

# Nuevos efectos cuánticos del tipo Aharonov-Bohm y la masa del fotón

\*Jesús Quintero    \*\*Gianfranco Spavieri

Recibido: 23 de Septiembre 2011, Aceptado:20 de Noviembre 2011

## Resumen

Las ecuaciones de Proca prevén la posibilidad de una masa no nula del fotón. En este contexto de la electrodinámica de rango finito, los enfoques utilizados para determinar la masa del fotón, o sus límites superiores, están basados tradicionalmente en métodos clásicos. En este trabajo, se presenta una breve reseña de métodos experimentales más recientes que se basan en un enfoque cuántico. Se muestra que los enfoques cuánticos pueden competir y hasta superar los métodos clásicos.

**Palabras clave:** Efecto Aharonov-Bohm, ecuaciones de Proca, masa del fotón.

## Aharonov-Bohm new quantum effect and the photon mass

### Abstract

Proca equations foresee the possibility of a nonzero photon mass. In this context of electrodynamics of finite range, the approaches used to determine the mass of the photon, or its upper limits, are traditionally based on classical methods. In this paper, we present a brief overview of the latest experimental methods that are based on a quantum approach. It is shown that quantum approaches can compete and even surpass traditional methods.

**Keywords:** Aharonov-Bohm effect, Proca's equations, photon mass.

## Introducción

Entre experimentos realizados y propuestas teóricas, en la literatura actual, aparecen aproximadamente cerca de 48 métodos [1], desarrollados para establecer un posible límite superior sobre la masa del fotón por medio de pruebas directas e indirectas. Para la búsqueda de la masa del fotón la historia ha favorecido los métodos clásicos [1] basados principalmente en la observación de las desviaciones de la electrodinámica de rango infinito, según lo previsto por las ecuaciones de Maxwell, donde el potencial de Coulomb toma la forma de Yukawa. Si la masa del fotón no es nula, las ecuaciones de Maxwell quedan modificadas. Algunas implicaciones notables de la no validez de la ley de Coulomb o, equivalentemente, la existencia de una masa no nula del fotón prevista por la teoría de Proca son: dependencia de la velocidad de la luz con la longitud de onda, desviaciones en la exactitud de la ley de Ampere, existencia de ondas electromagnéticas longitudinales, y presencia de un potencial de Yukawa adicional para los campos dipolares magnéticos. La masa del fotón,  $m_{ph}$ , se puede expresar como  $\mu_\gamma$  cuando se mide en  $cm^{-1}$  y como  $m_{ph} = m_\gamma$ , siendo  $\mu_\gamma^{-1} = \hbar/m_\gamma c = \lambda_C/2\pi$ , donde  $m_\gamma$  queda expresada en *gramos* y  $\lambda_C$  es la longitud de onda de Compton. El mejor resultado obtenido hasta ahora en el desarrollo de la técnica original de Cavendish en una prueba directa de la ley de Coulomb sigue siendo la realizada por Williams, Faller y Hill [2], quienes utilizaron una sofisticada copa (jaula de Faraday) formada por cinco (5) láminas concéntricas en forma de icosaedros. El resultado nulo de este experimento expresado en términos del

---

\* *Postgrado en Física Matemática, Decanato de Ciencias y Tecnología, Universidad Centroccidental "Lisandro Alvarado", Barquisimeto 3001, Venezuela, mjesus@ula.ve*

\*\* *Centro de Física Fundamental, Facultad de Ciencias Universidad de los Andes, Mérida 5101, Venezuela, spavieri@ula.ve*

alcance de la masa del fotón en reposo fue de  $\mu_\gamma^{-1} > 3 \times 10^9 \text{ cm}$ . Métodos indirectos son proporcionados en pruebas geomagnéticas y astronómicas. Al estudiar el comportamiento del campo magnético de los planetas, Davis, Goldhaber y Nieto [3] fueron capaces de determinar que  $\mu_\gamma^{-1} > 5 \times 10^{10} \text{ cm}$ .

Otras verificaciones indirectas están relacionadas con pruebas de circuitos abiertos [4], experimentos criogénicos [5], y el método desarrollado por Lakes [6] que utiliza el potencial vector del ambiente cósmico. Sí,  $\mu_\gamma \neq 0$ , el potencial vector del ambiente cósmico adquiere significado físico y puede interactuar con el campo dipolar de un toroide magnetizado, como lo hace una brújula con el campo magnético terrestre. El experimento desarrollado por Luo, Tu, Hu y Luan [7] dio el rango de  $\mu_\gamma^{-1} > 1,66 \times 10^{10} \text{ cm}$  y un valor de  $m_{ph} < 2,1 \times 10^{-51} g$  para la masa del fotón.

A veces, han sido considerados también enfoques basados en efectos cuánticos, por ejemplo, el experimento Aharonov-Bohm magnético [8]. Sin embargo, los métodos cuánticos han sido de interés limitado por falta de competitividad con los métodos clásicos tradicionales. Afortunadamente, este escenario ha comenzado a cambiar por dos razones principales: se han descubierto nuevos efectos cuánticos del tipo Aharonov-Bohm, y se han desarrollado nuevas técnicas interferométricas que mejoran la observabilidad de estos efectos cuánticos. Conviene destacar que el efecto Aharonov-Bohm tuvo un gran impacto en la física moderna por ser un efecto cuántico, topológico y no local, no explicable clásicamente. En nuestra breve reseña nos proponemos, entonces, examinar el escenario cuántico con cuidado, para determinar si, en la búsqueda de un posible límite sobre la masa del fotón, los enfoques cuánticos pueden competir con los métodos clásicos. Así, mostramos indirectamente que los efectos del tipo Aharonov-Bohm, además de tener relevancia en la física cuántica, también tienen aplicaciones en el ámbito de la electrodinámica clásica y las ecuaciones de Proca.

En el mencionado escenario de los efectos del tipo Aharonov-Bohm (AB) [8], los primeros en explotar un experimento de naturaleza cuántica de alta precisión fueron Boulware y Deser [9] quienes consideraron el efecto AB en el contexto de las ecuaciones de Proca [1].

Después del efecto AB, otros efectos cuánticos de este tipo han sido desarrollados, tales como aquellos asociados con partículas neutras que tienen un momento dipolar magnético [10] o eléctrico intrínseco [10-12], y aquellos con partículas que poseen propiedades electromagnéticas opuestas, tales como cargas o momentos dipolares opuestos [10-16]. El impacto de algunos de estos nuevos efectos sobre la masa del fotón han sido discutidas y estudiadas por Spavieri y Rodríguez (SR) [17].

## El efecto AB y la aproximación de Boulware-Deser para la masa del fotón

Los primeros en considerar un escenario de naturaleza cuántica para estimar un límite sobre la masa del fotón fueron Boulware y Deser (BD) en 1989 [9]. Específicamente, ellos emplearon el efecto Aharonov-Bohm (AB), el cual describiremos brevemente para comodidad del lector.

En el efecto AB magnético [8], las partículas son electrones y la singularidad electromagnética (em) es el flujo magnético de un delgado o fino solenoide como se ilustra en la figura 1, caracterizado por el potencial vector  $\mathbf{A}$ , el cual interactúa con las partículas cargadas, y el campo magnético  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  que es no nulo solamente en el interior del solenoide. El potencial vector  $\mathbf{A}$  actúa como un vórtice magnético que tiene el efecto de modificar la fase de las funciones de ondas de las partículas, las cuales pasan a lados opuestos del vórtice o singularidad resultando un cambio de fase.

Conocido ya el efecto AB, centremos nuestra atención en el experimento de naturaleza cuántica propuesto por los autores BD. Según el enfoque cuántico de BD [9] se utiliza un experimento table-top para la determinación de un posible límite superior sobre la masa del fotón. Ellos consideraron el acople de la masa del fotón  $\mu_\gamma$ , como predicho por las ecuaciones de Proca  $\partial_\nu F^{\mu\nu} + \mu_\gamma^2 A^\mu = J^\mu$  [1], aplicadas al efecto AB, en el cual se calcula el campo magnético resultante  $\mathbf{B}$

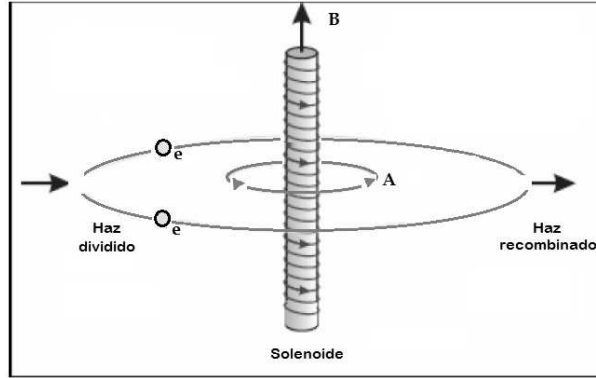


Figura 1: Ilustración del efecto Aharonov-Bohm (AB). Dos (2) haces coherentes de electrones bordean un solenoide infinito que mantiene confinado un campo magnético. El patrón de interferencia de las ondas de materia, asociadas a los electrones, experimenta un corrimiento que depende del flujo magnético encerrado en el solenoide.

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \hat{\mathbf{k}}\Delta\mathbf{B} \\ &= \mathbf{B}_0 + \hat{\mathbf{k}}\mu_\gamma^2\Pi(\mu_\gamma\rho), \end{aligned} \quad (1)$$

donde la expresión anterior Ec. (1), puede ser usadas en una prueba o experimento table-top del efecto AB. El primer término del lado derecho de la Ec. (1), es el campo magnético estándar para la masa del fotón nula - el campo confinado en el interior de un solenoide largo de radio  $a$  y que conduce una corriente  $j$  - y el segundo término  $\Delta\mathbf{B} = \hat{\mathbf{k}}\mu_\gamma^2\Pi(\mu_\gamma\rho)$  representa la corrección debida a la masa del fotón en reposo no nula  $\mu_\gamma$ . Mientras la cantidad  $\Pi(\mu_\gamma\rho)$  es una contribución (interna y externa) al campo y puede ser expresada en términos de las funciones de Bessel  $I_0(\mu_\gamma\rho)$  y  $K_0(\mu_\gamma\rho)$  las cuales son regulares en el origen e infinitas, respectivamente, y vienen dadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Pi(\rho) &= j\Theta(a-\rho)[K_0(\mu_\gamma\rho)\int_0^\rho I_0(\mu_\gamma\rho')\rho'd\rho' \\ &\quad + I_0(\mu_\gamma\rho)\int_\rho^a K_0(\mu_\gamma\rho')\rho'd\rho'] \\ &\quad - j\Theta(\rho-a)K_0(\mu_\gamma\rho)\int_0^a I_0(\mu_\gamma\rho')\rho'd\rho'. \end{aligned} \quad (2)$$

Así, debido a la expresión  $\Delta\phi = \frac{e}{\hbar c} \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x} = \frac{e}{\hbar c} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ , la masa del fotón puede modificar el cambio de fase  $\Delta\phi$  y el correspondiente desplazamiento del patrón de interferencias observable. Tomando en consideración, la precisión del experimento y el efecto del término extra dependiente de la masa, Boulware y Deser compararon las correcciones teóricas para el flujo a través de un círculo de radio  $\rho \sim 10$  cm, con el flujo para el caso en el cual no estaba presente la masa.

De esta manera, pudieron predecir un límite no trivial en el rango del fotón transversal en un experimento table-top,  $\mu_\gamma^{-1} > 1,4 \times 10^7$  cm, el cual corresponde a un límite de la masa del fotón debido al término extra dependiente de la masa de

$$m_\gamma \simeq 2,5 \times 10^{-45} g. \quad (3)$$

Debido a los resultados obtenidos por Boulware y Deser, es útil tener en cuenta la aplicación de su enfoque o aproximación a otros efectos cuánticos del tipo AB. Sin embargo, antes de hacer esto se

describen brevemente algunos de los efectos del tipo AB que fueron descubiertos después del efecto AB magnético para electrones.

## La masa del fotón y los efectos cuánticos para dipolos eléctricos

Excepto para el efecto AB [8] mismo, los efectos del tipo AB en general surgen de la interacción entre partículas o dipolos con campos externos, los cuales serán discutidos a continuación.

### El efecto Aharonov-Casher para dipolos magnéticos

Para comprender mejor el análisis hecho por Fuchs [18] para la determinación de un posible límite para la masa del fotón es instructivo recordar el efecto Aharonov-Casher. El efecto Aharonov-Casher (AC) [19], para partículas neutras con momento dipolar magnético, es el dual o recíproco del efecto Aharonov-Bohm [8]. En este caso las partículas son neutrones (clásicamente espiras de corrientes) y la singularidad electromagnética que rodean es un hilo infinito cargado. El momento dipolar magnético de las partículas es  $\mu_m$  y su orientación esta a lo largo del hilo, además, se mueven con velocidad  $\mathbf{v}$  en el marco de referencia del hilo como se ilustra en la figura 2.

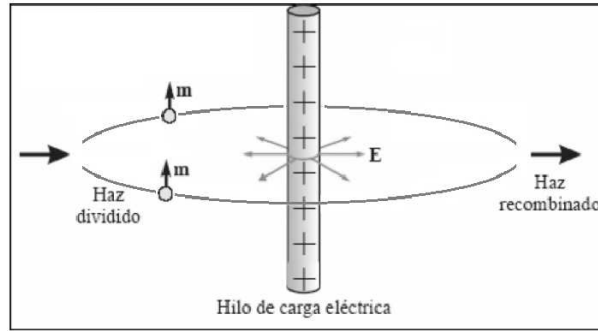


Figura 2: Ilustración del efecto Aharonov-Casher (AC). Dos (2) haces coherentes de dipolos magnéticos viajan alrededor de un hilo infinito cargado. Sus momentos magnéticos apuntan en la dirección del hilo cargado.

Ahora bien, para establecer la relación entre la configuración de campos del efecto AC y la masa del fotón es necesario conocer el campo eléctrico de Proca de un hilo infinito cargado. Como el momento magnético de los neutrones, en este caso, es un vector constante, entonces el cambio de fase puede escribirse de la siguiente forma

$$\Delta\phi_{AC} = \frac{\mu}{\hbar c} \hat{\mathbf{z}} \cdot \oint \mathbf{E} \times d\mathbf{x} \quad (4)$$

donde  $\hat{\mathbf{z}}$  es un vector unitario en la dirección del eje  $z$ .

La expresión anterior Ec. (4), puede ser calculada notando que  $\mathbf{E} \times d\mathbf{x}$  está siempre alineado a lo largo del eje  $\hat{\mathbf{z}}$ . Sea  $\hat{\mathbf{n}}$  un vector normal hacia afuera del camino de integración (es decir, perpendicular a  $\hat{\mathbf{z}}$ ) y sean  $\theta$  y  $\beta$  los ángulos entre  $\mathbf{E}$  y  $d\mathbf{x}$  y entre  $\mathbf{E}$  y  $\hat{\mathbf{n}}$ , respectivamente. Entonces,

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{AC} &= \frac{\mu}{\hbar c} \oint E dx \sin\theta = \frac{\mu}{\hbar c} \oint E dx \cos\beta \\ &= \frac{\mu}{\hbar c} \oint \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} dx = \frac{\mu}{\hbar c} \int (\nabla \cdot \mathbf{E}) \end{aligned} \quad (5)$$

donde la última integral es tomada sobre un área encerrada por los caminos de los dos (2) haces que encierran el hilo cargado, como se muestra en la figura 2. Ahora bien, de la ley de Gauss en su forma de la versión de Procas dada como

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho - \mu_\gamma^2\phi \quad (6)$$

así que, la fase adquiere la siguiente forma

$$\Delta\phi_{AC} = \frac{4\pi\mu\lambda}{\hbar c} - \frac{\mu_\gamma^2\mu}{\hbar c} \int \phi da \quad (7)$$

en donde el primer término es la fase estándar del efecto AC y el segundo término está relacionado con la masa del fotón.

El potencial de una línea de carga se encuentra integrando todas las contribuciones de Yukawa separadas a lo largo de la línea

$$\phi(\rho) = 2\lambda K_0(\mu_\gamma\rho) \quad (8)$$

y el campo eléctrico se encuentra por diferenciación,

$$\mathbf{E} = 2\mu_\gamma\lambda K_1(\mu_\gamma\rho)\hat{\rho} \quad (9)$$

donde,  $K_0(\mu_\gamma\rho)$  y  $K_1(\mu_\gamma\rho)$  son las funciones de Bessel modificadas de segundo orden.

Con  $\phi(\rho)$  y  $\mathbf{E}$  calculados el cambio de fase toma la siguiente forma,

$$\Delta\phi_{AC}(R) = \frac{4\pi\mu\lambda}{\hbar c} \mu_\gamma R K_1(\mu_\gamma R) \quad (10)$$

para un determinado radio  $R$ . La expresión (10), permite establecer la conexión entre el efecto AC [18] con la masa del fotón por medio de un experimento table-top.

Con  $\mathbf{E}$  dado por (9) y  $\Delta\phi_{AC}$  por (4) Fuchs [18] estimo el valor de  $\mu_\gamma$  usando los parámetros de un experimento interferométrico para neutrones realizado por Cimmino et al. [20]. Sus resultados demostraron que la longitud de onda de Compton cerca de 10  $m$  o menos podía ser detectable mientras el valor estimado para la masa del fotón es del orden de

$$m_\gamma \sim 3 \times 10^{-41}g. \quad (11)$$

Aunque es un método independiente, esto sugiere que el efecto AC no es efectivo como el efecto AB, para estimar un posible valor para  $\mu_\gamma$ . El cual puede ser comparado con el obtenido por BD  $m_\gamma \simeq 2,5 \times 10^{-45}g$  por medio del efecto AB estándar.

## El efecto Tkachuk y Spavieri para dipolos eléctricos

Un posible límite para la masa del fotón obtenido de los efectos cuánticos del tipo Aharonov-Bohm (AB) para dipolos eléctricos ha sido propuesto por Spavieri y Rodríguez (SR) [17,24,25]. SR consideraron que el término de interacción de todos los efectos para dipolos eléctricos presenta la misma relevancia [11,21-23] de modo que, con el propósito de mejorar un experimento table-top y obtener el correspondiente límite para la masa del fotón, es suficiente con analizar cualquiera de estos efectos. Ellos consideraron el efecto Tkachuk (T) [23] debido a que las ecuaciones que resultan para estimar un posible valor sobre la masa del fotón, poseen una similitud a la de los efectos del tipo AB.

Para el efecto Tkachuk (T) [23] se puede considerar un solenoide largo con densidad de magnetización lineal  $\mu_d = \bar{\mu}_d z$  y flujo magnético  $\Phi = BS = 4\pi\bar{j}za^2$ , donde  $a$  es el radio del solenoide y  $\bar{j}z$  su densidad de corriente. El potencial vector resultante se expresa de la siguiente manera  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{AB}z$ , donde  $\mathbf{A}_{AB}$  es el potencial vector para el efecto AB con  $\mu_{dAB}$  reemplazado por  $\bar{\mu}_d$ . Así que, el desarrollo para el cálculo de la masa del fotón para el efecto Tkachuk (T) para dipolos eléctricos  $\mathbf{d} = d\hat{k}$  puede ser llevado al enfoque de BD [9] dentro del marco del escenario cuántico del efecto AB.

El campo magnético viene dado como  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = z \nabla \times \mathbf{A}_T - \mathbf{A}_T \times \nabla z$ . En el plano del movimiento del dipolo,  $z = 0$ , y el cambio de fase es [23],

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &\propto \oint \mathbf{B} \times \mathbf{d} \cdot d\ell \\ &= d \oint_s \nabla \times \mathbf{A}_T \cdot d\mathbf{S}, \end{aligned} \quad (12)$$

donde la última integral es el flujo a través de la superficie como en el efecto AB y según la aproximación hecha por BD, escribimos la contribución para la masa del fotón como  $\Delta\mathbf{B}(\bar{j}, \mu_\gamma \rho) = \nabla \times \mathbf{A}_{T\mu_\gamma}(\bar{j}, \mu_\gamma \rho) = \hat{\mathbf{k}} \mu_\gamma^2 \Pi(\bar{j}, \mu_\gamma \rho)$  y debido a la corrección para la masa en la fase tenemos,

$$\Delta\varphi = 2\pi(d/\hbar c) \oint_a^\rho [(\mu_\gamma^2 \Pi(\bar{j}, \mu_\gamma \rho))] \rho d\rho. \quad (13)$$

En la región exterior ( $\rho > a$ ),  $\Delta\mathbf{B} = \mu_\gamma^2 \Pi(\bar{j}, \mu_\gamma \rho) \simeq (\bar{j}/2)(\mu_\gamma a)^2 \ln(2/\mu_\gamma \rho)$  [9]. Con  $4\bar{\mu} = \bar{j}a^2$ , y la fase Tkachuk  $\varphi_0 = 4\pi d\bar{\mu}/\hbar c$ , la variación relativa para la fase debido a la masa del fotón calculada por Spavieri y Rodríguez [17] es

$$\frac{\Delta\varphi}{\varphi_0} = \frac{\bar{j}a^2}{4\bar{\mu}} \int_a^\rho \mu_\gamma^2 \ln\left(\frac{2}{\mu_\gamma \rho}\right) \rho d\rho \sim \frac{1}{2}(\mu_\gamma \rho)^2 \ln\left(\frac{2}{\mu_\gamma \rho}\right). \quad (14)$$

Si siguiendo con la aproximación de BD [9] se estima que  $\Delta\varphi \geq 2\pi\varepsilon = 2\pi \times 10^{-3}$ , donde  $\varepsilon$  es la precisión de la medida y escribiendo la ecuación (14) como,

$$2\pi\varepsilon/\varphi_0 = (1/2)(\mu_\gamma \rho)^2 \ln(2/\mu_\gamma \rho). \quad (15)$$

Este resultado, válido para el efecto Tkachuk (T) [23], puede ser comparado con el derivado por BD para el efecto AB,

$$2\pi\varepsilon/\varphi_{0AB} = (1/2)(\mu_{\gamma BD} \rho)^2 \ln(2/\mu_{\gamma BD} \rho), \quad (16)$$

donde  $\mu_{\gamma BD}$  es el valor de la masa del fotón obtenida por BD y  $\varphi_{0AB}$  es el valor para el cambio de fase AB cuando  $\mu_\gamma = 0$ . En este caso, la contribución debido al término logarítmico no es relevante y puede ser despreciada. Estimando los siguientes valores para,  $d = e$ ,  $a_0$  como el radio de Bohr para el dipolo y  $\bar{\mu} = \mu_{AB}/l$  con  $l \simeq 1 \text{ cm}$  la longitud real del solenoide en el efecto Tkachuk [23], obteniéndose

$$\mu_\gamma^{-1} = \mu_{\gamma BD}^{-1} \left[ \frac{\varphi_0}{\varphi_{0AB}} \right]^{1/2} = \mu_{\gamma BD}^{-1} \left[ \frac{a_0}{l} \right]^{1/2} \sim 10^{-4} \mu_{\gamma BD}^{-1}, \quad (17)$$

y

$$m_\gamma \sim 3 \times 10^{-41} g. \quad (18)$$

El resultado anterior, representa un rango del límite superior para la masa del fotón 4 órdenes de magnitud más bajo que el encontrado por BD. Como se esperaba, y de acuerdo con los resultados de Fuchs [18] para el efecto AC para dipolos magnéticos no existe mejora alguna para el rango de  $\mu_\gamma^{-1}$ , el cual se logra a partir de un experimento table-top que involucra dipolos eléctricos. Esto debido a la baja intensidad de las interacciones electromagnéticas (em) para dipolos.

## El efecto AB para partículas cargadas ( $\pm$ ) y la masa del fotón

Ahora, consideraremos el efecto AB modificado para una superposición coherente de haces de partículas cargadas con estados de cargas opuestas  $\pm$  propuesto por Spavieri [10,12], la cual se ilustra en la figura 3. En el caso mencionado, el haz de partículas no encierra la singularidad electromagnética (es decir, un solenoide para el efecto AB, y una línea de carga para el efecto AC) por viajar a un lado de ésta. Dependiendo de la técnica interferométrica usada [13-16], la longitud del camino interferométrico a lo largo de la cual ocurre la interacción electromagnética, puede ser del orden de unos cuantos centímetros a unos cuantos metros.

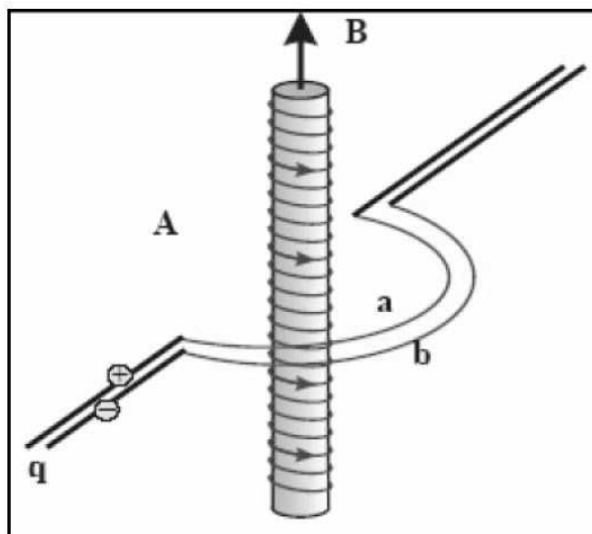


Figura 3: Ilustración del efecto cuántico del tipo Aharonov-Bohm (AB) para un haz de partículas que poseen propiedades electromagnéticas opuestas ( $\pm$ ) en una superposición coherente de estados. El haz viaja a un lado de la singularidad electromagnética.

Como sabemos la cantidad realmente observable en el efecto AB es el cambio de fase

$$\Delta\varphi = \frac{e}{\hbar c} \int (\mathbf{A} - \mathbf{A}_0) \cdot d\ell \quad (19)$$

donde la integral puede ser calculada sobre una trayectoria abierta.

Para poder calcular la integral de línea que aparece en la expresión (19) Spavieri y Rodríguez [17] derivaron una expresión analítica para  $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ . El resultado encontrado fue el siguiente

$$A_\varphi = j\left(\frac{a^2}{2}\right)\frac{1}{\rho} + \left(\frac{j}{2}\right)(\mu_\gamma a)^2 \frac{\rho}{2} \ln\left(\frac{\mu_\gamma \rho}{2}\right), \quad (20)$$

donde  $a$  es el radio del solenoide y  $j$  la densidad de corriente. Para poder evaluar el cambio de fase imaginemos en la figura 3, el siguiente sistema de coordenadas  $xyz$  donde el eje  $x$  está en la dirección de la trayectoria de las partículas, el eje  $z$  coincide con el eje del solenoide y la cantidad  $y$  representa la distancia mínima de la trayectoria desde el centro del solenoide. Según la aproximación de BD [9] despreciamos las pequeñas correcciones debido a la contribución del término logarítmico. En los cálculos asumiremos que las partículas recorren una trayectoria de longitud  $2x$  con  $x \gg y$  de esta forma se obtiene  $\varphi_0 = \int_C \mathbf{A}_{m_\gamma=0} \cdot d\ell \simeq -(\pi/2)a^2 j$  y la contribución debido a  $m_\gamma$  nos da  $\int_C \mathbf{A} \cdot d\ell = (\frac{j}{2})(\mu_\gamma a)^2 yx$  para una misma trayectoria de longitud  $2x$ . Consecuente, con la expresión (19) y Ref. [17], la variación del cambio de fase observable es  $\Delta\varphi = 2j(\mu_\gamma a)^2 yx$  entonces,

$$\frac{\Delta\varphi}{\varphi_0} = \left(-\frac{4}{\pi}\mu_\gamma^2\right)xy. \quad (21)$$

Según, la aproximación hecha por BD [9] fijamos  $\Delta\varphi \geq 2\pi\varepsilon = 2\pi \times 10^{-3}$  donde  $\varepsilon$  es la precisión en la medida. El valor de  $\mu_\gamma$  en el cual el efecto es justamente observable es determinado por la relación  $\left(\frac{4}{\pi}\mu_\gamma^2\right)xy = \frac{2\pi\varepsilon}{\varphi_0}$  la cual puede ser comparada con el reportado por BD [9]. La pregunta a continuación es, ¿cual debe ser la dimensión necesaria de un solenoide para alcanzar un posible límite para la masa del fotón del orden estimado por las mejores aproximaciones clásicas, como las hechas por Luo et al. [1] y Ryutov [26]? Vamos ahora a estimar  $\mu_\gamma$  con respecto a  $\mu_{\gamma BD}$  para un experimento ideal que, aparte de consideraciones de costo, es realizable con la tecnología actual. Para un potencial vector creado por un imán grande de un ciclotrón -tipo solenoide (de radio  $a = 5 \text{ m}$  y longitud o altura  $D$  varias veces el radio)- estimamos que,  $\frac{\varphi_0}{\varphi_{0BD}} \simeq \frac{a^2}{(aBD)^2} = \frac{5^2}{(10^{-3})^2}$ . Para una trayectoria de  $x = 6a = 300\rho$  a una distancia de  $y = 80\rho$ , se obtiene [17]

$$\mu_\gamma^{-1} = \mu_\gamma^{-1} \left[ \frac{8}{\pi} \frac{\varphi_0}{\varphi_{0BD}} \frac{xy}{\rho^2} \right]^{1/2} \simeq 10^6 \mu_{\gamma BD}^{-1} \simeq 2 \times 10^{13} \text{ cm}, \quad (22)$$

el cual es 6 ordenes de magnitud mejor que el obtenido por BD basado en técnicas estándar. Con su experimento table-top, BD obtuvo un valor de  $\mu_{\gamma BD}^{-1} = 140 \text{ Km}$  el cual es equivalente a  $m_\gamma \simeq 2,5 \times 10^{-45} \text{ g}$ . Sin embargo, el nuevo límite para la masa del fotón que puede ser llevado a cabo con los nuevos enfoques cuánticos presentes es

$$m_\gamma \simeq 2 \times 10^{-51} \text{ g} \quad (23)$$

el cual es del mismo orden de magnitud que el encontrado por Luo et al. [1] y Ryutov [26].

## Conclusiones

En este trabajo se ha considerado el enfoque de Boulware y Deser al efecto Aharonov-Bohm magnético por medio de un experimento table-top. Este enfoque se extendió a varios efectos del tipo Aharonov-Bohm, como los efectos cuánticos para dipolos magnéticos y eléctricos. El primero de ellos, el efecto Aharonov-Casher donde el dipolo magnético de un neutrón  $\mu_m$  interactúa con el campo eléctrico externo  $\mathbf{E}$ , fue estudiado por Fuchs en un experimento interferométrico para neutrones. El resultado indica que el efecto Aharonov-Casher no es apto para establecer mejores límites para la masa del fotón. Análogamente, también para los efectos del tipo Aharonov-Bohm con dipolos eléctricos no hemos encontrado mejora alguna para el rango de  $\mu_\gamma^{-1}$ . Es decir, los efectos con interacción electromagnética dipolar no son idóneos para establecer límites para  $\mu_\gamma^{-1}$  mejores que los logrados por Boulware y Deser mediante el efecto Aharonov-Bohm.

Sin embargo, mediante el nuevo efecto cuántico del tipo Aharonov-Bohm para un haz coherente de cargas de signos opuestos  $\pm q$  propuesto recientemente [17], se encuentra que, mediante la tecnología actual, para la masa del fotón se puede alcanzar el límite  $m_{ph} \sim 10^{-51} \text{ g}$ . Este resultado, que podría ser optimizado con técnicas avanzadas, representa una mejora de 6 ordenes de magnitud con respecto al enfoque de Boulware y Deser aplicado al efecto Aharonov-Bohm estándar.

Es conveniente señalar que los últimos resultados de Luo et al. [1] y las perspectivas de los escenarios de los efectos cuánticos del tipo Aharonov-Bohm que aquí se discuten son ciertamente notables si se considera que, de acuerdo al principio de incertidumbre, una estimación puramente teórica para la masa del fotón nos da el mínimo límite observable  $m_{ph} = \hbar/(\Delta t)c^2 \simeq 10^{-60} \text{ g}$ , calculado usando la edad del universo  $\Delta t = 10^{10}$  años.

En conclusión, los avances en esta área indican que los enfoques cuánticos para estimar un límite superior para la masa del fotón son viables y pueden competir con los métodos clásicos tradicionales.



## 1. Agradecimientos

Universidad Centroccidental "Lisandro Alvarado", Decanato de Ciencias y Tecnología, Postgrado en Física Matemática, Barquisimeto, 3001-Venezuela.

Centro de Física Fundamental (CFF), Grupo de Física Teórica, Facultad de Ciencias, Universidad de los Andes, Mérida, 5101-Venezuela.

A todas las personas que hicieron posible el presente trabajo.

## Referencias

- [1] L.-C. Tu, J. Luo y G. T. Gillies, "The mass of the photon",  
*Rep. Prog. Phys.* **68** (1), (2005), 77-130.
- [2] E. R. Williams, J. E. Faller, y H. A. Hill,  
"New experimental test of coulomb's law:  
A laboratory upper limit on the photon rest mass", *Phys. Rev. Lett.* **26** (12), (1971), 721-724.
- [3] L. Davis, A. S. Goldhaber, y M. M. Nieto, "Limit on the photon mass  
deduced from pioneer-10 observations of jupiter's magnetic field",  
*Phys. Rev. Lett.* **35** (21), (1975), 1402-1405.
- [4] P. A. Franken y G. W. Ampulski, "Photon rest mass",  
*Phys. Rev. Lett.* **26** (2), (1971), 115-117.
- [5] J. J. Ryan, F. Accetta y R. H. Austin,  
*Phys. Rev. D.* **32**, (1985), 802.
- [6] R. Lakes, "Experimental limits on the photon mass and  
cosmic magnetic vector potential", *Phys. Rev. Lett.* **80** (9), (1998), 1826-1829.
- [7] J. Luo, L. -C. Tu, Z. K. Hu y E. -J. Luan, "New experimental limit on the photon rest mass  
with a rotating torsion balance".  
*Phys. Rev. Lett.* **90** (8), (2003), 081801.
- [8] Y. Aharonov y D. Bohm, "Significance of electromagnetic potentials  
in the quantum theory". *Phys. Rev.* **115** (3), (1959), 485-491.
- [9] D. G. Boulware y S. Deser, "Aharonov-Bohm Effect and the Mass of the Photon",  
*Phys. Rev. Lett.* **26** (21), (1989), 2319-2321.
- [10] [10] G. Spavieri, "Classical Lagrangian and quantum phase of the dipole",  
*Phys. Lett. A.* **310**, (2003), 13-18.
- [11] G. Spavieri, "Quantum effect of the Aharonov-Bohm type for particles  
with an electric dipole moment", *Phys. Rev. Lett.* **82** (20), (1999), 3932-3935.
- [12] G. Spavieri, "Phase (or gauge) invariance and  
new field-free Aharonov-Bohm effects", *Eur. Phys. J. D.* **37** (3), (2006), 327-334.

- [13] K. Sangster, E. A, et. al, "Measurement of the Aharonov-Casher phase in an atomic system", *Phys. Rev. Lett.* **71** (22), (1993), 3641-3644.
- [14] K. Sangster, E. A, et.al, "Aharonov-Casher phase in an atomic system", *Phys. Rev. A* **51** (3), (1995), 1776-1786.
- [15] R. C. Casella, "Nonlocal phase shifts induced by static electric fields in neutron interferometers when the path-enclosed charge vanishes", *Phys. Rev. Lett.* **65** (18), (1990), 2217-2220.
- [16] J. P. Dowling, C. P. Williams y J. D. Franson, "Maxwell duality, Lorentz invariance, and topological phase", *Phys. Rev. Lett.* **83** (13), (1999), 2486-2220.
- [17] G. Spavieri y M. Rodríguez, "Photon mass and quantum effects of the Aharonov-Bohm type", *Phys. Rev. A* **75** (5), (2007), 052113.
- [18] C. Fuchs, "Aharonov-Casher effects in massive-photon electrodynamics", *Phys. Rev. D.* **42** (8), (1990), 2940-2942.
- [19] Y. Aharonov, A. Casher, "Topological quantum effects for neutral particles", *Phys. Rev. Lett.* **53** (4), (1984), 319-321.
- [20] A. Cimmino et. al, "Observation of the topological Aharonov-Casher phase shift by neutron interferometry", *Phys. Rev. Lett.* **63** (4), (1989), 380-383.
- [21] G Spavieri, *Phys. Rev. Lett.* **81**, (1998) 1533.
- [22] G. Spavieri, "Quantum effect for an electric dipole", *Phys. Rev. A.* **59** (5), (1999), 3194-3199.
- [23] V. M. Tkachuk, "Quantum topological phase of an electric dipole circulating around a ferromagnetic wire", *Phys. Rev. A.* **62** (5), (2000), 052112.
- [24] G. Spavieri, J. Quintero, G. T. Gillies y M. Rodríguez, "A survey of existing and proposed classical and quantum approaches to the photon mass", *Eur. Phys. J. D.* **61**, (2011) 531-550.
- [25] G. Spavieri, G. T. Gillies, *Grav. Cosmol.* **16**, (2010) 251.
- [26] D. D. Ryutov, *Plasma Phys. Control. Fusion.* **49**