

**AVALIAÇÃO DE MODELOS DE AFILAMENTO NÃO-SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE *Eucalyptus* sp.****EVALUATION OF NO SEGMENTED TAPER MODELS TO ESTIMATE HEIGHT AND MERCHANTABLE VOLUME FROM *Eucalyptus* sp. STEMS**

Carlos Alberto Martinelli de Souza<sup>1</sup> Gilson Fernandes da Silva<sup>2</sup> Alexandre Cândido Xavier<sup>3</sup>  
Adriano Ribeiro de Mendonça<sup>4</sup> André Quintão de Almeida<sup>5</sup>

**RESUMO**

Este trabalho teve como objetivo avaliar diferentes modelos de afilamento na estimativa da altura comercial, volume comercial e volumes ao longo do fuste de *Eucalyptus* sp. para a obtenção de multiprodutos. Com base em dados de cubagem rigorosa de árvores-amostras com idade de 16 anos, foram avaliados os modelos de afilamento de Demaerschalk (1972), Ormerod (1973), Schöpfer (1966), Hradetzky (1976), Garay (1979) e Biging (1984). Baseado na análise gráfica dos resíduos e nas estatísticas *bias* (B), média das diferenças (MD) e desvio-padrão das diferenças (DPD), verificou-se que, para estimativa da altura comercial e do volume comercial os modelos de Biging, Schöpfer e Hradetzky apresentaram os melhores resultados, acompanhados do modelo de Garay que apresentou melhora considerável para o volume comercial. De forma geral, nas condições estudadas, o modelo de Biging apresentou maior estabilidade na estimativa dos volumes ao longo do fuste.

**Palavras-chave:** multiprodutos; sortimento; forma de tronco; toras.

**ABSTRACT**

This work aimed to evaluate different taper models in the estimate of the merchantable height and volume and along the bole volumes of *Eucalyptus* sp., to the obtention of multiproducts. Considering the data of rigorous scaling of trees of *Eucalyptus* sp. with 16 years-old, it was appraised the models of taper of Demaerschalk (1972), Ormerod (1973), Schöpfer (1966), Hradetzky (1976), Garay (1979) and Biging (1984). Based on graphical analysis of the residues and on the statistics bias (B), average of the differences (MD) and deviation pattern of the differences (DPD), it could be verified that, in the estimate of the merchantable height and volume of the models, Biging, Schöpfer and Hradetzky presented the best results, followed by the models of Garay, which have also shown good results. In general, considering the treatment of the volumes of the logs, the Biging model presented the best results.

**Keywords:** multiproducts; assortment; stem shape; logs.

**INTRODUÇÃO**

As funções de afilamento se constituem numa alternativa de quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. O leque de informações que essas funções podem propiciar e as necessidades crescentes de estimar os sortimentos das florestas têm levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais. Esse fato tem justificado a realização de estudos na tentativa de aliar estimativas confiáveis à praticidade de utilização das funções que propiciam tais estimativas.

De acordo com Assis (2000), a obtenção de múltiplos produtos advindos das florestas de produção passa necessariamente pelo conhecimento das características dos povoamentos no que se refere ao ritmo de

1. Engenheiro Florestal, MSc., Doutorando pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Centro de Ciências Rurais, Universidade Federal de Santa Maria, Av. Roraima, 1000, CEP 97119-900, Santa Maria (RS). [camartinelli5@hotmail.com](mailto:camartinelli5@hotmail.com)
2. Engenheiro Florestal, Dr., Professor do Centro de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Espírito Santo, Campus Universitário de Alegre, Alto Universitário, Caixa Postal 16, CEP 29500-000, Alegre (ES). [gfsilva@yahoo.com](mailto:gfsilva@yahoo.com)
3. Engenheiro Agrícola, Dr., Professor do Centro de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Espírito Santo, Campus Universitário de Alegre, Alto Universitário, Caixa Postal 16, CEP 29500-000, Alegre (ES). [xavier@cca.ufes.br](mailto:xavier@cca.ufes.br)
4. Engenheiro Florestal, MSc., Doutorando em Engenharia Florestal, Universidade Federal de Lavras, Caixa Postal 37, Campus Universitário, CEP 37200-000, Lavras (MG). [ribeiroflorestal@yahoo.com.br](mailto:ribeiroflorestal@yahoo.com.br)
5. Engenheiro Florestal, Mestrando em Engenharia Ambiental, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Av. Fernando Ferrari, Goiabeiras, Campus Universitário, CEP 29060-900, Vitória (ES). [andreaq@gmail.com](mailto:andreaq@gmail.com)

Recebido para publicação em 3/09/2007 e aceito em 24/04/2008.

crescimento e à forma dos fustes das árvores, bem como dos fatores que afetam essas duas variáveis. Por isso, o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de representar com acurácia os perfis dos fustes tem se tornado uma ferramenta cada vez mais importante dentro dos empreendimentos de base florestal.

O emprego dessas funções é uma consequência natural da evolução do setor florestal no Brasil, em que o aprimoramento das técnicas de inventário, associado à necessidade de flexibilização da informação dos estoques de madeira, desperta um maior interesse na depuração das informações de inventário (RIOS, 1997). Vários autores têm demandado esforços no estudo de funções que descrevem o perfil do tronco, cabendo citar: (LIMA, 1986; FIGUEIREDO-FILHO *et al.*, 1996; SILVA *et al.* 1997; SCOLFORO *et al.*, 1998; FISCHER *et al.*, 2001; ASSIS *et al.*, 2001, ASSIS *et al.*, 2002 e SOARES *et al.*, 2004). No entanto, a maioria dos trabalhos citados avalia somente a acurácia dessas equações em relação ao diâmetro em qualquer parte do tronco e em relação ao volume comercial, não se preocupando em verificar a exatidão em se estimar a altura para um diâmetro comercial pré-estabelecido.

O conhecimento da altura comercial de uma árvore para serraria, é essencial em processos de otimização. Imagine que o diâmetro mínimo para serraria seja igual a 28 cm e que o mercado demande toras de diferentes tamanhos, com 3, 4 ou 5 m. Se a altura em que ocorre o diâmetro comercial de 28 cm for de 20 m, várias opções de seccionamento do fuste desta árvore poderão ser realizadas, como retirar quatro toras de 5 m, ou cinco toras de 4 m, ou seis toras de 3 m. A melhor combinação de tamanhos de toras a serem retiradas dependerá do valor destas e da quantidade pretendida de resíduos resultantes do processo, o que pode ser calculado por técnicas de otimização, como a programação dinâmica. Contudo, na realização de inventários florestais, medir diretamente a altura na qual um determinado diâmetro comercial ocorre com a árvore em pé é tarefa difícil. Como essa informação é essencial nos programas de seccionamento do fuste, essa altura pode ser estimada por funções de afilamento.

Portanto, o problema aqui descrito justifica a importância da realização de pesquisas buscando funções de afilamento acuradas na estimação da altura, que é uma variável pouco estudada quando funções desse tipo são pesquisadas. Além disso, o volume comercial a ser estimado dependerá da altura comercial estimada, ou seja, estimativas ruins da altura resultarão em estimativas ruins do volume. Diante disso, o presente estudo foi desenvolvido com o objetivo de avaliar a precisão de seis modelos não-segmentados para estimar alturas ao longo do tronco, o volume comercial e volumes parciais ao simular o traçamento das toras.

## MATERIAL E MÉTODOS

Os dados provenientes deste estudo são de uma área de plantio da empresa Aracruz Celulose S.A., localizada no município de Caravelas, no estado da Bahia, que tem as seguintes coordenadas geográficas: 17° 37' 48" de latitude sul e 39° 15' 41" de longitude oeste de Greenwich. Para a coleta dos dados, foi utilizado um talhão com área de 4,31 ha plantado com *Eucalyptus* sp. com idade de 16 anos, proveniente de propagação seminífera, com espaçamento inicial de plantio de 3 x 3 m.

Foram cubadas 41 árvores para os ajustes das funções de afilamento. Os diâmetros com casca foram medidos com uma suta (duas medidas ortogonais) na altura de 1,30 m e nas seguintes alturas relativas: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 25 ..., 95%. As árvores-amostra foram selecionadas por apresentarem DAP (diâmetro tomado a 1,30 m do solo) mínimo de 35 cm e, portanto, apresentarem as dimensões estabelecidas pela empresa. Os modelos foram ajustados com o *software* Statística 6.0. A Tabela 1 indica a distribuição de frequência das 41 árvores-amostra utilizadas.

TABELA 1: Distribuição de frequência das árvores-amostra, por classes de diâmetro e altura.

TABLE 1: Distribution of frequency of wood specimens, per diameter and height.

Classes de altura (m)	Classes de diâmetro (cm)				Total
	37,5	42,5	47,5	52,5	
37	2	-	-	-	2
39	1	2	1	-	4
41	3	6	6	1	16
43	-	6	4	1	11
45	-	1	5	-	6
49	-	1	-	1	2
Total	6	16	16	3	41

Na literatura, podem-se encontrar diversos modelos que expressam o afilamento das árvores. Para este trabalho, foram testados seis modelos não-segmentados bem difundidos no meio florestal que são detalhados a seguir:

**a) Modelo de Demaerschalk (1972) – Modelo 1**

$$\left(\frac{d}{DAP}\right)^2 = 10^{2\beta_0} DAP^{2\beta_1-2} L^{2\beta_2} Ht^{2\beta_3} + \varepsilon;$$

$$\hat{h} = Ht - (d 10^{-\hat{\beta}_0} DAP^{-\hat{\beta}_1} Ht^{-\hat{\beta}_3})^{\frac{1}{\hat{\beta}_2}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Se } h = 1,3 \Leftrightarrow d = Dap \\ \text{Se } d = 0 \Leftrightarrow h = Ht \end{array} \right\}$$

$$\hat{V} = \frac{K 10^{2\hat{\beta}_0} DAP^{2\hat{\beta}_1} Ht^{2\hat{\beta}_3} \left[ (Ht - h_1)^{2\hat{\beta}_2+1} - (Ht - h_2)^{2\hat{\beta}_2+1} \right]}{2\hat{\beta}_2+1}$$

Em que:  $d$  = diâmetro na altura  $h$  (cm);  $DAP$  = diâmetro tomado na altura de 1,30 m (cm);  $Ht$  = altura total da árvore (m);  $h$  = altura ao longo do fuste da árvore (m);  $L = Ht - h$ ;  $V$  = volume com casca (m<sup>3</sup>);  $h_1$  e  $h_2$  = limites da integração; sendo  $h_1$  = altura inferior da seção (m) e  $h_2$  = altura superior da seção (m);  $K = \frac{\pi}{40.000}$ ;  $\beta_i$  = parâmetros da regressão, sendo  $i = 0,1,\dots,n$ ;  $\varepsilon$  = erro aleatório.

**b) Modelo de Ormerod (1973) – Modelo 2**

$$\left(\frac{d}{DAP}\right)^2 = \left[\frac{Ht - h}{(Ht - 1,3)}\right]^{2\beta_1} + \varepsilon ; \hat{h} = Ht - \left[\frac{d}{DAP}\right]^{\frac{1}{\hat{\beta}_1}} (Ht - 1,3)$$

$$\hat{V} = K DAP^2 \left[\frac{1,3 - Ht}{2\hat{\beta}_1+1}\right] \left[\left(\frac{h_2 - Ht}{1,3 - Ht}\right)^{2\hat{\beta}_1+1} - \left(\frac{h_1 - Ht}{1,3 - Ht}\right)^{2\hat{\beta}_1+1}\right]$$

Variáveis definidas anteriormente.

**c) Modelo de Schöpfer (Polinômio de Quinto Grau – 1966) – Modelo 3**

$$\frac{d}{DAP} = \left[ \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{Ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{Ht}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h}{Ht}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h}{Ht}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h}{Ht}\right)^5 \right] + \varepsilon$$

$$\hat{V} = K DAP^2 \left[ c_0^2 h + c_0 c_1 h^2 + \left(\frac{2}{3} c_0 c_2 + \frac{1}{3} c_1^2\right) h^3 + \left(\frac{1}{2} c_0 c_3 + \frac{1}{2} c_1 c_2\right) h^4 + \left(\frac{2}{5} c_0 c_4 + \frac{2}{5} c_1 c_3 + \frac{1}{5} c_2^2\right) h^5 + \left(\frac{1}{3} c_0 c_5 + \frac{1}{3} c_1 c_4 + \frac{1}{3} c_2 c_3\right) h^6 + \left(\frac{2}{7} c_1 c_5 + \frac{2}{7} c_2 c_4 + \frac{1}{7} c_3^2\right) h^7 + \left(\frac{1}{4} c_2 c_5 + \frac{1}{4} c_3 c_4\right) h^8 + \left(\frac{2}{9} c_3 c_5 + \frac{1}{9} c_4^2\right) h^9 + \frac{1}{5} c_3 c_5 h^{10} + \frac{1}{11} c_5^2 h^{11} \right]_{h_1}^{h_2}$$

Em que:  $c_0 = \hat{\beta}_0$ ;  $c_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{Ht^{\hat{\beta}_1}}$ ;  $c_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{Ht^{\hat{\beta}_2}}$ ; ...;  $c_n = \frac{\hat{\beta}_n}{Ht^{\hat{\beta}_n}}$ .

Demais variáveis definidas anteriormente.

**d) Modelo de Hradetzky (Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias – 1976) – Modelo 4**

$$\frac{d}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h}{Ht} \right)^{p_1} + \beta_2 \left( \frac{h}{Ht} \right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left( \frac{h}{Ht} \right)^{p_n} + \varepsilon$$

$$\hat{V} = K DAP^2 \left[ c_0^2 h_i + 2c_0 c_1 \left( \frac{h_i^{(p_1+1)}}{p_1 + 1} \right) + 2c_0 c_2 \left( \frac{h_i^{(p_2+1)}}{p_2 + 1} \right) + \dots + 2c_0 c_{(n-1)} \left( \frac{h_i^{(p_{(n-1)}+1)}}{p_{(n-1)} + 1} \right) + \right.$$

$$2c_0 c_n \left( \frac{h_i^{(p_n+1)}}{p_n + 1} \right) +$$

$$c_1^2 \left( \frac{h_i^{(2p_1+1)}}{2p_1 + 1} \right) + 2c_1 c_2 \left( \frac{h_i^{(p_1+p_2+1)}}{p_1 + p_2 + 1} \right) + \dots + c_1 c_{(n-1)} \left( \frac{h_i^{(p_1+p_{(n-1)}+1)}}{p_1 + p_{(n-1)} + 1} \right) + 2c_1 c_n \left( \frac{h_i^{(p_1+p_n+1)}}{p_1 + p_n + 1} \right) +$$

$$\left. + c_2^2 \left( \frac{h_i^{(2p_2+1)}}{2p_2 + 1} \right) + \dots + 2c_{(n-1)} c_n \left( \frac{h_i^{(p_{(n-1)}+p_n+1)}}{p_{(n-1)} + p_n + 1} \right) + c_n^2 \left( \frac{h_i^{(2p_n+1)}}{2p_n + 1} \right) \right]_{h_i}^{h_2}$$

Em que:  $p_i$  = potências do modelo, que assumiram valores: 0,00001; 0,4; 0,8; 5 e 10 partindo do método “stepwise”. As outras variáveis foram definidas anteriormente.

**e) Modelo de Garay (1979) – Modelo 5**

$$d = DAP \cdot \beta_0 \left[ 1 + \beta_1 \cdot \ln(1 - \beta_2 \cdot h^{\beta_3} Ht^{-\beta_3}) \right] + \varepsilon$$

**f) Modelo de Biging (1984) – Modelo 6**

$$d = DAP \left\{ \beta_1 + \beta_2 \cdot \ln \left[ 1 - (h/Ht)^{1/3} \cdot \lambda \right] \right\} + \varepsilon$$

Em que:  $\lambda = 1 - e^{(-\beta_1/\beta_2)}$ ; demais variáveis definidas anteriormente.

Deve-se ressaltar que foram analisadas as estimativas da altura e volume partindo do ajuste do modelo de afilamento na sua forma original. Para a obtenção da altura nos modelos 3, 4, 5 e 6 foi necessária a utilização de processos iterativos. Para isso, foi utilizado o algoritmo de Newton por meio da ferramenta “solver” do programa Microsoft Excel. Para os modelos 5 e 6, o cálculo do volume foi realizado por meio de integração numérica com o uso do software Matlab 6.5.

As equações ajustadas tiveram sua performance avaliada por meio do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e do erro-padrão da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}\%$ ). Pelo fato de os modelos estudados apresentarem diferenças em relação à variável dependente, e por existirem, neste estudo, modelos lineares e não-lineares, o coeficiente de determinação usado foi calculado segundo a metodologia proposta por Kvalset (1985), que atende a todas as condições impostas para comparação entre os modelos com suas eventuais características. Assim o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) foi calculado da seguinte forma:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

Para fins desse trabalho, foi selecionado o diâmetro mínimo comercial de 28 cm com casca, utilizado regularmente pela empresa para obtenção de madeira para serraria. Simulando um eventual traçamento das toras, e para testar a precisão das equações ajustadas na estimação do volume das toras traçadas, foram calculados volumes entre o ponto de corte e 10%, entre 10 e 15%, entre 15 e 25%, entre 25 e 35% e entre 35 e 45% da altura total das árvores amostras.

Para o diâmetro mínimo comercial e para as eventuais partes oriundas do traçamento, foram feitas as análises gráficas dos resíduos. Os valores residuais utilizados na construção dos gráficos são expressos por:

$$\text{Resíduo (\%)} = \frac{\hat{Y} - Y}{Y} 100$$

Em que:  $\hat{Y}$  = valores estimados pela equação; e  $Y$  = valores observados.

Também foram feitos testes complementares (Tabela 2), por meio das seguintes estatísticas: *bias* ( $B$ ); média das diferenças absolutas ( $MD$ ) e desvio-padrão das diferenças ( $DPD$ ). Para cada equação, a precisão foi examinada para volume e altura comercial considerando o diâmetro mínimo comercial pré-estabelecido.

Partindo da análise das estatísticas  $B$ ,  $MD$  e  $DPD$ , procedeu-se à ordenação das funções segundo o maior ou menor valor de cada estatística, sendo atribuídos pesos de 1 a 6 de acordo com os resultados das estatísticas obtidas para cada equação e com o diâmetro mínimo comercial em questão. Foi considerado o modelo mais acurado aquele que resultou em menor somatório nas notas para o diâmetro mínimo avaliado. A Tabela 2 apresenta os critérios e respectivas estatísticas para avaliação do ajuste dos modelos.

TABELA 2: Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos.

TABLE 2: Criteria for fit evaluation and validation of the models.

Critério	Estimador
Bias ( $B$ )	$B = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$
Média das diferenças absolutas ( $MD$ )	$MD = \frac{\sum_{i=1}^n  Y_i - \hat{Y}_i }{n}$
Desvio-padrão das diferenças ( $DPD$ )	$DPD = \sqrt{\frac{\left( \sum_{i=1}^n d_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n d_i \right)^2 / n \right)}{n - p}}$

Em que:  $Y_i$  = valor observado e  $\hat{Y}_i$  = valor estimado;  $n$  = número de observações; e  $p$  = número de parâmetros de cada modelo,  $d_i = (Y_i - \hat{Y}_i)$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os parâmetros estimados e o ajuste para os modelos avaliados são apresentados na Tabela 3. Os seis modelos testados apresentam elevados coeficientes de determinação, (superior a 94 %) em todas as situações testadas e também um baixo erro-padrão da estimativa ( $S_{yx}$ %) que está entre 3 e 9% para todos os modelos. Assim, de acordo com essas estatísticas calculadas, os modelos apresentam precisão satisfatória considerando-se o ajuste da função original. Entretanto, essas estatísticas, que são apresentadas na Tabela 3, embora indiquem bom desempenho das funções, não garantem bom desempenho quando estas forem rearranjadas para estimar altura e volume, sendo necessárias novas análises para avaliar as funções em relação a essas variáveis.

TABELA 3: Estatísticas das equações ajustadas em sua forma original.

TABLE 3: Statistics of the equations fitted in their original form.

Modelos	Estimativas dos Parâmetros						$R^2$	$S_{Y.X}$ (%)
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$		
Demaerschalk	0,0492	0,9187	0,7937	0,7380	-	-	94,69%	8,58
Ormerod	-	0,8116	-	-	-	-	94,56%	8,69
Schöepfer	1,0823	-2,8216	10,8342	-23,5593	23,3980	-8,9874	98,30%	3,82
Hradetzky	18976,70	-18976,70	1,7403	-1,4111	0,2980	0,0422	98,61%	3,44
Garay	0,1565	0,9989	0,0236	-	-	-	98,52%	6,10
Biging	1,1263	0,3715	-	-	-	-	98,28%	6,58

### Performance dos modelos para estimar a altura comercial ( $d = 28$ cm)

Na Figura 1, mostra-se a distribuição dos resíduos referentes aos modelos testados na estimativa da altura comercial. Os modelos de Demaerschalk e Ormerod apresentam resultados parecidos tendendo a subestimar a altura comercial para árvores com  $DAP < 40$  cm.

De acordo com os gráficos, é possível perceber a semelhança na distribuição dos resíduos para o modelo proposto por Schöepfer, Hradetzky, Garay e Biging, que apresentam os melhores resultados dentre os modelos estudados. Mendonça (2006), trabalhando com dados provenientes da mesma região deste estudo e também testando modelos de afilamento não-segmentados, concluiu que o modelo de Schöepfer foi o mais apropriado para estimativa da altura comercial, porém no referido trabalho, assim como os outros modelos

estudados este também apresentou certa tendenciosidade, além de um maior amplitude de erro que variou entre  $\pm 100\%$ .

Lima (1986), em um estudo com a espécie *Pinus elliotti*, concluiu que, para a estimativa da altura comercial o modelo de Kozak *et al.*(1969), foi o que apresentou maior precisão ao longo do fuste, com o modelo de Biging apresentando o pior resultado. Porém, as condições do estudo feito por (Lima 1986) foram diferentes das do trabalho aqui proposto, sobretudo em relação ao tamanho das árvores que, no estudo do referido autor, tiveram altura máxima de 24 m e diâmetro máximo de 35 cm, enquanto que, no estudo atual, há árvores com altura variando entre 37 e 49 m e o diâmetro à altura do peito mínimo de 35 cm.

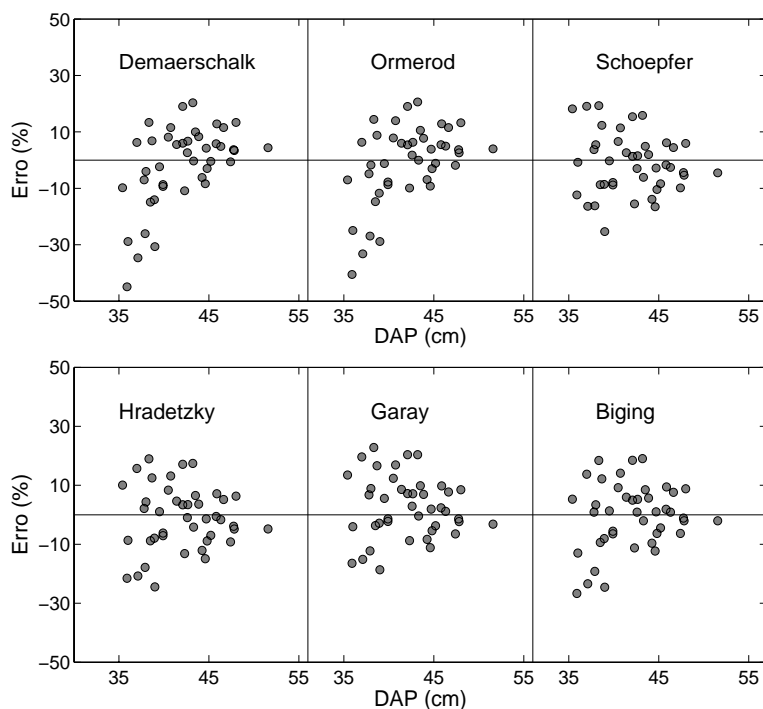


FIGURA 1: Distribuição dos resíduos em porcentagem para as estimativas da altura comercial em função do DAP.

FIGURE 1: Percentage residual distributions for merchantable height fit in function of the DAP.

A Tabela 4 mostra os resultados das estatísticas e do *ranking* para os seis modelos, tornando ainda mais clara a semelhança entre aqueles que apresentaram melhores desempenhos. De acordo com o *bias*, é possível perceber, especialmente para os modelos de Schöepfer e Hradetzky, a ausência de tendência nas estimativas. Analisando a média das diferenças, percebe-se a precisão dos modelos, já referidos como mais acurados, pois é possível notar os baixos valores residuais, o que confirma que os erros variam em intervalos pequenos. No trabalho de Mendonça (2006), os valores dessa estatística em alguns modelos foram maiores que 2, enquanto que, neste estudo, o maior valor para essa estatística para a altura comercial foi do modelo de Demaerschalk.

Com as análises estatísticas empregadas, não foi possível afirmar qual o melhor modelo, uma vez que dois apresentaram somatório de notas iguais. Nesse caso, considerou-se a análise de distribuição dos resíduos como a de maior relevância, e esta apontou o modelo de Biging como o mais adequado para estudar a altura comercial nas condições em que foi realizado este trabalho.

TABELA 4: Estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio-padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas da altura comercial.

TABLE 4: Statistical *bias* (*b*), average of the differences (*MD*) and standard deviation of the differences (*DPD*) for the estimates of merchantable height.

Modelo	B	MD	DPD	Classificação
Demaerschalk	0,2180 (3)	1,6549 (6)	2,1047 (6)	15
Ormerod	0,2804 (5)	1,6121 (5)	1,9868 (5)	15
Schoepfer	-0,0879 (2)	1,4098 (2)	1,7927 (2)	6
Hradetzky	0,0065 (1)	1,4188 (3)	1,8057 (3)	7
Garay	0,6270 (6)	1,4553 (4)	1,8080 (4)	14
Biging	0,2217 (4)	1,4049 (1)	1,7641 (1)	6

Em que: Valores entre parenteses referem-se às notas.

**Performance dos modelos para estimar o volume comercial (d = 28 cm)**

A Figura 2 mostra os resíduos dos seis modelos estudados para a estimativa do volume comercial. Assim como ocorreu na estimativa da altura comercial, os modelos de Demaerschalk e Ormerod apresentaram uma distribuição residual semelhante, diferindo do comportamento dos demais. À exceção dos modelos de Demaerschalk e Ormerod que têm tendência a subestimar os volumes para as árvores com DAP < 40 cm, todos os outros modelos apresentam boa distribuição residual. É importante salientar que, tanto para a estimativa da altura quanto do volume comercial, esses modelos apresentaram boa precisão, tornando-os apropriados para esse tipo de uso. Assim, como no caso da altura comercial, também é importante ressaltar os resultados encontrados por Mendonça (2006), ao concluir que o modelo Ormerod foi o mais adequado para estimar o volume comercial. Porém, todos os modelos testados pelo referido autor, tiveram forte tendência a superestimar o volume. Já Lima (1986), trabalhando a espécie *Pinus elliotti*, concluiu que o modelo de Biging foi o que fez melhores estimativas para o volume.

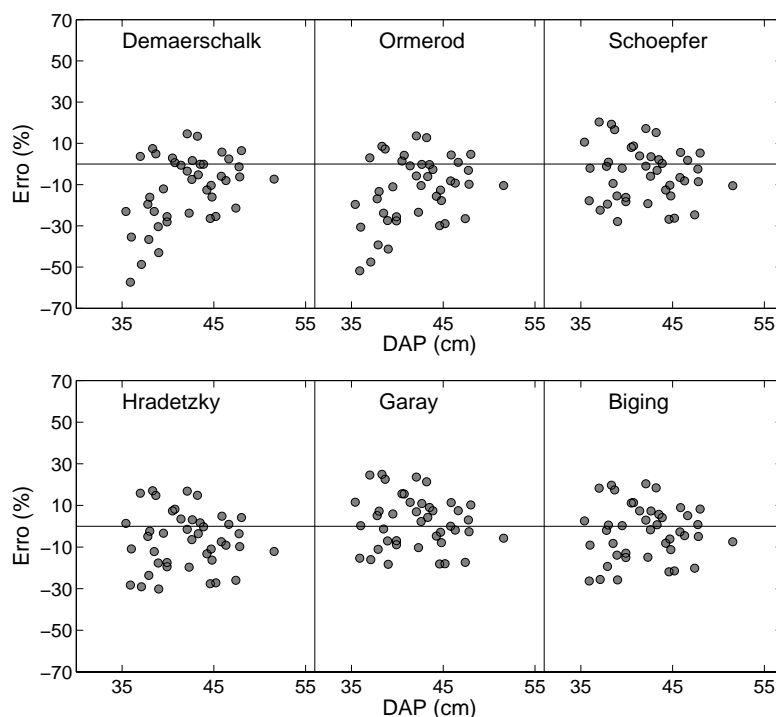


FIGURA 2: Distribuição dos resíduos em porcentagem para as estimativas do volume comercial em função do DAP.

FIGURE 2: Distribution of the residues in percentage for the estimates of the commercial volume in function of DAP

Na Tabela 5, encontram-se os resultados das estatísticas e o *ranking* utilizados para comparação entre as equações geradas partindo dos modelos estudados na estimativa do volume comercial. Observou-se que a

principal diferença em relação aos resultados encontrados para a estimativa da altura comercial é que o modelo proposto por Garay apresenta uma melhora em relação aos modelos de Schöepfer e Hradetzky. Leite *et al.* (2006), comparando alguns modelos de afilamento para descrever o perfil do fuste da espécie *Virola surinamensis*, concluíram que o modelo de Garay foi o mais indicado para quantificar o volume de multiprodutos para essa espécie na região em que o estudo foi realizado. O modelo de Biging, desta vez, sem nenhum tipo de empate, é, segundo o *ranking*, o mais apropriado para a estimativa do volume comercial até 28 cm de diâmetro mínimo, em concordância com a análise de resíduos.

TABELA 5: Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio-padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume comercial.

TABLE 5: Statistical *bias* (*b*), average of the differences (*MD*) and standard deviation of the differences (*DPD*) for the estimates of merchantable volume.

Modelo	B	MD	DPD	Classificação
Demaerschalk	-0,1340 (5)	0,1951 (5)	0,2018 (3)	13
Ormerod	-0,1505 (6)	0,2064 (6)	0,1971 (1)	13
Schoepfer	-0,0593 (3)	0,1690 (3)	0,2148 (5)	11
Hradetzky	-0,0830 (4)	0,1773 (4)	0,2153 (6)	14
Garay	0,0504 (2)	0,1635 (2)	0,2060 (4)	8
Biging	-0,0149 (1)	0,1612 (1)	0,1991 (2)	4

Em que: Valores entre parentes referem-se às notas.

### Performance dos modelos para estimar volumes parciais

A Figura 3 apresenta a análise de resíduos para as estimativas dos volumes das toras ao longo dos fustes. A exceção das toras entre 10 e 15% da altura total que tiveram tamanho médio de 2 m, as outras apresentaram, em média, 4 m de comprimento.

No caso das toras tomadas entre o ponto de corte e 10% do fuste, as estimativas são boas em todos os modelos testados. O que deve ser destacado é a melhora dos modelos de Demaerschalk e Ormerod, que mesmo tendendo a subestimar o volume para as toras, apresentam erros que não são tão altos, o que é desejável, sobretudo pelo fato dessas toras serem da parte mais inferior do fuste, e, por isso, o esperado era que o desempenho desses modelos fosse ruins, já que essa é a região onde os fustes têm maiores deformações. Além disso, esses modelos quando se tratou do estudo das variáveis considerando-se a parte comercial do fuste por inteiro, sempre estiveram entre os menos acurados de acordo com os gráficos e as estatísticas.

Para as toras entre 10 e 15% da altura total, percebe-se que de maneira geral, os modelos, exceto o de Garay e Biging, apresentam uma queda de precisão nas estimativas do volume se comparados com o que pode ser observado para as toras do ponto de corte até 10% da altura. O que surpreende, pois se espera que à medida que há afastamento da base, a deformação do tronco vá diminuindo e as estimativas apresentem melhoras. Os modelos de Demaerschalk e Ormerod tendem a subestimar o volume, enquanto que os modelos de Schöepfer e Hradetzky apresentam tendência contrária, mesmo que não tão evidente à apresentada pelos modelos anteriores.

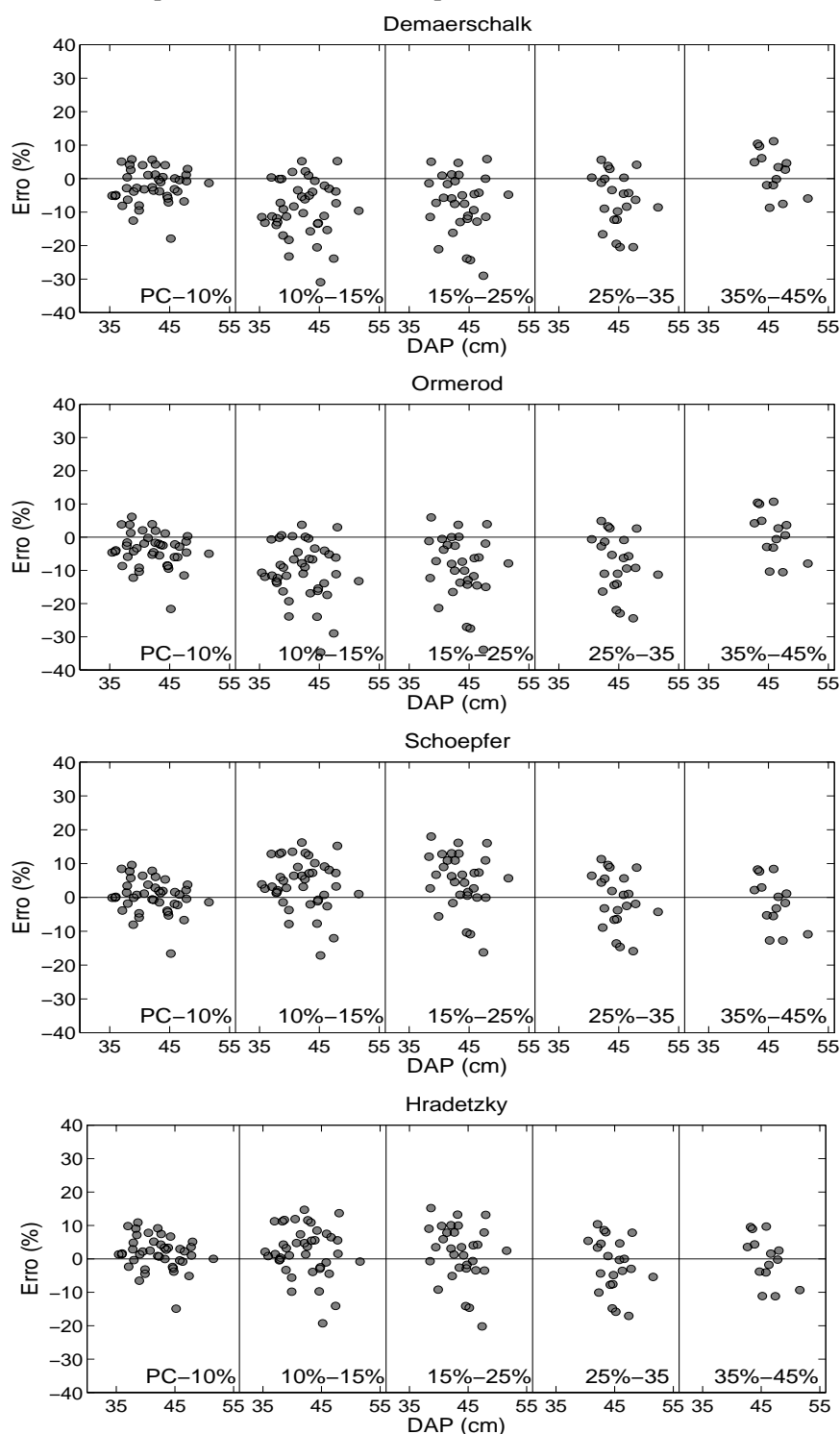
Com relação às toras entre 15 e 25% da altura total, nota-se para a estimativa da variável de interesse nessa parte do fuste, que houve semelhança em relação à secção anterior. Os modelos de Demaerschalk e Ormerod são tendenciosos, subestimando o conjunto amostral em quase sua totalidade. Já os modelos de Schöepfer e Hradetzky tendem a superestimar o volume para as toras dessa parte do fuste, sendo que o de Hradetzky tem uma ligeira superestimativa. O que mais uma vez foi diferente do que era esperado, pois, nesse caso, o afastamento da base é ainda maior.

Ainda por meio da Figura 3, observa-se em relação as toras entre 25 e 35% da altura total, é que nessa região superior do fuste, as estimativas são melhores do que aquelas das partes mais baixas. Contudo, de uma maneira geral, em todas as frações do fuste estudadas, observaram-se modelos com resultados aceitáveis. Os modelos de Demaerschalk e Ormerod apresentam forte tendência em subestimar os volumes de acordo com os gráficos. Nessa secção do fuste, os modelos de Biging e Hradetzky têm uma leve tendência a subestimar o volume, e os modelos de Schöepfer e Garay têm melhores resultados.

Já ao se observar as toras entre 35 e 45% da altura total, a distribuição dos resíduos mostrou-se



satisfatória para todos os modelos estudados, os erros oscilam com uma amplitude muito pequena, o que é desejável. Também é importante ressaltar que o número de árvores diminuiu em relação aos estudos das partes anteriores, o que ocorreu porque à medida que a altura de estudo foi aumentando, muitas das árvores apresentaram altura menor do que o limite estabelecido pelo diâmetro comercial.



Continua ...

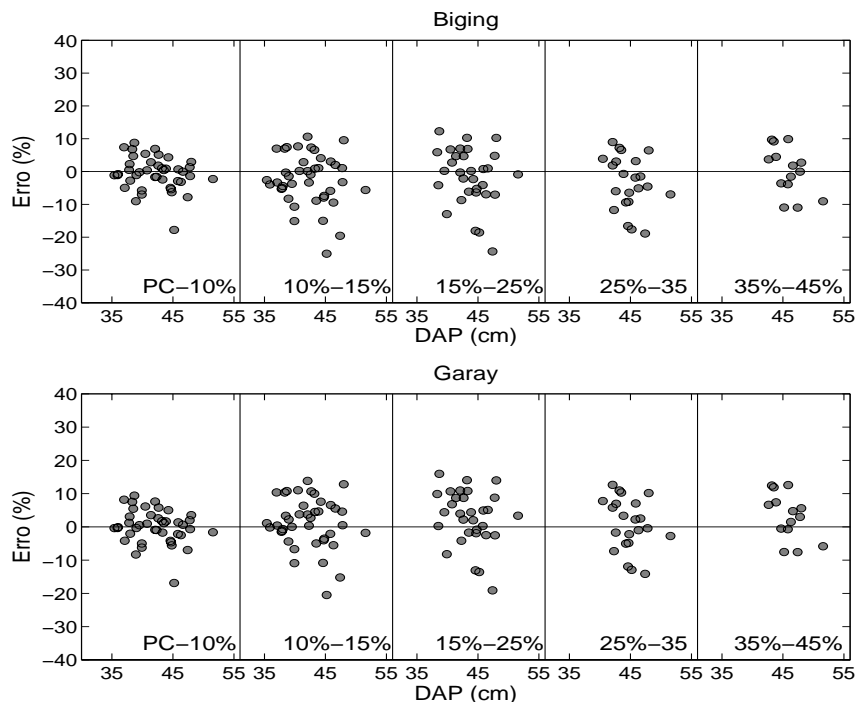


FIGURA 3: Distribuição dos resíduos do volume das toras tomadas ao longo do fuste das árvores, em percentagem, em função do DAP.

FIGURE 3: Distributions of the residues of the volume of logs considering the bole, in percentage, in function of the DAP.

A Tabela 6 apresenta as estatísticas *bias* ( $B$ ), média das diferenças absolutas ( $MD$ ), o desvio-padrão das diferenças ( $DPD$ ) e o *ranking* para estimativa do volume das toras tomadas ao longo do fuste. Fazendo uma análise dos valores encontrados nas estatísticas para as toras entre o ponto de corte e 10% da altura total, nota-se que os resultados são favoráveis, pois os valores do *bias* ( $B$ ) estão sempre próximos de zero, o que é desejável. Os baixos valores da média das diferenças ( $MD$ ) também demonstram o nível de precisão dos modelos para essas estimativas.

Os somatórios das notas atribuídas a cada valor encontrado nas estatísticas mostram o modelo de Biging como o mais acurado. Mas, de uma forma geral, para toras dessa secção todos os modelos tiveram bons resultados. Comparando o atual trabalho com os estudos sobre esse assunto realizados por Lima, (1986); Ferreira, (1999); Assis, (2000) e Mendonça, (2006); é possível afirmar que, ao contrário do que mostram os resultados encontrados por eles, os modelos não-segmentados não apresentam problemas em estimar as toras na porção mais inferior do fuste, o que é um resultado interessante pelo fato de que essa parte do tronco é a que tem maiores deformações, e, por isso, era esperado que as estimativas não fossem tão boas.

Para as toras entre 10 e 15% da altura total, em alguns casos, o que, apresenta valor menor para uma estatística, não repete o resultado em outras. Entretanto cabe ressaltar que a análise de resíduos e as estatísticas calculadas são complementares na escolha do modelo que melhor atenda aos objetivos propostos.

De acordo com o *ranking* apresentado nesta tabela, os modelos de Garay e Biging aparecem como os melhores, e têm resultados muito próximos.

No caso das toras entre 15 e 25% da altura total, em concordância com o que foi observado nas análises de resíduos, os valores das estatísticas mostram o que pode ser observado anteriormente. O modelo de Biging apresenta os melhores resultados e os de Demaerschalk, Ormerod e Schöpfer apresentam as piores estimativas. O modelo de Hradetzky apresenta uma melhora em relação à secção anterior, mas ainda inferior à primeira tora.

TABELA 6: Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio-padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume ao longo do fuste.TABLE 6: Result of the statistical *bias* (*b*), average of the differences (*MD*) and standard deviation of the differences (*DPD*) for the estimates of volumes along the bole.

Modelo	B	MD	DPD	Classificação
PC – 10%				
Demaerschalk	-0,0097 (5)	0,0219 (4)	0,0237 (1)	10
Ormerod	-0,0184 (6)	0,0356 (6)	0,0243 (3)	15
Schoepfer	0,0016 (2)	0,0284 (5)	0,0248 (5)	12
Hradetzky	0,0085 (4)	0,0190 (3)	0,0246 (4)	11
Garay	0,0004 (1)	0,0174 (1)	0,0357 (6)	8
Biging	-0,0031 (3)	0,0175 (2)	0,0238 (2)	7
10% – 15%				
Demaerschalk	-0,0184 (5)	0,0225 (5)	0,0183 (2)	12
Ormerod	-0,0221 (6)	0,0252 (6)	0,0187 (4)	16
Schoepfer	0,0100 (4)	0,0148 (4)	0,0189 (6)	14
Hradetzky	0,0061 (3)	0,0143 (3)	0,0188 (5)	11
Garay	-0,0038 (1)	0,0137 (1)	0,0184 (3)	5
Biging	-0,0045 (2)	0,0139 (2)	0,0180 (1)	5
15% – 25%				
Demaerschalk	-0,0295 (5)	0,0385 (5)	0,0361 (2)	12
Ormerod	-0,0365 (6)	0,0442 (6)	0,0368 (3)	15
Schoepfer	0,0233 (4)	0,0321 (4)	0,0386 (5)	13
Hradetzky	0,0095 (2)	0,0289 (2)	0,0387 (6)	10
Garay	-0,0134 (3)	0,0299 (3)	0,0372 (4)	10
Biging	0,0048 (1)	0,0275 (1)	0,0107 (1)	3
25% – 35%				
Demaerschalk	-0,0214 (5)	0,0301 (5)	0,0294 (3)	13
Ormerod	-0,0273 (6)	0,0344 (6)	0,0290 (1)	13
Schoepfer	-0,0014 (1)	0,0236 (2)	0,0322 (5)	8
Hradetzky	-0,0053 (3)	0,0237 (3)	0,0323 (6)	12
Garay	0,0040 (2)	0,0232 (1)	0,0303 (4)	7
Biging	-0,0109 (4)	0,0252 (4)	0,0291 (2)	10
35% – 45%				
Demaerschalk	0,0068 (5)	0,0185 (1)	0,0243 (2)	8
Ormerod	0,0032 (3)	0,0192 (4)	0,0234 (3)	10
Schoepfer	-0,0045 (4)	0,0191 (3)	0,0302 (6)	13
Hradetzky	0,0001 (1)	0,0189 (2)	0,0299 (5)	8
Garay	0,0106 (6)	0,0206 (5)	0,0249 (4)	15
Biging	0,0003 (2)	0,0279 (6)	0,0137 (1)	9

O *ranking* demonstra que o modelo de Biging é superior aos demais nas partes inferiores do fuste o que é desejável, pois além de ser uma região com maior deformação, é aquela onde as toras apresentam maiores volumes. O fato desse modelo apresentar bom desempenho, pode ser explicado por ser sigmoideal, e permitir a existência de pontos de inflexão, bem como apresentar característica de grande flexibilidade no ajuste dos dados observados de diferentes relações biológicas e, com isso, apresentar mudança de concavidade, o que não é observado em modelos polinomiais. E como, neste estudo, as árvores que compõem a amostra são de altura considerada superior, em virtude do povoamento ter a finalidade de ser usado para serraria, é natural que elas apresentem ao longo de seu fuste diferentes formas geométricas, o que pode demandar, para descrição de seu perfil, modelos com essas características.

Para as toras tomadas entre 25 e 35% da altura total, observou-se concordância entre os valores do *bias*, e as análises de resíduo. Os maiores valores da estatística citada são dos modelos de Demaerschalk e Ormerod seguidos dos modelos de Hradetzky e Biging com os demais apresentados, valores menores e mais desejáveis. O *ranking* mostra o que foi comentado anteriormente para o comportamento dos modelos para

toras tomadas nessa parte do fuste. De acordo com a distribuição dos resíduos, os modelos de Schöepfer e Garay são os melhores seguidos por Biging e Hradetzky.

Entre as equações geradas partindo dos modelos estudados na estimativa do volume das toras tomadas entre 35 e 45% da altura total, observou-se uma semelhança entre os modelos estudados. De acordo com o *ranking* e em concordância com os gráficos de distribuição dos resíduos, os modelos de Demaerschalk e Hradetzky são os de maior precisão seguidos pelo de Biging, mas todos apresentam bons resultados.

## CONCLUSÕES

Para as condições em que este estudo foi realizado e de acordo com os resultados encontrados, conclui-se que:

Em relação à altura comercial, as equações dos modelos de Biging (1984), Schöepfer (1966) e Hradetzky (1976) apresentam os melhores resultados, seguidos dos modelos de Garay (1979) com os resultados em uma posição intermediária em relação a todos os demais;

Em se tratando do volume comercial, os resultados são semelhantes aos da altura comercial, com uma pequena diferença, a equação do modelo de Garay apresenta melhora considerável, porém as equações dos quatro modelos citados têm resultados bons, com o de Biging apresentando uma leve vantagem sobre os outros;

Para os volumes das toras ao longo do fuste, há um revezamento entre os resultados para se saber qual o mais acurado em relação às diferentes partes estudadas, mas, de uma forma geral, o modelo de Biging é o que apresenta melhores resultados, sendo o mais estável de todos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.
- ASSIS, A. L. de. et al. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**, Viçosa, v. 7, n. 1, p. 20-40, 2001.
- ASSIS, A. L. de. et al. Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v. 12, n. 1, p. 89-107, 2002.
- BIGING, G. S. Taper equations for second mixed-conifers of Northean California. **Forest Science**, v. 30, n. 4, p. 1103-1117, 1984.
- DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, n. 3, p. 241-245, 1972.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, n. 83, p. 39-46, 1996.
- FISCHER, F. et al. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v. 11, n. 1, p. 167-188, 2001.
- GARAY, L. **Tropical forest utilization system**. VIII. A taper model for entire stem profile including buttressing. Seattle: Coll. Forest. Resour., Inst. Forest Prod. Univ. Wash., 1979. 64 p.
- HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschung projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146 p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).
- KAVALSETH, T. O. Cautionary note about  $R^2$ . **The American Statistician**, v. 39, n. 4, p. 279-285, 1985.
- LEITE, H. G.; GAMA, J. R. V.; CRUZ, J. P.; SOUZA, A. L. Função de afilamento para *Virola surinamensis* (ROLL.) WARB. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 30, n. 1, p. 99-106, 2006
- LIMA, F. **Análise de funções de taper destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.
- MENDONÇA, A. R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de *Eucalyptus* sp. em função da qualidade do fuste**. 2006. 90 f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre.
- ORMEROD, D. W. A simples bole model. **The Forestry Chronicle**, v. 49, n. 3, p.136-138, 1973.
- RIOS, M.S. **A Eficiência das funções polinomiais, da função spiline cúbica, e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii***. 1997. 116 f. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal)- Universidade Federal de Lavras, Lavras.

SCHOEPFER, W. **Automatisierung des Masse, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad.** [S.I]: Wurt-Forstl.,1966. n.p.

SCOLFORO, J. R. S. *et al.* Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, v. 4, n.1, p.100-122, 1998.

SILVA, G. F.; CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H.G., SOUZA, A.L. Uso de métodos estatísticos para comparar alternativas de estimação do volume comercial. **Revista Árvore**, v. 21, n. 1, p. 99-111, 1997.

SOARES, T. S.; LEITE, H. G.; VALE, A. B. Um modelo alternativo para a quantificação de multiprodutos em árvores individuais. **Revista Árvore**, v. 28, n. 6, p. 875-882, 2004.