



POLITECNICO DI TORINO  
Repository ISTITUZIONALE

ANALISI DELLA CURVA DI FLUSSO PLASTICO DI MATERIALI METALLICI BASATA SULLA MISURA  
SPERIMENTALE DEL PROFILO DI NECKING

*Original*

ANALISI DELLA CURVA DI FLUSSO PLASTICO DI MATERIALI METALLICI BASATA SULLA MISURA  
SPERIMENTALE DEL PROFILO DI NECKING / Peroni, Lorenzo; Scapin, Martina; Fichera, Claudio. - ELETTRONICO. -  
(2015). ((Intervento presentato al convegno 44° Convegno Nazionale Associazione Italiana per l'Analisi delle  
Sollecitazioni tenutosi a Messina (Italia) nel 2-5 Settembre 2015.

*Availability:*

This version is available at: 11583/2643778 since: 2016-06-13T16:38:44Z

*Publisher:*

*Published*

DOI:

*Terms of use:*

openAccess

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in  
the repository

*Publisher copyright*

(Article begins on next page)

## ANALISI DELLA CURVA DI FLUSSO PLASTICO DI MATERIALI METALLICI BASATA SULLA MISURA SPERIMENTALE DEL PROFILO DI NECKING

L. Peroni, M. Scapin, C. Fichera

*<sup>a</sup> Politecnico di Torino - Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale,  
Corso Duca degli Abruzzi, 24 - 10129 Torino, e-mail: lorenzo.peroni@polito.it*

### Sommario

L'identificazione dei modelli di flusso plastico a partire dalla realizzazione di prove di trazione, nonostante la semplicità della prova, presenta alcuni problemi legati allo sviluppo di condizioni di sollecitazione triassiale conseguenti al raggiungimento della condizione di necking. Numerosi approcci sono stati proposti in passato per correggere la misurazione canonica di forza e allungamento rilevata durante la prova, al fine di determinare la legge true stress-true strain del materiale e identificare, così, i parametri di modelli costitutivi elasto-plastici. Nel presente lavoro viene proposto un approccio basato su una combinazione di analisi digitale dell'immagine e ottimizzazione numerica di modelli FEM: l'evoluzione del profilo del provino dogbone rilevato durante una prova di trazione viene impiegata direttamente per l'identificazione della legge di flusso plastico del materiale. La metodologia presentata è stata applicata per il rame HDHC e comparata con le tecniche di indagine convenzionali.

### Abstract

The plastic flow stress identification performed starting from tensile tests, although it is relatively diffused and simple, shows some problems related on the development of triaxial loading conditions due to the onset of the specimen necking. Different approaches were proposed in order to correct the classical force vs. stroke curve of the test with the aim to determine the true stress vs. true strain curve used during the identification of material model parameters. In this work, an approach based on the combination of digital image analysis and numerical inverse method is proposed. The evolution of the surface deformation of the specimen observed during the test is directly used to identify the constitutive relation of the material. This methodology was applied to HDHC cooper and the results compared with those obtained by using conventional material model identification techniques.

**Parole chiave:** metodo inverso, analisi digitale dell'immagine, forza di contatto, ottimizzazione multi-obiettivo, LS-DYNA.

### 1. INTRODUZIONE

Al giorno d'oggi, le simulazioni agli elementi finiti sono un valido e diffuso strumento utilizzato in fase di progettazione in diversi settori ed, allo stesso tempo, per studiare e comprendere complessi fenomeni, consentendo, talvolta, la riduzione dei costi dei test sperimentali. Tuttavia, l'affidabilità delle simulazioni numeriche dipende fortemente dalle leggi costitutive scelte e dai loro parametri, i quali devono essere opportunamente determinati. Spesso i risultati di prove di trazione vengono utilizzati per l'identificazione dei parametri di modello. Nel caso di materiali duttili, in cui ampie deformazioni possono essere raggiunte prima della rottura, l'analisi dei dati che stanno alla base del processo di identificazione dei parametri deve essere accuratamente effettuata. A ridotti valori di deformazione

(regime elastico o poco oltre), il provino si deforma uniformemente sia in direzione longitudinale che trasversale. La deformazione longitudinale può essere misurata utilizzando sistemi estensimetrici, o con estensometri o attraverso l'analisi dell'immagine, così da poter calcolare la deformazione ingegneristica (rapporto tra l'allungamento e la lunghezza iniziale) oppure quella logaritmica. In questo caso, il valore ottenuto corrisponde alla deformazione equivalente. Di conseguenza, anche la tensione uniassiale può essere determinata ed essere considerata come tensione equivalente. Dopo il raggiungimento del massimo della curva ingegneristica, la presenza di instabilità geometrica e localizzazione della deformazione (necking) sviluppa all'interno del provino un complesso stato di tensione triassiale caratterizzato da ampie deformazioni. In tale regime, la deformazione longitudinale necessita di essere aggiornata rispetto alla porzione di provino in cui è avvenuta la localizzazione della deformazione: la stima della deformazione effettiva può essere effettuata misurando il diametro della sezione minima del provino. Per quanto riguarda la tensione, la determinazione della tensione equivalente risulta molto più complicata. Generalmente, nella letteratura scientifica, vengono utilizzati diversi approcci: metodi classici, procedimenti numerici inversi iterativi basati su simulazioni numeriche o il Virtual Field Method (VFM).

### 1.1. Stato dell'arte

I metodi più classici comportano la definizione di relazioni matematiche per poter stimare la tensione equivalente partendo dalla tensione nominale e dalla geometria della zona di strizione (come la sezione minima e il raggio di curvatura in cui si manifesta il necking). In tale direzione, la prima soluzione fu proposta da Bridgman in [1] per provini cilindrici e successivamente da Zhang [2] per provini a sezione rettangolare. Con questi metodi, l'obiettivo è quello di determinare un fattore di correzione per riuscire ad estendere la validità della tensione logaritmica una volta raggiunta la soglia d'instabilità. Nella letteratura scientifica, diversi ricercatori hanno utilizzato l'equazione di Bridgman per poter ottenere la relazione tensione-deformazione equivalente del materiale studiato, come ad esempio in [3,4,5]. Tuttavia, è ben noto che l'equazione di Bridgman mostra alcune limitazioni ed il principale problema è da ricondurre al fatto che essa è basata sull'ipotesi di distribuzione uniforme della tensione nella sezione minima. In [6] è stato ampiamente dimostrato il limite della formulazione di Bridgman confrontando i risultati ottenuti con l'equazione e quelli ottenuti da simulazioni numeriche. Per poter superare i limiti della formulazione di Bridgman, nel tempo i ricercatori hanno proposto versioni modificate: per esempio in [7] viene proposto un modello indipendente dal tipo di materiale trattato chiamato MLR.

Altri autori hanno proposto un metodo alternativo per la descrizione del comportamento del materiale nella fase successiva a quella di localizzazione della deformazione basato su misurazioni di campo combinate con Virtual Field Methods. In diversi lavori il VFM viene applicato al comportamento elastico del materiale. Per una descrizione di tipo non-lineare (tipica della plasticità, visco-plasticità e del danneggiamento), non è possibile identificare una relazione esplicita che legghi la tensione alla deformazione e, di conseguenza, è necessario ricorrere a un procedimento iterativo. Un primo tentativo di identificazione di modello nel caso di relazioni costitutive elasto-plastiche è stato fatto in [8] e recentemente è stato esteso, considerando grandi deformazioni, in [9,10]. In [11], una nuova tecnica inversa è stata proposta ed applicata a lamine sottili. Il metodo è basato su una misurazione a tutto campo della deformazione e richiede solamente un algoritmo di aggiornamento della tensione basato sulla minimizzazione della differenza tra il lavoro interno ed esterno nella zona di strizione.

Tuttavia, la maggior parte degli approcci utilizzati per l'identificazione delle relazioni costitutive dei materiali sono basate su metodi numerici inversi che sfruttano simulazioni numeriche agli elementi finiti. Generalmente esse consistono nel definire una funzione obiettivo che alla sua base ha la minimizzazione della differenza tra le grandezze computate e quelle sperimentali. Per riuscire a raggiungere tale scopo, i parametri di modello all'interno delle simulazioni numeriche vengono iterativamente modificati. Il principale svantaggio di questa metodologia risiede nell'affidabilità del modello numerico utilizzato e nell'elevato tempo di calcolo. Dall'altra parte, il grande vantaggio è che non vengono effettuate ipotesi riguardanti la distribuzione delle grandezze meccaniche all'interno del provino. Alcuni dei più recenti lavori che adottano questa tecnica sono quelli di Khadyko [12] e Scapin [13].

Una limitazione di questa tecnica è che l'identificazione del modello viene ottenuta sulla base di grandezze macroscopiche (come la forza e lo spostamento) mentre non sono tenute in considerazione informazioni riguardanti la forma del provino. In alcuni casi, ad esempio in [14], alla fine del processo di ottimizzazione, la forma del provino ottenuta nella simulazione numerica e quella ottenuta sperimentalmente vengono confrontate, ma tale informazione non viene considerata durante il processo di identificazione dei parametri.

Nei casi in cui la forma del provino ottenuta dalla simulazione agli elementi finiti differisca da quella osservata sperimentalmente, un possibile modo per risolvere il problema potrebbe essere quello di rilanciare l'ottimizzazione numerica modificando il set di target sperimentali assegnati o il loro peso computazionale, il numero di parametri di modello considerati o il tipo di modello di materiale. Naturalmente, questo procedimento comporterebbe un notevole dispendio di tempo e il raggiungimento di un risultato soddisfacente non sarebbe comunque garantito.

## 2. METODOLOGIA NUMERICA INVERSA ALTERNATIVA

A riguardo di quanto detto in precedenza, in questo lavoro viene proposto un procedimento numerico inverso che tiene in considerazione la forma del provino. Il metodo è basato sull'analisi digitale di sequenze di immagini registrate durante la deformazione del provino in fase di esecuzione del test.

Questo tipo di approccio è applicabile anche nel caso di prove ad elevata velocità di deformazione, nelle quali, a volte, la misurazione diretta di forza e spostamento può risultare complicata o addirittura impossibile a causa di disturbi dei segnali, fenomeni d'inerzia, risonanza dei sistemi di misura, ecc. La registrazione delle immagini del provino può essere effettuata utilizzando una telecamera ad alta velocità, nel caso di prove dinamiche, o una ad elevata risoluzione nel caso di test quasi-statici.

Con lo scopo di tenere in considerazione la forma del provino durante il processo di ottimizzazione dei parametri di modello, una soluzione è quella di fornire informazioni dirette sulla deformazione del provino, come la sezione minima, la curvatura della zona di strizione, il livello di triassialità, ecc.



Figura 1: Esempio di elaborazione digitale dell'immagine per l'identificazione del profilo del provino in una prova di trazione: entrambi i lati del provino assialsimmetrico vengono rilevati e determinato il profilo medio dei due.

Tuttavia questo procedimento può introdurre alcuni aspetti critici. Il primo è legato al fatto che, come anticipato, questo approccio richiede la registrazione di immagini durante tutto lo svolgimento del test a cui segue un'intensa ed accurata fase di elaborazione delle immagini. Prima di tutto, è necessario

riuscire a registrare immagini con un buon compromesso in termini di risoluzione spaziale e temporale. Dopodiché, l'elaborazione dei dati deve essere sufficientemente precisa da riuscire ad identificare il profilo del provino e le sue variazioni durante la prova. Il secondo aspetto critico è come fornire tali informazioni all'interno del procedimento di ottimizzazione numerica inversa. È ben noto che nei più comuni codici agli elementi finiti, come LS-DYNA [15], questo tipo di informazioni non sono automaticamente estraibili dalla simulazione. Ne deriva che questi dati non possono essere utilizzati all'interno di un software autonomo di ottimizzazione, come ad esempio LS-OPT [16], ma è necessario implementare una routine dedicata oppure interfacciare il solutore agli elementi finiti con uno strumento esterno d'ottimizzazione.

Per cercar di evitare tali complicazioni, gli autori propongono l'inserimento di un secondo componente nel modello agli elementi finiti, il quale è in grado di imporre la corretta deformazione (ovvero quella osservata sperimentalmente) al profilo esterno poiché interagisce direttamente con il provino. Questo secondo componente rappresenta una sorta di "Reference Shape" (che nel seguito verrà indicata con RS), la quale si deforma esattamente come misurato durante l'esecuzione della prova.

Per riuscire ad ottenere il modo di deformarsi della RS (Figura 1), su ogni immagine registrata è necessario ricavare il profilo del provino. A tale scopo, è utilizzato un algoritmo di riconoscimento automatico dei bordi di oggetti implementato in MATLAB®. A questo punto, la posizione di ogni pixel del profilo del provino può essere identificata nella sequenza di immagini. Questo consente di assegnare l'evoluzione temporale dello spostamento (o velocità) ad ogni nodo che compone il modello della RS.

### 3. VALIDAZIONE DELLA METODOLOGIA

La metodologia proposta in questo lavoro è stata prima di tutto validata mediante un test virtuale ottenuto dalla simulazione agli elementi finiti (mediante il codice LS-DYNA) di una prova di trazione. Come anticipato, la metodologia può essere applicata a diversi tipi di prove sperimentali in diverse condizioni di sollecitazione. In questo lavoro, la metodologia è stata applicata simulando test di trazione effettuati su provini cilindrici dog-bone con un tratto utile di 5 mm di lunghezza e 3 mm di diametro (Figura 2.a). Per semplicità, è stata considerata una prova quasi-statica (velocità di deformazione pari a  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) a temperatura ambiente, ma lo stesso procedimento rimane valido anche per prove a diversi strain-rate e temperature.

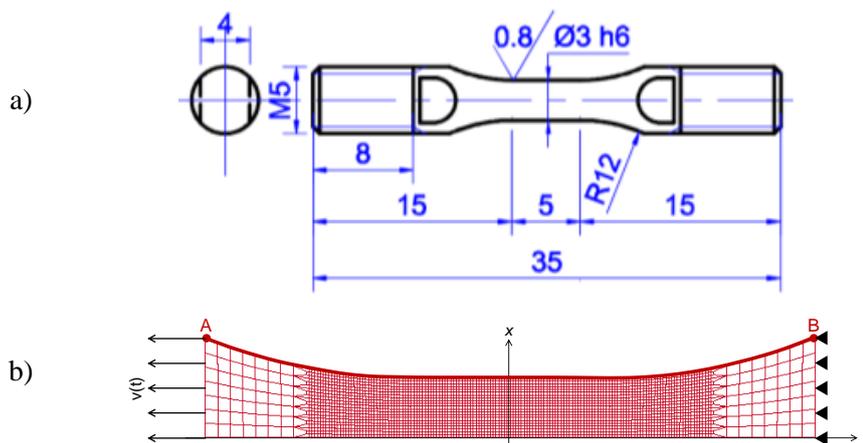


Figura 2: a) Provino di trazione; b) modello FE utilizzato per l'ottimizzazione numerica inversa.

#### 3.1. Modello numerico

Vista la geometria del provino considerata in questo lavoro, il modello numerico è stato realizzato utilizzando elementi assialsimmetrici 2D. Il modello utilizzato è riportato in Figura 2.b. Lo stesso tipo di geometria e di mesh sono stati utilizzati anche da altri ricercatori [17]. Le dimensioni del provino

non sono quelle prescritte dalle normative poiché si tratta di provini idonei a caratterizzazioni dinamiche con barra di Hopkinson [13].

Il comportamento meccanico viene riprodotto utilizzando il modello di Johnson-Cook (J-C) [18]:

$$\sigma = \left( A + B \cdot \varepsilon_{pl}^n \right) \left( 1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left( 1 - \left( \frac{T - T_r}{T - T_m} \right)^m \right) \quad (1)$$

il quale esprime la tensione di flusso plastico in funzione della deformazione plastica equivalente, dello strain-rate e della temperatura attraverso i parametri  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $C$ ,  $\dot{\varepsilon}_0$ ,  $T_r$  e  $T_m$ . Siccome la condizione di sollecitazione esaminata è quella in condizioni quasi-statiche e temperatura ambiente, solamente il primo termine dell'equazione è stato considerato.

È da sottolineare come il primo termine dell'equazione che descrive l'incrudimento del materiale sia, come noto, una modifica della classica legge di Hollomon a cui è stato aggiunto un termine costante per modellare la presenza di un tratto lineare elastico fino ad una tensione pari ad  $A$ . La presenza di tale termine però cambia drasticamente la condizione di instabilità: mentre per la legge di Hollomon la condizione di instabilità si raggiunge per una deformazione pari ad  $n$  (coefficiente di incrudimento), per il modello di JC la condizione di instabilità si ottiene per una deformazione inferiore a  $n$ , tanto più inferiore quanto è rilevante il termine  $A$  rispetto al resto della curva di flusso plastico.

In dettaglio, il provino viene posto in trazione imponendo il moto solo ad un'estremità del provino, mentre l'altra rimane fissa. Questo permette di produrre una forza longitudinale all'interno del provino che dipende dalla risposta del materiale.

### 3.2. Materiale

La metodologia proposta è stata applicata al rame HDHC (Hard Drawn High Conductivity) [19]. Grazie all'elevata resistenza e conduttività, esso trova ampio utilizzo in applicazioni militari, nucleari e nelle tecnologie degli acceleratori di particelle.

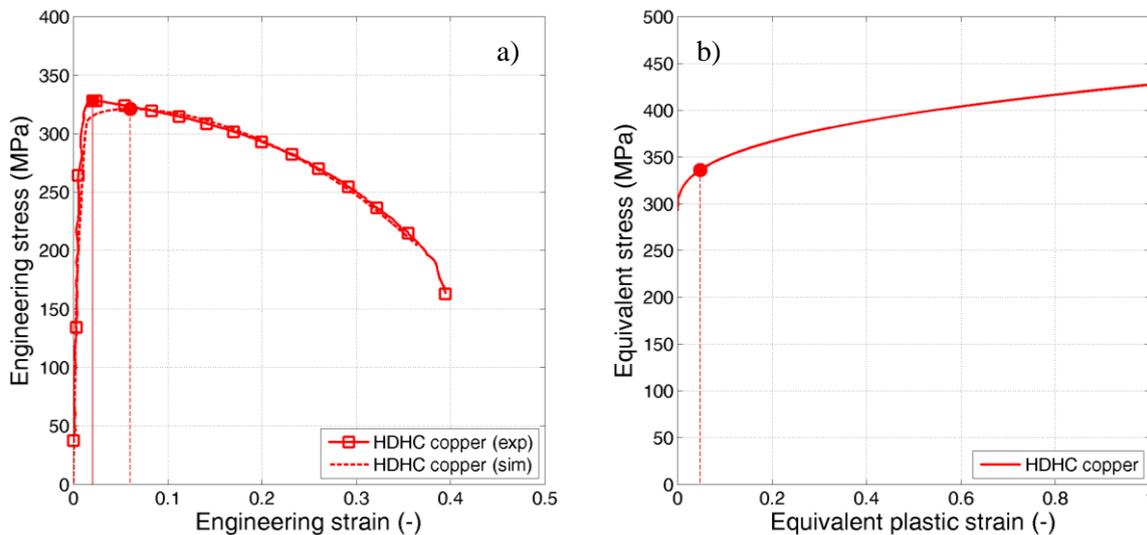


Figura 3: a) Confronto tra le curve tensione-deformazione ingegneristiche e b) curva di flusso plastico del modello di J-C per il rame HDHC.

In Figura 3.a sono riportati i risultati sperimentali espressi in termini di tensione-deformazione ingegneristica: la deformazione ingegneristica è ottenuta dividendo lo spostamento relativo tra il nodo A e B, mostrati in Figura 2.b, per la lunghezza iniziale del tratto utile. Nel diagramma, la linea tratteggiata verticale identifica la deformazione a cui corrisponde la tensione massima, che rappresenta l'inizio della fase di strizione. Come è possibile notare, per il rame considerato, tale soglia è quasi immediata e al raggiungimento di essa corrisponde una rapida diminuzione della resistenza.

Un'analisi preliminare è stata eseguita seguendo un classico approccio di ottimizzazione, come quello utilizzato in [13]: un metodo numerico inverso basato su simulazioni agli elementi finiti viene è stato utilizzato per ottimizzare i parametri di modello con l'obiettivo di minimizzare lo scarto quadratico medio (Mean Square Error, MSE) tra la curva forza-spostamento computata e il target sperimentale. Le simulazioni vengono condotte ed arrestate al raggiungimento del massimo spostamento registrato sperimentalmente.

I parametri ottenuti sono riportati in Tabella 1 e la relativa curva di flusso plastico è riportata in Figura 3.b, in cui anche la condizione di instabilità ( $d\sigma/d\varepsilon=\sigma$ ) è evidenziata. Come è possibile notare, i parametri ottimizzati permettono una buona correlazione numerico-sperimentale (Figura 3.a).

Tabella 1: Parametri del modello di J-C ottenuti con un approccio numerico inverso classico.

E (MPa)	A (MPa)	B (MPa)	n	MSE (MPa <sup>2</sup> )
117000	292.5	135.0	0.3711	0.2375

In Figura 4 lo spostamento radiale (x) del nodo al centro del provino (nella sezione minima) è riportato in funzione dello spostamento longitudinale imposto (y). In Figura 5, invece, sono riportati i confronti tra il profilo del provino ottenuto dalle simulazioni numeriche e quello osservato sperimentalmente a tre diversi valori di spostamento longitudinale. Si può notare come utilizzando un processo di ottimizzazione di tipo convenzionale, la sezione minima ottenuta nelle simulazioni numeriche è sempre al centro del provino, mentre sperimentalmente essa potrebbe assumere un posizionamento longitudinale diverso (il profilo del provino osservato sperimentalmente è riportato solo a fini comparativi, ma non è stato utilizzato nel processo di ottimizzazione). Allo stesso modo anche la forma del profilo potrebbe risultare differente.

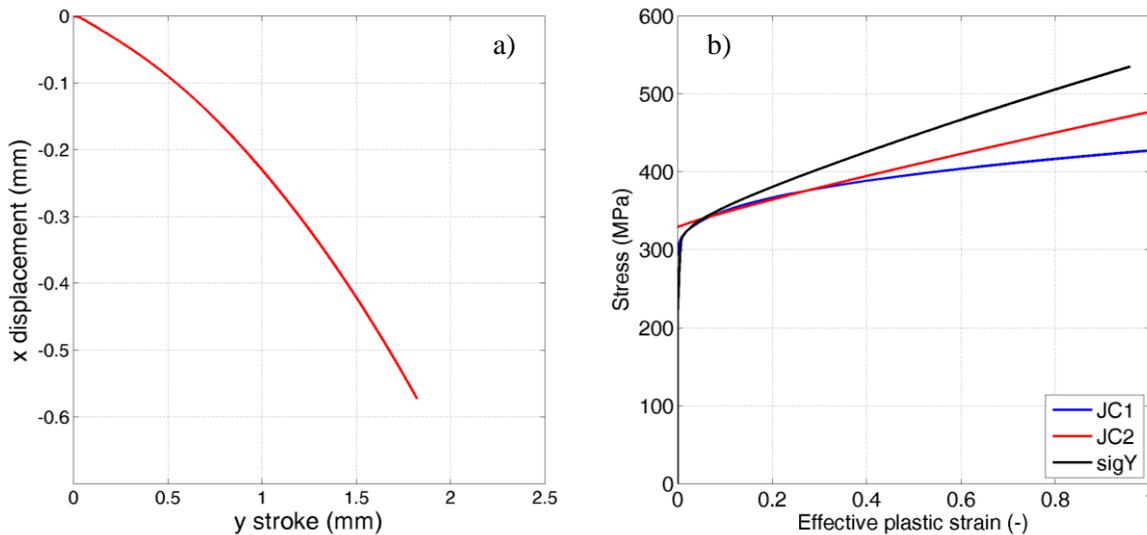


Figura 4: a) spostamento radiale in funzione della corsa longitudinale imposta al provino (la curva si riferisce allo spostamento radiale del nodo centrale del profilo esterno); b) confronto delle curve di flusso plastico ottenute dai parametri di tabella 1 (JC1), tabella 2 (JC2) e a partire dalla curva forza spostamento simulata (figura 3.a tratteggiata) una volta valutata la deformazione dalla riduzione di diametro e la tensione (assiale media) dividendo il carico per l'area attualizzata: le differenze tra curva JC1 e sigY è una misura della triassialità che si sviluppa nella zona di necking

### 3.3. Risultati del test virtuale

Per poter generare i dati del test virtuale, sono stati utilizzati i risultati numerici ottenuti con i parametri di Tabella 1. In particolare, le storie temporali degli spostamenti radiali (o risultanti) di ogni nodo posto sul profilo del provino sono state estratte ed utilizzate come funzione obiettivo nel

processo di ottimizzazione. In questo modo, la metodologia può essere validata escludendo ogni possibilità di errore dovuta alla sperimentazione. Lo scarto quadratico medio (MSE), calcolato tra lo spostamento dei nodi del modello e quelli del target, viene minimizzato allo scopo di estrarre i parametri del modello di materiale.

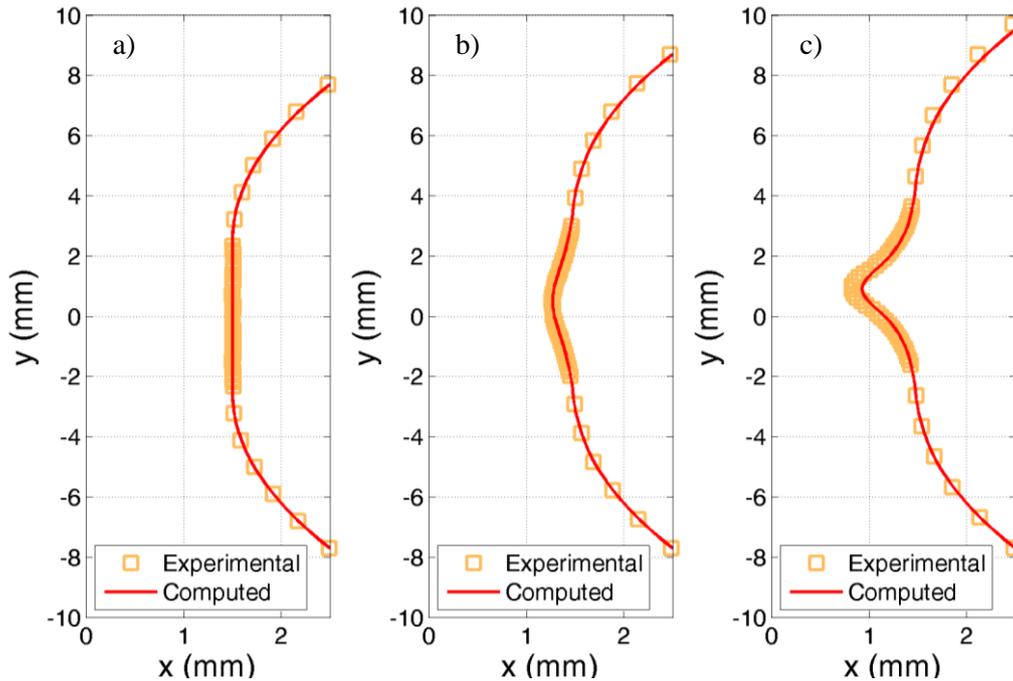


Figura 5: Confronto tra i profili sperimentali e simulati a differenti valori di corsa: a) a corsa nulla, b) ad 1 mm e c) a 1.8 mm (poco prima della rottura).

Come atteso, il processo di ottimizzazione restituisce gli stessi parametri di Tabella 1, a meno di una costante moltiplicativa: ogni forma scalata del modello è capace di riprodurre lo stesso tipo di deformazione, ma con diversi valori di resistenza all'interno del provino. Considerando solo il primo termine del modello di J-C, allora i parametri ottimizzati saranno in grado di soddisfare la seguente equazione:

$$\sigma = k(A + B \cdot \varepsilon_{pl}^n) = A' + B' \cdot \varepsilon_{pl}^n \quad (2)$$

dove  $A$ ,  $B$  e  $n$  sono quelli riportati in Tabella 1.

I risultati del test virtuale dimostrano che la metodologia può essere applicata perché esiste una relazione tra il modo di deformarsi del provino e il modello di materiale. Naturalmente, per riuscire ad ottenere un unico set di parametri è necessario imporre un fattore moltiplicativo che fissi il valore di resistenza del materiale. A tale proposito possono essere utilizzate diverse soluzioni, come per esempio il valore di forza corrispondente ad una determinata corsa (o tempo) o un parametro energetico (energia accumulata o forza media). In particolare, quest'ultima soluzione permette di considerare il comportamento medio del materiale..

#### 4. CASO REALE

Nel caso di un test sperimentale è, innanzitutto, necessario ricorrere all'analisi digitale dell'immagine (Figura 1) per estrarre l'andamento temporale del profilo del provino. Questo richiede che la registrazione delle immagini avvenga durante l'intera durata della prova e che venga effettuata la fase di elaborazione delle immagini, come descritto precedentemente. L'obiettivo finale di tale processo di analisi è la creazione di un secondo componente (RS) all'interno del modello agli elementi finiti che possa interagire con il provino.

Per riuscire a riprodurre l'interazione tra i due componenti è stato definito un algoritmo di contatto, il quale regola la penetrazione dei nodi della RS nella superficie esterna del provino. La forza di contatto in direzione radiale rappresenta un grandezza appropriata per la valutazione della bontà della deformazione essendo proporzionale allo spostamento radiale moltiplicato per la rigidità di contatto. Nello specifico, essa risulta nulla quando il provino si deforma esattamente come la RS, mentre cresce quando la RS tende a penetrare nel provino. Inoltre, se il moto della RS è correttamente applicato e sotto l'ipotesi di conservazione del volume (sempre valida nei modelli numerici durante la deformazione plastica), non è possibile che i due componenti siano completamente separati e, quindi, che la forza di contatto si annulli per una soluzione diversa da quella di ottimale. Deve essere rivolta particolare attenzione all'entità della forza di contatto: infatti, al crescere della forza di contatto aumenta la sua influenza sulla forza longitudinale all'interno del provino. Naturalmente, se l'introduzione della RS comporta un significativo cambiamento della risposta del provino, la condizione di carico simulata risulta ben distante da quella desiderata e, di conseguenza, il processo di ottimizzazione risulta mal condizionato. Per riuscire a limitare le variazioni dovute all'introduzione della RS, è necessario impostare la rigidità di contatto la più bassa possibile. A causa della non linearità dell'algoritmo di contatto, questo aspetto non è semplice da trattare in forma generale, ma necessita di una valutazione specifica, perché a sua volta dipende da altri fattori quali: la resistenza del materiale, la dimensione della mesh del provino e della RS, ecc.

Supponendo di limitare correttamente la forza di contatto, il modello agli elementi finiti così creato consente di eseguire un'ottimizzazione numerica inversa (Single Case) con due obiettivi (Multi-Objective Optimization, MOO): uno che stabilisce il livello di resistenza del materiale e l'altro per l'imposizione della deformazione. Lo scopo di un approccio MOO è quello di garantire che il set di parametri ottenuto sia adatto a soddisfare contemporaneamente entrambi gli obiettivi nel miglior modo possibile. Nello specifico, per poter avere una visione generale e allo stesso tempo per accelerare il processo di ottimizzazione, per entrambi gli obiettivi è stato considerato il valore medio. In pratica, il valore di forza media durante l'intero processo di deformazione viene calcolato a partire dal test sperimentale e poi confrontato con il valore medio estratto al termine di ogni simulazione: l'ottimizzazione è basata sulla minimizzazione del MSE tra i due valori. In modo del tutto simile, il valore medio della forza di contatto, calcolato numericamente, viene estratto e confrontato con il valore nullo (che rappresenta il caso in cui il provino si deforma esattamente come la RS).

In Tabella 2 sono riportati i parametri ottimizzati. Come è stato fatto per l'ottimizzazione standard, in Figura 6 viene riportato il confronto tra i profili ottenuti dalle simulazioni e quelli osservati sperimentalmente a tre diversi valori della corsa longitudinale ( $y$ ) imposta.

Tabella 2: Parametri del modello di J-C ottenuti con un'ottimizzazione multi-obiettivo.

<b>E</b> (MPa)	<b>A</b> (MPa)	<b>B</b> (MPa)	<b>n</b>	<b>MSE</b> (MPa <sup>2</sup> )
117000	329.1	148.0	0.8898	0.4007

Per poter effettuare una valutazione quantitativa dell'errore sulla deformata, è stato calcolato lo scarto quadratico medio (MSE) tra le coordinate dei nodi del provino e della RS (che coincidono con quelle del profilo del provino sperimentale) (Figura 7.b), per le simulazioni condotte con i parametri di Tabella 1 (senza l'utilizzo della RS) e di Tabella 2 (con l'utilizzo della RS). In entrambi i casi si può notare un errore iniziale che rappresenta l'errore di misurazione legato all'elaborazione delle immagini. In generale si può osservare che, indipendentemente dal procedimento di ottimizzazione utilizzato, nella fase iniziale, in cui non avviene localizzazione della deformazione, i risultati sono molto simili. Quando inizia la fase di strizione, invece, le differenze tra i due approcci diventano evidenti. Senza l'utilizzo della RS, la differenza tra il profilo osservato sperimentalmente e quello ottenuto numericamente continua a crescere fino alla fine della prova, mentre con la RS l'errore tra i due profili rimane all'incirca costante, come atteso.

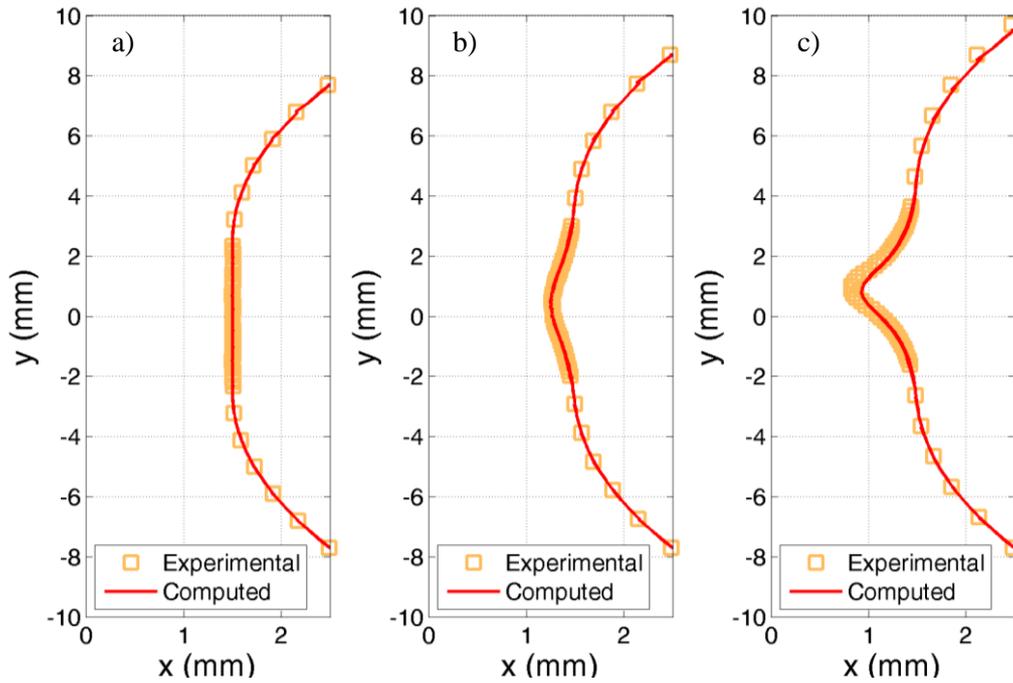


Figura 6: Caso MOO - Confronto tra i profili sperimentali e computati a differenti valori di corsa: a) a corsa nulla, b) ad 1 mm e c) a 1.8 mm (appena prima della rottura).

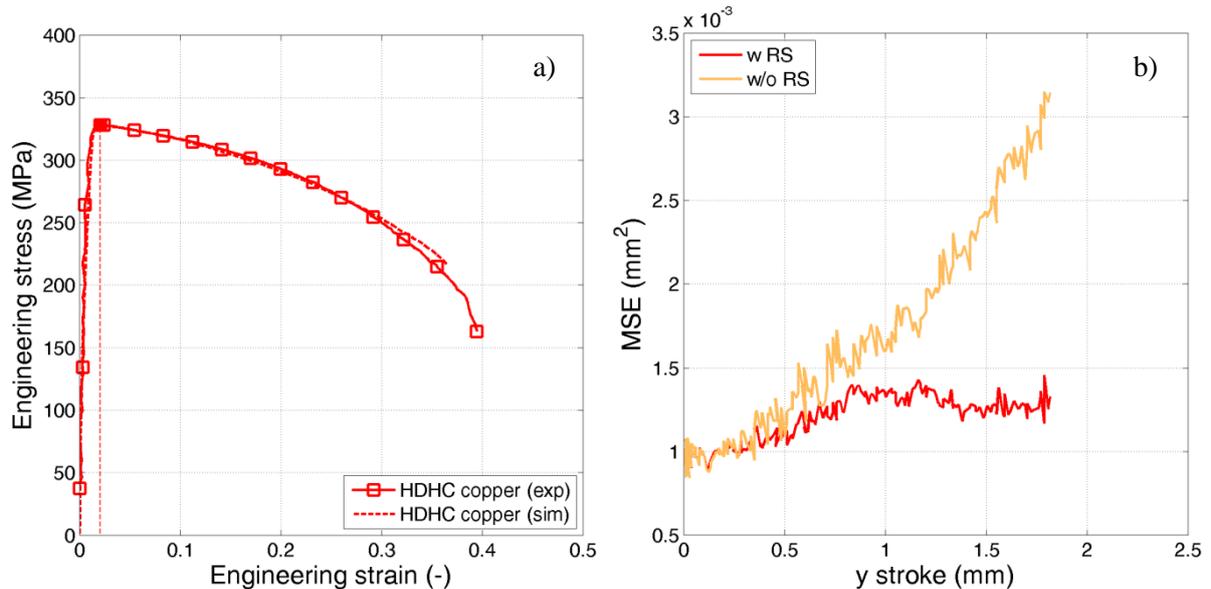


Figura 7: a) confronto tra la curva tensione-deformazione ingegneristica sperimentale e quella numerica ottenuta con i parametri di Tabella 2; b) confronto tra lo scarto quadratico medio ottenuto con un processo di ottimizzazione standard (w/o RS) e MOO (w RS), calcolato sulle coordinate radiali dei nodi.

Per poter applicare la metodologia proposta è necessario effettuare la misurazione della curva forza-spostamento e registrare una sequenza di immagini del provino durante la prova. Queste informazioni rappresentano gli obiettivi dell'ottimizzazione multi-obiettivo: il legame forza-spostamento è il classico obiettivo utilizzato nelle procedure di calibrazione dei modelli di materiale. Il secondo obiettivo necessita di un'accurata elaborazione delle immagini e, conseguentemente, di individuare una strategia idonea ad imporre tali vincoli all'interno del modello numerico. In questo lavoro, per risolvere tale problema, gli autori hanno proposto di aggiungere un componente all'interno del modello numerico, il quale si deforma esattamente come osservato sperimentalmente.

Tale tecnica è stata applicata a prove di tipo quasi-statico eseguite su rame HDHC utilizzando come legame costitutivo il modello di Johnson-Cook. La soluzione ottenuta con la metodologia di ottimizzazione classica ha dato buoni risultati in termini di confronto con i dati sperimentali ma, in ogni caso, la tecnica proposta permette una diversa valutazione dei parametri di modello capace di sfruttare al meglio le informazioni disponibili con i moderni sistemi di ripresa digitale.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Bridgman P. W.: "Studies in large plastic flow and fracture", McGraw-Hill, NY, 1952, 9-37
- [2] Zhang Z.L., Hauge M., Odegard J., Thaulov C.: "Determining material true stress-strain curve from tensile specimens with rectangular cross-section", *International Journal of Solids and Structures*, 36, 1999, 3497-3516
- [3] Tushida N., Inoue T., Enami K.: "Estimation of the true stress and true strain until just before fracture by the stepwise tensile test and Bridgman equation for various metals and alloys", *Materials Transaction*, 53(1), 2012, 133-139
- [4] Vilamosa V., Clausen A.H., Hopperstad O.S., Børvik T., Skjervold S.: "Measurement of local strain and heat propagation during high-temperature testing in a split-Hopkinson tension bar system", *EPJ Web of Conference*, 26, 2012
- [5] Hortigón Fuentes B., Nieto García E.J., Herrera Garrido M.A.: "Analysis of the state of stresses and plastic strains during the necking process in ductile steels", *Proc.Eng.*, 63, 2013, 430-437
- [6] La Rosa G., Mirone G., Risitano A.: "Postnecking elastoplastic characterization: degree of approximation in the Bridgman method and properties of the flow-stress/true-stress ratio", *Metallurgical and Materials Transaction A*, 34, 2003, 615-624
- [7] Mirone G.: "A new model for the elastoplastic characterization and the stress-strain determination on the necking section of a tensile specimen", *International Journal of Solids and Structures*, 41, 2004, 3545-3564
- [8] Grédiac M., Pierron F.: "Applying the Virtual Fields Method to the identification of elastoplastic constitutive parameters", *International Journal of Plasticity*, 22, 2006, 602-627
- [9] Rossi M., Pierron F.: "Identification of plastic constitutive parameters at large deformations from three dimensional displacement fields", *Computational mechanics*, 49(1), 2012, 53-71
- [10] Kim J.H., Serpantié A., Barlat F., Pierron F., Lee M.G.: "Characterization of the post-necking strain hardening behavior using the virtual fields method", *International Journal of Solids and Structures*, 50, 2013, 3829-3842
- [11] Coppetiers S., Cooreman S., Sol H., Van Houtte P., Debruyne D.: "Identification of the post-necking hardening behaviour of sheet metal by comparison of the internal and external work in the necking zone", *Journal of Materials Processing Technology*, 211, 2011, 545-552
- [12] Khadyko M., Dumoulin S., Børvik T., Hopperstad O.S.: "An experimental-numerical method to determine the work hardening of anisotropic ductile materials at large strains", *International Journal of mechanical Science*, 88, 2014, 25-36
- [13] Scapin, M., Peroni, L., Fichera, C., Cambriani: "A.Tensile behavior of T91 steel over a wide range of temperatures and strain-rate up to  $10^4 \text{ s}^{-1}$ ", *Journal of Materials Engineering and Performance*, 23 (8), (2014) pp. 3007-3017.
- [14] Majzoobi G.H., Faraj Zadeh Khosroshahi S., Beik Mohammadloo H.: "Determination of materials parameters under dynamic loading. Part I: Experiments and simulations", *Computational materials Science*, 49, 2010, 201-208
- [15] Gladman D., et. al.: "LS-DYNA® keyword user's manual", LSTC, 2013
- [16] Stander N., et. al., "LS-OPT® User's Manual" LSTC, June 2014.
- [17] T. Børvik, O.S. Hopperstad, S.dey, E.V. Pizzinato, M. Langseth, C. Albertini: " Strength and ductility of Weldox 460 E steel at high strain rates, elevated temperatures and various stress triaxialities", *Engineering Fracture Mechanics* (2005) 72:1071–1087.
- [18] G.R. Johnson, W.A. Cook: "A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures", 7<sup>th</sup> Int. Symposium on Ballistics, (1983) 541-547.
- [19] Scapin, M., Peroni, L., Fichera, C.: "Investigation of dynamic behaviour of copper at high temperature", *Materials at High Temperatures*, 31 (2), (2014) pp. 131-140.