２関連標本ノンパラメトリック統計と管理会計情報

斎　藤　孝　一

◆キーワード：
マクネマーの検定（McNemar test）　符号検定（sign test）　ウィルコクソンの検定（Wilcoxon test）　ウォルシュの検定（Walsh test）　ランダム化検定（randomization test）

Ⅰ　２標本統計的検定の意義とパラメトリック統計の制約

二つの処理が異なるかどうか，あるいは一方の処理が他方の処理より良いかどうかを立証したいとき２標本統計的検定が用いられる。すなわち，２グループを比較した場合に，その差異が各グループの処理の違いではなく，外生的差異による場合があり，このようなグループ間の外生的差異による影響を取り除くために２組の関連標本を使用するのである。

２組の関連標本のデータを分析するための通常のパラメトリック手法は，差のスコアへｔ検定を適用することである。差のスコアは各対比の２成員についての２スコアからまたは２条件のもとでの各被験者の２スコアから得られる。ｔ検定ではこのような差のスコアはその標本がぬかれた母集団について独立に正規分布をすると仮定し，またそれは少なくとも間隔尺度で測られているとされる。しかしながら次のような場合ｔ検定は適用できない[1)]。

(a)　t 検定の仮定及び要件がデータに対して非現実的である。

(b)　仮定を置いたり要件をテストするのを避けて，結論に広範な一般性を与えたい。

(c)　対比間の差は，スコアとして表わされるのではなく，符号として表わされる（すなわち任意の対のどちらかの成員は他より大きいということはできるが，どの程度大きいかということはできない。）

(d)　スコアは分類的である（すなわち対比の2成員は同一の類へ反応するか全く異なる類へ反応するかのいずれかであるが，どんな順序や量的関係にもない)。

本稿は2組の関連標本のノンパラメトリック検定の管理会計情報への適用についての小論である。

II　2組の関連標本のノンパラメトリック統計の方法と特徴

2組の関連標本（対比された対が使われる計画）の場合の五つのノンパラメトリック検定が適用される場合の条件は次の通りである。[2)]

(1)　マクネマーの検定を除く4つの検定（符号検定，ウィルコクソンの検定，ウォルシュの検定，ランダム化検定）は，スコアの基礎にある変量が連続分布を持つことを仮定している。

(2)　マクネマーの検定

マクネマーの検定は条件の1つあるいは両方が名義尺度で測定されている時に使える。2組の関連標本の場合にマクネマーの検定は名義尺度で測定されたデータに対して唯一のものである。すなわち，「より大きい」といった型の相互関係のない分離されたカテゴリによって分類できるだけであるようなデータが度数で示されている時に使われるべきである。

連続変量の仮定が不必要であるのは，この検定がP＝Q＝1/2，N＝変化の数とした二項分布による検定と同等であるからである。

(3)　符 号 検 定

対の順序的測定が可能ならば（すなわち対の1成員が同一対の他の成員のスコアより大であるとして順位づけできるならば），符号検定が適用可能である。すなわち変量にはそのもとに連続性があるが，極めて粗い方法でしか測ることができないようなデータに対して符号検定は有効である。

(4)　ウィルコクソンの検定

測定が順序尺度でなされているときにはウィルコクソンの検定が使われるべきである。すなわち，さまざまな対比された対に対して観測された差に意味のある順位づけができれば適用可能である。

(5)　ウォルシュの検定

標本がぬかれたもとの母集団が対称かつ連続であると仮定できればNが15あるいはそれ以下の場合にウォルシュの検定が適用できる。この検定は少なくとも間隔尺度の測定法を要求する。

(6)　ランダム化検定

ランダム化検定は計算可能である程度にNが十分小さく変量についての測定が少なくとも間隔尺度である時に用いられるべきである。

以下に示すのは各検定方法の特徴である。[3]

1．マクネマーの検定：同一個体からの反応を調べる場合で，測定法が名義尺度あるいは順序尺度のいずれかの強さであり，ある事柄について移動の影響を検定する場合に適用される。

すなわち，同一個体のある観測された変化の顕著性を検定するために，同一個体からの反応の第1集合，第2集合を表わす度数の4重表を作る。そこ

図1　マクネマーの検定の4重表

		後 −	後 +
前	+	A	B
前	−	C	D

では，プラスおよびマイナスが異なる反応を示すために使われる。

第１反応，第２反応間の変化を示す場合がＡ及びＤに現われている。すなわちある個体が＋から−へ変化したならばＡに割り当てられ，−から＋へ変化したならばＤに割り当てられる。変化が観測されない場合，前後とも＋ならばＢに割り当てられ，前後とも−ならばＣに割り当てられる。したがって，Ａ＋Ｄが変化の総数を表わすので帰無仮説のもとでの期待値は，$\frac{1}{2}(A+D)$が１方向に変化したとき，$\frac{1}{2}$（Ａ＋Ｄ）が他方向に変化したときということになる。換言すれば，$\frac{1}{2}$（Ａ＋Ｄ）はＡ及びＤにおける帰無仮説のもとでの期待度数である。いま，

Oi＝第ｉカテゴリにおける場合の観測数

Ei＝第ｉカテゴリにおける帰無仮説のもとでの場合の期待数とすると、

$$x^2=\sum_{i=1}^{K}\frac{(Oi-Ei)^2}{Ei} \quad (1.\ 1)$$

である。また，マクネマーの検定では，ＡおよびＤにだけ関心があるので，

Ａ＝Ａにおける場合の観測数

Ｄ＝Ｄにおける場合の観測数

$\frac{1}{2}$（Ａ＋Ｄ）＝Ａ及びＤにおける場合の期待数

とすると，

$$x^2=\sum_{A,D}\frac{(O-E)^2}{E} \quad (1.\ 2)$$

$$=\frac{\left(A-\frac{A+D}{2}\right)^2}{\frac{A+D}{2}}+\frac{\left(D-\frac{A+D}{2}\right)^2}{\frac{A+D}{2}}$$

展開項を集めて，

$$x^2=\frac{(A-D)^2}{A+D},\ df=1 \quad (1.\ 3)$$

式（1．3）によって与えられたx^2の帰無仮説のもとでの標本分布は，df＝1のカイ2乗として近似的に分布する。

さらに式（1．4）を用いて連続補正を行うことによって，式（1．3）による標本分布のカイ2乗分布への近似は良くなる。連続補正は離散分布を近似するために用いられ，誤差の原因を除くために行われる。

$$x^2=\frac{(|A-D|-1)^2}{A+D},\ df=1 \quad (1.\ 4)$$

式（1．4）から計算されたx^2の任意の観測値の有意性は，1から30までの自由度に対するカイ2乗の臨界値の表により決定される。また期待度数すなわち1/2（A＋D）が5より小さいならばマクネマーの検定よりも2項検定が使われるべきである。2項検定に対してはN＝A＋D，x＝AまたはDのうち観測度数の小さい方で計算される。

2．符号検定

データとして量的測度より正または負の符号を用いることから符号検定と呼ばれる。量的測定が不可能で各対の2成員相互に順位づけが可能であるような場合，すなわち順序尺度の場合に有用である。この検定におかれる唯一の仮定は変量が連続分布を持つということである。差の分布型にどのような仮定も設けないし，被験者のすべてが同一母集団からぬかれることも仮定しない。関連する外生変量に関しては対等な対づくりがなされていなければならない。

X_A＝ある条件での（または処理後の）判断あるいはスコア

X_B＝別の条件での（または処理後の）判断あるいはスコア

とすれば，符号検定によって検定される帰無仮説は，

$$P(X_A>X_B)=P(X_A<X_B)=1/2$$

である。帰無仮説の別の表し方は「差の中央値は0である」ということである。

すなわち，符号検定を適用する際には，差の符号が正か負かに注目する。帰無仮説のもとでは，$X_A > X_B$ の数が $X_A < X_B$ の数に等しい。

N≦25の場合，＋及び－の特殊な数の生起に関連する確率は，P＝Q＝1/2を持つ２項分布を参照して決定される。Nは対の数であるが，対比されている対に差がなければ分析から除かれ，Nは減少する。「二項検定においてｘの観測値と同程度小さい値に関連する確率の表」を使用するがｘは少ない方の符号の数である。

N＞25の場合，二項分布へ正規近似を使うことができる。この分布は，

$$平均 = \mu_x = NP = \frac{1}{2}N$$

$$標準偏差 = \sigma_x = \sqrt{NPQ} = \frac{1}{2}\sqrt{N}$$

したがって，Ｚの値は，

$$Z = \frac{x - \mu x}{\sigma x} = \frac{x - \frac{1}{2}N}{\frac{1}{2}\sqrt{N}} \quad (1.\ 5)$$

によって与えられる。また，式（1．5）は，連続補正をすることによってより正規分布に近似する。すなわち，

$$Z = \frac{(x \pm 0.5) - \frac{1}{2}N}{\frac{1}{2}\sqrt{N}} \quad (1.\ 6)$$

ただし，ｘ＋0.5はＸ＜1/2Ｎのとき，ｘ－0.5はｘ＞1/2Ｎのときに使用される。このＺの値は平均０，分散１の正規分布をするとみなされるので，Ｚの有意性は「正規分布におけるＺの観測値と同程度極端な値に関連する確率の表」を参照することによって決定することができる。

３．ウィルコクソンの検定

「符号検定」では対の差の向きについての情報を単純に利用している。差の向きと同程度に相対的な大きさも考慮に入れるならば，一層強力な検定を行うことができる。ウィルコクソンの検定は次の手順に従う。

(1) d_i＝対比された対に対する差のスコア，つまり2つの処理のもとでの対のスコア間の差を表している。各対は一つの d_i を持つ。

(2) 正と負の符号に関係なく d_i のすべてを順位づける。最小の d_i に1を，次に小さい d_i に2を，以下順次同様な順序づけを行う。

(3) 次に，各順位へ差の符号をつける。すなわちどの順位が負の d_i から起こり，どの順位が正の d_i から起こったかを表示する。

(4) 処理A及び処理Bが同等であるならば，すなわち帰無仮説が正しいのであれば，正の符号を持つ順位の和と負の笠号を持つ順位の和はほぼ等しい。しかし，正の順位の和が負の順位の和とはなはだしく異なるならば，処理Aは処理Bと異なると推測されるので帰無仮説は棄却される。すなわち，負の d_i に対する順位の和かまたは正の d_i に対する順位の和のどちらかが極めて小さければ帰無仮説を棄却する。

(5) 「符号検定」と同じように，任意の対の二つのスコアが等しくなる場合，すなわち2処理間の差が認められないとき，$d＝0$ である。このとき，このような対は分析から落とされる。したがって，

N＝対比される対の数－（$d＝0$ であるような対の数）

(6) 2つ以上のdが同じ大きさである場合，次の様な方法で同一順位を割り当てる。たとえば3つの対が－1，－1，＋1のdであったとき，（1＋2＋3）／3＝2によって順位の平均を計算し，各対には等しく順位2を割り当てる。次の順位は4ということになる。

N≦25の場合

T＝同じ符号を持った順位の小さい方の和，すなわち正の順位の和と負の順位の和のどちらか小さい方を決定する。「ウィルコクソンの対比された対の符号化順位検定の臨界値の表」はさまざまなTの値とそれに関連する有意水準を与える。すなわち，観測されたTがN個の観測値に対するある定まった有意水準のもとで「ウィルコクソンの対比された対の符号化順位検定の臨界値の表」に与えられる値に等しいかそれより小であれば，帰無仮説はその有意水準で棄却される。

N＞25の場合は「ウィルコクソンの対比された対の符号化順位検定の臨界値の表」を使うことができない。しかし，このような場合に，順位の和Tは実用的には，

$$平均 = \mu_T = \frac{N(N+1)}{4}$$

$$標準偏差 = \sigma_T = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

を持つ正規分布に従うことが知られている。それゆえ，

$$Z = \frac{T-\mu_T}{\sigma_T}$$

$$= \frac{T-\dfrac{N(N+1)}{4}}{\sqrt{\dfrac{N(N+1)(2N+1)}{24}}} \quad (1.\ 7)$$

は近似的に平均0，分散1の正規分布をする。

4．ウォルシュの検定

2組の関連標本について観測した差のスコアが対称分布の母集団からぬかれたものであると仮定できるならば，ウォルシュの検定を使用できる。

仮定は d_i がパラメトリックなt検定の仮定である正規母集団からであるというのではなく，また同一集団からでなければならないということでもないことに注意する。この検定が仮定していることは母集団が対称分布であるということである。そこでは平均値は中心的傾向の正確な表示であり，中央値に等しくなっている。ウォルシュの検定には少なくとも間隔尺度の測定法が要求される。

ウォルシュの検定を使うためには，はじめに，N個の対の各々に対して差のスコア（d_i）を求める。各dの符号を考慮に入れて，このような d_i を大き

さの順序に配列する。すなわち d_1＝最小の差のスコア（負の値の d），d_2＝次に小さい差。以下同様にして，$d_1 \leqq d_2 \leqq d_3 \leqq d_4 \cdots \leqq d_N$ となる。

帰無仮説はこのような d_i が中央値＝0の母集団（あるいは共通の中央値＝0の母集団のグループ）からぬかれたということである。

対称分布においては平均値と中央値は一致する。ウォルシュの検定では d_i が対称分布を持つ母集団からのものであると仮定する。それゆえ，帰無仮説は差のスコアの平均 μ_0 はゼロであるということである。両側検定に対して H_1 は $\mu_1 \neq 0$ である。片側検定に対して H_1 は $\mu_1 > 0$ か $\mu_1 < 0$ である。「ウォルシュの検定に対する臨界値の表」がウォルシュの検定のもとでのさまざまな結果の有意性を決定するために使われる。

5．ランダム化検定

ランダム化検定では観測データの生起に関連する帰無仮説のもとでの正確な確率を求めることができ，また正規性及び同一分散などのあらゆる仮定をおかずに検定を行うことができる。ある条件のもとではランダム化検定はノンパラメトリックな手法の中で最強力であり，また測定法が正確なのでスコアの値が数的な意味をもつ時にはいつでも適用可能である。

帰無仮説が正しい場合2条件へランダムな割り当てを行うのであるから H_0 のもとでは観測されるあらゆる差のスコアは同様な確からしさで逆の符号を持ちえる。たとえば，観測した差のスコアの標本数が8である場合，2^8＝256通りの同様に確からしい結果があって，観測する一つはそのなかの一つである。可能な結果のそれぞれにたいして差の和 $\sum d_i$ がある。256の $\sum d_i$ の多くは H_0 が真であれば0の近くにあり，わずかの $\sum d_i$ が0から離れている。このような組合せに対して符号のほとんどすべてが正か負のどちらかの場合がある。それは，一つの処理のもとでの母平均が他の処理のもとでの母平均を越えている場合である。すなわち，H_0 が偽りであるときに期待される組合せである。

ある H_i に対して H_0 を検定しようとする場合，$\sum d_i$ が最も大きくなるよう

な組合せからなる棄却域を組み立てる。$\alpha=0.05$とする場合，棄却域は$\sum d_i$の最も極端な値を含む可能な組合せのうちの５％からなる。前述の256の通りの場合，0.05×256＝12.8であるから，棄却域はこの12の最も極端な可能な結果からなる。帰無仮説のもとでこのような12の極端な結果の一つが実際に観測される確率は12/256＝0.047である。実際に棄却域に含まれているこのような極端な結果の一つが観測されれば，H_1を支持して，H_0を棄却する。

対の数が大きいとき，すなわち$N \geqq 13$の場合ランダム化検定は計算上の繁雑さのためにウィルコクソンの検定が用いられる。また，$N \geqq 25$であって，差が小さな変動を示すならば，すなわち，

$$\frac{dmax^2}{\Sigma d_i^2} \leqq \frac{5}{2N}$$

（ただし，$dmax^2$は最大観測値の２乗）

であれば，中心極限定理が保証されることが期待でき，

平均＝０

標準偏差＝$\sqrt{\Sigma d_i^2}$

をもって$\sum d_i$が近似的に正規分布することが期待できる。

したがって，

$$Z=\frac{\Sigma d_i-\mu}{\sigma}=\frac{\Sigma d_i}{\sqrt{\Sigma d_i^2}} \quad (1.\ 8)$$

は，近似的に平均０，分散１を持つ正規分布をする。

Ⅲ　手順の要約

２関連標本ノンパラメトリック統計の検定は要約すれば次のような手順になる。[4)]

１．マクネマーの検定の計算手順

(1). 下の表に例示されるような形の4重表に観測度数を分類する。

図2　マクネマーの検定の4重表

		後	
		−	+
前	+	A	B
	−	C	D

(2). 次式によってA及びDにおける期待度数を決定する。

$$E=\frac{1}{2}(A+D)$$

期待度数が5より小さければマクネマーの検定よりも2項検定の方がよい。

(3). 期待度数が5またはそれよりも大きければ,

$$x^2=\frac{(|A-D|-1)^2}{A+D}$$

を用いて x^2 の値を計算する。

(4). カイ二乗の臨界値の表を参照してカイ二乗の観測値と同程度大きな値に関する帰無仮説のもとでの確率を決定する。片側検定が要求されているのであれば,表に与えられている確率を半分にする。

df＝1の x^2 の観測値に対してカイ二乗の臨界値の表に示されているpが α に等しいかそれより小であれば,H_1 を支持して H_0 を棄却する。

2．符号検定の手順の要約

(1)　それぞれの対の2成員間の差の符号を決める。

(2)　N＝差が正か負の符号を示すような対の数,を数える。

(3)　xの観測値と同程度末端の値の帰無仮説のもとでの正規に関連する確率を決定するための方法はNの大きさに依存する。

a．N≦25の場合,「二項検定において,xの観測値と同程度小さい値に関

連する確率の表」がx＝少ない方の符号の数，の観測値と同程度小さな値に関連する片側のpを示す。両側検定に対してはこのPの値を2倍する。

b．N＞25の場合，式（1．6）を使ってZの値を計算する。「正規分布におけるZの観測値と同程度極端な値に関連する確率の表」が片側のPを与える。両側検定に対してはこのPの値を2倍する。

(4) 以上の決定によって生じたPがαに等しいかまたはそれより小であれば帰無仮説を棄却する。

3．ウィルコクソンの検定の手順の要約

(1) 各対比された対に対して，2つのスコア間の符号づけられた差d_iを決定する。

(2) 符号に関係なくd_iを順序づける。タイのあるd_iについてはタイのある順位の平均を割り当てる。

(3) dの符号（＋または－）を各順位へつける。

(4) T＝同一符号の順位の和の小さい方，を決定する。

(5) N＝符号を持つdの総和，を数えて決める。

(6) Tの観測値の有意性を決定するための手続はNの大きな差に依存する。

a．N≦25の場合，「ウィルコクソンの対比された対の符号化順位検定の臨界値の表」がNのさまざまな大きさに対するTの臨界値を示す。Tの観測値が特定の有意水準およびNに対して表に与えられている値に等しいかそれより小であれば帰無仮説をその有意水準で棄却しうる。

b．N＞25の場合，式（1．7）によって定義されているようなZの値を計算する。「正規分布におけるZの観測値と同程度極端な値に関連する確率の表」を参照して，帰無仮説のもとでその関連確率を決定する。両側検定に対しては示されているPを2倍する。このようにして得られたPがαに等しいかそれより大であれば帰無仮説を棄却する。

4．ウォルシュの検定の手順の要約

(1) 各対比されている対に対して符号を持った差のスコア d_i を決定する。

(2) 対比されている対の数，Nを決定する。

(3) 増加の大きさ順序に d_1 から d_N へ d_i を配列する。この順位づけにおいてdの符号も考慮に入れる。したがって，d_1 は負の絶対値最大のものであり，d_N は正の最大のものである。

(4) d_1，d_2，d_3，…d_N の観測値について H_1 を支持し，帰無仮説が棄却できるかどうかを決定するために「ウォルシュの検定に対する臨界値の表」を調べる。

5．ランダム化検定手順の要約

(1) N≦12又は測定法が少なくとも間隔尺度であるとき，ランダム化検定を使うことができる。

①さまざまな d_i の値及びその符号を観測する。

②このような値に対して H_0 のもとでの可能な結果の数 2^N を決める。

③棄却域内の可能な結果の数（α）（2^N）を決める。

④最も大きな $\sum d_i$ を持つような可能な結果を選び出して，棄却域の中にある可能な結果を確認する。片側検定に対しては，棄却域内の結果は1方向（正か負のいずれか）にあるすべてである。両側検定に対しては棄却域内にある結果の半分は最も大きな正の $\sum d_i$ を持つものであって，またその半分は絶対値が最も大きな負の $\sum d_i$ を持つものである。

⑤観測された結果が棄却域内にあるかどうかを決める。棄却域内にあれば，H_1 を支持して H_0 を棄却する。

(2) N≧13である場合，ウィルコクソンの検定がランダム化検定よりも推奨される。N≧25であり，差が小さな変動を示すならば，すなわち，

$$\frac{dmax^2}{\Sigma di^2} \leqq \frac{5}{2N}$$

（ただし，$dmax^2$ は最大観測差の２乗）

であれば，式（1．8）を使った近似も使うことができる。

Ⅳ　符号検定の適用

ある企業が研修用にソフトウエアをトレーニング計画に導入することを考えている[5)]。この企業の25人の管理職がこのソフトウエアについて１～10の範囲で評価するように求められた。その結果が表１に示されている。

表１　ソフトウェア評価のための管理職のスコア

管理職	ソフトＡ	ソフトＢ	差の向き	符号	差 d
1	6	8	$X_A < X_B$	−	-2
2	7	9	$X_A < X_B$	−	-2
3	5	8	$X_A < X_B$	−	-3
4	6	7	$X_A < X_B$	−	-1
5	3	2	$X_A > X_B$	＋	1
6	4	5	$X_A < X_B$	−	-1
7	4	9	$X_A < X_B$	−	-5
8	1	3	$X_A < X_B$	−	-2
9	6	3	$X_A > X_B$	＋	3
10	4	6	$X_A < X_B$	−	-2
11	5	2	$X_A > X_B$	＋	3
12	2	7	$X_A < X_B$	−	-5
13	9	9	$X_A = X_B$	0	tie
14	0	8	$X_A < X_B$	−	-8
15	5	1	$X_A > X_B$	＋	4
16	4	5	$X_A < X_B$	−	-1
17	1	2	$X_A < X_B$	−	-1
18	2	4	$X_A < X_B$	−	-2
19	7	7	$X_A = X_B$	0	tie
20	3	6	$X_A < X_B$	−	-3
21	8	3	$X_A > X_B$	＋	5
22	4	9	$X_A < X_B$	−	-5
23	6	8	$X_A < X_B$	−	-2
24	2	2	$X_A = X_B$	0	tie
25	9	1	$X_A > X_B$	＋	8

注：ソフトＡとＢの数字のみ J. P. Dickson（1990）p. 135を参照。

i　H_0: ソフトウエアAとBには差がない（差の中央値は0である)。H_1: ソフトウエアAよりBの方が優れている（差の中央値は負である)。

ii　統計的検定：対比する対についての評価尺度は順序尺度であるので符号検定を用いる。

iii　有意水準：$\alpha=0.05$とする。$N=22$。

iv　標本分布：xと同程度小さい値の生起の関連確率は，$P=Q=1/2$に対する二項分布によって与えられる。関連確率は「二項検定においてxの観測値と同程度小さい値に関連する確率の表」に与えられる。

v　棄却域：H_1が差の向きを予測しているので棄却域は片側である。それはH_0のもとでの生起の片側の関連確率が$\alpha=0.05$に等しいかそれより小であるxの値のすべてからなる（ただし，予測は負が優勢であって，xは少ない方の数であるから$x=$正の数$=6$)。

vi　表1のデータに対して$x=6$（少ない符号の数)，$N=22$（差を示した対比された対の数)。「二項検定においてxの観測値と同程度小さい値に関連する確率の表」は$N=22$に対して$x\leqq 6$であるのは$p=0.026$のH_0のもとでの生起の片側確率を持つことを示している。この値は$\alpha=0.05$に対する棄却域の中にあるので，H_1を支持してH_0を棄却する。すなわちソフトウエアBはAよりすぐれている。

V　ウィルコクソンの検定の適用

購入を検討している機械が二つある。[6] 試田期間中に14人が二つの機械を使用し，アウトプットを記録する。その結果は表2に示されている。

i　H_0: 機械Aと機械Bの生産能力は同じ（正の順位の和＝負の順位の和）
H_1: 機械Aと機械Bの生産能力は異なる（正の順位の和≠負の順位の和）

ii　統計的検定：2組の関連標本を採用し，絶対値の大きさの順序で順位づけられる差のスコアを生ずるものであるからウィルコクソンの対比された対の符号か順位検定が選ばれる。

iii　有意水準：$\alpha=0.01$。N＝14。

iv　標本分布：「ウィルコクソンの対比された対の符号化順位検定の臨界値の表」はN≦25に対するTの標本分布からの臨界値を与える。

v　棄却域：差の向きは予知されていないから両側棄却域が適切である。

vi　決定：同じ符号の順位の和の小さい方すなわちTは13である。すなわち，T＝3＋4＋6＝13。「ウィルコクソンの対比された対の符号化順位検定の臨界値の表」によれば，N＝14，T＝13に対して$\alpha=0.01$水準で帰無仮説を棄却できる。

表2　機械A、B選択のための試用結果

	Aのアウトプット	Bのアウトプット	d	dの順位	起こり方の少ない符合の順位
1	78	60	18	11	
2	75	58	17	10	
3	53	46	7	7	
4	68	71	-3	-3	3
5	82	80	2	2	
6	64	59	5	5	
7	95	73	22	13	
8	86	78	8	8	
9	64	37	27	14	
10	71	75	-4	-4	4
11	54	60	-6	-6	6
12	80	79	1	1	
13	51	38	13	9	
14	70	51	19	12	
					T＝13

注：AとBのアウトプットのデータのみ Dickson (1990) p. 138を参照。

注

1）S. ジーゲル（1983）p. 65参照
2）S. ジーゲル（1983）pp. 97－99，上田尚一（1981），竹内啓他編集（1989）参照。
3）S. ジーゲル（1983）pp. 97－99，上田尚一（1981），竹内啓他編集（1989）参照。
4）検出力効率についてはジーゲル（1983）p. 71，79，87，92，97を参照されたい。
5）ソフトウエアＡ，Ｂのデータのみを J. P. Dickinson (1990) p. 135から引用。
6）機械Ａ，Ｂのデータのみを J. P. Dickinson (1990) p. 138から引用。

参考文献

上田尚一著『統計用語辞典』1981　東洋経済新報社
竹内啓他編集『統計学辞典』1989　東洋経済新報社
S. ジ・ゲル著　藤本熙監訳『ノンパラメトリック統計学』1983　マグロウヒルブック
J. P. Dickinson, “Statiscal Analysis in Accounting and Finance”, 1990, Philip Allan