ЖИЗНЕСПОСОБНОСТЬ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ, ПОДВЕРЖЕННОЙ АТАКАМ

А. Н. Дудин[1], Х. Аль-Бегейн[2]

[1]*Белорусский государственный университет*
Минск, Беларусь
E-mail: dudin@bsu.by
[2]*Университет Гламорган*
Понтипридд, Уэльс
E-mail: kbegain@glam.ac.uk

Решена задача оценивания жизнеспособности линии передачи информации, состоящей из конечного числа идентичных каналов, при весьма общих предположениях о характере входного потока и процесса обслуживания запросов. Линия подвержена атакам. В ходе атаки поступает коррелированный поток поломок, вызывающих выход из строя каналов. Число поступающих в ходе атаки поломок – случайное. Поломки разнородны по времени, необходимого для их ликвидации. Жизнеспособность линии передачи оценивается в терминах среднего времени, требуемого для восстановления минимально необходимого для успешной работы системы линии числа каналов.

Ключевые слова: марковский входной поток, обслуживание фазового типа, многомерная цепь Маркова, поломки, восстановление, вероятность.

ВВЕДЕНИЕ

Системы массового обслуживания (СМО) представляют собой адекватные математические модели многих реальных процессов, в том числе процессов передачи информации в каналах и ее обработки в маршрутизаторах телекоммуникационных сетей. Поскольку для реального сетевого оборудования достаточно типичными являются перерывы в работе, вызванные поломками или необходимостью проведения профилактического обслуживания, важным разделом теории СМО является теория ненадежных СМО.

СМО, рассмотренная в работе [1], является одной из наиболее общих математических моделей ненадежных СМО из рассмотренных в литературе. Входной поток запросов задается как BMAP (Batch Markovian Arrival Process) – групповой марковский входной поток, что позволяет учитывать возможный эффект зависимости длин интервалов между моментами поступления запросов, возможную флуктуацию мгновенной интенсивности поступления и возможность группового поступления запросов. Система состоит из N независимых идентичных приборов. Время обслуживания имеет распределение фазового (PH) типа, что позволяет строить сколь угодно точные аппроксимации любых распределений. Поломки приборов поступают в соответствии с MAP-потоком (который является ординарным аналогом BMAP-потока). Времена восстановления приборов после поломок имеют распределение фазового типа. Вдобавок в [1] предполагается учет эффекта повторных вызовов.

В работе [2] рассмотрена модель, которая несколько проще, чем модель, изученная в [1], тем, что предполагается наличие входного буфера бесконечной емкости и поступающий поток запросов является ординарным, но более сложным в следующем аспекте. Как и практически во всех других работах, в [1] предполагается одиночное поступление поломок и одинаковое распределение времен восстановления приборов. В работе [2] впервые в литературе рассмотрено групповое поступление поломок (поступление поломок в составе так называемых атак). Атаки поступают в соответствии с MAP-потоком. Поступление атаки влечет выход из строя одного из занятых приборов (с потерей обслуживаемого запроса) и запуск механизма дальнейшего поступления поломок в составе данной атаки. Разнородные поломки поступают в составе атаки в соответствии с MAP-потоком с поглощающим состоянием, и время восстановления прибора после поломки имеет показательное распределение с параметром, зависящим от типа поломки. В работе [2] построен многомерный марковский процесс, описывающий поведение рассматриваемой СМО, построен его генератор. Построенный процесс относится к классу многомерных квазитеплицевых цепей Маркова с непрерывным временем и квазипроцессов гибели и размножения. С учетом результатов работы [3] в [2] получено конструктивное условие эргодичности рассматриваемой системы, реализован алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний системы. Найдены распределение времени ожидания запросов в системе и некоторые характеристики производительности системы.

В развитие работы [2] в работе [4] поставлена и решена задача исследования характеристики системы, которая по-русски может быть названа жизнеспособностью (существующее английское название этой характеристики – survivability – дословно – способность выживать). Такая характеристика была введена в рассмотрение в работе [5]. Эта характеристика в [5] определяется как среднее время до того, как, после наступления поломки и выхода системы из строя, система вернется к нормальному функционированию (восстановится) при условии, что новых поломок не будет наступать. Это определение не является достаточно математически четким, поскольку не определен критерий того, что система вернулась к нормальному функционированию, тем более что число запросов в системе в произвольный момент является случайной величиной. Для системы, рассматриваемой в данной работе, формальное задание показателя жизнеспособности системы затрудняется еще и тем, что после начала атаки она длится некоторое случайное время, в течение которого могут выходить из строя новые и новые приборы системы. В работе [4] было предположено, что жизнеспособность системы оценивается в терминах математического ожидания времени восстановления системы как времени с момента поступления атаки до момента времени, когда атака будет закончена (закончено поступление поломок в составе данной атаки) и длина очереди в системе опустится ниже некоторого фиксированного порогового значения. Для любого фиксированного порогового значения в [4] найдено преобразование Лапласа – Стилтьеса времени восстановления системы и его математическое ожидание, а также проиллюстрировано влияние корреляции во входном потоке запросов.

Определение времени восстановления системы, использованное в [4], интуитивно понятное и достаточно разумное. Однако, как показали результаты численных экспериментов, это определение имеет существенный изъян в ситуациях, когда время длительности атаки короткое, а время восстановления прибора очень долгое. В силу краткосрочности атаки за ее время в систему поступает не очень много запросов, и, согласно определению в [4], вскоре после окончания атаки система уже считается восстановленной. Но из-за поломки нескольких приборов и их медленного восстановления перегрузка системы (накопление большой очереди) реально может наступить уже после момента времени, в который система считается восстановившейся согласно определению, принятому в [4]. Поэтому в данной работе анализируется жизнеспособность системы, оцениваемая в терминах математического ожидания времени восстановления системы, как времени с момента поступления атаки до момента времени, когда атака будет закончена, число сломанных приборов опустится ниже некоторого фиксированного порогового значения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Система состоит из N независимых идентичных приборов. Входной поток является MAP-потоком, заданным управляющей цепью Маркова $\nu_t, t \geq 0,$ с пространством состояний $0,...,W$ и матрицами интенсивностей переходов цепи без генерации запросов D_0 и с генерацией запросов D_1. Матрица $D(1) = D_0 + D_1$ является инфинитезимальным генератором процесса $\nu_t, t \geq 0$. Средняя интенсивность потока λ задается формулой $\lambda = \boldsymbol{\theta} D_1 \mathbf{e}$, где $\boldsymbol{\theta}$ – вектор стационарного распределения процесса $\nu_t, t \geq 0$. Этот вектор является единственным решением системы $\boldsymbol{\theta} D(1) = \mathbf{0}, \boldsymbol{\theta}\mathbf{e} = 1$. Здесь и далее $\mathbf{e}$ – вектор-столбец соответствующего размера, состоящий из единиц, а $\mathbf{0}$ – вектор-строка соответствующего размера, состоящая из нулей. Более подробно ознакомиться с MAP-потоками, их историей, свойствами и полезностью при моделировании потоков в современных телекоммуникационных сетях можно в [6, 7].

После поступления в систему запрос занимает произвольный свободный прибор и начинает обслуживание. Если свободных приборов нет (все приборы заняты обслуживанием или ремонтируются), запрос помещается в буфер бесконечной емкости. Время обслуживания запроса имеет распределение фазового типа. Оно задается управляющей цепью Маркова $\eta_t, t \geq 0,$ с пространством несущественных состояний $1,...,K$ и неприводимым представлением (σ, S). Стохастический вектор-строка σ задает распределение вероятностей состояний процесса $\eta_t, t \geq 0,$ в момент начала обслуживания. Субгенератор S задает интенсивности переходов процесса $\eta_t, t \geq 0,$ в пространстве несущественных состояний. Вектор-столбец $\boldsymbol{S}_0 = -S\mathbf{e}$ задает интенсивности переходов процесса $\eta_t, t \geq 0,$ в единственное поглощающее состояние. Переход в это состояние соответствует окончанию обслуживания запроса. Больше информации о распределениях фазового типа можно почерпнуть в книгах [8, 9].

Группы поломок (атаки) поступают в систему в соответствии с MAP-потоком, который задается управляющей цепью Маркова $\zeta_t, t \geq 0,$ с пространством состояний $0,...,R$ и матрицами интенсивностей переходов цепи без генерации атаки A_0 и с генерацией атаки A_1. В момент поступления атаки поступает первая поломка, которая с равной вероятностью выбирает любой занятый прибор и выводит его из строя. Одновременно, в соответствии со стохастическим вектором $\beta,$ происходит выбор начального состояния процесса $\psi_t, t \geq 0,$ во множестве $1,...,M$. Дальнейшие переходы процесса $\psi_t, t \geq 0,$ в этом множестве задаются субгенератором F. Каждый такой переход сопровождается поломкой произвольного занятого обслуживанием прибора (если таковые имеются). Если занятых работающих приборов нет, поломка игнорируется. Если переход процесса $\psi_t, t \ge 0,$ произошел в состояние $m \subset \{1,...,M\}$, то произошедшая поломка прибора имеет тип m и время, требуемое для ремонта данного прибора, имеет показательное распределение с параметром γ_m.

Мы предполагаем, что по прибытии атаки новые атаки не поступают, пока данная атака закончится, и все сломанные приборы будут отремонтированы.

ПРОЦЕСС, ОПИСЫВАЮЩИЙ ДИНАМИКУ СИСТЕМЫ

Пусть i_t – число запросов в буфере в момент t, $i_t \ge 0$; r_t – состояние системы: $r_t = 0$, если в данный момент система не подвержена атаке, $r_t = 1$, если в данный момент идет атака на систему; n_t – число занятых (работающих или сломанных) приборов, $n_t \subset \{0,...,N\}$; k_t – число сломанных приборов, $k_t \subset \{0,...,n_t\}$; ν_t – состояние управляющего процесса MAP-потока запросов, $\nu_t = \overline{0,W}$; ζ_t – состояние управляющего процесса MAP-потока атак, $\zeta_t = \overline{0,R}$; ψ_t – состояние управляющего процесса поступления поломок в составе текущей атаки; $\xi^{(k)}{}_t$ – тип поломки в k-м сломанном приборе, $\xi^{(k)}{}_t \subset \{1,...,M\}$; $\eta_t^{(n)}$ – состояние управляющего процесса обслуживания в n-м занятом приборе, $\eta_t^{(n)} = \overline{1,K}, n = \overline{0, n_t - k_t}$. Предполагается, что приборы системы динамически нумеруются следующим образом. Если в произвольный момент времени обслуживанием заняты n - k приборов, а k приборов ремонтируется, то ремонтируемые приборы получают номера от 1 до k в обратном порядке их занятия (т. е. номер 1 получает прибор, только что начавший ремонт, номер k получает прибор, который ремонтируется дольше всех, а номера с $k+1$ до n получают обслуживающие приборы в порядке их занятия).

Нетрудно видеть, что многомерный процесс $\chi_t = (i_t, r_t, n_t, k_t, \nu_t, \zeta_t, \psi_t, \xi_t^{(1)}, \ldots, \xi_t^{(k_t)}, \eta_t^{(1)}, ..., \eta_t^{(n_t - k_t)}),\ t \ge 0,$ является неприводимой регулярной цепью Маркова с непрерывным временем. Пространство состояний этого процесса состоит из четырех множеств:

$$(0, 0, n_t, k_t, \nu_t, \zeta_t, \xi_t^{(1)}, \ldots, \xi_t^{(k_t)}, \eta_t^{(1)}, ..., \eta_t^{(n_t - k_t)}), k_t = \overline{0, n_t}, n_t = \overline{0, N},$$

$$(i, 0, N, k_t, \nu_t, \zeta_t, \xi_t^{(1)}, \ldots, \xi_t^{(k_t)}, \eta_t^{(1)}, ..., \eta_t^{(N - k_t)}), k_t = \overline{0, N},\ i > 0,$$

$$(0, 1, n_t, k_t, \nu_t, \zeta_t, \psi_t, \xi_t^{(1)}, \ldots, \xi_t^{(k_t)}, \eta_t^{(1)}, ..., \eta_t^{(n_t - k_t)}), k_t = \overline{0, n_t}, n_t = \overline{0, N},$$

$$(i, 1, N, k_t, \nu_t, \zeta_t, \psi_t, \xi_t^{(1)}, \ldots, \xi_t^{(k_t)}, \eta_t^{(1)}, ..., \eta_t^{(n_t - k_t)}), k_t = \overline{0, N},\ i > 0$$

В работе [2] получен генератор этой цепи в виде матрицы бесконечного размера, имеющей трех-блочно-диагональный вид. Элементы этих матриц имеют вид Кронекеровых произведений или сумм соответствующих векторов и субгенераторов, задающих интенсивности переходов независимых компонент цепи Маркова. Прототип вывода вида элементов этого генератора можно найти в работе [10]. Моментом, требующим специального внимания, является переход процесса ζ_t из состояния 0 в состояние 1, т. е. момент наступления атаки. Кроме перехода этого процесса, в данный момент вводятся две новые компоненты цепи Маркова: разыгрывается состояние процесса ψ_t, управляющего приходами последующих поломок в составе данной атаки, и одновременно генерируется состояние компоненты $\xi^{(1)}{}_t$, соответствующий задающей тип ремонта прибора. На первый взгляд, это может показаться излишним, поскольку в момент генерации значения компонент ψ_t и $\xi^{(1)}{}_t$ совпадают. Однако после этого момента может оказаться, что последний сломанный прибор будет восстановлен быстрее, чем какой-либо другой, соответствующая ему компонента будет вычеркнута из состояния процесса χ_t, и текущее состояние процесса ψ_t будет утеряно.

Данный генератор имеет блочно квазитеплицев вид. Что и позволяет найти искомое математическое ожидание времени до восстановления системы после наступления атаки с использованием понятия момента достижения поглощающего состояния специальным образом построенной цепи Маркова и вероятностной интерпретации векторных и матричных преобразований Лапласа – Стилтьеса распределений соответствующих времен.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kim, C. S.* The BMAP/PH/N retrial queue with Markovian flow of breakdowns / C. S. Kim, V. I. Klimenok, D. S. Orlovsky // European J. of Operational Research. 2008. Vol. 189, № 3. P. 1057–1072.
2. *Al-Begain, K.* Queueing system MAP/PH/N with propagated failures / K. Al-Begain, A. Dudin., V. Klimenok // Lecture Notes in Computer Science. 2010. Vol. 6148. P. 14–28.
3. *Klimenok, V. I.* Multi-dimensional asymptotically quasi-toeplitz Markov chains and their application in queueing theory / V. I. Klimenok, A. N. Dudin // Queueing Systems. 2006. Vol. 54, № 4. P. 245–259.
4. *Al-Begain, K.* Survivability of the MAP/PH/N queue with propagated failures / K. Al-Begain, A. N. Dudin., V. I. Klimenok // Proceedings of RNDM 2010 2nd International workshop on reliable networks design and modeling. Moscow, October 19–20 2010. P. 96–102.
5. *Heegaard, P. E.* Network survivability modeling / P. E. Heegaard, K. S. Trivedi // Computer Networks, 2009. Vol. 53. P. 1215–1234.
6. *Lucantoni, D.* New results on the single server queue with a batch Markovian arrival process / D. Lucantoni // Communication in Statistics - Stochastic Models. 1991. Vol. 7. P. 1–46.
7. *Chakravarthy, S.* The batch Markovian arrival process: A review and future work / S.~Chakravarthy, // Advances in Probability Theory and Stochastic Processes. Notable Publications: New Jersey, 2001. P. 21–49.
8. *Бочаров, П. П.* Теория массового обслуживания / П. П. Бочаров, А. В Печинкин.. М.: РУДН, 1995. 529 с.
9. *Neuts, M. F.* Matrix-geometric solutions in stochastic models / M. F. Neuts. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1981. 332 c.
10. *Breuer, L.* A retrial BMAP|PN|N system / L. Breuer, A. N. Dudin, V. I. Klimenok // Queueing Systems. 2002. Vol. 40. P. 433–457.