Jambura Journal of Mathematics

Volume 1 Nomor 2, Juli 2019

Journal Homepage: http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom , p-ISSN: 2654-5616, e-ISSN: 2656-1344

Peramalan Pendapatan Asli Daerah Provinsi Kalimantan Timur Menggunakan Model Grey-Markov (1,1)

Latipah[1*], Sri Wahyuningsih[2], Syaripuddin[3]

[1] *Laboratorium Statistika Ekonomi dan Bisnis, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman, Jl. Barong Tongkok No.04 Gunung Kelua, Kota Samarinda 75119, Kalimantan Timur, Indonesia*

[2] *Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman, Jl. Barong Tongkok No.04 Gunung Kelua, Kota Samarinda 75119, Kalimantan Timur, Indonesia*

[3] *Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman, Jl. Barong Tongkok No.04 Gunung Kelua, Kota Samarinda 75119, Kalimantan Timur, Indonesia*

* *Penulis Korespondensi. Email: Latifah1512@gmail.com*

ABSTRAK

Model grey (1,1) adalah model peramalan yang digunakan ketika jumlah data yang tersedia sedikit atau terbatas. Model tersebut menggunakan persamaan differensial orde satu dengan satu variabel penelitian. Pada penelitian ini dibahas model grey-Markov (1,1) yang merupakan pengembangan dari model grey (1,1) dan diaplikasikan pada data tahunan realisasi pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur. Tujuan penelitian ini adalah memperoleh hasil dan akurasi peramalan pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2009-2018 yang terdiri dari pajak daerah, retribusi daerah, hasil pengelolaan kekayaan daerah yang dipisahkan, dan lain-lain pendapatan asli daerah yang sah menggunakan model grey-Markov (1,1). Tahap awal dalam penelitian ini yaitu bentuk barisan data aktual, tahap kedua hitung AGO, tahap ketiga hitung MGO, tahap keempat tentukan nilai parameter model grey (1,1), tahap kelima hitung nilai prediksi model grey (1,1), tahap selanjutnya hasil peramalan model grey (1,1) dimodifikasi dengan rantai Markov, sehingga diperoleh hasil peramalan model grey-Markov (1,1). Hasil penelitian menunjukkan bahwa model grey-Markov (1,1) memberikan hasil peramalan yang cenderung mengikuti pola data. Nilai akurasi peramalan menunjukkan bahwa tingkat akurasi model grey-Markov (1,1) untuk peramalan data hasil pengelolaan kekayaan daerah yang dipisahkan dan data lain-lain pendapatan asli daerah yang sah adalah sangat akurat, sedangkan untuk data pajak daerah dan data retribusi daerah adalah akurat.

Kata Kunci:

Model Grey (1,1); Model Grey-Markov (1,1); Peramalan

Diterima:	*Disetujui:*	*Online:*
24-05-2019	09-07-2019	30-07-2019

ABSTRACT

Model grey (1,1) is a forecasting model used when the number of data available was limited. The model use first order differential equations with one research variable. In this study discussed grey-Markov model (1,1) which is the development of grey model (1,1) and applied to the annual data actual of local original revenues of Kalimantan Timur Province. The purpose of this study is to get results and accuracy of forecasting local original revenues of Kalimantan Timur Province from 2009 to 2018 consisting of local tax, retribution, management of separated regional government wealth, and other original local government revenue using grey-Markov model (1,1). The first step in this study is form of actual data lines, second step calculated AGO, third step calculated MGO, fourth step determined parameter of the grey model (1,1), fifth step calculated predictive value of the grey model (1,1), the next step results forecasting of grey model (1,1) was modified with Markov chain, so that the forecasting *results of grey-Markov model* (1,1) *were obtained. The results showed that grey-Markov model* (1,1) *provided forecasting results tend to follow the data pattern. The forecasting accuracy value showed that level accurate of grey-Markov model* (1,1) *for forecasting management of separated regional government wealth and other original local government revenue is high accurate, while for forecasting local tax and retribution is accurate.*

Keywords:
Grey Model (1,1); *Grey-Markov Model* (1,1); *Forecasting*

Received:	***Accepted:***	***Online:***
2019-05-24	*2019-07-09*	*2019-07-30*

DOI: http://dx.doi.org/10.34312%2Fjjom.v1i2.2347

1. Pendahuluan

Peramalan merupakan suatu teknik untuk memperkirakan suatu nilai pada masa yang akan datang dengan memperhatikan data masa lalu maupun data masa kini. Pada umumnya, metode peramalan dibagi dalam dua kategori utama yaitu metode kualitatif dan kuantitatif [1]. Salah satu metode kuantitatif adalah model deret waktu. Beberapa model deret waktu antara lain: *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), *Moving Average*, dan *Exponential Smoothing*. Model deret waktu tersebut dapat disebut sebagai model deret waktu klasik [2]. Model deret waktu klasik akan memberikan akurasi yang baik jika jumlah data yang tersedia banyak, akan tetapi beberapa data yang tersedia di lapangan jumlahnya kecil (terbatas). Penggunaan model deret waktu klasik pada data yang terbatas akan menyebabkan keakuratannya berkurang. Oleh karena itu dikembangkan model peramalan lainnya yaitu *grey forecasting model*.

Grey forecasting model atau model grey (1,1) adalah model peramalan yang menggunakan persamaan diferensial orde satu dengan satu variabel penelitian. Model grey (1,1) memiliki keunggulan dibandingkan model deret waktu klasik, yaitu tidak ada asumsi yang harus dipenuhi dan peramalan dapat dilakukan meskipun data yang dimiliki terbatas, namun model grey (1,1) memiliki kelemahan yaitu kurang efektif untuk data yang berfluktuasi [3]. Pada perkembangannya, model grey (1,1) dimodifikasi dengan analisis rantai Markov dan disebut dengan model grey-Markov. Model tersebut menggunakan konsep transisi keadaan dimana perubahan keadaan dari waktu ke waktu pada suatu data bersifat tidak pasti, sifat ketidakpastian inilah yang mendukung disertakannya analisis rantai Markov pada model grey [4].

Terdapat beberapa penelitian yang telah dilakukan dengan menggunakan model grey (1,1) dan model grey-Markov (1,1). Penelitian-penelitian tersebut diantaranya adalah penelitian mengenai peramalan persediaan energi terbarukan di Taiwan dengan menggunakan tiga model yaitu *exponential smoothing*, model grey (1,1), dan model grey-Markov. Penelitian tersebut menunjukkan bahwa model grey-Markov memberikan hasil akurasi yang lebih baik untuk data persediaan energi terbarukan di Taiwan dibandingkan model grey (1,1) dan *exponential smoothing* [5]. Penelitian lainnya mengenai peramalan realisasi penerimaan negara dengan menggunakan model grey (1,1) dan model grey-Markov (1,1). Penelitian tersebut menunjukkan bahwa model grey (1,1) dan model grey-Markov (1,1) dapat digunakan untuk data yang tidak terlalu berfluktuasi, namun model grey-Markov memberikan hasil akurasi yang lebih baik untuk data yang cukup berfluktuasi dibandingkan dengan model grey (1,1) [4].

Pada penelitian ini model grey-Markov (1,1) akan diaplikasikan pada data pendapatan asli daerah, karena data pendapatan asli daerah yang tersedia dan dapat diakses memiliki jumlah yang terbatas. Pendapatan asli daerah adalah pendapatan daerah yang dipungut berdasarkan peraturan daerah sesuai dengan peraturan perundang-undangan. Pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur dari tahun ke tahun mengalami perubahaan yang sifatnya tidak pasti dan berfluktuasi. Oleh karena itu, perlu adanya peramalan pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur untuk memperkirakan keuangan daerah pada tahun-tahun berikutnya, sehingga diharapkan pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur dapat dikelola secara optimal.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini bertujuan untuk memperoleh hasil dan akurasi peramalan pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur yang terdiri dari pajak daerah, retribusi daerah, hasil pengelolaan kekayaan daerah yang dipisahkan, dan lain-lain pendapatan asli daerah yang sah menggunakan model grey-Markov (1,1).

2. Metode

Data dalam penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pendapatan Daerah Provinsi Kalimantan Timur. Sampel dalam penelitian ini adalah realisasi pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur dari Tahun 2009-2018 yang terdiri dari pajak daerah, retribusi daerah, hasil pengelolaan kekayaan daerah yang dipisahkan, dan lain-lain pendapatan asli daerah yang sah. Teknik analisis data menggunakan model grey-Markov (1,1).

2.1 Model Grey (1,1)

Model grey (1,1) merupakan model peramalan yang menggunakan persamaan diferensial orde satu dengan satu variabel penelitian. Adapun langkah-langkah peramalan menggunakan model grey (1,1) adalah sebagai berikut [6]:

1. Membentuk data aktual atau data historis ke dalam bentuk $X^{(0)}$yang ditampilkan pada Persamaan (1),

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\} \tag{1}$$

2. Membentuk barisan baru yaitu barisan *Accumulated Generating Operation* (AGO). Barisan AGO dinotasikan sebagai $X^{(1)}$yang ditampilkan pada Persamaan (2),

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} \tag{2}$$

dengan

$$x^{(1)}(k) = \textstyle\sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i),\ k = 1, 2, \dots, n \text{ dan } x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1). \tag{3}$$

3. Membentuk barisan *Mean Generating Operation* (MGO) yang merupakan rataan atau nilai tengah dari dua data $x^{(1)}(k)$ yang berdekatan, dinotasikan sebagai $Z^{(1)}$yang ditampilkan pada Persamaan (4),

$$Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\} \tag{4}$$

dengan

$$z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)}{2} \tag{5}$$

dimana, $k = 2,3,\ldots,n$.

4. Setiap pasangan nilai$x^{(0)}(k)$ dan $z^{(1)}(k)$ dibentuk menjadi persamaan model grey (1,1) yang ditampilkan pada Persamaan (6),

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \tag{6}$$

dimana *a* adalah *development coefficient* dan *b* adalah *input* grey. Persamaan (6) adalah *whitening equation* dari persamaan differensial orde pertama model grey yaitu

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b \tag{7}$$

Nilai *a* dan *b* ditentukan menggunakan metode kuadrat terkecil.

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (\boldsymbol{B^T B})^{-1}\boldsymbol{B^T Y} \tag{8}$$

dengan

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

5. Menghitung nilai prediksi AGO yang diperoleh dengan menyelesaikan Persamaan (7) menggunakan transformasi Laplace, dengan tahapan sebagai berikut,

$$L\left\{\frac{dx^{(1)}(k)}{dk}\right\} + L\{ax^{(1)}(k)\} = L\{b\}$$

$$L\{x^{(1)}(k)\} = \frac{x^{(1)}(0) + \frac{b}{s}}{s+a} \tag{9}$$

dimana kondisi awal yaitu $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ maka $x^{(1)}(0) = x^{(0)}(1)$, sehingga

$$L\{x^{(1)}(k)\} = \frac{x^{(0)}(1) + \frac{b}{s}}{s+a} \tag{10}$$

dengan menggunakan invers transformasi Laplace diperoleh,

$$x^{(1)}(k) = L^{-1}\left\{\frac{\left(x^{(0)}(1)\right) - \frac{b}{a}}{(s+a)} + \frac{\frac{b}{a}}{s}\right\}$$

$$x^{(1)}(k) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a} \tag{11}$$

dengan $k > 0$, sehingga diperoleh rumus untuk nilai prediksi AGO adalah

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}, \quad k = 1,2,\ldots,n. \tag{12}$$

6. Menghitung nilai prediksi model grey (1,1) menggunakan Persamaan (13),

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \tag{13}$$

dengan

$$\hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) \text{ dan } k = 1, 2, \ldots, n.$$

2.2 Model Grey-Markov (1,1)

Pada model ini, hasil prediksi dari model grey (1,1) dimodifikasi dengan analisis rantai Markov. Adapun langkah-langkah peramalan dengan menggunakan model grey-Markov (1,1) adalah sebagai berikut [4]:

1. Membentuk barisan data baru yang terdiri dari nilai prediksi model grey (1,1) yang ditampilkan pada Persamaan (14),

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \{\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \ldots, \hat{x}^{(0)}(n)\}, \tag{14}$$

dengan

$$\hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1).$$

2. Menghitung nilai *error* relatif (*er*) menggunakan Persamaan (15).

$$er\ (k) = \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \times 100 \tag{15}$$

3. Menentukan jumlah keadaan, kemudian tentukan batas dari setiap keadaan berdasarkan nilai *error* relatif [7],

$$\otimes (j) = [\otimes (j^-), \otimes (j^+)],\ j = 1, 2, \ldots, r. \tag{16}$$

dengan

$$\otimes (j^-) = L + \tfrac{j-1}{r}(H - L) \tag{17}$$

dan

$$\otimes (j^+) = L + \tfrac{j}{r}(H - L) \tag{18}$$

keterangan:
$\otimes(j)$ = batas keadaan ke-j
$\otimes(j^-)$ = batas bawah dari keadaan ke-j
$\otimes(j^+)$ = batas atas dari keadaan ke-j
L = nilai *error* relatif terkecil
H = nilai *error* relatif terbesar
r = jumlah keadaan.

4. Mendefinisikan keadaan dari setiap data berdasarkan dengan batas-batas keadaan yang telah ditentukan.
5. Menentukan nilai peluang transisinya dengan menggunakan sifat Markovian yang ditampilkan pada Persamaan (19).

$$P_{ij}(k) = P(X_k = j|X_0 = i) = \frac{n_{ij}(k)}{n_i}, i = 1,2,\dots,n. \tag{19}$$

dimana $P_{ij}(k)$ adalah peluang transisi k langkah yang berpindah dari keadaan-i ke keadaan-j, n_i menyatakan banyaknya data yang berada pada keadaan-i dan n_{ij} menyatakan banyaknya data yang berpindah dari keadaan-i ke keadaan-j. Peluang transisi $P_{ij}(k)$ dapat dinyatakan ke dalam bentuk matriks stokastik $\boldsymbol{P}$:

$$\boldsymbol{P(k)} = \begin{bmatrix} P_{11}(k) & P_{12}(k) & \cdots & P_{1n}(k) \\ P_{21}(k) & P_{22}(k) & \cdots & P_{2n}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1}(k) & P_{n2}(k) & \cdots & P_{nn}(k) \end{bmatrix}$$

6. Memilih perpindahan keadaan yang memiliki nilai jumlahan terbesar untuk menentukan pada keadaan mana tahun prediksi memiliki kemungkinan.
7. Menghitung nilai prediksi dari model grey-Markov dengan menggunakan Persamaan (20).

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^{(0)}(k)\left(1 + \frac{\otimes(j^-) + \otimes(j^+)}{2} \times \frac{1}{100}\right) \tag{20}$$

dengan, $k = 1, 2, \dots, n$.

2.3 Tingkat Akurasi

Terdapat beberapa uji keakuratan model diantaranya yaitu *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dan *posterior error ratio* (*C*). Adapun perhitungan akurasi menggunakan MAPE ditunjukkan pada Persamaan (21),

$$MAPE = \frac{\sum_{k=1}^{n} \frac{|\varepsilon(k)|}{x^{(0)}(k)}}{n} \times 100\% \tag{21}$$

dengan

$$\varepsilon(k) = \begin{cases} x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k), & \text{untuk model grey (1,1)} \\ x^{(0)}(k) - \hat{x}(k), & \text{untuk model grey} - \text{Markov (1,1)} \end{cases}$$

Adapun perhitungan akurasi menggunakan *posterior error ratio* (*C*) ditunjukkan pada Persamaan (22). *Posterior error ratio* (*C*) adalah rasio dari standar deviasi *error* dan standar deviasi data.

$$C = \frac{S_2}{S_1} \tag{22}$$

dengan

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[x^{(0)}(k) - \bar{x}]^2} \text{ dan } S_2 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon}]^2}$$

Tingkat akurasi peramalan menggunakan MAPE dan C ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Akurasi grey *forecasting* menggunakan *posterior error ratio* (*C*)

C	Tingkat Akurasi	MAPE (%)	Tingkat Akurasi
$C \leq 0{,}35$	Sangat akurat	< 10	Sangat akurat
$0{,}35 < C \leq 0{,}50$	Akurat	10 – 20	Akurat
$0{,}5 < C \leq 0{,}65$	Cukup akurat	20 – 50	Kurang akurat
$C > 0{,}65$	Kurang akurat	> 50	Tidak akurat

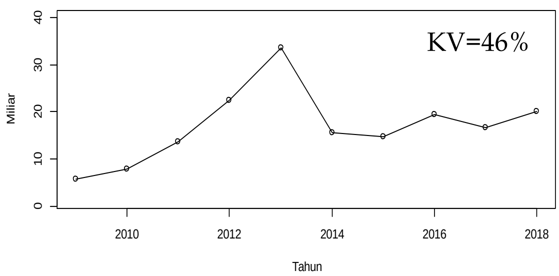
Sumber: [8]

3. Hasil dan Pembahasan

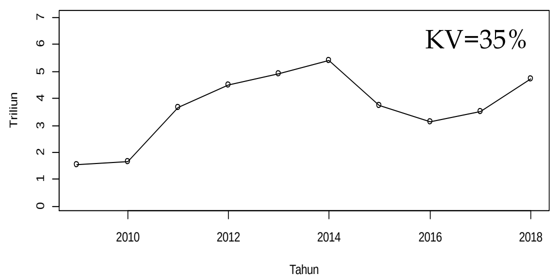
Penelitian ini menggunakan data tahunan realisasi pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur dari tahun 2009 sampai dengan tahun 2018. Data tersebut terdiri dari pajak daerah (pajak), retribusi daerah (retribusi), hasil pengelolaaan kekayaan daerah yang dipisahkan (hpk), dan lain-lain pendapatan asli daerah yang sah (lainlain).

3.1 Grafik Runtun Waktu

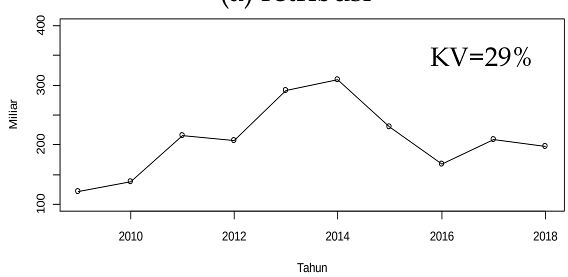
Grafik runtun waktu digunakan untuk melihat variasi data atau fluktuasi data. KV adalah koefisien variasi, semakin besar nilai KV maka data semakin bervariasi. Grafik runtun waktu ditunjukkan pada Gambar 1.



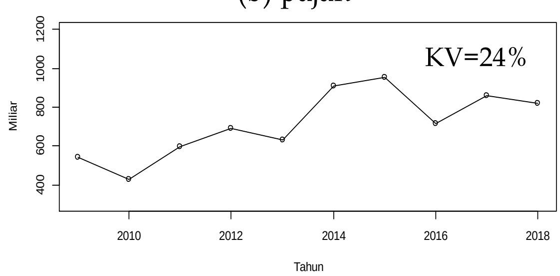
(a) retribusi



(b) pajak



(c) hpk



(d) lain lain

Gambar 1. Grafik runtun waktu

Ilustrasi yang ditunjukkan pada Gambar 1 poin a), b), c), dan d) menunjukkan bahwa semua data penelitian berfluktuasi.

3.2 Peramalan Menggunakan Model Grey (1,1)

Peramalan masing-masing sumber pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur menggunakan model grey (1,1) dilakukan mengikuti tahapan-tahapan berikut:

1. Membentuk barisan data aktual mengikuti Persamaan (1).
2. Menghitung AGO sesuai Persamaan (3) dan menghitung MGO sesuai Persamaan (5). Hasil perhitungan AGO dan MGO ditampilkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil perhitungan AGO dan MGO

AGO $\left(x^{(1)}(k)\right)$				
k	Retribusi	Pajak	Hpk	Lainlain
1	5621,68	1539702,68	121104,22	541880,55
2	13541,70	3197056,90	258552,46	969661,27
3	27240,73	6876423,78	474205,05	1564181,59
4	49736,36	11362828,36	681998,85	2256936,96
5	83413,07	16292619,96	973682,92	2887046,59
6	98907,32	21721745,96	1283282,85	3795939,68
7	113630,11	25475464,90	1513398,91	4747542,52
8	133065,90	28602715,82	1680784,28	5462835,26
9	149724,91	32108293,90	1889591,78	6320542,41
10	169909,85	36824977,06	2086090,76	7137602,82
MGO $\left(x^{(1)}(k)\right)$				
k	Retribusi	Pajak	Hpk	Lainlain
2	9581,69	2368379,79	189828,34	755770,91
3	20391,21	5036740,34	366378,76	1266921,43
4	38488,54	9119626,07	578101,95	1910559,28
5	66574,71	13827724,16	827840,89	2571991,77
6	91160,19	19007182,96	1128482,89	3341493,14
7	106268,71	23598605,43	1398340,89	4271741,10
8	123348,00	27039090,36	1597091,60	5105188,89
9	141395,41	30355504,86	1785188,03	5891688,84
10	159817,38	34466635,48	1987841,27	6729072,62

3. Menentukan nilai parameter a dan b dengan menggunakan metode kuadrat terkecil sesuai Persamaan (8), hasil perhitungan nilai a dan b untuk masing-masing variabel ditampilkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai parameter a dan b

Variabel	a	b
Retribusi	-0,026	16.070
Pajak	-0,029	3.383.000
Hpk	-0,005	21.300
Lainlain	-0,056	53.320

4. Menghitung nilai prediksi AGO menggunakan Persamaan (12), kemudian dilanjutkan dengan menghitung nilai prediksi model grey (1,1) menggunakan Persamaan (13). Adapun hasil peramalan masing-masing sumber pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur dengan menggunakan model grey (1,1) yang ditampilkan pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil peramalan model grey (1,1)

k	Tahun	$\hat{x}^{(0)}_{retribusi}(k)$	$\hat{x}^{(0)}_{pajak}(k)$	$\hat{x}^{(0)}_{hpk}(k)$	$\hat{x}^{(0)}_{lainlain}(k)$
1	2009	5.621,68	1.539.702,68	121.104,212	541.880,55
2	2010	16.427,83	3.479.448,97	214.136,01	579.978,42
3	2011	16.860,13	3.582.999,42	215.174,38	613.648,45
4	2012	17.303,82	3.689.631,58	216.217,79	649.273,16
5	2013	17.759,17	3.799.437,18	217.266,26	686.966,02
6	2014	18.226,51	3.912.510,66	218.319,82	726.847,10
7	2015	18.706,15	4.028.949,28	219.378,48	769.043,44
8	2016	19.198,41	4.148.853,16	220.442,28	813.689,44
9	2017	19.703,62	4.272.325,46	221.511,24	860.927,32
10	2018	20.222,13	4.399.472,37	222.585,38	910.907,54
11	2019	20.754,28	4.530.403,25	223.664,73	963.789,32

3.3 Peramalan Menggunakan Model Grey-Markov (1,1)

Peramalan masing-masing sumber pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur menggunakan model grey-Markov (1,1) dilakukan melalui tahapan-tahapan sebagai berikut:

1. Membentuk barisan data baru, yaitu barisan yang terdiri dari hasil prediksi model grey (1,1) drbsgsimana ditampilkan pada Tabel 5.
2. Menghitung nilai *error* relatif (*er*) mengikuti Persamaan (16) dan menentukan jumlah keadaan. Pada penelitian ini *error* relatif dibagi menjadi 3, 4, dan 5 keadaan. Berdasarkan *trial and error* yang telah dilakukan, diperoleh jumlah keadaan yang paling optimum adalah 4 keadaan. Adapun batas-batas keadaan ditampilkan pada Tabel 6.

Tabel 6. Batas-batas keadaan setiap variabel

Retribusi				Hpk			
j	Keadaan	$\otimes(j^-)$	$\otimes(j^+)$	j	Keadaan	$\otimes(j^-)$	$\otimes(j^+)$
1	Keadaan 1	-107,42	-68,75	1	Keadaan 1	-55,79	-34,47
2	Keadaan 2	-68,75	-30,08	2	Keadaan 2	-34,47	-13,15
3	Keadaan 3	-30,08	8,59	3	Keadaan 3	-13,15	8,16
4	Keadaan 4	8,59	47,27	4	Keadaan 4	8,16	29,48
Pajak				Lainlain			
j	Keadaan	$\otimes(j^-)$	$\otimes(j^+)$	j	Keadaan	$\otimes(j^-)$	$\otimes(j^+)$
1	Keadaan 1	-109,93	-75,47	1	Keadaan 1	-35,58	-21,68
2	Keadaan 2	-75,47	-41,00	2	Keadaan 2	-21,68	-7,77
3	Keadaan 3	-41,00	-6,53	3	Keadaan 3	-7,77	6,13
4	Keadaan 4	-6,53	27,93	4	Keadaan 4	6,13	20,03

3. Mendefinisikan keadaan setiap data berdasarkan batas-batas keadaan yang telah ditentukan pada Tabel 6. Keadaan setiap data ditampilkan pada Tabel 7.

Tabel 7. Keadaan setiap data

k	Tahun	Retribusi			Pajak		
		$x^{(0)}_{retribusi}(k)$	$er(k)$	Keadaan	$x^{(0)}_{pajak}(k)$	$er(k)$	Keadaan
1	2009	5.621,68	0,00	Keadaan 3	1.539.702,68	0,00	keadaan 4
2	2010	7.920,02	-107,42	Keadaan 1	1.657.354,22	-109,94	keadaan 1
3	2011	13.699,03	-23,07	Keadaan 3	3.679.366,87	2,62	keadaan 4
4	2012	22.495,63	23,08	Keadaan 4	4.486.404,59	17,76	keadaan 4
5	2013	33.676,71	47,27	Keadaan 4	4.929.791,60	22,93	keadaan 4
6	2014	15.494,25	-17,63	Keadaan 3	5.429.126,00	27,93	keadaan 4
7	2015	14.722,79	-27,06	Keadaan 3	3.753.718,94	-7,33	keadaan 3
8	2016	19.435,79	1,22	Keadaan 3	3.127.250,93	-32,67	keadaan 3
9	2017	16.659,01	-18,28	Keadaan 3	3.505.578,07	-21,87	keadaan 3
10	2018	20.184,94	-0,18	Keadaan 3	4.716.683,16	6,72	keadaan 4
k	Tahun	Hpk			Lainlain		
		$x^{(0)}_{hpk}(k)$	$er(k)$	Keadaan	$x^{(0)}_{lainlain}(k)$	$er(k)$	Keadaan
1	2009	121.104,22	0,00	Keadaan 3	541.880,55	0,00	Keadaan 3
2	2010	137.448,25	-55,79	Keadaan 1	427.780,71	-35,58	Keadaan 1
3	2011	215.652,59	0,22	Keadaan 3	594.520,33	-3,22	Keadaan 3
4	2012	208.647,80	-4,05	Keadaan 3	692.755,37	6,28	Keadaan 4
5	2013	292.814,03	25,51	Keadaan 4	630.109,63	-9,02	Keadaan 2
6	2014	309.599,92	29,48	Keadaan 4	908.893,10	20,03	Keadaan 4
7	2015	230.116,06	4,67	Keadaan 3	951.602,83	19,18	Keadaan 4
8	2016	167.385,38	-31,70	Keadaan 2	715.292,75	-13,76	Keadaan 2
9	2017	208.807,50	-6,08	Keadaan 3	857.707,15	-0,37	Keadaan 3
10	2018	196.498,97	-13,28	Keadaan 2	817.060,41	-11,49	Keadaan 2

4. Menghitung nilai peluang transisi menggunakan Persamaan (19), kemudian membentuk matriks peluang transisinya. Data yang akan diprediksi adalah data pada tahun 2019, karena data aktual yang digunakan mulai dari tahun 2009 sampai dengan tahun 2018, maka ada sembilan jenis transisi yang diperlukan oleh masing-masing tahun untuk dapat berpindah ke keadaan pada tahun 2019. Matriks peluang transisi ditampilkan sebagai berikut:

   a) Matriks peluang transisi untuk retribusi

$$\boldsymbol{P(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,17 & 0 & 0,66 & 0,17 \\ 0 & 0 & 0,50 & 0,50 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,80 & 0,20 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,75 & 0,25 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,67 & 0,33 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(5)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(6)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(7)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(8)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(9)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

b) Matriks peluang transisi untuk pajak

$$\boldsymbol{P}(1)=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0{,}67&0{,}33\\0{,}20&0&0{,}20&0{,}60\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(2)=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0{,}50&0{,}50\\0&0&0{,}40&0{,}60\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(3)=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0{,}60&0{,}40\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(4)=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0{,}60&0{,}40\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(5)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0{,}50&0{,}50\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(6)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0{,}67&0{,}33\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(7)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0{,}50&0{,}50\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(8)=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(9)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

c) Matriks peluang transisi untuk hpk

$$\boldsymbol{P}(1)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0{,}20&0{,}40&0{,}20&0{,}20\\0&0&0{,}50&0{,}50\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(2)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0{,}50&0{,}50\\0{,}50&0&0{,}50&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(3)=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0{,}25&0{,}50&0{,}25\\0&0{,}50&0{,}50&0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(4)=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0{,}33&0{,}33&0{,}33\\0&0{,}50&0{,}50&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(5)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0{,}33&0{,}33&0{,}33\\0&1&0&0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(6)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0{,}33&0{,}67&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(7)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(8)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{P}(9)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

d) Matriks peluang transisi untuk lainlain

$$\boldsymbol{P}(\mathbf{1}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}50 & 0{,}50 \\ 0{,}33 & 0{,}33 & 0 & 0{,}33 \\ 0 & 0{,}67 & 0 & 0{,}33 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(\mathbf{2}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0{,}50 & 0 & 0{,}50 \\ 0 & 0{,}50 & 0{,}50 & 0 \\ 0 & 0{,}33 & 0{,}33 & 0{,}33 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(\mathbf{3}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0{,}33 & 0{,}33 & 0{,}33 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(\mathbf{4}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0{,}50 & 0 & 0{,}50 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(\mathbf{5}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}50 & 0 & 0{,}50 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(\mathbf{6}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}50 & 0{,}50 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(\mathbf{7}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(\mathbf{8}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(\mathbf{9}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Memilih peluang transisi keadaan yang memiliki jumlahan terbesar untuk menentukan pada keadaan mana tahun prediksi memiliki kemungkinan. Tabel 8 menampilkan informasi peluang transisi keadaan dari setiap tahun untuk dapat berpindah ke keadaan pada tahun 2019 (prediksi keadaan tahun 2019). Berdasarkan Tabel 8 diperoleh informasi bahwa prediksi keadaan untuk retribusi pada tahun 2019 adalah keadaan 3 dengan jumlahan sebesar 5,88, prediksi keadaan untuk pajak pada tahun 2019 adalah keadaan 4 dengan jumlahan sebesar 3,43, prediksi keadaan untuk hpk pada tahun 2019 adalah keadaan 3 dengan jumlahan sebesar 2,83, dan prediksi keadaan untuk lainlain pada tahun 2019 adalah keadaan 3 dengan jumlahan sebesar 3.

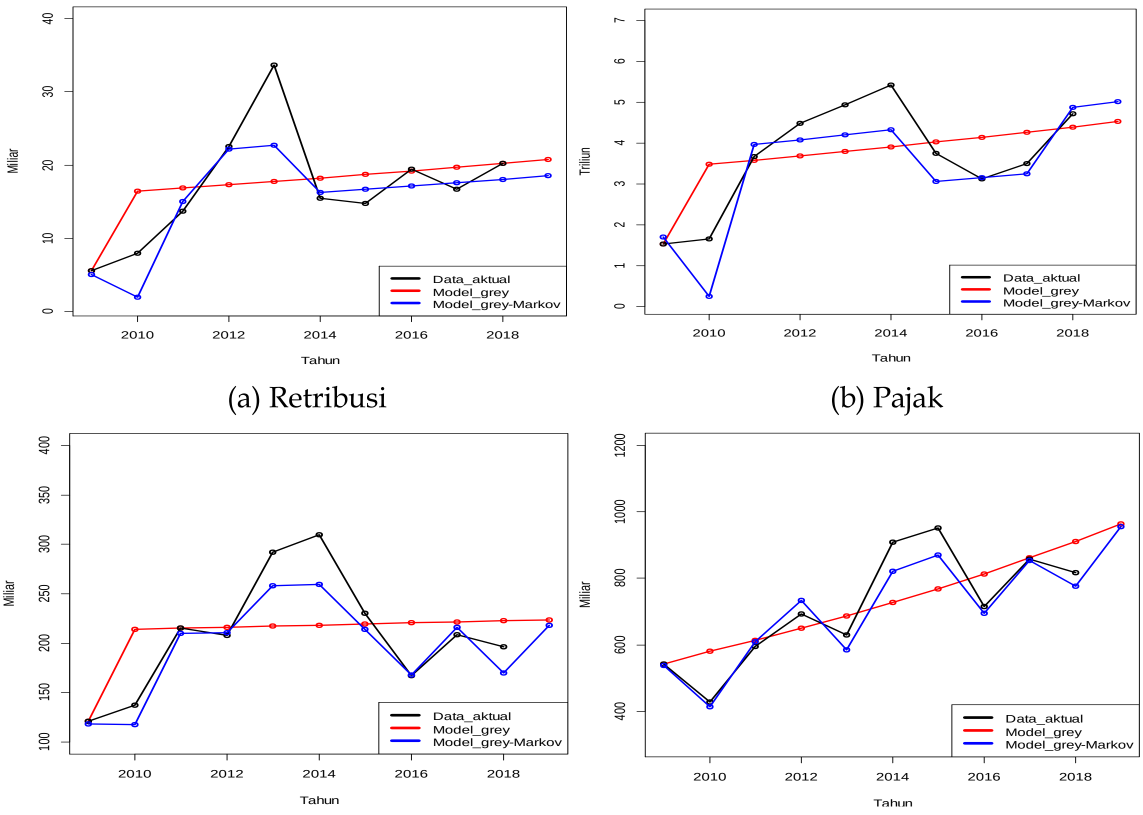
Tabel 8. Prediksi keadaan setiap variabel tahun 2019

Tahun	Keadaan awal	Transisi	Retribusi Peluang Transisi ke keadaan				Pajak Peluang Transisi ke keadaan			
			1	2	3	4	1	2	3	4
2010	1	9	0	0	0	0	0	0	0	0
2011	3	8	0	0	1	0	0	0	1	0
2012	4	7	0	0	0	0	0	0	0,50	0,50
2013	4	6	0	0	1	0	0	0	0,67	0,33
2014	3	5	0	0	1	0	0	0	0,50	0,50
2015	3	4	0	0	0,67	0,33	0	0	0	0
2016	3	3	0	0	0,75	0,25	0	0	0	1
2017	3	2	0	0	0,80	0,20	0	0	0,50	0,50
2018	3	1	0,17	0	0,66	0,17	0,20	0	0,20	0,60
Jumlah			0,17	0	5,88	0,95	0,20	0	3,37	3,43

Tahun	Keadaan awal	Transisi	Hpk Peluang Transisi ke keadaan				Lain lain Peluang Transisi ke keadaan			
			1	2	3	4	1	2	3	4
2010	1	9	0	0	0	0	0	0	0	0
2011	3	8	0	0	1	0	0	0	1	0
2012	3	7	0	1	0	0	0	0	0	0
2013	4	6	0	0	0	0	0	0	0	0
2014	4	5	0	1	0	0	0	0	1	0
2015	3	4	0	0,33	0,33	0,33	0	1	0	0
2016	2	3	0	0	0	0	0	1	0	0
2017	3	2	0	0	0,50	0,50	0	0,50	0,50	0
2018	2	1	0	0	1	0	0	0	0,50	0,50
	Jumlah		0	2,33	2,83	0,83	0	2,50	3	0,50

6. Menghitung nilai prediksi model grey-Markov (1,1) menggunakan Persamaan (20). Hasil perhitungan ditampilkan pada Tabel 9.

Berdasarkan hasil peramalan masing-masing sumber pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur menggunakan model grey (1,1) dan model grey-Markov (1,1), maka dapat dibuat grafik runtun waktu antara data aktual dan hasil peramalan. Adapun perbandingan pola data ditampilkan pada Gambar 2.



(a) Retribusi

(b) Pajak

(c) Hpk

(d) Lainlain

Gambar 2. Grafik runtun waktu data aktual dan hasil peramalan

Gambar 2 menunjukkan bahwa hasil peramalan menggunakan model grey (1,1) cenderung mengalami kenaikan dari tahun ke tahun (mengalami tren naik), sedangkan hasil peramalan menggunakan model grey-Markov (1,1) cenderung mengikuti pola data.

Tabel 9. Hasil peramalan model grey-Markov (1,1)

k	Tahun	$\hat{x}_{retribusi}(k)$	$\hat{x}_{pajak}(k)$	$\hat{x}_{hpk}(k)$	$\hat{x}_{lainlain}(k)$
1	2009	5.017,80	1.704.457,81	118.081,83	537.418,01
2	2010	1.957,26	253.804,05	117.487,28	413.945,34
3	2011	15.049,01	3.966.396,52	209.804,29	608.594,87
4	2012	22.136,74	4.084.438,81	210.821,67	734.187,93
5	2013	22.719,27	4.205.994,10	258.163,60	585.806,89
6	2014	16.268,61	4.331.166,95	259.415,47	821.907,33
7	2015	16.696,73	3.071.338,90	213.903,48	869.622,29
8	2016	17.136,11	3.162.743,74	167.943,99	693.869,66
9	2017	17.587,05	3.256.868,85	215.983,00	853.837,34
10	2018	18.049,86	4.870.235,77	169.576,71	776.771,92
11	2019	18.524,85	5.015.176,84	218.082,75	955.852,23

3.4 Perhitungan Akurasi

Hasil perhitungan akurasi model grey-Markov (1,1) berdasarkan MAPE dan C ditampilkan pada Tabel 10.

Tabel 10. Akurasi model grey-Markov (1,1) menggunakan MAPE dan C

Variabel penelitian	KV	MAPE	C
Retribusi	46%	17,64%	0,50
Pajak	35%	17,67%	0,44
Hpk	29%	7,34%	0,31
Lainlain	24%	4,60%	0,24

Berdasarkan Tabel 10 diperoleh informasi bahwa variabel retribusi dan variabel pajak memiliki nilai MAPE ≤ 20% dan $C \leq 0{,}50$, yang berarti bahwa hasil peramalan akurat. Variabel hpk dan variabel lain lain memiliki nilai MAPE ≤ 10% dan $C \leq 0{,}35$, artinya hasil peramalan sangat akurat. Berdasarkan hasil perhitungan akurasi dapat disimpulkan bahwa secara umum peramalan pendapatan asli daerah Provinsi Kalimantan Timur menggunakan model grey-Markov (1,1) memiliki akurasi peramalan yang akurat. Berdasarkan Tabel 10 dapat dilihat bahwa semakin besar nilai KV maka akurasi peramalan semakin berkurang, sebaliknya semakin kecil nilai KV maka akurasi peramalan semakin baik.

4. Kesimpulan

Peramalan masing-masing sumber pendapatan asli daerah provinsi Kalimantan timur menggunakan model grey-Markov (1,1) cenderung mengikuti pola data aktual. Hasil akurasi peramalan model grey-Markov (1,1) untuk data hasil pengelolaan kekayaan daerah yang dipisahkan dan data lain-lain pendapatan asli daerah yang sah adalah sangat akurat, sedangkan untuk data pajak daerah dan data retribusi daerah adalah akurat. Berdasarkan nilai KV, semakin besar nilai KV maka akurasi peramalan semakin berkurang, sebaliknya semakin kecil nilai KV maka akurasi peramalan semakin baik.

Referensi

[1] Aswi & Sukarna., 2006, Analisis Deret Waktu: Teori dan Aplikasi, Makassar: Andira Publisher

[2] Makridakis, S.C., Steven, C.W., & Victor, E.M., 1999, Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid Satu Edisi Kedua, Jakarta: Binarupa Aksara

[3] Zhan-li, M., & Jin-hua, S., 2011, Application of grey-Markov model in forecasting fire accidents, Journal Procedia Engineering, 11: 314-318

[4] Ahdika, A., 2018, Model grey (1,1) dan grey-Markov pada peramalan realisasi penerimaan negara, Jurnal Fourier, 7(1): 1-12

[5] Sun, C.C., 2013, Improvement of renewable energy supply forecasts: The case of Taiwan renewable industry, African Journal of Business Management, 7(16): 1436-1444

[6] Muqtadir, A., Suryono., & Vincensius, G., 2016, The implementation of grey forecasting model for forecast result's food crop agricultural, Scientific Journal of Informatics, 3(2): 159-166

[7] Immawan, L.D., & Atina, A., 2018, Comparison of grey-Markov (1,1), grey-Markov (2,1), and moving average methods in forecasting small sized data of the unit price of materials in Batam, AIP Conf. Proc. 2021: 060019-1-060019-10

[8] Hu, S., 2017, Prediction of city traffic accidents based on grey-Markov chain model, Jurnal Revista de la Faculated de Ingeniea U.C.V, 32(4): 144-151