

Министерство образования Республики Беларусь  
Учебно-методическое объединение вузов Республики Беларусь  
по естественнонаучному образованию



УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

А.И.Жук

14.04.2010

Регистрационный № ТД- В. 240 /тип.

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И  
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Типовая учебная программа

для высших учебных заведений по специальностям:

1-31 04 02 Радиофизика; 1-31 04 03 Физическая электроника;

1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)

(направление 1-98 01 01-02 Компьютерная безопасность (радиофизические методы и программно-технические средства))

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического  
объединения вузов Республики Беларусь  
по естественнонаучному образованию



В.В. Самохвал

СОГЛАСОВАНО

Начальник управления высшего и  
среднего специального образования  
Министерства образования Республики  
Беларусь

Ю.И. Миксюк

14.04.2010

Ректор Государственного учреждения

образования  
«Республиканский институт высшей  
школы»



М.И. Демчук

31.03.2010

Эксперт-нормоконтролер

С.М. Артемьева

31.03.10

Минск 2009

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Н.Г. Абрашина-Жадаева** – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент;

**Л.Л. Березкина** – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Кафедра физики и высшей математики** учреждения образования «Международный государственный экологический университет имени А.Д.Сахарова»;

**С.С. Белявский** – заведующий кафедрой высшей математики и информатики частного учреждения образования «Институт современных знаний имени А.М. Широкова», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 29 апреля 2009г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 24 июня 2009г.);

Научно-методическим советом по физике учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 7 от 25 июня 2009г.);

Научно-методическим советом по компьютерной безопасности учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 4 от 22 июня 2009 г.)

Ответственный за выпуск: Л. Л. Березкина.

## Пояснительная записка

Типовая учебная программа «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» разработана для студентов, обучающихся по специальностям 1-31 04 02 Радиофизика, 1-31 04 03 Физическая электроника, 1-98 01 01 Компьютерная безопасность по направлению 1-98 01 01-02 Компьютерная безопасность (радиофизические методы и программно-технические средства) в соответствии с требованиями образовательных стандартов и типовых учебных планов по специальностям 1-31 04 02 Радиофизика, 1-31 04 03 Физическая электроника, 1-98 01 01 Компьютерная безопасность, по направлению 1-98 01 01-02 Компьютерная безопасность (радиофизические методы и программно-технические средства).

Целью изучения дисциплины является формирование систематизированных знаний и навыков по таким разделам высшей математики, как аналитическая геометрия и линейная алгебра.

Основная задача дисциплины – обеспечить глубокую подготовку, выработать навыки исследования и решения типовых задач аналитической геометрии и линейной алгебры.

Дисциплина базируется на знании математики в объеме программы общего среднего образования.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

знать:

- методы аналитической геометрии и линейной алгебры;
- основы функционального анализа и теории групп;

уметь:

- производить действия над матрицами;
- решать алгебраические системы уравнений;
- исследовать форму и ориентацию линий и поверхностей.

Объем дисциплины составляет 202 учебных часа, в том числе 108 аудиторных часов, из них: лекции – 60 часов, практические занятия – 48 часов.

## Примерный тематический план

| № п/п | Название темы                        | Лекции | Практические занятия | Всего |
|-------|--------------------------------------|--------|----------------------|-------|
| 1     | Элементы векторной алгебры           | 6      | 8                    | 14    |
| 2     | Прямые и плоскости                   | 3      | 8                    | 11    |
| 3     | Кривые и поверхности второго порядка | 7      | 8                    | 15    |
| 4     | Матрицы и определители               | 5      | 2                    | 7     |
| 5     | Системы линейных уравнений           | 5      | 4                    | 9     |
| 6     | Линейные пространства                | 6      | 4                    | 10    |
| 7     | Линейные операторы.                  | 6      | 6                    | 12    |

|    |   |           |           |            |
|----|---|-----------|-----------|------------|
| 8  | Билинейные и квадратичные формы               | 6         | 2         | 8          |
| 9  | Евклидовы пространства                        | 4         | 2         | 6          |
| 10 | Линейные операторы в евклидовых пространствах | 4         | 4         | 8          |
| 11 | Элементы тензорной алгебры                    | 6         |           | 6          |
| 12 | Элементы теории групп                         | 2         |           | 2          |
|    | <b>Итого</b>                                  | <b>60</b> | <b>48</b> | <b>108</b> |

### Содержание учебного материала

**1. Элементы векторной алгебры.** Понятие вектора. Свободные и связанные векторы. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Аффинная система координат. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведения. Критерии коллинеарности, компланарности и перпендикулярности векторов.

**2. Прямые и плоскости.** Основные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Пучок прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве.

**3. Кривые и поверхности второго порядка.** Определения эллипса, гиперболы, параболы и их канонические уравнения. Директрисы и эксцентриситет эллипса и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы. Определение канонического уравнения второй степени. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений.

**4. Матрицы и определители.** Матрицы и линейные операции над ними. След матрицы. Умножение и транспонирование матриц. Блочные матрицы. Определение определителя и его свойства. Теорема об определителе произведения двух матриц. Теоремы аннулирования и замещения. Обратная матрица.

**5. Системы линейных уравнений.** Матричные уравнения и их связь с системами линейных уравнений. Правило Крамера. Ранг матрицы и размерность линейной оболочки ее столбцов. Теорема о ранге произведения матриц. Теорема о базисном миноре. Критерий совместности системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений. Общее решение неоднородной системы. Метод Гаусса исключения неизвестных.

**6. Линейные пространства.** Определение линейного пространства и простейшие следствия из аксиом. Линейная зависимость и независимость. Базис и координаты. Связь между размерностью и базисом.  $R^n$  как пример аффинного, евклидова и метрического пространств. Преобразование базиса и координат, матрица перехода. Подпространства. Линейная оболочка системы

элементов линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

**7. Линейные операторы.** Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при изменении базиса. Действия над операторами. Обратный оператор. Изоморфизм линейных пространств. Образ и ядро линейного оператора. Пространство линейных форм. Собственные значения и собственные векторы. Присоединенные векторы. Условия приводимости квадратной матрицы к диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Жорданова нормальная форма матрицы.

**8. Билинейные и квадратичные формы.** Билинейная форма и ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса. Симметричная билинейная форма. Квадратичные формы. Изменение матрицы квадратичной формы при изменении базиса. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Закон инерции. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

**9. Евклидовы пространства.** Скалярное произведение. Вещественные и комплексные евклидовы пространства, псевдоевклидовы пространства. Неравенства Коши-Буняковского и треугольника. Существование ортогонального базиса. Матрица Грама и ее свойства. Разложение пространства в прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых пространств.

**10. Линейные операторы в евклидовых пространствах.** Ортогональные, унитарные, эрмитовы и симметричные матрицы. Сопряженный линейный оператор и его матрица. Самосопряженные линейные операторы и изометрии. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора. Приводимость эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм. Приведение к каноническому виду уравнений линий и поверхностей второго порядка.

**11. Элементы тензорной алгебры.** Общее определение тензора. Алгебраические операции над тензорами, прямой и обратный тензорный признаки. Тензоры в евклидовых пространствах. Операции поднятия и опускания индексов. Ортогональный тензор.

**12. Элементы теории групп.** Понятие группы. Основные свойства групп. Группа преобразований Лоренца.

### Информационно-методическая часть

#### Рекомендуемые темы практических занятий

1. Векторы и линейные операции над ними..
2. Скалярное и векторное произведения.
3. Смешанное и двойное векторное произведения.
4. Прямая на плоскости.
5. Плоскость и прямая в пространстве.

6. Линии второго порядка.
7. Поверхности второго порядка.
8. Матрицы и определители.
9. Системы линейных уравнений.
10. Линейные пространства.
11. Линейные операторы.
12. Собственные и присоединенные векторы. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду. Жорданова нормальная форма матрицы.
13. Билинейные и квадратичные формы.
14. Евклидовы пространства. Приведение к каноническому виду уравнений линий и поверхностей второго порядка.

### Рекомендуемые формы контроля знаний

#### Контрольные работы:

1. Элементы векторной алгебры.
2. Прямые и плоскости. Кривые и поверхности второго порядка.
3. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.
4. Линейная зависимость и независимость. Знакоопределенность квадратичных форм. Собственные и присоединенные векторы, жорданова нормальная форма матрицы. Приведение к каноническому виду уравнений линий и поверхностей второго порядка.

#### Кодлоквиумы:

1. Элементы векторной алгебры. Прямые и плоскости. Линии и поверхности второго порядка.
2. Линейные пространства и линейные операторы.

### Рекомендуемая литература

#### Основная

1. *Ильин, В.А.* Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — М.: Наука, 1981.— 224 с.
2. *Ильин, В.А.* Линейная алгебра / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — М.: Наука, 1984. — 294 с.
3. *Беклемишев, Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев. — М.: Наука, 1980.— 328 с.
4. *Русак, В.Н.* Курс вишэйшай матэматыкі. Алгебра і геаметрыя, аналіз функцый адной зменнай / В.Н. Русак, Л. Шлома, В.К. Ахраменка, А.Крачкоўскі. — Мн.: Вышэйшая школа, 1994. — 431 с.
5. *Березкина, Л.Л.* Линейная алгебра / Л.Л. Березкина. — Мн.: БГУ, 2008.— 183 с.
6. *Абрашина-Жадаева, Н.Г.* Аналитическая геометрия в примерах и задачах / Н.Г. Абрашина-Жадаева, Л.Л. Березкина, А.Н. Ковальчук, Н.К. Филиппова. — Мн.: РИВШ, 2008.—156 с.

7. Бурдун, А.А. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии / А.А. Бурдун, Е.А. Мурашко, М.М. Толкачев, А.С. Феденко. — Мн.: Універсітэцкае, 1999. — 302 с.

#### Дополнительная

1. Милованов, М.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.1 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко. — Мн.: Вышэйшая школа, 1984. — 302 с.
2. Милованов, М.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.2 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко. — Мн.: Вышэйшая школа, 1987. — 300 с.
3. Шикин, Е.В. Линейные пространства и отображения / Е.В. Шикин. — М.: МГУ, 1987. — 308 с.
4. Апатенок, Р.Ф. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, Н.В. Попова, В.Б. Хейнман. — Мн.: Вышэйшая школа, 1986. — 285 с.
5. Апатенок, Р.Ф. Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, В.Б. Хейнман. — Мн.: Вышэйшая школа, 1990. — 186 с.