bernilai kecil dan mendekati nilai dari data aktual. Selain itu juga dapat diamati, untuk setiap Q dan R yang diambil, nilai MAPEnya akan semakin menurun apabila derajat polinomialnya semakin tinggi.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini membahas mengenai kesimpulan dari penulisan Tugas Akhir dan saran yang bisa digunakan untuk pengembangan penelitian selanjutnya dengan topik yang sama.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan dari seluruh proses pada bab-bab sebelumnya, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Model ARIMA terbaik untuk data jumlah debit air Sungai di Ploso adalah ARIMA([2],1,[26]), debit air Sungai di Widas adalah ARIMA(0,2,1), debit air Sungai di Kertosono adalah ARIMA([9],1,[9]), model ARIMA terbaik untuk debit air Sungai di Mrican adalah ARIMA(0,1,[2,3]).
2. Model GSTAR (3₁)-I₁ bobot *inverse* jarak disetiap lokasi dirumuskan sebagai berikut.

a. Persamaan model GSTAR di Ploso

$$\begin{aligned} Z_1(t) = & -0.21247 Z_1(t-1) + 0.677901 Z_2(t-1) \\ & + 0.562056 Z_3(t-1) + 0.364542 Z_4(t-1) \\ & - 0.37381 Z_1(t-2) - 0.07102 Z_2(t-2) \\ & - 0.05889 Z_3(t-2) - 0.03819 Z_4(t-2) \\ & - 0.09764 Z_1(t-3) + 0.189914 Z_2(t-3) \\ & + 0.15764 Z_3(t-3) + 0.102126 Z_4(t-3) \\ & + e_1(t) \end{aligned}$$

b. Persamaan model GSTAR di Widas

$$\begin{aligned}
 Z_2(t) = & 0.035015Z_1(t-1) - 0.2974Z_2(t-1) \\
 & + 0.032749Z_3(t-1) + 0.018736 Z_4(t-1) \\
 & - 0.00846 Z_1(t-2) - 0.2709 Z_2(t-2) \\
 & - 0.00791 Z_3(t-2) - 0.00453 Z_4(t-2) \\
 & - 0.0021 Z_1(t-3) - 0.2167 Z_2(t-3) \\
 & - 0.00197 Z_3(t-3) - 0.00113 Z_4(t-3) \\
 & + e_2(t)
 \end{aligned}$$

c. Persamaan model GSTAR di Kertosono

$$\begin{aligned}
 Z_3(t) = & 0.00194 Z_1(t-1) - 0.00235 Z_2(t-1) \\
 & - 0.0781 Z_3(t-1) - 0.002 Z_4(t-1) \\
 & - 0.00679Z_1(t-2) - 0.00822 Z_2(t-2) \\
 & - 0.003 Z_3(t-2) - 0.00699 Z_4(t-2) \\
 & + 0.017534Z_1(t-3) + 0.021226Z_2(t-3) \\
 & - 0.2613Z_3(t-3) + 0.01804 Z_4(t-3) \\
 & + e_3(t)
 \end{aligned}$$

d. Persamaan model GSTAR di Mrican

$$\begin{aligned}
 Z_4(t) = & 0.054361 Z_1(t-1) + 0.060493 Z_2(t-1) \\
 & + 0.073246 Z_3(t-1) - 0.685 Z_4(t-1) \\
 & + 0.111554 Z_1(t-2) + 0.124138 Z_2(t-2) \\
 & + 0.150308 Z_3(t-2) - 0.3611 Z_4(t-2) \\
 & - 0.07095 Z_1(t-3) - 0.07895 Z_2(t-3) \\
 & - 0.0956 Z_3(t-3) - 0.2086 Z_4(t-3) \\
 & + e_4(t)
 \end{aligned}$$

3. Pada simulasi Filter Kalman derajat polinomial pertama, kedua, dan ketiga, dengan nilai awal yang berbeda untuk setiap Q dan R yang diambil, nilai MAPE akan semakin menurun apabila derajat polinomialnya semakin tinggi. Hasil prediksi terbaik apabila diambil $Q = 1$, $R = 0.01$, dan derajat polinomial yang tinggi.

4. Filter Kalman terbukti mampu memperbaiki hasil prediksi ARIMA. Oleh karena itu, Prediksi menggunakan Metode ARIMA Filter Kalman lebih baik daripada Metode GSTAR (3₁)-I₁ bobot *inverse* jarak. Hal itu ditunjukkan dengan nilai MAPE yang lebih kecil.

5.2 Saran

Untuk pengembangan penelitian selanjutnya, Filter Kalman dapat diterapkan untuk percabangan model ARIMA lain, seperti model SARIMA. Atau dapat juga digunakan metode ANN (*Artificial Neural Network*) untuk menggantikan proses prediksi ARIMA. Sedangkan untuk model GSTAR dapat digunakan metode GSTAR-SUR. Selain itu penambahan bobot lokasi serta perbaikan *error* pada model GSTAR dapat dilakukan untuk pengembangan selanjutnya.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] Kirmanto, D. (2010). "*Keputusan Menteri Tentang Pola Pengelolaan Sumber Daya Air Sungai Brantas*". Jakarta: Menteri Pekerjaan Umum.
- [2] Putra, E.H (2013). "*Estimasi Sebaran Daerah Rawan Bencana Banjir Bandang Sub Daerah Aliran Sungai Sumber Brantas Kota Batu*". Malang: Jurusan Tanah, Universitas Brawijaya.
- [3] Anonim. (2013). "*Banjir Landa Kota Malang*". {<http://tempo.com/news/2013/banjir-sungai-brantas-landa-ko-malang.html>}. **diakses tanggal 01 februari 2015**.
- [4] Ahsan,M. O'Connor, M,K. (1994). "*A Reappraisal of the Kalman Filtering Technique, as Applied in River Flow Forecasting*". **Journal of Hidrology vol 161**, Hal 197-226. **Technometrics,22(1)**, 397-408.
- [5] Borovkova, S.A., dkk. (2002). "*Generalized STAR Model With Experimental Weights*". **Proceedings of the 17th International Workshop on Statistical Modeling, Chania,pp**, 139-147.
- [6] Dwi,H,K. (2010). "*Peramalan Debit Air Sungai Brantas dengan Menggunakan Metode GSTAR dan ARIMA*". Tugas Akhir Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.
- [7] Makridakis, McGee, dan Wheelright, W. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Edisi kedua. Terj. Andriyanto, U.S. Bina Rupa Aksara: Jakarta.
- [8] Suhartono dan Subanar. (2007) Some Comments on the Theorem Providing Stasionerity Condition for GSTAR Models in The Paper by Borovkova et al. **Journal of The Indonesian Mathematical Society (MIHMI), No.13, Vo.1: 44-52**.
- [9] Suhartono dan R.M Atok. (2006). "*Pemilihan Bobot Lokasi yang Optimal Pada Model GSTAR*". **Prosiding Konfrensi Nasional Matematika XIII, (hal 571-580)**. Semarang, Indonesia: Universitas Negeri Semarang.

- [10] Suhartono, dkk. (2010). “*Generalized Space-Time Autoregressive Modeling*”. **Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA2010)**. Universiti Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia.
- [11] Prisandy dan Suhartono. (2008)” *Penerapan Metode GSTAR (P₁) Untuk Meramalkan Data Penjualan Rokok di Tiga Lokasi*”. **Widya Teknik Vol. 7, No.2, (hal 199-210)**, Surabaya.
- [12] Welch, G. Dan Bishop, G. (2011). *An introduction to the Kalman Filter*. University of North Carolina: Chapel Hil, Amerika.
- [13] Kurniawan, T.(2014). *Penerapan Metode Filter Kalman dalam Perbaikan Hasil Prediksi Cuaca dengan Metode ARIMA*, Tugas Akhir Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [14] Shofiyah, M.A. (2009). “*Peramalan Data Produksi Gas di Joint Operating Body Pertamina-Petrochina East Java (JOB P-PEJ) dengan Model GSTAR dan ARIMA*”. Tugas Akhir Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.

Lampiran 1
Data Sekunder Debit Air

Tabel 1. Data Debit Air di Ploso, Widas, Kertosono, Mrican

Tanggal	Ploso	Widas	Kertosono	Mrican
01/01/2014	385.80	27.97	34.65	284.32
02/01/2014	442.05	26.32	33.80	273.06
03/01/2014	450.64	26.59	38.54	237.55
04/01/2014	448.53	40.24	58.77	347.53
05/01/2014	668.00	97.91	33.90	490.97
06/01/2014	781.00	121.96	54.23	462.05
07/01/2014	625.69	85.74	40.05	313.51
08/01/2014	584.82	46.51	41.87	306.96
09/01/2014	498.67	43.99	49.25	277.13
10/01/2014	440.49	37.27	37.37	360.57
11/01/2014	634.60	51.09	37.75	349.24
12/01/2014	628.57	55.98	34.10	333.6
13/01/2014	590.82	60.07	34.57	358.96
14/01/2014	642.05	52.86	38.23	305.15
15/01/2014	470.58	37.55	33.87	275.65
16/01/2014	456.79	34.71	32.45	255.13
17/01/2014	431.71	31.15	40.34	243.17
18/01/2014	422.15	30.07	59.69	236.65
19/01/2014	414.25	29.96	47.88	235.95
20/01/2014	427.56	30.29	39.47	259.21
21/01/2014	452.12	30.01	44.83	272.83
22/01/2014	452.12	31.18	60.44	240.81
23/01/2014	452.21	32.12	63.00	220.2
24/01/2014	452.01	32.04	137.00	192.95
25/01/2014	476.86	31.33	64.80	394.32

Lampiran 1 (Lanjutan)

Tanggal	Ploso	Widas	Kertosono	Mrican
26/01/2014	460.36	33.72	53.80	375.33
27/01/2014	460.36	31.02	26.80	233.71
28/01/2014	492.28	43.24	32.65	220.98
29/01/2014	481.00	40.11	38.80	255.72
30/01/2014	482.53	35.65	33.80	256.96
31/01/2014	456.52	34.81	36.80	245.58
01/02/2014	486.00	45.37	34.46	245.99
02/02/2014	708.00	34.91	23.15	202.39
03/02/2014	595.00	38.54	14.42	175.51
04/02/2014	248.00	58.77	13.07	175.84
05/02/2014	479.00	53.90	19.07	172.74
06/02/2014	502.00	54.23	20.43	202.8
07/02/2014	380.00	40.05	14.54	278.71
08/02/2014	254.00	41.87	23.45	222.53
09/02/2014	286.00	49.25	23.12	246.98
10/02/2014	353.00	47.37	35.32	181.35
11/02/2014	256.00	37.75	34.80	179.05
12/02/2014	334.00	34.10	45.32	197.66
13/02/2014	363.00	34.57	56.26	175.78
14/02/2014	235.02	43.23	43.25	156.06
15/02/2014	362.00	43.91	54.14	146.73
16/02/2014	353.00	47.40	33.80	155.44
17/02/2014	250.00	43.61	20.35	167.68
18/02/2014	250.00	59.69	54.32	168.62
19/02/2014	251.00	47.88	40.54	186.97

Lampiran 1 (Lanjutan)

Tanggal	Ploso	Widas	Kertosono	Mrican
20/02/2014	251.00	39.47	54.14	187.23
21/02/2014	251.00	44.83	54.10	198.78
22/02/2014	254.00	70.44	53.96	312.3
23/02/2014	254.00	164.40	53.96	221.48
24/02/2014	255.00	60.72	53.96	183.84
25/02/2014	252.00	45.53	139.58	195.23
26/02/2014	235.13	39.59	146.24	217.89
27/02/2014	242.00	34.61	123.15	254.18
28/02/2014	250.00	58.89	53.96	192.03
01/03/2014	249.00	51.57	23.14	160.84
02/03/2014	280.10	43.08	26.23	173.01
03/03/2014	231.78	55.82	24.14	168.79
04/03/2014	448.53	39.64	25.14	198.35
05/03/2014	450.00	65.19	23.15	243.78
06/03/2014	483.34	84.83	20.14	194.58
07/03/2014	350.00	44.02	19.14	145.2
08/03/2014	344.64	48.62	12.14	124.4
09/03/2014	504.01	47.28	12.11	117.01
10/03/2014	270.21	69.16	15.14	126.86
11/03/2014	270.25	53.46	13.14	115.79
12/03/2014	250.82	46.24	12.11	118.43
13/03/2014	270.29	43.80	11.14	202.73
14/03/2014	277.84	50.12	10.13	215.31
15/03/2014	279.29	38.95	12.14	226.42
16/03/2014	276.24	47.69	11.13	212.5

Lampiran 1 (Lanjutan)

Tanggal	Ploso	Widas	Kertosono	Mrican
17/03/2014	270.00	44.13	17.14	246.35
18/03/2014	422.15	55.18	22.14	234.55
19/03/2014	241.00	56.30	24.14	202.74
20/03/2014	241.00	40.74	35.15	139.01
21/03/2014	241.00	38.82	33.14	130.07
22/03/2014	247.00	40.06	22.14	124.4
23/03/2014	246.00	40.11	19.14	163.9
24/03/2014	225.66	48.31	12.14	157.12
25/03/2014	155.00	55.95	11.13	126.82
26/03/2014	155.00	36.68	11.13	115.44
27/03/2014	153.62	33.72	12.14	117.17
28/03/2014	150.00	49.47	14.11	147.27
29/03/2014	150.00	80.53	13.14	164.74
30/03/2014	150.00	39.80	12.14	153.21
31/03/2014	164.47	37.64	13.14	125.72
01/04/2014	164.15	34.34	13.07	160.32
02/04/2014	497.84	40.62	25.27	210.37
03/04/2014	325.44	33.92	19.27	184.03
04/04/2014	178.14	36.44	18.27	152.57
05/04/2014	257.03	35.19	20.27	199.32
06/04/2014	411.60	64.81	20.27	211.6
07/04/2014	597.76	40.29	22.27	178.41
08/04/2014	705.50	35.06	20.27	154.16
09/04/2014	436.12	39.59	19.27	185.89
10/04/2014	377.31	42.18	16.27	167.43

Lampiran 1 (Lanjutan)

Tanggal	Ploso	Widas	Kertosono	Mrican
11/04/2014	304.99	40.34	16.27	154.23
12/04/2014	309.68	56.06	20.27	158.74
13/04/2014	295.22	123.98	22.27	220.06
14/04/2014	442.69	57.22	15.27	204.1
15/04/2014	407.74	71.06	20.27	200.05
16/04/2014	479.77	47.02	18.27	163.46
17/04/2014	442.45	39.37	21.27	144.96
18/04/2014	238.91	34.02	20.27	119.84
19/04/2014	301.81	32.19	19.34	130.87
20/04/2014	592.92	32.18	15.15	148.52
21/04/2014	458.35	30.60	20.27	237
22/04/2014	332.36	42.00	20.27	239.76
23/04/2014	168.92	50.42	28.27	239.28
24/04/2014	168.18	40.65	15.72	167.94
25/04/2014	171.18	51.36	16.14	191.21
26/04/2014	160.12	107.03	15.15	211.12
27/04/2014	221.26	70.56	12.15	208.69
28/04/2014	146.12	47.60	15.26	205.4
29/04/2014	182.57	36.01	19.87	157.33
30/04/2014	188.34	32.22	20.27	119.03
01/05/2014	145.36	31.03	13.069044	130.65
02/05/2014	160.27	30.18	13.15	130.27
03/05/2014	200.18	29.73	13.04	121.23
04/05/2014	176.23	36.82	20.269343	121.55
05/05/2014	159.60	35.95	15.86916	132.75

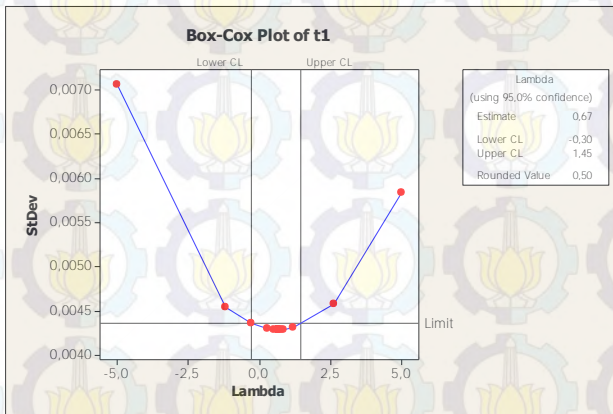
Lampiran 1 (Lanjutan)

Tanggal	Ploso	Widas	Kertosono	Mrican
06/05/2014	138.47	32.29	16.1454	124.22
07/05/2014	142.75	29.26	16.1415	121.70
08/05/2014	180.01	27.26	16.225	90.93
09/05/2014	180.27	26.07	20.2693433	111.31
10/05/2014	153.69	25.52	20.2693433	95.39
11/05/2014	133.57	23.92	20.2693433	89.96
12/05/2014	199.47	25.69	21.1414	88.65
13/05/2014	189.23	46.60	21.145	109.08
14/05/2014	209.59	45.04	20.1414	196.04

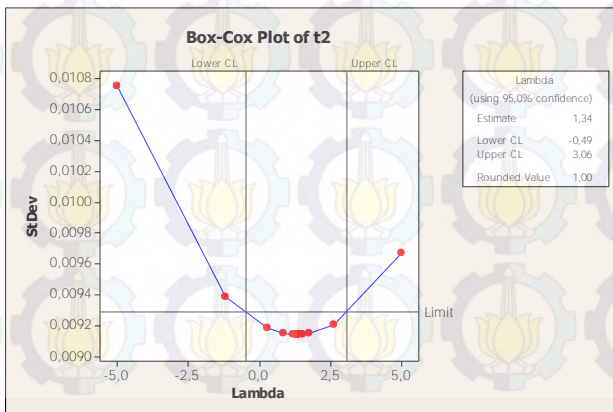
Lampiran 2 Transformasi Box-Cox , Plot Time Series dan Trend.

Gambar 1 Transformasi Box-Cox Ploso

(a) Transformasi 1 (b) transformasi 2 Stasioner



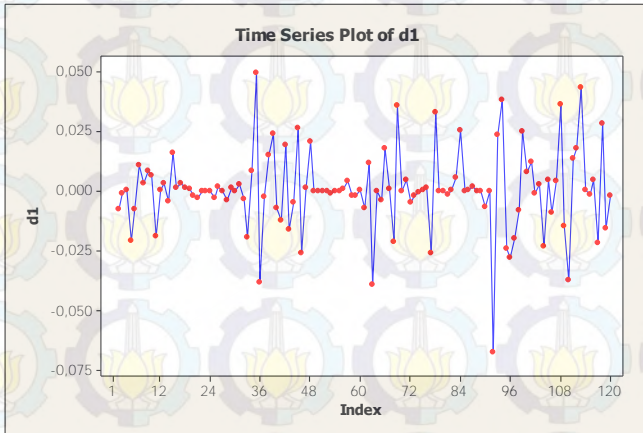
(a)



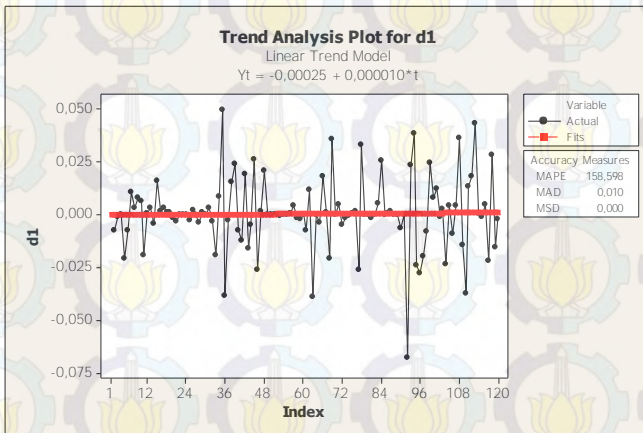
(b)

Lampiran 2 (Lanjutan)

Gambar 2 (a) Plot Time Series differencing 1 Ploso
(b) Pengecekan Trend linear



(a)

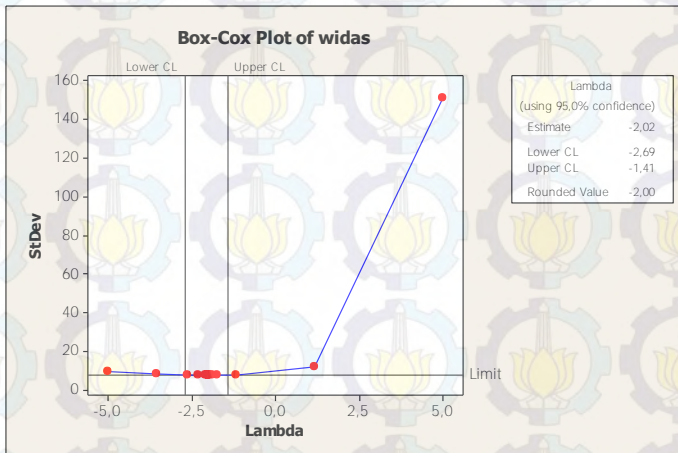


(b)

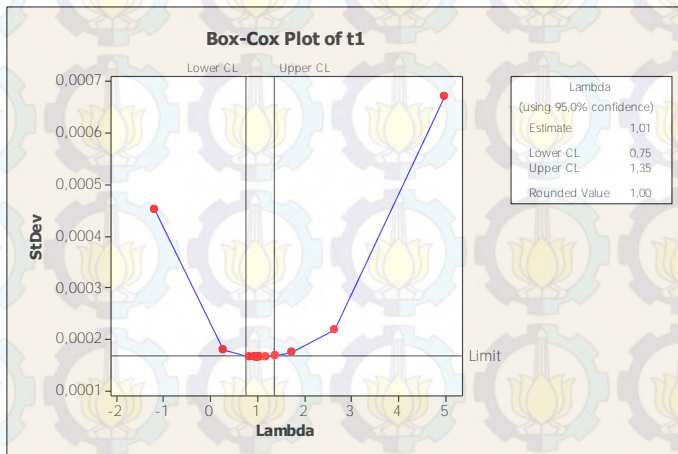
Lampiran 2 (Lanjutan)

Gambar 3 (a) Plot Box-Cox Data Awal Widas

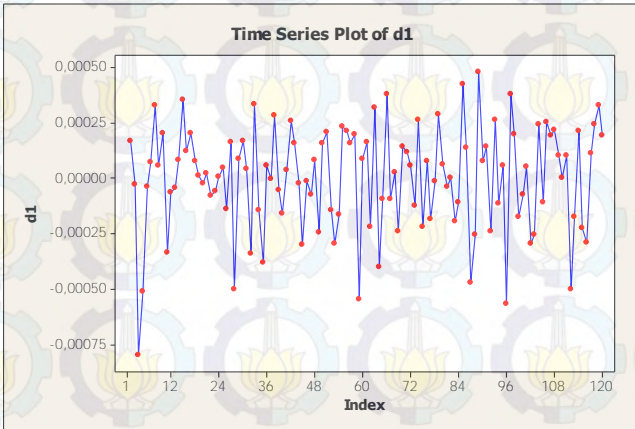
(b) Transformasi 1 (Stasioner)



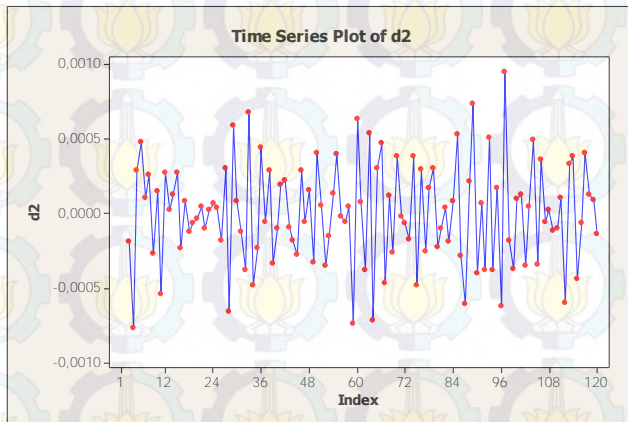
(a)



(b)

Lampiran 2 (Lanjutan)**Gambar 4 (a)** Plot Time Series differencing 1 Widas**(b)** Plot Time Series differencing 2

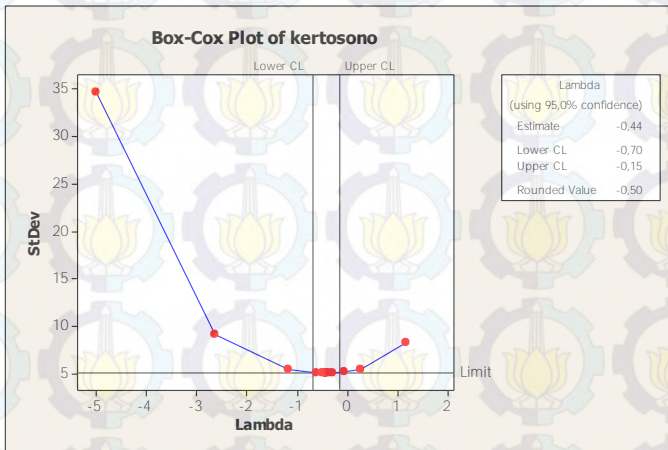
(a)



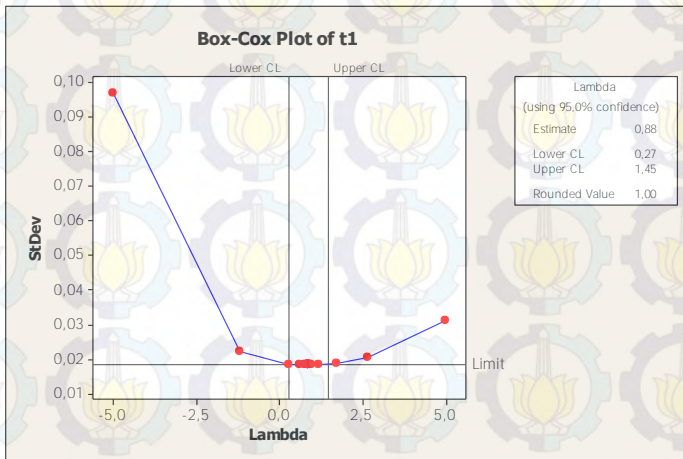
(b)

Lampiran 2 (Lanjutan)

Gambar 5 (a) Plot Box-Cox Data Awal Kertosono
(b) Transformasi 1 (Stasioner)



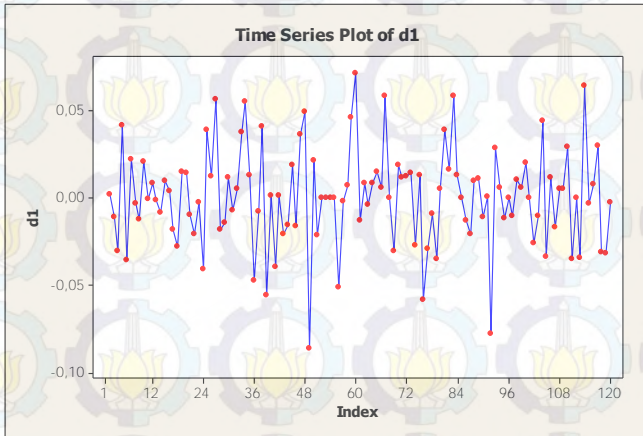
(a)



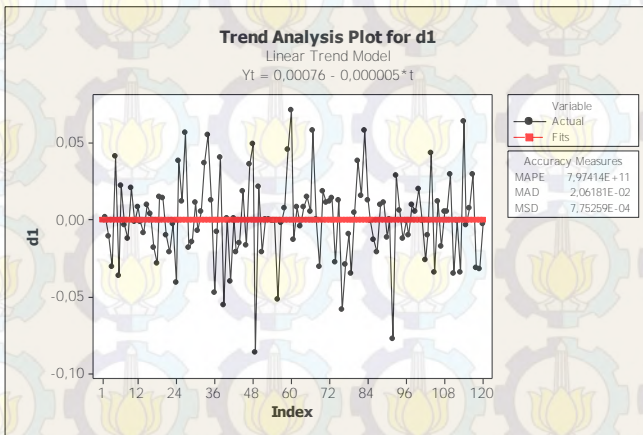
(b)

Lampiran 2 (Lanjutan)

Gambar 6 (a) Plot Time Series differencing 1 Kertosono
(b) Plot Trend Linear



(a)

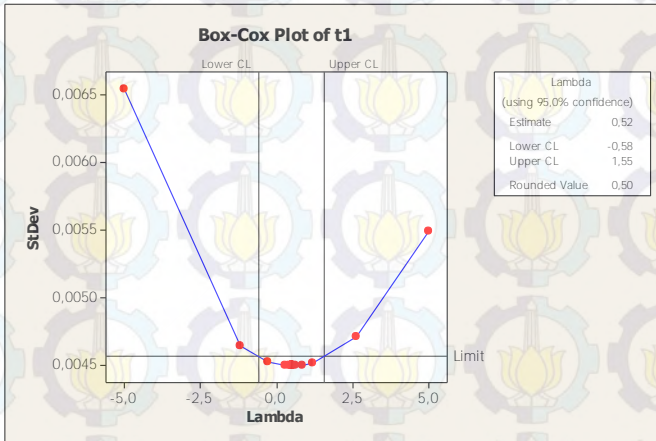


(b)

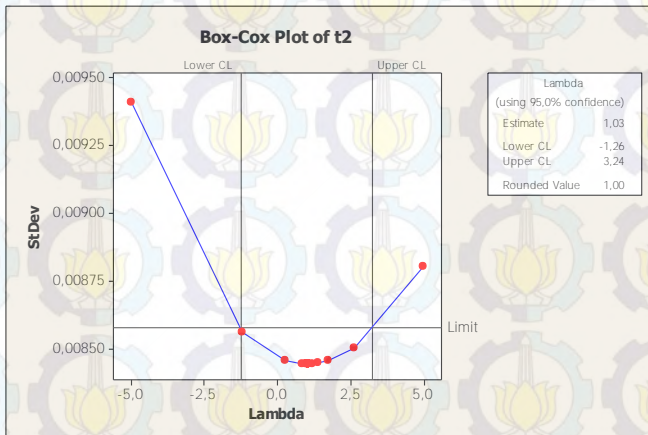
Lampiran 2 (Lanjutan)

Gambar 7 (a) Transformasi 1 Mrican

(b) Transformasi 2 (Stasioner)



(a)

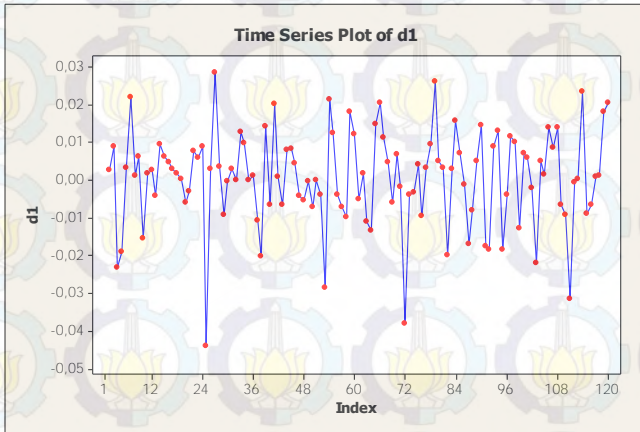


(b)

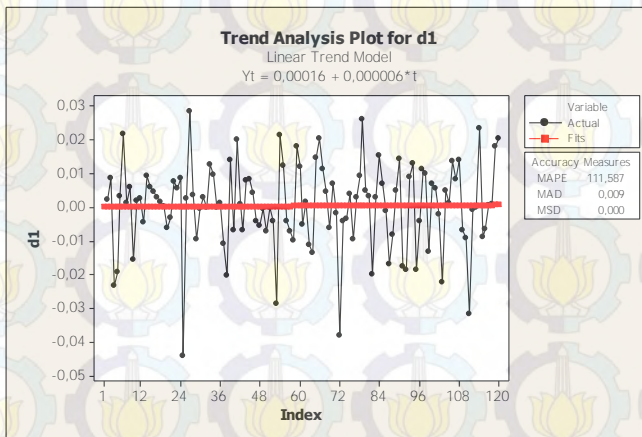
Lampiran 2 (Lanjutan)

Gambar 8 (a) Plot Time Series differencing 1 Kertosono

(b) Plot Trend Linear



(a)



(b)

Lampiran 3 Estimasi Parameter

Tabel 1. Estimasi Parameter GSTAR (3₁)-I₁ Inverse Jarak

Parameter	Predictor	Coef	SE Coef	T	P	Signifikan
	Constant	-1,027	2,456	-0,42	0,676	
ϕ_{10}^1	dz1 (t-1)	-0,21247	0,05267	-4,03	0,000	Ya
ϕ_{10}^2	dz2 (t-1)	-0,2974	0,2433	-1,22	0,222	Tidak
ϕ_{10}^3	dz3 (t-1)	-0,0781	0,3013	-0,26	0,796	Tidak
ϕ_{10}^4	dz4 (t-1)	-0,0685	0,1176	-0,58	0,560	Tidak
ϕ_{11}^1	v1 (t-1)	1,6405	0,3032	5,41	0,000	Ya
ϕ_{11}^2	v2 (t-1)	0,0865	0,1104	0,78	0,434	Tidak
ϕ_{11}^3	v3 (t-1)	-0,0063	0,1235	-0,05	0,959	Tidak
ϕ_{11}^4	v4 (t-1)	0,1881	0,2242	0,84	0,402	Tidak
ϕ_{20}^1	dz1 (t-2)	-0,37381	0,05087	-7,35	0,000	Ya
ϕ_{20}^2	dz2 (t-2)	-0,2709	0,2477	-1,09	0,275	Tidak
ϕ_{20}^3	dz3 (t-2)	-0,0030	0,3022	-0,01	0,992	Tidak
ϕ_{20}^4	dz4 (t-2)	-0,3611	0,1158	-3,12	0,002	Ya
ϕ_{21}^1	v1 (t-2)	-0,1681	0,2945	-0,57	0,569	Tidak
ϕ_{21}^2	v2 (t-2)	-0,0209	0,1056	-0,20	0,843	Tidak
ϕ_{21}^3	v3 (t-2)	-0,0220	0,1137	-0,19	0,847	Tidak
ϕ_{21}^4	v4 (t-2)	0,0386	0,2166	0,18	0,859	Tidak
ϕ_{30}^1	dz1 (t-3)	-0,09764	0,05169	-1,89	0,060	Tidak
ϕ_{30}^2	dz2 (t-3)	-0,2167	0,2415	-0,90	0,370	Tidak
ϕ_{30}^3	dz3 (t-3)	-0,2613	0,3018	-0,87	0,387	Tidak
ϕ_{30}^4	dz4 (t-3)	-0,2086	0,1232	-1,69	0,091	Tidak
ϕ_{31}^1	v1 (t-3)	0,4495	0,3120	1,44	0,150	Tidak
ϕ_{31}^2	v2 (t-3)	-0,0052	0,1124	-0,05	0,963	Tidak
ϕ_{31}^3	v3 (t-3)	0,0568	0,1236	0,46	0,646	Tidak
ϕ_{31}^4	v4 (t-3)	-0,2455	0,2164	-1,13	0,257	Tidak



Lampiran 4 Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi

Tabel 1. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Ploso menggunakan ARIMA, dan ARIMAFilter Kalman $n = 2$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	25.03	0.381404	0.0019262
2	56.60	0.120029	1.227E-05
3	20.92	0.211569	2.133E-05
4	254.40	0.86335	8.689E-05
5	67.51	0.640958	6.486E-05
6	79.30	0.732193	7.36E-05
7	35.84	0.223032	2.29E-05
8	39.44	0.038138	3.76E-06
9	22.42	0.189569	1.906E-05
10	7.04	0.065285	6.647E-06
11	26.00	0.092195	9.34E-06
12	11.06	0.093745	9.487E-06
13	7.27	0.005206	5.485E-07
14	150.76	0.317192	3.188E-05

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 2. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Ploso menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 3$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	25.03	0.000919	4.641E-06
2	56.60	0.000145	1.447E-08
3	20.92	0.000168	1.683E-08
4	254.40	9.52E-05	9.525E-09
5	67.51	0.000153	1.528E-08
6	79.30	0.000317	3.169E-08
7	35.84	7.17E-05	7.172E-09
8	39.44	0.000254	2.543E-08
9	22.42	7.26E-06	7.269E-10
10	7.04	0.000231	2.308E-08
11	26.00	0.000304	3.037E-08
12	11.06	0.000346	3.464E-08
13	7.27	4.24E-05	4.248E-09
14	150.76	5.84E-05	5.852E-09

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 3. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Ploso menggunakan ARIMA, dan ARIMAFilter Kalman $n = 4$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	25.03	8E-08	1.134E-05
2	56.60	2E-05	2.955E-07
3	20.92	1.87E-05	2.965E-07
4	254.40	2.4E-05	2.384E-07
5	67.51	8.65E-06	2.769E-07
6	79.30	1.6E-05	6.82E-07
7	35.84	3.18E-05	1.405E-07
8	39.44	1.36E-05	4.73E-07
9	22.42	1.76E-05	2.611E-09
10	7.04	4.76E-05	5.037E-07
11	26.00	4.46E-05	7.799E-07
12	11.06	1.8E-05	5.932E-07
13	7.27	0	7.688E-08
14	150.76	2.83E-05	1.069E-07

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 4. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Widas menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 2$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	0.93	0.018153	9.177E-05
2	0.57	0.033665	3.892E-06
3	0.17	0.041437	4.651E-06
4	7.38	0.463198	5.429E-05
5	0.70	0.501007	6.095E-05
6	3.49	0.262505	2.648E-05
7	2.79	0.022478	5.336E-06
8	1.72	0.105669	1.27E-05
9	0.88	0.105726	1.183E-05
10	0.22	0.090903	1.004E-05
11	1.27	0.120735	1.743E-05
12	2.12	0.380121	5.163E-05
13	21.23	0.651768	7.625E-05
14	1.61	0.966475	0.0001089

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 5. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Widas menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 3$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	0.93	0.000181	9.163E-07
2	0.57	0.000131	1.309E-08
3	0.17	0.000139	1.388E-08
4	7.38	0.00159	1.604E-07
5	0.70	0.00131	1.357E-07
6	3.49	0.000232	2.364E-08
7	2.79	0.000183	1.962E-08
8	1.72	0.00035	3.704E-08
9	0.88	0.000384	4.047E-08
10	0.22	0.000353	3.706E-08
11	1.27	0.000317	3.224E-08
12	2.12	0.001862	1.944E-07
13	21.23	0.006078	6.674E-07
14	1.61	0.001999	2.781E-07

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 6. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Widas menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 4$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	0.93	0.000223	1.129E-06
2	0.57	1.9E-06	1.903E-10
3	0.17	1.62E-06	1.623E-10
4	7.38	2.72E-06	2.715E-10
5	0.70	6.89E-06	6.92E-10
6	3.49	4.21E-07	4.253E-11
7	2.79	4.23E-06	4.26E-10
8	1.72	6.05E-06	6.097E-10
9	0.88	6.07E-06	6.115E-10
10	0.22	4.81E-06	4.852E-10
11	1.27	1.73E-06	1.749E-10
12	2.12	1.22E-05	1.233E-09
13	21.23	2.69E-06	2.619E-10
14	1.61	9.37E-06	9.748E-10

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 7. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Kertosono menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 2$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	5.731415	0.669788	0.0034018
2	9.128491	0.724653	0.0001946
3	3.438638	1.437079	0.0003303
4	7.79054	1.820033	0.0002602
5	5.075505	2.109875	0.0004043
6	6.09133	0.721522	3.84E-05
7	0.206351	1.270886	0.0002407
8	12.40546	3.040366	0.0004607
9	5.047386	1.260555	0.0002797
10	2.131591	1.415569	0.0001743
11	8.277559	1.27069	0.0001492
12	2.187211	0.766281	0.0001397
13	3.984111	1.096822	0.0001377
14	3.731012	1.067968	0.00018

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 8. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Kertosono menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 3$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	5.731415	0.009317	4.705E-05
2	9.128491	0.019739	1.998E-06
3	3.438638	0.071098	7.527E-06
4	7.79054	0.29155	4.944E-05
5	5.075505	0.077549	1.925E-05
6	6.09133	0.002424	6.212E-07
7	0.206351	0.040981	1.071E-05
8	12.40546	0.571188	0.0006252
9	5.047386	0.019871	2.219E-05
10	2.131591	0.002083	2.204E-07
11	8.277559	0.000756	1.211E-08
12	2.187211	0.00093	2.491E-08
13	3.984111	0.002808	2.284E-07
14	3.731012	0.001542	1.35E-07

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 9. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Kertosono menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 4$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	5.731415	0.001014	5.119E-06
2	9.128491	0.000315	3.175E-08
3	3.438638	0.001497	1.544E-07
4	7.79054	0.006694	7.107E-07
5	5.075505	0.001764	2.084E-07
6	6.09133	8.34E-05	1.054E-08
7	0.206351	0.00161	2.038E-07
8	12.40546	0.457	0.000296
9	5.047386	0.003869	3.165E-06
10	2.131591	0.000316	3.085E-09
11	8.277559	7.58E-05	8.867E-10
12	2.187211	0.000112	1.203E-09
13	3.984111	0.000515	1.962E-09
14	3.731012	0.0002	8.566E-10

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 10. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Mrican menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 2$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	2.796615	0.219698	0.0011095
2	29.24478	0.152772	1.559E-05
3	21.21697	0.040175	4.165E-06
4	12.82295	0.056664	5.716E-06
5	7.324972	0.036865	3.697E-06
6	20.89603	0.088948	9.025E-06
7	9.81617	0.070666	7.219E-06
8	41.92042	0.404222	4.128E-05
9	9.376281	0.472723	4.866E-05
10	36.6778	0.474606	4.885E-05
11	15.35933	0.228221	2.389E-05
12	13.53774	0.023001	2.066E-06
13	1.89725	0.14897	1.524E-05
14	76.23018	0.183459	1.857E-05

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 11. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Mrican menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 3$

Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	2.796615	0.001179	5.956E-06
2	29.24478	0.000255	2.553E-08
3	21.21697	0.000122	1.221E-08
4	12.82295	0.000123	1.229E-08
5	7.324972	6.65E-06	6.66E-10
6	20.89603	0.000122	1.217E-08
7	9.81617	0.000192	1.922E-08
8	41.92042	0.000318	3.181E-08
9	9.376281	0.001569	1.575E-07
10	36.6778	0.000878	8.842E-08
11	15.35933	0.000688	6.934E-08
12	13.53774	0.000105	1.056E-08
13	1.89725	0.000263	2.648E-08
14	76.23018	0.000863	8.709E-08

Lampiran 4 (Lanjutan)

Tabel 12. Nilai Mutlak Kesalahan Prediksi Jumlah Debit Air di Mrican menggunakan ARIMA, dan ARIMA Filter Kalman $n = 4$

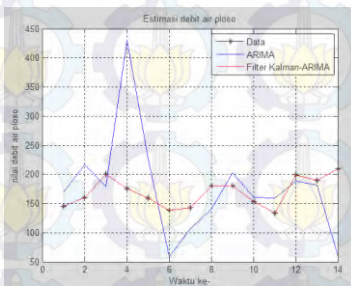
Prediksi ke-	ARIMA	Q=0.01, R=1	Q=1, R=0.01
1	2.796615	5.08E-06	2.645E-08
2	29.24478	6.47E-07	7.299E-11
3	21.21697	5.53E-07	7.699E-11
4	12.82295	3.73E-07	5.198E-11
5	7.324972	2.32E-07	6.199E-11
6	20.89603	1.77E-07	1.3E-10
7	9.81617	6.71E-07	2.501E-11
8	41.92042	8.68E-08	3.061E-11
9	9.376281	4.69E-06	5E-10
10	36.6778	2.11E-06	2.443E-10
11	15.35933	3.52E-06	3.335E-10
12	13.53774	5.86E-07	8.96E-11
13	1.89725	7.59E-07	2.1E-11
14	76.23018	1.15E-06	3.013E-12

Lampiran 5

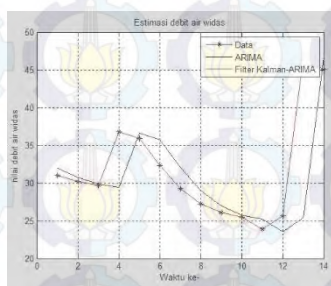
Grafik Perbandingan Data Aktual, ARIMA, Filter Kalman-ARIMA

Gambar 1. Hasil Simulasi Jumlah Debit Air pada ARIMA Filter Kalman $n = 2, Q = 1, R = 0.01$

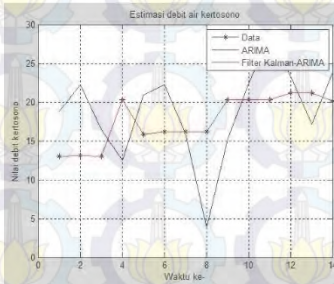
(a)Ploso (b)Widas (c) Kertosono (d)Mrican



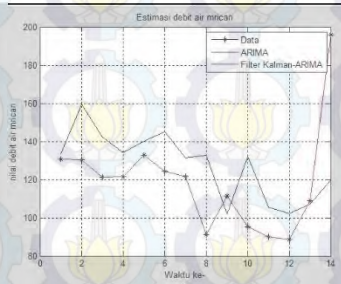
(a)



(b)



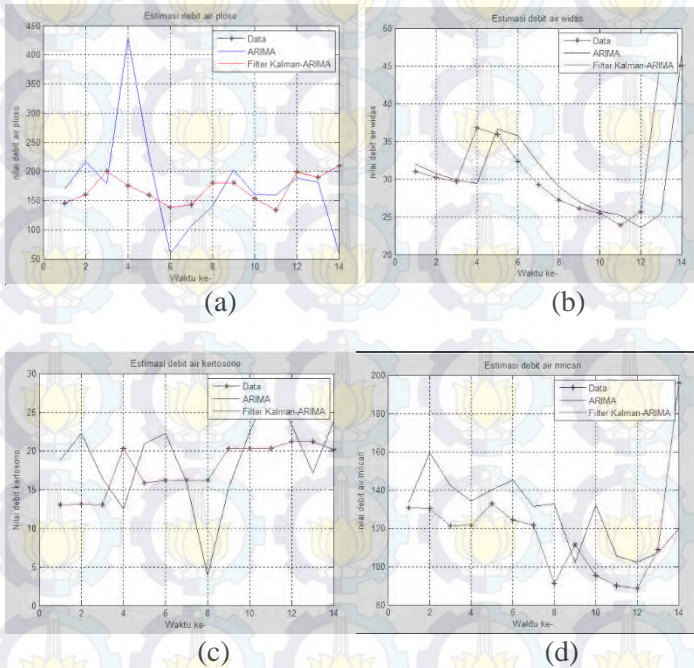
(c)



(d)

Lampiran 5 (Lanjutan)

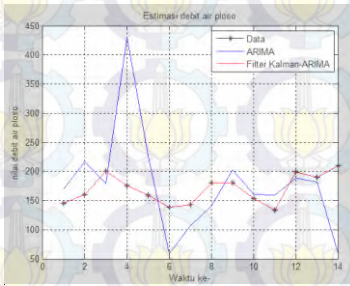
Gambar 2. Hasil Simulasi Jumlah Debit Air pada ARIMA Filter Kalman $n = 3, Q = 1, R = 0.01$
 (a)Ploso (b)Widas (c) Kertosono (d)Mrican



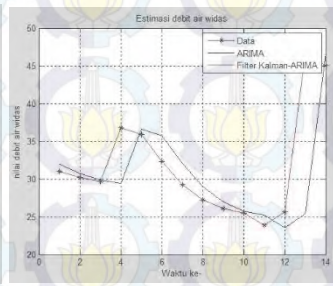
Lampiran 5 (Lanjutan)

Gambar 3. Hasil Simulasi Jumlah Debit Air pada ARIMA Filter Kalman $n = 4, Q = 1, R = 0.01$

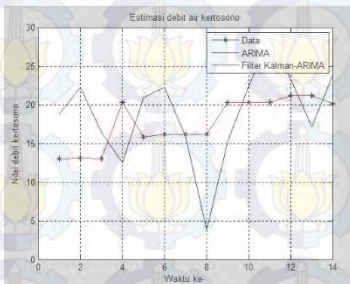
(a)Ploso (b)Widas (c) Kertosono (d)Mrican



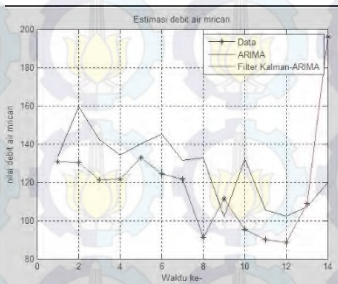
(a)



(b)



(c)



(d)

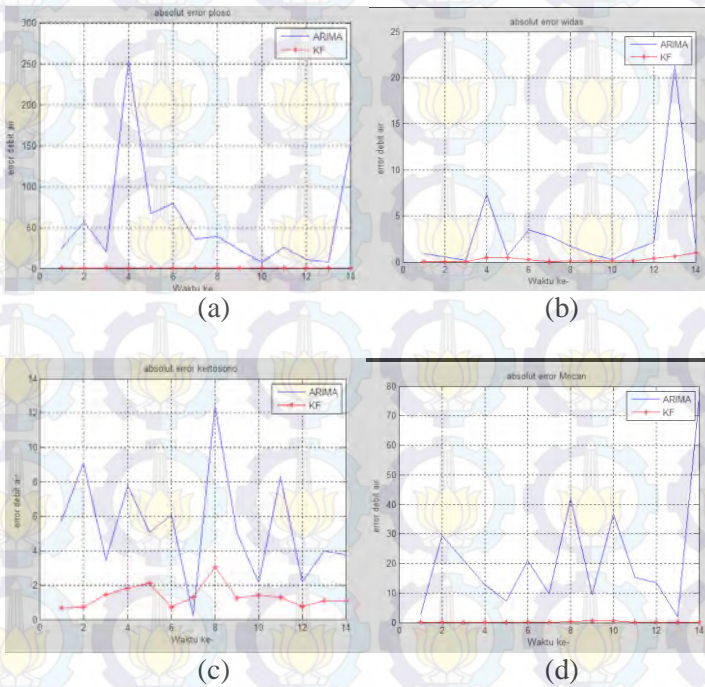


Lampiran 6

Grafik Nilai Mutlak Kesalahan ARIMA dan Filter Kalman

Gambar 1. Nilai Mutlak Kesalahan Debit Air pada Filter Kalman
 $n = 2, Q = 0.01, R = 1$

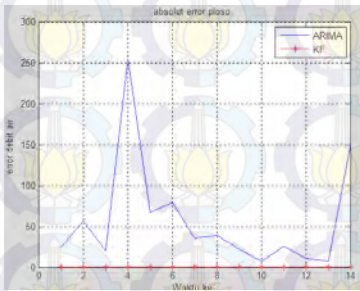
(a) Ploso (b) Widas (c) Kertosono (d) Mrican



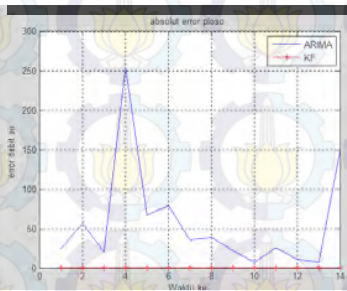
Lampiran 6 (Lanjutan)

Gambar 2. Nilai Mutlak Kesalahan Debit Air pada Filter Kalman
 $n = 3, Q = 0.01, R = 1$

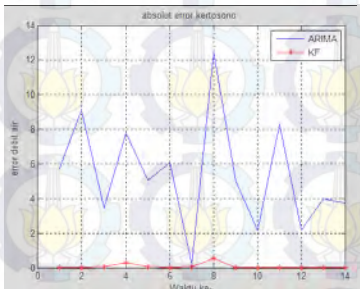
(a)Ploso (b)Widas (c) Kertosono (d)Mrican



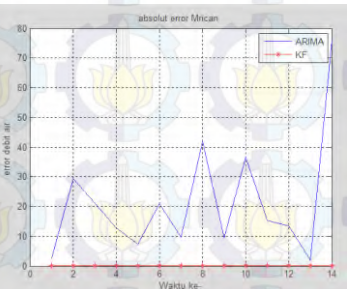
(a)



(b)



(c)

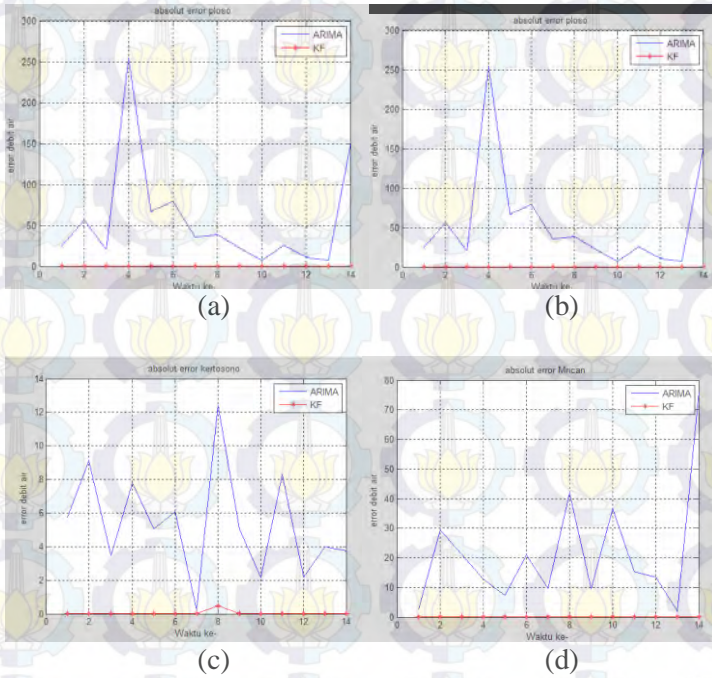


(d)

Lampiran 6 (Lanjutan)

Gambar 3. Nilai Mutlak Kesalahan Debit Air pada Filter Kalman
 $n = 4, Q = 0.01, R = 1$

(a)Ploso (b)Widas (c) Kertosono (d)Mrican

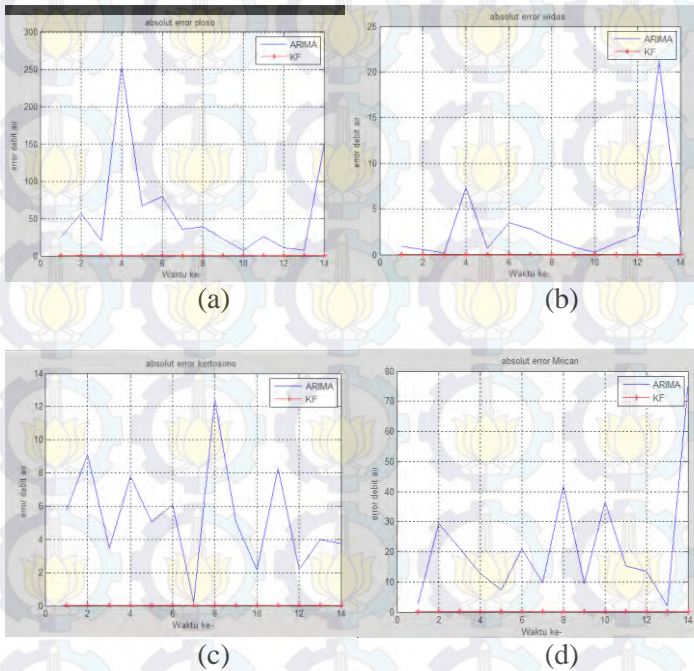


Lampiran 6 (Lanjutan)

Gambar 4. Nilai Mutlak Kesalahan Debit Air pada Filter Kalman

$$n = 2, Q = 1, R = 0.01$$

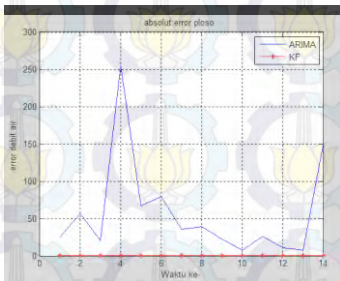
(a)Ploso (b)Widas (c) Kertosono (d)Mrican



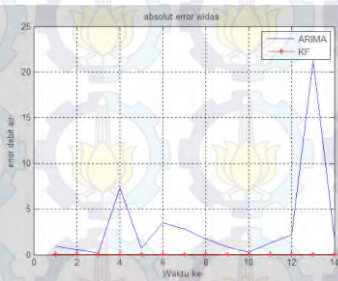
Lampiran 6 (Lanjutan)

Gambar 5. Nilai Mutlak Kesalahan Jumlah Debit Air pada Filter Kalman $n = 3, Q = 1, R = 0.01$

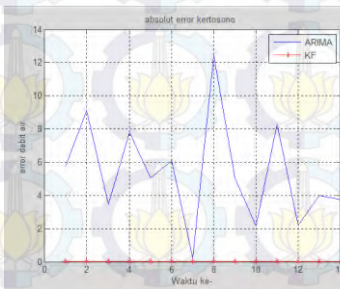
(a)Ploso (b)Widas (c) Kertosono (d)Mrican



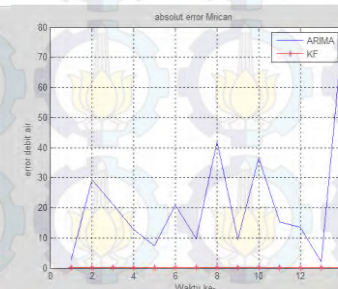
(a)



(b)



(c)



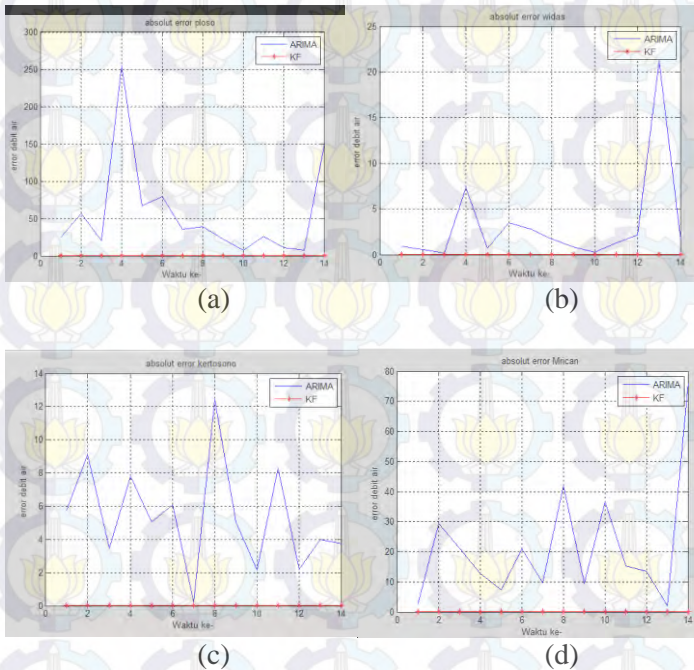
(d)

Lampiran 6 (Lanjutan)

Gambar 6. Nilai Mutlak Kesalahan Jumlah Debit Air pada Filter

Kalman $n = 4, Q = 1, R = 0.01$

(a)Ploso (b)Widas (c) Kertosono (d)Mrican



Lampiran 7
Perhitungan MAPE Debit Air Prediksi
ARIMA Filter Kalman

Data	Lokasi	Nilai Awal (\hat{x}_0)	Q	R	MAPE(%)
Filter Kalman $n = 2$	Ploso	$\begin{bmatrix} -25 \\ -56 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.1756
			1	0.01	0.0001049
	Widas	$\begin{bmatrix} -0.93 \\ -0.57 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.7521
			1	0.01	0.00011087
	Kertosono	$\begin{bmatrix} -5 \\ -9 \end{bmatrix}$	0.01	1	7.750
			1	0.01	0.0031
	Mrican	$\begin{bmatrix} -2 \\ -29 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.1714
			1	0.01	0.000076998
Filter Kalman $n = 3$	Ploso	$\begin{bmatrix} -25 \\ -56 \\ 20 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.00014154
			1	0.01	0.00000023772
	Widas	$\begin{bmatrix} -0.93 \\ -0.57 \\ -0.17 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.0029
			1	0.01	0.00000065723
	Kertosono	$\begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ -3 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.4729
			1	0.01	0.00034529
	Mrican	$\begin{bmatrix} 2 \\ -29 \\ -21 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.00041461
			1	0.01	0.0000003608
Filter Kalman $n = 4$	Ploso	$\begin{bmatrix} -25 \\ -56 \\ 20 \\ 35 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.00000075709
			1	0.01	0.000000002904
	Widas		0.01	1	0.000065723

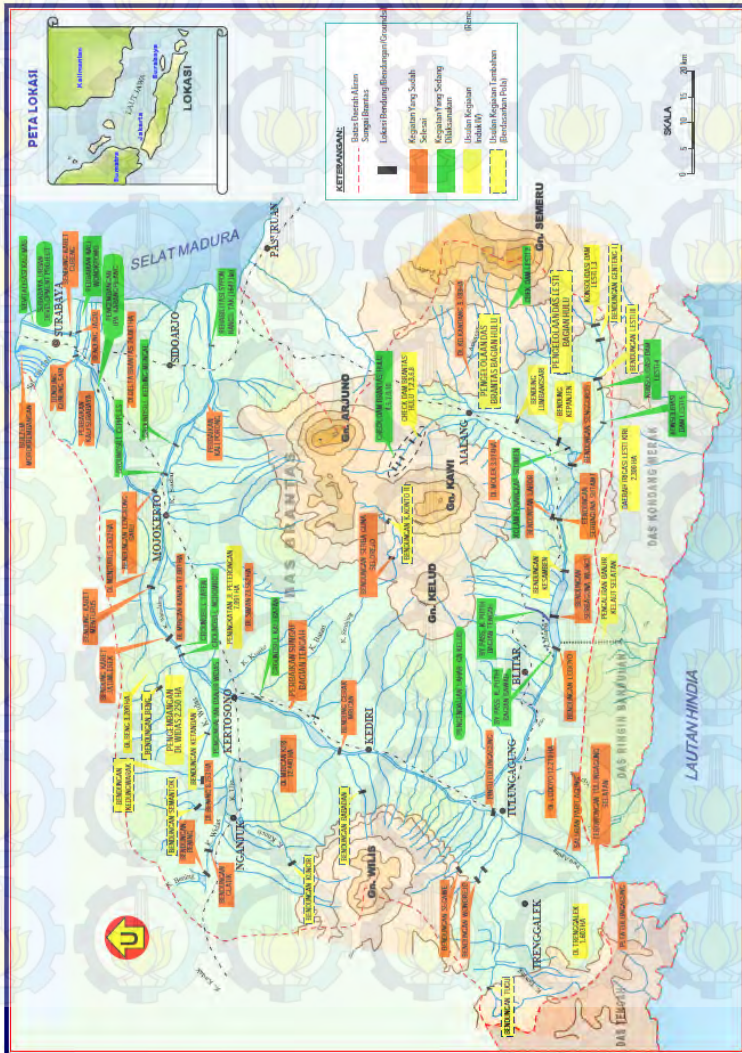
		$\begin{bmatrix} -0.93 \\ -0.57 \\ -0.17 \\ 7.38 \end{bmatrix}$	1	0.01	0.00000052671
Kertosono		$\begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.20842
			1	0.01	0.00013635
Mrican		$\begin{bmatrix} 2 \\ -29 \\ -21 \\ -12 \end{bmatrix}$	0.01	1	0.0000013136
			1	0.01	0.000000015578

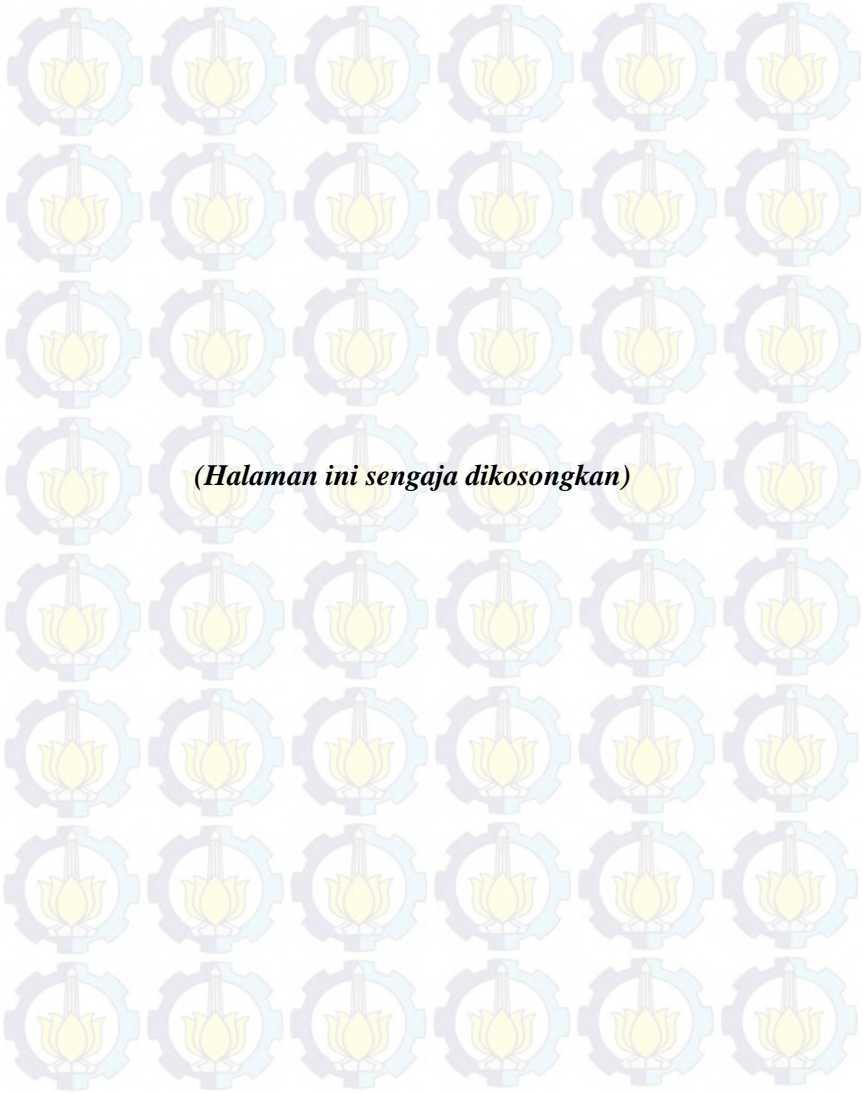
Lampiran 8 Hasil Prediksi Jumlah Debit Air

Prdeiksi ke	ARIMA				GSTAR (31)-(1) Inverse jarak			
	Ploso	Widas	Kerto- sono	Mrican	Ploso	Widas	Kerto- sono	Mrican
1	170.39	31.96	18.80	133.45	169.61	55.24	18.07	286.96
2	216.87	30.75	22.28	159.51	156.39	51.92	19.52	275.50
3	179.26	29.89	16.48	142.45	212.77	50.20	20.01	269.44
4	430.63	29.44	12.48	134.37	400.10	54.17	25.24	260.04
5	227.10	36.66	20.94	140.07	234.38	49.14	22.25	248.59
6	59.17	35.77	22.24	145.12	211.21	56.34	23.09	241.28
7	106.91	32.05	15.94	131.52	173.18	54.03	22.98	279.14
8	140.57	28.98	3.82	132.85	179.32	47.87	21.73	234.30
9	202.69	26.95	15.22	101.93	209.06	43.90	26.37	221.66
10	160.73	25.74	22.40	132.07	190.44	41.52	26.79	206.10
11	159.58	25.19	28.55	105.32	179.03	40.39	27.41	194.19
12	188.41	23.56	23.33	102.19	230.66	41.82	28.65	192.20
13	181.97	25.37	17.16	107.18	224.51	60.12	29.01	203.21
14	58.84	46.65	23.87	119.81	244.72	65.40	28.69	292.59



Lampiran 9 Wilayah Sungai Brantas





Lampiran 10

Listing Program Filter Kalman $n = 2$

```

clc
clear all

%Tahap inisialisasi
n=input('Masukkan banyak data (maksimal 14):');
Q=input('Q : ');%System noise strength
R=input('R : ');%Nilai matrik error kovarian
measurement
a00=input('a00 : ');
a10=input('a10 : ');
tic;
A=eye(2);%Nilai matrik dalam sistem
Qk=eye(2)*Q;%Nilai matrik error kovarian noise
Rk=R;%Nilai matrik error kovarian measurement
xtopi(:,1)=[a00 a10];%Nilai matrik x0 awal
%Nilai matrik error kovarian sistem awal
p(:,1)=[1,0];
p(:,2)=[0,1];

%Data yang diperlukan
a=xlsread('kertosono1.xlsx','kertosonoakt');%Dat
a debit kertosono
b=xlsread('kertosono1.xlsx','arima');%Data
forecasting_kertosono ARIMA
c=xlsread('kertosono1.xlsx','bias');%Data
bias_kertosono
H=[ones(14,1),a];
%Tahap Prediksi dan Koreksi
for i = 1:n
    %Prediksi
    xf(:,i)=A*xtopi(:,i);
    ptopi=[p(1,2*i-1) p(1,2*i); p(2,2*i-1)
p(2,2*i)];
    pf=A*ptopi*A'+Qk;

```

Lampiran 10 (Lanjutan)

```

%Koreksi
kg=pf*H(i,:) '*inv((H(i,:) *pf*H(i,:) '+Rk));%Kalman gain
    ptopi=pf-(kg*H(i,)*pf);
    p(:,2*i+1)=ptopi(:,1);
    p(:,2*i+2)=ptopi(:,2);
    xtopi(:,i+1)=xf(:,i)+kg*(c(i,:)-(H(i,)*xf(:,i)));
end
hasil=strcat('nilai a0,i = ',num2str(xtopi(1,n)), 'dan a1,i = ',
num2str(xtopi(2,n)));
hasil

%plot nilai a0 dan a1
figure(1)
set(plot(xtopi(1,:)), 'color', 'black')
hold on
set(plot(xtopi(2,:)), 'color', 'red')
grid on
title('Estimasi Koefisien Polinomial');
xlabel('Waktu ke-');
ylabel('Nilai Koefisien');
legend('a0', 'a1');

%plot data, ARIMA, Filter Kalman ARIMA,
figure(2)
for i=1:n
    bias(i)=xtopi(1,i+1)+xtopi(2,i+1)*a(i);
    kf(i)=bias(i)+b(i);
    ape(i)=(abs(a(i)-kf(i))/a(i))*100;
    sape(1)=0;
    sape(i+1)=ape(i)+sape(i);
end
mape=sape(i+1)/n

```

Lampiran 10 (Lanjutan)

```
hasil2=strcat('Nilai MAPE= ',num2str(mape));  
plot(a,'-*k')  
hold on  
set(plot(b),'color','blue')  
hold on  
set(plot(kf),'color','red')  
hold on  
grid on  
title('Estimasi debit air kertosono polinomial  
1');  
xlabel('Waktu ke-');  
ylabel('nilai debit air kertosono');  
legend('Data','ARIMA','Filter Kalman-ARIMA');
```



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

Lampiran 11

Listing Program Filter Kalman $n = 3$

```

clc
clear all

%Tahap inisialisasi
n=input('Masukkan banyak data (maksimal 14):');
Q=input('Q : ');%System noise strength
R=input('R : ');%Measurement noise strength
a00=input('a00 : ');
a10=input('a10 : ');
a20=input('a20 : ');
tic;
A=eye(3);%Nilai matrik dalam sistem
Qk=eye(3)*Q;%Nilai matrik error kovarian noise
Rk=R;%Nilai matrik error kovarian measurement
xtopi(:,1)=[a00 a10 a20]; %Nilai matrik xo
awal
%Nilai matrik error kovarian sistem awal
p(:,1)=[1,0,0];
p(:,2)=[0,1,0];
p(:,3)=[0,0,1];

%Data yang diperlukan
a=xlsread('kertosono2.xlsx','kertosonoakt');%Dat
a kertosono
b=xlsread('kertosono2.xlsx','arima');%Data ARIMA
c=xlsread('kertosono2.xlsx','bias');%Data bias
d=xlsread('kertosono2.xlsx','kertosonokuadrat');
%Data(kertosono)^2
H=[ones(14,1),a,d];

%Tahap Prediksi dan Koreksi
for i = 1:n

```


Lampiran 11 (Lanjutan)

```

%Prediksi
    xf(:,i)=A*xtopi(:,i);
    ptopi=[p(1,3*i-2) p(1,3*i-1) p(1,3*i);
           p(2,3*i-2) p(2,3*i-1) p(2,3*i);
           p(3,3*i-2) p(3,3*i-1) p(3,3*i)];
    pf=A*ptopi*A'+Qk;
%Koreksi
    kg=pf*H(i,:)'*inv((H(i,:)*pf*H(i,:)' +Rk));%Kalman gain
    ptopi=pf-(kg*H(i,:)*pf);
    p(:,3*i+1)=ptopi(:,1);
    p(:,3*i+2)=ptopi(:,2);
    p(:,3*i+3)=ptopi(:,3);
    xtopi(:,i+1)=xf(:,i)+kg*(c(i,:)-(H(i,:)*xf(:,i)));
end
hasil=strcat('nilai a0 =', num2str(xtopi(1,n)), ' a1=', num2str(xtopi(2,n)), ' dan a2=', num2str(xtopi(3,n)));

%plot nilai a0,a1, dan a2
figure(1)
set(plot(xtopi(1,:)), 'color', 'black')
hold on
set(plot(xtopi(2,:)), 'color', 'red')
hold on
set(plot(xtopi(3,:)), 'color', 'blue')
grid on
title('Estimasi Koefisien Polinomial');
xlabel('Waktu ke-');
ylabel('Nilai Koefisien');
legend('a0', 'a1', 'a2');

```

Lampiran 11 (Lanjutan)

```

%plot data, ARIMA, dan Filter Kalman ARIMA,
figure(2)
for i=1:n

bias(i)=xtopi(1,i+1)+xtopi(2,i+1)*a(i)+xtopi(3,i
+1)*d(i);
kf(i)=bias(i)+ b(i);
ape(i)=(abs(a(i)-kf(i))/a(i))*100;
sape(1)=0;
sape(i+1)=ape(i)+sape(i);
end
mape=sape(i+1)/n
hasil2=strcat('Nilai MAPE= ',num2str(mape));
plot(a,'-*k')
hold on
set(plot(b),'color','blue')
hold on
set(plot(kf),'color','red')
hold on
grid on
title('Estimasi debit air kertosono
polinomial2');
xlabel('Waktu ke-');
ylabel('nilai debit air plos0');
legend('Data','ARIMA','Filter Kalman-ARIMA');

```



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

Lampiran 12

Listing Program Filter Kalman $n = 4$

```

clc
clear all

%Tahap inisialisasi
n=input('Masukkan banyak data (maksimal 14):');
Q=input('Q : ');%System noise strength
R=input('R : ');%Measurement noise strength
a00=input('a00 : ');
a10=input('a10 : ');
a20=input('a20 : ');
a30=input('a30 : ');
tic;
A=eye(4);%Nilai matrik dalam sistem
Qk=eye(4)*Q;%Nilai matrik error kovarian noise
Rk=R;%Nilai matrik error kovarian measurement
xtopi(:,1)=[a00 a10 a20 a30]; %Nilai matrik xo
awal
%Nilai matrik error kovarian sistem awal
p(:,1)=[1,0,0,0];
p(:,2)=[0,1,0,0];
p(:,3)=[0,0,1,0];
p(:,4)=[0,0,0,1];

%Data yang diperlukan
a=xlsread('kertosono3.xlsx','kertosonoakt');%Dat
abdebit_kertosono
b=xlsread('kertosono3.xlsx','arima');%Data ARIMA
c=xlsread('kertosono3.xlsx','bias');%Databias_de
bit
d=xlsread('kertosono3.xlsx','kertosonokuadrat');
%Data(debit_kertosono)^2
e=xlsread('kertosono3.xlsx','kertosonokubik');%D
ata(debit_kertosono)^3
H=[ones(14,1), a, d, e];

```

Lampiran 12 (Lanjutan)

```

% Tahap Prediksi dan Koreksi
for i = 1:n
    %Prediksi
        xf(:,i)=A*xtopi(:,i);
    ptopi=[p(1,4*i-3) p(1,4*i-2) p(1,4*i-1)
    p(1,4*i);
        p(2,4*i-3) p(2,4*i-2) p(2,4*i-1) p(2,4*i);
        p(3,4*i-3) p(3,4*i-2) p(3,4*i-1) p(3,4*i);
        p(4,4*i-3) p(4,4*i-2) p(4,4*i-1) p(4,4*i)];
    pf=A*ptopi*A'+Qk;
    %Koreksi
    kg=pf*H(i,:)'*inv((H(i,)*pf*H(i,)' +Rk));%Kalman gain
        ptopi=pf-(kg*H(i,)*pf);
        p(:,4*i+1)=ptopi(:,1);
        p(:,4*i+2)=ptopi(:,2);
        p(:,4*i+3)=ptopi(:,3);
        p(:,4*i+4)=ptopi(:,4);
        xtopi(:,1+i)=xf(:,i)+kg*(c(i,)-(H(i,)*xf(:,i)));
    end
    hasil=strcat('nilai a0 =
    ',num2str(xtopi(1,n)), ' a1= ',
    num2str(xtopi(2,n)),
    'a2=',num2str(xtopi(3,n)), 'dan
    a3=',num2str(xtopi(4,n)));

    %plot nilai a0,a1,a2 dan a3
    figure(1)
    set(plot(xtopi(1,:)), 'color', 'black')
    hold on
    set(plot(xtopi(2,:)), 'color', 'red')
    hold on
    set(plot(xtopi(3,:)), 'color', 'blue')
    hold on
    set(plot(xtopi(4,:)), 'color', 'green')
    grid on

```

Lampiran 12 (Lanjutan)

```

title('Estimasi Koefisien Polinomial');
xlabel('Waktu ke-');
ylabel('Nilai Koefisien');
legend('a0', 'a1', 'a2', 'a3');

%plot data, ARIMA, Filter Kalman, dan GSTAR
figure(2)
for i=1:n
    bias(i)=xtopi(1,i+1)+xtopi(2,i+1)*a(i)+
    xtopi(3,i+1)*d(i)+xtopi(4,i+1)*e(i);
    kf(i)=bias(i)+b(i);
    ape(i)=(abs(a(i)-kf(i))/a(i))*100;
    sape(1)=0;
    sape(i+1)=sape(i)+sape(i);
end
mape=sape(i+1)/n;
hasil2=strcat('Nilai MAPE= ', num2str(mape))
plot(a, '-*k')
hold on
set(plot(b), 'color', 'blue')
hold on
set(plot(kf), 'color', 'red')
grid on
title('Estimasi debit air kertosono');
xlabel('Waktu ke-');
ylabel('Nilai debit kertosono');
legend('Data', 'ARIMA', 'Filter Kalman-ARIMA');

```



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Ilham Fauzi Hamsyah. Lahir pada tanggal 25 Desember 1992. Penulis berasal dari Kota Kuningan Jawa Barat. Pendidikan formal yang pernah ditempuh yaitu TK Islamiyah (1998-1999), SD Negeri 2 Kadurama (1999-2005), SMP Negeri 1 Ciawigebang (2005-2008), SMA Negeri 2 Kuningan (2008-2011). Kemudian pada tahun 2011 penulis melanjutkan studi di jurusan Matematika ITS melalui jalur SNMPTN Undangan dengan NRP 1211 100 043. Di Jurusan Matematika penulis mengambil bidang minat matematika terapan. Selama menjadi mahasiswa penulis aktif berorganisasi di KM ITS melalui HIMATIKA ITS sebagai staff departemen dalam negeri (periode 2012-2013), dan diamanahi menjadi kepala departemen dalam negeri pada kepengurusan HIMATIKA ITS periode 2013-2014. Penulis juga pernah mengikuti kepanitiaan acara besar yang ada di ITS salah satunya adalah OMITS. Info lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: fauzilhamsyah@gmail.com.