TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

ALUMNO/A: Sara Diago Gonzalvo
TUTOR/A: Francisco Blanco Ramos
DEPARTAMENTO DEL TUTOR: Departamento de Finanzas
CURSO ACADÉMICO: CAG - ADE
FECHA DE DEPÓSITO: 7 de Septiembre de 2015

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Facultat d'Economia

Principales modelos para la selección de carteras

Resumen

El objetivo principal de este trabajo es analizar, con un cierto nivel de detalle, la temática de los métodos de selección y gestión de carteras desde el modelo de Markowitz, pionero por su gran aportación a la Teoría Económica de las Finanzas, hasta el modelo de CAPM (Capital Assets Princing Model), pasando por otros autores relevantes que han planteado críticas al primero.

También consideraremos la relación existente entre nuestro caso de estudio y las inversiones empresariales de tipo económico, ya que éstas se van a valorar mediante la equiparación a una inversión financiera de similar cuantía, plazo y riesgo. De forma que, será el mercado financiero el que proporcione pues la rentabilidad mínima exigible a una inversión productiva.

Palabras clave del estudio: Activo financiero, Rentabilidad, Riesgo, Teoría de Carteras e Inversión.

SARA DIAGO GONZALVO

CAG ADE

sadiagon@alumni.uv.es

FRANCISCO BLANCO RAMOS

Dpto FINANZAS – Dcho. 5C09

francisco.blanco@uv.es

PRINCIPALES MODELOS PARA LA SELECCIÓN DE CARTERAS

Índice

1. INTRODUCCIÓN

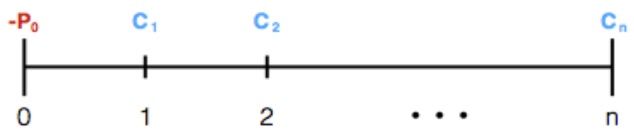
Los activos financieros son activos intangibles que representan un derecho legal sobre una cantidad monetaria futura, es decir, el comprador del activo financiero tiene derecho a percibir en el futuro cierta cantidad monetaria. De esta forma, los activos financieros, constituyen un activo para aquellos que los poseen y un pasivo para las unidades de gasto que los emiten. Éstos pueden estar materializados en un título o simplemente en una anotación contable.

De tal forma que, los activos financieros son creados en el mercado financiero primario, mercado donde se transmiten los títulos por primera vez, y que además sirve a las empresas para la captación de fondos. Las características básicas de los activos financieros que permiten que éstos sean comparables entre sí son:

- *Liquidez:* Es la condición de que éstos puedan ser convertibles en dinero de forma rápida y sin una pérdida significativa de su valor de mercado.
- *Riesgo:* Viene dado por la solvencia y por las garantías del emisor para hacer frente al pago futuro del título emitido.
- *Rentabilidad:* Hace referencia a la contraprestación que el comprador del título va a percibir por la compra del mismo y por asumir el riesgo de la inversión.

A la adquisición de títulos financieros se le denomina inversión financiera. Principalmente, está compuesta por un desembolso de capital inicial P_0 y por unos flujos de caja posteriores $C_1, C_2, \cdots, C_n,$, con una flexibilidad temporal, ya que existen títulos, como las acciones, con un vencimiento indefinido, o, como las obligaciones, con un vencimiento pactado con anterioridad.

Gráfico 1. - Esquema temporal de una inversión financiera.



Fuente: elaboración propia.

Además las inversiones tienen la característica de poder estar compuestos por activos financieros emitidos por diferentes empresas, en esta caso, pasaríamos a hablar de cartera de valores[1] .

Una cartera de valores es la combinación de diferentes activos financieros para obtener una rentabilidad, adaptándose ésta a las preferencias de cada inversor. Por lo tanto, la gestión de carteras es el proceso encaminado a obtener la máxima rentabilidad mediante una combinación eficiente de títulos de diversas corporaciones.

Existen diversos métodos de selección de carteras eficientes. El primer modelo, y que cobra más importancia en la Teoría Económica de las Finanzas, dado su carácter pionero y extraordinario por su formulación, fue el de Markowitz[2], que definió una cartera de títulos eficientes mediante ponderaciones matemáticas que tratan de, por un lado, maximizar la rentabilidad y, por otro lado, minimizar el riesgo. Además Markowitz introdujo la diversificación, de mercados, activos y plazos, para poder obtener una cartera óptima e ir reduciendo el riesgo, llegando incluso a eliminar una parte muy importante del mismo.

Con posterioridad surgieron otros modelos que tratan de perfeccionar el establecido por Markowitz, introduciendo nuevas variables para la creación de carteras eficientes. Un ejemplo sería el modelo formulado por Sharpe[3], que introdujo la noción del activo libre de riesgo, y sobre el cual, incluso él mismo junto con otros economistas, también surgen variaciones que tratan de crear un modelo de gestión de carteras óptimo con todas las herramientas de que se dispone en el mercado.

[1] El nombre anglosajón es portfolio derivado de las palabras latinas "portare" – llevar - y "foglio" – hoja o folio -. En Latinoamérica se suele denominar portafolio, y en España tradicionalmente se le ha denominado cartera de valores o simplemente cartera.

[2] **Harry Max Markowitz,** economista estadounidense que recibió el Premio Newmann en 1989 y el Premio Nobel en 1990 por su teoría sobre el proceso de selección de carteras eficientes.

[3] **William Forsyth Sharpe,** economista estadounidense, Premio Nobel de Economía en 1990 junto a Merton Miller y Harry Markowitz por sus aportaciones a la teoría de la economía financiera. Estableció el modelo CAPM para fijar el precio de los activos financieros.

2. MOTIVACIÓN PERSONAL

Un conocimiento profundo sobre una materia no se obtiene únicamente por el estudio mecánico de un temario, sino añadiendo al mismo una buena dosis de práctica y reflexión personal. Sólo así estos conocimientos se afianzan y acaban formando parte de nosotros mismos. Es por ello que cuando se planteó la oportunidad de escoger el tema de esta memoria opté por seleccionar una materia cuya amplitud e importancia requerían por mi parte dedicación para poder llegar a una mínima comprensión de la misma.

La selección de carteras forma parte de los elementos clave del mercado financiero, dado que sin una elección eficiente de activos financieros las pérdidas para los inversores podrían ser ruinosas.

A día de hoy, existen multitud de empresas especializadas en la selección estratégica de activos financieros para la formación de carteras que, según los tipos de inversores de que se traten, satisfagan las necesidades de los mismos.

La riqueza de este campo, su importancia en el sistema económico actual y el interés que suscita en mi, suponen la motivación necesaria para llevar a cabo este estudio.

3. CARTERA DE VALORES

Una cartera de valores, por lo tanto, hace referencia al proceso de combinación de activos financieros óptimos para cada inversor; donde se obtenga la máxima rentabilidad, el mínimo riesgo y la máxima liquidez.

A la hora de hablar de liquidez diremos que los títulos son altamente susceptibles de convertirse en dinero ya que la gran mayoría cotizan en mercados organizados donde se produce la compra venta de los mismo de forma constante. Po lo tanto, en el análisis de una cartera de valores esta magnitud nos será irrelevante.

Asimismo, nos quedarían dos magnitudes sobre los mismos para su valoración, la rentabilidad y el riesgo. Como ya sabemos, los títulos que tienen una mayor rentabilidad, también llevan asociado un mayor riesgo ya que, de otro modo, nadie invertiría en títulos con un riesgo mayor y una rentabilidad más baja.

Aunque, también, para la selección eficiente de carteras tenemos que tener en cuenta una seria de etapas que hemos identificado a lo largo del estudio de la presente materia y que vamos a emplear pues como esquema para presentar este proyecto:

- *Tipo de inversor.* Todos los inversores buscan maximizar su inversión, pero no todos están dispuestos a asumir el mismo nivel de riesgo.
  Dentro de este nivel podríamos diferenciar tres tipos de inversores:
    - Adversos al riesgo.
    - Propensos al riesgo
    - Neutrales al riesgo.
- *Objetivos de la inversión.* Para ello tenemos que cuantificar numéricamente cuál va a ser la rentabilidad esperada, el nivel de riesgo, la liquidez deseada y el tipo impositivo que afecta a las ganancias obtenidas.
- *Selección estratégica de los activos.* Hace referencia a la forma en la que se va a distribuir el capital a invertir entre los diferentes tipos de activos financieros.

3.1. Tipos de inversores

La problemática principal a la que se enfrenta un individuo radica en la elección entre consumo e inversión. Dado que los recursos disponibles son limitados, el inversor tendrá la disyuntiva de optar por un mayor consumo actual, o por un menor gasto actual que se traducirá en inversión y en un posterior incremento del consumo en el futuro. Estas decisiones se tomarán según la tasa de intercambio, es decir, el precio que obtenga el inversor por postergar su consumo, también denominado tipo de interés o tasa de rendimiento requerido a la inversión.

La asignación de recursos financieros se plantea a partir de la teoría general de la elección; autores como Gary S. Becker[4] o Milton Friedman[5] propusieron como unidad de análisis a un único individuo, siendo éste egoísta por naturaleza, concluyeron que cada sujeto se guía racionalmente por su interés personal independientemente de la elección que deba tomar. Esta actitud observada en un solo individuo es la que puede explicar el comportamiento del mercado en general.

A continuación vamos a proceder a describir los diferentes tipos de inversores que podemos encontrar en el mercado, teniendo en cuenta que el objetivo que persigue todo inversor es obtener la máxima rentabilidad minimizando el riesgo. Pero, a su vez, el mercado es incierto. La incertidumbre hace que la elección de cada individuo esté condicionada por las situaciones externas, y de las cuales no se tiene control (los estados de la naturaleza) resultados de la incertidumbre. Por lo que vamos a valorar a cada inversor en términos de utilidad esperada de su riqueza $E\left[U\left(\widetilde{R}_p\right)\right]$, siendo esto en función de la media, para denotar la rentabilidad, $E\left(\widetilde{R}_p\right)$y de la varianza, para hacer referencia al riesgo $\left(\widetilde{R}_p\right)$ de los rendimientos de los títulos o, en su caso, de carteras, materializada en la siguiente fórmula.

$$E\left[U\left(\widetilde{R}_p\right)\right] = f\left[E\left(\widetilde{R}_p\right), \sigma\left(\widetilde{R}_p\right)\right] \qquad [ec. 1]$$

[4] **Gary Stanley** fue un economista estadounidense y profesor de la Universidad de Chicago. En 1992 recibió el Premio Nobel de Economía por ampliar el rango de comportamientos humanos a nivel microeconómico fuera del mercado.

[5] **Milton Friedman** fue un estadístico, economista e intelectual estadounidense, profesor de la Universidad de Chicago. En 1976 recibió el Premio Nobel de Economía por sus logros en los campos de análisis de consumo, historia y teoría monetaria, y por su demostración de la complejidad de la política de estabilización.

En primer lugar, podemos hablar de *inversores con aversión al riesgo*, éstos serían el grupo más amplio conocido, son aquéllos que prefieren no correr riesgos, y que si tienen que correrlos van a exigir que la rentabilidad sea mucho mayor.

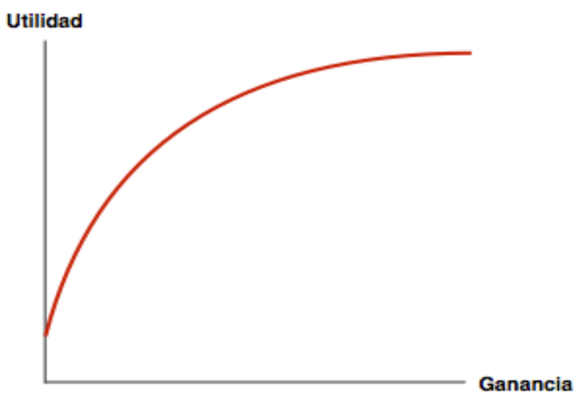
Si hablamos en términos matemáticos su función de utilidad marginal de la riqueza es decreciente, y tal y como vemos en el gráfico 2, su representación es cóncava. Esto es, a este tipo de inversores los incrementos de la riqueza le producen incrementos de la utilidad cada vez menores. Por tanto, podemos definir la función de utilidad de un inversor que tiene aversión al riesgo de la siguiente forma:

$$U\ (W_0) > p * U(W_0 + x) + (1 - p) * U(W_0 + y) \qquad [ec.2]$$

Donde: W_0 representa el nivel de riqueza inicial de un individuo.
p representa la probabilidad de obtener incrementos de la riqueza con valor *x*.
(1-p) representa la probabilidad de obtener incrementos de la riqueza con valor *y*.

Tal que se cumpla que $px + (1 - p)y = 0$

Gráfico 2 . Representación función de utilidad de un inversor adverso al riesgo. Función cóncava.



Fuente: elaboración propia.

A través de la función de utilidad, y de la anterior representación de la misma, podemos observar numérica y gráficamente como se comporta un individuo con aversión al riesgo, pero también debemos que tener en cuenta cuál es su grado de aversión, ya que éste puede variar no sólo en función de los estados de la naturaleza, sino en función de otros factores de importancia para el individuo.

Las *medidas de aversión* nos dan información sobre si un sujeto es más adverso al riesgo que otro, todo esto a través del grado de concavidad de la función de utilidad. El valor absoluto de la curvatura viene determinado por la segunda derivada de la función de utilidad, cuanto mayor es, mayor es la concavidad de la misma, y viceversa. Podemos destacar dos modelos que miden dicha aversión en un sujeto y nos permiten, por tanto, poder realizar comparaciones entre los mismos para determinar qué individuo tiene mayor nivel de aversión al riesgo.

Uno de ellos sería la *Medida de Aversión Absoluta de Arrow*[6] *–Pratt*[7], o también conocida como el coeficiente de aversión absoluta al riesgo, que viene representado por la $ec. 3$; donde se normaliza la segunda derivada de la función de utilidad $U''(W)$ por la primera derivada $U'\ (W)$, para obtener una medida razonable e invariante ante transformaciones afines. En este caso, diríamos que dos individuos tienen la misma aversión al riesgo si los dos están dispuestos a arriesgar la misma cantidad monetaria en términos absolutos, es decir, que depende del nivel de renta inicial de cada uno de los individuos.

$$R_A\,(W) = -\,\frac{U''(W)}{U'\,(W)}$$

$[ec. 3]$

Otra de las medidas sería la Medida de Aversión Relativa de Arrow-Pratt, o también denominada, coeficiente de aversión relativa al riesgo. En esta medida se relaciona la segunda derivada de la función de utilidad $U''(W)$ por la primera derivada $U'\ (W)$, pero en proporción al nivel de riqueza del individuo W. En la $ec. 4$ observamos dicha relación.

$$R_A\,(W) = -\,\frac{U''(W)}{U'\,(W)} * W$$

$[ec. 4]$

[6] **Kenneth Joseph "Ken" Arrow**, Es un economista, escritor y teórico político estadounidense, ganador del premio Nobel de Economía en 1972. Actualmente profesor de Economía y de Investigación de Operaciones emérito de la Universidad de Stanford; fundador de la Academia Pontificia de las Ciencias Sociales; y miembro de la Junta de Ciencias del Instituto de Santa Fe.

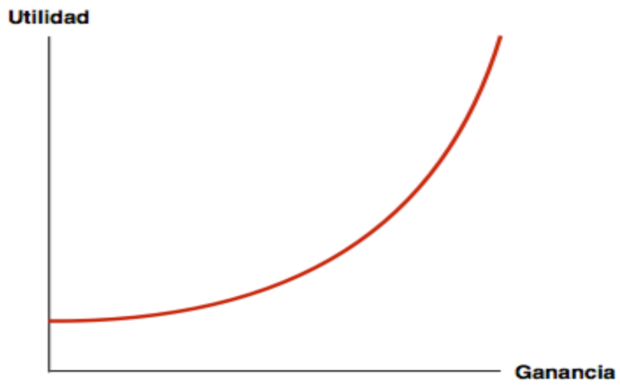
[7] **John Winsor Pratt**. Profesor de administración de empresas, emérito, de Harvard Business School, educado en Princeton y Stanford y especializado en matemáticas y estadística. Actualmente editor de la revista de Asociación Americana de Estadística, y presidente de la Academia Nacional de las Ciencias. Co-autor del libro Introduction to Statistical Decision Theory, publicado por MIT Press, en el año1995.

En segundo lugar, hablamos de inversores propensos al riesgo o también llamados amantes del riesgo; son aquellos que la ganancia de x cantidad de dinero cada vez les produce incrementos de la función de utilidad mayores, siendo capaces de soportar un nivel de riesgo más alto con tal de obtener ganancias superiores. Dicha relación viene establecida en la siguiente función de utilidad:

$$U\ (W_0\,) = U\big(p * (W_0 + x) + (1-p) * (W_0 + y)\big) < \ p * U(W_0 + x) + (1-p) * U(W_0 + y) \quad [ec.5]$$

La representación de la función de utilidad de un inversor que carece de aversión al riesgo (Gráfico 3) como podemos observar, es la de una función convexa.

Gráfico 3. Representación de la función de utilidad de un inversor propenso al riesgo.



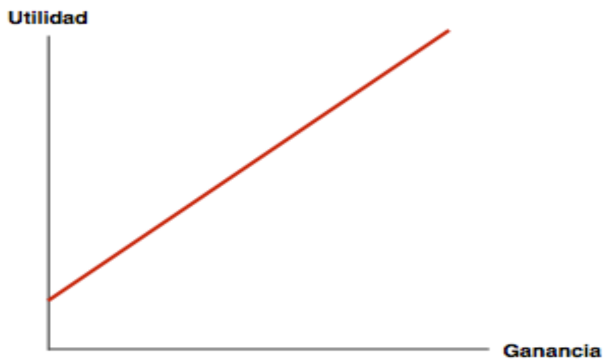
Fuente: elaboración propia.

En tercer lugar, tenemos los *inversores neutrales al riesgo*, lo cual significa que el individuo prefiere indistintamente más riqueza o menos, pero la utilidad marginal de la misma ni crece ni decrece, es constante. En la siguiente ecuación matemática queda reflejada la relación en términos de la función de utilidad.

$$U\ (W_0\,) = U\big(p * (W_0 + x) + (1-p) * (W_0 + y)\big) = \ p * U(W_0 + x) + (1-p) * U(W_0 + y) \quad [ec.6]$$

La representación de esta función (Gráfico 4) es la de una recta, donde el incremento o la pérdida de cierta cantidad monetaria produce siempre el mismo incremento de utilidad.

Gráfico 4. Representación de la función de utilidad de un inversor neutral al riesgo.



Fuente: elaboración propia.

3.2. Objetivos de la inversión

Primeramente vamos a tratar de acercarnos a la definición del concepto de inversión. Para el autor Massé[8], "*la inversión es un acto mediante el cual se produce el cambio de una satisfacción inmediata y cierta a la que se renuncia, contra una esperanza que se adquiere y de la cual el bien invertido es el soporte*." [9]. Mediante esta definición, en sentido amplio, podemos extraer cuales son los elementos principales de toda inversión:

En primer lugar, el autor habla de "acto", es decir, aquella acción u obra que realiza una persona, por lo tanto, podemos desprender de la definición que el actor de toda inversión es una persona, física o jurídica.

En segundo lugar, "…cambio de satisfacción inmediata y cierta a la que se renuncia…", en este caso Massé habla del coste, tanto de capital como de oportunidad, que toda inversión requiere para poder llevarse a cabo. En nuestro estudio trataremos solo el coste económico de la misma ya que el coste de oportunidad trata de aquello a lo que un individuo en concreto renuncia en un momento del tiempo determinado, por lo que es único para cada persona. Además, este coste tiene como finalidad la esperanza de obtener una contrapartida futura superior a la actual, de forma que quede compensado el gasto presente con una retribución próxima superior.

En tercer lugar, tenemos que "…el bien invertido es el soporte.", por lo tanto, podemos señalar también como elemento de la inversión el objeto en el que se invierte ya que se adquiere la titularidad de dicho bien.

Siguiendo a otros autores, como Couvreur, podemos definir inversión como "el cambio de una cantidad presente contra la esperanza de unos ingresos futuros" [10]. Esta definición se centra principalmente en solo uno de los elementos vistos anteriormente, el coste, tratando de dar un enfoque puramente económico al concepto de inversión.

[8] **Pierre Massé** fue un economista y alto funcionario francés; interesado en la teoría de la depreciación económica, de la programación dinámica y de la productividad total de los factores. Su publicación económica principal fue *La elección de la inversión, criterios y métodos (1963)*.

[9] Massé, P. (1963): "La elección de las inversiones. Criterios y métodos.", Sagitario, Barcelona, p.1

[10] **Courveur, J.P.** (1978) "La décision d'invertir et la politique de l'entrepise", EME, París, p.15

Dada ya una definición de inversión vamos a tratar de acercarnos al objetivo primordial de la inversión que no va a ser otro que cuantificar, desde un punto de vista numérico, la rentabilidad esperada, el nivel de riesgo adecuado, la liquidez que se pretende obtener y el tipo impositivo afecto a las rentas adquiridas.

A la vista de estos objetivos y con el fin de poder cuantificar los mismos, vamos a denominar t=0 al período inicial de la inversión. En este momento primero, el inversor va a tener que elegir aquellos activos en los que va a querer invertir y que va a tener que mantener hasta el período t=1, es decir, hasta el final de la inversión. Como ya hemos visto anteriormente, una cartera de valores es el conjunto de activos financieros seleccionados para llevar a cabo una inversión rentable en los mismos, por lo tanto, una cartera de valores óptima, hace referencia a aquella combinación de activos adecuada al nivel de riesgo exigido por el inversor; de esta decisión relativa a la elección de activos surge el problema de *selección de carteras*. Pero de esta combinación de valores el inversor no tiene la total certeza de conocer cuál va a ser la rentabilidad obtenida, ya que ésta es desconocida, aunque sí podemos estimar cuál va a ser el rendimiento esperado, pudiendo así crear una combinación de activos con mayor rendimiento esperado, pero, como ya conocemos, además minimizando el riesgo, ya que aquellas inversiones que tienen un mayor rendimiento esperado son las que soportan un mayor riesgo, y por ende, los inversores son adversos al riesgo.

Esta contrariedad fue resuelta por Harry Markowitz en su artículo *Portfolio Selection* publicado en *The Journal of Finance* en el año 1952, donde expone que la conducta racional del inversor persigue mayormente maximizar el rendimiento esperado, minimizando, al mismo tiempo, el riesgo, poniendo especial énfasis en demostrar que para poder integrar una cartera de inversión equilibrada lo más importante es la diversificación, ya que al operar en diferentes mercados y con plazos heterogéneos, se disminuyen las fluctuaciones en la rentabilidad total de la cartera y, por lo tanto, también del riesgo. La optimización de la combinación rendimiento-riesgo de una cartera propuesta en el modelo de Markowitz se obtiene a través de la esperanza matemática de ganancia y de la varianza, o de la desviación típica; este modelo se conoce también como media-varianza.

Pero antes de analizar una cartera de activos, vamos a obtener matemáticamente la rentabilidad esperada y riesgo de un título en particular, posteriormente, analizaremos los mismos resultados respecto de una cartera de valores.

3.2.1. Rendimiento y riesgo de un título

3.2.1.1. Rendimiento de un título

El rendimiento o rentabilidad es el motivo principal para que un individuo realice una inversión, ya que representa la ganancia por unidad monetaria invertida, esta ganancia puede provenir del cobro de dividendos, o de intereses en el caso de renta fija, devoluciones de nominal o de prima de emisión de acciones, ganancias en las ampliaciones de capital y de plusvalías por el aumento de la cotización de los títulos.

Cuando hacemos referencia al rendimiento podemos diferenciar entre rentabilidad obtenida, es decir, de una inversión ya expirada y de la que tenemos datos conocidos con certeza, como la inversión inicial y los cobros y pagos ulteriores; también podemos hablar de rentabilidad esperada, en este caso es desconocida y sólo podrá aproximarse mediante cálculos probabilísticos, teniendo en cuenta los factores que pueden afectar a la misma. La rentabilidad que se espera obtener de un título depende negativamente de la situación de incertidumbre o no a la que esté sometida la economía en dicho momento. De esta forma, si nos encontramos en un ambiente de certeza el rendimiento esperado, aquel que hemos calculado que el inversor puede obtener, coincidirá con el realmente obtenido, así, aquél título que proporcione la mayor ganancia esperada será el que finalmente elegirá el inversor.

Pero la realidad dista mucho de esta situación idónea, dado que la existencia de riesgo provoca que raramente la inversión coincida con su valor esperado. Todos los activos financieros que cotizan en el mercado de valores están sujetos a un riesgo, aunque, a diferentes tipos de activos, diferente nivel de riesgo. No obstante, la variable riesgo siempre actúa de la misma manera, su efecto provoca que los rendimientos actuales de un inversor sean diferentes de los esperados por el mismo en el momento de la adquisición del título.

Por este motivo, el inversor necesita poder cuantificar para cada activo tanto el rendimiento incierto como el nivel de dicha incertidumbre, antes de tomar una decisión sobre la inversión a efectuar. Una vez realizado lo anterior, según sea su actitud hacia las diferentes combinaciones rendimiento-riesgo, elegirá aquélla que mejor se adapte a sus expectativas.

Cálculo del rendimiento de un título

El rendimiento de un activo financiero $R_{i\,t}$ en un período de tiempo y en un escenario de certidumbre se calcula de la siguiente forma:

$$R_{it} = \frac{D_{it} + P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}} = \underbrace{\frac{D_{it}}{P_{it-1}}}_{\text{Rentabilidad por dividendos}} + \underbrace{\frac{P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}}}_{\text{Ganancia de capital}} \qquad [ec.7]$$

Donde: R_{it} representa el rendimiento del título i en el período t.

D_{it} representa el dividendo recibido durante el período t.

P_{it} indica el precio del activo financiero i al final del período t.

P_{it-1} indica el precio del activo financiero a principio del período t.

El rendimiento de un activo financiero puede ser calculado ex-post[11], de manera que éste será conocido con certeza y hace referencia a R_{it}; o ex-ante[12], donde éste simplemente será un rendimiento esperado, E_{it}[13], debido a la ya comentada aparición del riesgo en toda inversión y para su cuantificación tendremos que emplear probabilidades. Una vez que disponemos de la distribución de probabilidad de los posibles rendimientos del título en cuestión procederemos a calcular su valor esperado utilizando la esperanza matemática o media:

$$E_{it} = \sum_{i}^{n} p_i \; R_i \qquad [ec.8]$$

Donde: p_i es la probabilidad de ocurrencia.

R_i la rentabilidad del titulo i.

[11] El término ex – post es una locución latina que significa “después del hecho”. Wikipedia

[12] El término ex – ante es una palabra neolatina que significa “antes del suceso”, a veces también escrito ex ante o exante.

[13] En la $ec.1$ designamos a la rentabilidad esperada como $E(\widetilde{R}_p)$, pero para agilizar la nomenclatura designaremos E para referirnos a la misma.

Ejemplo 1: En la siguiente tabla disponemos de los datos relativos al rendimiento de dos empresas, X e Y, calculados a través de las series de precios durante un tiempo determinado. Los datos se encuentran agrupados según sus probabilidades.

Gráfico 5. Tabla de rendimiento/probabilidad de dos empresas X e Y para un ejercicio de ejemplo.

Rendimiento/ Probabilidad	**25%**	**50%**	**25%**
Empresa X	20%	10%	0%
Empresa Y	45%	25%	5%

Fuente: elaboración propia.

El rendimiento esperado del título de la empresa X se calcularía de la siguiente forma:

$$E_X = 20\% \text{ x } 0{,}25 + 10\% \text{ x } 0{,}50 + 0\% \text{ x } 0{,}25 = 10\%$$

Y el rendimiento esperado del título de la empresa Y se calcularía así:

$$E_Y = 45\% \text{ x } 0{,}25 + 25\% \text{ x } 0{,}50 + 5\% \text{ x } 0{,}25 = 25\%$$

En conclusión, el rendimiento esperado es la tasa de rendimiento que un inversor tiene la esperanza de recibir a la hora de invertir en un proyecto, o bien, el valor promedio de la distribución de probabilidades de los rendimientos posibles.

3.2.1.2. Riesgo de un título

La palabra riesgo proviene del latín "*risicare*" que significa "arriesgar, atreverse". En finanzas, el concepto de riesgo está relacionado con la posibilidad de que ocurra un hecho que se traduzca en pérdidas para aquellos que operan en mercados financieros, tales como inversores, deudores o entidades financieras. Éste puede afectar principalmente a los dividendos de las acciones, a las obligaciones, por el riesgo de insolvencia, o bien, puede deberse a la inflación, a la imprevisibilidad en los tipos de interés, variabilidad de los precios de mercado o incertidumbre en los dividendos.

Siguiendo al autor Juan José Durán Herrera[14] (1992) podemos distinguir entre dos tipos de riesgo: el riesgo atribuible a la empresa, o lo que es lo mismo riesgo no-sistemático y el riesgo de mercado o sistemático.

El riesgo atribuible a la empresa, no-sistemático, sería principalmente el de insolvencia, por incumplimiento de pagos o mala gestión empresarial, ya que éste depende de las características específicas de la entidad o empresa emisora, de la naturaleza de su actividad productiva, de la competencia de la gerencia, solvencia financiera, etc.

El riesgo de mercado, sistemático, es aquel que no depende de las características intrínsecas del título, sino de otros factores, como la inflación, el cambio en los tipos de interés, en los tipos de cambio, en el precio de las mercancías, es decir, de la coyuntura económica en general, y que inciden directamente sobre el comportamiento de los precios en el mercado de valores.

Basándonos en otros autores encontramos una clasificación de los tipos de riesgo existentes más amplia, como por ejemplo la efectuada por Juan Pablo Zorilla Salgador[15] en su artículo "La Administración de Riesgos Financieros" que sigue además a Fragoso y otros[16], y que se muestra en la siguiente tabla.

---

[14] **Juan José Durán Herrera.** Director del Centro Internacional Carlos V y Catedrático de Economía Financiera de la Universidad Autónoma de Madrid.

[15] **Juan Pablo Zorilla Salgador.** Licenciado en Economía por la Universidad Veracruzana. *"La administración de riesgos financieros en las Pymes de exportación"* en Contribuciones a la Economía, noviembre 2003 en http://www.eumed.net/ce/

[16] **Fragoso**, J.C. (2002). "Análisis y Administración de Riesgos Financieros", Capítulo 13 y otros: **Lewent** Judy C. y A. John Kearney (1990). "Identifying, Measuring, and Hedging Currency Risk at Merck". *Continental Bank Journal of Applied Corporate Finance 2*, pp. 19-28; EE.UU; **Jorion**, Philippe, Valor en riesgo. Edita Limusa, México (1999); **Baca**, Gómez Antonio "La Administración de Riesgos Financieros". Articulo tomado de la revista *Ejecutivos de Finanzas*, publicación mensual, Año XXVI, No. 11, Noviembre, México (1997) y, **Díaz**, Tinoco Jaime y Fausto Hernández Trillo, Futuros y opciones financieros. Edita Limusa, México. (1996)

Gráfico 6. Cuadro resumen de los diferentes tipos de riesgo.

TIPO DE RIESGO	DEFINICIÓN
Riesgo de mercado	Se deriva de la inestabilidad en la coyuntura económica que deriva en cambios en los precios de activos y pasivos.
Riesgo de crédito	Incumplimiento de las obligaciones contractuales.
Riesgo de liquidez o de financiación	Pérdida de la capacidad de disponer de recursos para hacer frente a las obligaciones del pasivo.
Riesgo de transacción	Asociado al cambio de moneda en operaciones como importaciones, exportaciones, capital extranjero y préstamos.
Riesgo de traducción	Surge al hacer la conversión de estados financieros de una moneda extranjera a la nacional.
Riesgo legal	Está relacionado con las leyes y normas vigentes
Riesgo de carácter tecnológico	Se presenta por la obsolescencia tecnológica o por daños ambientales.
Riesgo organizacional	Surge por la ineficiencia de la organización interna.
Riesgo económico	Asociado con la pérdida de ventaja competitiva, declinación de la situación financiera o disminución del capital.

Fuente: elaboración propia

En definitiva, el riesgo, parte principalmente de la incertidumbre que existe sobre los cambios de valor en los activos financieros, y así pues, tenemos que a mayor incertidumbre, mayor riesgo.

Cálculo del riesgo de un título

En las todas las operaciones de inversión hemos estudiado que existe un nivel incertidumbre asociado al comportamiento de variables económicas que afectan a la operación, por tanto, y para tratar de dar solución a este hecho, tenemos que asociar los posibles resultados a una determinada probabilidad de ocurrencia, denominada distribución de probabilidad. Esto es, en términos técnicos, un modelo matemático que asocia valores de una variable aleatoria con sus respectivas probabilidades de ocurrencia. En la distribución de probabilidad, a cada resultado posible se le asigna una probabilidad y la suma de todas las probabilidades es igual a 1. Los pronósticos de los resultados pueden asociarse a varios posibles escenarios futuros, la mejor estimación sería la forma optimista, la estimación más probable que sería la forma realista, o la peor estimación, forma pesimista. Estos escenarios están íntimamente relacionados con la coyuntura económica en general, si ésta se encuentra en auge, estado normal o en recesión, aunque cabe destacar que no es éste el único factor que limita la distribución de probabilidad.

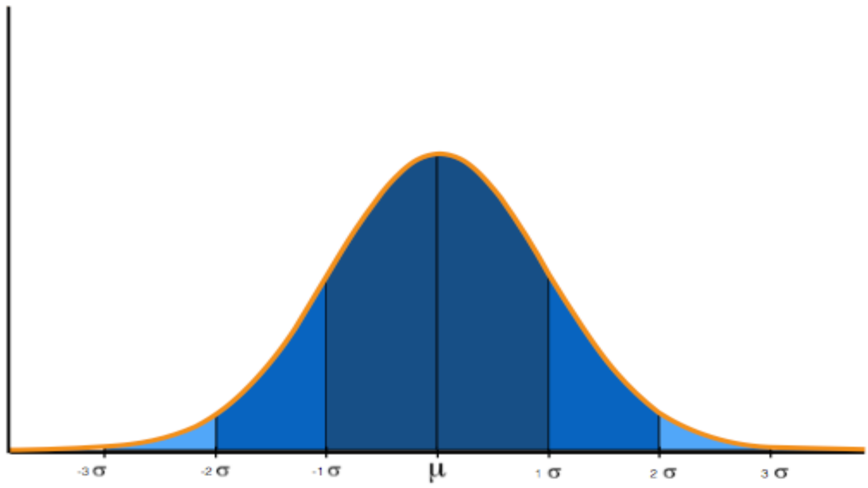
Existen dos tipos de cálculo de distribución de probabilidad, la primera es la distribución de probabilidad discreta[17], en la que se identifican un número limitado de posibles resultados. No obstante, en el contexto financiero se pueden presentar n resultados con determinada probabilidad de ocurrencia, por lo que no será ésta la distribución a emplear. De manera que, tendremos que desarrollar una distribución de probabilidad continua[18] en la que la variable aleatoria puede ser cualquier valor en un intervalo, que puede oscilar entre cuantiosas pérdidas hasta ganancias significativas. La distribución de probabilidad que tienden a seguir los posibles rendimientos de muchas operaciones financieras es la distribución de probabilidad normal (continua), caracterizada, en su representación, por una curva simétrica en forma de campana, con una curtosis[19] igual a 3, donde 68.26% de la distribución equivale a una desviación estándar (a la derecha o a la izquierda) del rendimiento esperado, el 95.44% dos desviaciones estándar y el 99.74% tres desviaciones estándar, tal y como se ilustra en la gráfica.

[17] Distribuciones de probabilidad discreta más conocidas: Bernouilli, Binomial y Poisson.

[18] Distribuciones de probabilidad continua más conocidas: Normal, Exponencial y Uniforme.

[19] La curtosis es una medida de la forma que analiza el grado de concentración que presentan los valores alrededor de la zona central de la distribución.

Gráfico 7. Representación función de distribución de una Normal.



Fuente: elaboración propia.

Precisamente por ello sabemos que la herramienta estadística utilizada para el cálculo del riesgo de un título es la desviación típica o la varianza. Este instrumento cumple, en sentido estricto, solo una de las dos nociones que engloba el riesgo, la de la incertidumbre ante el resultado final de la inversión, pero sabemos que si la distribución de probabilidad es simétrica respecto de la media, esto es una distribución normal en la que la probabilidad acumulada a la derecha es la misma que la de la izquierda respecto del punto medio. Entonces podemos afirmar que cuanto mayor sea la desviación típica mayor será el riesgo de la inversión. De esta forma, queda resuelta la segunda de las nociones que engloba el riesgo, cuantificar la posibilidad de obtener un resultado negativo en la inversión. Recordemos que la desviación típica es una medida de dispersión que muestra la desviación que presentan los datos respecto de la media aritmética para poder obtener así una visión de los mismos más acorde con la realidad e interpretarlos para la toma de decisiones.

Para proceder al cálculo numérico del riesgo utilizaremos la varianza, que como ya sabemos, es simplemente la desviación típica elevada al cuadrado. Se calcula de la siguiente forma:

I. En primer lugar, se calculan las diferencias entre cada posible valor de la rentabilidad y la rentabilidad media.

II. Posteriormente esas desviaciones se elevan la cuadrado para que éstas no se compensen entre sí. Dado que las diferencias que hemos calculado pueden tener tanto signo positivo como negativo , si éstas no se elevan al cuadrado al obtener el promedio se podrían anular entre sí, haciendo que a la hora de interpretar los datos tengamos una variabilidad de los resultados nula, y en realidad esto no sea así.

III. En último lugar, estos resultados se multiplican por sus respectivas probabilidades de ocurrencia para obtener así un valor promedio.

$$\sigma^2(R_i) = \sum [R_i - E(R_i)]\,^\wedge 2p_I$$

$$[ec. 8]$$

Dado que la rentabilidad media $\left(E(\tilde{R}_i)\right)$ viene normalmente expresada en términos de porcentaje, entonces $\sigma^2(\tilde{R}_i)$, al tratarse de desviaciones al cuadrado, vendrá expresada como un porcentaje al cuadrado. Por esto motivo trabajamos con la desviación típica como medida del riesgo, ya que conseguimos que ambas medidas (la media y la desviación típica) estén expresadas en porcentajes.

Ejemplo 2: Siguiendo con los datos del ejemplo 1, vamos a calcular el riesgo de sus acciones medido ahora por su desviación típica.

- Riesgo del título A:

$$\sigma^2(R_A) = [20\% - 10\%]^2 * 0{,}25 + [20\% - 10\%]^2 * 0{,}50 + [0 - 10\%]^2 * 0{,}25$$
$$\sigma^2(R_A) = 50\%_0$$
$$\sigma(R_A) = 7{,}10\%$$

- Riesgo del título B:

$$\sigma^2(R_B) = [45\% - 25\%]^2 * 0{,}25 + [25\% - 25\%]^2 * 0{,}50 + [5\% - 25\%]^2 * 0{,}25$$
$$\sigma^2(R_B) = 200\%_0$$
$$\sigma(R_B) = 14{,}10\%$$

En el ejemplo anterior podemos observar que el riesgo del título B es mayor que el del título A, de forma que:

$$\sigma^2(R_A) < \sigma^2(R_B)$$

3.2.2. Rendimiento y riesgo de una cartera

Una cartera de valores, como ya hemos visto anteriormente, es la combinación de diferentes activos financieros en los cuales un sujeto compromete una determinada cantidad monetaria, con la esperanza de obtener un beneficio futuro.
Una vez que el inversor ya ha realizado el cálculo del rendimiento esperado y del riesgo de cada activo en particular, tal y como hemos detallado en el apartado anterior, deberá realizar el cálculo para el rendimiento y riesgo de las distintas combinaciones de activos que pueden conformar la cartera.

De manera que esta composición quedará establecida una vez que se defina:

I. Qué títulos van a componer la cartera.

II. La cantidad de cada uno de ellos.

La cantidad de cada uno de los títulos elegidos vendrá determinada mediante ponderaciones individuales a cada título expresadas en forma de porcentajes que nos indican la cantidad del presupuesto que se compromete a cada uno de ellos. De esta forma se cumple que:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = \sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$

$[ec. 10]$

Donde x_i hace referencia al peso sobre el total que tiene cada uno de los N títulos que conforman la cartera, y que evidentemente, el sumatorio de todos ellos tienen que ser igual al 100% de los recursos invertidos.

3.2.2.1. Rendimiento de una cartera

El rendimiento de una cartera muestra la rentabilidad obtenida por término medio por cada unidad monetaria invertida en la cartera durante un determinado período de tiempo. De forma que, el rendimiento o rentabilidad obtenida por término medio, vendrá dada por la media aritmética ponderada para cada título.

En este caso podemos calcular dicha media en dos momentos diferentes del tiempo, para un ambiente de certeza, es decir, ex-post, por lo que calcularemos la media con datos reales, es decir, ya conocemos la rentabilidad que ha obtenido el inversor porque nos estamos refiriendo a un momento pasado del tiempo. O, por el contrario, podemos calcular la media aritmética en un ambiente de incertidumbre, es decir, ex-ante por lo que en este caso estaremos utilizando las esperanzas de rentabilidad de cada uno de los títulos que componen la cartera.

Ex-post $$R_p = x_1R_1 + x_2R_2 + x_3R_3 + \cdots + x_nR_n \qquad [ec. 11]$$

Ex-ante $$E_p = x_1E_1 + x_2E_2 + x_3E_3 + \cdots + x_nE_n \qquad [ec. 12]$$

Donde X_n es la fracción del presupuesto de inversión de la inversión, además la suma debe ser igual a su unidad para ambos casos y n hace referencia al número de valores que componen la cartera. Del análisis en un ambiente de certidumbre tenemos que R_i representa el rendimiento ex-post de cada título. Por el contrario, en un ambiente de incertidumbre, tenemos E_i, que hace referencia a la esperanza del rendimiento de cada de los mismo títulos.

Así, para calcular el rendimiento esperado de una cartera compuesta por n activos financieros podremos utilizar un vector de rendimientos esperados compuesto por una columna de números donde cada fila representa el rendimiento esperado de un activo de la cartera. De manera que, la contribución de cada activo de la cartera dependerá de su rendimiento esperado y de la parte proporcional del valor de mercado inicial de la cartera. Por ejemplo, para una cartera de tres títulos:

$$E_i = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5\% \\ 10\% \\ 15\% \end{bmatrix} \qquad [ec. 13]$$

De esta forma, aquel inversor que desee obtener el máximo rendimiento deberá invertir todo su presupuesto en el activo que proporcione mayor rendimiento esperado, este es E_3 = 15%. Pero como ya hemos analizado anteriormente, éste sería el activo financiero cargado de mayor riesgo[20], así que aquellos inversores que no estén dispuesto a soportar un alto nivel de riesgo tendrán que adoptar otras políticas, como las de diversificación de carteras, que procederemos a analizar más adelante.

[20] Véase el apartado *Rentabilidad y riesgo de un título*, pág 13.

3.2.2.2. Riesgo de una cartera

El riesgo de una cartera se mide a través de la varianza de su rendimiento esperado E_p de los activos financieros que integran la cartera p. Dado que de un activo financiero podemos calcular las rentabilidades diarias, semanales, mensuales, etc., si elaboramos un histograma de frecuencias de esas rentabilidades podremos obtener una media y una desviación típica, de manera que esa media expresará el resultado medio a esperar y la desviación, típica, si tomamos las frecuencias como probabilidades, indicará la posibilidad de que el valor obtenido se encuentre en un intervalo a derecha e izquierda de la media. Evidentemente este cálculo sólo puede realizarse ex-ante, en el momento t_0, ya que si estuviésemos en un ambiente de certeza no existiría el riesgo. El riesgo o varianza de una cartera p con n títulos se calcularía así:

$$\sigma_p^2 = x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + \cdots + x_n^2\sigma_n^2 + 2\,x_1x_2\sigma_{1\,2} + 2\,x_1x_3\sigma_{1\,3} + \cdots + 2\,x_{n-1}x_n\sigma_{(n-1)n}$$
$$= \sum\sum x_i\,x_j\sigma_{i\,j} \qquad [ec.14]$$

Donde $\sigma_{i\,j}$ representa la covarianza[21] del rendimiento del activo i con el rendimiento del activo j.

En nuestro caso, la covarianza nos va a ayudar a saber si los rendimientos de dos activos financieros se mueven conjuntamente, de manera que si:

- $\sigma_{i\,j} > 0$ Los rendimientos se moverán en el mismo sentido.
- $\sigma_{i\,j} < 0$ Los rendimientos se moverán en sentido opuesto.
- $\sigma_{i\,j} = 0$ Los rendimientos tienen ausencia de relación.

Otra forma de cuantificar la varianza es a través del coeficiente de correlación de Pearson[22]. La covarianza es igual al producto de las desviaciones típicas de los rendimientos multiplicado por el coeficiente de correlación entre ambos títulos, este es el coeficiente de correlación de Pearson, expresado en la siguiente fórmula matemática:

$$\rho\colon x, y = \frac{\sigma xy}{\sigma x \sigma y} \qquad [ec.15]$$

[21] Valor que indica el grado de variación conjunta de dos variables aleatorias.

[22] Medida de la relación lineal entre dos variables aleatorias cuantitativas.

El coeficiente de correlación de Pearson reescala la varianza para facilitar la comparación con valores de otras variables aleatorias. Su valor oscila entre 1 y -1, siendo:

- $\rho = 1$ *Correlación perfectamente positiva.*

  Un ejemplo de activos con esta correlación serían los títulos de una misma empresa o de distintas que han comenzado un proceso de fusión.

  Ejemplo 3. Seguimos el caso trabajado en el ejemplo 1 y 2.

$$E_p = x_x E_x + x_y E_y = 0{,}50 * 10\% + 0{,}50 * 25\% = 17{,}50\%$$

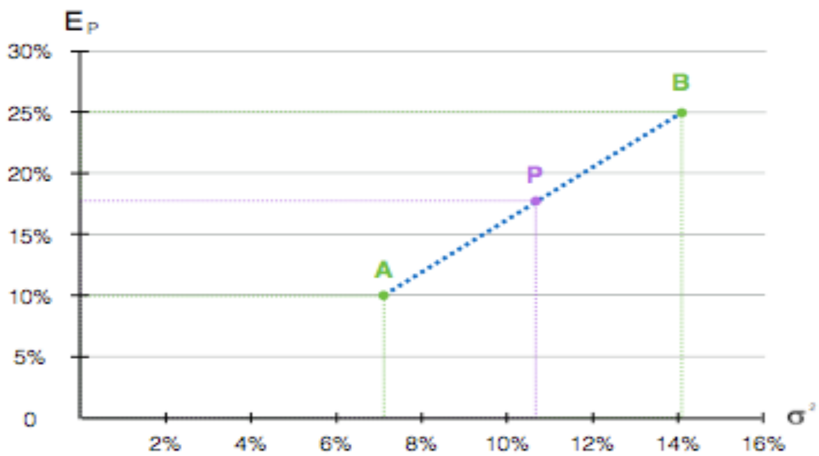
$$\sigma_p^2 = x_x^2 \sigma_x^2 + x_y^2 \sigma_y^2 + 2 x_x x_y \sigma_{x\,y} = \left[x_x \sigma_x + x_y \sigma_y\right]^2 =$$

$$= [0{,}50 * 7{,}1\% + 0{,}50 * 14{,}1\%] =$$

$$= 112{,}60\%_0$$

$$\sigma_p = 10{,}6\%$$

Gráfico 8. Pearson correlación perfectamente positiva.



Fuente elaboración propia.

- $\rho = -1$ *Correlación perfectamente negativa.*

  En este supuesto el rendimiento de cada activo es completamente opuesto al del otro. Este caso es difícil que se dé en la práctica.

  Ejemplo 4. Seguimos el caso trabajado en el ejemplo 1 y 2.

$$E_p = x_x E_x + x_y E_y = 0{,}50 * 10\% + 0{,}50 * 25\% = 17{,}50\%$$

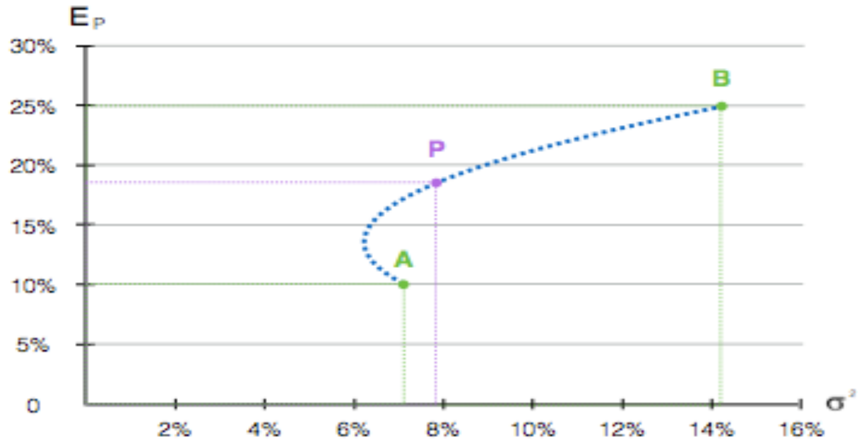
$$\sigma_p^2 = x_x^2 \sigma_x^2 + x_y^2 \sigma_y^2 + 2 x_x x_y \sigma_{x\,y} = x_x^2 \sigma_x^2 + x_y^2 \sigma_y^2 =$$

$$= [0{,}50\text{^}2 * 7{,}1\%\text{^}2 + 0{,}50\text{^}2 * 14{,}1\%\text{^}2] =$$

$$= 62{,}50\%_0$$

$$\sigma_p = 7{,}9\%$$

Gráfico 9. Pearson correlación perfectamente negativa.



Fuente elaboración propia.

- $\rho = 0$ *Correlación nula.*

  Indica que los rendimientos de ambos activos son independientes de sí al no estar afectados por factores comunes y cualquier comportamiento similar es fruto del azar.

Ejemplo 5. Seguimos el caso trabajado en el ejemplo 1 y 2.

$$E_p = x_x E_x + x_y E_y = 0{,}50 * 10\% + 0{,}50 * 25\% = 17{,}50\%$$

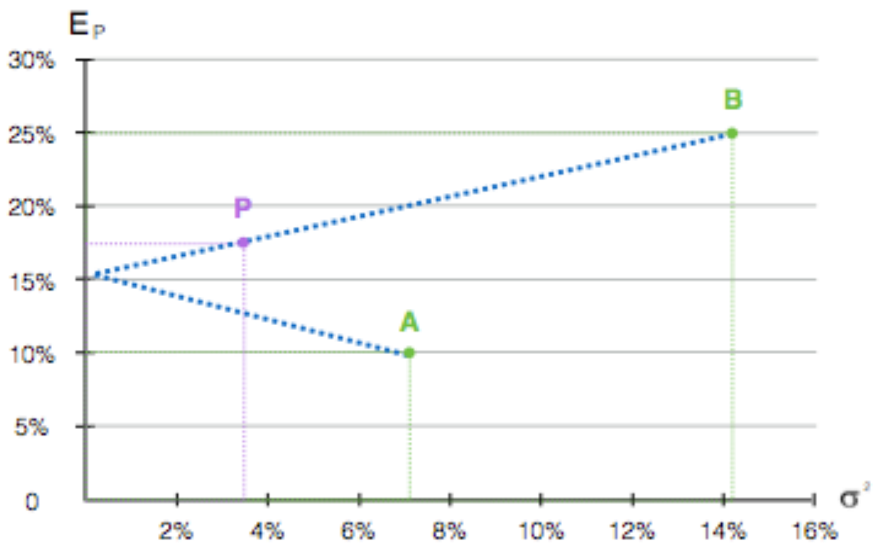
$$\sigma_p^2 = x_x^2 \sigma_x^2 + x_y^2 \sigma_y^2 - 2x_x x_y \sigma_{x\,y} = [x_x \sigma_x - x_y \sigma_y]^\wedge 2 =$$

$$= [0{,}50 * 7{,}1\% + 0{,}50 * 14{,}1\%]^\wedge 2 =$$

$$= 12{,}25\%_0$$

$$\sigma_p = 3{,}5\%$$

Gráfico 10. Pearson correlación nula.



Fuente elaboración propia.

Al igual que en el caso del rendimiento existía un vector de rendimientos esperados, para el riesgo de una cartera podemos definir una matriz de varianzas y covarianzas, tal y como podemos observar a continuación como ejemplo para tres activos financieros:

$$\sigma_{i\,j} = \begin{bmatrix} \sigma_{1\,1}^2 & \sigma_{1\,2} & \sigma_{1\,3} \\ \sigma_{2\,1} & \sigma_{2\,2}^2 & \sigma_{2\,3} \\ \sigma_{3\,1} & \sigma_{3\,2} & \sigma_{3\,3}^2 \end{bmatrix} \qquad [ec. 16]$$

Donde la diagonal principal representa las varianzas de cada título y en los lados de la matriz (arriba y debajo de la diagonal principal) tenemos las covarianzas, formando así una matriz simétrica de 3x3.

Ejemplo 6. ¿Cuántas estimaciones necesitamos para formar una cartera que integre unas 70 acciones cotizadas en un mercado organizado?

Para calcular la combinación de rendimiento – riesgo de una cartera según éste procedimiento necesitamos n esperanzas matemáticas del rendimiento, n varianzas y $(n^2 - n)/2$ covarianzas. De forma que para una cartera de 70 títulos necesitaremos:

$$70 + 70 + \frac{4.900 - 70}{2} = 2.555\ valores.$$

Sabemos que para la mayoría de títulos financieros el valor de la correlación oscila en el rango comprendido entre 0,5 y 0,7; bajo dichas condiciones se reduce el riesgo de la cartera, pero éste no se elimina totalmente por la existencia del riesgo no diversificable, es decir, el riesgo de mercado o sistemático. Como hemos visto en el apartado anterior las causas del mismo serían la inflación, la variabilidad de los tipos de interés, del tipo de cambio, de los precios de las mercancías, en resumen, todos aquellos factores que forman parte de la coyuntura económica en general y que pueden incidir sobre el comportamiento de los precios en el mercado de valores.

De otra parte, tenemos el riesgo no sistemático, o diversificable, como por ejemplo, el riesgo del proyecto, indicativo de la posibilidad de equivocarse al calcular la demanda esperada de un producto; el riesgo competitivo, indicativo de la dificultad de calcular la fuerza de la competencia; o el riesgo del sector, indicativo de las variaciones del rendimiento debidas a variables que afectan exclusivamente al sector en el que opera la compañía. A través de la diversificación apropiada de activos financieros diversos autores han tratado de minimizar o incluso eliminar el riesgo sistemático. En el siguiente apartado *“Selección de carteras”*[23] del presente documento procederemos a analizar algunas de estas teorías para la gestión de un portfolio.

En este apéndice hemos demostrado cuál es la forma matemática de calcular el riesgo de una cartera de valores. Esta medida del riesgo fue propuesta por Harry Markovitz en el año 1952 y se mantuvo hasta final de la década de los años ochenta y principios de los noventa, cuando a raíz de la crisis financiera, quedó en evidencia que ésta era más bien una forma de cuantificar la incertidumbre y no el riesgo, y se vio la necesidad de emplear como medida del riesgo las pérdidas potenciales con una cierta probabilidad de ocurrencia.

Actualmente, existen diversos métodos basados en estas teorías, pero vamos a proceder a analizar de forma somera un par de ellos a modo de disponer de mayor información sobre nuestro caso de estudio.

[23] 2.3. Selección Estratégica de Activos, pág. 32

3.2.2.3. Otras medidas del riesgo

3. 2. 2. 3. 1. Valor en Riesgo – VaR[24]

La técnica del Valor en Riesgo es una metodología que permite homogeneizar el cálculo de los diferentes riesgos de los activos financieros. Asociando probabilidades a las diferentes pérdidas potenciales podremos cuantificar cuál es la máxima pérdida posible en una posición durante un intervalo de tiempo concreto y para un nivel de confianza escogido por el inversor. Todo esto asumiendo mercados normales, y que además, no se produce negociación en la cartera.

$$VaR_\alpha = inf\{l \in \Re: P(L > l) \leq 1 - \alpha\} = inf\{l \in \Re: F_L(l) \geq \alpha\} \qquad [ec. 17]$$

Dado cierto nivel de confianza $\alpha \in (0,1)$ el VaR de la cartera para un nivel de confianza α es dado por el número más pequeño de l tal que la probabilidad de que la pérdida L exceda el valor l no sea mayor a $(1 - \alpha\ )$.

Según el profesor de Economía Financiera de la Universidad Complutense de Madrid, Ignacio López Domínguez en un artículo publicado en el periódico Expansión, el VaR puede definirse de varias formas :

1. Cuantía máxima de dinero que puede perderse en un período de tiempo concreto para un nivel de confianza específico.
2. Procedimiento estadístico o matemático para generar un valor monetario.
3. Conjunto de procedimientos para estimar el valor monetario del riesgo.
4. Técnica de gestión del riesgo, que conlleva una reestructuración de la entidad y de sus posiciones, en función del binomio rendimiento-riesgo.

Esta hipótesis se desarrolla a partir de la Teoría de Carteras de Markowitz cuando un alto ejecutivo de la compañía J.P. Morgan propone hacer un estudio sobre la máxima pérdida probable de unos títulos en las siguientes veinticuatro horas. De este estudio surgió el informe llamado 4:15, que actualmente da nombre al método analista *Risk Metrics™*, en el que se realizan las estimaciones sobre rentabilidades y no sobre los precios de mercado de los títulos.

Aunque los usos de esta medida son ampliamente utilizados en el área de finanzas como, medida del riesgo, gestión del riesgo, control financiero, reporte financiero y para el cálculo del capital regulatorio, la principal limitación de dicha medida radica en que el resultado obtenido depende únicamente de la información y de los parámetros empleados para calibrar el modelo. Dado que éste se genera asumiendo condiciones normales de comportamiento en los mercados, no es efectivo en condiciones de crisis.

[24] Abreviado VaR a partir de sus siglas en inglés Value at Risk

3. 2. 2. 3. 2. Análisis de Estrés

El análisis de estrés busca corregir las limitaciones del VaR, y radica en evaluar la cartera de valores considerando impactos de gran magnitud en el nivel de los factores de riesgo, de forma que es complemento al Valor en Riesgo debido a que se estima el riesgo de la cartera bajo condiciones de mercado que no se consideran normales. Las pruebas de estrés también son conocidas como el método de análisis de los escenarios.

Atendiendo a un informe elaborado por el Banco de Méjico en el año 2005, dependiendo de la situación a considerar se pueden clasificar los escenarios de estrés de la siguiente manera:

- *Escenarios extremos estilizados.*

Cambios moderados o extremos en los diversos factores de riesgo, tales como: tasa de interés, tipos de cambio y precios de los activos financieros.

- *Escenarios extremos históricos.*

Fundamenta evaluar la cartera de valores considerando los factores de riesgo que se presentaron en situaciones históricas de crisis.

- *Escenarios extremos hipotéticos.*

Consiste en realizar supuestos sobre los valores que podrían tomar los factores de riesgo en caso de que se presentara alguna situación totalmente imprevista, sobre la cual no se tiene ningún antecedente, por ejemplo, factores meteorológicos de proporciones catastróficas, un ataque de terrorista o determinada situación política.

Este método es utilizado principalmente por bancos, compañías de seguros, fondos de cobertura de capital riesgo para administrar los activos y hacer un seguimiento de la evolución del mercado financiero.

3.3. Selección estratégica de activos

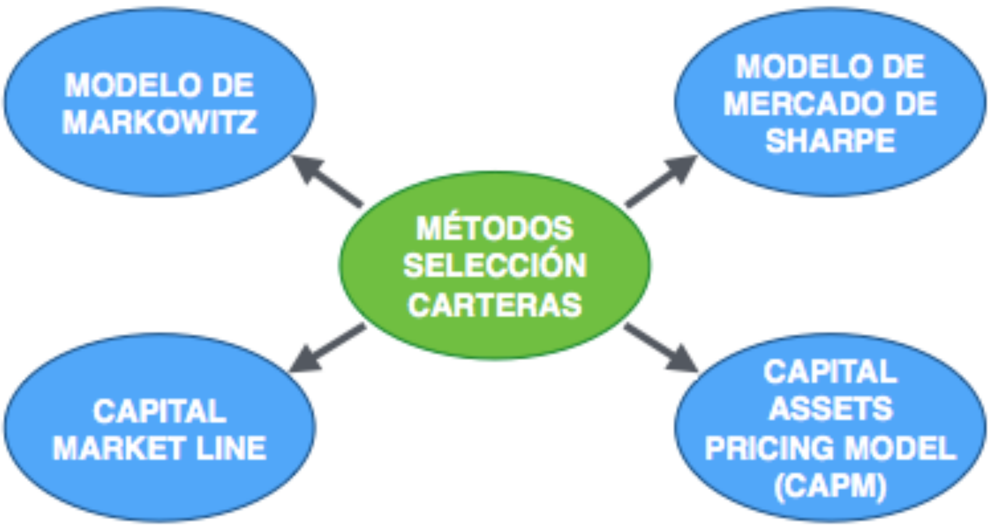
En la gestión de carteras nos encontramos dos estrategias diferenciadas para conseguir los objetivos del inversor. Por un lado, tenemos la estrategia activa, donde se parte del supuesto de ineficiencia de mercado donde los inversores pueden identificar la existencia de valores infravalorados o sobrevalorados cuya compra-venta pueda generar rentabilidad que cubra los costes de transacción y el riesgo asumido.

Por otro lado, tenemos la estrategia pasiva, donde se parte del supuesto de eficiencia de mercado y cada título mediante su precio de cotización arroja toda la información referente a su comportamiento. De esta forma, ningún inversor puede anticiparse al mercado y se plantea seguir una cartera de referencia.

La siguiente cuestión que vamos a abordar consiste en obtener el método de estimación que proporcione la mejor relación rendimiento-riesgo considerando que el mercado se encuentra bajo una situación de incertidumbre, es decir, no conocemos el valor futuro de los activos en los que se invierte. De acuerdo con Markowitz, "el proceso de selección de una cartera consta de dos etapas. La primera comienza con la observación y la experiencia, y termina con las expectativas del comportamiento futuro de los valores. La segunda etapa comienza con las expectativas y finaliza con la selección de la cartera."

Dentro de la Teoría Económica de las Finanzas tenemos cuatro modelos principales que definen la selección estratégica de una cartera de valores o portfolio.

Gráfico 11. Esquema métodos de Selección de Carteras.



Fuente: elaboración propia.

3.3.1. Modelo de Markowitz

El modelo de selección de carteras de Markowitz está basado en el comportamiento racional del inversor. Por lo tanto, para él una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un nivel de riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un determinado nivel de rentabilidad. Estas carteras se denominan eficientes y se puede determinar resolviendo dos programas cuadráticos y paramétricos.

Este modelo parte también de las siguientes hipótesis:

- El *rendimiento* de cualquier portafolio, es considerado una variable aleatoria, para la cual el inversionista estima una distribución de probabilidad para el período de estudio. El valor esperado de la variable aleatoria es utilizado para cuantificar la rentabilidad de la inversión.

- La *varianza* o la desviación típica son utilizadas para medir la dispersión, como medida del riesgo de la variable aleatoria rentabilidad; ésta medición debe realizarse en forma individual, a cada activo y a todo el portfolio.

- El *inversor*, dada su conducta racional, preferirá aquella composición de la cartera con una mayor rentabilidad y menor riesgo. Dado que estas dos posiciones actúan en sentido opuesto, la selección óptima para cada inversor dependerá de la mayor o menor aversión al riesgo del inversionista. Por lo tanto, Markowitz, en su modelo, supone que los inversores son adversos al riesgo.

De tal forma, los programas que resuelven la dualidad de la conducta racional del inversor y proporcionan el conjunto de carteras eficientes puede calcularse de la siguiente forma:

Programa 1 – Ponderaciones para maximizar el rendimiento.

$$Max\ E(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i\, E(R_i)$$

$$[ec. 18]$$

- Restricción paramétrica: Para un nivel de riesgo dado, σ_0^2

$$\sigma^2(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{i\,j} = \sigma_0^2$$

$$[ec. 19]$$

- Restricción presupuestaria.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad \forall x_i \geq 0$$

$$[ec. 20]$$

Programa 2 – Ponderaciones para minimizar el riesgo (varianza).

$$Min\ \sigma^2(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{i\,j}$$

$$[ec. 21]$$

- Restricción paramétrica: Para un nivel de rendimiento dado, $\mathrm{E}(\mathrm{R}_{\mathrm{i}_0})$

$$E\left(\tilde{R}_p\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i\, E(R_i) = E(R_{i_0})$$

$$[ec. 22]$$

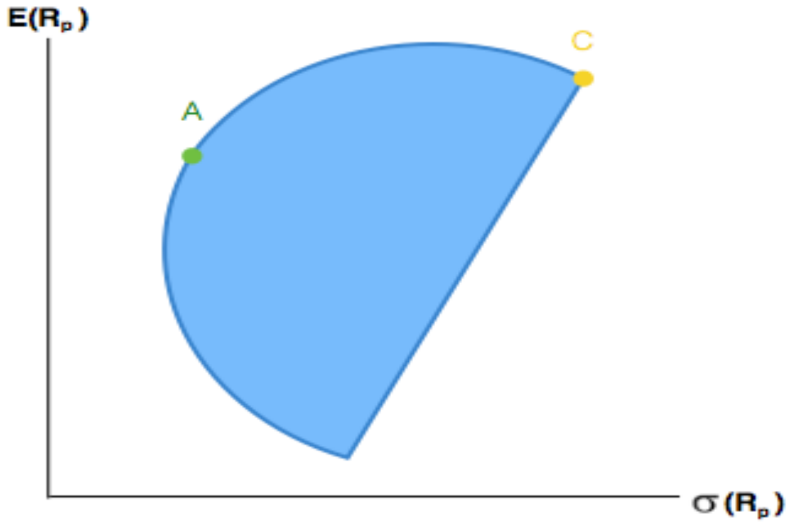
- Restricción presupuestaria.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad \forall x_i \geq 0$$

$$[ec. 23]$$

Por lo tanto, el resultado de ambos programas, optimizar la varianza o el valor del rendimiento esperado, nos dará el conjunto de carteras eficientes, el cual tiene forma de curva cóncava y que recibe el nombre de frontera eficiente (*efficient set)* ya que está formada por la totalidad de las carteras eficientes. En la frontera eficiente, pues, están todas las carteras que proporcionan el máximo rendimiento con un riesgo mínimo.

Gráfico 12. Curva de carteras eficientes según modelo Markowitz.



Fuente: elaboración propia.

La cartera óptima será única para cada inversor, dado que representa la relación entre rendimiento y riesgo asociado que un individuo particular está dispuesto a soportar. Para ello, necesitaremos especificar las curvas de indiferencia asociadas a la función de utilidad[25] de cada inversor[26]. Dicho de otra forma, las curvas de indiferencia son las que van a describir gráficamente todas las combinaciones posibles de rendimiento y riesgo que le proporcionan a cada inversor el mismo nivel de utilidad o de satisfacción. Por lo tanto, partimos de la base que asumir más riesgo es el precio que debemos de pagar por ser más ricos, de manera que, el inversor que busque mayores rendimientos puede moverse a través de su curva de indiferencia hasta que el riesgo adicional sea un precio demasiado alto. Estamos hablando entonces del concepto de utilidad marginal.

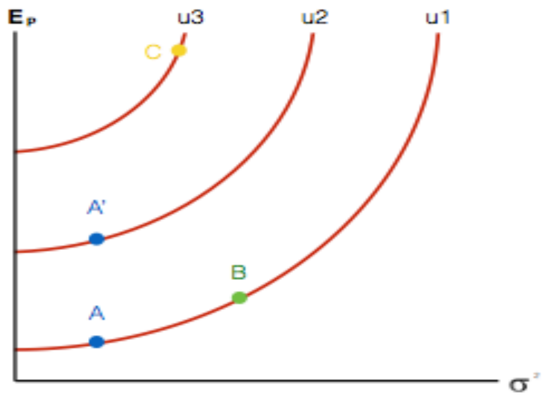
En los gráficos 14,15 y 16 están representados los diferentes mapas de curvas de indiferencia del inversor en función de su mayor o menor aversión al riesgo.

[25] La función de utilidad define la sensibilidad del inversor a las variaciones de la riqueza y el riesgo

[26] Con aversión al riesgo, indiferente, o propenso (amante) del riesgo.

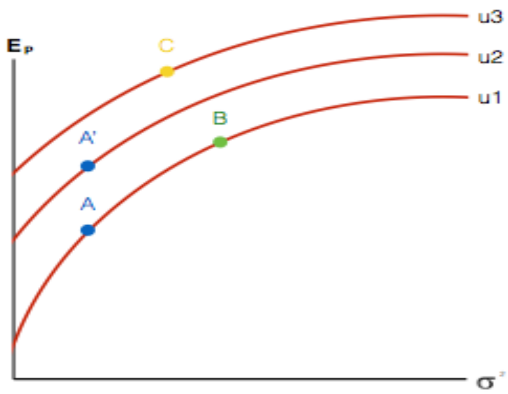
Al inversor le es indiferente elegir entre el punto A ó B de la curva de indiferencia u1, puesto el nivel de satisfacción es el mismo a lo largo de la curva, aunque B tenga rendimiento superior, el riesgo es mayor que A. Pero prefiere A´sobre A ya que con el mismo riesgo tiene la misma rentabilidad.

Gráfico 13 . Representación del mapa de curvas de indiferencia del inversor adverso al riesgo.



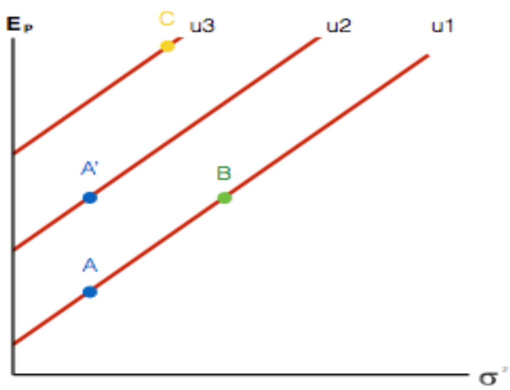
Fuente: elaboración propia.

Gráfico 14. Representación del mapa de curvas de indiferencia del inversor propenso al riesgo.



Fuente: elaboración propia.

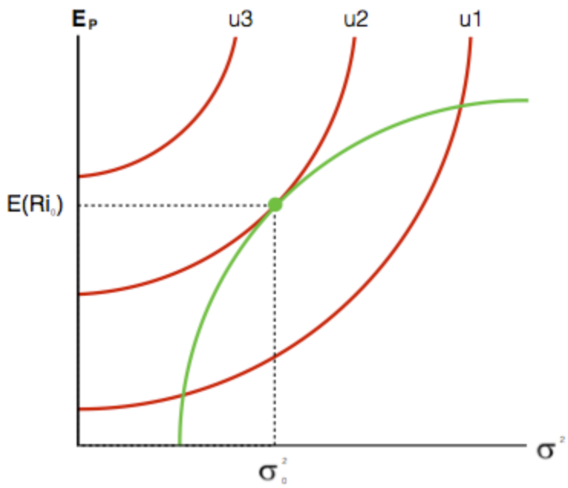
Gráfico 15. Representación mapa curvas de utilidad del inversor neutral al riesgo.



Fuente: elaboración propia.

Ahora bien, para obtener la cartera óptima de cada inversor necesitaremos superponer ambas gráficas (gráfica 12 y gráfica 13), de forma que, la tangente una de las líneas de indiferencia con la frontera eficiente nos dará los valores numéricos de $E(R_{i_0})$ y de σ_0^2. Sustituyendo ambos valores en los correspondientes programas cuadráticos y paramétricos obtendremos los valores de las proporciones en las que tenemos que distribuir el presupuesto de inversión para obtener la cartera óptima del inversor que estemos analizando.

Gráfico 16. Representación tangencia frontera eficiente con mapa de curvas de utilidad.



Fuente: elaboración propia.

Recordemos que la frontera eficiente es algo objetivo, es la misma para todos los inversores, ya que todos ellos tienen acceso a la misma información y tienen las mismas expectativas futuras. Al contrario, las curvas de indiferencia son algo subjetivo, ya que parten de las preferencias de cada tipo de inversor.

Este modelo fue publicado por Markowitz en el año 1959 en su libro *Portfolio Selection Efficient Diversification of Investments,* consiguiendo un gran éxito y haciéndole merecedor del premio Nobel de Economía en el año 1990. El aspecto más importante de su trabajo fue demostrar que no es el riesgo de un activo, medido por la varianza de sus rendimientos, lo que debe importar al inversor, sino la contribución de dicho activo al riesgo de la cartera, medido por la varianza, que además depende de la covarianza de los activos que la componen y no del riesgo promedio de los mismos.

En resumen, los activos no deben valorarse de forma aislada sino en conjunto. Esta idea a dado lugar a múltiples desarrollos y derivaciones, además ha sentado las bases de diversas teorías de equilibrio en el mercado de activos financieros, pero algunos investigadores han encontrado serios inconvenientes, entre los cuales sobresalen los siguientes:

Richard O. Michaud consideró que el uso de rentabilidades históricas, en la estimación de los parámetros esperados, produce sesgos importantes. De manera que, las carteras eficientes del modelo están compuestas por activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos, de lo que resultan portfolios con baja diversificación y alto riesgo. Michaud puso solución a este problema planteando la introducción de restricciones adicionales que limiten el porcentaje máximo de los recursos invertidos en cada título. Dado que el modelo de Markowitz toma datos históricos, da por supuesto que el comportamiento del mercado será similar al del pasado, esto es, que se comportará de forma estable, lo cual no siempre es cierto.

El autor señaló también que las soluciones obtenidas por el modelo son poco intuitivas y sorprendentemente inestables dependiendo, sobre todo, de las previsiones sobre las rentabilidades esperadas. Pequeños cambios en las rentabilidades esperadas generan modificaciones muy significativas en el portafolio señalado como óptimo[27].

Otros autores, como Black[28] & Litterman[29] (1991; 1992), propusieron un modelo para reducir las dificultades presentadas en el modelo de Markowitz, basado en métodos Bayesianos[30]. El interés de los métodos bayesianos radica básicamente en la posibilidad de incorporar conocimiento adicional a la muestra “a priori” en la estimación de los modelos. La importancia de la propuesta de Black-Litterman radica precisamente en la inclusión de elementos subjetivos e intuitivos, como son las expectativas que tiene el inversor acerca del rendimiento esperado de un activo. Estas propuestas se formalizan en un modelo conocido como el modelo Black-Litterman (MBL).

La principal ventaja del modelo Black-Litterman frente al de Markowitz es que permite incluir las expectativas del inversor y según la confianza que se tenga sobre las mismas, se da un mayor o menor peso al activo dentro del portfolio. Este modelo es adecuado principalmente para aquellos que están constantemente buscando buenas estrategias y además estudian constantemente el comportamiento del mercado.

---

[27] Michaud, R., (1989); *The Markowitz optimization enigma: is optimized optimal?, Financial Analysts Journal,* 45(1), pp. 31-42

[28] **Fischer Sheffey Black,** fue un estadounidense economista, más conocido como uno de los autores de la famosa Black-Scholes ecuación.

[29] **Robert Litterman,** presidente del Comité de Riesgos de Kepos Capital LP, fue doctorado en economía por la universidad de Minnesota.

[30] Tipo de inferencia estadística en la que las observaciones se emplean para inferir la probabilidad de que una hipótesis pueda ser cierta.

Además, los autores Kahneman y Tversky, padres de la teoría de las finanzas comportamentales (*behavioural finance*) opinan que: "el fallo del modelo racional no está en su lógica, sino en el cerebro humano que requiere…cada uno de nosotros debería conocer y comprenderlo todo completamente y de una sola vez[31]". Esto significa que se puede tomar como base del modelo que los inversores son racionales, pero la incógnita radica en si el modelo es capaz de captar adecuadamente la racionalidad de los diferentes inversores.

Cabe señalar también como inconveniente el gran número de cálculos (medias, varianzas y covarianzas) que tenemos que realizar para llevar a cabo la aplicación práctica de dicho modelo, lo cual suponía un problema hace cincuenta años. De forma que, si para una cartera compuesta por N títulos, es preciso estimar N esperanzas matemáticas de las rentabilidades de N títulos, N varianzas de las respectivas rentabilidades de los N títulos, y $\frac{N\,(N-1)}{2}$ covarianzas. El total de estimaciones viene determinado por:

$$\frac{N\,(N-3)}{2} \qquad [ec. 24]$$

También podemos determinar el volumen de cálculos requeridos para el modelo a través de la matriz de varianzas-covarianzas, para una cartera p con N títulos el siguiente:

$$\sigma_p^2{=}\sum i{=}1^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{i\,j}=[X_1,X_{2,\ldots,}X_N]\begin{bmatrix}\sigma_{1\,1} & \sigma_{1\,2} & \cdots & \sigma_{1\,N}\\ \sigma_{2\,1} & \sigma_{2\,2} & & \sigma_{2\,N}\\ \vdots & & \vdots & \vdots\\ \sigma_{N\,1} & \sigma_{N\,2} & \cdots & \sigma_{N\,N}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_1\\ X_2\\ \vdots\\ X_N\end{bmatrix} \qquad [ec. 25]$$

Ejemplo 7: ¿Qué número de estimaciones en el modelo de Markowitz precisamos si queremos analizar una cartera formadas por 400 activos financieros?

$$2N+\frac{N(N-1)}{2}=\frac{N(N+3)}{2}=\frac{400(400+3)}{2}=80.600\ estimaciones.$$

Debido a este inconveniente de cálculo, William F. Sharpe formuló en el año 1963 un modelo de optimización basado en el de Markowitz, que se le conoce con el nombre de modelo diagonal en el que el número de estimaciones necesarias para su cálculo desciende considerablemente. En el siguiente apartado procedemos a recoger los aspectos básicos de dicha teoría.

[31] Bernstein (1998), pág. 284

3.3.2. Modelo de mercado de Sharpe

El modelo de mercado de Sharpe, llamado también modelo diagonal, resulta de la transformación del modelo que hemos estudiado anteriormente, el de Harry Markowitz, y tiene como objetivo reducir el número de cálculos necesario para formular éste último.

Markowitz buscando facilitar la aplicación práctica de su modelo encargó a uno de sus doctorandos, William F. Sharpe que investigara sobre las correlaciones que parecían tener los activos financieros entre sí. Efectivamente, éste advirtió que los títulos que componen una cartera de valores están sujetos a una serie de influencias comunes, de manera que aquellos activos que forman parte de un portfolio están positivamente correlacionados entre sí, estableciéndose una relación de los rendimientos de éstos con un *benchmark*[32], en este caso, un índice o un conjunto de ellos, como pueden ser, el de la Bolsa, el Índice General de Precios, el Producto Nacional Bruto de un país u otros.

De tal forma, Sharpe, demostró mediante su teoría que los índices de mercado son el único factor explicativo de las rentabilidades de los títulos, quedando materializada en la siguiente expresión matemática:

$$R_i = a_i + b_i M + \varepsilon_i \qquad i = 1,2,\dots,n \qquad [ec. 26]$$

Donde:

R_i Es la rentabilidad del título i.

a_i Es el parámetro que representa la parte de la rentabilidad del título independiente del mercado.

b_i Es el parámetro que indica la sensibilidad de la rentabilidad del título i a las variaciones del índice de mercado. Este coeficiente indica también la pendiente de la Línea de Mercado (LCT)

M Es el índice representativo de la evolución del mercado que se mide en términos de rentabilidad, índice de mercado. Establece que el rendimiento de un activo en un período está en función del comportamiento del mercado.

ε_i Es la perturbación aleatoria, o término del error, que recoge factores individualmente irrelevantes que influyen en el rendimiento del título i, pero que no tienen que ver con el mercado, sino con las características específicas de cada activo.

[32] Técnica utilizada para medir en rendimiento, principalmente para hacer comparaciones, usada como medida de la calidad.

Para la aplicación práctica de este modelo necesitamos disponer de T observaciones históricas para las variables R_i y M por lo que $t = 1,2,\dots,T$.

En el caso de los parámetros a_i y b_i, éstos se estiman a partir del método de Mínimos Cuadráticos Ordinarios (MCO)[33] y se requiere para ello la formulación de una serie de hipótesis relacionadas con la perturbación aleatoria (ε_i) que son:

- Esperanza matemática nula:

$$E[\varepsilon_{i\,t}] = 0 \quad ; \quad t = 1,2,\dots,T$$

- Homocedasticidad[34]: $\varepsilon_{i\,t}$ sigue una distribución de probabilidad independiente de t y de M_t con varianza constante a lo largo del tiempo,

$$E\left[\varepsilon_{i\,t}^2\right] = \sigma_i^2 \ ; \ t = 1,2,\dots,T$$

- No autocorrelación:

$$Cov(\varepsilon_{i\,t}, \varepsilon_{i\,t'}) = 0 \ ; \ t \neq t' \ \rightarrow t, t' = 1,2,\dots,T$$

- Normalidad:

$$\varepsilon_{i\,t} \rightarrow N\left(0, \sigma_i^2\right); \ t = 1,2,\dots,T$$

- La covarianza entre los términos de perturbación de dos títulos es igual a cero, ya que según el modelo, la única fuente de rentabilidad común que tienen los títulos es el índice de mercado, por lo tanto no existe relación entre las características específicas de cada activo.(*)(Gracias a esta proposición, las estimaciones del modelo se simplifican respecto de las del modelo de Markowitz)

$$Cov\left(\varepsilon_{i\,t}, \varepsilon_{j\,t}\right) = 0 \ ; \ i, j = 1,2,\dots,N$$

A partir de estas hipótesis podemos aplicar el método de MCO y obtener los estimadores de a_i y b_i (α_i y β_i) para aplicar las fórmulas de la esperanza matemática y de la varianza de un título i.

Esperanza: $E[R_i] = E_i = \alpha_i + \beta_i E[M] \ ; \ i = 1,2,\dots,N$ $\quad [ec. 27]$

Varianza: $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon\,i}^2 \ ; \ i = 1,2,..,N$ $\quad [ec. 28]$

[33] Método para hallar parámetros poblacionales en un modelo de regresión lineal, minimiza la suma de las distancias verticales entre los datos observadas en la muestra y los resultados del modelo.

[34] Se tiene cuando la varianza del error de la variable endógena se mantiene a lo largo de las observaciones, es decir, la varianza de los errores es constante.

La varianza de la rentabilidad del título i, σ_i^2, representa el riesgo total, compuesto éste por el sistemático o de mercado, $\beta_i^2\sigma_M^2$, que es aquel que no puede ser reducido aumentando el número de activos que componen una cartera porque es un riesgo universal y autónomo de cada activo, pero que afecta a la cartera. Por otro lado, tenemos el riesgo no sistemático o específico del título, $\sigma_{\varepsilon\,i}^2$, que tiene como principal característica la diversificación de títulos dentro de la misma cartera ya que éste es particular para cada activo y tiende a reducirse a medida que se incrementa el número de activos en la cartera. El riesgo específico puede ser cuantificado así:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2\sigma_{\varepsilon\,i}^2$$

$[ec. 29]$

Donde: x_i^2 representa el término de participación de cada activo en el total de la cartera.

Si suponemos ahora que $\sum_{i=1}^{n} x_i = x = \frac{1}{n}$ $[ec. 30]$, podríamos estimar el riesgo específico de la siguiente manera:

$$\sum_{i=1}^{n} x^2\sigma_{\varepsilon\,i}^2 = \sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{n})^2\,\sigma_{\varepsilon\,i}^2 = n\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{\varepsilon\,i}^2 = \frac{K}{n}$$

$[ec. 31]$

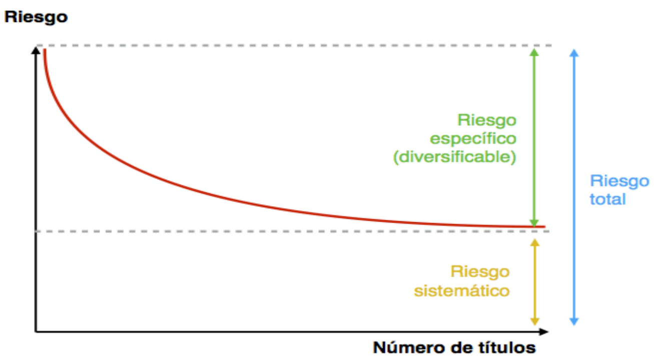
Donde: K constituye la suma de los riesgos específicos de los n activos, medidos por la varianza.

$\left(\frac{1}{n}\right)$ representa el riesgo total de una cartera de n activos. Así:

Si: $n \to \infty$ El riesgo específico tenderá a 0.

n aumenta, crece la diversificación y el riesgo total desciende hasta un valor por debajo del que ya no se puede disminuir mediante la diversificación el riesgo.

Gráfico 17. Representación del riesgo en el modelo de mercado de Sharpe.



Fuente: elaboración propia.

Una de las contribuciones más importantes del modelo diagonal se encuentra en la aparición, en este punto, del coeficiente beta (β_i), que es el estimador MCO del parámetro b_i, aquel, que como ya hemos comentado, mide la sensibilidad de la rentabilidad de título i respecto de la variación del índice de mercado. Este coeficiente puede tomar diferentes valores que reflejan una situación distinta de los títulos respecto al índice de mercado:

- $\beta_i > 0$. Las rentabilidades del título presentan una relación positiva con el índice de mercado, en este caso, un aumento en el índice provocaría un aumento en la rentabilidad del título.
- $\beta_i < 0$. Las rentabilidades del título presentan una relación negativa con el índice, esto es, un aumento del índice provoca una disminución en la rentabilidad del título.

Si analizamos β_i en términos absolutos:

- $0 < \beta_i < 1$. Los títulos con β_i dentro de este rango son títulos poco volátiles o defensivos, por lo que, la rentabilidad del mismo varía en menor proporción que la del índice. Éstos mitigan las variaciones que se producen en el índice de mercado.
- $\beta_i = 1$. Son títulos neutros o normales ya que sus rentabilidades varían proporcionalmente al índice.
- $\beta_i > 1$. Estos son títulos muy volátiles o agresivos porque comportan un riesgo superior al de mercado al producirse un cambio en la rentabilidad.

Aplicando ahora las hipótesis que hemos desarrollado arriba y que hacen referencia a la perturbación aleatoria (ε_i) tenemos que utilizando nuevamente MCO, obtenemos la esperanza y la varianza en este caso de la cartera c .

- Esperanza de la cartera c.

$$E[R_C] = E_C = \sum_{i=1}^{N} x_i \alpha_i + E[M] \sum_{i=1}^{N} x_i \beta_i$$

$[ec. 32]$

- Varianza de la cartera c.

$$\sigma_c^2 = \beta_c^2 \sigma_M^2 + \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sigma_{\varepsilon\, i}^2$$

$[ec. 33]$

De igual modo que en la varianza de la rentabilidad de un título i, podemos identificar el riesgo sistemático ($\beta_c^2\sigma_M^2$) y el riesgo no sistemático o específico ($\sum_{i=1}^{N} X_i^2\sigma_{\varepsilon\,i}^2 = \sigma_{\varepsilon\,c}^2$) de la cartera c.

Ejemplo 8: Siguiendo con los datos del último ejercicio, ¿qué cantidad de estimaciones necesitaríamos al aplicar dicho modelo?

Al aplicar este modelo se consigue el objetivo para el que se formuló, que no es otro, que reducir significativamente el número de estimaciones a realizar, para simplificar su cálculo. Efectivamente, el total de valoraciones que necesitamos viene determinado por $3N + 2$, y en nuestro caso $N = 400$, de forma que:

$$3N + 2 = 3(400) + 2 = 1.202\ estimaciones$$

Si comparamos este resultado con el modelo de Markowitz, $80.600\ estimaciones$, observamos que hay una diferencia de $79.398\ estimaciones$ con el modelo de mercado de Sharpe, por lo que podemos concluir apuntando que ciertamente existe una clara disminución de las estimaciones necesarias para resolver el modelo.

3.3.3. Introducción del activo sin riesgo

Hasta ahora, en los modelos que hemos estudiado anteriormente, el de Markowitz y el de Sharpe, hemos trabajado con activos financieros sujetos a riesgo, que estimábamos a través de la varianza, y que además podíamos catalogar en dos tipos[35] :

- El *sistemático* o de mercado, relacionado con la coyuntura económica y que no se puede minimizar ni eliminar.
- El *no-sistemático* o específico del título, relacionado únicamente con las características intrínsecas de cada activo y que se puede minimizar o incluso llegar a eliminar mediante la diversificación.

Por tanto, el principal objetivo de la diversificación ha consistido pues, en disminuir el riesgo o suprimirlo directamente de una cartera de títulos financieros. Esto se consigue mediante la distribución del presupuesto para inversión entre diferentes activos de diferentes empresa o clases, como por ejemplo, acciones (de una sola empresa o de varias), bonos, bienes inmuebles, divisas, mercancías, etc.

Pero, es partir de este punto, cuando introducimos otro tipo de activo, el activo libre de riesgo. Este activo es aquel que promete una rentabilidad cierta, esto es, que el emisor no pueda entrar en fase de insolvencia, por lo que su varianza es cero. Nos estamos refiriendo principalmente a títulos de deuda pública como, letras, bonos y obligaciones del estado, ya que el mercado asume que el Tesoro Público de un país no entra en quiebra.

Este activo libre de riesgo va a ser de suma importancia en el resto de modelo que vamos a analizar, *Capital Market Line,* conocido como línea de mercados capitales y *Capital Asset Pricing Model,* conocido como CAPM.

A partir de este activo se forman carteras eficientes mixtas, compuestas por activos con riesgo y activos sin riesgo de forma que vamos a obtener una serie carteras que van a ser mejores que otras al ser combinadas con dicho activo ya que nos proporcionan una relación de composiciones óptimas adecuadas para cada inversor con media y varianza únicas para cada uno de ellos, pero con expectativas homogéneas.

A la rentabilidad de los activos sin riesgo vamos a denominarla en adelante R_f.

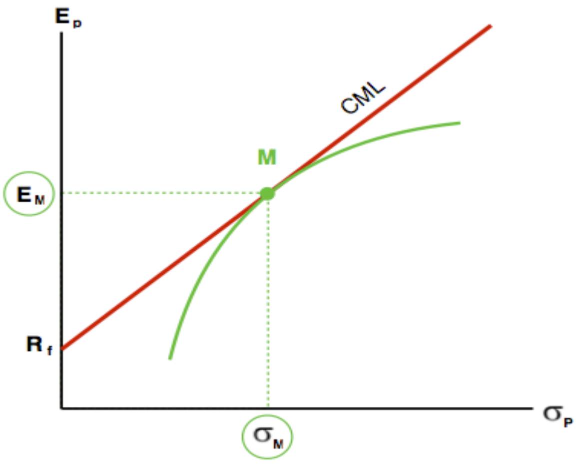
[35] Véase apéndice 2. 2 .1. *Rentabilidad y Riesgo* – 2. 2. 1. 2. Riesgo, página 17

3.3.3.1. Capital Market Line (CML)

La línea de mercado de capitales o *Capital Market Line* (CML) es una herramienta muy utilizada para determinar la tasa de retorno esperada de un activo o de una cartera. Ésta es representada mediante una recta tangente desde el punto de la rentabilidad del activo libre de riesgo hasta la región de la rentabilidad de los activos con riesgo, por tanto, se puede resumir señalando que la CML constituye la relación entre media y varianza de la rentabilidad de carteras eficientes, formadas por activos de riesgo más el activo libre de riesgo, además, cualquier punto situado sobre la línea recta nos indica la proporción del portfolio de riesgo M y la proporción de préstamos (otorgados o adquiridos) a la tasa libre de riesgo.

El punto de tangencia, denominado M, representa ésta cartera de mercado.

Gráfico 18. Representación de la Línea de Mercado de Capitales.



Fuente: elaboración propia.

El punto de origen de la recta, R_f, como hemos comentado, representa el tipo de interés del activo libre de riesgo.

La pendiente de la CML, denominada comúnmente precio del riesgo, representa la relación entre la rentabilidad esperada E_p y el riesgo asociado σ_p, dado que son combinaciones rentabilidad-riesgo mejores que las de la curva eficiente de Markowitz, se explica que la recta en cuestión constituya en sí misma una nueva frontera eficiente. De modo que, las combinaciones que se encuentren más cerca del punto $(R_f, 0)$ serán las que tengan mayor proporción de activo libre de riesgo, y aquellas que se encuentren más alejadas de este punto estarán compuestas por mayor proporción de activos con riesgo. Así, aquellos inversores que sean adversos al riesgo elegirán combinaciones de activos cercanos a dicho punto prestando parte de su inversión formando una cartera con préstamo (*lending portfolio*), y aquellos que sean menos conservadores pedirán financiación para colocar una cantidad mayor que la de sus fondos iniciales en la cartera de mercado, formando así una cartera con endeudamiento (*borrowing portfolio*).

Según W. Sharpe *"La pendiente de la línea de mercado representa la negociación entre la rentabilidad esperada y el riesgo. La pendiente indica así la rentabilidad esperada que puede obtenerse si se acepta un riesgo adicional. Así mismo, también representa la rentabilidad esperada a la que hay que renunciar para reducir el riesgo. La pendiente puede entenderse, pues, como el precio (medido en la reducción de rentabilidad esperada) de una disminución del riesgo. A este se le llama a menudo (aunque algo inexactamente) el precio del riesgo.*[36]*"*

Partiendo de estos elementos, la ecuación CML es:

$$E_p = R_f + \frac{E_M - R_f}{\sigma_M}\sigma_P \qquad [ec. 34]$$

Donde E_p es la rentabilidad esperada de una cartera eficiente que combina títulos con riesgo y libres de riesgo.

R_f es la rentabilidad del título libre de riesgo, como ya hemos visto.

E_M es la rentabilidad del mercado esperada.

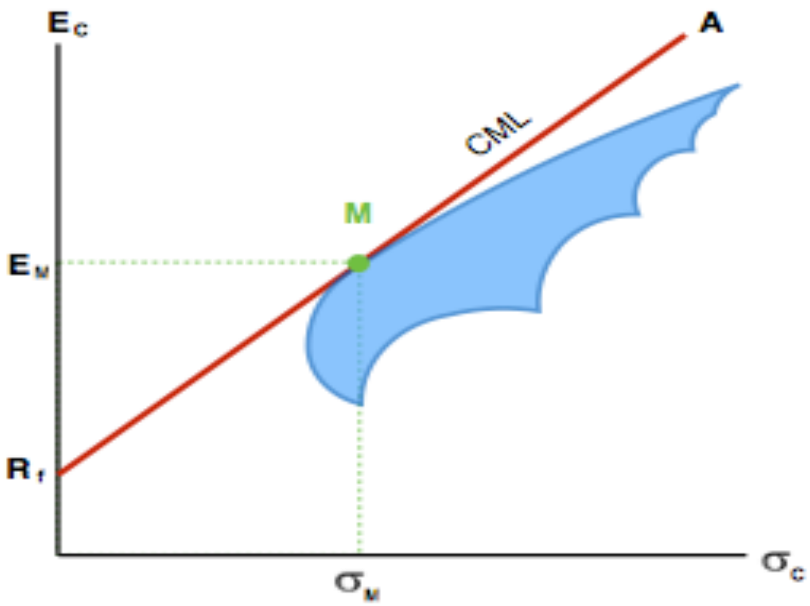
σ_M es la desviación típica de la rentabilidad de mercado.

σ_P es la desviación típica de una cartera eficiente.

Para poder resolver esta ecuación necesitamos conocer el valor de las incógnitas E_M y σ_M, que hacen referencia a datos de mercado. Estos valores los obtenemos superponiendo a la gráfica de la CML la frontera eficiente calcula en el modelo de Markowitz (gráfica 12) de forma que la intersección de ambas curvas nos indica el punto de la cartera M con rentabilidad E_M y varianza σ_M, tal y como podemos apreciar en la gráfica 19.

[36] SHARPE, W. (1963): "*A Simplified Model for Portfolio Analysis*" Management Sciences 9, nº 2, enero, pp.: 277-293.

Gráfico 19. Representación de la Línea de Mercado de Capitales, CML con cartera eficiente de Markowitz.



Fuente: elaboración propia.

Ejemplo 9: El precio de una acción de la empresa X es de 8,50€ y espera un rendimiento de 9,80€. La desviación típica es de un 40% y el tipo de interés libre de riesgo es del 10%. Si para una inversión en carteras eficientes sabemos que la rentabilidad esperada $E_M = 17\% \; y \; \sigma_M = 12\%$. ¿Son favorables las expectativas de inversión en la empresa X en comparación la cartera eficiente?

Si aplicamos la fórmula de la CML, $ec. 34$ obtenemos:

$$E_p = 0{,}10 + \frac{0{,}17 - 0{,}10}{0{,}12} * 0{,}40 = 0{,}33 = 33\%$$

La tasa de retorno real esperada para la empresa X es:

$$\left(\frac{9{,}80}{8{,}50}\right) - 1 = 0{,}15 = 15\%$$

A la vista de los resultados podemos decir que dado que la tasa real de retorno de la empresa X es inferior a la de la cartera eficiente, la empresa está asumiendo un cierto nivel de riesgo que no se ve compensado con un nivel de rentabilidad superior.

3.3.3.2. Capital Assets Pricing Model (CAPM)

El CAPM, conocido en castellano como el modelo de Valoración del Precio de los Activos Financieros, fue desarrollado por tres economistas simultáneamente, William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin, cuyas investigaciones fueron publicadas en revistas especializadas entre 1964 – 1966 y estuvieron motivadas por la teoría de las carteras de Markowitz.

Este modelo tiene como principal objetivo estimar la rentabilidad de cada activo en función de su riesgo, y además determinar un indicador adecuado para conseguir un estimador eficiente del riesgo sistemático, ya que en éste el riesgo específico no se tiene en cuenta dado que puede reducirse mediante la diversificación. Por tanto, tenemos una relación creciente (positiva) entre el nivel de riesgo, la beta y el nivel de rendimiento esperado de los activos, esto es, a mayor nivel de riesgo, mayor rendimiento.

Los supuestos teóricos básicos de este modelo son:

I. El comportamiento de los inversores atiende al modelo media-varianza propuestos por Markowitz.
II. La información es simétrica, por tanto, el mercado es eficiente y todos los inversores tienen acceso a misma información.
III. No existen costes de transacción, impuestos, comisiones…
IV. Los activos son divisibles y no existen activos infra o sobrevalorados.
V. El mercado se encuentra en competencia perfecta, de manera que no se puede influir sobre el precio del activo.
VI. El *trading*[37] de activos es constante en el tiempo y se lleva a cabo

De igual manera que en el modelo diagonal planteado únicamente por Sharpe, en este caso, también se introduce el coeficiente beta, que aparece cuando relacionamos el riesgo sistemático $(\sigma_{P,M})$ con el riesgo de mercado (σ_M^2), de forma que:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{P,M}}{\sigma_M^2} \quad [ec. 35]$$

Covarianza de la rentabilidad del activo con la de mercado: RIESGO SISTEMÁTICO.

Varianza de la rentabilidad de mercado: RIESGO DE MERCADO.

[37] Compra venta de activos financieros cotizados con el objetivo de obtener un beneficio.

El coeficiente β_i representa la volatilidad de la rentabilidad de un activo ante cambios en la rentabilidad de mercado, de manera que, mide el riesgo sistemático de un activo en comparativa con el riesgo de mercado. Por lo tanto si:

- $\beta_i = 0$, la rentabilidad del activo es igual al rendimiento de un activo sin riesgo R_f.
- $\beta_i = 1$, está indicando el riesgo de cartera de mercado porque en este caso la covarianza es igual a la varianza. Y la rentabilidad esperada es igual a la de mercado.
- $\beta_i > 1$, la rentabilidad del activo tiene un riesgo superior a la rentabilidad del mercado. Estos son los denominados activos agresivos.
- $\beta_i < 1$, la rentabilidad del activo tiene un riesgo inferior a la rentabilidad de mercado. Estos son los denominados activos defensivos.

También podemos estimar el coeficiente beta de la cartera a través de la media de las betas de cada título ponderadas por la parte del presupuesto invertido en cada uno de los activos, de forma que:

$$\beta_P = x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + \cdots + x_n\beta_n \qquad [ec. 36]$$

El procedimiento matemático del modelo CAPM viene dado a partir de la siguiente ecuación:

$$E_p = R_f + \frac{E_M - R_f}{\sigma_M^2}\sigma_{P,M} \qquad [ec. 37]$$

Otra forma de estimar este modelo para cualquier cartera, sería a través del coeficiente beta, tal que:

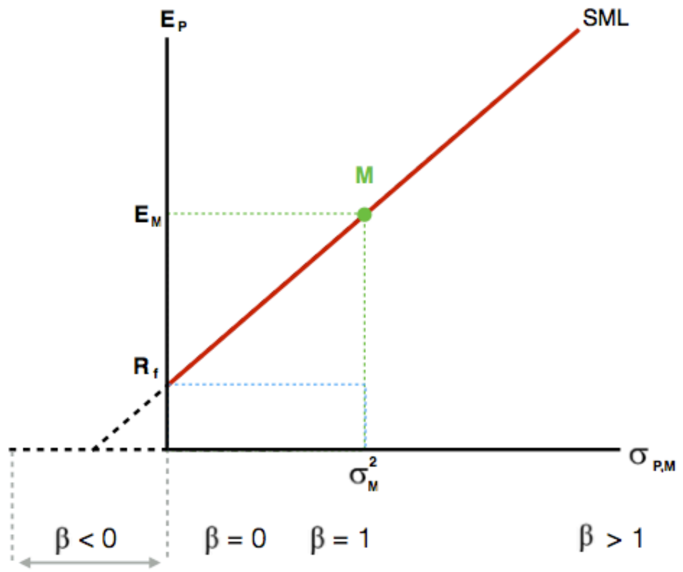
$$E_P = R_f + (E_M - R_f)\beta_P \qquad [ec. 38]$$

Donde la rentabilidad esperada del activo E_p está en función de la rentabilidad de un activo libre de riesgo R_f, al igual que el modelo anterior CML, que representa el valor del dinero en el tiempo.

Por otra parte, en la ecuación podemos comprobar que existe una relación positiva entre E_P y la covarianza del título con la cartera de mercado $\sigma_{P,M}$, este hecho es el que define la característica principal de este modelo, ya que implica que la rentabilidad esperada de un activo es directamente proporcional al nivel de riesgo sistemático.

La representación gráfica de la formulación matemática de dicho modelo se establece mediante la Línea de Mercado de Valores, SML, que pronostica el índice de rentabilidad esperada para la cartera basándose en el riesgo sistemático, medido éste mediante el coeficiente beta, asociado a la misma, la tasa de rentabilidad del mercado y el tipo de interés para activos sin riesgo. Dicho con otras palabras, este método nos permite obtener el rendimiento esperado de un activo en función únicamente de su riesgo sistemático.

Gráfico 20 . Representación de la Línea de Mercado de Valores, SML.



Fuente: elaboración propia.

Algunos autores han planteado críticas a este modelo dado que el volumen de datos del modelo es pobre y puede reflejar fallos teóricos, por todos los supuestos simplificadores que se incluyen o por la dificultad de implantar test válidos. Desde 1980 varios estudios destacan los problemas del coeficiente beta para predecir el rendimiento esperado.

Por ejemplo, Eugene Fama y Kennetth French[38] en un estudio elaborado en el año 1992 destacan que el tamaño de la empresa medido a través de su capitalización bursátil y del ratio "valor de mercado/valor contable" explican el rendimiento financiero de los títulos mejor que la propia beta del modelo CAPM. Estimando la rentabilidad mínima exigible a la inversión de una forma más rápida y más fiable.

[38] Fama, Eugene, y French, Kenneth (1992): "The Cross-Section of Expected Stock Returns". *The Journal of Finance* 47, no2. Pp.: 427-465.

Otros autores como Friend y Blume[39], en el año 1970 demostraron que la relación entre el coeficiente beta y el rendimiento medio es más horizontal de lo que predice el modelo, de esta forma, el coste de las acciones de empresas con betas altas es mayor que el coste histórico, mientras que ocurre lo contrario con aquellas empresas que tienen betas bajas.

A pesar de las múltiples objeciones planteadas al modelo, éste sigue siendo el más utilizado por su gran sencillez y la lógica en que se basa. Por eso, el CAPM, es el método que tiende a ser mejor a la hora de jerarquizar proyectos de inversión, dado que la tasa de rendimiento esperado que proporciona es razonable pero no exacta.

A raíz de este modelo surge la teoría de valoración por arbitraje[40] (APT), que se basa en la idea de que los precios de los activos se ajustan conforme los inversores forman carteras que persiguen beneficios por arbitraje. Según esta teoría la rentabilidad de cada acción dependerá de las influencias exógenas de factores macroeconómicos más las perturbaciones específicas de la empresa emisora.

La APT manifiesta que la prima por el riesgo esperado $(ke - Rf)$ de una acción debe depender de la prima por el riesgo asociada con cada factor macroeconómico en particular, pero los cuales no se especifican en el modelo, sino que simplemente se señala que existe relación entre ellos, y la sensibilidad de la rentabilidad del activo en relación a cada factor (β_i). Matemáticamente el rendimiento esperado de un título i (k_e) es igual a:

$$k_e = R_f + \beta_1\lambda_1 + \beta_2\lambda_2 + \cdots + \beta_n\lambda_n$$

Donde $\lambda_i = E_i - R_f$ representa las primas de riesgo asociadas a cada factor.

Ejemplo 10: Supongamos que los parámetros del modelo APM para una empresa X son $\lambda_1 = 2{,}75\%$; $\lambda_2 = 0{,}75\%$; y $\lambda_3 = 3{,}05\%$. El tipo de interés sin riesgo es $R_f = 3{,}5\%$. Las betas son respectivamente 1,20; 0,9; y 1,15. De tal forma, que el cálculo del coste de las acciones ordinarias sería:

$$k_e = 3{,}5\% + (1{,}2 * 2{,}75\%) + (0{,}9 * 0{,}75\%) + (1{,}15 * 3{,}05\%) = 10{,}98\%$$

Este modelo planteado por Stephen Ross será útil siempre y cuando podamos identificar un número considerable de factores macroeconómicos, medir la prima de riesgo esperada en cada factor y la sensibilidad del rendimiento del activo con relación a cada factor.

[39] Friend y Blume (1970): "Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty." American Economic Review. 60:4, pp. 607-36.
[40] Operación que consiste en comprar un activo en el mercado en el que se encuentre más barato para posteriormente venderlo en el que se encuentre más caro.

4. INVERSIONES PRODUCTIVAS Y FINANCIERAS

En los capítulos anteriores hemos desarrollado teóricamente los modelos principales de selección y gestión de carteras, y ahora vamos demostrar cuál es la relación de estos métodos con las inversiones productivas, es decir, aquellas que están vinculadas con el proceso productivo de una empresa, y dentro de las cuales se pueden incluir todo tipo de bienes que formen parte de ese proceso. De tal manera que, una inversión productiva tendrá asociado también una rentabilidad y un riesgo, dado que de no ser así no tendríamos que valorar numéricamente la viabilidad o no de una inversión productiva.

Por tanto, para llevar a cabo la valoración de una inversión productiva necesitamos conocer una serie de datos relativos a la misma, y mediante un conjunto de herramientas matemáticas analizaremos la rentabilidad y el riesgo de dicha inversión, tratando, en cada proyecto de inversión, de maximizar el valor de mercado de la empresa o, lo que es lo mismo, elevar al máximo la riqueza de sus accionistas, mediante la asignación eficiente de los recursos financieros de la compañía. En este punto, podemos crear una relación con las afirmaciones vertidas por Markowitz, en las que manifiesta que el inversor trata, dada su conducta racional, de maximizar la rentabilidad de una inversión minimizando el riesgo; esta aplicación es aplicable a la empresa, que trata siempre de maximizar su valor de mercado, para poder repartir más beneficios entre los que son sus accionistas, inversores desde el punto de vista de la teoría de carteras, pero tratando de llevar a cabo proyectos con una asignación eficiente de los recursos limitados de que dispone, es decir, minimizar el riesgo desde un punto de vista de selección de carteras.

La información básica que debemos conocer respecto al proyecto es:

- Desembolso inicial o coste de la inversión P_0.
- Flujos netos de caja de cada período F_j.
- Duración temporal n.
- Tasa de actualización de los flujos netos de caja k. Es el coste de oportunidad del capital.

Dentro de los modelos existentes para la valoración del proyecto, nos centraremos en los más utilizados, que se encuentran entre los criterios dinámicos[41], son el VAN, de las siglas Valor Actual Neto, y la TIR, de las siglas Tasa Interna de Rentabilidad.

Veamos el cálculo del VAN:

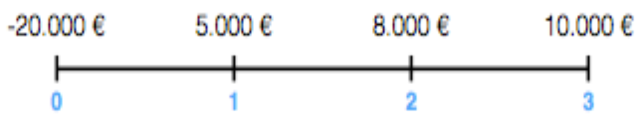
$$VAN = -P_0 \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1+k)^j} \qquad [ec. 39]$$

El VAN por tanto, es un procedimiento que permite calcular el valor presente de un determinado número de flujos de caja futuros, originados por una inversión y nos proporciona una medida del excedente financieros neto generado por el proyecto, es decir, entre el rendimiento generado por el proyecto de inversión productivo y el rendimiento generado por una inversión alternativa en el mercado financiero de idéntica cuantía, plazo y riesgo.

Ejemplo 11. Se nos propone el siguiente proyecto de inversión que requiere un desembolso inicial de 20.000€ y a cambio, vamos a recibir durante los próximos tres años las siguientes cantidades respectivamente, 5.000€, 8.000€ y 10.000€. La tasa de actualización de los flujos netos de caja es $k = 5\%$.

Primeramente realizamos un esquema temporal de los flujos netos de caja del proyecto.

Gráfico 21. Esquema temporal flujos de caja ejemplo.



Fuente: elaboración propia.

En segundo lugar aplicamos la fórmula X despejando con los valores del ejemplo.

$$VAN = -20.000 + \frac{5.000}{(1+0{,}05)^1} + \frac{8.000}{(1+0{,}05)^2} + \frac{10.000}{(1+0{,}05)^3}$$

$$VAN = -20.000 + 4.761{,}90 + 7.256{,}24 + 8.638{,}38$$

$$VAN = 656{,}52\ € \qquad\qquad VAN > 0$$

El proyecto de inversión productivo genera un excedente financiero de 656,52€ respecto del rendimiento que se obtendría en el mercado financiero con una inversión de similar cuantía, plazo y riesgo.

[41] Son aquellos que tienen en cuenta el momento del tiempo en el que se obtiene cada unos de los flujos netos de caja que componen la inversión.

De forma que si:

- $\mathrm{VAN} > 0$ Se acepta el proyecto porque crea valor al inversor.
- $\mathrm{VAN} < 0$ Se rechaza el proyecto porque no crea valor al inversor.
- $\mathrm{VAN} = 0$ Indiferente porque no crea ni destruye valor.

Veamos ahora el cálculo de la TIR:

$$-P_0 + \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1+k)^j} = 0 \qquad [ec. 40]$$

La TIR representa la tasa de actualización o de descuento r que anula la rentabilidad absoluta neta de la inversión, es decir, es la tasa de descuento que hace cero el valor actual neto de un proyecto de inversión y nos proporciona una medida de la rentabilidad relativa bruta anual por unidad monetaria invertida.

De forma que si:

- $\mathrm{TIR} \geq \mathrm{k}$ Se acepta el proyecto porque la rentabilidad es mayor o igual que el coste de oportunidad del capital, o rentabilidad mínima exigida.
- $\mathrm{TIR} < \mathrm{k}$ Se rechaza el proyecto porque la rentabilidad es menor que el coste de oportunidad del capital, o rentabilidad mínima exigida.

Una vez estudiados los métodos de valoración de proyecto podemos concretar que la relación existente entre una inversión financiera y una productiva reside en que como inversores, y bajo un supuesto de racionalidad, invertiremos en proyectos productivos siempre y cuando no exista en el mercado financiero un activo que nos proporcione mayor rendimiento con el mismo nivel de riesgo. De forma que, es el mercado financiero el que marca la rentabilidad mínima exigible a los proyectos productivos de empresas, o lo que es lo mismo, marca el coste de oportunidad del capital por invertir en un proyecto de similar cuantía, plazo y riesgo. El coste de oportunidad de capital, trata por tanto de ofrecer una referencia respecto a la rentabilidad mínima que hay que exigirle a todo proyecto, y además homogeniza la actualización de los flujos netos de caja.

Así pues, el mercado financiero nos dará la tasa ajustada al riesgo a_i que se obtiene a través de la suma del tipo de interés sin riesgo k más una prima por el riesgo

p_i, por la incertidumbre que acecha a la variabilidad de los flujos netos de caja, o lo que es lo mismo, por el riesgo sistemático.

$$a_i = k + p_i \qquad [ec. 41]$$

Tomando esta ecuación como referente podemos decir que en un mercado competitivo el VAN de cualquier proyecto de inversión será siempre cero si se actualizan los flujos netos de caja a la tasa ajustada al riesgo, ya que se contiene el tipo de interés libre de riesgo k más una prima por el riesgo proporcional al riesgo sistemático p_i.

Esta reflexión va plenamente ligada con uno de los modelos que hemos estudiado, el método de CAPM. Este modelo trata de establecer un estimador eficiente del riesgo sistemático, a través del coeficiente beta β_i.

Dado que este modelo concluye que el mercado recompensa a aquel inversor que soporta el riesgo sistemático con un *risk premium* (prima por el riesgo p_i) de:

$$p_i = [E_M - R_f] * \beta_i \qquad [ec. 42]$$

Sabemos también que le valor de las acciones de una empresa se calcula actualizando los flujos netos de caja a la tasa ajustada al riesgo; y además esta tasa es proporcionada a través de la SML, dado que pronostica el índice de rentabilidad esperada para una cartera basándose únicamente en el riesgo sistemático, puesto que en mercados eficientes cada activo o cartera debe proporcionar la rentabilidad adecuada al nivel de riesgo. Además la SML es la principal representación gráfica del modelo CAPM.

A continuación vamos a ver la relación existente entre los un proyecto de inversión financiera con un proyecto de inversión productiva mediante un ejemplo práctico.

Ejemplo 12. La empresa SDG diversifica su actividad en tres sectores, de los cuales disponemos de información relativa al valor de mercado (V_i), expresado en miles de euros y los coeficientes beta (β_i) :

Gráfico 22. Tabla valor de mercado y betas de cada activo empresa SDG para un ejercicio de ejemplo.

	ACTIVO 1 (x_1)	ACTIVO 2 (x_2)	ACTIVO 3 (x_3)
Valor de mercado (V_i)	150	100	50
Beta del activo (β_i)	1,1	0,6	0,9

Fuente: elaboración propia.

La empresa está valorando la opción de acometer un nuevo proyecto de inversión valorado en 100.000€, y del que dispone de las siguientes alternativas:

Gráfico 23. Tabla valor TIR y betas de cada proyecto de inversión empresa SDG para un ejercicio de ejemplo.

	INVERSIÓN A	INVERSIÓN B	INVERSIÓN C
TIR esperada $(\boldsymbol{r_i})$	4,1%	11%	5%
Beta del activo $(\boldsymbol{\beta_i})$	0,4	2,1	-0,2

Fuente: elaboración propia.

Disponemos además de los siguientes datos:

- La rentabilidad esperada del mercado es $\mathrm{E_M} = 8\%$.
- La tasa de interés anual sin riesgo es $\mathrm{R_f} = 1{,}5\%$.

Dado que suponemos mercado de capitales perfecto, y en equilibrio vamos a calcular la rentabilidad esperada de la empresa si no lleva a cabo ningún proyecto de inversión y si son o no rentables los diferentes proyectos de inversión, todo ello cumpliendo el modelo CAPM.

1. Rentabilidad esperada de la empresa sin proyecto de inversión.

Cálculo de la beta actual de su activo total:

$$\beta_{SDG} = \sum_{i=1}^{3} x_i\beta_i = x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3$$

$$\beta_{SDG} = \frac{150}{150+100+50}1{,}1 + \frac{100}{150+100+50}0{,}6 + \frac{50}{150+100+50}0{,}9$$

$$\beta_{SDG} = 0{,}9$$

Cálculo de la rentabilidad esperada del activo total r_{SDG} para el riesgo sistemático β_{SDG}:

$$r_{SDG} = R_f + [E_M - R_f]\beta_{SDG}$$

$$r_{SDG} = 1{,}5\% + [8\% - 1{,}5\%]0{,}9$$

$$r_{SDG} = 7{,}35\% = r_{CMPC}$$

2. Valoración de las alternativas de inversión de la empresa SDG.

Proyecto de inversión A.

Cálculo de la rentabilidad requerida por el mercado a_A ajustada a su nivel de riesgo β_A.

$$E_A = R_f + [E_M - R_f]\beta_A$$

$$E_A = 1{,}5\% + [8\% - 1{,}5\%]0{,}4$$

$$E_A = 4{,}1\% = a_A$$

$$TIR_A = a_A$$

Como la TIR del proyecto A es 4,1%, la empresa obtiene la misma rentabilidad en la inversión productiva que en el mercado financiero en un activo de similar riesgo. Por lo que la inversión A es indiferente.

Otra forma de cálculo sería añadiendo el nuevo proyecto de inversión a los activos de la empresa. Así recalculamos la nueva beta y se compara la nueva tasa ajustada al riesgo con la TIR esperada en caso de aceptar el proyecto.

Cálculo de la nueva beta.

$$\beta_{SDG+A} = \frac{150}{300+100}1,1 + \frac{100}{300+100}0,6 + \frac{50}{300+100}0,9 + \frac{100}{300+100}0,4$$

$$\beta_{SDG+A} = 0,775$$

Cálculo de la rentabilidad exigida por el mercado a_{SDG+A} a ese nivel de riesgo β_{SDG+A}.

$$E_{SDG+A} = R_f + [E_M - R_f]\beta_{SDG+A}$$

$$E_{SDG+A} = 1,5\% + [8\% - 1,5\%]0,775$$

$$E_{SDG+A} = 6,54\% = a_{SDG+A}$$

Cálculo de la TIR añadiendo el proyecto de inversión A al de la empresa, siendo ésta nueva TIR la media ponderada de cada una de las respectivas tasas internas de rentabilidad.

$$TIR_{SDG+A} = \frac{300}{300+100}7,35\% + \frac{100}{300+100}4,1\%$$

$$TIR_{SDG+A} = 6,54\% \longrightarrow TIR_{SDG+A} = a_{SDG+A}$$

El proyecto de inversión A es indiferente ya que ofrece la misma rentabilidad que una inversión financiera de similar riesgo.

Proyecto de inversión B.

Cálculo de la rentabilidad requerida por el mercado a_B ajustada a su nivel de riesgo β_B.

$$E_B = R_f + [E_M - R_f]\beta_B$$

$$E_A = 1,5\% + [8\% - 1,5\%]2,1$$

$$E_A = 15,15\% = a_B$$

$$TIR_B < a_B$$

Como la TIR del proyecto B es 11%, inferior a la tasa ajustada al riesgo. De manera que, esta inversión se rechaza, ya que en el mercado existen inversiones financieras de similar riesgo que están ofreciendo una rentabilidad superior.

Veamos ahora el cálculo de la otra forma al igual que hemos realizado el cálculo para el proyecto A.

Cálculo de la nueva beta.

$$\beta_{SDG+B} = \frac{150}{300+100}1,1 + \frac{100}{300+100}0,6 + \frac{50}{300+100}0,9 + \frac{100}{300+100}2,1$$

$$\beta_{SDG+B} = 1,2$$

Cálculo de la rentabilidad exigida por el mercado a_{SDG+B} a ese nivel de riesgo β_{SDG+B}.

$$E_{SDG+B} = R_f + [E_M - R_f]\beta_{SDG+B}$$

$$E_{SDG+B} = 1{,}5\% + [8\% - 1{,}5\%]1{,}2$$

$$E_{SDG+B} = 9{,}3\% = a_{SDG+B}$$

Cálculo de la TIR conjunta.

$$TIR_{SDG+B} = \frac{300}{300+100}7{,}35\% + \frac{100}{300+100}11\%$$

$$TIR_{SDG+B} = 8{,}3\% \longrightarrow TIR_{SDG+B} < a_{SDG+B}$$

De nuevo vemos que el proyecto B no es rentable por lo que se rechaza.

Proyecto de inversión C.

Cálculo de la rentabilidad requerida por el mercado a_C ajustada a su nivel de riesgo β_C.

$$E_c = R_f + [E_M - R_f]\beta_c$$

$$E_C = 1{,}5\% + [8\% - 1{,}5\%] - 0{,}2$$

$$E_C = 0{,}2\% = a_C$$

$$TIR_C > a_C$$

Como la TIR del proyecto C es 5%, la empresa obtiene mayor rentabilidad en la inversión productiva C que en el mercado financiero en un activo de similar riesgo. Por lo que la inversión C se acepta.

Vamos ahora a realizar el cálculo de la otra forma alternativa.

Cálculo de la nueva beta.

$$\beta_{SDG+C} = \frac{150}{300+100}1{,}1 + \frac{100}{300+100}0{,}6 + \frac{50}{300+100}0{,}9 + \frac{100}{300+100} - 0{,}2$$

$$\beta_{SDG+C} = 0{,}625$$

Cálculo de la rentabilidad exigida por el mercado a_{SDG+C} a ese nivel de riesgo β_{SDG+C}.

$$E_{SDG+C} = R_f + [E_M - R_f]\beta_{SDG+C}$$

$$E_{SDG+C} = 1{,}5\% + [8\% - 1{,}5\%]0{,}625$$

$$E_{SDG+C} = 5{,}56\% = a_{SDG+C}$$

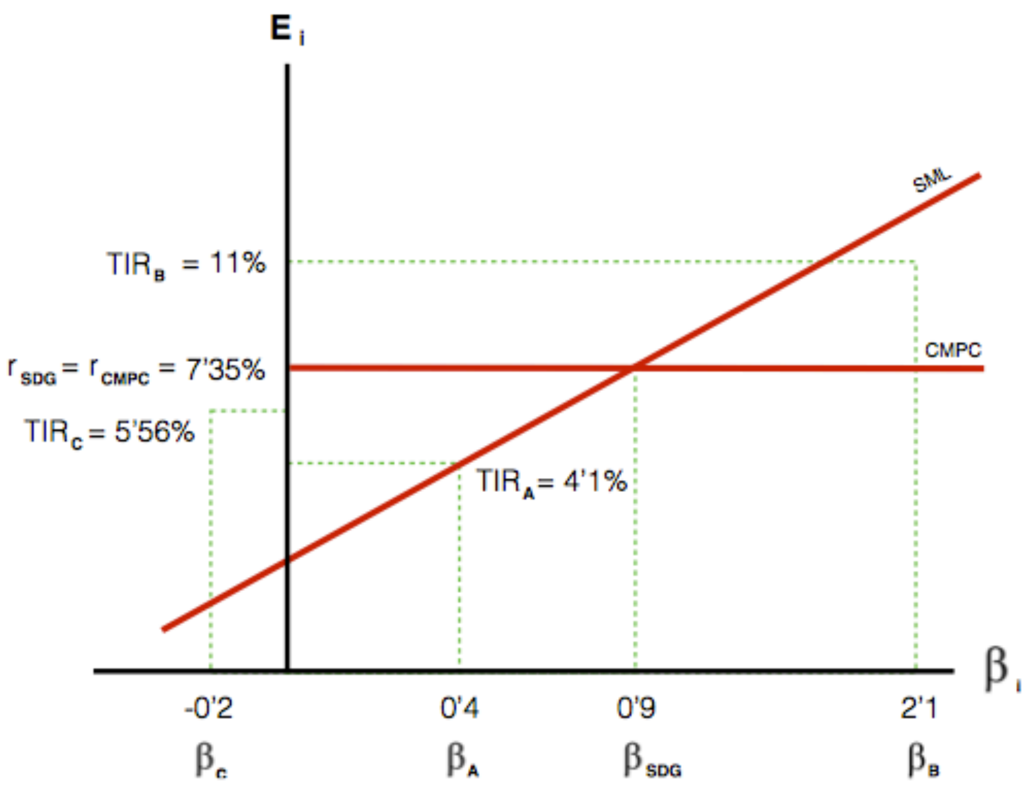
Cálculo de la TIR conjunta.

$$TIR_{SDG+C} = \frac{300}{300+100}7{,}35\% + \frac{100}{300+100}5\%$$

$$TIR_{SDG+C} = 6{,}76\% \longrightarrow TIR_{SDG+C} > a_{SDG+C}$$

De manera que el proyecto de inversión C se acepta porque es rentable, rindiendo éste más que una inversión financiera comparable.

Gráfico 24. Representación resultados tres proyectos de inversión empresa SDG.



Fuente: elaboración propia.

En el gráfico podemos observar los resultados obtenidos para los tres proyectos de inversión de la empresa SDG.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo fue concebido principalmente como un proyecto de investigación para ampliar conocimientos sobre un campo que a lo largo de los años permanece en constante desarrollo, con un caso de aplicación práctica para desplegar todo el aprendizaje obtenido a través de la teoría. Puesto que finalmente no se pudo realizar un estudio empírico por falta de datos relativos a las cotizaciones individuales de títulos pertenecientes a un mismo índice, se optó por demostrar cuál es hoy en día la aplicación de la Teoría de Carteras a nivel empresarial. Después de profundizar el estudio en estos dos campos, podemos concluir este trabajo señalando:

Dado que un hablamos en todo momento de inversión, ya sea productiva o financiera, los conceptos a calcular o estimar son iguales en ambas materias, de forma que aquella persona que vaya a emprender un proyecto cualquiera que sea estará interesada en conocer lo que va a obtener y el riesgo que va a asumir.

Aunque en la realidad resulta casi imposible predecir si un proyecto finalmente tendrá la rentabilidad esperada, tenemos a nuestra disposición métodos que son capaces de estimar con un alto porcentaje de fiabilidad qué es lo que ocurrirá en el futuro. Pero nuestro planteamiento es si dichos modelos realmente tienen en cuenta todos los factores que pueden afectar a la rentabilidad y riesgo de una inversión, ya que a la hora de poner en práctica alguno de ellos hemos encontrado ciertas deficiencias importantes para la determinación de estas variables.

Por ejemplo, el modelo CAPM, que es el más completo de entre todos los que hemos trabajado porque introduce mejoras al pionero, el de Markowitz, pensamos que proyecta un sesgo importante a la hora de plantear como supuesto único de riesgo la incertidumbre en el precio futuro, sin tener en cuenta otra serie de factores relativos a la empresa que tienen un peso importante en la determinación de las variables.

Podemos señalar como muestra de que ningún modelo es capaz de prevenir qué es lo que puede ocurrir en un futuro por la gran cantidad de datos necesarios para realizar una estimación medianamente realista, el desplome de las bolsas españolas en el año 2008, que ningún profesional pudo prever qué era lo que iba a ocurrir.

En resumen, tener a nuestro alcance herramientas y métodos para poder predecir qué es lo que ocurrirá mañana en los mercados es muy útil para poder realizar estimaciones respecto del comportamiento del mismo, e ir marcando las pautas que, por épocas, toman mayor relevancia, pero día a día hay que ir perfeccionando las técnicas, aprovechando que vivimos en un mundo altamente tecnológico para la recaudación de datos y para el procesamiento de los mismos.

6. VALORACIÓN PERSONAL

Este curso ha supuesto para mí una gran oportunidad de desarrollo personal e intelectual porque me ha ayudado a completar mis estudios de la Diplomatura en Ciencias Empresariales, y así, a través de este grado en Administración y Dirección de Empresas he podido adaptarlos a las demandas del mercado y a las directrices implantadas por el sistema europeo en materia de educación.

Las materias cursadas durante en el año lectivo han sido de gran interés por los conocimientos adquiridos y por la diversidad de asignaturas en cuanto a disciplinas impartidas en el mismo, contando además con un profesorado que se ha adaptado a las circunstancias del grupo.

Cabe señalar también que una de las concepciones del grado es la de fomentar el trabajo en equipo, que aunque a veces resulta complicada por las diferencias que surgen entre los componentes del grupo, en general, ha sido una experiencia positiva el poder trabajar con personas y llegar a adaptarnos entre todos, trabajando la coordinación entre nosotros. Además, en diversas asignaturas, hemos tenido que exponer nuestros trabajos grupales, lo que nos ha ayudado a mejorar nuestra capacidad de síntesis, dado que el tiempo para las exposiciones era limitado, y a ganar confianza en nosotros mismos, por el hecho de tratar de un tema delante de todos nuestros compañeros de clase y hacerles partícipes de nuestras explicaciones.

Asimismo para la obtención de dicha titulación es necesario presentar un Trabajo Final de Grado sobre alguna de las disciplinas impartidas. Este hecho, que supuso para mí una novedad importante y sobre la cual al principio tuve cierta turbación por el volumen y la dificultad de éste, ha sido enriquecedor a nivel personal y formativo; he podido aprender considerablemente de un tema que me interesaba, recopilando cuantiosa información para el desarrollo, y además he contado con la ayuda de mi tutor que ha ido adaptando el mismo a las circunstancias propias.

Como conclusión expresaré que estoy orgullosa de haber tenido la oportunidad de cursar este grado y sobretodo de los resultados académicos obtenidos en el mismo, que a día de hoy me abren muchas puertas para seguir con mi formación y poder así ir creciendo en un nivel personal y de conocimientos para poder cumplir mis metas y objetivos.

7. BIBLIOGRAFÍA

LIBROS

F. Blanco, M. Ferrando y M.F. Martínez (2015): *Teoría de la Inversión.* Ediciones Pirámide. Madrid.

F. Blanco y M. Ferrando (1996): *Dirección Financiera de la Empresa. Inversiones.* Ediciones Pirámide. Madrid.

A.I. Fernández (1994): *Introducción a las Finanzas.* Editorial Civitas. Madrid.

J. C. Conesa y C. Garriga (2002): *Teoría Económica del Capital y de la Renta.*

F. Galán (2004): *Riesgo, rentabilidad y eficiencia de carteras de valores.* Editorial Desclee de Brouwer. Bilbao.

J.J. Durán (1992): *Economía y Dirección Financiera de la Empresa*. Editorial Pirámide. Madrid.

ARTÍCULOS

Markowitz, Harry, (1952): “Portfolio Selection”, *The Journal of Finance,* Vol.7, No.1, pp 77-91.

Sharpe, William F., (1963): “A Simplified Model for Portfolio Analysis”, *Management Science,* Vol.9, No. 2, pp. 277-293.

Michaud, R., (1989); The Markowitz optimization enigma: is optimized optimal?, *Financial Analysts Journal,* Vol.45, No.1, pp. 31-42.

Black, F y Litterman, R (1992): “Global Portfolio Optimization”, *Financial Analysts Journal,* Vol.48, No.5, pp. 28-43.

Fama, Eugene, y French, Kenneth (1992): "The Cross-Section of Expected Stock Returns". *The Journal of Finance,* Vol.47, No2, pp. 427-465.

Friend y Blume (1970): "Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty." *American Economic Review,* Vol.60 No.4, pp. 607-36.

Mascareñas, J. (2012): Monografías sobre Finanzas Corporativas. "*Gestión de carteras I: Selección de Carteras"* y *"Gestión de carteras II: Modelo de Valoración de Activos"* ISSN: 1988-1878.

CONTENIDOS ELECTRÓNICOS

Harvard Business School. *John W. Pratt*, http://www.hbs.edu/faculty/Pages/profile.aspx?facId=12310 consultado el 10 de Junio de 2015.

Wikipedia. *Risk Aversion*, en.wikipedia.org/wiki consultado el 10 de Junio de 2015.

Wikipedia. *Harry Markowitz*, https://es.wikipedia.org/wiki consultado el 10 de Junio de 2015.

Wikipedia. *Gary Becker*, https://es.wikipedia.org/wiki consultado el 10 de Junio de 2015.

Wikipedia. *Milton Friedman,* https://es.wikipedia.org/wiki consultado el 10 de Junio de 2015.

Wikipedia. *Teoría de la elección racional*, https://es.wikipedia.org/wiki consultado el 10 de Junio de 2015.

Wikipedia*. Pierre Massé*, https://es.wikipedia.org/wiki consultado el 10 de Junio de 2015.

Expansión. *Rentabilidad*, www.expansion.com consultado el 1 de Julio de 2015.

Wikipedia. *Black-Litterman model*, en.wikipedia.org/wiki consultado el 10 de Julio de 2015.

Wikipedia. *Valor en Riesgo,* https://es.wikipedia.org/wiki consultado el 13 de Julio de 2015.

Expansión. *Valor en Riesgo*, www.expansion.com consultado el 13 de Julio de 2015.

Gerencie. *Administración Riesgos Financieros,* www.gerencie.com, consultado el 18 de Agosto de 2015.

Enciclopedia Financiera. *CML,* www.enciclopediafinanciera.com consultado el 20 de Agosto de 2015.

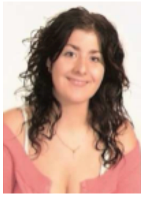
Wikipedia. *Homocedasticidad,* https://es.wikipedia.org/wiki consultado el 3 de Septiembre de 2015.

El blog salmón, *El CAPM, un modelo de valoración de activos financieros*, http://www.elblogsalmon.com/ consultado el 21 de Agosto de 2015.

7. REFERENCIAS ECUACIONES

8. CURRÍCULUM VITAE

Sara Diago Gonzalvo



C/ D. Vicente Gallart nº8 • Valencia
• Correo electrónico: sardiagon@gmail.com

Extracto

Recientemente **Graduada en Administración y Dirección de Empresas por la Universidad de Valencia (UV)** con una nota media de 7, a falta de la calificación del TFG, y con Matrícula de Honor en la asignatura Estrategia de Marketing.

Anteriormente **diplomada ciencias empresariales por la misma universidad,** con una nota media de 6,31.

Anteriormente **técnico superior en administración y finanzas** desde 2006.

Experiencia

Comercial de ventas / Auxiliar administrativa en Telecom Soriano (distribuidor Movistar) ***Enero 2012 – Octubre 2014***

Venta directa de servicios al cliente final, atención al público y realización de tareas administrativas, tales como facturación, gestión de stocks, etc.

Dependienta en Opencor ***Noviembre 2007 – Febrero 2015***

Reposición de mercancía, inventarios, cobros y atención al público.

Comercial de ventas de telefonía móvil en Movistar ***Abril 2005 - Noviembre 2011***

Venta de terminales y servicios; atención al cliente y tramitación de contratos.

Promotora en centros comerciales ***Abril 2005 - Febrero 2011***

Promotora de ventas en centros comerciales. Apoyo a la venta de determinados productos en las principales campañas del año.

Administrativa en Martínez Asesores ***Noviembre 2009 - Mayo 2010***

Realización de tareas administrativas; liquidación de IVA, contabilidad, gestión documental, etc.

Formación académica

Graduada en Administración y Dirección de Empresas
2014 - 2015

Diplomatura en Ciencias Empresariales en U.V.
2008 – 2014

Técnico superior en Administración y Finanzas en IES Serpis
2006 - 2008

Bachillerato de ciencias sociales y selectivo en Colegio Pureza de María (Grao)
2006 – 2008

Formación extra académica

Certificado de conocimientos de valenciano por JQCV – Nivel C1
2015

Curso de « Marketing en Entidades No Lucrativas »
2012

Curso « Habilidades del negociador »
2006

Curso de inglés « first »
2005

Datos de interés

Conocimiento del manejo de programas estadísticos (SPSS)

Conocimiento nativo de valenciano

Conocimiento avanzado de Microsoft Office (Word, Excel, Access, Porwer Point)

Carné de conducir B, C, CE y BTP. Vehículo propio