

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar



Johan Olsson & Ola Nilsson

Avdelningen för Konstruktionsteknik
Lunds Tekniska Högskola
Lunds Universitet, 2011

Abstract

This report contains a study of the structural loading capacity for driven concrete piles in cohesive soil. Two different types of models for handling horizontal loads have been investigated. The most common way in Sweden to cope with horizontal loads on piles is to drive the piles inclined in a truss pattern. The pile head is then thought to be hinged and the horizontal load is transmitted to the soil by normal force in the pile. In this model the lateral resistance of the soil is used only to stabilize the pile against buckling. If the pile head is made as a rigid joint the lateral resistance of the soil can be used to support the horizontal load. The piles can then be driven vertically.

The analysis is made by hand calculating methods and the design standard used is Eurocode.

For comparison a pile group analysis was carried out for the two above given methods to cope with horizontal load on piles. The result indicates that the truss pattern model with hinged joints has greater horizontal load capacity when normal forces are significant which is the case when dealing with heavy structures. For vertically driven piles with rigid joints the result indicates that they are more advantageous when vertical forces are moderate, i.e. light structures.

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Rapport: TVBK-5191

ISSN:0349-4969

ISRN: LUTVDG/TVBK-11/5191+73p

Examensarbete

Examinator: Professor Sven Thelandersson, Avdelningen för konstruktionsteknik

Förord

Rapporten är skriven som examensarbete på civilingenjörsutbildningen Väg- och Vattenbyggnad vid Lunds Tekniska Högskola under perioden september 2010 till januari 2011. Arbetet har utförts från Centerlöf & Holmbergs kontor i Malmö.

Författarna vill rikta ett stort tack till Magnus Persson, Pernilla Malmborg och övriga medarbetare på Centerlöf & Holmberg för deras värdefulla kommentarer och synpunkter.

Ett stort tack till Sven Thelandersson på avdelningen för konstruktionsteknik samt Per-Johan Gustafsson på avdelningen för byggnadsmekanik vid Lunds Tekniska Högskola, för deras hjälp under arbetets gång.

Malmö 2011-01-15

Johan Olsson och Ola Nilsson

Sammanfattning

Rapporten behandlar metoder för analys av bärförmåga för slagna betongpålar i lera. Två principiellt olika metoder att bära horisontallaster har undersökts, den enligt svensk tradition vanliga metoden med ledat infäst påltopp och pålarna slagna i fackverksformation samt en metod där påltoppen utformas momentstyv. Vid ledat infäst påltopp bär pålen huvudsakligen last genom normalkraft och jordens sidomotstånd utnyttjas endast som stabilisering mot knäckning. Då påltoppen utformas momentstyv unyttjas jordens sidomotstånd dessutom för att bära horisontallast och pålarna kan då med fördel slås vertikala.

Analysen är genomförd med handberäkningsmetoder och med Eurocode som designkod, i syfte att skapa en dimensioneringsgång för ett enskilt pålelement för de två principiellt olika metoderna att bära horisontallast.

För att jämföra de två metoderna utfördes en pålgruppsberäkning. Utfallet av jämförelsen tyder på att en pålgrupp utformad med ledat infäst påltopp har större förmåga att bära horisontala laster när vertikalkraften är betydande, d.v.s. vid tunga konstruktioner. Resultatet indikerar även att vertikala pålar med momentstyv påltopp, ur bärförmågesynpunkt, är fördelaktiga framförallt vid låga vertikalbelastningar, t.ex. vid lätta konstruktioner.

Innehållsförteckning

1	INLEDNING	1
1.1	Bakgrund	1
1.2	Syfte	2
1.3	Metod	2
1.4	Avgränsning	2
2	BESKRIVNING AV PÅLELEMENTET OCH DESS VERKNINGSSÄTT	3
3	JORDMODELL	4
4	LEDAT INFÄSTA BETONGPÅLAR	6
4.1	Allmänt	6
4.2	Beräkningsmodell	6
5	MOMENTSTYV INFÄSTNING	19
5.1	Allmänt	19
5.2	Beräkningsmodell	19
6	MATERIALDATA OCH BERÄKNINGSFÖRUTSÄTTNINGAR	29
6.1	Bäddmodul, gränstryck och gränsförskjutning	29
6.2	Kryptal	31
6.3	Pålelementets böjstyvhet	31
6.4	Momentkapacitet	34
6.5	Sprickvidd	35

6.6	Materialparametrar och slagningens inverkan	36
6.7	Pålskarv	37
7	DIMENSIONERINGSEXEMPEL	39
7.1	Förutsättningar	39
7.2	Påle i lera med c_{uk} 15 kPa och marksättning 200 mm	40
7.3	Påle i lera med varierande c_{uk} och marksättning	48
7.4	Jämförelse Pålgrupp	51
8	SLUTSATS OCH DISKUSSION	54
9	BILAGOR	56
	REFERENSER	65

1 Inledning

1.1 Bakgrund

När marksättningar blir oacceptabelt stora, eller jordens bärförmåga är undermålig, används pålar för att föra ner lasterna till jordlager med bättre egenskaper. Det finns flera olika påltyper, de vanligaste är stålrörs-, stålkärne- och betongpålar. Stålkärnepålar installeras genom borrhning och har därmed liten påverkan på omkringliggande jord. Stålrörs- och betongpålar installeras genom slagning och påverkar därför jorden och därigenom omkringliggande strukturer. I fabrik tillverkade betongpålar är den i Sverige absolut vanligaste påltypen. Betongpålarnas styrka, ur strukturell synvinkel, är deras förmåga att ta tryckande normalkraft. Svagheten ligger framförallt i dragkapaciteten. Betong som är ett sprött material tar även skada vid installationen i jord, då den som ovan nämnts sker genom slagning.

Framförallt inom anläggningskonstruktion uppkommer ofta horisontella laster på fundament, t.ex. genom påkörnings-, broms-, eller vindlast. Två principiellt olika metoder för att bära horisontallaster med betongpålar är:

- Pålarna slås lutande i fackverksformation och bär horisontella- och vertikala laster genom normalkraft som överförs till jorden via kohesion/friktion eller till berg genom stoppslagning. På grund av fackverksprincipen antas påltoppen vara utformad med ledad infästning. Detta är den i Sverige traditionella metoden för att bära horisontallaster.
- Jordens sidomotstånd utnyttjas för att bära horisontella laster, påltoppen utformas med fördel momentstyv och pålarna slås vertikala. Pålen överför då horisontallasten till jorden via balkverkan.

I och med övergången till Eurocode fanns ett behov hos ingenjörbyrån Centerlöf & Holmberg att utveckla en dimensioneringsgång för den strukturella bärförmågan hos betongpålar. Från författarnas sida uppstod då intresset av att också göra en jämförelse i lastkapacitet mellan de två principiellt olika metoderna att bära horisontallast.

1.2 Syfte

Syftet med examensarbetet är att skapa en dimensioneringsgång med Eurocode som designkod för slagna betongpålar med ledad och momentstyv infästning samt att jämföra den strukturella bärförmågan mellan de två principiellt olika sätten att bära horisontallast.

1.3 Metod

Genom en litteraturstudie inhämtas information för skapande av dimensioneringsprogram för betongpålar med Excel som interface. Verkningsätt och resultatet av jämförelsen mellan de två olika metoderna att bära horisontallast presenteras i rapportform.

1.4 Avgränsning

- Rapportens syfte är endast att undersöka den strukturella bärförmågan för pålelement av betong i lera.
- Dimensioneringen görs med handberäkningsmetoder och begränsas därmed till analys i ett plan.
- Yttre lasters ursprung beaktas inte och lasters storlek och varaktighet ses som indata.
- Eventuella skillnader i lastkombinering mellan geotekniska laster och yttre laster beaktas ej.
- Pålarnas tvärkraftskapacitet behandlas inte.
- Endast den mot pålen vinkelräta komponenten av marksättning behandlas.

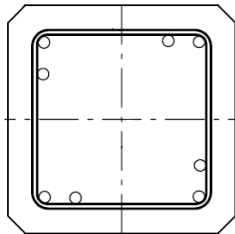
2 Beskrivning av pålelementet och dess verkningsätt

Laster på en mantelburen påle överförs till omkringliggande mark genom skjuvspänningar mellan pålytan och jord. Jorden uppbringar sin skjuvhållfasthet och därmed sin mantelbärförmåga först när pålen förskjutits ett litet stycke nedåt i jorden. Normalkraften är störst i toppen på pålen för att sedan minska då den gradvis överförs till jorden genom skjuvspänning. (Olsson & Holm, 1993)

Omvänt förhållande blir det om det är jorden som förflyttas nedåt genom sättning. Då medför skjuvspänningarna längs pålens mantelyta en normalkraftsökning i pålen och därmed en minskad förmåga att bära yttre last. Detta kallas negativ mantelfriktion eller påhängslast. (Olsson & Holm, 1993)

Spetsbärande påle bär huvudsakligen last via sin spets till underliggande berg eller bärkraftigt jordlager. Detta begränsar marksättningar uppkomna av yttre last på pålen och därmed tillskottskrafterna av marksättningen.

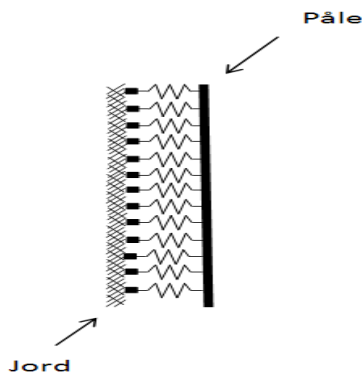
Betongpålar avsedda att slås ned i antingen kohesionsjord eller friktionsjord förtillverkas i fabrik av ett flertal olika leverantörer. Pålarna har kvadratisk tvärsnitt och ofta förekommande sidlängder är 235, 270 och 275 mm. Betongpålar tillverkas slakarmerade och den längsgående armeringen innesluts av spiralbyglar. Pålängder på upp till 13 m finns att tillgå med möjlighet att skarva på ytterligare sektioner genom sammankoppling med pålskarv. Spiralbyglarna verkar dels som tvärkraftsarmering men förhindrar också de längsgående stängerna från att spjälkas ut vid slagning och tryckande normalkraftsbelastning. Traditionellt tillverkas najade armeringskorgar manuellt men på senare tid förekommer även maskintillverkade motståndssvetsade armeringskorgar.



Figur 2:1. Armeringens placering i en påle med åtta längsgående järn

3 Jordmodell

En påle befinner sig i jord och stöts av denna, det finns ett antal sätt att modellera detta på. Beräkningarna i denna rapport utgår från winklernetoden. Modellen bygger på att jorden kan ses som ett oändligt antal icke sammankopplade fjädrar. För att kunna använda denna metod som en handberäkningsmetod förutsätts det i rapporten att pålen kan betraktas som idealt elastisk och jordens (fjädrarnas) respons kan betraktas som idealt elastoplastiska.



Figur 3:1. Balk på winklerbädd

Jorden antas vidare i denna modell ha isotropa egenskaper. Bäddmodulen kan självfallet variera mot djupet, pålen får då delas in i mindre element. I rapporten antas bäddmodulen vara konstant mot djupet för att minimera antalet beräkningar. Pålen antas vidare vara spetsbärande, normalkraften antas alltså vara konstant utmed pålens längd. Är pålen mantelburen blir detta inte fallet men då normalkraften har en destabiliserande inverkan är betraktelsesättet på säkra sidan.

Jordens transversella tryck mot pålen kan enligt Pålkommisionen rapport 101 (2006) skrivas som en linjelast utmed pålen:

$$U = K_u \cdot (u - u_g) \quad (\text{kraft/m}) \quad (3:1)$$

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Där

$$K_u = k_u \cdot d \quad (\text{kraft/m}^2) \quad (3:2)$$

u = Pålens transversella förskjutning

u_g = Jordens förskjutning vinkelrätt pålän

d = Pålens mått vinkelrät mot utböjningen

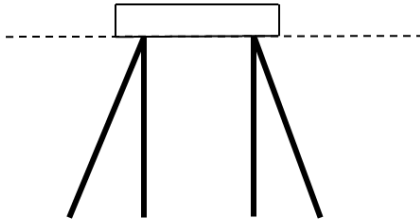
k_u = Jordens bäddmodul (kraft/m³)

K_u = Jordens balkbäddmodul

Detta är en relativt enkel modell av en komplicerad verklighet. En sak att ha i åtanke vid pålning är att informationen om marken och dess egenskaper alltid är bristfällig och en allt för komplicerad modell torde därför inte vara motiverad.

4 Ledat infästa betongpålar

4.1 Allmänt



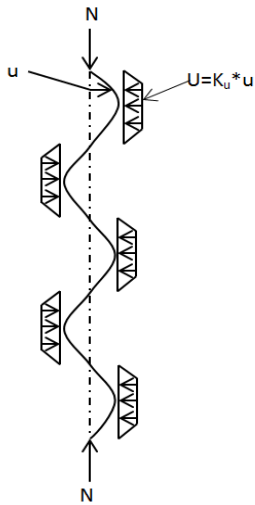
Figur 4.1:1. Principiellt utseende för pålgrupp med ledat infästa pålar

För att bära horisontella laster kan pålar slås i fackverksformation. Horisontalkrafterna tas då upp på samma sätt som vertikalkrafterna det vill säga genom normalkraft i pålen och jordens sidomotstånd utnyttjas som stabilisering mot knäckning. Knutpunkterna i ett generellt fackverk kommer beroende på yttre last att förskjutas i och med att de ingående stängerna trycks ihop eller töjs ut. Betongpålar i fackverksformation får också en sidledsförskjutning, dock inte särskilt stor, på grund av betongens ringa längdändring vid axiell belastning. En möjlig förenkling är då att säga att pålens knutpunkter inte förskjuts. Då pålen inte armeras ihop med bottenplattan, utan endast gjuts in, kommer vinkeländring vara möjlig och därmed används en ledad infästning av påltoppen i beräkningsmodellen.

4.2 Beräkningsmodell

Pålen betraktas som en elastisk normalkraftsbelastad balk med styvheten EI inbäddad i det elastiskt - idealplastiska mediumet jord, vars sidostödjande effekt kan beskrivas enligt ekvation 3:1 d.v.s. en Winklerbädd. Gränsförskjutningen (u_{bd}) definieras som den totala förskjutning som krävs för att gränstrycket ska uppnås, den förskjutning som krävs för att jordens respons ska övergå från elastisk till plastisk. Om sidoförskjutningen, u , överstiger gränsförskjutningen beaktas detta genom att reducera balkbäddmodulen så att trycket aldrig överstiger gränstrycket.

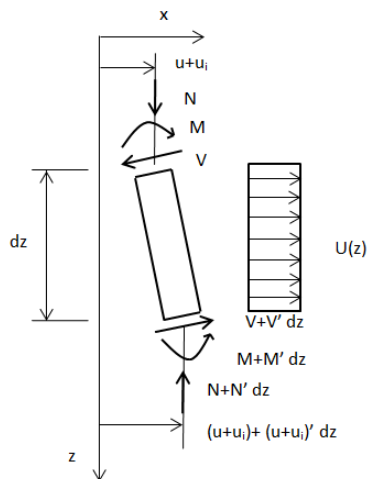
Analys sker genom att studera knäckning för en ledat infäst initialt rak påle och hitta största tillåtna kraften N i deformerat jämviktsläge enligt figur 4.2:1.



Figur 4.2:1. Principiellt utseende för knäckning av balk på winklerbädd med randvillkor för ledad infästning.

4.2.1 Elastisk deformation av jorden längs pålen

Lasten då en sidostödd balk knäcker tas fram genom jämvikt för ett balksegment i deformerat tillstånd.



Figur 4.2.1:1. Frilagt pålsegment i deformerat tillstånd. (Pålkommissionen rapport 101, 2006)

- u = deformation av yttre last
- u_i = initialkrokighet
- u_g = markens rörelse

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Momentjämvikten för normalkraftsbelastad balk i deformerat tillstånd kan skrivas:

$$M'' + (N(u + u_i))' = U \quad (4.2.1:1)$$

Med momentet och lasten från jorden uttryckt enligt:

$$M = EI \cdot u'' \quad (4.2.1:2)$$

$$U = -K_u(u - u_g) \quad (4.2.1:3)$$

Insättning av ekv. 4.2.1:2 och ekv. 4.2.1:3 i ekv. 4.2.1:1 ger:

$$EIu^{IV} + Nu'' + K_u u = K_u \cdot u_g - Nu_i'' \quad (4.2.1:4)$$

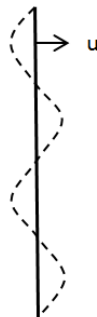
Med randvillkor för en ledat infäst balk utan initialkrokighet och markrörelse kan ekv. (4.2.1:4) skrivas:

$$EIu^{IV} + N_{cr}u'' + K_u u = 0 \quad (4.2.1:5)$$

Enligt Pålkommisionen rapport 101 (2006) antas en lösning till differentialekvationen 4.2.1:5 som:

$$u(z) = \hat{u} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{L}\right) \quad (4.2.1:6)$$

Där n är antalet halva vågor. Pålens knäckningsform illustreras i figur 4.2.1:2.



Figur 4.2.1:2. Knäckningsmod för ledat infäst påle

Insättning av andra- och fjärdederivatans av ekv. 4.2.1:6 i ekv. 4.2.1:5 ger:

$$EI \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 - N_{cr} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + K_u = 0 \quad (4.2.1:7)$$

Knäcklasten blir då:

$$N_{cr}(n) = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2} + \frac{K_u L^2}{n^2\pi^2} \quad (4.2.1:8)$$

Enligt Olsson & Holm (1993) ger $\frac{\Delta N_{cr}}{\Delta n} = 0$ den lägsta knäcklasten som blir:

$$\frac{\Delta N_{cr}}{\Delta n} = 0 \leftrightarrow n = \frac{L}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{K_u}{EI}} \quad (4.2.1:9)$$

Lägsta knäcklasten fås genom kombinerad av ekv. 4.2.1:8 och ekv. 4.2.1:9

$$\left. \begin{aligned} N_{cr}(n) &= \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2} + \frac{K_u L^2}{n^2\pi^2} \\ n &= \frac{L}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{K_u}{EI}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow N_{cr} = 2\sqrt{EIK_u} \quad (4.2.1:10)$$

Knäcklängden beräknas genom ekv. 4.2.1:9:

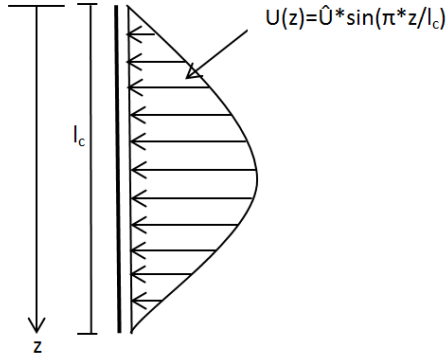
$$L_c = \frac{L}{n} = \pi \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{K_u}} \quad (4.2.1:11)$$

Tvärkraften beräknas genom jämvikt för normalkraftsbelastad balk i deformerat tillstånd. (Pålkommisionen rapport 101, 2006)

$$V = -EIu'''' - N(u' + u_i') \quad (4.2.1:12)$$

Där u är tillskottsutböjningen och u_i är initialkrokigheten.

Alternativt kan tvärkraftsbelastningen beräknas direkt genom att integrera jordlinjelasten $U(z)$, som verkar på pålen, över knäcklängden, se figur 4.2.1:3. Amplituden för jordlasten är $\hat{U} = K_u \cdot \hat{u}$, där \hat{u} är maximala tillskottsutböjningen och K_u är balkbäddmodulen. Maximala tvärkraften uppträder i änden på pålsegmentet med längden L_c .



Figur 4.2.1:3. Jordtrycket p.g.a. normalkraftsbelastning

$$V_1 = 0,5 \cdot \int_0^{L_c} \hat{U} \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{L_c}\right) dz \quad (4.2.1:13)$$

\hat{U} = amplituden för transversalbelastning av jordlasten

L_c = knäcklängden

Då pålens tillskottsutböjning är mindre än gränstöjningen u_{bd} beter sig jorden elastiskt och $N_{cr} = 2\sqrt{EIK_u}$, samt $L_c = \pi \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{K_u}}$ beräknas utifrån den konstanta balkbäddmodulen.

4.2.2 Plastisk och elastisk deformation av jorden längs pålen

Bäddmodulen är konstant fram till dess att jorden plasticeras och gränstrycket är uppnått. Större tryck än gränstrycket kan inte utbildas mot pålen oavsett hur mycket pålen böjer ut i sida. För att sambandet $q=k \cdot u$ skall kunna tillämpas på den sinusformade utböjning även för utböjningar större än gränsförskjutningen u_{bd} , då jorden plasticeras, reduceras bäddmodulen till en ekvivalent bäddmodul, k_{de} , så att trycket q inte kan bli högre än flyttrycket. Den reducerade ekvivalenta bäddmodulen tas fram genom att utgå från att arbetet som det aktuella jordtrycket och ekvivalenta jordtrycket utträttar inom en knäcklängd på pålen är detsamma. Den reducerade bäddmodulen ger en lägre knäcklast och ökad knäcklängd.

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

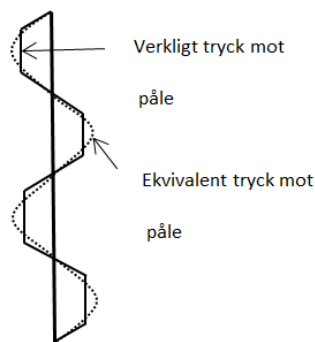
Metodiken presenterad i Pålkommisionen rapport 84a (1995) används för att ta fram den reducerade bäddmodulen.

Ekvivalent jordtryck mot pålen $q_{de} = k_{de} \cdot u_1$

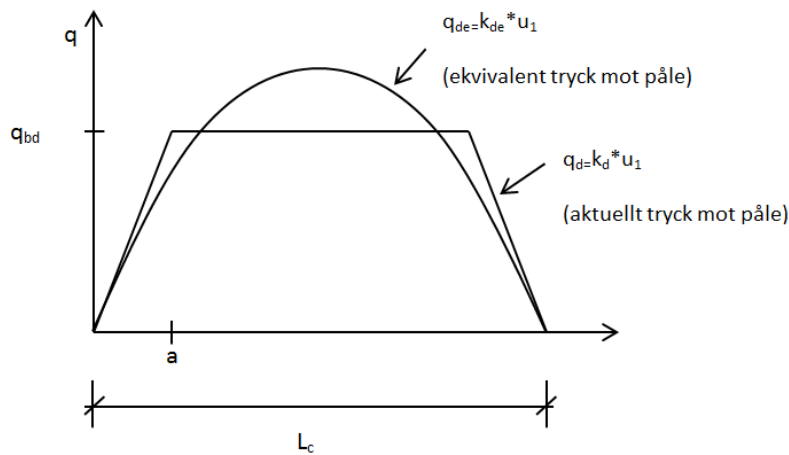
Aktuellt jordtryck mot påle $q_d = k_d \cdot u_1$

De båda jordtrycken illustreras i figur 4.2.2:1.

Utböjningen u_1 i en punkt längs knäcklängden beskrivs i enlighet med ekv 4.2.1:6 av $u_1 = \hat{u} \cdot \sin \frac{\pi \cdot z}{L_c}$, där \hat{u} är amplituden för tillskottsutböjningen och L_c är knäcklängden.



Figur 4.2.2:1. Jordtryckens variation längs pålen



Figur 4.2.2:2. Aktuella och ekvivalenta jordtryckets variation inom en knäcklängd, q_{bd} betecknar flyttrycket. (Pålkommisionen rapport 84a, 1995).

I figur 4.2.2:2 symboliseras läget a av att det är den punkt då flyttrycket, q_{bd} , uppnås. Arbetet beräknas genom att integrera $k_d \cdot u_1$ och $k_{de} \cdot u_1$ längs halva knäcklängden L_c . De termer i integraluttrycket som är på formen $0,5 \cdot k \cdot u^2$ motsvarar arbetet hos jorden då denna beter sig som en elastisk fjäder. Sista termen betecknar arbetet för den del av utböjningen som är större än gränsförskjutningen och ej är elastisk. Enligt Pålkommisionen rapport 84a (1995) kan integralen skrivas som:

$$\int_0^{L_c/2} 0,5 \cdot k_{de} \cdot u_1^2 \cdot dx = \int_0^a 0,5 \cdot k_d u_1^2 \cdot dx + \int_a^{L_c/2} 0,5 \cdot \frac{q_{bd}^2}{k_d} \cdot dx + \int_a^{L_c/2} q_{bd} \left(u_1 - \frac{q_{bd}}{k_d} \right) \cdot dx \quad (4.2.2:1)$$

Om $\alpha = \arcsin \frac{u_{bd}}{u}$ kan ekv. (4.2.2:1) enligt Pålkommisionen rapport 84a (1995) förenklas till:

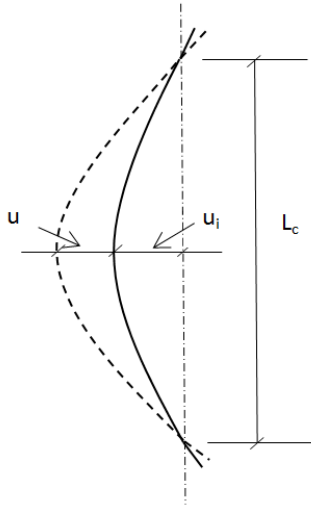
$$k_{de} = \frac{2}{\pi} \cdot \left(\alpha + \frac{3}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha) - (\pi - 2 \cdot \alpha) \cdot \sin^2(\alpha) \right) \cdot k_d \quad (4.2.2:2)$$

Bäddmodulen kan sedan göras om till balkbäddmodul enligt principen $k \cdot d = K_u$. För sidoutböjningar större än gränstörningen u_{bd} plasticeras jorden och balkbäddmodulen reduceras, därmed kommer $N_{cr} = 2 \cdot \sqrt{EI K_u}$ att minska och $L_c = \pi \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{K_u}}$ att öka.

4.2.3 Effekt av initialkrokighet

En påle som har en initialkrokighet och belastas med tryckande normalkraft kommer att få en ökad utböjning, vilket kan hanteras i andra ordningens teori. Störst totalutböjning fås om initialkrokigheten och knäckningsmoden antas ha samma form d.v.s. sinusformad och maxvärdet för de båda utböjningarna uppträder i samma punkt inom sträckan L_c , vilket kan ses i figur 4.2.3:1 . Därför ansätts initialutböjningen i enlighet med ekv. 4.2.1:6 till:

$$u_i = \hat{u}_i \cdot \sin \frac{\pi \cdot z}{l_c} \quad (4.2.3:1)$$



Figur 4.2.3:1. Utböjningsformen för initial- och tillskottsutböjning. (Pålkommisionen rapport 84a, 1995)

Amplituden för andra ordningens utböjning hos en krokig pelare med normalkraft kan då i enlighet med Pålkommisionen rapport 101 (2006) skrivas som:

$$\hat{u} = \frac{N/N_{cr}}{(1-N/N_{cr})} \hat{u}_i \quad (4.2.3:2)$$

där \hat{u}_i är amplituden för initialkrokigheten.

SS-EN-1992-1-1:2005 behandlar inte initialkrokighetens maxvärde i ekv. 4.2.1:6 för pålar, för pelare anges dock maxvärdet till $L/400$. I brist på annan information är den dimensionerande initialkrokigheten vald enligt pålkommisionen rapport 84a, (1995).

$$\hat{u}_i = \frac{L_c}{300} \text{ för oskarvade pålar}$$

$$\hat{u}_i = \frac{L_c}{150} \text{ för skarvade pålar}$$

Enligt tidigare uttrycks momentet: $M = EI \cdot u''$

Kombineras ekv. 4.2.3:1 och 4.2.3:2 kan andra ordningens utböjning för första knäckningsmoden skrivas som:

$$u = \frac{N/N_{cr}}{(1-N/N_{cr})} \hat{u}_i \sin\left(\frac{\pi z}{L_c}\right) \quad (4.2.3:3)$$

Analytisk av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

$$u'' = - \left(\frac{\pi}{L_c} \right)^2 \frac{N/N_{cr}}{(1-N/N_{cr})} \hat{u}_i \sin \left(\frac{\pi z}{L_c} \right) \quad (4.2.3:4)$$

Maximala momentet uppträder i punkten $z=0,5 \cdot L_c$, ty då är $\sin \left(\frac{\pi z}{L_c} \right) = 1$

$$M_{\max} = EI \left(\frac{\pi}{L_c} \right)^2 \frac{N/N_{cr}}{(1-N/N_{cr})} \hat{u}_i \quad (4.2.3:5)$$

Ersätts N_{cr} i täljaren i ekv. 4.2.3:5 med $N_{cr} = 2\sqrt{EI K_u}$ och genom ekv. 4.2.1:11 kan K_u bytas ut mot $K_u = \frac{\pi^4 EI}{L_c^4}$ och då fås:

$$M_{\max} = EI \left(\frac{\pi}{L_c} \right)^2 \frac{\frac{N}{\left(\frac{2EI\pi^2}{L_c^2} \right)}}{(1-N/N_{cr})} \hat{u}_i = \frac{1}{2} \frac{N \hat{u}_i}{(1-N/N_{cr})} \quad (4.2.3:6)$$

Ekvation 4.2.3:2 för andra ordningens utböjning kan formuleras om till:

$$N = \frac{N_{cr} \hat{u}}{\hat{u}_i + \hat{u}} \quad (4.2.3:7)$$

Genom att nyttja ekv. 4.2.3:7 och stegvis öka tillskottsutböjningen \hat{u} och för varje \hat{u} beräkna en ny N_{cr} , för att beakta jordens plasticering, reduceringen av balkbäddmodulen och knäcklängd, kan det \hat{u} hittas då normalkraften inte längre ökar. Detta är största normalkraften pålen klarar av utan att den knäcker.

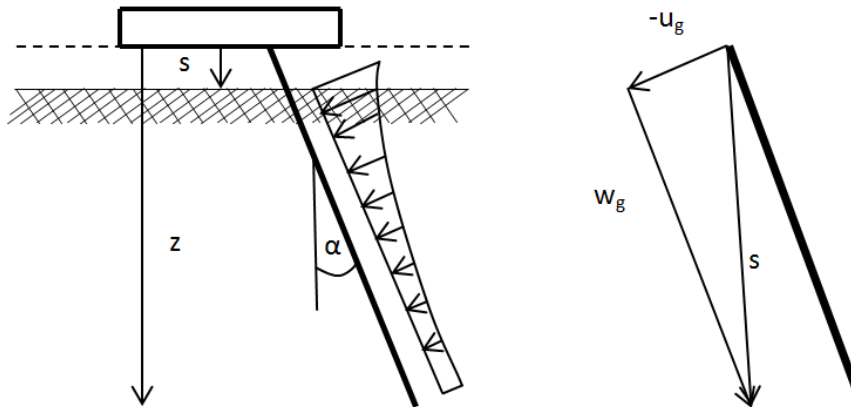
För analys av ledat infästa pålar finns fyra centrala uttryck:

1. $N_{cr} = 2\sqrt{EI K_u}$ kritisk normalkraft (knäcklast) ekv. 4.2.1:10
2. $L_c = \pi \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{K_u}}$ knäcklängd ekv. 4.2.1:11
3. $N = \frac{N_{cr} \hat{u}}{\hat{u}_i + \hat{u}}$ kraft i påle vid viss utböjning ekv. 4.2.3:7
4. $M_{\max} = \frac{1}{2} \frac{N \hat{u}_i}{(1-N/N_{cr})}$ andra ordningens moment ekv. 4.2.3:6

4.2.4 Tilläggskrafter vid lutande påle

Lera som till sin natur är sättningbenägen kan skapa tillskotts krafter hos en påle. När lera sätter sig medför kohesionen att leran hänger i pålen och därmed kommer även pålen att röra sig med marksättningen. Modellen är fortfarande att pålen är ledat infäst och påltoppen inte kan förskjutas. Är pålen vertikal och marken sätter sig uppstår endast en tryckande normalkraft. Om pålen däremot lutar uppstår både normalkraft, tvärkraft och moment som pålen måste dimensioneras för.

När det inte finns någon marksättning är höga värden på pålens styvhet EI och lerans balkbäddmodul gynnsamma. Krafter i pålen på grund av marksättning är en belastning med givna förskjutningar, det innebär att högre böjstyvhet på pålen och högre värden på bäddmodulen är ogynnsamma och genererar större snittkrafter. Beroende på om hög styvhet är gynnsamt eller ogynnsamt beräknas värdet på material- och jordparametrar olika, se avsnitt 6, och leder till olika resultat på pålens lastkapacitet. Då det är svårt att veta hur stor inverkan moment av marksättning har på den totala belastningen är det nödvändigt att testa samtliga kombinationer av hög och låg styvhet hos lera och påle för att förvissa sig om att den värsta kombinationen är funnen.



Figur 4.2.4:1. Marksättningens inverkan på lutande påle

Pålen lutar med vinkel α , marksättning betecknas s och sättningens utbredning i djupled betecknas t . Belastningen på en lutande påle från marksättning kan delas upp i två komponenter. Den ena verkar utmed pålens längd och medför ökad normalkraft i

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

pålen, så kallad påhängslast. Den andra verkar vinkelrätt mot pålen och får denna att böja ut och därmed orsaka moment och tvärkraft. Balkbäddmodulen väljs, i enlighet med Pålkommisionen rapport 101 (2006), så att flytttransversalbelastningen uppnås där marksättningen är som störst, d.v.s. vid påltopp, och blir då:

$$K_u = \frac{U_{bd}}{|\hat{u}_g|} \quad (4.2.4:1)$$

U_{bd} = jordens flytlinjelast

\hat{u}_g = jordens maximala transversella rörelse enligt ekv. 4.2.4:2

När snittkrafterna i pålen från marksättning skall beräknas är utgångspunkten återigen momentjämvikten för en deformerad balk ekv. 4.2.1:4. Däremot är inte högerledet lika med noll denna gång eftersom det finns en markrörelse u_g . Lösningen delas därför upp i en homogen och en partikulär lösningsdel. Lösningar till differentialekvationen 4.2.1:4 för givna förskjutningar av marksättning ges i bilaga 9C. Då pålen är ledat infäst i bottenplattan och slagen i fackverksformation kan randvillkoren för pålspetsen sättas till $u = u' = 0$.

Jordens transversella rörelse relativt pålen vid markytan blir:

$$\hat{u}_g = -s \cdot \sin \alpha \quad (4.2.4:2)$$

Transversella markrörelsens gradient mot djupet antas vara konstant enligt:

$$u'_g = \frac{-\hat{u}_g}{t} \quad (4.2.4:3)$$

För att uppnå randvillkoren ($u = u' = 0$) i pålspetsen då $z \rightarrow \infty$ antas rörelsen i jorden som en exponentialfunktion. (Pålkommisionen rapport 101, 2006)

$$u_g(z) = \hat{u}_g \cdot e^{\lambda z} \quad (4.2.4:4)$$

Då sättningen och sättningens inverkan på snittkrafterna är störst vid markytan, väljs λ i ekv. (4.2.4:4) så att gradienten och förskjutningen stämmer vid markytan.

$$\lambda = -\frac{\hat{u}_g}{u_g(0)} \quad (4.2.4:5)$$

Partikulärlösningen för pålens förskjutning, moment och tvärkraft är:

$$u_p(z) = \frac{c\lambda^4}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \cdot \hat{u}_g \left(e^{\frac{-z}{\lambda}} \cdot \left(C_{u\alpha N}(z) - \frac{L_{g1}}{\lambda} \cdot C_{m\beta N}(z) \right) \right) \quad (4.2.4:6)$$

$$M_p(z) = \frac{K_u\lambda^4}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \cdot \hat{u}_g \left(e^{\frac{-z}{\lambda}} \cdot \left(\frac{-2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(z) + \frac{2\lambda}{L_{g1}} \cdot C_{m\delta N}(z) \right) \right) \quad (4.2.4:7)$$

$$V_p(z) = \frac{K_u\lambda^2}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \cdot \frac{\hat{u}_g}{\lambda} \left(e^{\frac{-z}{\lambda}} \cdot \left(\frac{-4\lambda^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(z) + \frac{2\lambda^2}{L_{g1}^2} \cdot C_{m\alpha N}(z) \right) \right) \quad (4.2.4:8)$$

Där $b = \frac{N}{EI}$, $c = \frac{K_u}{EI}$, $L_{g1} = \frac{2}{\sqrt{4c+b}}$, och de olika $C_{xxx}(z)$ är formfunktioner, enligt bilaga 9 c, som beaktar normalkraftens inverkan samt betraktat djup.

För fallet med en normalkraftsbelastad ledat infäst påltopp som inte kan förskjutas i sidled blir den homogena lösningen:

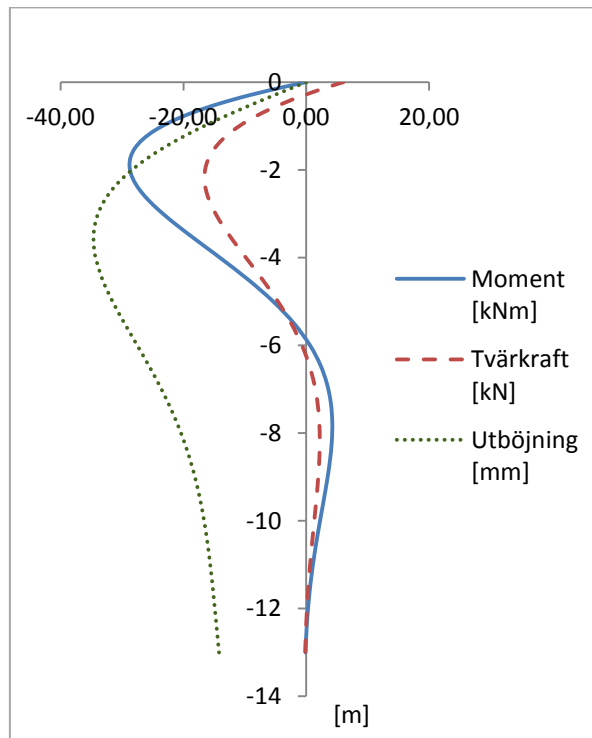
$$u_h(z) = -m_0 L_{g1} C_{m\beta N}(z) \quad (4.2.4:9)$$

$$M_h(z) = m_0 \frac{2EI}{L_{g1}} C_{m\delta N}(z) \quad (4.2.4:10)$$

$$V_h(z) = m_0 \frac{2EI}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(z) \quad (4.2.4:11)$$

Eftersom momentet i påltoppen ska vara noll p.g.a. den ledade infästningen, kan rotationen m_0 i påltoppen lösas ut genom att sätta ekv. 4.2.4:7 + ekv. 4.2.4:10 = 0 d.v.s. $M_p(0) + M_h(0) = 0$. Läggas den homogena och partikulära lösningen samman fås den totala lösningen. Den kan sedan läggas till övriga belastningar på pålen eftersom andra ordningens effekter av normalkraften beaktats.

Vid beräkning av tilläggskrafter p.g.a. marksättning för en dragande normalkraft används metodiken ovan med $N=0$ och aktuellt EI för belastningssituationen framtaget enligt avsnitt 6.3.2.



Figur 4.2.4:2. Förskjutning och snittkrafter p.g.a. marksättning

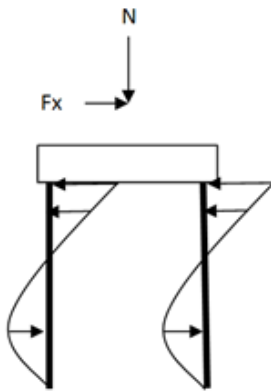
Utseendet på figur 4.2.4:2 är typiskt för belastning på grund av marksättning. Oavsett påltyp och skjuvhållfasthet hos leran uppträder den största belastningen inom den översta delen av pålen, där sättningen är som störst.

För att få den totala belastningen på pålen skall momentet av marksättning läggas till momentet av normalkraft på initialkrokig påle. Det innebär alltså att addera ihop den sinusformade momentvariationen för initialkrokigheten med momentet av marksättning som varierar enligt figuren ovan. Det är då inte säkert att det maximala värdet för initialkrokigheten sammanfaller med det maximala momentet av marksättning. En gardering är då att välja den största momentbelastningen på pålen som summan av de båda momentens maxvärden.

5 Momentstyv infästning

5.1 Allmänt

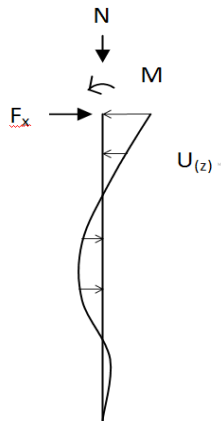
Då jordens sidomotstånd utnyttjas för att bära horisontallast är det fördelaktigt, sett till deformationer och bärförmåga, att utforma påltoppen momentstyv. Bottenplattan ses som oändligt styv relativt pålen och randvillkoret $u'(0) = 0$ kan därför införas. Jordens sidomotstånd utnyttjas då inte bara som stabilisering mot knäckning utan även för att bära horisontallast. Pålen bär den horisontella lasten via tvärkraft till jordens sidomotstånd. Utnyttjandet av jordens sidomotstånd gör det möjligt att slå endast vertikala pålar även då yttre belastningen består av både vertikal- och horisontalkrafter. Det övergripande verkningsättet är en momentstyv ram som illustreras i figur 5.1:1.



Figur 5.1:1. Övergripande verkningsätt för pålgrupp med momentstyv infästning

5.2 Beräkningsmodell

Jorden antas ha ideal-elastoplastisk respons och lasten mot pålen om gränsförskjutningen inte uppnås kan enligt tidigare resonemang uttryckas som $U = K_u \cdot (u - u_g)$. Detta fall visas i figur 5.2:1.



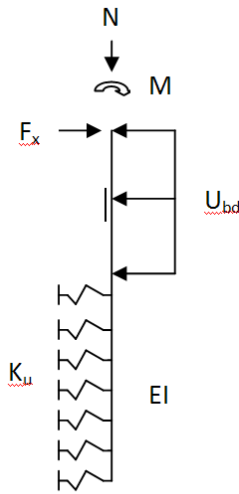
Figur 5.2:1. Verkningsätt för transversal- och normalkraftsbelastad momentstyv påle vid elastisk respons från jorden

Gränsförskjutningen (u_{bd}) definieras som den totala förskjutning som krävs för att gränslasten (U_{bd}) ska uppnås, vid den förskjutningen övergår jordens respons från elastisk till plastisk.

$$u_{bd} = \frac{U_{bd}}{K_u} \quad (5.2:1)$$

Om beräknade förskjutningar av angivna laster överskrider gränsförskjutningen ersätts jordens elastiska respons (fjädrarna) med gränslasten enligt figur 5.2:2. Elastiska linjens ekvation för balk på winklerbädd enligt avsnitt 4.2.1 är styrande även för transversalbelastade pålar. När pålen belastas med normalkraft är denna ekvation inte längre linjär och superpositionering är därför inte generellt tillämplig. Enligt Pålkommisionen rapport 101 (2006) är det fortfarande giltigt att superpositionera lasteffekter om normalkraften är konstant, vilket förutsätts enligt resonemang i avsnitt 4.

Pålen modelleras med hjälp av elementarfall och tillhörande formfunktioner, enligt bilaga 9B -9E, som inkluderar andra ordningens effekt av normalkraft.



Figur 5.2:2. Verkningsätt för transversal- och normalkraftsbelastad momentstyv påle vid plastisk och elastisk respons från jorden

5.2.1 Elastisk respons från jorden längs hela pålen

Förutsättning är enligt ovan att $u(0) \leq u_{bd}$

Med formfunktioner för angivna förskjutningar enligt bilaga 9C kan snittkrafterna i pålen uttryckas med följande ekvationer:

$$V(0) = -F_x \quad (5.2.1:1)$$

$$u(0) = -\frac{Lg_1^3 \cdot V(0)}{4EI \cdot C_{u\delta N}(0)} \quad (5.2.1:2)$$

$$u(z) = u(0) \cdot C_{u\alpha N}(z) \quad (5.2.1:3)$$

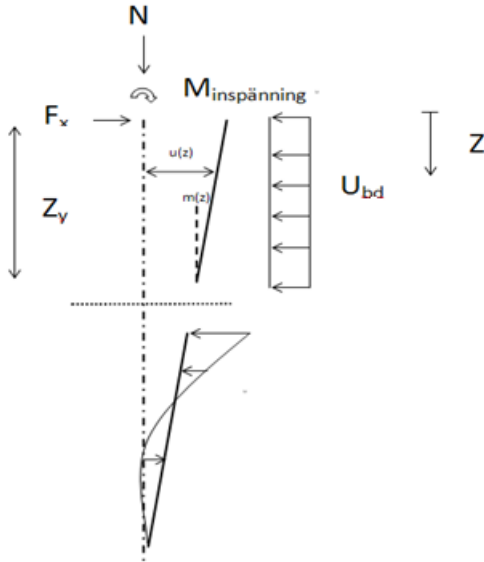
$$V(z) = -u(0) \cdot \frac{4EI}{Lg_1^3} \cdot C_{u\delta N}(z) \quad (5.2.1:4)$$

$$M(z) = -u(0) \cdot \frac{2EI}{Lg_1^2} \cdot C_{u\gamma N}(z) \quad (5.2.1:5)$$

5.2.2 Plastisk och elastisk respons från jorden

Gränstrycket kommer först uppnås vid påltoppen och vid ökande belastning sker utbredning av den plasticerade zonen mot djupet. Pålen modelleras som två delar, en med plastisk respons från jorden och en med elastisk respons.

Påldelen med plastisk jordrespons ses som elastiskt inspänd i den undre delen. Gränsförskjutningen ansätts på djupet av den plasticerade delen (z_y). Vid givna belastningar är djupet på den plasticerade zonen funnet när snittkrafterna vid z_y för den plasticerade delen är lika med snittkrafterna för den elastiska delen. Modellen illustreras i figur 5.2.2:1.



Figur 5.2.2:1. Beräkningsmodell för plastisk och elastisk respons från jorden

För den plasticerade delen av pålen uttrycks snittkrafter med formfunktioner enligt bilaga 9D-9E, uttrycken för snittkrafterna blir:

$$V(z) = -F_x + U \cdot z \quad (5.2.2:1)$$

$$M(z) = (F_x + m(z_y) \cdot N) \cdot z_y \cdot C_{F\psi N(z)} - \frac{U \cdot z_y^2}{2} \cdot C_{U\psi N(z)} + M_{\text{inspänning}} \cdot C_{M\psi N(z)} \quad (5.2.2:2)$$

Då elementarfallen i bilaga 9D-9E har fri påltopp härleds inspänningsmomentet genom att sätta påltoppens rotation, $m_{(0)}$, till noll.

$$M_{\text{inspänning}} = -\frac{F_x \cdot z_y}{2} \cdot \frac{C_{F\lambda N(0)}}{C_{M\lambda N(0)}} + \frac{U \cdot z_y^2}{6} - \frac{EI}{L} \cdot \frac{m(z_y)}{C_{M\lambda N(0)}} \quad (5.2.2:3)$$

$$u(z) = u(z_y) + m(z_y)z + \frac{F_x \cdot z_y^3}{3EI} C_{F\chi N(z)} + \frac{M_{insp} \cdot z_y^2}{2EI} C_{M\chi N(z)} - \frac{U \cdot z_y^4}{8EI} C_{U\chi N(z)} \quad (5.2.2:4)$$

$$u(z_y) = \frac{U_{bd}}{K_u} \text{ (gränsförskjutningen)}$$

För den elastiska delen uttrycks snittkrafter med formfunktioner enligt bilaga 9C.

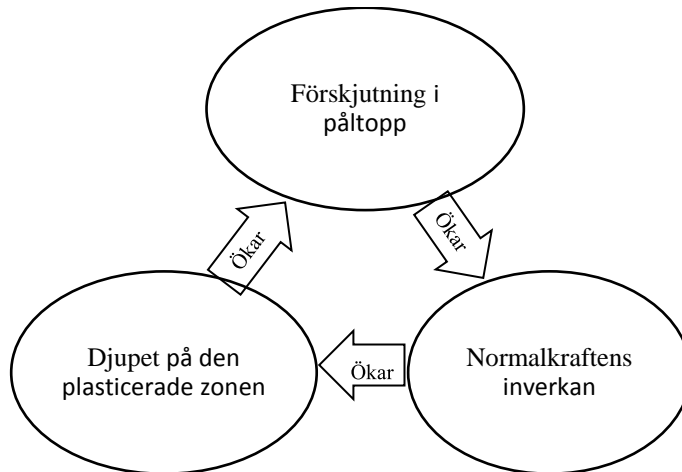
$$V(z) = \frac{2 \cdot EI}{Lg_1^2} \cdot \left(-u_{(zy)} \cdot \frac{2 \cdot C_{u\delta N(z-z_y)}}{Lg_1} + m_{(zy)} \cdot C_{m\alpha N(z-z_y)} \right) \quad (5.2.2:5)$$

$$M(z) = \frac{2 \cdot EI}{Lg_1} \cdot \left(-u_{(zy)} \cdot \frac{C_{\mu\gamma N(z-z_y)}}{Lg_1} + m_{(zy)} \cdot C_{m\delta N(z-z_y)} \right) \quad (5.2.2:6)$$

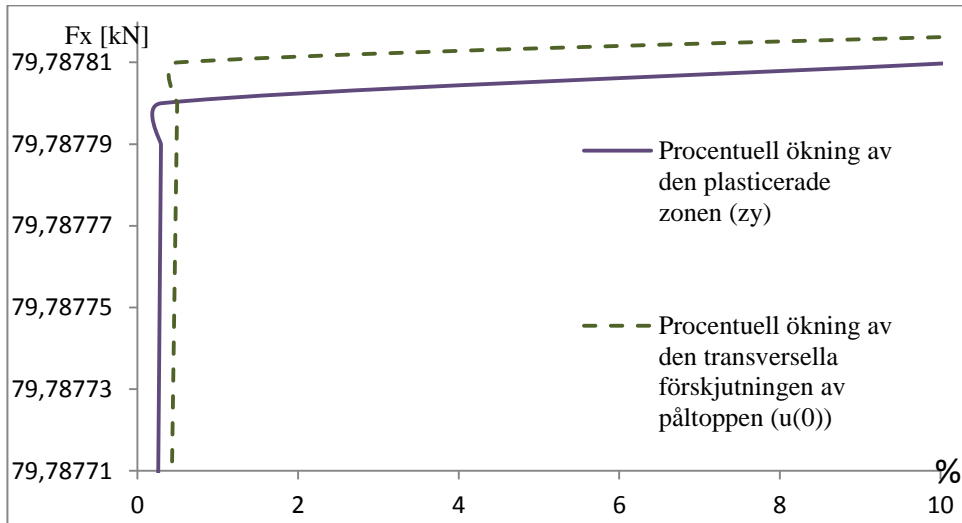
$$u(z_y) = \frac{U_{bd}}{K_u} \text{ (gränsförskjutningen)}$$

5.2.3 Instabilitet

Modellen går mot instabilitet (knäckning), vid given normalkraft, när förskjutningen i påltoppen ökar drastiskt för en liten ökning av horisontalkraften, ΔF_x . Normalkraftens inverkan på systemet blir mer och mer påtaglig. Jämvikt finns inte längre mellan den övre delen, med plasticerad jord, och den undre delen med elastisk jord. Fenomenet illustreras schematiskt i figur 5.2.3:1 och som diagram i figur 5.2.3:2.



Figur 5.2.3:1. Schematisk illustration av problematiken att finna jämvikt när den övre påldelen med plastisk respons från jorden knäcker



Figur 5.2.3:2. Procentuell ökning av utbredningen på den plasticerade zonen och förskjutningen av påltoppen när den övre delen, med plastisk jordrespons, närmar sig knäckning. I diagrammet är den vertikala belastningen konstant och horisontell belastning (F_x) ökas.

5.2.4 Effekten av initialkrokighet

Initialkrokigheten är inte inkluderad i ovanstående resonemang. För att inkludera även denna effekt formuleras energipotentialen i pålen med hjälp av beräknad förskjutning $u(z)$ i enlighet med förfarandet beskrivit i Pålkommissionen rapport 101 (2006). Pålens potentiella energi Π , kan delas upp i olika delar enligt följande ekvationer.

Då pålen böjs erhålls den potentiella energin av böjning:

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \int_0^L EI(u'')^2 dz \quad (5.2.4:1)$$

Jordens plastiska deformation ger den potentiella energin:

$$\Pi_{s(\text{Plastisk})} = \int_0^{zy} U_{bd} \left(u - \frac{1}{2} u_{zy} \right) dz \quad (5.2.4:2)$$

Jordens elastiska deformation ger den potentiella energin:

$$\Pi_{s(\text{Elastisk})} = \frac{1}{2} \int_{zy}^L K_u(u)^2 dz \quad (5.2.4:3)$$

Potentiella energin av yttre moment och horisontell last kan uttryckas som:

$$\Pi_F = -F_x \cdot u(0) - M(0) \cdot m(0) \quad (5.2.4:4)$$

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Normalkrafter ger även den en potentiell energi, eftersom det finns förskjutningar. Med ledning av figur 4.2.1:1 kan den potentiella energin av normalkraft uttryckas som:

$$\Pi_N = -\frac{1}{2} N \int_0^L \left[(u')^2 + 2(u' u_i) \right] dz \quad (5.2.4:5)$$

$u_i(z)$ betecknar initialkrokigheten för pålen och om den antas vara affin med utböjning av last kan initialkrokigheten uttryckas enligt:

$$u_{i(z)} = c_i \cdot u_{(z)} \quad (5.2.4:6)$$

Pålens totala energi är summan av de olika delarnas energi enligt:

$$\Pi = \Pi_p + \Pi_{s(\text{Plastisk})} + \Pi_{s(\text{Elastisk})} + \Pi_F + \Pi_N \quad (5.2.4:7)$$

Vidare kan antas att den totala deformationen ökar med en faktor a enligt:

$$u_{(z)} = a \cdot u_{(z)} \quad (5.2.4:8)$$

Den potentiella energin för pålen då effekten av initialkrokighet är inkluderad kan nu uttryckas med hjälp av den potentiella energin utan initialkrokighet ($u_i(z)=0$):

$$\Pi = a^2 \Pi_p + a \Pi_{s(\text{Plastisk})} + a^2 \Pi_{s(\text{Elastisk})} + a \Pi_F + (a^2 + 2ac_i) \Pi_N \quad (5.2.4:9)$$

Jämvikt erhålles för systemet då derivatan med avseende på den okända förstöringsparametern a är noll.

$$\frac{d\Pi}{da} = 2a \Pi_p + \Pi_{s(\text{Plastisk})} + 2a \Pi_{s(\text{Elastisk})} + \Pi_F + 2(a + c_i) \Pi_N = 0 \quad (5.2.4:10)$$

Förstöringsfaktorn a kan då bestämmas:

$$a = -\frac{\Pi_F + \Pi_{s(\text{Plastisk})} + 2c_i \Pi_N}{2\Pi_p + 2\Pi_{s(\text{Elastisk})} + 2\Pi_N} \quad (5.2.4:11)$$

Om villkoret att $c_i=0$ ger $a=1$ utnyttjas kan a skrivas:

$$a = 1 - c_i \frac{2\Pi_N}{2\Pi_p + 2\Pi_{s(\text{Elastisk})} + 2\Pi_N} \quad (5.2.4:12)$$

Systemet blir instabilt då andraderivatan är 0.

$$\frac{d^2\Pi}{da^2} = 0 \Leftrightarrow 2\Pi_p + 2\Pi_{s(\text{Elastisk})} + 2\Pi_N = 0 \quad (5.2.4:13)$$

Analytisk av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Det är alltså endast pålens elastiska del som bidrar till systemets stabilitet. Instabilitet uppnås när:

$$\Pi_N \rightarrow -(\Pi_p + \Pi_{s(Elastisk)})$$

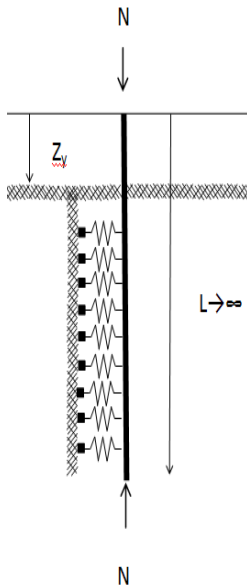
D.v.s. när den kritiska normalkraften uppnås

$$\Pi_{N_{cr}} = -\frac{1}{2} N_{cr} \int_0^L (u')^2 dz \quad (5.2.4:14)$$

Förstoringsfaktorn a skrivs nu om till:

$$a = 1 + c_1 \cdot \frac{\frac{N}{N_{cr}}}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (5.2.4:15)$$

Då endast den elastiska delen bidrar till systemets stabilitet kan knäcklasten bestämmas för ett system enligt figur 5.2.4:1.



Figur 5.2.4:1 Beräkningsmodell för uppskattning av knäcklasten (Pålkommissionen rapport 101, 2006)

Enligt Pålkommissionen rapport 101 (2006) är determinanten för systemet i figur 5.2.4:1:

$$3\psi^4 + 2\psi^2 - 1 - 2\psi \cdot (1 + \psi^2) \cdot \frac{Lg_1}{z_y} \cdot \left(\kappa z_y \cdot \tan(\kappa z_y) - \frac{\alpha \kappa z_y}{\sin(\kappa z_y) \cdot \cos(\kappa z_y)} \right) \quad (5.2.4:16)$$

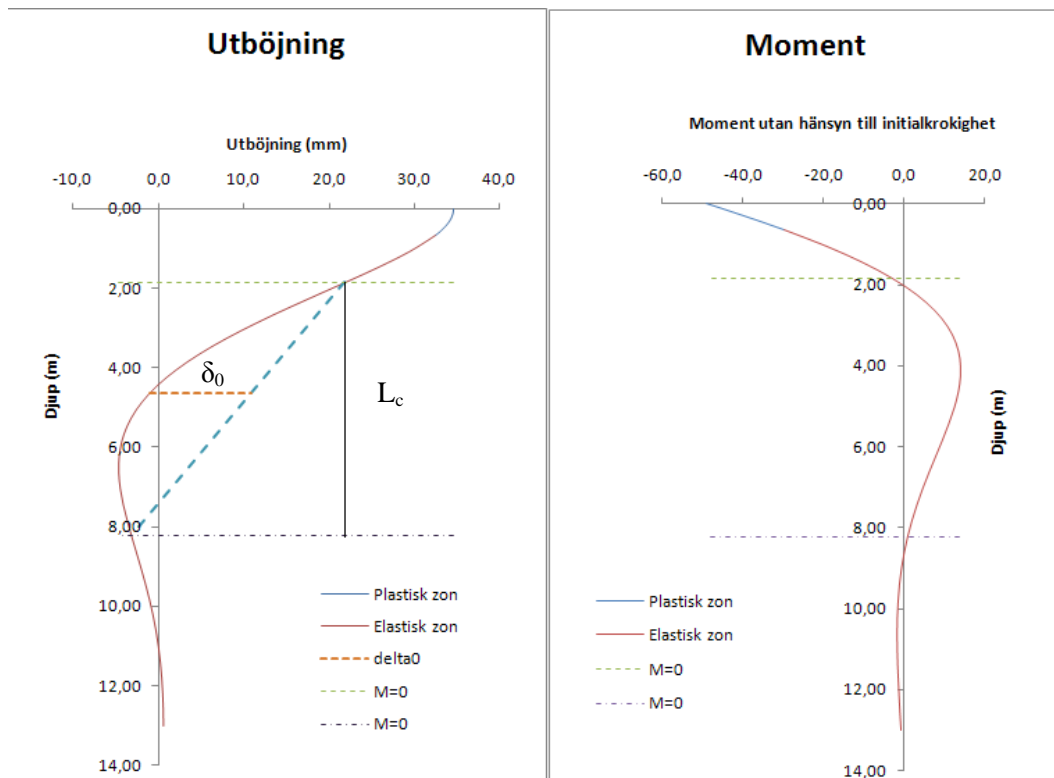
Systemets knäcker elastiskt när determinanten av styvhetsmatrisen är noll.

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Där α är inspänningsgraden som är 0 för ledad påltopp och 1 för momentstyv påltopp. För övrigt gäller beteckningar enligt bilaga 9B-9E.

Om utbredningen av den plasticerade zonen, $z_y \rightarrow 0$ blir följden att $N_{cr} \rightarrow (1+\alpha) \cdot \sqrt{EI \cdot K_u}$ vilket är den elastiska knäckningen för balk fri att translatera i toppen på elastisk bädd.

Initialkrokigheten utvärderas mellan inflektionspunkterna för beräknade moment utan hänsyn till initialkrokighet. Förfarandet illustreras i figur 5.2.4:2.



Figur 5.2.4:2. Förfarandet vid utvärdering av initialkrokighetens inverkan

Faktorn c_i anger kvoten mellan initialutböjningen och deformationerna av last på den initialt raka pålen.

$$c_i = \frac{\delta_{id}}{\delta_0} \quad (5.2.4:17)$$

Den dimensionerande initialkrokigheten δ_{id} bestäms över sträckan L_c mellan momentnollpunkter för den initialt raka pålen enligt:

$$\delta_{id} = \frac{L_c}{x}$$

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

där x är en faktor som beaktar om pålen är skarvad eller oskarvad enligt avsnitt 4.3.

Dimensionerande moment och utböjning, inklusive initialkrokighetens inverkan, längs pålen kan uttryckas som:

$$M_{d(z)} = a * M_{(z)} \quad (5.2.4:18)$$

$$u_{d(z)} = a * u_{(z)} \quad (5.2.4:19)$$

6 Materialdata och beräkningsförutsättningar

6.1 Bäddmodul, gränstryck och gränsförskjutning

Sambandet mellan trycket q och sidoförskjutning u för en påle i lera är olinjärt, och enligt Pålkommisionen rapport 84a (1995) är det, till sambandet är helt klarlagt, acceptabelt att anta ett linjärt samband på formen $q = k \cdot u$ [kraft/längdenhet²]. Proportionalitetskonstanten k [kraft/längd³] i uttrycket kallas bäddmodul och beräknas utifrån lerans elasticitetsmodul.

Enligt Pålkommisionen rapport 84a, (1995) kan bäddmodulen för korttidsbelastning relateras till lerans odränerade skjuvhållfasthet enligt:

$$k_{u,korttid} = (157-242) \cdot C_{ud}/d \quad (6.1:1)$$

Bäddmodulen för långtidslast är enligt Pålkommisionen rapport 84a, (1995) lägre eftersom leran då konsoliderat kring pålen.

$$k_{u,långtid} = 50 \cdot C_{ud}/d \quad (6.1:2)$$

Det tryck, q_{bd} [kraft/längdenhet²], då leran börjar flyta vid korttidslast relateras även det till den odränerade skjuvhållfastheten enligt Pålkommisionen rapport 84a, (1995) där det lägre värdet svarar mot en glatt yta hos pålen och det högre en råare yta.

$$q_{bd} = (9,3-12) \cdot C_{ud} \quad (6.1:3)$$

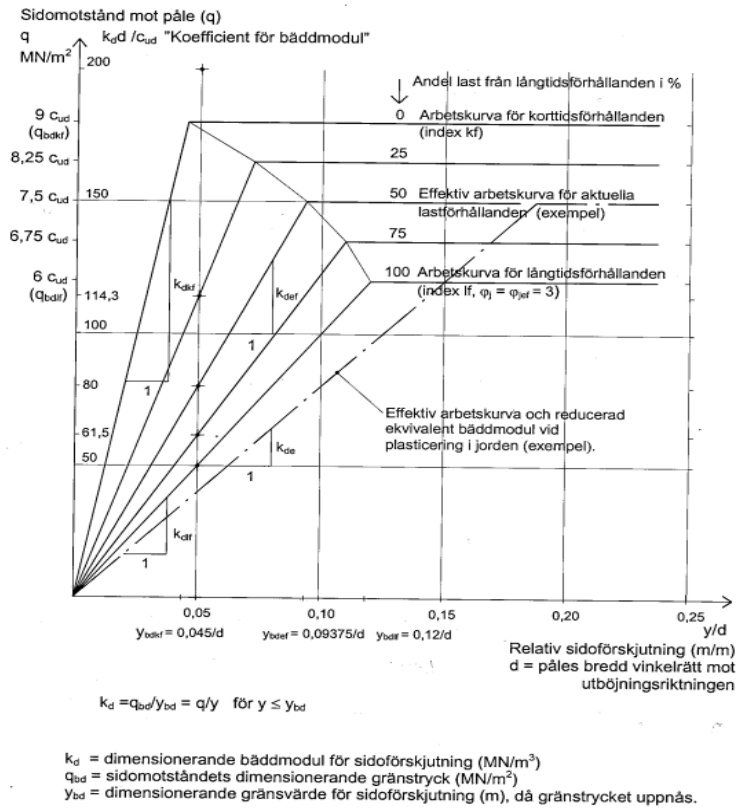
Vid långtidslast tillåts ett lägre flyttryck för att det inte ska uppstå krypbrott. (Pålkommisionen rapport 84a, 1995)

$$q_{bd} = 6 \cdot C_{ud} \quad (6.1:4)$$

Bäddmodul, tryck då leran flyter och gränsförskjutning kan tas fram för olika kombinationer av långtids och korttidslast ur figur 6.1:1. Förfarandet när diagrammet används är att gå in med känd andel last från långtidsförhållanden. Trycket då jorden flyter läses av på y-axeln och förskjutningen då jorden plasticeras på x-axeln. Bäddmodulen beräknas genom:

$$k = \frac{\text{gränstryck}}{\text{gränsförskjutning}} \quad (6.1:5)$$

Analytisk av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar



Figur 6.1:1. Bäddmodul, gränstryck, gränsförskjutning beroende på andel långtidslast. (Pålkommissionen rapport 96:1, 1998)

Linjefjäderstyvheten hos jorden det vill säga balkbäddmodulen ($K_u = k_u \cdot d$) är samma oavsett böjning över diagonal eller sida. Given utböjning av balken ger samma linjelast U oavsett utböjningsriktning. Trycket mot jorden blir däremot olika enligt $q = U/d$ [kraft/längdenhet²]. Då flyttrycket för utböjning över sida och diagonal är lika samt att balkbäddmodulen (K_u) är samma blir gränsförskjutningen (u_{bd}) olika enligt:

$$q_{bd} = \frac{K_u \cdot u_{bd}}{d} \tag{6.1:6}$$

Då en kvadratisk påle har samma böjstyvhet över sida och diagonal är det först efter att jorden har plasticerats som det beräkningsmässigt är någon skillnad i uppkomna snittkrafter och förskjutningar mellan utböjning över sida och diagonal.

6.2 Kryptal

Enligt SS-EN-1992-1-1:2005 kan kryptalet för betong beräknas enligt:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 * \beta_c(t, t_0) \quad (6.2:1)$$

Det nominella kryptalet φ_0 beräknas enligt:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (6.2:2)$$

Där φ_{RH} tar hänsyn till relativa fuktigheten i torkmiljön, $\beta(f_{cm})$ beaktar betongens hållfasthet och $\beta(t_0)$ betongens ålder vid pålastning. $\beta_c(t, t_0)$ beaktar hur krypningen förändras med tiden efter pålastning.

Om tryckpåkänningen för betongen vid t_0 är större än $0,45f_{ck}(t_0)$ skall enligt SS-EN-1992-1-1:2005 hänsyn tas till krypningens ickelinearitet

$$\varphi_{nl} = \varphi(\infty, t_0) \cdot e^{(1,5(k_\sigma - 0,45))} \quad (6.2:3)$$

Där k_σ är kvoten påkänning/hållfasthet $\frac{\sigma_c}{f_{ck}(t_0)}$

Beroende på vilken maximal kantspänning som tillåts fås olika kryptal. Om $0,45f_{ck}$ i kantpåkänning tillåts fås ett lägre kryptal. Om däremot kantspänningen tillåts vara den enligt SS-EN-1992-1-1:2005 maximalt tillåtna $0,6 \cdot f_{ck}$, fås ett större kryptal. Då kryptalet påverkar både brott- och bruksgräns leder en större tillåten kantpåkänning i bruksgränstillståndet till en något sämre bärförmåga i brottgränstillståndet.

6.3 Pålelementets böjstyvhet

Styvhetens inverkan på snittkrafter uppkomna av yttre last samt givna förskjutningar (se kapitel 4.3.1) är olika. Snittkrafter av yttre last blir större om böjstyvheten underskattas, men för givna förskjutningar blir de mindre.

6.3.1 Tryckbelastad Påle

Enligt SS-EN-1992-1-1:2005 får följande uttryck utnyttjas för att beräkna den nominella styvheten hos slanka tryckbelastade bärverksdelar av betong med godtyckligt tvärsnitt.

$$EI = K_c * E_{cd} * I_c + K_s * E_s * I_s \quad (6.3.1:1)$$

När det geometriska armeringsinnehållet $\rho > 0,002$ kan faktorerna K_s (faktor för armerings bidrag) och K_c (faktor för sprickbildning och krypning) sättas till:

$$K_s = 1$$

$$K_c = k_1 * k_2 / (1 + \varphi_{eff})$$

$$\rho = \text{geometriska armeringsinnehållet } \rho = \frac{A_s}{A_c}$$

A_s = armeringens totala area

A_c = betongtvärsnittets area

φ_{eff} = effektivt kryptal

k_1 = faktor beroende av betongens hållfasthetsklass

k_2 = faktor beroende av normalkraft och slankhet

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20}}$$

Om slankhetstalet λ ej är känt kan k_2 sättas till $k_2 = n * 0,3 \leq 0,20$,

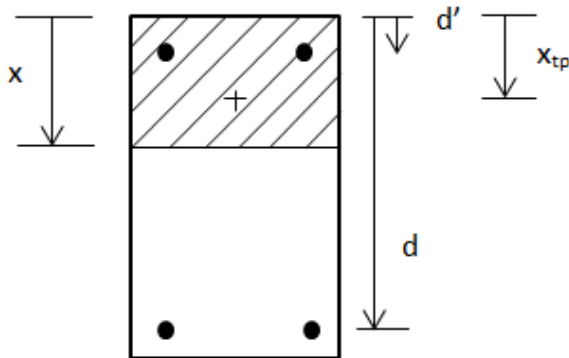
där n är relativ normalkraft $n = \frac{N_{ed}}{A_c * f_{cd}}$, N_{ed} betecknar aktuell normalkraft.

Därmed kommer styvheten variera med tryckkraften upp till en viss gräns.

6.3.2 Dragbelastad Påle

6.3.2.1 Bruksgräns

Styvheten beräknas för ett tvärsnitt i stadium II. Spänningarna i tvärsnittet följer elasticitetsteorin. Dragen betong antas vara helt uppsprucken och medverkar inte till styvheten. Varje kombination av dragkraft och moment ger en utbredning på zonen med tryckt betong x . Armeringen viktas om till ekvivalent betongarea med parametern α . Förfarandet illustreras i figur 6.3.2.1:1 och tabell 6.3.2.1:1.



Figur 6.3.2.1:1. Tryckzonsutbredning vid aktuell belastning

E_{sd} = elasticitetsmodul armering

E_{cd} = elasticitetsmodul betong

φ = aktuellt kryptal

$$\alpha = \frac{E_{sd}}{E_{cd}} (1 + \varphi) \quad (6.3.2.1:1)$$

Delarea	Area	Statiska moment m.a.p. ök	Tröghetsmoment I m.a.p. x_{tp}
Betong	A_{btg}	$A_{btg} \cdot x/2$	$A_{btg} \cdot ((0,5x)^2/12 + (0,5x - x_{tp})^2)$
Arm ök	$A_{armök} \cdot \alpha$	$A_{armök} \cdot \alpha \cdot d'$	$A_{armök} \cdot \alpha \cdot (d' - x_{tp})^2$
Arm uk	$A_{armuk} \cdot \alpha$	$A_{armuk} \cdot \alpha \cdot d$	$A_{armuk} \cdot \alpha \cdot (d - x_{tp})^2$

Tabell 6.3.2.1:1. Illustration för beräkning av tyngdpunkt och tröghetsmoment

$$\text{Tyngdpunktens läge } x_{tp} = \frac{\sum \text{statiska momentet}}{\sum \text{area}} \quad (6.3.2.1:2)$$

$$I_{II} = I_{btg} + I_{armök} + I_{armuk} \quad (6.3.2.1:3)$$

$$EI_{II} = I_{tot} \cdot E_{cd} / (1 + \varphi) \quad (6.3.2.1:4)$$

Tryckzonens utbredning (x) är hittad för given dragkraft och moment när betongspänningen över neutrala lagret $z = (x - x_{tp})$ är noll.

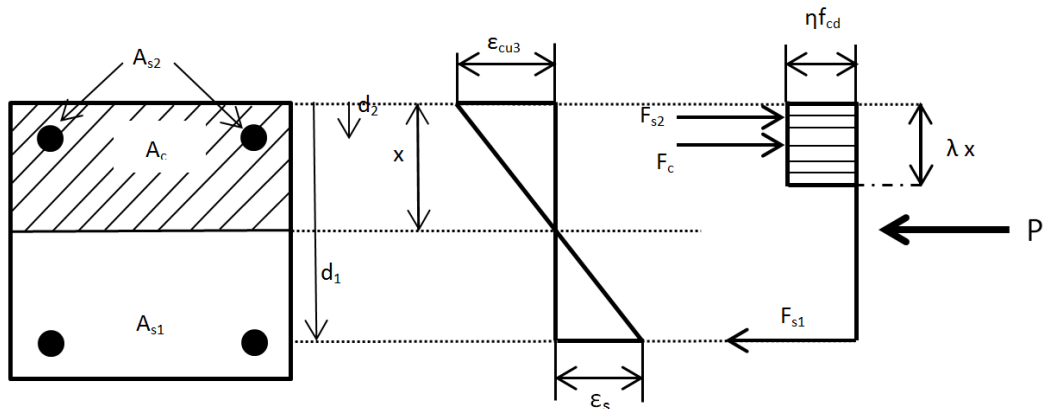
$$\sigma_{c(z)} = \frac{N}{A_{II}} + \frac{(N \cdot (\frac{d}{2} - x_{tp}) + M)}{I_{II}} \cdot (x - x_{tp}) = 0 \quad (6.3.2.1:5)$$

6.3.2.2 Brottgräns

I brottgränstillståndet antas betongen vara helt dragen och uppsprucken, därför medräknas endast böjstyvheten för armeringen.

6.4 Momentkapacitet

Beräkning av tvärsnittets momentkapacitet följer anvisningarna i SS-EN-1992-1-1:2005.



Figur 6.4:1. Illustration till beräkningen av momentkapaciteten

Tryckzonens effektiva höjd (λ), koefficienten för den effektiva hållfastheten (η) och betongens brotttöjning (ϵ_{cu3}) varierar med betongkvalité i enlighet med SS-EN-1992-1-1:2005. Enligt SS-EN-1992-1-1:2005 skall den effektiva hållfastheten reduceras med 10 % om bredden på tvärsnittet minskar mot tryckta kanten. 10 %- reduktionen blir aktuell för pålen vid böjning över diagonalen.

Utbredningen av tryckzonshöjden (x) bestäms genom kraftjämvikt enligt:

$$F_{s1} + F_{s2} + F_c + P = 0 \quad (6.4:1)$$

Töjningen i armeringen fås genom:

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_{cu3}(d-x)}{x} \quad (6.4:2)$$

När töjningen i järnen överskrider flyttöjningen $\epsilon_s \geq \frac{f_{yd}}{E_{sd}}$ ansätts flytspänningen f_{yd} annars följer spänningen Hookes lag enligt:

$$\sigma_s = E_s * \varepsilon_s \quad (6.4:3)$$

Ekvation 6.4:1 kan nu uttryckas som:

$$\sigma_{s1} * A_{s1} + \sigma_{s2} * A_{s2} + \eta f_{cd} \lambda x b + P = 0$$

Momentkapaciteten vid aktuell normalkraft (drag eller tryck) kan nu beräknas med en jämvikt runt lämplig punkt.

6.5 Sprickvidd

Den acceptabla sprickvidden w_k kan utläsas, för aktuell exponeringsklass, i den nationella bilagan för SS-EN-1992-1-1:2005.

Uttrycket för beräkning av karakteristisk sprickbredd enligt SS-EN-1992-1-1:2005 lyder:

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (6.5:1)$$

- $s_{r,max}$ är största sprickavstånd
- ε_{sm} är medeltöjningen hos armeringen för aktuell lastkombination
- ε_{cm} är medeltöjningen hos betongen mellan sprickor

$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ beräknas enligt:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (6.5:2)$$

- σ_s är armeringsspänningen för sprucket tvärsnitt
- α_e är kvoten E_s/E_{cm}
- $f_{ct,eff}$ är medelvärdet på betongens draghållfasthet f_{ctm}
- $\rho_{p,eff}$ är $A_s/A_{c,eff}$
- $A_{c,eff}$ är den effektiva betongarean runt armeringen
- k_t är en faktor som för korttidslast = 0,6 och långtidslast=0,4

Hur största sprickavståndet $s_{r,max}$ beräknas beror på vilket centrumavstånd som den vidhäftande armeringen har. $s_{r,max}$ är beroende på tvärsnittets dimension och täckande betongskikt.

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Om största centrumavståndet för armeringen är $\leq 5(c + \varnothing/2)$ används ekv. 6.5:3.

$$S_{r,\max} = k_3 \cdot c + \frac{k_1 k_2 k_4 \cdot \varnothing}{\rho_{p,\text{eff}}} \quad (6.5:3)$$

- k_1 beaktar vidhäftningsförmågan hos armeringen och är 0,8 för stänger med god vidhäftning.
 k_2 beror av töjningsfördelningen och är 1,0 för ren dragning. Om dragkraften är excentrisk beräknas $k_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / 2 \varepsilon_1$
 k_3 sätts till $7 \cdot \varnothing / c$
 k_4 sätts till 0,425
 c längsgående armeringens täckande betongskikt

Om armeringens största centrumavstånd är $> 5(c + \varnothing/2)$ används istället ekv. 6.5:4.

$$S_{r,\max} = 1,3(h - x) \quad (6.5:4)$$

När hela tvärsnittet är draget så blir $x = 0$.

Vid detta läge är alla ingående termer kända förutom σ_s .

$$W_k = S_{r,\max} \cdot \frac{\sigma_s \cdot k_t \cdot \frac{f_{ct,\text{eff}}}{\rho_{p,\text{eff}}} (1 + \alpha_e \rho_{p,\text{eff}})}{E_s}$$

6.6 Materialparametrar och slagningens inverkan

Materialparametrar som hållfasthet och E-moduler väljs enligt Eurocode och andra gällande svenska standarder. Beroende på om högt eller lågt värde på materialparametern är ogynnsamt beräknas materialparametrarna olika. Eurocode använder sig av partialkoefficientmetoden för att uppnå erforderlig säkerhet. Materialparametrar modifieras med partialkoefficienten γ_M för att erhålla önskvärd fraktil.

När lågt värde är ogynnsamt beräknas dimensionerande materialparametrar enligt:

$$X_d = \frac{x}{\gamma_M} \quad (6.6:1)$$

Där x är ett representativt värde t.ex. betongens elasticitetsmodulmedelvärde E_{cm} eller nedre 5-procentsfraktilen av betongens tryckhållfasthet f_{ck} .

När högt värde är ogynnsamt ger SS-EN-1992-1 ingen direkt vägledning. Vid beräkning har dimensionerande materialparametrar valts enligt:

$$X_d = X \cdot \gamma_M \quad (6.6:2)$$

Där X betecknar ett representativt medelvärde.

Lerans dimensionerande egenskaper behandlas på liknande sätt, här tillkommer dock en faktor η som tar hänsyn till bland annat antalet undersökningspunkter och deras läge i jorden, segt eller sprött brott samt typ av geokonstruktion. (IEG, 2008)

När lågt värde på leran är ogynnsamt beräknas dimensionerande skjuvhållfasthet enligt:

$$C_{ud} = \frac{\eta \cdot C_{uk}}{\gamma_M} \quad (6.6:3)$$

När ett högt värde på leran är ogynnsamt beräknas dimensionerande skjuvhållfasthet enligt:

$$C_{ud} = \eta \cdot C_{uk} \cdot \gamma_M \quad (6.6:4)$$

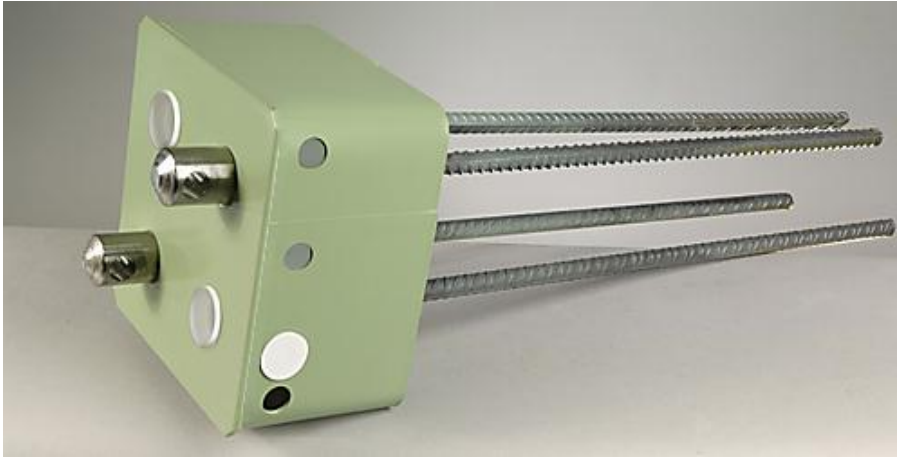
Installationen av betongpålarna genom slagning innebär lokalt koncentrerad stötblastning. SS-EN-1992-1-1:2005 ger ingen direkt vägledning gällande hur detta ska beaktas. Beaktande av slagningens inverkan är därför gjord, enligt svensk tradition, genom att multiplicera pålens hållfasthetsvärden med en faktor μ . Exempel på parametrar som styr valet av faktorn μ är sten- och blockhalten i jorden, antalet pålar i pålgruppen och om pålarnas längd varierar inom pålgruppen. (Olsson och Holm, 1993)

6.7 Pålskarv

I både bruks- och brottgränstillståndet förutsattes pålen vara jämnstöv, detta är emellertid inte alltid sant. När ett pålelement inte är tillräckligt långt för att klara den geotekniska bärförmågan, eller för kort för att nå ned till berg, skarvas ytterligare element på till dess att bärförmågan uppnått erforderlig nivå. Elementen sammanbinds med ingjutna pålskarvar av stål som kopplas ihop med låspinnar. Skarven kan överföra normalkraft, tvärkraft och moment och finns i dimensioner som

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

passar till standardpålar. Utifrån aktuell påkänning på pålen måste kontroll göras för att se om skarven ytterligare begränsar pålens lastkapacitet.



Figur 6.7:1 Pålskarv (Leimet, 2010)

Kapaciteten för skarven ska, likt pålelementet, kontrolleras i både brott- och bruksgränstillståndet. Data gällande skarvens lastkapacitet fås från tillverkaren för aktuell skarv.

7 Dimensioneringsexempel

Resultaten för dimensioneringsexemplet är grundligt redovisat, i brott- och bruksgräns, för ett fall i kapitel 7.2 därefter redovisas dimensionerande värde, för varierande leror och sättningar, i tabellform. Resultaten i exemplen är endast redovisade för styvhetskombinationen vek lera/vek påle. Dimensioneringsexemplet avslutas med en pålgruppsjämförelse mellan de två olika inspänningsförhållandena.

7.1 Förutsättningar

Dimension: 270x270 mm

Betong: C50/60

Längsgående armering: 8st \emptyset 16, B500B

Täckande betongskikt: 25 mm

Byglar: \emptyset 5

Skarv: Leimet 270x270

Begränsningen av kantspänning i bruksgränstillståndet sätts till $0,45 \cdot f_{cd}$ och kryptalet, φ_{eff} , beräknas med relativ fuktighet på 80 % till 1,18.

Andelen långtidslast antas vara 100 % i brottgräns och 100 % i bruksgräns. Dessa värden gäller både för horisontal- och vertikalbelastning.

Pålarna förutsätts vara skarvade och eventuell marksättning har en utbredning i djupet på 15 m. Marksättningens storlek antas gälla både för bruksgräns och för brottgräns.

Lerans egenskaper ses som homogena utmed pålens hela längd.

Då betongpålar främst används för att bära tryckande laster redovisas beräkningar endast för tryckande normalkraft.

Med stöd av IEG (2008) väljs modellfaktorn, γ_{RD} , till 1 för både ledad- och momentstyv påltopp.

Partialkoefficienter är valda med stöd av Boverket (2010) och Vägverket (2009).

Parametrar för exemplet visas i tabell 7.1:1.

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Parameter	Karakteristiska värden	Dimensionerande värden för vek påle/vek lera	
		Brottgräns	Bruksgräns
f_c	50 MPa	27 MPa $\gamma_M=1,5$ $\mu_c=0,8$	40 MPa $\gamma_M=1$ $\mu_c=0,8$
E_c	37 GPa	30 GPa $\gamma_M=1,2$	37 GPa $\gamma_M=1$
f_y	500 MPa	348 MPa $\gamma_M=1,15$ $\mu_s=0,8$	400 MPa $\gamma_M=1$ $\mu_s=0,8$
E_s	200 GPa	200 GPa $\gamma_M=1$	200 GPa $\gamma_M=1$
c_u	10 kPa 15 kPa 20 kPa 30 kPa	6 kPa 9 kPa 13 kPa 19 kPa $\gamma_M=1,5$ $\eta=0,945$	10 kPa 15 kPa 20 kPa 30 kPa $\gamma_M=1$ $\eta=1$

Tabell 7.1:1. Parametrar för beräkningsexemplet, dimensionerande värden vid styvhetskombinationen vek lera/vek påle

7.2 Påle i lera med c_{uk} 15 kPa och marksättning 200 mm

	Dimensionerande Balkbäddmodul, K_u [kN/m ²] för vek påle/vek lera		Gränsförskjutningen, u_{bd} [mm] för vek påle/vek lera
	Brottgräns	Bruksgräns	
Sida	472	750	32,4
Diagonal	472	750	45,8

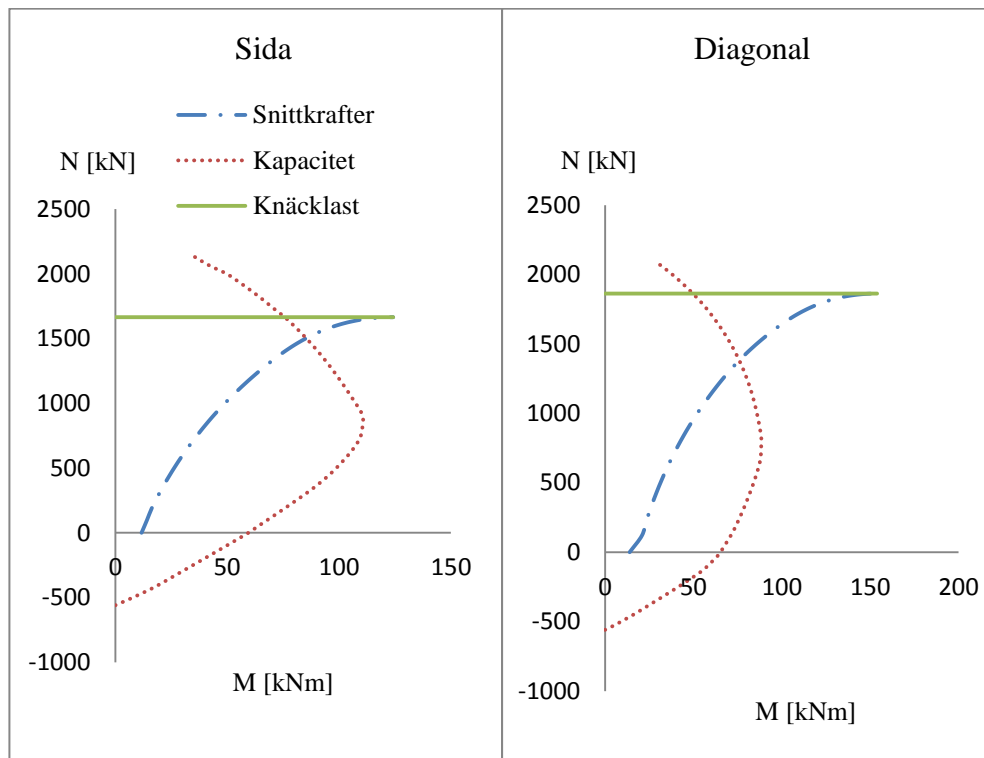
Tabell 7.2:1. Balkbäddmodul samt aktuella gränsförskjutningar för c_{uk} 15 kPa

7.2.1 Ledad infästning

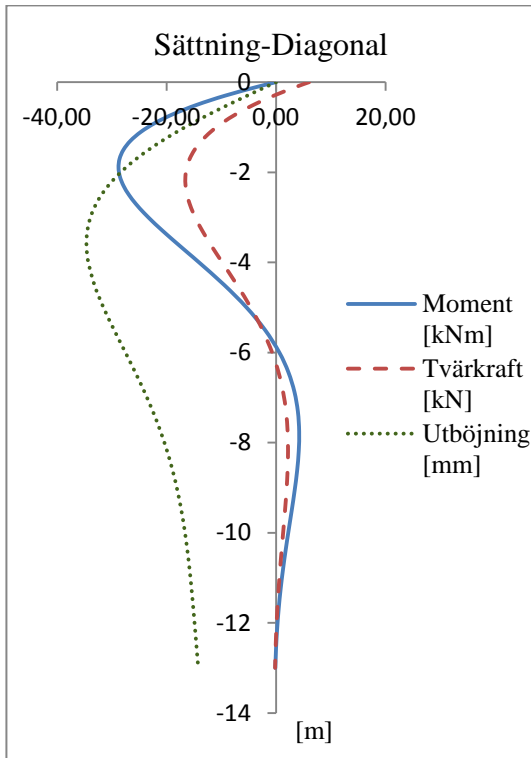
Pålarna slås ner i marken med en lutning på 10°.

Brottgränsdimensionering

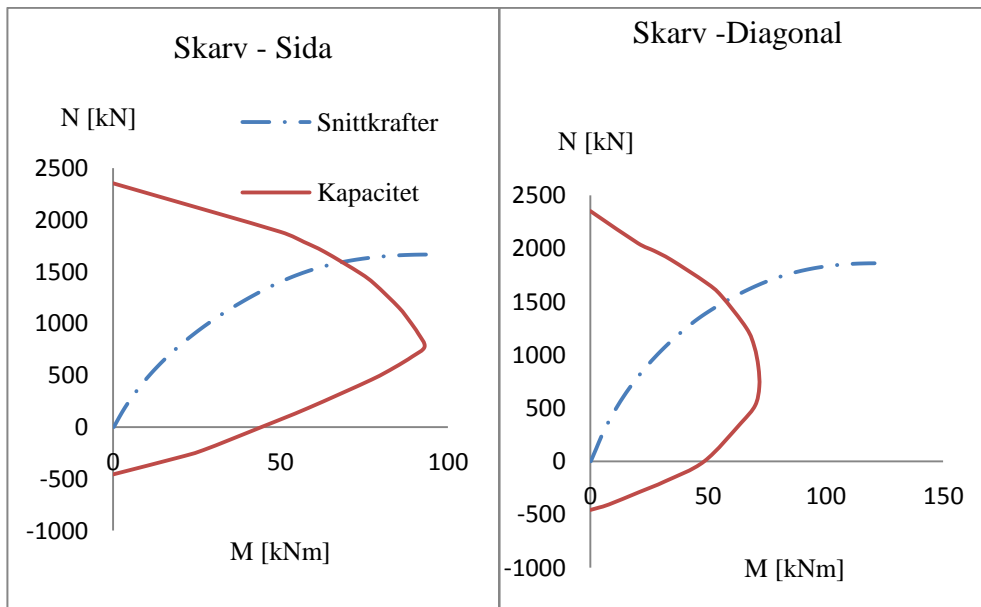
I brottgräns kontrolleras pålens momentkapacitet samt knäcklast. Dimensionerande tryckande normalkraft blir enligt figur 7.2.1:1 1382 kN. Det är här diagonalens momentkapacitet som begränsar, snittkrafter och förskjutning av marksättning för böjning över diagonalen, vid normalkraften 1382 kN, ses i figur 7.2.1:2. Anledningen till att snittkraftskurvan i figur 7.2.1:1 inte är noll vid $N=0$ är marksättnings inverkan. Summan av påkänningarna, längs pålen, från yttre last och marksättning ses i figur 7.2.1:4. Skarven antas befinna sig på 13 m djup och kontrolleras mot max moment av initialkrokighet, andra ordningens moment samt tilläggsmoment av sättnig på detta djup och resultatet ses i figur 7.2.1:3.



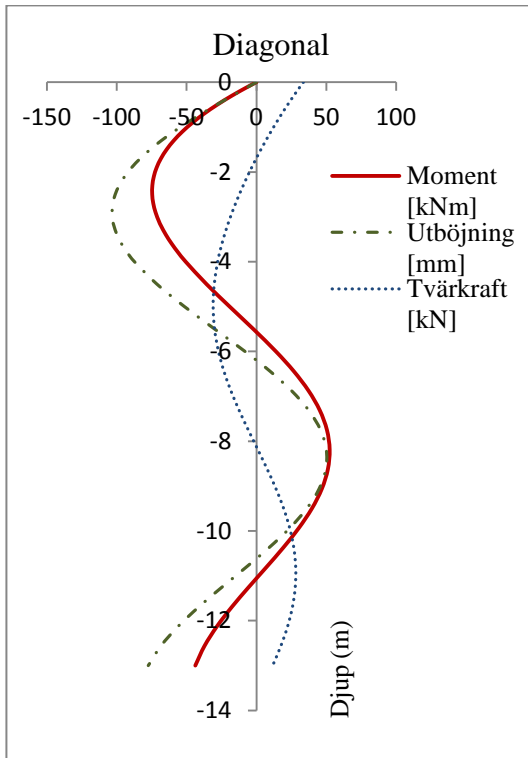
Figur 7.2.1:1 Snittkrafter, kapacitet samt knäcklast för ledat infäst påltopp, i dimensionerande snittet, böjning över sida och diagonal i brottgränstillståndet.



Figur 7.2.1:2. Snittkrafter och förskjutning av marksättning 200 mm för ledat infäst pålelement vid böjning över diagonalen i brottgränstillståndet med $N=1382$ kN.



Figur 7.2.1:3. Snittkrafter på djupet 13 m och kapacitet för skarven, i brottgränstillståndet



Figur 7.2.1:4 Totala snittkrafter samt förskjutningar längs pålen för böjning över diagonalen i brottgränstillståndet med $N=1382$ kN

Bruksgränsdimensionering

I bruksgräns begränsas lastkapaciteten av att kraven på maximal kantspänning och skarvens kapacitet ej får överskridas.

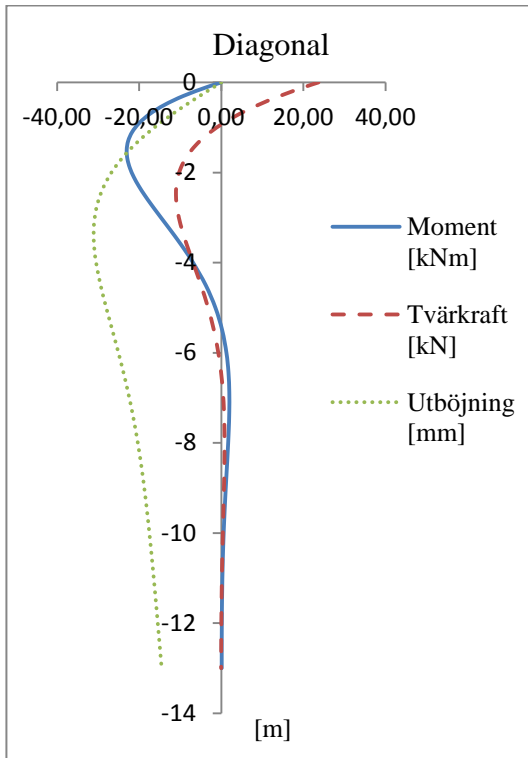
Betong och armering räknas samman till ett ekvivalent tvärsnitt. Resultatet för dimensionering av pålelementet ses i tabell 7.2.1:1.

	Sida	Diagonal
W [m ³]	$4,31 \cdot 10^{-3}$	$3,05 \cdot 10^{-3}$
σ_{\max} [MPa]	18	18
$A_{\text{ekvivalent}}$ [cm ²]	902	902
N_{ed} [kN]	814	605
$M_{\text{sättning}}$ [kNm]	22	23
$M_{\text{initialkrokighet}}$	17	11
M_{tot}	39	34
σ [MPa]	18	18

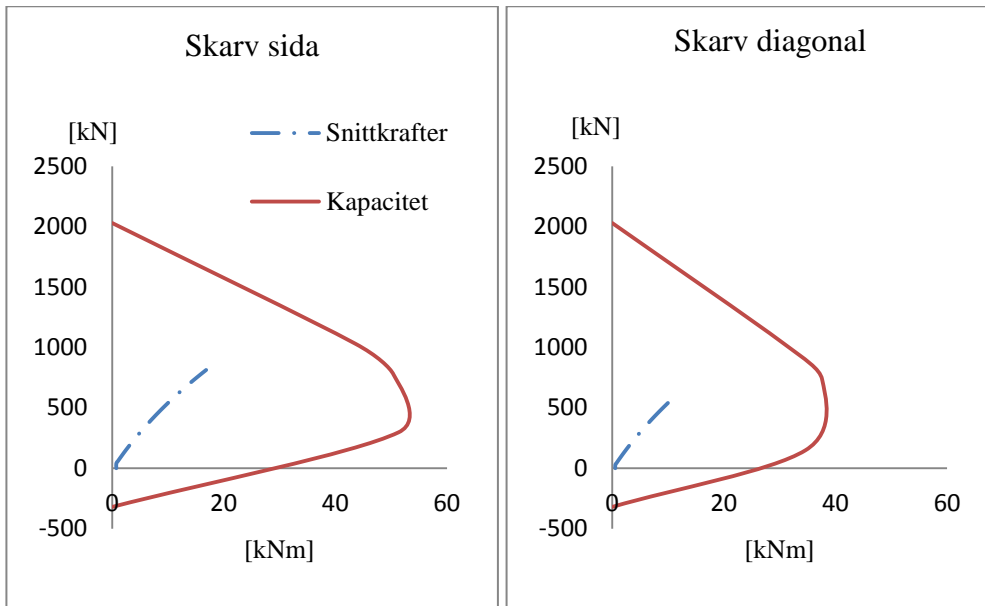
Tabell 7.2.1:1 Dimensionerande snittkrafter och tvärsnittstorheter vid max kantspänning

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

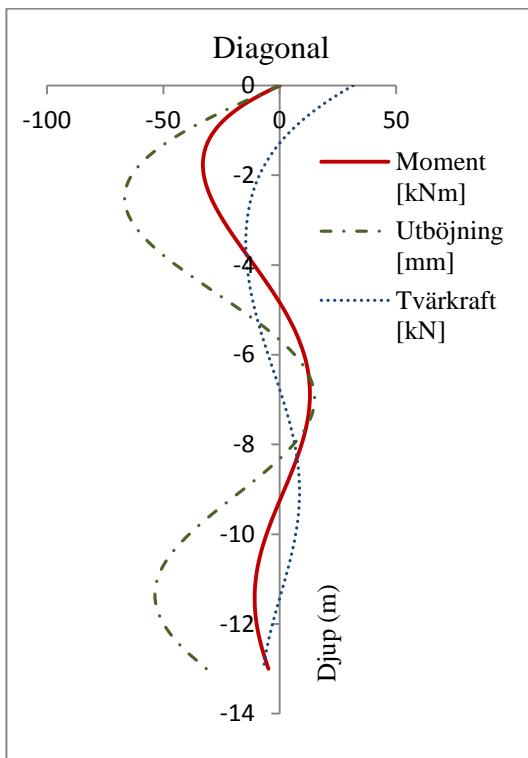
Moment av sättning för böjning över diagonalen vid normalkraften 605 kN ses i figur 7.2.1:5, de totala snittkrafterna och förskjutningarna längs pålen i figur 7.2.1:7. Att skarvens kapacitet är större än påkänningen på pålelementet kan ses i figur 7.2.1:6.



Figur 7.2.1:5 Snittkrafter och förskjutningar för ledat infäst påltopp p.g.a. marksättning 200 mm vid böjning över diagonalen i bruksgränstillståndet med $N=605$ kN



Figur 7.2.1:6 Snittkrafter och kapacitet för skarven, vid dimensionerande snitt, i bruksgränstillståndet



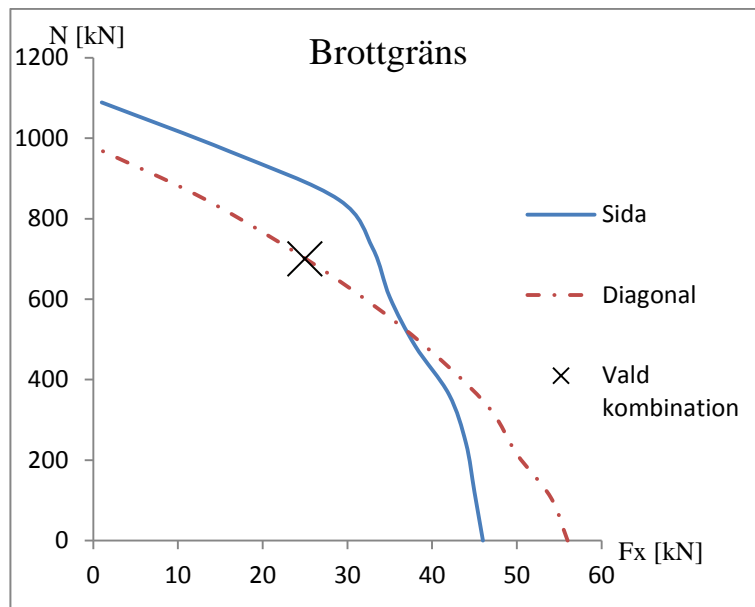
Figur 7.2.1:7 Totala snittkrafter samt förskjutningar för pålelementet vid böjning över diagonalen i bruksgränstillståndet med $N=605$ kN

7.2.2 Momentstyv infästning

För att åskådliggöra möjliga kombinationer av horisontal- och vertikalbelastning på ett momentstyvt pålelement konstrueras interaktionsdiagram för kombinationer av horisontal- och vertikalbelastning.

Brottgränsdimensionering

Kapaciteten i figur 7.2.2:1 begränsas av momentkapacitet eller att pålelementet går mot instabilitet, den övre plasticerade delen knäcker. Dimensionerande snittkrafter för pålen uppträder vid påltoppen. Skarven förutsätts hamna under 8 m där snittkrafterna enligt figur 7.2.2:2 ≈ 0 .



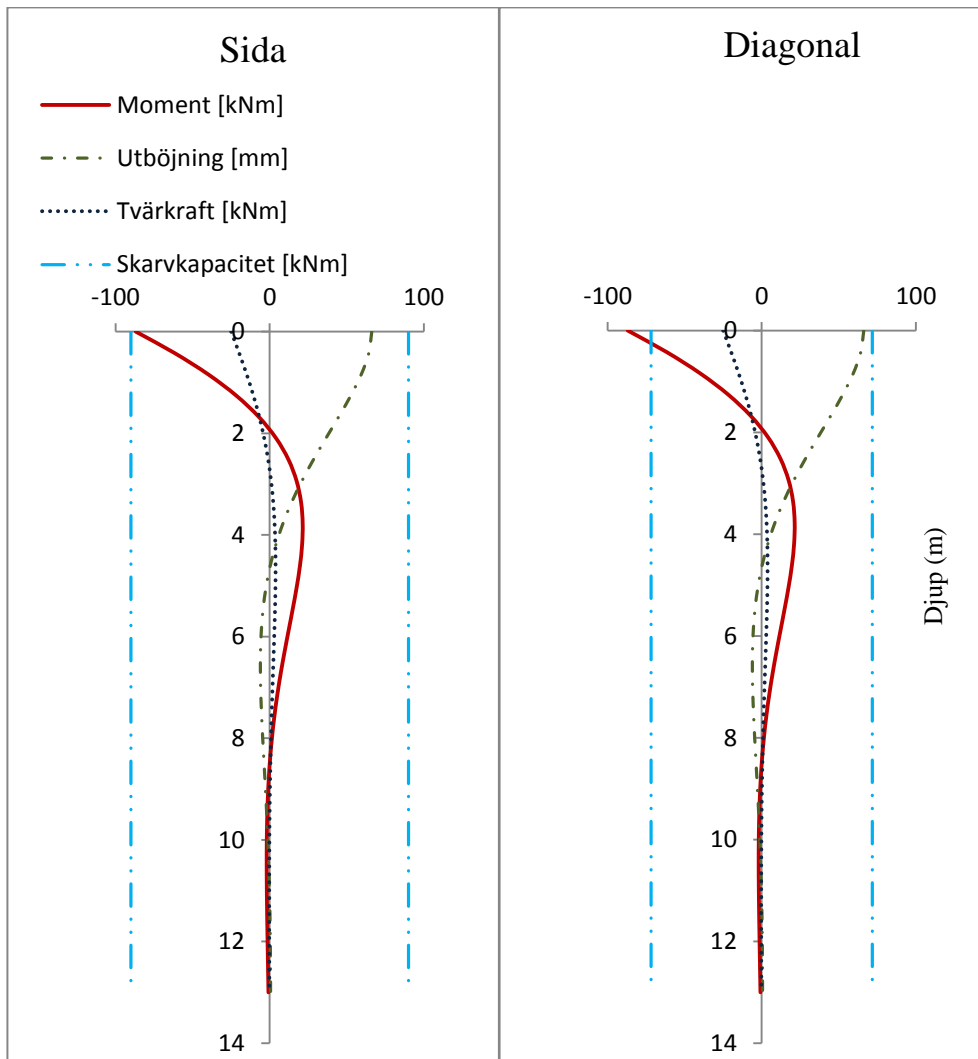
Figur 7.2.2:1 Interaktionsdiagram mellan horisontal- och vertikalbelastning för momentstyvt påltopp i brottgränstillståndet

Vid lastkombinationen

$N=700$ kN

$F_x=25$ kN

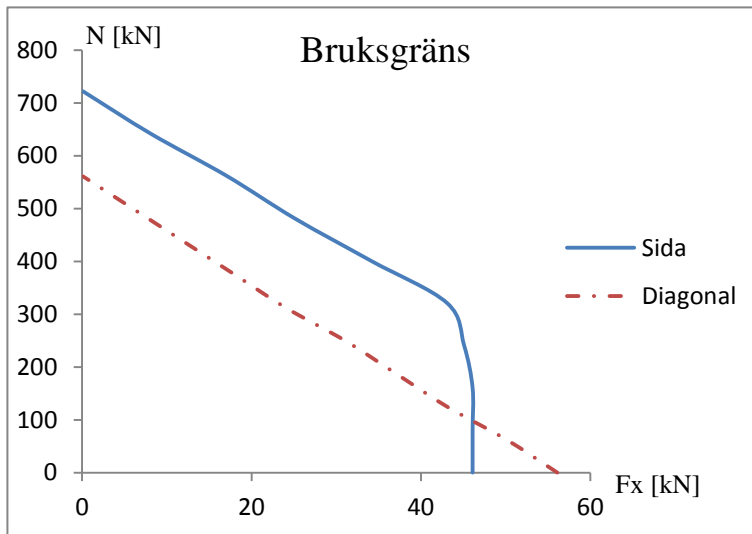
uppträder förskjutningar och snittkrafter längs pålen enligt figur 7.2.2:2.



Figur 7.2.2:2 Snittkrafter och förskjutningar längs pålen för böjning över sida och diagonal vid belastningen $N=700$ kN och $F_x=25$ kN i brottgränstillståndet

Bruksgränsdimensionering

Dimensionerande laster i bruksgränstillståndet begränsas dels av den maximalt tillåtna kantspänningen hos pålelementen samt att de horisontella deformationerna i bottenplattan ska hållas måttliga. För att begränsa deformationerna tillåts jorden inte plasticera. Interaktionsdiagram mellan horisontal- och vertikallast ses i figur 7.2.2:3.



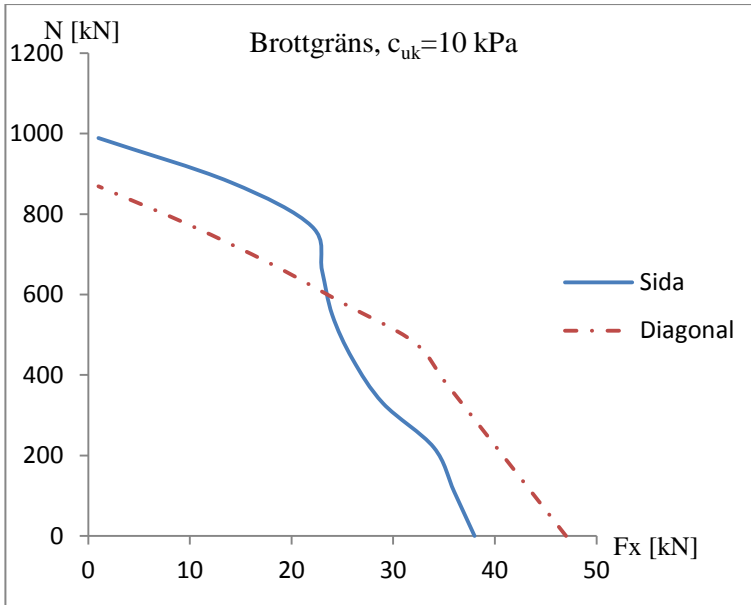
Figur 7.2.2:3 Interaktionsdiagram mellan horisontal- och vertikalbelastningen för momentstyv påltopp i bruksgränstillståndet

7.3 Påle i lera med varierande c_{uk} och marksättning

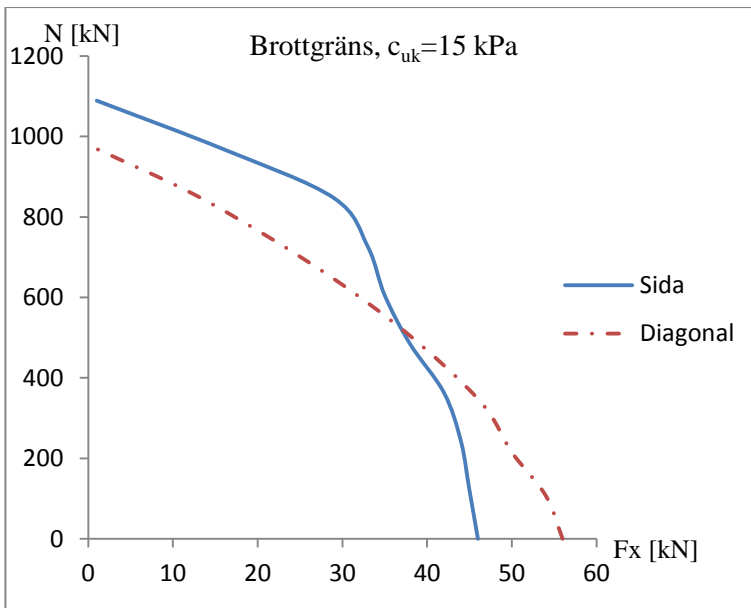
Förutsättningarna är samma som de beskrivna i avsnitt 7.1 med undantag av marksättnings storlek samt lerans skjuvhållfasthet. Dimensionerande värden på lastkapaciteten i brottgräns med varierande skjuvhållfasthet på lera för påle med ledat infäst påltopp visas i tabell 7.3:1. Interaktionsdiagram för momentstyv påltopp ses i figur 7.3:1 – 7.3:4.

C_{uk} [kPa]	Lastkapacitet enskild påle [kN]	
	Marksättning 200 mm	Marksättning 0 mm
10	1272	1321
15	1382	1509
20	1442	1611
30	1495	1727

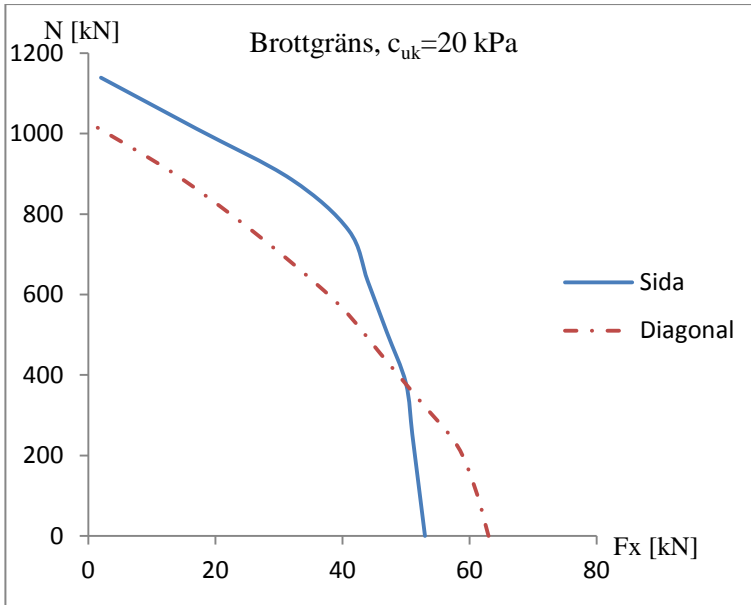
Tabell 7.3:1 Tabellerade dimensionerande tryckande normalkraft, i brottgräns, för varierande lera och styvhetsförhållandet vek lera / vek påle.



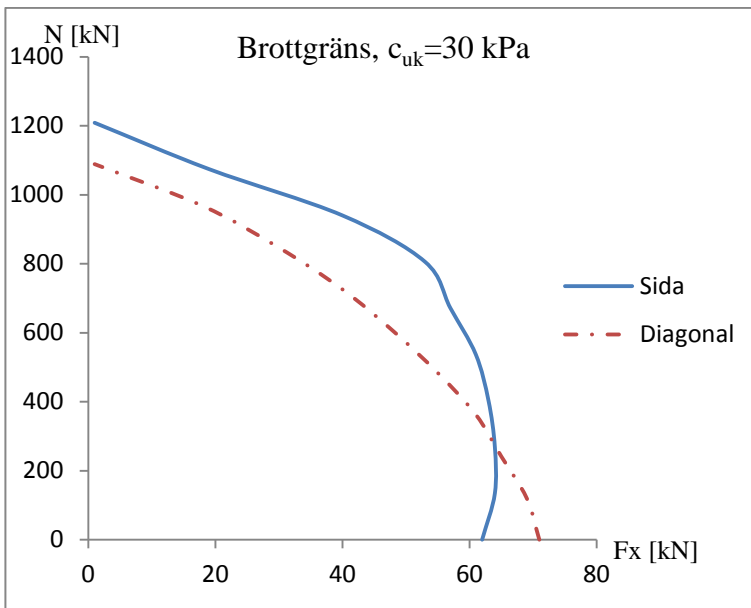
Figur 7.3:1 Interaktionsdiagram för momentstyvt påltopp i brottgräns för lera med c_{uk} 10 kPa



Figur 7.3:2 Interaktionsdiagram för momentstyvt påltopp i brottgräns för lera med c_{uk} 15 kPa



Figur 7.3:3 Interaktionsdiagram för momentstyvt påltopp i brottgräns för lera med c_{uk} 20 kPa

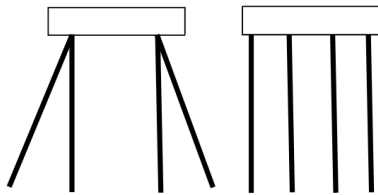


Figur 7.3:4 Interaktionsdiagram för momentstyvt påltopp i brottgräns för lera med c_{uk} 30 kPa

7.4 Jämförelse Pålgrupp

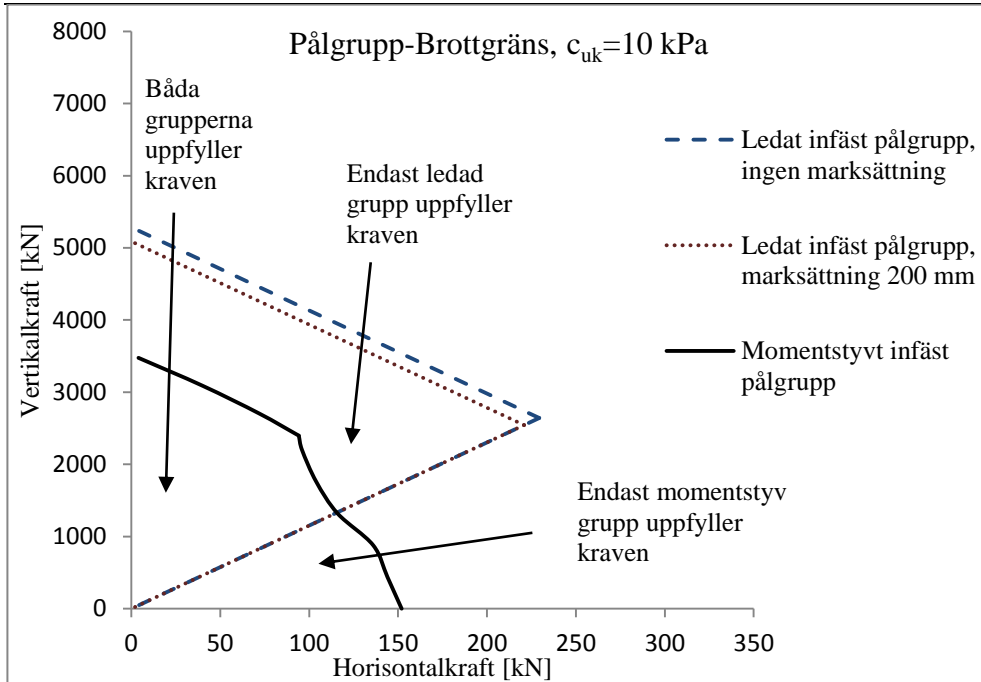
För att åskådliggöra skillnaden mellan ledat infäst och momentstyv påltopp görs en enkel pålgruppsberäkning. Pålgrupperna består vardera av fyra pålar illustrerade i figur 7.4:1. Kraven på de lutande pålarna är att $N < N_{\max}$ (enligt tabell 7.3:1) samt att ingen av pålarna ska vara dragna. Dragkrafter försöker man oftast undvika i verkliga dimensioneringssammanhang. Maximala pålkraften i de vertikala pålarna blir då något större, vilket är acceptabelt, då dessa pålar inte utsätts för något moment av marksättning. De olika pålgruppernas utformning illustreras i figur 7.4:1. Endast horisontell och vertikal belastning antas verka på pålgruppen, det yttre momentet är alltså noll.

I fig 7.4:2 – 7.4:5 betecknar de övre streckade/punktade linjerna, för ledat infästa pålar, maximalt tillåten normalkraft i pålarna. De undre streckade/punktade linjerna visar minsta tillåtna normalkraft för att dragkrafter inte ska uppstå i någon av pålarna. För framtagning av pålkrafter i pålgrupperna se bilaga 9F.

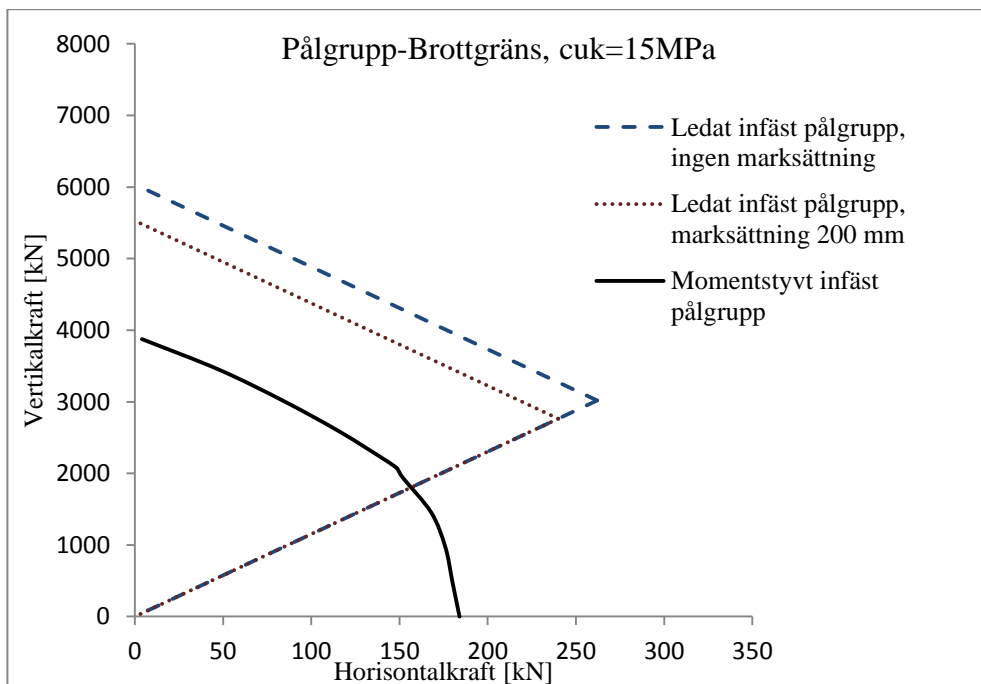


Figur 7.4:1 De två använda pålgrupperna i pålgruppsjämförelsen

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

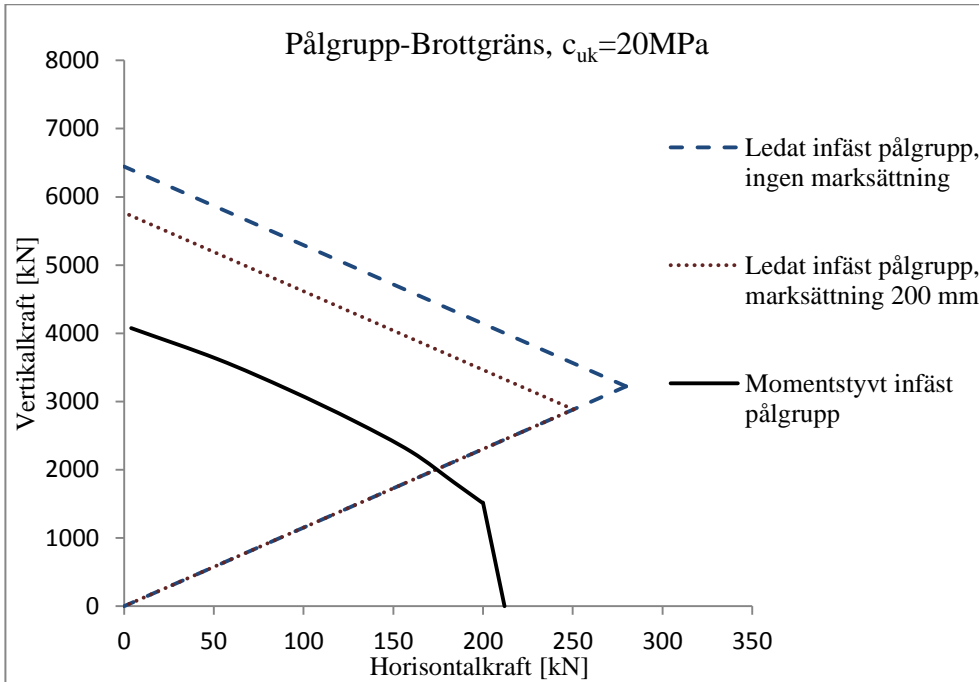


Figur 7.4:2 Jämförelse mellan pålgrupp bestående av fyra pålar för ledad och momentstyvt påltopp i brottgränstillståndet vid $c_{uk}=10 \text{ kPa}$

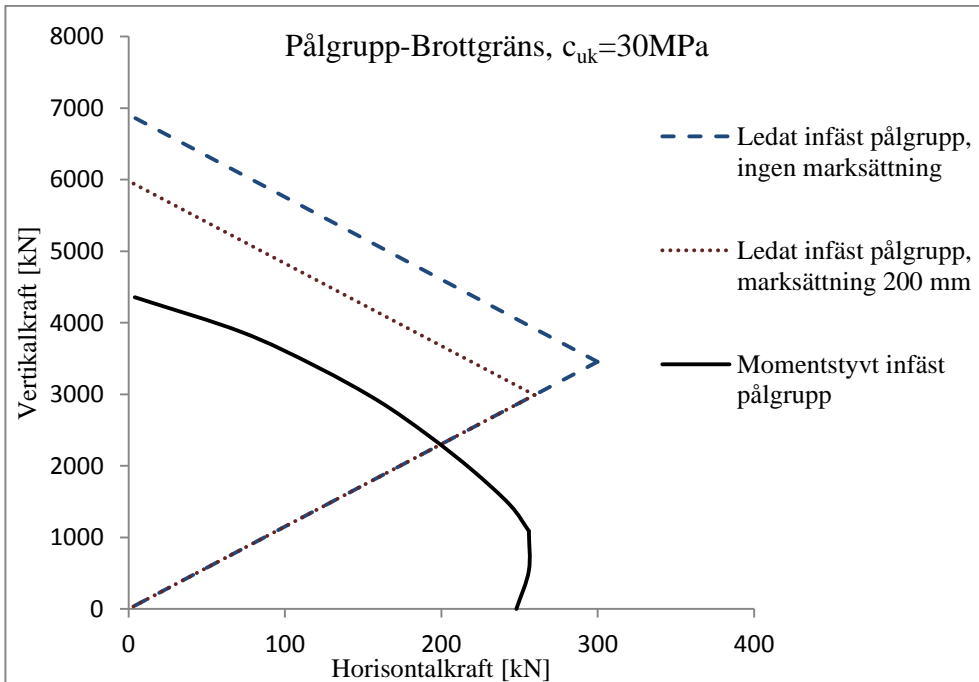


Figur 7.4:3 Jämförelse mellan pålgrupp bestående av fyra pålar för ledad och momentstyvt påltopp i brottgränstillståndet vid $c_{uk}=15 \text{ kPa}$

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar



Figur 7.4:4 Jämförelse mellan pålgrupp bestående av fyra pålar för ledad och momentstyvt pålgrupp i brottngränstillståndet vid $c_{uk}=20\text{ kPa}$



Figur 7.4:5 Jämförelse mellan pålgrupp bestående av fyra pålar för ledad och momentstyvt pålgrupp i brottngränstillståndet vid $c_{uk}=30\text{ kPa}$

8 Slutsats och diskussion

Skillnaden i verkningsätt mellan ledat och momentstyvt infästa betongpålar är stor. Ledat infästa betongpålar bär, enligt modellen, horisontallasten genom normalkraft via en fackverksmodell. Momentstyva pålar bär horisontallasten genom balkverkan i en rammodell.

Då ledat infästa pålar, som bär horisontallast, endast fungerar i fackverksformation gjordes jämförelsen mellan de två påltoppsinfästningarna genom en enkel pålgruppsanalys i brottgränstillståndet, med begränsningen att det inte fick uppstå dragkraft i någon av pålarna. Vid ledat infästa betongpålar begränsas den nedre kurvan i figur 7.4:2-7.4:5 av att ingen påle ska vara dragen och den övre av pålelementets tryckkapacitet.

Resultaten enligt figur 7.4:2- 7.4:5 tyder på att momentstyva pålar framförallt är konkurrenskraftiga vid låga vertikalbelastningar, t.ex. vid lätta konstruktioner. Om tabell 7.3:1 och figur 7.3:1- 7.3:4 , vid horisontalbelastning ≈ 0 , jämförs ses den påtagliga skillnaden i vertikalkapacitet för de båda inspänningsförhållandena. Sättet som initialkrokigheten utvärderas på för momentstyv infästning medför att förstoringfaktorn α (avsnitt 5.2.4) blir väldigt stor för låga horisontalbelastningar (små utböjningar). Enligt vår mening är dock resultatet orimligt då belastningssituationen, låga horisontalkrafter, borde ge liknande snittkrafter hos de båda inspänningsförhållandena. Felet borde enligt vår mening ligga i sättet att utvärdera initialkrokigheten för låga horisontalkrafter i den momentstyva modellen. I denna rapport har utvärderingen för alla belastningssituationer skett i enlighet med avsnitt 5.2.4. Författarna hoppas att framtida examensarbetare kan utreda problematiken djupare.

Snittkrafter av marksättning beräknas genom givna förskjutningar, avsnitt 4.2.4, vilket innebär att marksättningens inverkan blir mer uttalad vid styvare leror enligt figur 7.4:2- 7.4:5. I figur 7.4:2- 7.4:5 ses skillnaden mellan, för ledat infäst pålgrupp, marksättning på 200 mm och försumbar marksättning. Vid marksättning har den momentstyva pålgruppen en fördel då pålarna slås vertikala och endast påverkas av den vertikala påhängslasten.

Pålgruppsjämförelsen tyder också på att för stora horisontal- och vertikalkrafter är det endast fackverksmodellen med ledat infästa pålar som klarar belastningen. Detta är rimligt då betongpålar bär last bättre genom stångverkan än balkverkan.

Andra ordningens teori och följderna av initialkrokighet blir lätta och handberäkningsmässigt enkla att hantera vid ledat infästa betongpålar. Förutsättningen för detta är att förskjutningen i toppen sätts till noll. Givetvis kan sidomotståndet även medräknas för ledad infästning. Beräkningarna får då utföras för hela fackverket och blir betydligt mer komplicerade. Detta har inte undersökts i rapporten och vi överlämnar undersökningen till framtida examensarbeten.

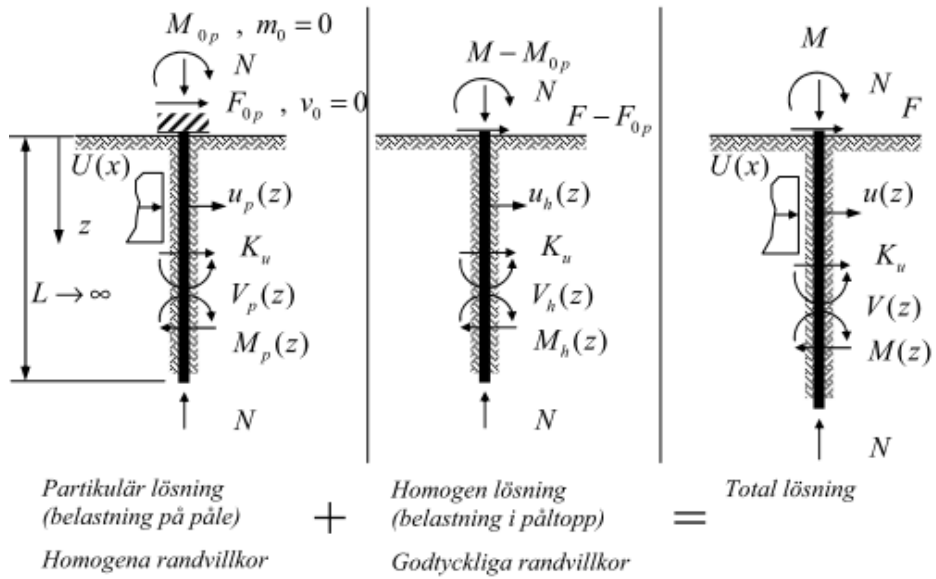
För momentstyva pålar blir normalkraftens destabiliserande effekt betydligt svårare att uppskatta med handberäkningsmetoder. Vid beräkningar av momentstyv infästning är lerans egenskaper de översta metrarna av största vikt. Beräkningarna i rapporten har utgått från samma egenskaper på leran genom hela jordlagret. Ett mer nyanserat sätt vore att dela in jordlagret i flera skikt utmed pålens längd.

I beräkningsexemplet används samma sättning för brott- och bruksgräns. Då styvheter på både påle och jord är högre i bruksgränstillståndet ($\gamma_M=1$) blir sättningens inverkan, för given normalkraft, klart större i bruks- än i brottgränstillståndet.

När sättning utbildas runt en påle slagen med vinkel har vi valt att fortfarande anta sinusformad knäckmod. Tilläggsmomentet av sättning beräknas med hänsyn till andra ordningens teori men utan inverkan av initialkrokighet, då den redan är medräknad som en tillskottsutböjning till sinusformen. Detta betraktelsesätt är enligt vår mening rätt då sättningarna är måttliga, utböjningen i figur 7.2.1:4 visar att den totala utböjningsformen fortfarande bär stora likheter med en sinuskurva. Om däremot inverkan av sättning vore dominerande bör initialkrokigheten väljas affin med tillskottsutböjningen av sättning.

9 Bilagor

A. Kombineriing av partikulär och homogen lösning



Figur 9.A:1 Princip för användning av elementarfall och formfunktioner för balk på elastisk bädd (Pålkommisionen rapport 101,2006).

B. Rörelse i omgivande jord

- Rörelser i omgivande jord

För att uppfylla randvillkoren i pålspetsen, dvs $u = u' = 0$ då $z \rightarrow \infty$, antas rörelsen i jorden som en exponentialfunktion

$$u_g(z) = \hat{u}_g e^{-\frac{z}{\lambda}} \quad (\text{B10})$$

där \hat{u}_g är förskjutningen i jorden vid påltoppen och $\lambda > 0$ är en parameter som avgör hur avklingningen sker utmed pålens längd. Partikulärlösningarna kan skrivas som

$$u_p(z) = \frac{c\lambda^4}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \hat{u}_g \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(C_{u\alpha N}(z) - \frac{L_{g1}}{\lambda} C_{m\beta N}(z) \right) \right) \quad (\text{B11})$$

$$M_p(z) = \frac{K_u \lambda^2}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \hat{u}_g \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(\frac{-2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(z) + \frac{2\lambda}{L_{g1}} C_{m\delta N}(z) \right) \right) \quad (\text{B12})$$

$$V_p(z) = \frac{K_u \lambda^2}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \frac{\hat{u}_g}{\lambda} \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(\frac{-4\lambda^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(z) + \frac{2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(z) \right) \right) \quad (\text{B13})$$

där koefficienterna b och c definieras enligt (B1) och formfunktioner enligt Bilaga C.

Figur 9.B:1 Partikulärlösning för rörelser i omgivande jord (Pålkommissionen rapport 101, 2006).

C. Belastning med givna förskjutningar

Belastning med givna förskjutningar

Tabell C2

	Transversell förskjutning		Rotation	
	$N = 0$	$N > 0$	$N = 0$	$N > 0$
$u(z)$	$u_0 C_{\alpha 0}(z)$	$u_0 C_{u \alpha N}(z)$	$-m_0 L_g C_{\beta 0}(z)$	$-m_0 L_{g1} C_{m \beta N}(z)$
$u'(z)$	$\frac{-u_0}{L_g} C_{\beta 0}(z)$	$\frac{-u_0}{L_{g1}} C_{u \beta N}(z)$	$-m_0 C_{\gamma 0}(z)$	$-m_0 C_{m \gamma N}(z)$
$M(z)$	$-u_0 \frac{2 EI}{L_g^2} C_{\gamma 0}(z)$	$-u_0 \frac{2 EI}{L_{g1}^2} C_{u \gamma N}(z)$	$m_0 \frac{2 EI}{L_g} C_{\delta 0}(z)$	$m_0 \frac{2 EI}{L_{g1}} C_{m \delta N}(z)$
$V(z)$	$-u_0 \frac{4 EI}{L_g^3} C_{\delta 0}(z)$	$-u_0 \frac{4 EI}{L_{g1}^3} C_{u \delta N}(z)$	$m_0 \frac{2 EI}{L_g^2} C_{\alpha 0}(z)$	$m_0 \frac{2 EI}{L_{g1}^2} C_{m \alpha N}(z)$

Figur 9.C:1 Elementarfall för balk på elastisk bädd med givna förskjutningar i toppen (Pålkommisionen rapport 101, 2006).

Formfunktioner enligt Tabell C2

Specialfall; $N = 0$: Se Tabell C1

Specialfall; $N > 0$:

$$b = \frac{N}{EI} > 0 \quad c = \frac{K_u}{EI} \quad \eta^2 = 4c - b^2 > 0 \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\eta}{b}\right)$$

$$L_{g1} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c+b}}} \quad L_{g2} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c-b}}} \quad \psi = \frac{L_{g1}}{L_{g2}}$$

$$C_{u \alpha N} = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\cos \frac{z}{L_{g1}} + \psi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right]$$

$$C_{u \beta N} = \frac{1+\psi^2}{2} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \sin \frac{z}{L_{g1}}$$

$$C_{u \gamma N} = \frac{1+\psi^2}{2} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\cos \frac{z}{L_{g1}} - \psi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right]$$

$$C_{u \delta N} = \frac{1+\psi^2}{4} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[2 \psi \cos \frac{z}{L_{g1}} - (1-\psi^2) \sin \frac{z}{L_{g1}} \right]$$

$$C_{m \alpha N} = \frac{(1+\psi^2)}{2} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\cos \frac{z}{L_{g1}} + \psi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right]$$

$$C_{m \beta N} = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \sin \frac{z}{L_{g1}}$$

$$C_{m \gamma N} = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\cos \frac{z}{L_{g1}} - \psi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right]$$

$$C_{m \delta N} = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\psi \cos \frac{z}{L_{g1}} + \frac{1}{2}(1-\psi^2) \sin \frac{z}{L_{g1}} \right]$$

Figur 9.C:2 Formfunktioner för balk på elastisk bädd med givna förskjutningar i toppen (Pålkommissionen rapport 101, 2006).

D. Belastning med krafter och moment

Tabell D1

	Tvärkraftsbelastad konsol		Momentbelastad konsol	
	$N = 0$	$N > 0$	$N = 0$	$N > 0$
$u(z)$	$\frac{F_x L^3}{3 EI} C_{F \chi^0}(z)$	$\frac{F_x L^3}{3 EI} C_{F \chi^N}(z)$	$\frac{M_y L^2}{2 EI} C_{M \chi^0}(z)$	$\frac{M_y L^2}{2 EI} C_{M \chi^N}(z)$
$u'(z)$	$\frac{-F_x L^2}{2 EI} C_{F \lambda^0}(z)$	$\frac{-F_x L^2}{2 EI} C_{F \lambda^N}(z)$	$\frac{-M_y L}{EI} C_{M \lambda^0}(z)$	$\frac{-M_y L}{EI} C_{M \lambda^N}(z)$
$M(z)$	$F_x L C_{F \psi^0}(z)$	$F_x L C_{F \psi^N}(z)$	M_y	$M_y C_{M \psi^N}(z)$
$V(z)$	$-F_x$	$-F_x$	0	0

Figur 9.D:1 Elementarfall för konsolbalk med givna laster i toppen (Pålkommisionen rapport 101, 2006).

Specialfall; $N > 0$:

$$\kappa = \sqrt{\frac{N}{EI}} \quad N > 0$$

$$C_{F_{\lambda N}}(z) = \frac{3}{(\kappa L)^3} \left(\frac{\sin \kappa L - \sin \kappa z}{\cos \kappa L} - (\kappa L - \kappa z) \right)$$

$$C_{F_{\lambda N}}(z) = \frac{2}{(\kappa L)^2} \left(\frac{\cos \kappa z}{\cos \kappa L} - 1 \right)$$

$$C_{F_{\psi N}}(z) = \frac{1}{\kappa L} \frac{\sin \kappa z}{\cos \kappa L}$$

$$C_{M_{\lambda N}}(z) = \frac{2}{(\kappa L)^2} \left((\cos \kappa L - \cos \kappa z) + \tan \kappa L \cdot (\sin \kappa L - \sin \kappa z) \right)$$

$$C_{M_{\lambda N}}(z) = \frac{1}{\kappa L} (-\sin \kappa z + \tan \kappa L \cdot \cos \kappa z)$$

$$C_{M_{\psi N}}(z) = \cos \kappa z + \tan \kappa L \sin \kappa z$$

Figur 9.D:2 Formfunktioner för konsolbalk med givna laster i toppen (Pålkommissionen rapport 101, 2006).

E. Belastning med utbredda laster på konsol

	Jämnt utbredd last på konsol		Triangulärt fördelad last på konsol	
	$N = 0$	$N > 0$	$N = 0$	$N > 0$
$u(z)$	$\frac{U_1 L^4}{8 EI} C_{U1z0}(z)$	$\frac{U_1 L^4}{8 EI} C_{U1zN}(z)$	$\frac{U_2 L^4}{30 EI} C_{U2z0}(z)$	$\frac{U_2 L^4}{30 EI} C_{U2zN}(z)$
$u'(z)$	$\frac{-U_1 L^3}{6 EI} C_{U1\lambda 0}(z)$	$\frac{-U_1 L^3}{6 EI} C_{U1\lambda N}(z)$	$\frac{-U_2 L^3}{24 EI} C_{U2\lambda 0}(z)$	$\frac{-U_2 L^3}{24 EI} C_{U2\lambda N}(z)$
$M(z)$	$\frac{U_1 L^2}{2} C_{U1\psi 0}(z)$	$\frac{U_1 L^2}{2} C_{U1\psi N}(z)$	$\frac{U_2 L^2}{6} C_{U2\psi 0}(z)$	$\frac{U_2 L^2}{6} C_{U2\psi N}(z)$
$V(z)$	$-U_1 L C_{U1\eta 0}(z)$	$-U_1 L C_{U1\eta N}(z)$	$\frac{-U_2 L}{2} C_{U2\eta 0}(z)$	$\frac{-U_2 L}{2} C_{U2\eta N}(z)$

Figur 9.E:1 Elementarfall för balk med utbredd last (Pålkommissionen rapport 101, 2006).

Specialfall; $N > 0$:

$$C_{U1\lambda N}(z) = \frac{8}{(\kappa L)^4} \left(\begin{aligned} &(\cos \kappa z - \cos \kappa L) + \\ &+ (\sin \kappa z - \sin \kappa L) \cdot \left(\tan \kappa L - \frac{\kappa L}{\cos \kappa L} \right) + \\ &+ \left(\left(\frac{z}{L} \right)^2 - 1 \right) \frac{(\kappa L)^2}{2} \end{aligned} \right)$$

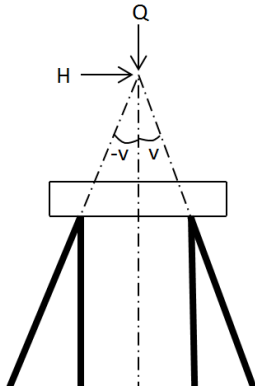
$$C_{U1\lambda N}(z) = \frac{6}{(\kappa L)^3} \left(\sin \kappa z - \cos \kappa z \left(\tan \kappa L - \frac{\kappa L}{\cos \kappa L} \right) - \frac{z}{L} \kappa L \right)$$

$$C_{U1\psi N}(z) = \frac{2}{(\kappa L)^2} \left(-\cos \kappa z - \sin \kappa z \left(\tan \kappa L - \frac{\kappa L}{\cos \kappa L} \right) + 1 \right)$$

$$C_{U1\eta N}(z) = C_{U1\eta 0}(z) = \frac{z}{L}$$

Figur 9.E:2 Formfunktioner för balk med utbredd last (Pålkommisionen rapport 101, 2006).

F. Pålgrupper



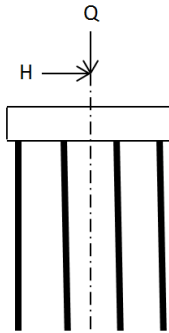
Kraft på rak påle: $P_i = \frac{Q}{n+m \cos^2 v}$

Kraft på lutande påle: $P_i = \frac{Q \cos v}{n+m \cos^2 v} + \frac{H}{m \sin v}$

Analys av bärförmåga för vertikal- och horisontalbelastade betongpålar

Där n är antalet raka pålar och m antalet lutande pålar. (Johannesson och Vretblad, 1999)

Kraften P_i begränsas av pålens lastkapacitet, och med denna känd kan tillåtna kombinationer av de på pålgruppen verkande krafterna Q och H tas fram.



I en pålgrupp med enbart vertikala momentstyvt infästa pålar fördelas krafterna lika mellan de i pålgruppen ingående pålarna. På varje påltopp verkar krafterna $\frac{H}{n}$ och $\frac{Q}{n}$, där n är antalet pålar. Kombinationen av H och Q begränsas av pålens lastkapacitet.

Referenser

Pålkommisionen rapport 101 (2006), Svahn, Per-Ola och Alén Claes, Transversalbelastade pålar- statiskt verkningsätt och dimensioneringsanvisningar. Linköping.

Pålkommisionen rapport 84a (1995), Fredriksson, Anders, Bengtsson, Per –Evert och Bengtsson, Åke. Beräkningen av dimensionerande lastkapacitet för slagna pålar med hänsyn till pålmaterial och omgivande jord. Linköping.

Pålkommisionen rapport 96:1 (1998), Ehnåge, Gunnar och Holmberg, Gunnar, Dimensioneringsprinciper för pålar Lastkapacitet, Linköping.

IEG (2008) Tillämpningsdokument Pålgrundläggning, Stockholm, Implementeringskommissionen för Europastandarder inom Geoteknik rapport 8:2008.

Olsson, Connie och Holm, Göran (1993) Pålgrundläggning. Stockholm; Svensk byggtjänst och statens geotekniska institut.

Boverket (2010) Boverkets författningssamling, BFS 2010:3

Vägverket (2009) Vägverkets författningssamling, VVFS 2009:19

Johannesson, Paul och Vretblad , Bengt (1999) Byggformler och tabeller; Stockholm Liber.

SS-EN-1992-1-1:2005 Svensk standard Eurokod 2: Dimensionering av betongkonstruktioner – Del 1-1 Allmänna regler och regler för nybyggnad.

Leimet (2010) Leimet OY www.leimet.fi, 2010-12-07.