BAGAN KENDALI $|R|$ UNTUK PENGENDALIAN VARIABEL PROSES MULTIVARIAT

(Studi Kasus pada data Nilai Tukar Mata Uang Rupiah terhadap Mata Uang Asing Dollar Amerika Serikat, Euro dan Real UEA mulai pada tanggal 3 September 2012 sampai dengan 9 November 2012)

HUSEIN, M.A. [1], HERDIANI, E.T.[2] DAN SIRAJANG, N.[3]

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin (UNHAS), Jln. Perintis Kemerdekaan Km. 10 Makassar 90245, Indonesia

ABSTRAK

Metode Pengendalian mutu untuk variabilitas biasanya dilakukan dengan menggunakan W_i, G, dan $|\boldsymbol{S}|$. Statistik $|\boldsymbol{S}|$ memiliki keterkaitan dengan $|\boldsymbol{R}|$. Dengan demikian akan diselidiki bagan kendali $|R|$ yang berasal dari statistic $|\boldsymbol{S}|$. Hasil yang diperoleh akan diaplikasikan pada data kasus mata uang.

Kata Kunci : Variansi Sampel Yang Diperumum $|\boldsymbol{S}|$, standarisasi variabel, bagan kendali $|\boldsymbol{R}|$.

1. PENDAHULUAN

Pengendalian mutu statistik memperkenalkan dua macam pengendalian, yaitu pengendalian variabilitas dan pengendalian mean proses. Pengendalian variabilitas adalah melakukan sampling terhadap keluaran suatu proses untuk menjaga agar mutu proses tetap terjaga dan berada dalam kendali secara statistik. Sedangkan pengendalian mean proses ditandai dengan pemeriksaan terhadap material.

Pada paper ini akan dipelajari tentang pengendalian variabilitas menggunakan statistik $|\boldsymbol{R}|$ dengan tujuan untuk mendapatkan nilai dispersi dalam suatu pengendalian mutu. Metode statistik yang akan digunakan bernama multivariat dimana yang menjadi ukuran adalah *tendency central* yakni vector *mean* yang merupakan vektor dari rata-rata semua variabelnya, sedangkan yang menjadi ukuran dispersinya adalah matriks variansi kovariansi (Sudjana, 2005). Bagan kendali $|\boldsymbol{S}|$ terbentuk dari mean dan variansi yang didapatkan. Melalui sifat distribusi asimtotik dari $|\boldsymbol{S}|$, maka dapat dibangun bagan kendali $|R|$ yang merupakan standarisasi dari $\boldsymbol{S}$ dengan menggunakan matriks korelasi sampel untuk mendapatkan nilai dispersi dari data yang nantinya akan digunakan dalam membangun bagan kendali (Sindelar, 2007).

Pada paper ini akan diteliti mengenai bagan kendali $|\boldsymbol{R}|$ yang diperoleh dari hubungan antara $|\boldsymbol{S}|$dan $|\boldsymbol{R}|$. Hasilnya dapat diterapkan pada studi kasus data Nilai Tukar Mata Uang Rupiah terhadap Mata Uang Asing Dollar Amerika Serikat, Euro dan Real UEA mulai pada tanggal 3 September 2012 sampai dengan 9 November 2012

2. Bagan Kendali $|\boldsymbol{S}|$

Berdasarkan Teori Limit Pusat (TLP) terdapat hubungan: $Z = \frac{X-E(X)}{\sqrt{var(X)}} \sim N(0,1)$ dimana X adalah suatu peubah.

Apabila $X = |\boldsymbol{S}|$ maka $\frac{|\boldsymbol{S}|-E(|\boldsymbol{S}|)}{\sqrt{var(|\boldsymbol{S}|)}} \sim N(0,1)$

Sehingga

$|\boldsymbol{S}| - E(|\boldsymbol{S}|) \sim N(0, var(|\boldsymbol{S}|))$ dan

$|\boldsymbol{S}| \sim N(E(|\boldsymbol{S}|), var(|\boldsymbol{S}|))$

Dengan demikian $|\boldsymbol{S}|$ berdistribusi normal dengan *mean adalah* $E(|\boldsymbol{S}|) = b_1|\Sigma|$ dan *variansi* $Var(|\boldsymbol{S}|) = b_2|\Sigma|^2$, dimana:

$b_1 = \frac{1}{(n-1)^p}\prod_{k=1}^{p}(n-k)$

$b_2 = b_1\left\{\frac{1}{(n-1)^p}\prod_{k=1}^{p}(n-k+2) - b_1\right\}$

n = ukuran sampel

p = ukuran variabilitas

Selang kepercayaan untuk bagan kendalinya adalah:

$$-Z_{\frac{\alpha}{2}}\left(\sqrt{var(|S|)}\right) + E(|S|) \leq |S| \leq Z_{\frac{\alpha}{2}}\left(\sqrt{var(|S|)}\right) + E(|S|) \qquad (2.1)$$

Dengan $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ adalah nilai tabel dari $Z \sim (0,1)$

Sehingga diketahui,

$E(|S|) = b_1|\Sigma|$ dan

$Var(|S|) = b_2|\Sigma|^2$, sehingga untuk $\alpha = 0{,}0027$

$$b_1|\Sigma| - 3\sqrt{b_2|\Sigma|^2} \leq |S| \leq b_1|\Sigma| + 3\sqrt{b_2|\Sigma|^2}$$

Maka dapat dikatakan bahwa:

$b_1|\Sigma| + 3\sqrt{b_2|\Sigma|^2}$ =Batas Kendali Atas (BKA) dari $|S|$

$b_1|\Sigma| - 3\sqrt{b_2|\Sigma|^2}$ = Batas Kendali Bawah (BKB) dari $|S|$

Karena $E(|S|) = b_1|\Sigma|$, maka *UCL* dari $\frac{|S|}{b_1}$ merupakan penaksir tak bias dari $|\Sigma|$.

Dengan demikian, BKA atau *UCL* dari $|S|$ berdasarkan nilai taksiran dari $|\Sigma|$ adalah

$$\begin{aligned} b_1|\Sigma| + 3\sqrt{b_2|\Sigma|^2} &= b_1|\Sigma| + 3|\Sigma|\sqrt{b_2} \\ &= |S| + 3\frac{|S|}{b_1}\sqrt{b_2} \\ &= |S|\left\{1 + 3\frac{\sqrt{b_2}}{b_1}\right\} \qquad (2.2) \end{aligned}$$

Sedangkan untuk BKB atau *LCL* dari $|S|$ berdasarkan nilai taksiran dari $|\Sigma|$ adalah

$$\begin{aligned} b_1|\Sigma| - 3\sqrt{b_2|\Sigma|^2} &= b_1|\Sigma| - 3|\Sigma|\sqrt{b_2} \\ &= |S| - 3\frac{|S|}{b_1}\sqrt{b_2} \\ &= |S|\left\{1 - 3\frac{\sqrt{b_2}}{b_1}\right\} \qquad (2.3) \end{aligned}$$

Jadi bagan kendali dari $|S|$ adalah sebagai berikut:

$UCL = |S|\left\{1 + 3\frac{\sqrt{b_2}}{b_1}\right\}$

$CL = |S|$

$LCL = |S|\left\{1 - 3\frac{\sqrt{b_2}}{b_1}\right\}$ (Rumula, 2011).

3. Hubungan antara *S* dan *R*

Koefisien korelasi sampel, r_{ik}, adalah kovariansi sampel yang telah distandarisasi. Oleh karena itu, koefisien korelasi sampel, r_{ik}, juga dapat dipandang sebagai kovariansi sampel (Johnson dan Wiechern, p. 10). Schott, 1997 dalam Sindelar 2007, memberikan penjelasan mengenai hubungan antara **S** dan **R** ini. Misalkan $x_1, \dots, x_n$ suatu sampel acak dengan $x_i \sim N_m(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$, untuk setiap *i = 1, 2, ..., n*, dan misalkan **S** dan **R** merupakan matriks variansi kovariansi dan matriks korelasi yang dihitung pada sampel ini. Jika dinotasikan, $D_S^a = \text{diag}(s_{11}^a, \dots, s_{mm}^a)$, dimana *s* adalah sebuah matriks berukuran $m \times m$, maka matriks korelasi sampel dapat dinyatakan sebagai

$$\boldsymbol{R} = D_S^{-\frac{1}{2}} S D_S^{-\frac{1}{2}},$$

dan matriks korelasi untuk populasi diberikan dengan

$$P = D_\Sigma^{-\frac{1}{2}} \Sigma D_\Sigma^{-\frac{1}{2}},$$

Perhatikan bahwa jika didefinisikan $y_i = D_\Sigma^{-\frac{1}{2}} x_i$, kemudian $y_i, \dots, y_n$ suatu sampel acak dengan $y_i \sim N_m\left(D_\Sigma^{-\frac{1}{2}} \boldsymbol{\mu}, P\right)$. Jika S_* adalah matriks variansi kovariansi sampel yang dihitung dari y_i, maka

$$\boldsymbol{S}_* = D_\Sigma^{-\frac{1}{2}} \Sigma D_\Sigma^{-\frac{1}{2}},$$

$$D_{S_*}^{-\frac{1}{2}} = D_S^{-\frac{1}{2}} D_\Sigma^{\frac{1}{2}} = D_\Sigma^{\frac{1}{2}} D_S^{-\frac{1}{2}},$$

maka

$$D_{S_*}^{\frac{1}{2}} S_* D_{S_*}^{\frac{1}{2}} = D_S^{-\frac{1}{2}} D_\Sigma^{\frac{1}{2}} \left(D_\Sigma^{-\frac{1}{2}} S D_\Sigma^{-\frac{1}{2}} \right) D_\Sigma^{\frac{1}{2}} D_S^{-\frac{1}{2}}$$

$$= D_S^{-\frac{1}{2}} S D_S^{-\frac{1}{2}} = \boldsymbol{R} \qquad (3.1)$$

4. Bagan Kendali untuk $|\boldsymbol{R}|$

Apabila *p*=2, maka $|\boldsymbol{S}|$ berdistribusikan seperti chi-square. Namun untuk *p* > 2, Alt (1973) menyarankan untuk menggunakan pendekatan Anderson yakni:

$$P\left[-z_{\frac{\alpha}{2}} \le z \le z_{\frac{\alpha}{2}}\right] = 1 - \alpha,$$

Dimana diketahui:

$$\sqrt{n-1}\left(\frac{|\boldsymbol{S}|}{|\Sigma|} - 1\right) \sim N(0,2p) \; = \frac{\left(\frac{|\boldsymbol{S}|}{|\Sigma|} - 1\right)}{\sqrt{\frac{2p}{n-1}}} \sim N(0,1)$$

$$z = \frac{\left(\frac{|S|}{|\Sigma|} - 1\right)}{\sqrt{\frac{2p}{n-1}}} \sim N(0,1), \text{ maka}$$

$$P\left[-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\frac{|\mathbf{S}|}{|\mathbf{\Sigma}|} - 1}{\sqrt{\frac{2\mathrm{p}}{\mathrm{n}-1}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[-z_{\frac{\alpha}{2}}\left(\sqrt{\frac{2\mathrm{p}}{\mathrm{n}-1}}\right)(|\mathbf{\Sigma}|) + 1 \leq (|\mathbf{S}| - 1) + 1 \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\left(\sqrt{\frac{2\mathrm{p}}{\mathrm{n}-1}}\right)(|\mathbf{\Sigma}|) + 1\right] = 1 - \alpha \quad (4.1)$$

Sehingga,

$$P\left[|\Sigma_0|\left(1 - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right) \leq |\boldsymbol{S}| \leq |\Sigma_0|\left(1 + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right)\right] = 1 - \alpha \quad (4.2)$$

dimana Σ_0 adalah matriks variansi kovariansi *in-control*, $\boldsymbol{S}$ adalah matriks variansi kovariansi sampel, *p* menyumbangkan jumlah dari sifat mutu/kualitas,*n* adalah ukuran sampel, dan $z_{\alpha/2}$ adalah berasal dari distribusi normal standar.

$$UCL = |\Sigma_0|\left(1 + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right) \text{ dan} \quad (4.3)$$

$$LCL = |\Sigma_0|\left(1 - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right) \quad (4.4)$$

dimana variabel-variabelnya adalah seperti yang disebutkan diatas. Karena $\Sigma_0 = V^{1/2}\rho V^{1/2}$, dimana V merupakan diagonal dari matriks variansi kovariansi, maka dari itu $V^{1/2}$ adalah diagonal matriks dari standar deviasi dan ρ merupakan matriks korelasi untuk kondisi *in-control*, dengan mengganti kedalam persamaan (4.2) yakni

$$P\left[\left|V^{1/2}\rho V^{1/2}\right|\left(1 - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right) \leq \left|\hat{V}^{1/2}\boldsymbol{R}\hat{V}^{1/2}\right| \leq \left|V^{1/2}\rho V^{1/2}\right|\left(1 + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right)\right] = 1 - \alpha \quad (4.5)$$

dimana $\boldsymbol{R}$ adalah sampel matriks korelasi. Sekarang , jika $\boldsymbol{A}$ dan $\boldsymbol{B}$ adalah matriks bujur sangkar $k \times k$, dimana $\boldsymbol{S}$ dan $\boldsymbol{R}$ harus seperti itu, dan hal itu telah ditunjukkan bahwa $|\boldsymbol{AB}| = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$

Persamaan (4.5) akan berubah menjadi

$$P\left[\left|V^{1/2}\right||\rho|\left|V^{1/2}\right|\left(1-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right) \le \left|\hat{V}^{1/2}\right||\boldsymbol{R}|\left|\hat{V}^{1/2}\right| \le \left|V^{1/2}\right||\rho|\left|V^{1/2}\right|\left(1+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right)\right] = 1-\alpha \qquad (4.6)$$

Karena determinannya bersifat skalar dan telah diasumsikan bahwa, dalam kondisi *in-control*, matriks standar deviasi untuk sampel dan populasi adalah setara, dan ukuran sampelnya cukup besar, dibagikan oleh factor umum

$$P\left[|\rho|\left(1-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right) \le |\boldsymbol{R}| \le |\rho|\left(1+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right)\right] = 1-\alpha \qquad (4.7)$$

yang berarti bahwa bagan kendali untuk $|R|$ adalah

$$\boldsymbol{UCL} = |\rho|\left(1+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right) \text{ dan} \qquad (4.8)$$

$$\boldsymbol{LCL} = |\rho|\left(1-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2p}{n-1}}\right) \qquad (4.9)$$

Jadi sebuah bagan kendali dapat dibangun untuk korelasi berdasarkan bagan kendali variansi kovariansi $|S|$.

5. Studi Kasus pada data Nilai Tukar Mata Uang Rupiah terhadap Mata Uang Asing Dollar Amerika Serikat, Euro dan Real UEA mulai pada tanggal 3 September 2012 sampai dengan 9 November 2012

Pada studi kasus ini digunakan data Nilai Tukar Mata Uang Rupiah terhadap Mata Uang US Dollar, Euro, dan Real UEA. Dengan $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_{10}$ adalah nilai rataan vektor dari minggu pertama sampai minggu kesepuluh, $\boldsymbol{S_1}, \boldsymbol{S_2}, \ldots, \boldsymbol{S_{10}}$ adalah matriks variansi kovariansi dari minggu pertama sampai minggu kesepuluh, $\boldsymbol{R_1}, \boldsymbol{R_2}, \ldots, \boldsymbol{R_{10}}$ adalah matriks korelasi p dari minggu pertama sampai minggu kesepuluh dan $\boldsymbol{R_{11}}, \boldsymbol{R_{12}}, \ldots, \boldsymbol{R_{16}}$ matriks korelasi dari minggu kesebelas sampai minggu keenam belas.

Tabel 1. Nilai *Generalized Sample Variance of the Standarized Variables* dan Batas Kendali pada masing-masing Nilai Tukar Mata Uang Asing mulai dari minggu pertama sampai minggu kesepuluh (3 September 2012 – 9 November 2012).

Minggu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lvert R\rvert$	0.0002 274	4.69E-07	3.03E-06	0.0003 15	4.80E-07	0.0004 646	0.00057 98	2.47E-07	9.81E-05	0.0010 574

Maka Bagan Kendali |R| untuk data pendahuluan yang didapatkan adalah

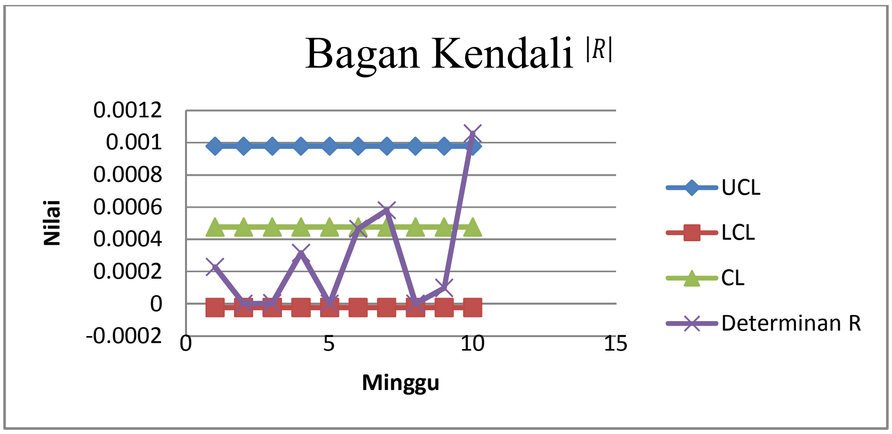
UCL = 0.000977321

CL = 0.000476793

LCL = -2.37354E-05.

Hasil pengontrolan nilai dari $|R|$ untuk setiap minggu dapat diamati dari bagan dibawah ini:

Gambar 1: *Bagan Kendali* $|R|$ *untuk data pendahuluan dengan UCL* = 0.000977321 *dan LCL* = -2.37354E-05.



Dari hasil gambar 3 diatas terlihat bahwa data pada minggu kesepuluh berada diluar batas kendali atas atau disebut sebagai *data out of control*. Karena data minggu kesepuluh berada diluar batas kendali maka data tersebut dibuang dan dilakukan pengolahan kembali untuk menentukan *UCL* dan *LCL* yang baru tanpa mengikutkan data dari minggu kesepuluh.

Rata-rata dari matriks korelasi sampelnya adalah

$$\bar{\boldsymbol{R}} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{R_i} = \frac{1}{10}(\boldsymbol{R_1} + \boldsymbol{R_2} + \boldsymbol{R_3} + \boldsymbol{R_4} + \boldsymbol{R_5} + \boldsymbol{R_6} + \boldsymbol{R_7} + \boldsymbol{R_8} + \boldsymbol{R_9})$$

Dan nilai determinan rata-rata dari matriks korelasi sampel setelah membuang data minggu kesepuluh adalah:

$$|\bar{\boldsymbol{R}}| = \begin{vmatrix} 1 & -0.057751216 & 0.999835913 \\ -0.057751216 & 1 & -0.060640996 \\ 0.999835913 & -0.060640996 & 1 \end{vmatrix} = 0.000318647$$

Maka:

$\boldsymbol{UCL} = 0.000653156$

$\boldsymbol{CL} = |\overline{\boldsymbol{R}}| = 0.000318647$

$\boldsymbol{LCL} = -0.00000158627$

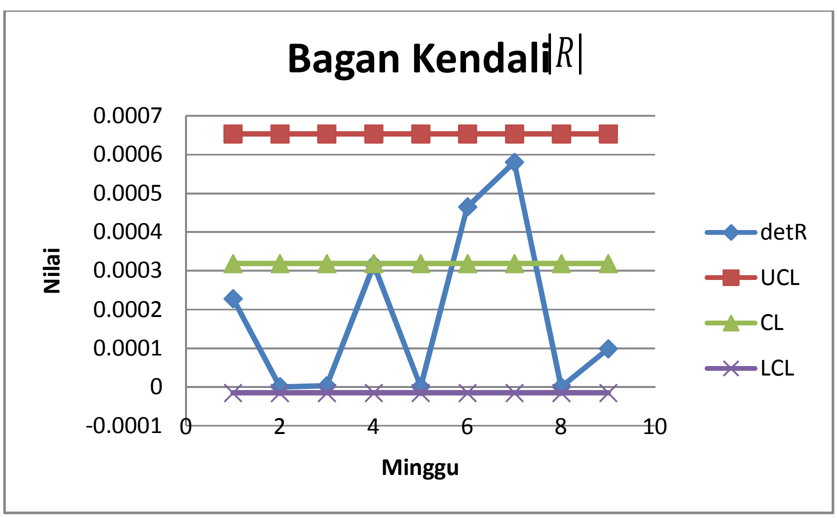
Kemudian nilai batas kendali ini akan dibuat menjadi bagan kendali dengan memasukkan nilai $|R|$ pada masing-masing nilai tukar mata uang asing mulai dari minggu pertama sampai minggu kesembilan (3 September 2012 – 2 November 2012) sebagai data pendahuluan.

Tabel 2. Nilai *Generalized Sample Variance of the Standarized Variables* dan Batas Kendali pada masing-masing Nilai Tukar Mata Uang Asing mulai dari minggu pertama sampai minggu kesembilan (3 September 2012 – 2 November 2012).

Minggu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lvert R\rvert$	0.0002274	4.69E-07	3.03E-06	0.000315	4.80E-07	0.0004646	0.0005798	2.47E-07	9.81E-05	0.0010574

Hasil pengontrolan nilai dari $|R|$ untuk setiap minggu dapat diamati dari bagan dibawah ini:

Gambar 2*: Bagan Kendali* $|R|$*untuk data pendahuluan dengan UCL* =0.000653156 dan *LCL* = -1.58627E-05



Dari hasil gambar 4 diatas terlihat bahwa pada Nilai Tukar Mata Uang Asing terhadap Mata Uang Rupiah pada minggu pertama sampai minggu kesembilan (3 September 2012 – 2 November 2012) berada dalam kendali dengan nilai batas kontrol atas sebesar 0.000653156 dan batas kontrol bawah sebesar -1.58627E-05. Hal ini menunjukkan bahwa nilai $|R|$ pada data pendahuluan berada dalam wilayah pengontrolan. Karena semua data masuk dalam wilayah pengontrolan, maka bagan kendali ini dapat dijadikan acuan untuk *data monitoring*.

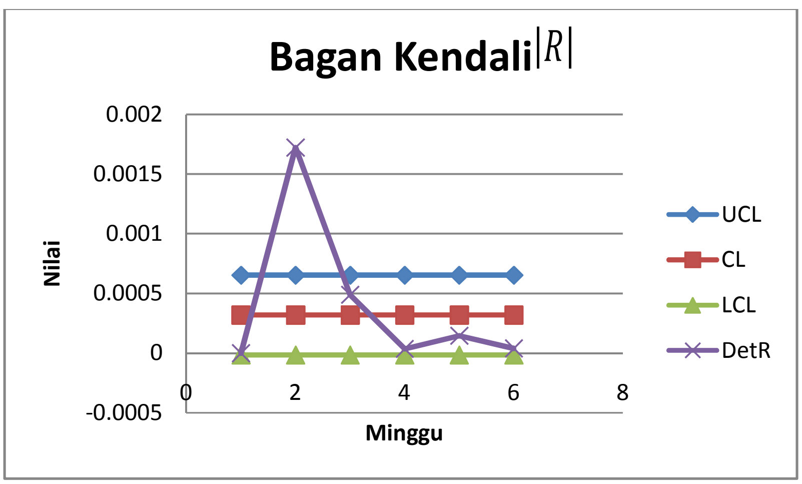
Selanjutnya akan dilihat apakah *data monitoring* masih mengikuti bagan kendali, dalam hal ini terkontrol atau tidak. Data yang digunakan sebagai *data monitoring* adalah Nilai Tukar Mata Uang Asing: Dollar Amerika serikat, Euro, dan Real UEA, terhadap Mata Uang Rupiah selama lima minggu mulai pada tanggal 12 November 2012 sampai 14 Desember 2012. Dan nilai determinan matriks korelasi sampel $|R|$dapat dilihat pada lampiran 7.

Tabel 3. Nilai *Generalized Sample Variance of the Standarized Variables* dan Batas Kendali *data monitoring* pada masing-masing Nilai Tukar Mata Uang Asing mulai dari minggu ke-11 sampai minggu ke-16 (12 November 2012 – 21 Desember 2012)

Minggu	1	2	3	4	5	6
$\lvert R\rvert$	4.90E-16	0.001721	0.000489	3.45E-05	0.000146	3.96E-05

Hasil pengontrolan nilai dari $|R|$ untuk minggu monitoring dapat diamati dari bagan dibawah ini:

Gambar 3: *Bagan Kendali* $|R|$*untuk data monitoring dengan UCL*=0.000653156 *dan LCL* = -1.58627E-05



Dari hasil gambar 5 diatas menunjukkan bahwa pada minggu ke-12 terdapat *data out-of-control* yang berarti dispersi multivariat Nilai Tukar Mata Uang Rupiah terhadap Mata uang Asing Dollar Amerika Serikat, Euro, dan Real UEA pada minggu tersebut lebih tinggi dibandingkan yang lainnya dan melebihi batas pengendalian, sebaliknya data pada minggu ke-11, 13, 14, 15, dan 16 menunjukkan *in-control* yang berarti Nilai Tukar Mata Uang Rupiah terhadap Mata uang Asing Dollar Amerika Serikat, Euro, dan Real UEA pada minggu tersebut memiliki dispersi yang sama.

6. Kesimpulan

Distribusi asimtotik dari $|S|$ adalah Distribusi Normal dengan *mean* 0 dan *variansi* 2p. *Data monitoring* menunjukkan bahwa terdapat data yang *out-of control* pada minggu ke-12 yaitu pada tanggal 19 sampai 23 November 2012 yang berarti Dispersi Multivariat Nilai Tukar Mata Uang Rupiah terhadap Mata uang Asing Dollar Amerika Serikat, Euro, dan Real UEA pada minggu tersebut lebih tinggi dibandingkan yang lainnya dan melebihi batas pengendalian, sebaliknya data pada minggu ke-11, 13, 14, 15, dan 16 menunjukkan *in-control* yang berarti Nilai Tukar Mata Uang Rupiah terhadap Mata uang Asing Dollar Amerika Serikat, Euro, dan Real UEA pada minggu tersebut memiliki dispersi yang sama. Pada pembentukan bagan kendali $|R|$ perlu dikembangkan penentuan batas kendali dari $|R|$ melalui distribusi R dimana R adalah matriks korelasi sampel

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anderson, T., 2003, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis,*3th ed., John Wiley & Sons, New York.

[2] Giri, N.C., 2004, *Multivariate Statistical Analysis*, 2th ed., Marcel Dekker, New York.

[3] Hogg, R.V., dan Craig, A. T., 1978, *Introduction to Mathematical Statistics*, 4th ed., Macmillan Publishing, New York.

[4] Mason, R. L., and J. C. Young, 2002, *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications*, ASA SIAM, United State of America.

[5] Musyafa, dkk., 2007, *http://personal.its.ac.id/files/pub/4909-musyafa-ep-katerin-imam-ali-penelitian%20-isi.pdf*

[6] Montgomery, D., 2009, *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th ed., John Wiley & Sons, New York.

[7] Phatak. *http://eprints.utm.my/2795/1/74215.pdf.*

[8] Rencher, A.C., 2002, *Methods of Multivariate Analysis*, 2th ed., John Wiley & Sons, New York.

[9] Rumula, E., 2011, Distribusi Asimtotik dari *Generalized Sample Varince* dan Aplikasinya. *Skripsi*. Jurusan Matematika. FMIPA. Universitas Hasanuddin. Indonesia.

[10] Sindelar, Mark F. 2007. *Multivariate Statistical Proses Control For Correlation Matrices*. Pittsburgh : University of Pittsburgh.Yen, Chia-Ling. Dan Horng Shiau, Jyih-Jen. 2010. *Multivariate Control Chart For Detecting Increases In Process Dispersion.* Natural Chiao Tung University.

[11] Yang, K. dan Jayant. T., 2004, *Multivariate Statistical Methods in Quality Management*, McGraw Hills, New York.