View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by Archive Ouverte en Sciences de l'Information et de la Communication

Élasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques

Isabelle Cadoret, Patricia Renou

To cite this version:

Isabelle Cadoret, Patricia Renou. Élasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques : Cahiers du CESEG, n°6. 1991. hal-02432639

HAL Id: hal-02432639
https://hal-ifp.archives-ouvertes.fr/hal-02432639

Submitted on 8 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole nationale supérieure du pétrole et des moteurs

Elasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques

Isabelle CADORET
Patricia RENOU

Avril 1991

INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE

Centre Economie et Gestion

Elasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques

Isabelle CADORET
Patricia RENOU

Avril 1991

Cahiers du CEG - n^0 6

ENSPM - Centre Economie et Gestion
228-232, avenue Napoléon Bonaparte, Boîte postale 311, 92506 RUEIL MALMAISON CEDEX.
télécopieur : 33 (1) 47 52 70 66 - téléphone : 33 (1) 47 52 64 25.

La collection "Cahiers du CEG" est un recueil des travaux réalisés au Centre d'Economie et Gestion de l'ENSPM, Institut Français du Pétrole. Elle a été mise en place pour permettre la diffusion de ces travaux, parfois sous une forme encore provisoire, afin de susciter des échanges de points de vue sur les sujets abordés.

Les opinions émises dans les textes publiés dans cette collection doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et ne reflètent pas nécessairement le point de vue de l'IFP ou de l'ENSPM.

Pour toute information complémentaire, prière de contacter :
Saïd NACHET (*Responsable de la publication*) tél. (1) 47 52 64 08

"Cahiers du CEG" is a collection of researchs realized within the Center for Economics and Management of the ENSPM, Institut Français du Pétrole. The goal of such collection is to allow views exchange about the subjects treated of.

The opinions defended in the papers published are the author(s) sole responsability and don't necessarily reflect the views of the IFP or ENSPM.

For any additional information, please contact :
Saïd NACHET (*Editor*) tel. (1) 47 52 64 08

Résumé

L'étude des substitutions aussi bien à un niveau agrégé - substitutions entre facteurs de production - qu'au niveau énergétique - substitutions entre énergies - est au centre des préocupations des modélisateurs, elle fait appel au concept d'élasticité de substitution qui s'avère complexe et multiple.
Dans cet article, une réflexion est menée sur le concept d'élasticité et sur sa représentation dans les modèles économétriques. De plus, un parallèle est établi entre la théorie du consommateur et la théorie du producteur afin de relier différentes définitions et de montrer sous quelles conditions l'élasticité de substitution de Allen peut indifféremment être employée en théorie de la production et de l'utilité.
Une étude empirique portant sur les secteurs industriel et résidentiel français illustre la multiplicité des définitions du concept d'élasticité, plusieurs spécifications sont estimées.
En conclusion, nous nous interrogeons sur la fiabilité du concept d'élasticité comme outil de prévision.

Abstract

A number of econometric studies have attempted to analyse substitutions among production factors or fuels. These studies are based on the concept of elasticity of substitution which is complex as well as multiple.
In this article, an idea is developped on the concept of elasticity and its represention in econometric models. Moreover, a parallel is established between producer and consumer theories in order to link different definitions and to show under which conditions the Allen's elasticity of substitution can be used indifferently in producer and consumer theories.
An empirical study on French industrial and residential sectors shows the multiplicity of definitions of elasticity. Several specifications of elasticity have been used.
In conclusion, we are interrogating ourselves on the reliability concept of elasticity as a prevision tool.

Elasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques

Isabelle CADORET, Patricia RENOU

CES Economie et Gestion - ENSPM/IFP
4, Av. de Bois - Préau - B.P.311 - 92506 Rueil-Malmaison Cedex France

Si la définition mathématique de l'élasticité (prix, revenu, substitution) est adoptée universellement, il n'en va pas de même de sa mesure concrète, et en cela on retrouve les difficultés traditionnelles qui accompagnent le passage d'une définition théorique à sa détermination numérique. Mais dans les études économiques, il s'en ajoute une supplémentaire qui naît de ce que l'élasticité peut être soit une des caractéristiques des fonctions de demande, soit un paramètre des modèles économétriques, soit enfin un simple indicateur de la liaison entre quantité d'énergie et prix, obtenu indépendammant de toute formalisation. Ces trois cas conduisent à différencier l'élasticité empirique quand on se trouve dans le dernier cas de l'élasticité théorique qui implique une référence à une formalisation mathématique. La seconde approche est plus élaborée que la première mais toutes les deux s'appuient en dernier ressort sur des observations statistiques de quantités d'énergie, de prix et de revenu.

L'objet de notre article est double :
– Nous présentons différentes définitions du concept d'élasticité en référence à la théorie du consommateur et du producteur et nous nous attachons à montrer sous quelle condition il est possible de les relier.
– Nous nous proposons ensuite d'associer les élasticités couramment estimées dans les modèles économétriques aux définitions théoriques présentées. Nous ne prétendons pas relier toutes ces notions entre elles, nous nous proposons uniquement de montrer la complexité du concept et les différentes approches empiriques afin de clarifier leur utilisation ; dans la littérature des élasticités correspondant à des spécifications différentes, des définitions différentes sont parfois abusivement comparées.

1 Concept d'élasticité et théorie du consommateur

Soit U la fonction d'utilité du consommateur :

$$U = U(x_1, \ldots, x_n)$$

et X_i les biens consommés en quantités x_i.

$$x_i = x_i(P_1, \ldots, P_n, A)$$

avec P_i le prix du bien X_i et A le budget des consommateurs.
La contrainte de budget s'écrit :

$$\sum_i P_i x_i = A$$

Nous pouvons définir les coefficients budgétaires $A_i, (i = 1, 2, \ldots, n)$:

$$A_i = \frac{P_i x_i}{A}$$

Le problème du consommateur est de maximiser son niveau d'utilité sous contrainte de budget ; le Lagrangien sous forme matricielle s'écrit :

$$L(x, \lambda, P, A) = U(x_1, x_2, \ldots, x_n) - \lambda(P'x - A)$$

les conditions de maximisation du premier ordre sont telles que :

$$\begin{cases} U_x - \lambda P = 0 \\ A - P'x = 0 \end{cases}$$

Avec :

$$U_x = \frac{\partial U}{\partial x}$$

A l'optimum nous avons :

$$\frac{U_1}{P_1} = \frac{U_2}{P_2} = \ldots = \frac{U_n}{P_n}$$

Avec :

$$U_k = \frac{\partial U(x_1, \ldots, x_n)}{\partial x_k}, \quad (k = 1, 2, \ldots, n)$$

Cette condition permet de déterminer les quantités demandées en fonction des prix et du revenu :

$$x_i = x_i(P_1, \ldots, P_n, A), \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Nous supposons que x_i est homogène de degré 0 par rapport aux prix. Donc, le consommateur n'est pas soumis à l'illusion monétaire.

1.1 Les différentes élasticités

- L'élasticité prix

L'élasticité prix ou élasticité de Cournot est définie par :

$$e_{ik} = \frac{\partial x_i(P_1, \ldots, P_n, A)}{\partial P_k} \frac{P_k}{x_i(P_1, \ldots, P_n, A)} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \; ; \quad k = 1, 2, \ldots, n$$

Pour $i = k$ nous obtenons l'élasticité prix propre et pour $i \neq k$ l'élasticité prix croisée ; cette élasticité mesure la variation relative des quantités demandées résultant d'une variation relative des prix, les autres prix et le budget du consommateur étant supposés constants.

L'élasticité prix propre d'un bien est normalement négative, sauf à considérer des cas atypiques comme l'effet Giffen ou l'effet Veblen. Le premier correspond à des produits de première nécessité qui possèdent des élasticités prix positives par le jeu de l'effet revenu et de l'équation de Hicks-Slutsky (annexe 1). Le second au contraire correspond à des produits de luxe pour lesquels le phénomène d'ostentation entraine également des élasticités positives.
Par ailleurs si l'élasticité croisée entre deux biens est positive alors les biens sont substituables sinon ils sont complémentaires.

- L'élasticité revenu

L'élasticité revenu ou élasticité d'Engel s'écrit :

$$E_i = \frac{\partial x_i(P_1, \ldots, P_n, A)}{\partial A} \frac{A}{x_i(P_1, \ldots, P_n, A)} \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

L'élasticité revenu du bien i est définie comme la variation en pourcentage des quantités consommées quand le revenu A varie d'un pourcentage donné, tous les prix $P_1, P_2, \ldots, P_n$ étant maintenus constants.

Selon que E_i est > 1, < 0 ou compris entre $[0, 1]$ le bien x_i est respectivement un bien supérieur, inférieur ou nécessaire.

- L'élasticité de Slutsky

L'élasticité de Slutsky ou élasticité de substitution s'obtient de manière identique à l'élasticité prix :

$$\epsilon_{ik} = \frac{\partial X_i(P_1, \ldots, P_n, A)}{\partial P_k} \frac{P_k}{X_i(P_1, \ldots, P_n, A)} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \; ; \quad k = 1, 2, \ldots, n$$

Tous les autres prix sont constants ($\forall i \neq k$), seul le revenu A varie afin de maintenir constant le niveau d'utilité.

Elle mesure la variation relative des quantités demandées résultant d'une variation relative des prix, tous les autres prix et le niveau d'utilité U étant supposés constants.

L'élasticité de Cournot par rapport au prix P_k a été définie en considérant le budget A constant, et l'élasticité de Slutsky par rapport au prix P_k en supposant le niveau d'utilité U constant.

- Autre élasticité

  Nous pouvons aussi mesurer l'élasticité du besoin du bien k par rapport à la quantité du bien i, c'est à dire comment varie la quantité demandée x_i lorsque l'utilité marginale de X_k varie.

$$X_{ik} = \frac{\partial x_i(U_1, U_2, \ldots, U_n)}{\partial U_k} \frac{U_k}{x_i(U_1, U_2, \ldots, U_n)}$$

  X_{ik} est définie comme l'"élasticité des besoins" (want elasticities).
  Si l'utilité marginale de la monnaie est constante alors $X_{ik} = e_{ik}$ (annexe 2).

1.2 Les relations entre les différentes élasticités

1. Si on différencie la contrainte de budget $\sum_i P_i X_i = A$ en supposant les prix constants, nous obtenons :

$$dA = \sum_i P_i dx_i + \sum_i x_i dP_i$$
$$dx_i = \sum_j \frac{\partial x_i}{\partial P_j} dP_j + \frac{\partial x_i}{\partial A} dA$$

   Si $dP_i = 0, \forall i = 1, \ldots, n$ alors :

$$dA = \sum_i P_i \frac{\partial x_i}{\partial A} dA$$

$$\sum_i \frac{P_i x_i}{A} \frac{\partial x_i}{\partial A} \frac{A}{x_i} = 1$$

   Soit :

$$\boxed{\sum_i A_i E_i = 1}$$

   c'est la condition d'agrégation d'Engel, elle montre que la réallocation du budget lorsque le revenu du consommateur varie doit continuer à absorber le revenu total.

2. Si on différencie la contrainte de budget $\sum_i P_i x_i = A$ par rapport au prix P_j en supposant les autres prix et le revenu A constants :

$$\frac{\partial A}{\partial P_j} dP_j = x_j + \sum_i P_i \frac{\partial x_i}{\partial P_j} dP_j = 0$$

En introduisant dans la formule x_i/A nous obtenons :

$$\sum_i \frac{P_i x_i}{A} \frac{P_j}{A} \frac{\partial x_i}{\partial P_j} + \frac{P_j x_j}{A} = 0$$

Soit

$$\boxed{\sum_i A_i e_{ij} = -A_j}$$

c'est la condition d'agrégation de Cournot, elle indique que la réallocation du budget lorsqu'un prix varie doit continuer à absorber le revenu total.

3. Si la fonction de demande du bien i est homogène de degré 0 par rapport au prix et au revenu alors la demande est inchangée lorsqu' il se produit un changement proportionnel de tous les prix et du revenu. Dans ce cas x_i étant fonction des prix et du revenu :

$$dx_i = \sum_j \frac{\partial x_i}{\partial P_j} dP_j + \frac{\partial x_i}{\partial A} dA$$

Or la fonction de demande étant homogène de degré 0 nous avons $dx_i = 0$ si $(dP_j/P_j) = (dA/A)$ d'où le résultat suivant :

$$\boxed{\sum_j e_{ij} = -E_i}$$

Donc, si le consommateur n'est pas soumis à l'illusion monétaire la somme des élasticités prix est égale à l'élasticité revenu, au signe près. Cette relation s'avère empiriquement difficile sinon impossible à mesurer car il n'est pas aisé de déterminer tous les effets prix e_{ij}.

4. La matrice des effets de substitution de Slutsky, $K = (\partial x_i/\partial P_k)$ pour un niveau d'utilité constant, doit être symétrique.

L'équation de Slutsky est telle que (annexe 1) :

$$\frac{\partial x_i}{\partial P_k} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial P_k}\right)_{U=cst} - x_k \left(\frac{\partial x_i}{\partial A}\right)_{P=cst}$$

Ainsi nous avons :

$$\frac{\partial x_i}{\partial P_k} \frac{P_k}{x_i} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial P_k}\right)_{U=cst} \frac{P_k}{x_i} - \frac{P_k x_k}{x_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial A}\right)_{P=cst}$$

L'effet prix e_{ik} se décompose en un effet de substition ϵ_{ik} et un effet revenu E_i. Nous obtenons :

$$\boxed{\epsilon_{ik} = e_{ik} + E_i A_k}$$

La condition de symétrie de la matrice de Slutsky K implique que :

$$E_i + \frac{e_{ik}}{A_k} = E_k + \frac{e_{ki}}{A_i}$$

En effet, ϵ_{ik} n'est pas symétrique, seule K est symétrique. Or :

$$\frac{\epsilon_{ij}}{A_k} = \frac{\partial x_i}{\partial P_j}\frac{A}{x_i x_k}$$

On peut remarquer qu'en raison des conditions d'additivité et d'homogénéité :

$$\sum_i A_i \epsilon_{ij} = 0$$

et

$$\sum_j \epsilon_{ij} = 0$$

5. Les dérivées secondes étant indépendantes de l'ordre des dérivées partielles du dénominateur, on peut obtenir une relation de dualité :

$$\boxed{\frac{\partial e_{ii}}{\partial \ln A} = \frac{\partial E_i}{\partial \ln P_i}}$$

6. On peut relier par ailleurs l'élasticité X_{ik} aux autres élasticités.

$$\boxed{X_{ik} = e_{ik} + E_i A_k (1 + \frac{E_k}{W})}$$

Pour la démonstration on pourra se reporter à l'annexe 2.

Nous remarquons que si l'utilité marginale de la monnaie est constante alors $X_{ik} = e_{ik}$. En fait, cette élasticité se décompose de manière analogue à celle de Slutsky et lorsque tous les biens sont indépendants c'est-à-dire si X_{ik} est diagonale ces deux élasticités sont identiques à un facteur près.

Cette élasticité est utilisée pour tester l'indépendance des biens et donc sert à séparer les groupes de biens.

2 Elasticités et théorie du producteur

Les élasticités prix et revenu étant définies de manière identique dans le cas du producteur et du consommateur elles ne seront pas redéfinies ici. Par contre, les élasticités de substitutions demandent quelques approndissements. Nous allons présenter dans cette section les différents concepts d'élasticité de substitution tels qu'ils interviennent dans les modèles de demande formalisés, l'élasticité de substitution théorique sera définie en référence à un modèle en termes de fonctions de production.

2.1 L'élasticité de substitution dans un modèle à deux inputs

Soit f une fonction de production à deux inputs X_1 et X_2, consommés en quantités x_1 et x_2, et y la quantité d'output associée :

$$y = f(x)$$

avec :

$$x = (x_1, x_2)$$

La courbe d'isoproduit ou isoquante y définit toutes les combinaisons d'inputs (x_1, x_2) permettant d'obtenir un niveau de production donné (cf. Fig 1).

a - Taux marginal de substitution technique

Soient (x_1, x_2) les quantités d'inputs permettant d'atteindre le niveau de production Y^0 (cf. Fig 2), le point M est situé sur l'isoquante correspondant à Y^0. Si on fait varier les quantités d'inputs de Δx_1 et Δx_2 de manière à conserver le même niveau de production, il s'ensuit que le point $M' = (x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$ se trouve également sur l'isoquante Y_0. On peut donc substituer Δx_2 de l'input 2 à Δx_1 de l'input 1 sans changer le niveau de production. Le rapport $\Delta x_2/\Delta x_1$ mesure ce taux de substitution (représenté graphiquement par la valeur absolue de la pente de la courbe MM).
Ce taux de substitution varie selon les valeurs de Δx_1 ; pour avoir une mesure unique, on définit le taux marginal de substitution en M comme étant la limite de ce rapport (ce qui correspond à la valeur absolue de la pente de la tangente en M à l'isoquante). Le taux marginal de substitution en M s'écrit :

$$TMS(x_1, x_2) = \lim_{\Delta x_1 \to 0} -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

Avec les notations différentielles :
On définit les produits marginaux de ces deux facteurs :

$$f_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1}$$
$$f_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2}$$

Fig 1: ISOQUANTES

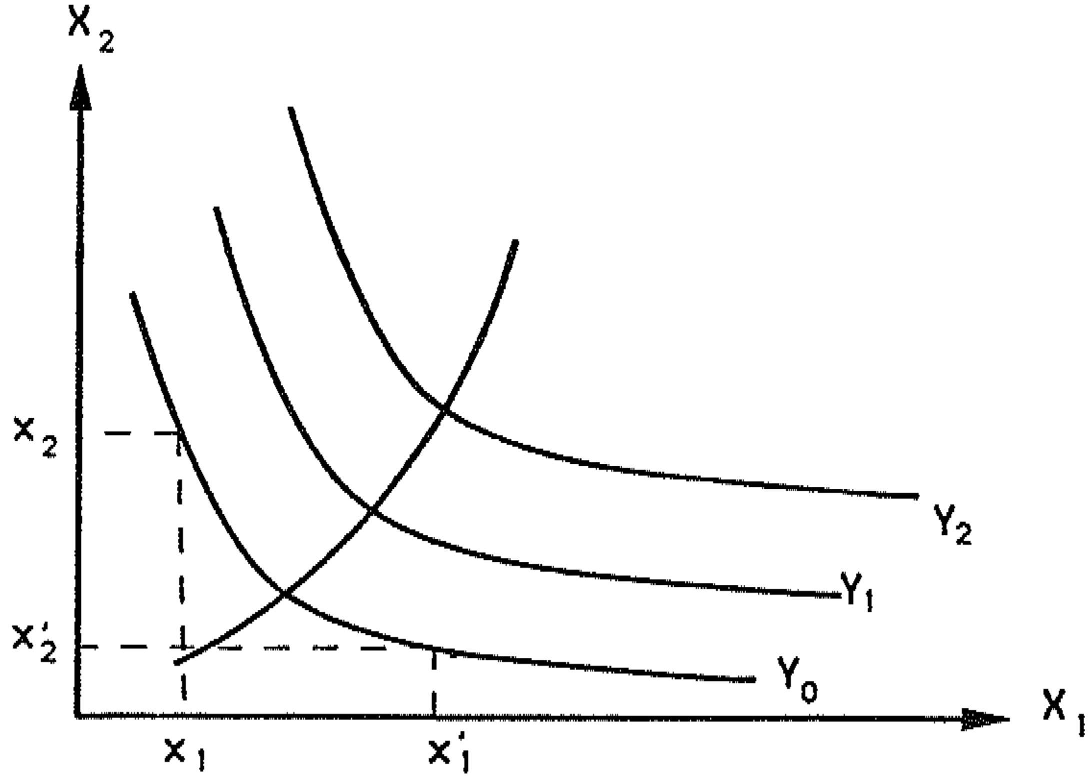
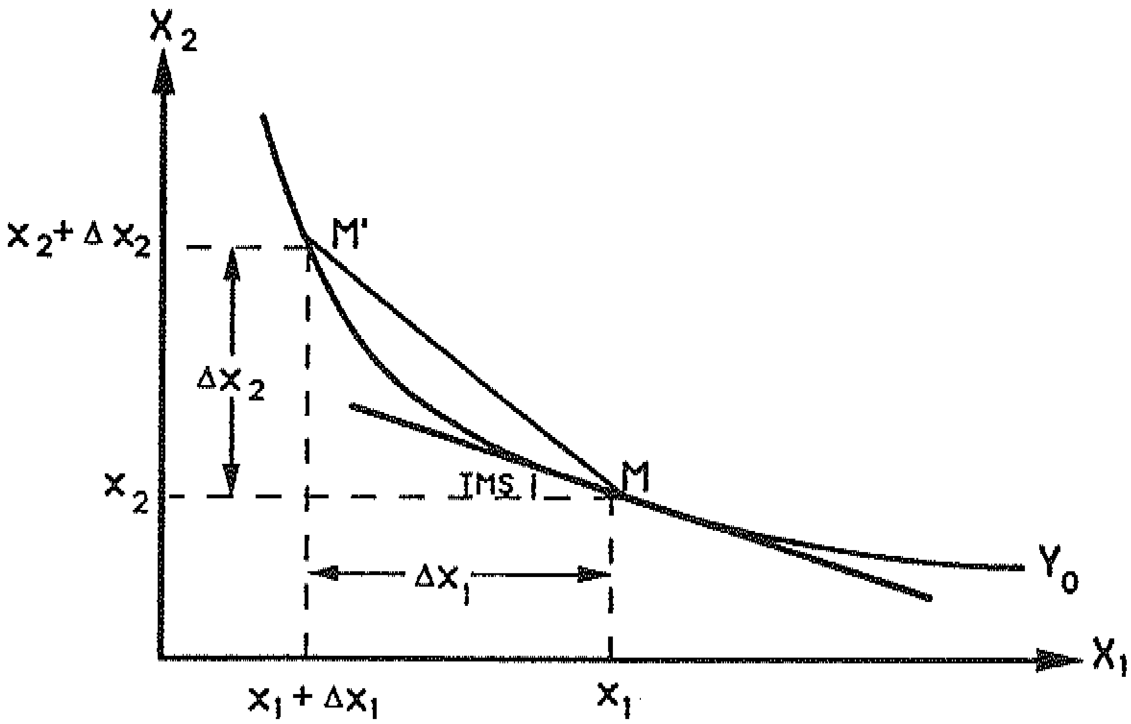


Fig 2: TAUX MARGINAL DE SUBSTITUTION



Le produit marginal d'un facteur mesure la variation de l'output imputable à la variation unitaire de ce facteur, les autres facteurs de production étant constants.
On différencie les facteurs :

$$f_1.dx_1 + f_2.dx_2 = dy$$

Sur la courbe d'isoproduit y, seules les quantités de facteurs varient, $dy = 0$:

$$f_1.dx_1 + f_2.dx_2 = 0$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{f_1}{f_2}$$

On peut alors définir le taux marginal de substitution du facteur X_2 en X_1 :

$$TMS_{2\to 1} = r = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

La valeur du taux marginal de substitution dépend de la combinaison des facteurs de production. Elle représente la quantité supplémentaire de facteur X_2 nécessaire pour maintenir l'output inchangé quand intervient une "petite réduction" dans l'utilisation du facteur X_1.
Le taux marginal de substitution est décroissant dans un modèle à deux facteurs de production. La diminution dans l'utilisation d'un des deux facteurs ne peut qu'être compensée par une augmentation de l'utilisation de l'autre facteur de production si l'on se situe sur la même courbe d'isoproduit.

b - L'élasticité de substitution

L'intérêt est de déterminer comment r évolue pour mesurer l'élasticité de substitution. Pour tout changement de (x_1, x_2) le long de la courbe d'isoproduit $d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$ représente la variation de l'utilisation de x_2 comparée à celle de x_1 et $dr = d\left(\frac{f_1}{f_2}\right)$ représente la variation correspondante du taux marginal de substitution. Le ratio de ces différentielles exprimées de façon proportionnelle afin de les rendre indépendantes de l'unité de mesure est défini comme l'élasticité de substitution entre les facteurs considérés.

L'élasticité de substitution entre X_1 et X_2 est :

$$\sigma = \frac{\frac{x_1}{x_2} d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\frac{1}{r} dr}$$

où les différentielles correspondent à une variation de x_1 et x_2 le long de la courbe de production.

La valeur de σ peut être écrite en termes de dérivées partielles de r ou en fonction de la fonction de production elle même (pour la démonstration, on pourra se reporter à

R.G. Allen 1938, p340-343).

$$\sigma = \frac{r(x_1 r + x_2)}{x_1 x_2 r \dfrac{\partial r}{\partial x_2} - \dfrac{\partial r}{\partial x_1}}$$

En évaluant $\dfrac{\partial r}{\partial x_1}$ et $\dfrac{\partial r}{\partial x_2}$ en termes de dérivées partielles de $f(x_1, x_2)$ au premier et au second ordre :

$$\frac{\partial r}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{f_1}{f_2}\right)$$
$$\frac{\partial r}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{f_1}{f_2}\right)$$

$$\sigma = \frac{f_1 f_2 (x_1 f_1 + x_2 f_2)}{x_1 x_2 T}$$

avec :

$$T = -f_{11} f_2^2 + 2 f_{12} f_1 f_2 - f_{22} f_1^2$$
$$f_{12} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2}$$
$$f_{11} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2}$$
$$f_{22} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2}$$

Toutes les dérivées sont évaluées en (x_1, x_2).
Cette définition de σ met en évidence la symétrie du concept d'élasticité de substitution.

Si la fonction de production est linéaire et homogène (rendements d'échelle constants) σ se simplifie :
L'application du théorème d'Euler à une fonction de production homogène de degré un entraîne :

$$x_1 \frac{\partial y}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial y}{\partial x_2} = y$$
$$\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1 \frac{\partial y}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial y}{\partial x_2}\right) = \frac{\partial y}{\partial x_1}$$
$$x_1 \frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} + \frac{\partial y}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{\partial y}{\partial x_1}$$
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} = -\frac{x_2}{x_1} \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2}$$

de façon analogue, on peut écrire :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} = -\frac{x_1}{x_2} \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2}$$

donc $f_{11} = -\frac{x_2}{x_1} f_{12}$ et $f_{22} = -\frac{x_1}{x_2} f_{12}$

en écrivant T sous la forme :

$$\begin{aligned}
T &= -f_{11}f_2^2 + 2f_{12}f_1f_2 - f_{22}f_1^2 \\
T &= \frac{f_{12}}{x_1x_2}\left(x_1^2f_1^2 + 2x_1x_2f_1f_2 + x_2^2f_2^2\right) \\
T &= \frac{f_{12}}{x_1x_2}\left(x_1f_1 + x_2f_2\right)^2
\end{aligned}$$

σ s'écrit alors pour une fonction homogène de degré :

$$\sigma = \frac{f_1f_2}{(x_1f_1 + x_2f_2)f_{12}} = \frac{f_1f_2}{y.f_{12}}$$

En utilisant les notations alternatives des dérivées :

$$\sigma = \frac{\dfrac{\partial y}{\partial x_1}\dfrac{\partial y}{\partial x_2}}{y.\dfrac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2}}$$

L'élasticité de substitution peut aussi être définie en termes de dérivées de la fonction de coût (D. Mac Fadden 1978).

Soit :

$$C = C(y, p)$$

avec :

$$p = (p_1, p_2)$$

$$\sigma = \frac{-\dfrac{C_{11}}{C_2^2} + 2\dfrac{C_{12}}{C_1C_2} - \dfrac{C_{22}}{C_1^2}}{\dfrac{1}{p_1C_1} + \dfrac{1}{p_2C_2}}$$

avec :

$$C_1 = \frac{\partial C}{\partial p_1}$$

$$C_{12} = \frac{\partial^2 C}{\partial p_1 \partial p_2}$$

toutes les dérivées sont évaluées en (y, p_1, p_2).

Pour une fonction de production à deux inputs, l'homogénéité linéaire de la fonction de coût par rapport aux prix permet de simplifier la formule ci-dessus :

$$\sigma = \frac{CC_{12}}{C_1C_2} = \frac{C\dfrac{\partial^2 C}{\partial p_1 \partial p_2}}{\dfrac{\partial C}{\partial p_1}\dfrac{\partial C}{\partial p_2}}$$

Cette formule simplifiée permet de déduire, plus aisément, les élasticités de substitution à partir des fonctions de coût.

2.2 Généralisation du concept d'élasticité de substitution

Soit une fonction f à n inputs :

$$y = f(x)$$

avec :

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Selon I. Morrissett (1953) le but de l'élasticité de substitution est de mesurer la facilité avec laquelle la quantité de X_1 peut être substituée en X_2. La facilité du changement est mesurée par la variation du ratio x_1/x_2 consécutive à une variation du taux marginal de substitution de X_1 en X_2.
En termes de différentielles : $\dfrac{d(x_1/x_2)}{d(dx_1/dx_2)}$

Cette expression doit être multipliée par le facteur $\dfrac{dx_1/dx_2}{x_1/x_2}$ pour rendre la mesure indépendante des unités de X_1 et de X_2.

$$\frac{d(x_1/x_2)}{d(dx_1/dx_2)}\frac{dx_1/dx_2}{x_1/x_2} = \frac{d\ln(x_1/x_2)}{d\ln(dx_1/dx_2)}$$

$$\frac{d\ln(x_1/x_2)}{d\ln(dx_2/dx_1)} = \frac{d\ln(x_2/x_1)}{d\ln(dx_1/dx_2)}$$

On retrouve la symétrie des élasticités de substitution.
A l'équilibre de long terme, le ratio des productivités marginales de deux facteurs est égal au ratio des prix de ces deux facteurs. Si un équilibre existe et si on se situe sur la courbe d'isoproduit :

$$\begin{aligned}\frac{d(x_1/x_2)}{d(dx_2/dx_1)}\frac{dx_2/dx_1}{x_1/x_2} &= \frac{d(x_1/x_2)}{d(p_1/p_2)}\frac{p_1/p_2}{x_1/x_2} \\ &= \frac{d\ln(x_1/x_2)}{d\ln(p_1/p_2)}\end{aligned}$$

Si l'on considère les conditions réelles de production, il n'y aucune raison pour penser que le producteur reste sur la même isoquante dans le plan (x_1, x_2), cela impliquerait un output constant ainsi que des quantités de facteurs $x_3, \ldots, x_n$ constantes quand le ratio p_1/p_2 varie.

Si l'on remet en question ces hypothèses, on obtient :

$$\frac{d\ln(x_1/x_2)}{d\ln(p_1/p_2)} = \frac{\partial\ln(x_1/x_2)}{\partial\ln(p_1/p_2)} + \frac{\partial\ln(x_1/x_2)}{\partial\ln x_3}\frac{d\ln x_3}{d\ln(p_1/p_2)} + \ldots + \frac{\partial\ln(x_1/x_n)}{\partial\ln x_n}\frac{d\ln x_n}{d\ln(p_1/p_2)} + \frac{\partial\ln(x_1/x_2)}{\partial\ln y}\frac{d\ln y}{d\ln(p_1/p_2)}$$

On remarque que pour n = 2,

$$\frac{d\ln(x_1/x_2)}{d\ln(p_1/p_2)} = \frac{\partial\ln(x_1/x_2)}{\partial\ln(p_1/p_2)}$$

implique :

- soit $\dfrac{d\ln y}{d\ln(p_1/p_2)} = 0$

  Dans ce cas on retrouve l'hypothèse de calcul de l'élasticité pour un niveau d'output fixe, c'est-à-dire que l'on reste sur la même courbe d'isoproduit.

- soit $\dfrac{\partial\ln(x_1/x_2)}{\partial\ln y} = 0$

  Dans ce cas on considère que l'élasticité "produit" des deux biens est identique, les fonctions qui satisfont cette contrainte sont les fonctions homogènes de degré 1 par rapport aux facteurs de production.

Les fonctions de production à rendements d'échelle constants vérifient la seconde condition, en effet dans ce cas quelque soit le niveau de production les possibilités de substitution sont identiques.

En admettant l'hypothèse de rendements d'échelle constants, on simplifie l'écriture de l'élasticité de substitution :

- pour $n = 2$

$$\frac{d\ln(x_1/x_2)}{d\ln(p_1/p_2)} = \frac{\partial\ln(x_1/x_2)}{\partial\ln(p_1/p_2)}$$

- pour $n > 2$

$$\frac{d\ln(x_1/x_2)}{d\ln(p_1/p_2)} = \frac{\partial\ln(x_1/x_2)}{\partial\ln(p_1/p_2)} + \frac{\partial\ln(x_1/x_2)}{\partial\ln x_3}\frac{d\ln x_3}{d\ln(p_1/p_2)} + \ldots + \frac{\partial\ln(x_1/x_n)}{\partial\ln x_n}\frac{d\ln x_n}{d\ln(p_1/p_2)}$$

L'élasticité de substitution entre deux biens X_1 et X_2 tient aussi compte des conséquences de la variation relative de leur prix sur les autres quantités demandées.

Il est bien évident que la formule correspondant au cas où $n > 2$ ne peut être calculée ou estimée directement (pour tout développement complémentaire, on pourra se reporter à I. Morrissett).

Pour une fonction de production générale à n inputs il est difficile d'établir une définition unique de l'élasticité de substitution. Dans ce cas, seul le concept d'élasticité partielle de substitution entre les facteurs peut être défini.

2.3 L'élasticité partielle de substitution

L'élasticité de substitution se définit :

$$\sigma = \frac{d\ln(x_1/x_2)}{d\ln(p_1/p_2)}$$

Elle est généralement calculée comme si seuls deux facteurs existaient sans tenir compte des autres facteurs intervenant dans le processus de production, cela revient à recourir à la formule donnée ci-dessus dans le cas où $n = 2$ quelque soit le nombre d'inputs. L'élasticité partielle de substitution au sens de Allen s'avère seule capable de discerner l'importance des autres facteurs sur la relation entre les deux facteurs considérés.
Plusieurs définitions ont été proposées, elles diffèrent en ce qui concerne leurs interprétations et implications économiques :

1. L'élasticité de substitution directe (DES) entre i et j est une généralisation de l'élasticité de substitution entre deux facteurs.

$$\sigma_{ij}^D = \frac{f_i f_j(x_i f_i + x_j f_j)}{x_i x_j(-f_{ii} f_j^2 + 2f_{ij} f_i f_j - f_{jj} f_i^2)}$$

$0 < \sigma_{ij}^D < \infty$

L'élasticité de substitution directe peut être interprétée comme une élasticité de court terme pour laquelle les offres des facteurs k ($k \neq i, j$) sont fixes, elle fournit des informations sur le comportement des parts relatives des facteurs i et j.
Si $\sigma_{ij}^D = 0$ les facteurs i et j sont complémentaires, une modification dans la structure des prix n'entraine aucune modification dans la structure de la demande.
Si $\sigma_{ij}^D = \infty$ le taux marginal de substitution est constant, l'isoquante est linéaire. La substituabilité des facteurs est parfaite.

2. L'élasticité de substitution au sens de Allen est une mesure du changement de la demande de la firme en bien j consécutif à un changement de prix du facteur i, les prix des autres facteurs étant constants (Allen 1938).

$$\sigma_{ij}^A = \frac{\sum_{k=1}^n x_k f_k}{x_i x_j} \frac{F_{ij}}{F}$$

$-\infty < \sigma_{ij}^A < \infty$

avec :

$$F = \begin{vmatrix} 0 & f_1 & \dots & f_n \\ f_1 & f_{11} & \dots & f_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_n & f_{1n} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

F_{ij} est le co-facteur de f_{ij}

Cette élasticité est évaluée en (y, p).

Contrairement à l'approche DES, les élasticités de substitution au sens de Allen ne possèdent pas d'interprétation directe, cependant on peut aisément relier cette élasticité partielle de substitution à l'élasticité partielle de la demande.

En effet, selon Allen (1938 p508) :

$$\sigma_{ij}^A = \eta + \frac{\eta_{ij}}{S_j}$$

où :

S_i : est la part de dépense du facteur i dans le coût total, $S_i = \frac{p_i x_i}{C}$

η_{ij} : est l'élasticité partielle de la demande de facteur i par rapport au prix du facteur j.

η : est l'élasticité prix du produit, $\eta = \frac{dy}{dP}\frac{y}{P}$, P étant le prix de l'output.

Si l'on se situe sur une courbe d'isoproduit, cette dernière expression sera nulle, on retrouve alors la relation bien connue :

$$\sigma_{ij}^A = \frac{\eta_{ij}}{S_j}$$

L'élasticité partielle de substitution de Allen-Uzawa peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\sigma_{ij}^A = \frac{CC_{ij}}{C_i C_j}$$

Si $\sigma_{ij}^A < 0$ les facteurs i et j sont complémentaires.

Si $\sigma_{ij}^A > 0$ les facteurs i et j sont substituables.

3. L'élasticité fictive de substitution (SES)[1] décrit la réponse du ratio des prix de deux inputs à un changement de leur ratio des quantités demandées, le coût et tous les autres prix étant constants.

   L'élasticité de substitution SES est définie en termes de fonction de coût du producteur $C = C(y, p)$, le niveau de production y étant atteint pour un coût minimum le vecteur prix étant donné $p = (p_1, \dots, p_n)$.

$$\sigma_{ij}^S = \frac{-\frac{C_{ii}}{C_i^2} + 2\frac{C_{ij}}{C_i C_j} - \frac{C_{jj}}{C_j^2}}{\frac{1}{p_i C_i} + \frac{1}{p_j C_j}}$$

[1]Shadow Elasticity of Substitution - Mac Fadden (1963)

$0 < \sigma_{ij}^S < \infty$

Les dérivées sont évaluées en (y,p).
L'élasticité de substitution SES peut être interprétée comme une élasticité de long terme pour laquelle les facteurs k ($k \neq i, j$) sont à prix fixes et fournit une information sur le comportement des parts relatives des facteurs considérés.
Si $\sigma_{ij}^S = 0$ les facteurs i et j sont parfaitement complémentaires.
Si $\sigma_{ij}^S = \infty$ les facteurs i et j sont parfaitement substituables.

Lorsque les fonctions sont auto-duales, c'est à dire lorsqu'il est indifférent d'estimer les élasticités à partir de la fonction de production ou de la fonction de coût, alors l'élasticité de substitution directe et l'élasticité de substitution SES sont équivalentes. D'autre part, on remarque que ces trois définitions de l'élasticité partielle de substitution sont équivalentes et correspondent à la définition de l'élasticité de substitution lorsque $n = 2$.

2.4 Lien avec l'élasticité de substitution de Slutsky

On peut très aisément relier l'élasticité de substitution de Slutsky et l'élasticité de substitution de Allen. En effet nous avons :

$$\sigma_{ij}^A = \frac{\epsilon_{ij}}{A_j}$$

Soient C le coût de production et E le niveau de dépense :

$$\sigma_{ij}^A = \frac{C\left(\dfrac{\partial^2 C}{\partial P_i \partial P_j}\right)}{\left(\dfrac{\partial C}{\partial P_i}\dfrac{\partial C}{\partial P_j}\right)}$$

Or :

$$K_{ij} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial P_j}\right)_{U=cst} = \frac{\partial H_i(P, U)}{\partial P_j}$$

H_i étant la fonction de demande compensée de Hicks (Barten 1982) telle que :

$$H_i(P, U) = \frac{\partial E(P, U)}{\partial P_i}$$

Donc :

$$K_{ij} = \frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j}$$

Si l'on pose $C = E$ nous obtenons :

$$\sigma_{ij}^A = \frac{EK_{ij}}{\left(\dfrac{\partial E}{\partial P_i}\dfrac{\partial E}{\partial P_j}\right)}$$

$$\sigma_{ij}^{A} = \frac{EK_{ij}}{x_i x_j}$$

La fonction de dépense E détermine le niveau minimum de dépense nécessaire pour obtenir un niveau d'utilité donné, si le consommateur dépense tout son revenu, soit si $A = E$, alors :

$$\sigma_{ij}^{A} = \frac{\epsilon_{ij}}{A_j}$$

Sous ces conditions, relatives à la théorie de la dualité (Diewert 1982), nous pouvons constater que l'élasticité de substitution de Allen a le désavantage de souvent tendre vers l'infini pour des biens représentant une faible part dans le budget total, l'élasticité de Slutsky retient des "proportions normales" mais n'est pas symétrique.

L'étude en parallèle du concept d'élasticité dans la théorie du producteur et du consommateur nous a permi de mettre en exergue quelques résultats intéressants concernant le concept d'élasticité :

– Dans la partie consacrée à la théorie du consommateur nous avons présenté quatre définitions du concept d'élasticité : l'élasticité prix, l'élasticité revenu, l'élasticité de substitution de Slutsky et l'élasticité des besoins. Nous avons insisté sur les relations existantes entre ces différentes définitions : l'effet prix se décompose en un effet revenu et un effet substitution.

– La partie concernant la théorie du producteur s'oriente exclusivement vers la recherche d'une mesure de l'élasticité de substitution. Les élasticités prix et produit (PIB) pouvant être définies de façon analogue à celles relatives à la théorie du consommateur ne sont pas reprises.
Plusieurs définitions de l'élasticité de substitution sont présentées, la plus connue étant l'élasticité de substitution de Allen. Nous avons montré que les élasticités DES et SES sont identiques lorsque la fonction de coût est auto-duale. D'autre part ces trois définitions sont équivallentes dans le cas où le nombre de facteurs de production est égal à 2

– Enfin, la théorie de la dualité nous a permi d'établir une relation directe entre l'élasticité de substitution de Slutsky définie en référence à la théorie du consommateur et l'élasticité de Allen définie en référence à la théorie du producteur. Cette relation est vérifiée si le niveau de dépense minimum du consommateur correspond à son revenu, pour un niveau d'utilité et de prix donnés.

La section suivante va s'attacher à présenter les élasticités associées aux principaux modèles économétriques développés en matière de modélisation énergétique.

3 Les méthodes d'estimation

Dans une première partie, nous nous proposons de répertorier les différentes spécifications couramment employées dans la littérature pour mesurer les élasticités ; il s'agira aussi bien d'élasticités prix-demande, d'élasticités de substitution que d'élasticités prix des parts de marché. Chaque spécification se prêtant à une approche particulière du concept d'élasticité sans que les différentes élasticités puissent être reliées entre elles.

Ayant montré le lien entre l'élasticité de substitution de Slutsky relative à la théorie du consommateur et l'élasticité de substitution de Allen relative à la théorie du producteur, nous ne ferons plus référence qu'à l'élasticité de substitution de Allen.

3.1 Les élasticités dans la littérature

a - L'élasticité empirique

Les élasticités prix ou de substitution peuvent être déterminées en dehors de toute formalisation par la méthode conventionnelle. L'élasticité est alors calculée par l'intermédiaire d'un indicateur de liaison entre des séries temporelles de prix et de quantités sans référence théorique, sans spécification économique ou statistique.
Au niveau du calcul, le seul problème qui se pose est de transformer les différentielles dx_i et dp_i en Δx_i et Δp_i ; comme le plus souvent on travaille sur des données chronologiques, il est tout naturel de définir :

$$\begin{array}{c} \Delta x_i \text{ par } x_{it} - x_{it-1} \\ \Delta p_i \text{ par } p_{it} - p_{it-1} \end{array}$$

De ce fait, on obtient des estimations ponctuelles des élasticités (prix ou substitution). L'interprétation économique s'avère délicate, car pour tirer des conclusions suffisamment générales, il faut que la série obtenue ne présente pas de variations trop brutales de façon à pouvoir calculer une moyenne représentative sur la période considérée. Cette notion est purement statique puisque le calcul s'effectue sur une période sans référence au passé. Nous verrons par la suite que le calcul des élasticités peut aboutir à une alternance entre substituabilité et complémentarité, dans ce cas il s'avère impossible de dégager une tendance.

La préoccupation d'obtenir une valeur de l'élasticité empirique représentative de la série d'observations entraîne également un mode d'utilisation particulier. On est amené à supposer que l'élasticité est constante ; si la variable explicative est le prix, on déduit de la définition théorique de l'élasticité que la demande est une fonction puissance du prix :

$$x_i = k.p_i^E \text{ dans le cas de l'élasticité prix.}$$

Un problème se pose lorsque l'on veut étendre le domaine de validité de l'élasticité empirique à toute la gamme des prix alors que la définition est essentiellement ponctuelle. On est alors conduit à supposer que la fonction qui lie x_i et p_i est une fonction puissance et on sait que la pratique ne confirme pas toujours cette hypothèse. Il faut ajouter que l'élasticité mesurée à partir des chroniques x_i et p_i n'est que l'élasticité de long terme. Dans la pratique, on se limite le plus souvent au calcul d'élasticités-prix, ceux des élasticités de substitution posent des problèmes aussi bien pour le calcul que pour

l'interprétation.
L'élasticité empirique ne conduit qu'à une évaluation grossière de l'intensité de la liaison entre demande et prix d'un côté, et demande et revenu d'un autre côté ; elle ne donne qu'une première approximation, un ordre de grandeur. Son utilisation requiert une grande prudence en raison de cette imprécision même et des possibilités de changements structurels. En vue d'intégrer d'autres variables qui peuvent préciser certains aspects de ces changements et affiner par là son évaluation, il faut passer par des méthodes plus élaborées, en particulier spécifier la forme de la liaison qui existe entre les différentes variables et non plus l'ignorer. On débouche alors sur les modèles économétriques de demande et l'élasticité qu'on obtient sera appelée élasticité théorique impliquant une référence à un modèle.

b - L'élasticité théorique

Les coefficients d'élasticité ne sont plus ici calculés à partir de données brutes - consommation, prix, revenu... - mais obtenus comme paramètres d'estimation d'un modèle économétrique ou une combinaison de ces paramètres. Consommation et prix, si l'on se limite à ces deux grandeurs, interviennent ensemble et simultanément dans la détermination de l'élasticité et non pas année par année comme précédemment.
Selon la spécification économétrique retenue, nous obtiendrons des mesures d'élasticités différentes correspondant à des définitions différentes. Nous distinguons trois types de modèles et caractérisont les élasticités associées :

- Les modèles économétriques correspondant à une démarche intuitive mais ne reposant pas sur des bases théoriques (modèle log-linéaire par exemple).
  Dans ce type de modèles, on obtiendra essentiellement des élasticités prix propres ; l'estimation des élasticités prix croisées et des élasticités de substitution pose des problèmes aussi bien statistiques qu'économiques.
  En effet, dans la pratique lorsque l'on essaie d'intégrer des effets prix-croisés, les coefficients associés sont souvent non significatifs, on est alors amené à introduire dans les équations de demande des rapports de prix (rapport du prix de l'énergie associée à la demande modélisée et du prix d'une énergie concurrente). On suppose donc implicitement d'une part, que les deux énergies prises en compte sont substituables (l'effet prix-propre étant négatif) et d'autre part, que la réponse de la demande d'énergie à une variation de son prix est identique en valeur absolue à la réponse de cette même demande à une variation du prix de son substitut.
  Les implications de ce type de modèles sont très fortes, de telles spécifications ne nous semblent pas appropriées à l'étude des substitutions énergétiques en raison de leur trop forte rigidité.
  Le souci d'obtenir directement des élasticités a multiplié les régressions où les variables sont préalablement transformées en logarithmes. De plus, des variables retardées sont couramment introduites dans les modèles afin de distinguer les élasticités de court terme de celles de long terme.
  Ces élasticités sont obtenues indépendamment les unes des autres par l'estimation

d'un paramètre du modèle (équation par équation). Bien qu'il s'agisse d'élasticités prix-demande de même que les élasticités fournies par le modèle translog, ces deux définitions ne peuvent pas directement être mises en parallèle, la première n'ayant aucun fondement théorique, la seconde étant liée à la théorie de la production (utilité).
Les élasticités issues de ces modèles seront constantes au cours du temps ; si les comportements ne sont pas suffisamment stables sur la période d'étude, les élasticités n'auront que peu d'intérêt car elles seront trop réductrices d'information.

- Les modèles de parts de marché.
Les modèles de parts de marchés, de type logit simple (Baughman et Joskow 1976) ou logit généralisée (Chern et Just 1980), permettent de mettre en évidence des élasticités prix des parts de marché ; cependant, il ne faut pas confondre cette notion d'élasticité prix des parts de marché avec l'élasticité prix "conventionnelle" de la demande d'énergie [2].
Soit ε_{ij} l'élasticité prix conventionnelle de la demande d'énergie i définie par :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \ln X_i}{\partial \ln P_j} = \frac{\partial X_i}{\partial P_j}\frac{P_j}{X_i}$$

ε représente la matrice associée de format (n, n) des élasticités prix conventionnelles de la demande.
Soit E_{ij} l'élasticité prix part de marché de l'énergie i :

$$E_{ij} = \frac{\partial \ln S_i}{\partial \ln P_j} = \frac{\partial S_i}{\partial P_j}\frac{P_j}{S_i}$$

avec : $S_i = \dfrac{X_i}{\sum_i^n X_i}$
E représente la matrice associée de format (n, n) des élasticités prix parts de marché.

$$E_{1j} = \frac{\partial S_1}{\partial P_j}\frac{P_j}{S_1}$$

$$E_{1j} = \frac{\partial(X_1/(X_1 + \ldots + X_n))}{\partial P_j}\frac{P_j}{X_1/(X_1 + \ldots + X_n)}$$

$$E_{1j} = \frac{\frac{\partial X_1}{\partial P_j}(X_1 + \ldots + X_n) - X_1(\frac{\partial X_1}{\partial P_j} + \ldots + \frac{\partial X_n}{\partial P_j})}{(X_1 + \ldots + X_n)^2}\frac{P_j}{X_1/(X_1 + \ldots + X_n)}$$

$$E_{1j} = \frac{\frac{\partial X_1}{\partial P_j}\frac{P_j}{X_1}(X_1 + \ldots + X_n) - P_j\frac{\partial X_1}{\partial P_j} + \ldots + \frac{\partial X_n}{\partial P_j})}{(X_1 + \ldots + X_n)}$$

$$E_{1j} = \frac{\frac{\partial X_1}{\partial P_j}\frac{P_j}{X_1}(X_2 + \ldots + X_n) - X_2(\frac{\partial X_2}{\partial P_j}\frac{P_j}{X_2}) - \ldots - X_n(\frac{\partial X_n}{\partial P_j}\frac{P_j}{X_n})}{(X_1 + \ldots + X_n)}$$

$$E_{ij} = (1 - S_1)\varepsilon_{1j} - S_2\varepsilon_{2j} - \ldots - S_n\varepsilon_{nj}$$

[2] Les développements qui suivent sont généraux et ne s'appliquent pas uniquement aux modèles logit.

On définit la matrice S de format (n, n) telle que :

$$S = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_1 & S_2 & \dots & S_n \end{pmatrix}$$

On peut alors écrire :

$$E = (I - S)\varepsilon$$

Connaissant les élasticités prix conventionnelles de la demande on peut aisément déterminer les élasticités prix des parts de marché. Cependant, la matrice $(I - S)$ étant singulière (la somme de chaque ligne est nulle), il n'est pas possible d'obtenir directement les élasticités prix conventionnelles à partir des élasticités prix des parts de marché, des informations supplémentaires sont alors nécessaires.
On remarque toutefois que les élasticités prix des parts de marché et les élasticités prix conventionnelles de la demande sont sensiblement équivalentes pour des biens dont la part est relativement faible mais sont très différentes pour des biens représentant une part de marché élevée.

Pour chaque élément ij :

$$(\varepsilon - E)_{ij} = (S\varepsilon)_{ij}$$

$$(\varepsilon - E)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} S_{ik}\varepsilon_{kj}$$

$$(\varepsilon - E)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} S_k\varepsilon_{kj}$$

$$(\varepsilon - E)_{ij} = \eta_j$$

Par définition, η_j est l'élasticité prix de la demande d'énergie totale au prix de l'énergie j.

$$\eta_j = \sum_k S_k\varepsilon_{kj} = \left(\frac{\partial X_1}{\partial P_j} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial P_j}\right)\frac{P_j}{X_1 + \dots + X_n} = \frac{\partial X}{\partial P_j}\frac{P_j}{X}$$

avec : $X = \sum_i X_i$
L'élasticité prix conventionnelle de la demande d'énergie i par rapport au prix de l'énergie j s'écrit comme la somme de l'élasticité prix de la part de marché de l'énergie i au prix de l'énergie j et de l'élasticité prix de la demande d'énergie totale au prix du bien j :

$$\varepsilon_{ij} = E_{ij} + \eta_j$$

En pratique il est très difficile de vérifier cette égalité car il n'est pas aisé d'établir l'élasticité demande totale d'un bien par rapport aux prix de tous les autres biens.

Dans le cas particulier où la demande d'énergie totale est constante :

$$\eta_1 = \eta_2 = \ldots = \eta_n = 0$$

et donc, $E = \varepsilon$. A très court terme, on peut considérer que les élasticités prix des parts de marché constituent une bonne approximation (J.H.E Taplin 1982 p58) des élasticités prix conventionnelles de la demande.

Ces élasticités issues des modèles logit présentent l'avantage d'être variables par l'intermédiaire des parts de marché ; elles prennent en compte les changements susceptibles d'intervenir dans les comportements de substitution.
Cependant le modèle logit simple impose de fortes contraintes sur les coefficients et donc sur les élasticités, ce modèle suppose que le ratio de deux parts de marché est indépendant des prix des autres énergies ; de même le modèle logit généralisé s'avère le plus souvent décevant car peu performant statistiquement (la plupart des coefficients étant non significatifs).

- Les fonctions de production.
  Les élasticités issues de modèles construits à partir de la théorie de la production présentent l'avantage de s'appuyer sur des bases théoriques solides : les fonctions de production et la théorie de la dualité.
  L'élasticité est estimée à partir d'une fonction de production représentant les combinaisons de facteurs envisageables pour un niveau de production donné. On s'intéresse ici uniquement à l'aspect production car, en pratique, les estimations seront effectuées sur des modèles identiques, qu'il s'agisse de la demande émanant des industriels ou de la demande émise par les consommateurs du secteur résidentiel.

  On peut distinguer trois générations de fonctions de production (J.B.Lesourd 1984 p2) :

  1. Les fonctions de production à coefficients rigides dites de Walras-Léontief. Ces fonctions sont caractérisées par des proportions constantes entre facteurs de production et par un couplage rigide entre facteurs et produits. Les élasticités de substitution sont alors nulles.
  2. Les fonctions de production à élasticités constantes de type Cobb-Douglas, CES. Ces fonctions imposent des élasticités de substitution constantes dans le temps et égales quels que soient les facteurs considérés.
  3. Les fonctions de production à élasticités de substitution a priori quelconques et variables. On peut mentionner la forme fonctionnelle généralisée par Berndt et Khaled appelée GBC.
     Cette notion d'élasticité partielle de substitution tient compte de tous les facteurs de production par l'intermédiaire des parts de dépense. De plus une formulation dynamique des fonctions de production permet de dissocier les effets de court terme des effets de long terme.

Les élasticités dans les modèles économétriques

MODÈLE LOG-LINÉAIRE	MODÈLE LOGIT	MODÈLE TRANSLOG
élasticités prix-demande: $\varepsilon_{ij} = \dfrac{\partial \ln QE_i}{\partial \ln PE_j}$ élasticités PIB/revenu-demande: $\varepsilon_{PIB} = \dfrac{\partial \ln QE_i}{\partial \ln PIB}$	élasticités prix-part de marché: $\mathrm{E}_{ij} = \dfrac{\partial \ln S_i}{\partial \ln P_j}$ avec: $S_i = \dfrac{QE_i}{\sum_{i=1}^{n} QE_i}$ modèle logit simple: les élasticités sont fortement contraintes $E_{ij} = E_{kj}\ \forall i \neq k$	élasticités partielles de substitution d'Allen: $\sigma_{ij} = \dfrac{\partial \ln QE_i}{M_j \partial \ln P_i}$ élasticités prix-demande: $\eta_{ij} = \sigma_{ij} M_j$ avec: $M_j = \dfrac{P_j QE_j}{\sum_{i=1}^{n} P_j QE_j}$
Les élasticités sont constantes au cours du temps, elles dépendent uniquement des paramètres estimés.	Ces élasticités varient au cours du temps par l'intermédiaire des parts de marché S_i.	Ces élasticités varient en fonction des parts de dépense M_j.

Les élasticités estimées dans le paragraphe suivant pour illustrer l'approche en termes de fonction de production à élasticités a priori quelconques et variables seront calculées à partir d'une forme fonctionnelle translog (cas particulier de la forme GBC) statique, il s'agira d'élasticités de "moyen-long" terme.
Selon M. Jaccard (1986) "les calculs d'élasticité sont en termes de la théorie économique, inférieurs aux élasticités de substitution partielles calculées à partir d'une spécification translog parce qu'ils entrainent l'hypothèse que chaque couple de facteurs réagit indépendamment de l'évolution des prix et des consommations des autres facteurs."
L'approche des substitutions par le biais des fonctions de production à élasticités a priori quelconques a permis un progrès considérable. Même si les résultats obtenus pour les élasticités partielles de substitution sont parfois contradictoires (en ce qui concerne les relations de substituabilité complémentarité entre capital et énergie) ; cela ne remet pas en cause l'approche par les formes flexibles.
En effet, les bases théoriques sur lesquelles reposent les modèles flexibles exigent notamment que les données correspondent très exactement aux variables attendues par les modèles. La nécessité d'utiliser des séries agrégées représentatives des facteurs considérés peut éventuellement conduire à certaines imprécisions et biaiser les estimations. Une approche technico-économique sera donc nécessaire pour juger de la validité des résultats obtenus.

3.2 Applications

Pour conclure cette présentation du concept d'élasticité, nous avons estimé d'une part les élasticités empiriques et d'autre part les élasticités des modèles théoriques, pour les secteurs industriel et résidentiel français.
Nous avons présenté dans des tableaux les plages de variations des élasticités sur les périodes d'estimation, soit 1960-1987 dans le cas de l'industrie et 1970-1987 dans le cas du secteur résidentiel.

Les sources statistiques sont :

- pour les prix l'I.A.E "Energy prices and taxes"
- pour les quantités dans le secteur industriel l'O.C.D.E
- pour les quantités dans le secteur résidentiel l'Observatoire de l'Energie, les données sont corrigées des variations saisonnières.

a - Elasticités empiriques

Ces élasticités donnent des résultats peu satisfaisants (tableaux 1 et 2 de l'annexe 3). En effet, les résultats obtenus sont pour certaines années aberrants, la variation du prix du fuel oil lourd dans l'industrie entre 1969 et 1970 ayant été quasi nulle nous obtenons pour 1970 des élasticités prix directes et croisées par rapport a ce prix qui se situent entre 1114 (élasticité directe) et -1021 (élasticité croisée de la demande de charbon par rapport au prix du fuel). De plus le signe des élasticités varie d'une année à l'autre, par exemple, l'élasticité prix-croisée des produits pétroliers par rapport au prix de l'électricité E_{PE} dans l'industrie nous indique que produits pétroliers et électricité ont été des énergies complémentaires entre 1961 et 1966, substituables en 1967 et 1968, complémentaires en 1969, 1970 et 1971, substituables entre 1972 et 1974 .... Nous ne pouvons tirer aucune conclusion de tels résultats et donc toute prévision semble risquée. Ces remarques sont aussi appliquables au cas du secteur résidentiel.

b - Elasticités théoriques

Les résultats sont donnés dans les tableaux 3,4,5 et 6 en annexe 3. Dans certains cas nous n'avons pas présenté de résultats ceux-ci étant trop mauvais.

- Le modèle log-linéaire

  Nous avons estimé un modèle de la forme :

  $$\ln X_t = \alpha + \delta \ln X_{t-1} + \gamma \ln K_t$$

  X_t étant la demande d'énergie à la période t et K_t des variables explicatives telles que les prix et le revenu.

  Les élasticités revenu (PIB) de court terme paraissent correctes, par exemple dans les cas du charbon dans le secteur résidentiel l'élasticité est négative ce qui ne semble pas irréaliste la demande associée n'ayant pas cessée de décroître depuis 70. Cependant à long terme cette élasticité est parfois supérieure à 1, E_{gy} dans l'industrie..., si ces résultats peuvent éventuellement se justifier sur le passé nous ne pouvons pas les utiliser pour effectuer des prévisions, le modèle est explosif.
  Les mêmes conclusions peuvent être tirées des résultats sur les élasticités prix. Elles ont pu montrer par exemple la substituabilité entre le gaz et les produits pétroliers dans les deux secteurs. Par ailleurs le niveau faible de ces élasticités particulièrement dans le secteur résidentiel, pas plus de -0.2 à long terme pour le gaz et l'électricité, montre que les ménages sont d'une part peu sensibles aux variations de prix (ils le sont plus à des variations de revenu) et d'autre part moins affectés aux variations de prix que les industriels ceux-ci ayant des élasticités supérieures, -0.6 à long terme pour l'électricité. Cependant il reste qu'à long terme certaines élasticités sont supérieures à 1.
  Ces élasticités présentent l'inconvénient majeur d'être rigides, or il est peu vraisemblable que les industriels ou les ménages se comportaient de manière identique il y 15 ans et actuellement.

- Le modèle logit

  1. Le modèle logit simple :

     Ce modèle donne des élasticités correctes, elles sont variables dans le temps et le modèle n'explose pas dans les deux cas étudiés. Elles montrent qu'à long terme les élasticités prix sont plus élevées dans l'industrie que dans le secteur résidentiel. L' élasticité prix la plus forte dans les deux secteurs est

celle du charbon, à long terme, $E_{cc} = -0.7$ dans l'industrie et $E_{cc} = -0.32$ dans le secteur résidentiel . Les plages de variations des élasticités sur les périodes étudiées sont très faibles, surtout à court terme -la plus élevée est de 0.02-.
Cependant le signe des élasticités indique que les énergies sont toutes substituables, or, nous savons par exemple que gaz et électricité tout au moins en début de période ont été complémentaires. Les résultats ne sont donc pas entièrement satisfaisants.

2. Le modèle logit généralisé :

   Nous avons présentés les résultats des élasticités mais la plupart n'ont pas de signification, les coefficients estimés n'étant pas eux-même significatifs. A long terme les élasticités sont très mauvaises par exemple dans le secteur résidentiel E_{ee} atteint -7.35 une année. Ce modèle est très intéressant d'un point de vue théorique mais son application pose des problèmes statistiques.

- Le modèle translog

1. Les élasticités de substitution :

   Elles indiquent dans les deux secteurs d'une part que gaz et électricité sont des énergies complémentaires, cette complémentarité a atteint son maximum en 1971 (-3.4) dans le secteur industriel et en 1972 (-0.9) dans le secteur résidentiel, on peut remarquer que cette complémentarité a été plus faible dans ce dernier secteur et d'autre part, que gaz et produits pétroliers, gaz et charbon, et électricité et produits pétroliers sont des énergies substituables. Ainsi dans le secteur industriel, les élasticités de substitution entre le gaz et les produits pétroliers (S_{gp}) et l'électricité et les produits pétroliers (S_{ep}) décroient depuis 1971 et croissent depuis 1961 entre le gaz et le charbon (S_{gc}).
   Dans le secteur résidentiel les résultats sont différents, d'une part le niveau des élasticités est beaucoup plus stable par exemple S_{gp} varie entre 1971 et 1987 de 1.07 à 1.13 contre 2. à 1.5 dans le secteur industriel et d'autre part la substituabilité entre le gaz et le fuel est croissante, celle entre l'électricité et le fuel est aussi croissante.

2. Les élasticités prix demande :

   Elles sont satisfaisantes dans les deux secteurs sauf dans le cas du charbon dans l'industrie les élasticités directes et croisées étant certaines années supérieure à 1, E_{cg} atteint 5.19 en 1971. Ce résultat provient du fait que la part de dépense du charbon dans la dépense d'énergie est trop faible, le mieux est de supprimer du modèle le charbon afin de ne pas fausser les autres résultats.

Dans l'industrie, le gaz est le plus sensible à son prix puisque E_{gg} se situe autour de 1 tandis que E_{pp} et E_{ee} se situe autour de -0.3 et -0.07 respectivement. Le gaz peut être substitué par toutes les autres énergies (les élasticités de substitutions avec le gaz sont d'ailleurs les plus élevées) et donc sa demande est plus sensible aux prix que les autres énergies. D'ailleurs les élasticités prix croisées corroborent ce fait car par exemple la demande de gaz est moins sensible au prix de l'électricité que la demande d'électricité au prix du gaz,$E_{ge} \in [-1.59 ; -0.12]$ et $E_{eg} \in [-0.22, -0.05]$, de même pour les produits pétroliers.
Dans le seteur résidentiel les résultats concernant les élasticités propres sont différents en raison du coût des équipements. L'élasticité prix propre de l'électricité est importante, -0.4 environ, par rapport à celle du gaz -0.1, ceci provient du fait que le coût d'installation de l'électricité est plus faible et donc le prix de l'électricité intervient plus dans la demande. De même que dans l'industrie, le prix du gaz influe moins sur la demande des autres énergies, $E_{eg} = -0.1$ tandis que $E_{ge} = -0.2$ (cette tendance tend cependant à s'estomper).

En conclusion nous pouvons prétendre que les meilleurs résultats, aussi bien d'un point de vue statistique qu'en ce qui concerne la cohérence économique et la richesse du modèle, ont été obtenus avec le modèle translog.

4 L'élasticité : outil de prévision ?

Il convient de rappeler les limites de tout modèle économétrique, à savoir le prolongement des tendances passées ; ces modèles ne peuvent que reproduire dans le futur les évolutions passées. Tout maniement des coefficients d'élasticité pour une prospective à long terme s'avère très délicat : les calculs actuels sont fondés sur une période où hausse du prix de l'énergie et chocs externes sont confondus.
De plus, l'expression de long terme ne doit pas faire illusion ; le long terme "exploré" dans les modèles économétriques, est celui où les effets du paramètre de retard d'adaptation deviennent négligeables, il s'agit de périodes allant de deux à cinq ans et non du long terme $t + 20$ auquel s'intéresse le décideur politique.

Nous devons aussi mentionner les problèmes soulevés par l'asymétrie de la réponse de la demande d'énergie à une variation des prix énergétiques. La thèse selon laquelle les phénomènes gouvernant les consommations énergétiques ne seraient pas réversibles, c'est-à-dire que les effets d'une baisse des prix ne seraient pas symétriques par rapport à ceux d'une hausse, trouve ses fondements dans l'évolution récente de la consommation d'énergie. Les prix énergétiques élevés à partir de fin 1973 et jusqu'à la fin 1985 ont eu pour conséquence une réduction importante de la consommation énergétique mais parallélement ils ont favorisé le développement d'équipements plus efficients. L'irréversibilité du savoir faire technologique s'oppose à un accroissement spectaculaire de la consommation même dans un contexte de prix énergétiques très faibles ; l'asymétrie de la demande n'est généralement pas prise en compte dans les modèles économétriques, ce qui constitue une des faiblesses du concept d'élasticité.

Si l'on se réfère aux développements précédents, on peut s'interroger quant à l'intérêt de quantifier les élasticités et à la pertinence des prévisions réalisées à partir des estimations de ces élasticités. La multiplicité du concept rend déjà toute comparaison délicate ; de plus, le choix de la spécification, les données utilisées ainsi que la période d'étude retenue influent largement sur les estimations.
Sans vouloir se montrer trop pessimiste, on peut citer une conclusion du "Energy Modeling Forum" (1980, in Hourcade 1990) : "Contrairement à la conception courante, on ne peut même pas définir correctement l'élasticité de la demande d'énergie sans une spécification explicite de certains facteurs. C'est ainsi que le point auquel cette élasticité est mesurée, la méthode d'agrégation choisie, la structure des variations des prix, la période considérée, les taxes et les réglementations peuvent modifier profondément le calcul de la valeur de l'élasticité globale. Même lorsque ces facteurs sont traités de manière standardisée, les différences dans la méthode d'estimation des paramètres et les caractéristiques structurelles donnent lieu à toute une gamme d'estimations pour les élasticités." Cette conclusion relative à l'élasticité de la demande calculée sur des modèles globaux nous parait s'appliquer tout aussi bien aux modèles énergétiques et aux élasticités de substitution.

En conclusion, nous pouvons affirmer que comparer les valeurs d'élasticités issues de modèles différents n'a que peu d'intérêt ; la notion d'élasticité quoique attrayante d'un point de vue pratique ne devra être utilisée qu'avec prudence en prospective. Cependant, le besoin de synthétiser l'information par une mesure relativement simple à calculer et à utiliser accorde un rôle central au concept d'élasticité dans les modèles économétriques ; il conviendra donc de recourir à ce concept en connaissance de cause : il faudra spécifier le concept retenu et le modèle employé, de même, il ne faudra pas accorder trop de crédit aux valeurs des élasticités mais plutôt s'attacher à l'étude des relations de substituabilité-complémentarité entre facteurs ou produits énergétiques ; en dernier recours, une approche technico-économique sera utile pour juger de la pertinence des résultats.

ANNEXES

ANNEXE 1 : L'équation de Slutsky

Posons :

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X}$$

et

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{(\partial X)^2}$$

Les conditions de maximisation du premier ordre de la fonction d'utilité s'écrivent :

$$\begin{cases} (1) \quad U_X - \lambda P & = 0 \\ (2) \quad A - P'X & = 0 \end{cases}$$

Les conditions du second ordre impliquent que :

$$(3) \quad X'U_{XX}X \leq 0, \quad \forall X : \quad P'X = 0$$

Une variation dP va entrainer une variation dX et $d\lambda$. Pour être à toujours à l'optimum nous différencions le système précédant, nous obtenons :

$$\begin{cases} (4) \quad U_{XX}dX - \lambda dP - Pd\lambda & = 0 \\ \\ (5) \quad P'dX + X'dP - dA & = 0 \end{cases}$$

soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} U_{XX} & P \\ \\ P' & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dX \\ \\ -d\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda dP \\ \\ dA - X'dP \end{pmatrix}$$

Théorème

Le système de fonction de demande $X = X(P, A)$ est continûment différentiable par rapport à P et A si et seulement si la matrice :

$$\begin{pmatrix} U^0_{XX} & P \\ \\ P' & O \end{pmatrix}$$

est non singulière en $X^0 = X(P, A)$.

Lemme

La matrice précédente est non singulière si et seulement si la matrice :

$$H = \begin{pmatrix} U_{XX} & U_X \\ \\ U'_X & O \end{pmatrix}$$

est non singulière.

Pour les démonstrations du théorème et du lemme on pourra se reporter à Barten (1982 p411).

U_{XX} étant non singulière nous obtenons le sytème I suivant :

$$\begin{bmatrix} dX \\ \cdot \\ -d\lambda \end{bmatrix} = [PU_{XX}^{-1}P]^{-1} \begin{bmatrix} (P'U_{XX}^{-1}P)U_{XX}^{-1} - U_{XX}^{-1}PP'U_{XX}^{-1} & U_{XX}^{-1}P \\ P'U_{XX}^{-1} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda dP \\ dA - X'dP \end{bmatrix}$$

Preuve :

Soit une matrice U inversible et $A = \begin{pmatrix} U & P \\ P' & 0 \end{pmatrix}$ dont on recherche la matrice inverse sous la forme : $\begin{pmatrix} V & C \\ L & k \end{pmatrix}$, k étant un scalaire.

Soit :

$$\begin{pmatrix} V & C \\ L & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U & C \\ P' & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Par blocs nous obtenons :

$$\begin{cases} VU + CP' & = \mathrm{I} \\ VP & = 0 \\ LU + kP' & = 0 \\ LP & = 1 \end{cases}$$

Soit :

$$V = -CP'U^{-1} + U^{-1}$$

Or $VP = 0$ d'où :

$$-CP'U^{-1}P + U^{-1}P = 0$$

$P'U^{-1}P$ étant une scalaire nous obtenons :

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{P'U^{-1}P}U^{-1}P \\ V &= U^{-1} - \frac{1}{P'U^{-1}P}U^{-1}PP'U^{-1} \\ L &= -kP'U^{-1} \end{aligned}$$

Par ailleurs, $LP = 1$ donc $kP'U^{-1}P = -1$ soit :

$$k = \frac{-1}{P'U^{-1}P}$$

et

$$L = \frac{1}{P'U^{-1}P}P'U^{-1}$$

L'inverse de A s'écrit donc :

$$A^{-1} = \frac{1}{P'U^{-1}P} \begin{pmatrix} (P'U^{-1}P)U^{-1} - U^{-1}PP'U^{-1} & U^{-1}P \\ P'U^{-1} & -1 \end{pmatrix}$$

Le système I nous permet d'établir le niveau des élasticités prix et revenu.

En effet, posons $U_{XX} = U$ et développons le système :

$$(6) \quad dX \;=\; U^{-1}\lambda dP - (P'U^{-1}P)^{-1}U^{-1}PP'U^{-1}\lambda dP + (P'U^{-1}P)^{-1}U^{-1}PdA - (P'U^{-1}P^{-1})^{-1}$$

$$(7) \quad -d\lambda \;=\; (P'U^{-1}P)^{-1}P'U^{-1}\lambda dP - (P'U^{-1}P)^{-1}dA + (P'U^{-1}P)^{-1}X'dP$$

Nous en déduisons :

$$(8) \qquad \tfrac{dX}{dA} = (P'U^{-1}P)^{-1}U^{-1}P$$

$$(9) \qquad \tfrac{dX}{dP} = \left[\lambda U^{-1} - (P'U^{-1}P)^{-1}U^{-1}PP'U^{-1}\lambda\right] - \tfrac{dX}{dA}X'$$

$$(10) \qquad \tfrac{d\lambda}{dA} = \left[(P'U^{-1}P)\right]^{-1}$$

$$(11) \qquad \tfrac{d\lambda}{dP} = -\lambda(P'U^{-1}P)^{-1}P'U^{-1} - (P'U^{-1}P)^{-1}X'$$

L'équation (9) est l'équation de Slutsky qui décompose la réponse à une variation prix en un effet substitution et un effet revenu. L'effet de substitution détermine comment varient les quantités demandées des biens lorsque le prix d'un bien change <u>en supposant le niveau d'utilité inchangé</u> soit tel que $dU = 0$, or dU s'écrit :

$$dU = U'_X dX$$

en utilisant les équations (2) et (5) nous obtenons :

$$dU = \lambda P'dX = \lambda(dA - X'dP) = 0$$

Or $\lambda(dA - X'dP)$ constitue le dernier élément du vecteur du membre de droite du système I. Si $(dA - X'dP) = 0$ alors :

$$(12) \quad \frac{dX}{dP} = \lambda U^{-1} - (P'U^{-1}P)^{-1}U^{-1}PP'U^{-1}\lambda$$

Donc, si K est la matrice des effets prix lorsque $dU = 0$ alors :

$$K = \left(\frac{dX}{dP}\right)_{U=cst} = \frac{dX}{dP} + \frac{dX}{dA}X'$$

Soit pour un bien X_i et un prix P_k :

$$\frac{\partial x_i}{\partial P_k} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial P_k}\right)_{U=cst} - x_k\left(\frac{\partial x_i}{\partial A}\right)_{P=cst}$$

ANNEXE 2 : L'élasticité des besoins

Considérons la fonction d'utilité marginale $U_i = \frac{\partial U}{\partial x_i}$:

$$U_i = U_i(x_1, \ldots, x_n)$$

Les fonctions inverses de U_i s'écrivent:

$$x_i = x_i(U_1, \ldots, U_n)$$

Ces deux fonctions permettent de déterminer "les accélérations de l'utilité" U_{ik}:

$$U_{ik} = \frac{\partial U_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_k} \frac{x_k}{U_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$$

et l'"élasticité des besoins" (want elasticities) X_{ik}:

$$X_{ik} = \frac{\partial x_i(U_1, U_2, \ldots, U_n)}{\partial U_k} \frac{U_k}{x_i(U_1, U_2, \ldots, U_n)}$$

L'amplitude de X_{ik} exprime si le besoin du consommateur pour le bien k est élastique ou pas par rapport à la quantité du bien i, c'est à dire comment varie la quantité demandée de X_i lorque l'utilité marginale de X_k varie. Lorsque l'utilité marginale de la monnaie est maintenue constante X_{ik} correspond à une élasticité prix de Cournot.

De manière générale:

$$\sum_k U_{ik} X_{ki} = \delta_{ik}$$

δ_{ik} étant le produit de Kronecker.

La matrice U_{ik} est la matrice inverse de X_{ki} et vice versa, donc n'importe quel système d'équations de la forme: $\sum_k U_{ik} Y_k = B_i$ est résolu par $Y_k = \sum_i X_{ki} B_i$

La relation entre U_{ik} et U'_{ik} la matrice des dérivées secondes, $U'_{ik} = \partial^2 U / \ (\partial x_i \partial x_k)$, est telle que:

$$U'_{ik} = \frac{U_i U_{ik}}{x_k}$$

De même:

$$X'_{ik} = \frac{x_i X_{ik}}{U_k}$$

D'où:

$$\sum_k U'_{ik} X'_{ki} = \delta_{ik}$$

Or U'_{ik} étant symétrique nous obtenons:

$$\frac{U_i U_{ik}}{x_k} = \frac{U_k U_{ki}}{x_i}$$

et

$$U_i x_i X_{ik} = U_k x_k X_{ki}$$

Si nous posons:

$$W = \frac{U_1}{P_1} = \frac{U_2}{P_2} = \ldots = \frac{U_n}{P_n}$$

nous obtenons:

$$\boxed{(1) \quad A_i X_{ik} = A_k X_{ki}}$$

Soit:

$$X_{i.} = \sum_k X_{ik}$$

$$X_{.k} = \sum_i A_i X_{ik}$$

La relation (1) implique:

$$\boxed{(2) \quad X_{.k} = A_k X_{k.}}$$

Soit W_k la flexibilité marginale de la monnaie:

$$W_k = \frac{\partial W}{\partial P_k} \frac{P_k}{W}$$

Si nous supposons tous les prix constants la flexibilité de la monnaie, $\overline{W}$ s'écrit:

$$\overline{W} = \frac{\partial W}{\partial A} \frac{A}{W}$$

Ces concepts peuvent être reliés aux élasticités demande:

$$\frac{\partial W}{\partial A} \frac{A}{W} = \frac{\partial (U_i / P_i)}{\partial A} \frac{A}{(U_i / P_i)} = \frac{\partial U_i}{\partial A} \frac{A}{U_i}$$

Or:

$$\frac{\partial U_i}{\partial A} = \sum_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial A}$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial A} = \sum_k \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{x_k}{U_i} \right] \frac{U_i}{x_k} \left[\frac{\partial x_k}{\partial A} \frac{A}{x_k} \right] \frac{x_k}{A}$$

D'où

$$\boxed{(3) \quad \overline{W} = \sum_k U_{ik} E_k}$$

De manière identique nous avons:

$$\frac{\partial W}{\partial P_k}\frac{P_k}{W} = \frac{\partial (U_i/P_i)}{\partial P_k}\frac{P_k}{(U_i/P_i)} = \frac{\partial U_i}{\partial P_k}\frac{P_k}{U_i}, \quad k \neq i$$

et

$$\frac{\partial W}{\partial P_i}\frac{P_i}{W} = \frac{\partial U_i}{\partial P_i}\frac{P_i}{U_i} - 1, \quad k = i$$

Nous obenons ainsi que:

$$\boxed{(4) \quad \sum_k U_{ik} e_{kj} = W_j + \delta_{ik}}$$

Les équations de la forme $\sum_k U_{ik} Y_k = B_i$ pouvant être résolues par $Y_k = \sum_i X_{ki} B_i$ les relations (1) et (2) impliquent que:

$$\boxed{\begin{array}{c} (5) \quad E_i = \overline{W} X_{i.} \\ \\ (6) \quad e_{ik} = X_{ik} + W_k X_{i.} \end{array}}$$

A partir de la relation (5) et (2) nous obtenons:

$$A_i E_i = \overline{W} X_{.i}$$

D'où:

$$\boxed{(7) \quad \overline{W} = \frac{1}{\sum\limits_k X_{.k}}}$$

La condition de Cournot implique que: $\sum_i A_i e_{ik} = -A_k$, soit en introduisant la relation (6):

$$\sum_i A_i X_{ik} + \sum_i A_i W_k X_{i.} = -A_k$$

$$X_{.k} + \sum_i A_i W_k X_{i.} = -A_k$$

$$W_k = \frac{-A_k - X_{.k}}{\sum_k X_{.k}}$$

Grâce à la relation (7) nous obtenons:

$$\boxed{(8) \quad W_k = -\overline{W}(A_k + X_{.k})}$$

La relation (6) peut alors s'écrire:

$$e_{ik} = X_{ik} - (A_k + X_{.k})\overline{W}X_{i.}$$

Soit avec la relation (5):

$$\boxed{(9) \quad X_{ik} = e_{ik} + E_i A_k (1 + \frac{E_k}{W})}$$

Nous pouvons monter que si $(dW/W = 0)$ alors $X_{ik} = e_{ik}$

Si P_k varie de dP_k alors que tous les autres prix sont constants et que A varie de dA, nous avons:

$$dX_i = \frac{\partial X_i}{\partial P_k} dP_k + \frac{\partial X_i}{\partial A} dA$$

Soit:

$$\frac{dX_i}{X_i} = e_{ik}\frac{dP_k}{P_k} + E_i\frac{dA}{A}$$

En utilisant les relations (5) et (6) nous obtenons:

$$\frac{dX_i}{X_i} = (X_{ik} + W_k X_{i.})\frac{dP_k}{P_k} + \overline{W}X_{i.}\frac{dA}{A}$$

$$\frac{dX_i}{X_i} = X_{ik}\frac{dP_k}{P_k} + X_{i.}\left(W_k\frac{dP_k}{P_k} + \overline{W}\frac{dA}{A}\right)$$

Or:

$$\frac{dW}{W} = W_k\frac{dP_k}{P_k} + \overline{W}\frac{dA}{A}$$

donc si $(dW/W) = 0$ alors:

$$\boxed{(10) \quad \frac{dx_i}{dP_k}\frac{P_k}{x_i} = X_{ik} = e_{ik}}$$

ANNEXE 3 : Elasticités des différents modèles

Tableau 1 : Elasticités empiriques dans le secteur industriel

	EPP	ECC	EGG	EEE	EPC	EPG	EPE	ECP
61	-0.14	0.52	-0.60	-1.36	-0.31	-0.03	-0.15	0.24
62	-1.83	-0.23	-2.16	-1.81	-2.75	-1.66	-3.83	-0.16
63	-1.29	0.91	-0.63	-2.33	-3.27	-2.53	-8.42	0.36
64	-2.93	-1.32	-8.56	-2.91	5.55	-8.74	-9.38	0.70
65	-1.70	1.05	-4.19	-5.79	-5.70	-4.17	-15.46	0.31
66	-1.11	6.62	-2.12	-3.81	-7.34	-4.65	-6.61	1.00
67	-0.81	3.91	-1.65	3.89	-5.23	-2.80	12.91	0.61
68	-4.98	1.44	-0.04	0.93	-2.84	-0.19	5.07	2.53
69	-0.83	1.66	-2.25	-7.15	-5.18	-3.19	-11.07	0.27
70	1114.02	-1.21	-6.23	-13.29	1.32	-10.22	-55.02	-1021.73
71	-0.17	-38.23	-2.32	3.18	-7.38	1.00	-5.22	-0.88
72	-0.62	6.11	0.72	-2.70	1.19	-0.37	3.15	-3.20
73	0.16	-0.16	-2.76	-1.00	0.49	0.66	0.52	-0.05
74	0.07	-0.29	-2.64	3.56	0.51	-1.69	2.24	-0.04
75	-0.97	-5.39	0.12	-0.61	-2.13	-0.40	-1.36	-2.45
76	-0.02	-1.07	-1.22	3.66	0.07	-0.05	0.29	0.35
77	0.15	-4.55	-0.92	-2.07	-2.01	-0.11	-0.68	0.34
78	2.03	-0.68	3.53	1.26	0.28	1.94	2.46	-5.01
79	1.26	0.68	-56.67	40.69	1.54	-62.78	146.03	0.55
80	-0.34	0.95	0.01	0.04	-0.49	-0.31	-0.76	0.66
81	-2.01	7.65	0.45	1.58	-15.05	-2.31	30.37	1.02
82	-1.06	1.04	-0.74	-0.13	-0.40	-0.41	-1.02	2.79
83	3.08	1.58	-7.83	0.55	-0.52	-8.41	1.61	-9.32
84	-1.11	-10.84	7.62	-0.58	14.66	-13.99	4.28	0.82
85	-0.02	4.54	-0.01	-0.90	0.08	0.06	-0.06	-1.25
86	0.11	0.20	-0.01	-0.61	0.73	0.19	1.07	0.03
87	-1.27	-0.03	-0.03	-0.62	-1.26	-0.30	-1.08	-0.04

	ECG	ECE	EGP	EGC	EGE	EEP	EEC	EEG
61	0.05	0.25	-2.86	-6.13	-2.99	-1.31	-2.80	-0.27
62	-0.14	-0.33	-2.39	-3.58	-4.99	-0.86	-1.30	-0.78
63	0.70	2.34	-0.32	-0.81	-2.10	-0.36	-0.90	-0.70
64	2.08	2.23	-2.87	5.43	-9.18	-0.91	1.72	-2.71
65	0.77	2.86	-1.71	-5.73	-15.53	-0.64	-2.13	-1.56
66	4.20	5.96	-0.51	-3.34	-3.00	-0.64	-4.23	-2.68
67	2.09	-9.64	-0.48	-3.09	7.63	-0.24	-1.57	-0.84
68	0.10	-2.58	-1.14	-0.65	1.17	-0.91	-0.52	-0.04
69	1.02	3.55	-0.59	-3.67	-7.83	-0.54	-3.35	-2.06
70	9.38	50.47	678.49	0.80	-33.51	269.04	0.32	-2.47
71	5.17	-27.04	0.39	17.17	12.15	0.10	4.49	-0.61
72	-1.90	16.21	1.22	-2.33	-6.18	0.53	-1.02	0.32
73	-0.22	-0.17	-0.68	-2.03	-2.15	-0.32	-0.95	-1.29
74	0.96	-1.27	0.10	0.79	3.49	0.11	0.81	-2.69
75	-1.00	-3.45	0.30	0.65	0.42	-0.43	-0.96	-0.18
76	0.71	-4.39	-0.60	1.84	7.54	-0.29	0.89	-0.60
77	-0.26	-1.54	1.21	-16.21	-5.48	0.46	-6.11	-0.34
78	-4.78	-6.05	3.70	0.51	4.47	1.05	0.14	1.00
79	-27.60	64.20	1.14	1.39	131.82	0.35	0.43	-17.49
80	0.61	1.49	0.01	0.02	0.03	0.02	0.02	0.02
81	1.18	-15.44	0.39	2.91	-5.87	-0.10	-0.78	-0.12
82	1.08	2.69	-1.92	-0.71	-1.85	-0.14	-0.05	-0.05
83	25.43	-4.87	2.87	-0.48	1.50	1.05	-0.18	-2.87
84	10.34	-3.16	0.61	-7.99	-2.33	0.15	-2.00	1.90
85	3.20	-3.07	0.00	-0.02	0.01	-0.37	1.33	0.94
86	0.05	0.30	-0.00	-0.03	-0.04	-0.07	-0.42	-0.11
87	-0.01	-0.03	-0.13	-0.13	-0.11	-0.73	-0.73	-0.18

Tableau 2 : Elasticités empiriques dans le secteur résidentiel

	EPP	ECC	EGG	EEE	EPC	EPG	EPE	ECP
71	0.00	0.00	0.00	-5.90	0.00	0.00	-5.07	0.00
72	0.54	-0.53	-2.45	-3.49	0.68	-1.02	-1.83	-0.42
73	-0.50	0.00	-1.97	-2.00	0.00	-1.01	-1.22	0.37
74	0.00	-0.61	0.00	-1.72	-1.20	0.00	1.75	0.00
75	-0.23	0.29	0.45	-5.80	0.70	-0.56	3.30	-0.10
76	-0.40	0.00	-1.35	2.99	0.00	-0.67	1.10	0.84
77	0.27	0.44	-1.67	-2.56	-0.24	-0.38	-0.64	-0.49
78	-0.18	-0.29	0.00	-4.44	-0.09	0.00	0.76	-0.57
79	-0.93	-0.65	-0.66	-3.04	-0.93	1.01	3.48	-0.65
80	-0.42	-0.98	0.42	0.81	-0.42	-0.63	-1.34	-0.98
81	-0.33	-1.52	0.49	-2.96	-0.87	-0.46	2.56	-0.57
82	-1.09	-1.31	0.54	0.81	-0.98	-1.04	-0.73	-1.46
83	0.00	0.00	0.00	-1.89	0.00	0.00	1.70	0.00
84	1.02	-1.00	0.00	3.35	-1.02	0.00	-2.85	1.00
85	-1.15	0.00	0.00	-1.87	0.00	0.00	2.96	-1.72
86	0.05	-0.60	-0.83	1.46	-0.51	0.45	-0.68	0.05
87	0.00	1.20	-0.10	-0.67	0.66	0.12	0.90	0.00

	ECG	ECE	EGP	EGC	EGE	EEP	EEC	EEG
71	0.00	2.95	0.00	0.00	-8.20	0.00	0.00	0.00
72	0.79	1.42	1.31	1.63	-4.41	1.03	1.29	-1.94
73	0.74	0.89	-0.99	0.00	-2.40	-0.82	0.00	-1.65
74	0.00	0.89	0.00	0.00	-1.29	0.00	1.19	0.00
75	-0.23	1.34	0.19	-0.56	-2.62	0.41	-1.23	0.99
76	1.41	-2.30	-0.81	0.00	2.21	-1.10	0.00	-1.83
77	0.69	1.15	1.19	-1.07	-2.80	1.09	-0.98	-1.52
78	0.00	2.38	0.48	0.24	-2.02	1.06	0.53	0.00
79	0.71	2.45	0.61	0.61	-2.28	0.81	0.81	-0.88
80	-1.47	-3.13	0.28	0.28	0.90	0.25	0.25	0.38
81	-0.81	4.48	0.34	0.91	-2.68	0.38	1.01	0.54
82	-1.39	-0.98	0.57	0.51	0.38	1.20	1.08	1.14
83	0.00	0.64	0.00	0.00	-0.85	0.00	0.00	0.00
84	0.00	-2.78	-0.93	0.93	2.58	-1.21	1.21	0.00
85	0.00	4.44	0.05	0.00	-0.13	0.73	0.00	0.00
86	0.53	-0.80	-0.08	0.93	1.25	-0.10	1.09	-0.98
87	0.22	1.63	0.00	-0.54	-0.74	0.00	-0.49	-0.09

Tableau 3 : Elasticités calculées dans le secteur industriel

	Log-linéaire			Translog		
Elasticité → Energie ↓		court terme	long terme		substitution	demande
Gaz	E_{GY}	0.85	2.1	GG	$[-16.7; -3.4]$	$[-1.06; -0.8]$
	E_{GG}	-0.087	-0.215	GE	$[-3.4; -0.24]$	$[-1.59; -0.12]$
	E_{GP}	0.087	0.215	GP	$[1.32; 2.41]$	$[0.37; 0.85]$
				GC	$[6.4; 46.6]$	$[0.52; 1.8]$
Electricité	E_{EY}	0.258	1.094	EE	$[-0.2; -0.07]$	$[-0.08; -0.05]$
	E_{EE}	-0.156	-0.661	EG	$[-3.4; -0.24]$	$[-0.22; -0.05]$
				EP	$[0.15; 0.54]$	$[0.035; 0.25]$
				EC[a]	$[-2.17; 0.69]$	$[-0.05; 0.14]$
Pétrole	E_{PY}	0.337	1.3	PP	$[-1.12; -0.66]$	$[-0.31; -0.24]$
	E_{PP}	-0.24	-0.927	PG	$[1.32; 2.41]$	$[0.129; 0.388]$
				PE	$[0.15; 0.54]$	$[0.07; 0.25]$
				PC	$[-5.6; -0.18]$	$[-0.17; -0.03]$
Charbon				CC	$[-100.5; -4.5]$	$[-2.2; -0.93]$
				CG	$[6.4; 4.66]$	$[0.64; 5.19]$
				CP	$[-5.6; -0.18]$	$[-2.1; -0.04]$
				CE[b]	$[-2.17; 0.69]$	$[-2.2; 0.33]$

[a,b] C et E sont substituables jusqu'en 1970 et complémentaires ensuite

Tableau 4 : Elasticités calculées dans le secteur industriel

		LOGIT SIMPLE			LOGIT GÉNÉRALISÉ	
Elasticités → Energie ↓		court terme	long terme		court terme	long terme
Gaz	E_{GG} E_{Gi}	$[-0.05; -0.03]$ $[0.003; 0.14]$	$[-0.51; -0.67]$ $[0.05; 0.21]$	E_{GG} E_{GE} E_{GP}	$[-0.084; -0.066]$ $[-0.29; -0.14]$ $[0.18; 0.03]$	$[-1.08; -0.41]$ $[-1.8; -0.86]$ $[1.15; 1.84]$
Electricité	E_{EE} E_{Ei}	-0.04 0.01	$[-0.63; -0.56]$ $[0.09; 0.16]$	E_{EE} E_{EG} E_{EP}	$[-0.42; -0.3]$ $[0.03; 0.05]$ $[0.07; 0.18]$	$[-2.74; -1.79]$ $[0.19; 0.3]$ $[0.44; 1.12]$
Pétrole	E_{PP} E_{Pi}	$[-0.03; -0.02]$ $[0.02; 0.03]$	$[-0.47; -0.22]$ $[0.25; 0.5]$	E_{PP} E_{PG} E_{PE}	$[-0.18; -0.07]$ $[0.002; 0.0022]$ $[0.11; 0.25]$	$[-1.08; -0.41]$ $[0.013; 0.127]$ $[0.7; 1.61]$
Charbon	E_{CC} E_{Ci}	$[-0.05; -0.03]$ $[0.0007; 0.01]$	$[-0.7; -0.41]$ $[0.03; 0.32]$			

Tableau 5 : Elasticités calculées dans le secteur résidentiel

	Log-linéaire			Translog		
Elasticité → Energie ↓		court terme	long terme		substitution	demande
Gaz	E_{gy} E_{gg} E_{gp}	0.68 -0.14 0.14	0.92 -0.19 0.19	GG GE GP	$[-0.67; -0.18]$ $[-0.91; -0.09]$ $[1.07; 1.13]$	[-0.16;-0.03] $[-0.36; -0.05]$ $[0.22; 0.47]$
Electricité	E_{ey} E_{ee} E_{ep}	1.04 -0.074 0.074	1.52 -0.1 0.1	EE EG EP	$[-1.16; -0.53]$ $[-0.91; -0.09]$ $[1.46; 1.67]$	[-0.45;-0.31] $[-0.02; -0.16]$ $[0.62; 0.33]$
FOD				PP PG PE	$[-5.8; -1.75]$ $[1.07; 1.13]$ $[1.46; 1.67]$	[-1.16;-0.74] $[0.19; 0.27]$ $[0.54; 0.97]$
Charbon	E_{cy} E_{cc} E_{cg}	-0.48 -0.22 0.22	-0.95 -0.43 0.43			

Tableau 6 : Elasticités calculées dans le secteur résidentiel

	LOGIT SIMPLE			LOGIT GENERAL		
Elasticités → Energie ↓		court terme	long terme		court terme	long terme
Gaz	E_{gg} E_{gi}	$[-0.08; -0.06]$ $[0.01; 0.03]$	$[-0.3; -0.22]$ $[0.04; 0.12]$	E_{gg} E_{ge} E_{gp}	$[-0.04; -0.02]$ $[-0.06; 0.11]$ $[-0.02; -0.007]$	$[-1.15; -0.71]$ $[-1.5; 2.9]$ $[-0.7; -0.17]$
Electricité	E_{ee} E_{ei}	$[-0.08; -0.07]$ $[0.01; 0.02]$	$[-0.3; -0.26]$ $[0.02; 0.08]$	E_{ee} E_{eg} E_{ep}	$[-0.28; -0.17]$ $[0.19; 0.21]$ $[-0.01; 0]$	$[-7.35; -4.3]$ $[4.9; 5.6]$ $[-0.28; 0]$
FOD	E_{pp} E_{pi}	$[-0.06; -0.03]$ $[0.05; 0.03]$	$[-0.22; -0.13]$ $[0.21; 0.12]$	E_{pp} E_{pg} E_{pe}	$[-0.02; -0.01]$ $[0.01; 0.02]$ $[0.09; 0.26]$	$[-0.48; -0.19]$ $[0.18; 0.40]$ $[2.38; 6.95]$
Charbon	E_{cc} E_{ci}	$[-0.08; -0.07]$ $[0.02; 0.01]$	$[-0.32; -0.27]$ $[0.07; 0.02]$			

REFERENCES

ALLEN R.G.D. (1938)
Mathematical analysis for economist, London-Macmillan, 1938, 548p.

BARTEN A.P. (1962)
Evidence on the Slutsky conditions for demand equations, *Review of Economics and Statistics*, Vol.49, N°1, 1962, p77-83.

BARTEN A.P. (1982)
Consumer theory, in Arrow K.J., Intriligator M.D, *Handbook of Mathematical Economics*, North-holland Publishing Company, vol.2, 1982, p381- 427.

BAUGHMAN M.L., JOSKOW P.L. (1976)
Energy consumption and fuel choice by residential and commercial consumers in the United States, *Energy Systems and Policy*, Vol.1, N°4, 1976, p305-323.

CHERN W.S., JUST R.E. (1980)
A generalised model for fuel choices with application to the paper industry, *Energy Systems and policy*, Vol.4, N°4, 1980, p273-294.

DIEWERT W.E. (1982)
Duality approaches to microeconomic theory, in Arrow K.J., Intriligator M.D., *Handbook of mathematical economics*, North Holland Publishing Company, 1982, vol.2, p535-599.

FRISCH R. (1959)
A complete scheme for computing all direct and cross demand elasticities in a model with many sectors, *Econometrica*, 27 (1959), p177-196.

HOURCADE J.C. (1990)
Les coefficients d'élasticité et leur domaine de pertinence pour la prévision énergétique: de l'élasticité "loi"à l'élasticité "mesure" des degrés de liberté, Etude Commissariat Général du Plan, Nov 1990.

JACCARD M. (1986)
L'analyse des substitutions énergetiques dans le secteur industriel français: problèmes méthodologiques, IEJE, 1986.

LESOURD J.B. (1984)
Energie et substitutions entre facteurs de production, Collection Energie et Société, Presses Universitaires de Grenoble, 1984.

MC FADDEN D. (1963)
Constant elasticity of substitution production functions, *Review of Economic Studies*, Vol.30, 1963, p73-82.

MC FADDEN D.L. (1978)
Estimation techniques for the elasticity of substitution and other production parameters, *Production economics: a dual approach to theory and applications*, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1978, vol 2, p71-124.

MORRISSETT I. (1953)
Some recent uses of elasticity of substitution - A survey, *Econometrica*, Vol.21, 1953, p41-62

SATO K. (1967)
A two-level constant-elasticity-of-substitution production function, *Review of Economic studies*, Vol.34, April 1967, p201-218.

TAPLIN J.H.E (1982)
Inferring ordinary elasticities from choice or mode-split elasticities, *Journal of Transport Economics and Policy*, vol.16, janvier 1982, p55-63.

UZAWA H. (1962)
Production functions with constant elasticities of substitution, *Review of Economic Studies*, vol.29(4), n°81, 1962, p291-299.

UZAWA H. (1964)
Duality principles in the theory of cost and production, *International Economic Review*, vol.5, n°2, 1964, p216-220.

Déjà parus

- CS-1. D. PERRUCHET et J.-P. CUEILLE,
  Compagnies pétrolières internationales : intégration verticale et niveau de risque.
- CS-2. C. BARRET et P. CHOLLET,
  Canadian gas exports : modeling a market in disequilibrium.
- CS-3. J.-P. FAVENNEC et V. PREVOT,
  Raffinage et environnement.
- CS-4. D. BABUSIAUX,
  Note sur le choix des investissements en présence de rationnement du capital.
- CS-5. J.-L. KARNIK,
  Les résultats financiers des sociétés de raffinage distribution en France 1978-1989.

Le Centre Économie et Gestion (CEG), sous la direction de Denis BABUSIAUX, a pour objet d'assurer :

- La formation de jeunes diplômés à la maîtrise des techniques économiques et de gestion. Elle est basée sur trois programmes de formation distincts.
  - Le cycle Économie et Gestion de l'Entreprise (EGE), accessible aux jeunes ingénieurs et aux diplômés scientifiques des universités, débouche, au terme d'une scolarité de 16 mois pour les ingénieurs et l'équivalent de deux années universitaires pour les autres étudiants, sur l'attribution du diplôme d'ingénieur ENSPM.
  - Le cycle **Energy Management and Policy (EMP)**, en collaboration avec l'université de Pennsylvanie à Philadelphie, se déroule en alternance à l'ENSPM et à l'université de Pennsylvanie sur 16 mois et conduit à deux diplômes : le Master of Science de l'université de Pennsylvanie et un diplôme de l'ENSPM (diplôme d'ingénieur ou Mastère Spécialisé).
  - Un **DEA en Économie de l'Énergie** dispensé en collaboration avec l'université de Bourgogne et l'université de Panthéon Assas. Les candidats à l'admission en DEA doivent être détenteurs d'une maîtrise (sciences économiques, sciences de gestion, économétrie, etc.), d'un diplôme d'ingénieur ou d'une grande école de commerce ou équivalent.

    Un **Mastère en Politique et Gestion de l'Énergie** peut être délivré à l'issue d'un cursus s'appuyant sur des cours dispensés dans le cadre de l'un des programmes ci-dessus et un stage ou une [illegible] thèse de [illegible] de quatre à six mois.

- Une activité de recherche qui permet notamment à des étudiants de réaliser une thèse de doctorat dans les divers domaines de l'économie de l'énergie. Les doctorants français ou ressortissants de la CEE admis sur des postes de thèses peuvent recevoir une allocation de recherche de la part de l'ENSPM.

- La formation et le perfectionnement des personnels (dirigeants, ingénieurs et cadres, agents de maîtrise, techniciens et employés) des industries du pétrole et de la pétrochimie. Cette formation se déroule sous forme de stages inter ou intra-entreprise, mais peut également s'adapter à des besoins plus spécifiques sous forme de parcours de formation individualisés.