

**MODELOS DE CRESCIMENTO RESULTANTES DA COMBINAÇÃO E VARIAÇÕES DOS
MODELOS DE CHAPMAN-RICHARDS E SILVA-BAILEY APLICADOS EM *Leucaena
leucocephala* (Lam.) de Wit**

GROWTH RESULTING FROM THE VARIATION AND COMBINATION OF MODELS OF
CHAPMAN-RICHARDS AND SILVA-BAILEY APPLIED TO *Leucaena leucocephala* (Lam.) of Wit

Cícero Carlos Ramos de Brito¹ José Antonio Aleixo da Silva² Rinaldo Luiz Caraciolo Ferreira³
Eufrázio de Souza Santos⁴ Ivan Ferraz⁵

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi desenvolver novos modelos de crescimento para recursos florestais aplicados à leucena [*Leucaena leucocephala* (Lam.) de Wit], tendo como base as hipóteses biológicas propostas por Chapman-Richards e Silva-Bailey. O experimento de leucena foi conduzido na Estação Experimental da Empresa Pernambucana de Pesquisa Agropecuária – IPA, Caruaru, PE. Foram utilizadas 544 árvores de leucena de um experimento com vinte remedições realizadas ao longo de 12 anos. Compararam-se novos modelos de crescimento resultantes da combinação e variações dos modelos de Chapman-Richards e Silva-Bailey, bem como outros comumente usados em recursos florestais. Para a seleção das equações, utilizaram-se o Índice de Ajuste (IA), o erro-padrão da estimativa e a distribuição gráfica dos resíduos. Os resultados indicaram que todos os modelos testados se ajustaram de maneira satisfatória aos dados, podendo ser utilizados para se estimar o crescimento em altura da leucena.

Palavras-chave: Recurso florestal; leucena; biometria.

ABSTRACT

The main objective of this work was to develop new growth models for forest resources, applied to (leucena) [*Leucaena leucocephala* (Lam.) of Wit], based on the biological hypotheses proposed by Chapman-Richards and Silva-Bailey. The experiment of the leucena was carried out in the Experimental Station of the Agricultural and Livestock Research Company of Pernambuco - IPA, in the municipal district of Caruaru - PE. Five hundred and forty four trees of *Leucaena leucocephala* (Lam.) of Wit were used, with 20 measures along the time. It was compared new growth models resulting from the combination and variation of the Chapman-Richards and Silva-Bailey models, as well other models used in forest resources. For the selection of the final equations, the fit of index, standard error of estimate and the graphic distribution of the residues were used. Results show that new models were as good as Chapman-Richards and Silva-Bailey and other tested. Therefore, any one of them can be applied to estimate the growth of leucena.

Keywords: Forest resource; leucena; biometric.

INTRODUÇÃO

No planejamento de manejo de recursos florestais, uma variável de extrema importância é o crescimento. Sua modelagem é fundamental na prognose da produtividade, qualidade do local e dinâmica de populações. Na Engenharia Florestal, os modelos são imprescindíveis na prognose dos futuros recursos florestais, na escolha de metodologias silviculturais e apoio à tomada de decisões no manejo e na política florestal (Spathelf e Nutto, 2000). Tais modelos são sínteses de observações e/ou fenômenos biológicos,

1. Licenciado em Matemática, MSc., Professor do Panorama Colégio e Curso, Av. Professor Cláudio Selva, 178, Dois Irmãos, CEP 52171-260, Recife (PE). cicerocarlosbrito@yahoo.com.br
2. Engenheiro Agrônomo, PhD., Professor Adjunto do Departamento de Ciência Florestal, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Manoel de Medeiros, s/n., Dois Irmãos, CEP 52171-900, Recife (PE). Bolsista CNPq. jaaleixo@uol.com.br
3. Engenheiro Florestal, Dr., Professor Adjunto do Departamento de Ciência Florestal, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Manoel de Medeiros, s/n., Dois Irmãos, CEP 52171-900, Recife (PE). Bolsista CNPq. rinaldof@ufrpe.br
4. Estatístico, Dr., Professor Adjunto do Departamento de Estatística e Informática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Manoel de Medeiros, s/n., Dois Irmãos, CEP 52171-900, Recife (PE). eufrazio@ufrpe.br
5. Engenheiro Agrônomo, MSc., Pesquisador da Empresa Pernambucana de Pesquisa Agropecuária (IPA), Zona Rural, CEP 55000-000, Caruaru (PE). ivan@ipa.br

Recebido para publicação em 13/04/2006 e aceito em 4/04/2007.

aplicados nas condições sob as quais foram coletados os dados.

Com o avanço dos procedimentos computacionais, técnicas matemáticas mais sofisticadas são utilizadas no desenvolvimento de novos modelos aplicados em estudos de crescimento, uma vez que, geralmente, as hipóteses básicas utilizadas geram modelos que alterando os valores de alguns coeficientes, de positivo para negativo, a(s) equação(ões) resultante(s) pode(m) ser empregada(s) para estudos de acréscimos ou decréscimos na produção, no crescimento e, ou sobrevivência/mortalidade.

Segundo Scolforo (1994), o conhecimento do crescimento e da produção presente e futura de árvores em povoamentos florestais é elemento fundamental no manejo florestal sustentável, sendo necessário possuir informações sobre a existência de relações quantitativas e modelos matemáticos que sejam consistentes e, numericamente, compatíveis para a predição do desenvolvimento do povoamento em qualquer idade.

Dada a dinâmica com que os modelos matemáticos vêm sendo aplicados nas pesquisas biológicas, novos estudos em ciências florestais são altamente justificáveis.

O objetivo deste trabalho foi gerar novos modelos de crescimento pela combinação ou adaptações dos modelos de Chapman-Richards e Silva-Bailey, compará-los entre si e com os modelos comumente usados na pesquisa florestal.

REVISÃO DE LITERATURA

Um modelo é uma formulação que simula um fenômeno do mundo real, de forma a ser possível fazer previsões, e pode ser utilizado nos mais diversos campos. Em suma, não se pretende que um modelo, independentemente da área em estudo, seja uma cópia exata do mundo real, mas, sim, uma simplificação que revele os processos-chave do fenômeno em causa, de forma a ser possível perceber e prever novas situações dentro do universo em estudo. Sendo assim, um bom modelo é um espelho eficiente da realidade (Brito, 2005).

Um modelo pode ser definido como uma formulação matemática baseada em hipóteses que tentam representar fenômenos físicos ou sistemas biológicos, com a finalidade de gerar uma equação que possa representar tal(is) fenômeno(s) a um determinado nível de confiabilidade α , por exemplo:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_n X_{ni} + \epsilon_i$$

A diferença principal entre um modelo de crescimento empírico e um biológico é que o primeiro recorre a uma expressão matemática de uma relação entre variáveis que podem ser esperadas logicamente, enquanto o segundo é expressão de uma hipótese lógica relativa à biologia do processo de crescimento (Pienaar, 1965).

Um modelo matemático somente representa um conjunto de suposições físicas ou biológicas. Essas suposições são sempre simplificações da realidade (France e Thornley, 1984). Nas ciências, os modelos matemáticos são muito importantes, e usam uma ferramenta especial: as equações. Um modelo de crescimento ou mortalidade pode abranger um sistema de equações, sendo capaz de prognosticar a produção sob várias condições (Spathelf e Nutto, 2000).

Segundo Clutter (1963), uma equação de crescimento, mesmo que apresente bons resultados em termos de ajuste a um determinado conjunto de dados, deve apresentar duas importantes características: convergência e invariância.

Por “convergência” se entende que, quando o tempo final t_f tender para o tempo inicial t_i , ou vice-versa, o valor obtido para o crescimento final W_f deve ser igual ao obtido no tempo inicial W_i .

Invariância por sua vez é a propriedade que uma equação possui de predizer um valor futuro no tempo t_f sem depender de tempos intermediários, isto é, indiretamente de um t_i para t_f .

Segundo Prodan (1968), nas ciências florestais, biológicas, sociológicas, econômicas, etc, um grande número de tentativas tem sido feito para exprimir o crescimento mediante fórmulas matemáticas. As tentativas em florestas estão, provavelmente, entre as primeiras no campo biológico, destacando-se os estudos de Spath em 1797, Hossfeld em 1822 e Smalian em 1857.

O desenvolvimento de novos modelos de crescimento e sobrevivência/mortalidade tem tido avanços consideráveis nas ciências florestais, como o que ocorreu na generalização de Chapman-Richards (Turnbull, 1963) para o modelo de Bertalanffy (1957) e trabalhos de Prodan (1968) dando um tratamento compreensivo de várias funções de crescimento e leis de crescimento que já têm sido estudados com referência ao crescimento florestal.

Entre os modelos clássicos utilizados no estudo de crescimento podem-se citar:

Modelo de Mitscherlich

Em 1930, Mitscherlich utilizou um princípio usado na economia (a produção se aproxima de um limite e o incremento na produção tende a zero), traduzindo-o em termos de crescimento biológico como “Lei dos efeitos dos fatores de crescimento” (Silva, 1986).

Essa lei diz que a taxa de crescimento dW/dt é proporcional à diferença entre o tamanho máximo (último nível de crescimento ou termo assintótico) e o próprio parâmetro de crescimento.

$$\text{Assim: } \frac{dW}{dt} = c \cdot (U - W) \Rightarrow W = U \cdot [1 - \exp(-c' \cdot t)]^n$$

Em que: W = parâmetro de crescimento; U = termo assintótico (significa o último nível de crescimento); $c' = c_1 = c_2 = \dots = c_n$; t = tempo.

Modelo de Bertalanffy

Bertalanffy (1934, 1957) derivou seu modelo de estudos das então chamadas relações alométricas dos organismos. A relação alométrica será compreendida por existir entre elementos dimensionais de um organismo, denominado P e Q , e foi expresso por: $P = \alpha \cdot Q^\theta$. Em que: P correspondia ao comprimento do fêmur; Q era a largura do crânio de certas espécies animais ou a área fotossintética e área do cambium do tronco de espécies vegetais; α e θ são parâmetros da relação.

Isso sugere a suposição de que em indivíduos normais, o padrão de crescimento específico de P produzirá uma relação proporcional constante para o padrão de crescimento específico de Q , que é:

$$\frac{dP}{dt} = \left(\frac{\alpha}{Q} \right) \cdot \frac{dQ}{dt}$$

Estudos extensivos de muitos organismos aquáticos e terrestres levaram Bertalanffy à conclusão de que para uma classe principal de organismos a relação alométrica entre a área da superfície (também total, ou área absorviva total) e volume total pode ser adequadamente expresso como:

$$S = \alpha \cdot V^{2/3}$$

Em que: S = área da superfície; V = volume do organismo; α = parâmetro a ser calculado; $2/3$ = constante alométrica.

Após prosseguimento dos estudos, o autor chegou à conclusão de que o crescimento segue um processo de síntese (anabolismo) e degradação (catabolismo). A fórmula original foi expressa da seguinte

$$\text{forma: } \frac{dW}{dt} = \eta W^{2/3} - kW, \text{ resultando em } W = W_\infty \cdot [1 - \beta e^{-k \cdot t}]^3$$

A vantagem da equação está na sua fundamentação teórica. A razão anabólica é proporcional à área da superfície do organismo, enquanto que a razão catabólica é proporcional ao volume da biomassa (SILVA, 1986).

Modelo de Chapman-Richards

Richards (1959), estudando o crescimento de plantas e Chapman (1961), o crescimento de peixes, consideraram que a constante alométrica de $2/3$ do modelo de Bertalanffy era muito restritiva, pois esse expoente pode assumir diferentes valores dependendo da natureza da população.

Nas Ciências Florestais, Richards foi o primeiro a aplicar a equação de crescimento desenvolvida por Bertalanffy (France e Thornley, 1984).

A generalização de Chapman-Richards do modelo de crescimento de Bertalanffy é uma expressão matemática de uma hipótese concernente a causas essenciais do fenômeno de crescimento, de tal modo que os parâmetros no modelo têm pelo menos uma total interpretação biológica ou fisiológica (Turnbull, 1963; Pienaar e Turnbull, 1973).

Assim sendo, fazendo essa modificação obtém-se:

$$\frac{dW}{dt} = \alpha \cdot W^m - \gamma \cdot W \Rightarrow W = U \cdot \left\{ 1 - \beta \cdot \text{EXP}[-k \cdot (t - t_0)] \right\}^{1/(1-m)}$$

$$\text{Quando } t_0 = 0 \text{ teremos } W = U \cdot \left\{ 1 - \beta \cdot \text{EXP}[-k \cdot t] \right\}^{1/(1-m)}$$

Em que: U = valor assintótico (tamanho teórico máximo que o organismo pode atingir).

Esse modelo foi nomeado como modelo de crescimento de Chapman-Richards por Turnbull (1963) e tem sido usado freqüentemente em pesquisas de florestas (Pienaar, 1965; Machado, 1978; Campos, 1980; Clutter et al, 1983; Barros et al, 1984; Mctague, 1985; Silva, 1986; Scolforo, 1994; Fekeduleng et al, 1999; Santos Júnior, 2005).

Dependendo do valor do parâmetro m, o modelo de Chapman-Richards representa várias leis de crescimento como, por exemplo: o modelo de Bertalanffy ($m = 2/3$), a função de crescimento Monomolecular ($m = 0$), a função de crescimento Gompertz ($m = 1$) e a função de crescimento Logístico ($m = 2$). Tais funções são casos especiais da função de crescimento de Chapman-Richards (Machado, 1978).

Clutter e Jones (1980) desenvolveram um procedimento em que o valor assintótico U que é constante no modelo, pode ser eliminado e substituído por um valor que corresponde um determinado valor de W no tempo i. Para isto usaram o método das diferenças algébricas. Assim, tem-se:

Em um tempo inicial i, o modelo é:

$$W_i = U \cdot \left(1 - e^{-k \cdot t_i} \right)^{\frac{1}{1-m}} \quad (1)$$

Em que um tempo final f, o modelo é:

$$W_f = U \cdot \left(1 - e^{-k \cdot t_f} \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

Como U é constante nos tempos i e f, pode-se conhecer seu valor, por exemplo, no tempo i:

$$U = W_i \cdot \left(1 - e^{-k \cdot t_i} \right)^{-\frac{1}{1-m}} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), tem-se:

$$W_f = W_i \cdot \left(1 - e^{-k \cdot t_i} \right)^{-\frac{1}{1-m}} \cdot \left(1 - e^{-k \cdot t_f} \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

$$W_f = W_i \cdot \left(\frac{1 - e^{-k \cdot t_f}}{1 - e^{-k \cdot t_i}} \right)^{\frac{1}{1-m}} \quad (3)$$

Dessa forma, o valor assintótico que, às vezes, por ser teórico, pode apresentar resultados fora da realidade, é eliminado do modelo para dar lugar a um valor real W_i .

Modelo de Silva-Bailey

Silva (1986), estudando o crescimento de *Pinus elliottii* Engelm var. *elliottii* em função de diferentes fontes de nutrientes, considerou a idéia de dinâmica de populações proposta por Leslie (1945) que diz que, para qualquer distribuição arbitrária no tempo i, a estrutura de uma população pode ser expressa na forma de n + 1 equações lineares, em que de n para n + 1 é o último grupo de idade na tabela de distribuição etária.

O modelo expressa o tamanho da população (W_{i+1}) no tempo $i+1$ como função do tamanho da população no tempo i (W_i), da taxa de sobrevivência (S), do número médio de recrutamentos (F) produzido na população no tempo i . Sua expressão é: $W_{i+1}=W_i(SF)^n$.

Em populações florestais, o problema de recrutamento (nascimento ou migração) no período de investigação é desprezível, bem como migração que são fenômenos comuns em populações animais (móveis). Ocorre mortalidade, mas esta pode ser modelada sem maiores problemas. Dessa forma, Silva (1986) considerou o plantio de *Pinus* como uma população fechada e o parâmetro F pode ser retirado do modelo.

O parâmetro S é desconhecido e depende da taxa de mortalidade que pode ser regular ou irregular (Burkhardt, 1974, citado por Silva, 1986). Mortalidade regular é resultante de fatores tais como densidade de plantio, qualidade do sítio, tratamentos silviculturais, etc, enquanto que mortalidade irregular é consequência de eventos catastróficos como fogo, doenças, pragas, ventos, etc.

MATERIAL E MÉTODOS

Os dados de leucena foram provenientes de um experimento implantado em 1989, localizado na Estação Experimental da Empresa Pernambucana de Pesquisa Agropecuária (IPA), no município de Caruaru, no estado de Pernambuco, que possui as seguintes coordenadas geográficas: Latitude $08^{\circ}14'18''S$; Longitude $38^{\circ}00'00''WGr.$ e altitude de 537 m. O clima, pela classificação climática de Thornthwaite, é do tipo Dd'a' (semi-árido megatérmico). O solo caracterizado pela associação de Neossolo (EMBRAPA, 1999).

Os tratamentos foram constituídos de duas estirpes de rizóbio, mais tratamentos comparativos nitrogenados em três níveis de adubação fosfatada e na ausência ou presença de composto de resíduo urbano, perfazendo inicialmente, um total de 24 tratamentos com 24 repetições.

Para este estudo, baseando-se nas pesquisas de Meunier (1991), Souza (2003) e Santos Júnior (2005) em que se constatou que o efeito do composto orgânico influenciou o crescimento das mudas e das plantas até o quarto ano, decidiu-se pela formação de dois grupos: os que não possuem composto orgânico e os que possuem.

Foram utilizadas para este trabalho 544 árvores sobreviventes das 576 plantadas no início do experimento. A variável altura total (h) foi medida em todos os indivíduos durante 12 anos, sendo tomadas 19 medidas. O tempo inicial considerado foi de 120 dias que correspondem à idade em que as mudas foram plantadas no campo.

Modelos utilizados

Neste trabalho, todos os modelos empregados foram derivados usando a metodologia das diferenças algébricas proposta por Clutter e Jones (1980), com base nos modelos:

$$\text{Chapman - Richards: } W_f = W_i \cdot \left[\frac{1 - e^{-k \cdot t_f}}{1 - e^{-k \cdot t_i}} \right]^{\beta} + \varepsilon_i \quad (4)$$

$$\text{Silva - Bailey: } W_f = W_i \cdot e^{\beta \cdot (k \cdot t_f - k \cdot t_i)} + \varepsilon_i \quad (5)$$

$$\text{Bertalanffy: } W_f = W_i \cdot \left[\frac{1 - e^{-k \cdot t_f}}{1 - e^{-k \cdot t_i}} \right]^3 + \varepsilon_i \quad (6)$$

$$\text{Mitscherlich: } W_f = W_i - \beta \cdot (K^{t_f} - K^{t_i}) + \varepsilon_i \quad (7)$$

$$\text{Weibull: } W_f = W_i - \beta \cdot (e^{-K \cdot t_f^m} - e^{-K \cdot t_i^m}) + \varepsilon_i \quad (8)$$

$$\text{Clutter e Jones: } W_f = \left[W_i^\theta + \beta_1 (t_f^K - t_i^K) \right]^{\frac{1}{\theta}} + \varepsilon_i \quad (9)$$

Em que: W_f = altura ou comprimento final; W_i = altura ou comprimento inicial; β , m , θ e K = parâmetros dos modelos; t_i e t_f = Tempo inicial e final das medições das alturas ou comprimento; ε_i = erro aleatório.

Dedução dos modelos matemáticos propostos

Modelo proposto 1

O primeiro modelo desenvolvido foi resultante da combinação (produto) dos modelos Chapman-Richards e Silva-Bailey, pelo fato de que são dois modelos que têm apresentado bons resultados nas estimativas de espécies florestais.

Foram consideradas duas situações: a soma e o produto dos modelos. Como o proveniente do produto apresentou melhores resultados, este foi o considerado neste trabalho.

Sejam $W' = (\beta_1 + \beta_2 \cdot e^{-K \cdot t})^{\beta_3}$ (Chapman-Richards) e $W'' = \beta_4 \cdot e^{\beta_5 \cdot \alpha \cdot t}$ (Silva-Bailey)

Considere-se: $W = (W' \cdot W'')$.

Logo substituindo tem-se que: $W = \left[(\beta_1 + \beta_2 \cdot e^{-K \cdot t})^{\beta_3} \cdot (\beta_4 \cdot e^{\beta_5 \cdot \alpha \cdot t}) \right]$ que após seu desenvolvimento resulta em $W_f = W_i \cdot \left[\left(\frac{1 + \beta \cdot e^{-K \cdot t_f}}{1 + \beta \cdot e^{-K \cdot t_i}} \right) \cdot e^{\lambda \cdot (\alpha \cdot t_f - \alpha \cdot t_i)} \right]^\theta$

Modelo proposto 2

Considere-se que a variação do crescimento em função do tempo é proporcional a uma condição inicial, multiplicado pela diferença entre o anabolismo e o catabolismo do indivíduo ao longo do tempo.

$$\text{Assim, } \frac{dW}{dt} = W (\alpha \cdot e^{\kappa \cdot t} - \gamma \cdot e^{\lambda \cdot t}) \Rightarrow W_f = W_i \cdot \left(\frac{e^{\beta \cdot e^{\kappa \cdot t_f} + \theta \cdot e^{\lambda \cdot t_f}}}{e^{\beta \cdot e^{\kappa \cdot t_i} + \theta \cdot e^{\lambda \cdot t_i}}} \right)$$

Modelo proposto 3

Considerando-se que a variação do crescimento em função do tempo é proporcional à diferença entre o anabolismo e o catabolismo ao longo do tempo; tem-se:

$$\frac{dW}{dt} = \alpha \cdot W^m \cdot t^\lambda - \gamma \cdot W \cdot t^\lambda \Rightarrow W_f = W_i \cdot \left(\frac{1 + \beta \cdot e^{\theta \cdot t_f^\kappa}}{1 + \beta \cdot e^{\theta \cdot t_i^\kappa}} \right)^\varphi$$

Análise das equações de regressão

Utilizou-se para os ajustes dos modelos o procedimento NONLINEAR do Programa Computacional SYSTAT 05 for Windows (Demo) sendo utilizado o método Simplex para calcular as estimativas dos parâmetros.

Os critérios usados nas comparações das equações foram o Índice de Ajuste (I.A.) (Schalaegel, 1981), conforme segue:

$$IA\% = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \cdot 100$$

Em que: IA% = Índice de Ajuste em percentagem; Y_i = Valor observado (real); \hat{Y}_i = Valor estimado pela equação de regressão; \bar{Y} = Médias dos valores observados.

Em equações ajustadas pelo método dos mínimos quadrados, o índice de ajuste corresponde ao coeficiente de determinação (R^2).

Para o cálculo da análise da distribuição gráfica residual, os resíduos foram obtidos pela expressão:

$$E_i = \left(\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right) \cdot 100$$

Em que: E_i = resíduo da i-ésima observação; Y_i = altura dominante observada; \hat{Y}_i = altura dominante estimada.

O erro-padrão da estimativa percentual (S_{yx} %) foi obtido pela fórmula (SCHNEIDER, 1998):

$$S_{yx}\% = \frac{\sqrt{QMR}}{\bar{Y}} \cdot 100$$

Em que: S_{yx} % = erro-padrão da estimativa em percentagem; QMR = Quadrado Médio do Resíduo do modelo ajustado; \bar{Y} = média aritmética da variável dependente.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nas Tabelas 1 e 2, são apresentadas as estimativas dos parâmetros dos modelos testados e seus Índice de Ajustes. Observa-se que todos os modelos resultaram em equações com altos valores dos Índices de Ajuste, sendo que a equação de Bertalanffy apresentou o menor I.A., porque trabalha com valores do parâmetro $m = 2/3$, isto é, um valor fixo.

TABELA 1: Estimativas dos parâmetros e índices de ajuste dos modelos testados para modelagem de crescimento de leucena, no tratamento 1, Estação Experimental da Empresa Pernambucana de Pesquisa Agropecuária, Caruaru, PE.

TABLE 1: Estimates of the parameters and index of adjustments of the models tested for modelling of leucena growth, in treatment 1, Experimental Station of the Agricultural Research Company in Caruaru, PE.

Modelo	Tratamento 1 (Parâmetros)					IA%	S_{yx} (%)
	\hat{K}	$\hat{\beta}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$		
Chapman-Richards	-0,026143215	0,724701552				99,110	11,264
Bertalanffy	-0,138007134	0,666666667				97,004	20,084
Silva-Bailey	0,963046552	-1,400905270				99,016	11,844
Mitscherlich	0,971926035	4,535336554				99,178	10,825
Weibull	0,041556412	4,837531361	0,907562809			99,184	11,118
Clutter e Jones	-0,859050115	2,477980462	-0,540561330			98,979	12,436
Modelo Proposto 1	0,214684238	-0,675621649	-0,675625749	0,966738738	1,791687394	99,135	12,237
Modelo Proposto 2	-0,214684238	-1,741263269	-1,213841698	-0,033812604		99,150	11,719
Modelo Proposto 3	0,413510405	2,524643222	-0,662373361	-2,942888544		99,109	11,998

Em que: IA = índice de ajuste (%).

Os modelos que apresentaram os mais altos valores de Índices de Ajuste foram os de Weibull e Mitscherlich, com valores, respectivamente, de 99,184 e 99,178 para o tratamento 1. No tratamento 2, o modelo de Weibull apresenta um índice de 99,112, seguido do modelo proposto 2 com 99,108. melhor distribuição residual. Pelo fato do tratamento 2 levar em consideração o efeito do composto orgânico, ocorreu maior variabilidade, resultando em valores de Índices de Ajuste inferiores ao tratamento 1.

TABELA 2: Estimativas dos parâmetros e índices de ajuste dos modelos testados para modelagem de crescimento de leucena, no tratamento 2, Estação Experimental da Empresa Pernambucana de Pesquisa Agropecuária, Caruaru, PE.

TABLE 2: Estimates of the parameters and index of adjustments of the models tested for modelling of leucena growth, in treatment 2, Experimental Station of the Agricultural Research Company in Caruaru, PE.

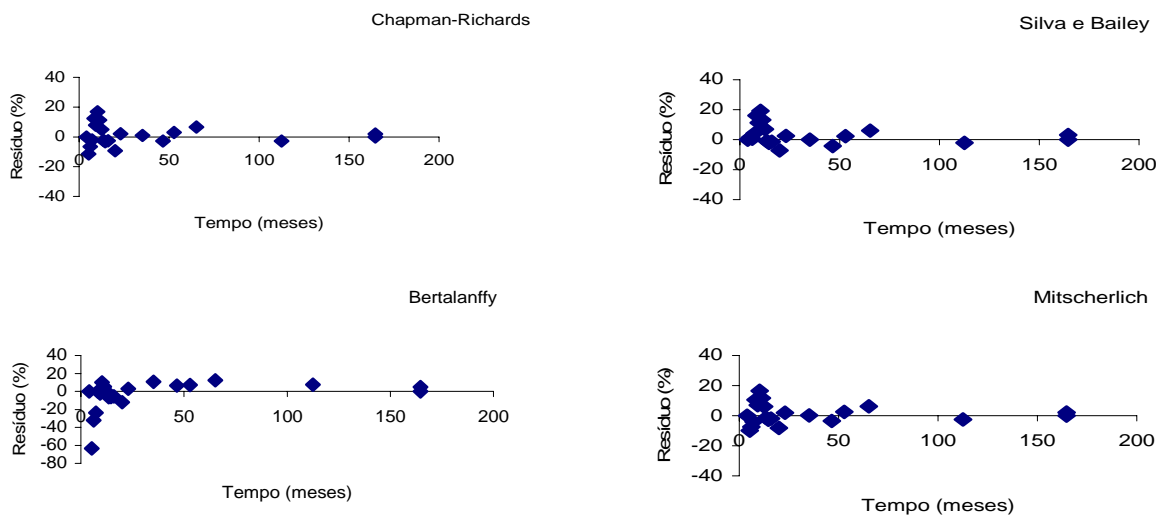
Modelo	Tratamento 2 (Parâmetros)					IA%	S _{yx} (%)
	\hat{K}	$\hat{\beta}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$		
Chapman-ichards	-0,024752956	0,637527563				99,018	11,690
Bertalanffy	-0,139680117	0,666666667				96,589	21,173
Silva-Bailey	0,964689536	0,294084585				98,844	12,683
Mitscherlich	0,971684857	4,512904360				99,067	11,394
Weibull	0,078534725	5,520878931	0,755432332			99,112	11,458
Clutter e Jones	0,000002403	0,477081E+06	1,016279492			98,885	12,840
Modelo Proposto 1	0,167924411	-0,359021318	-1,208931618	0,964617029	0,986636873	98,925	13,478
Modelo Proposto 2	-0,030002353	-0,980339884	-2,249096848	-0,209695335		99,108	11,861
Modelo Proposto 3	0,248836729	4,792309750	-1,641899757	-4,534227659		99,047	12,260

Não foram observadas diferenças entre os modelos propostos e os utilizados frequentemente na literatura florestal como critérios comparativos, o que comprova o bom ajuste dos modelos propostos.

O intuito de desenvolver novos modelos, teve como princípio a aplicabilidade da modelagem matemática em áreas biológicas, uma vez que as diferentes situações encontradas podem gerar novas hipóteses biológicas e conseqüentemente novos modelos. E isto é um dos objetivos da biometria que, fundamentalmente, envolve uma interação entre as ciências matemática, estatística e a biológica.

Análise da distribuição gráfica residual dos modelos testados

A análise gráfica de distribuição dos resíduos indicou que os modelos apresentados se mostraram adequados para a estimação do crescimento em altura para a leucena, sendo perceptível o pior ajuste para o modelo de Bertalanffy que considera o parâmetro m fixo, igual a 2/3 (Figuras 1 e 2).



Continua ...

Continuação ...

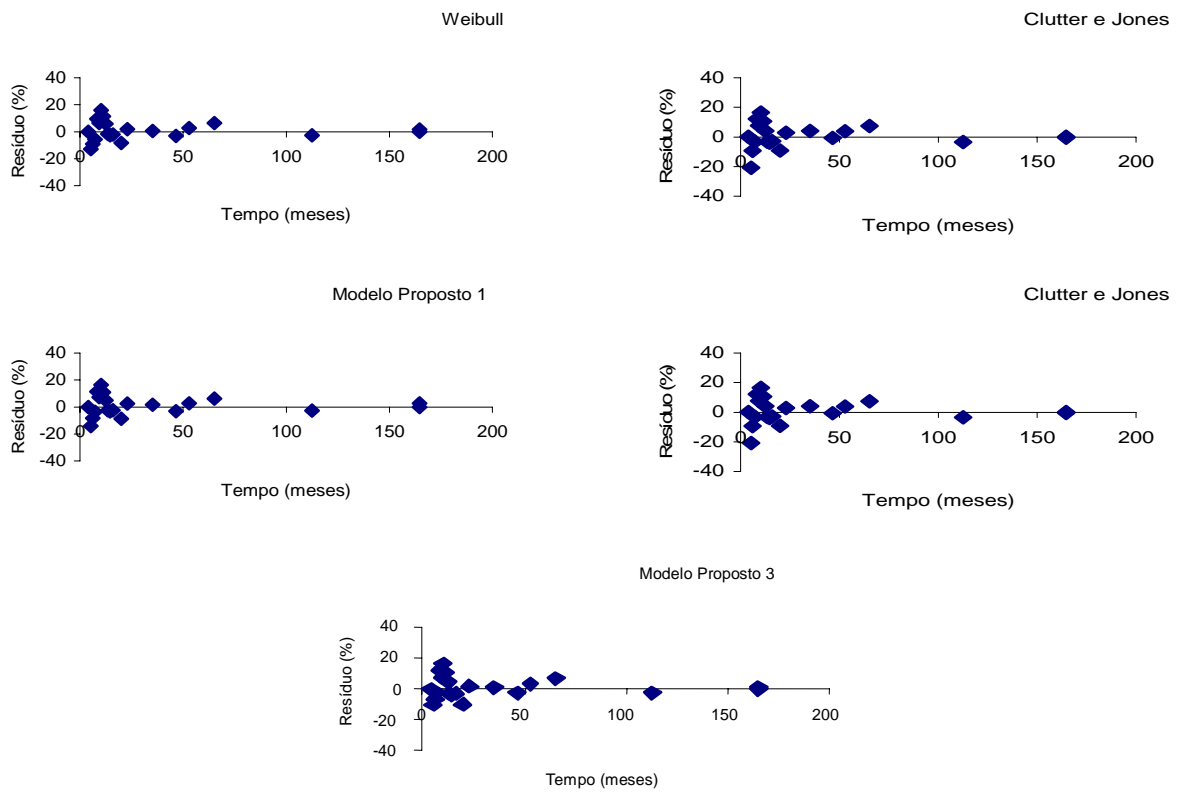
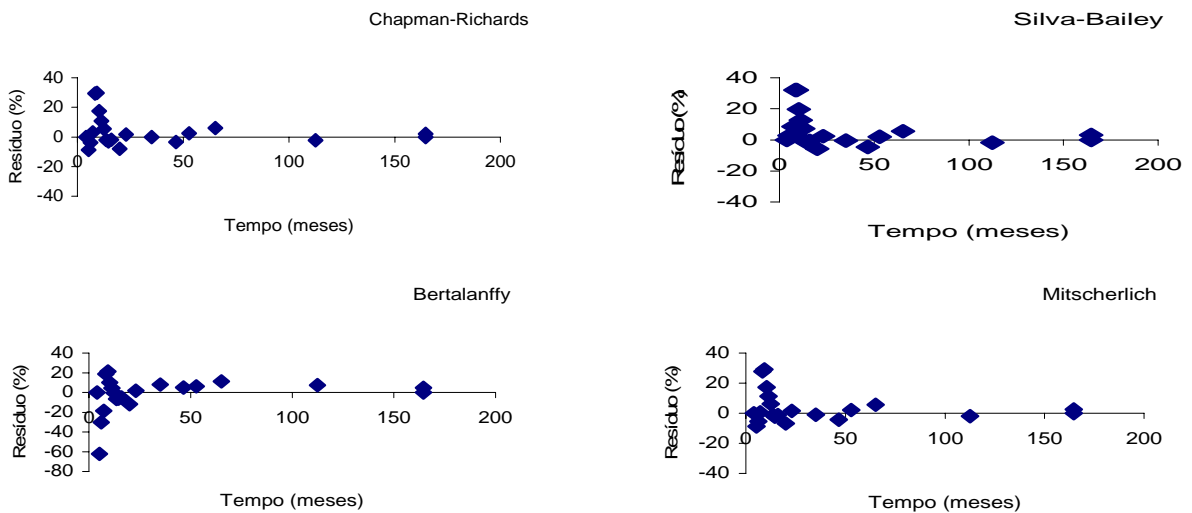


FIGURA 1: Análise gráfica da distribuição dos resíduos para Leucena no grupo 1.

FIGURE 1: Graphic analysis of the distribution of the residues for Leucena in group 1.



Continua ...

Continuação ...

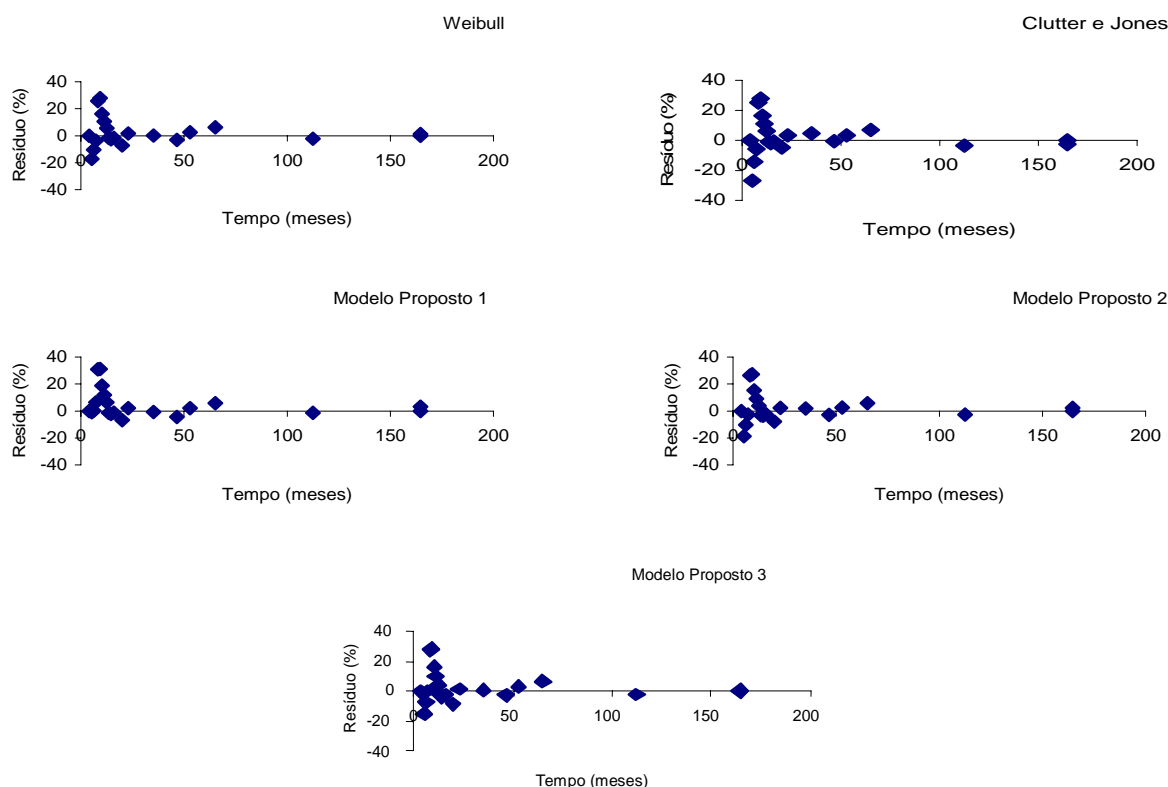


FIGURA 2: Análise gráfica da distribuição dos resíduos para Leucena no grupo 2.

FIGURE 2: Graphic analysis of the distribution of the residues for Leucena in group 2.

CONCLUSÕES

A análise do Índice de Ajuste e da distribuição residual indicou que os modelos propostos apresentaram ajustes semelhantes aos comumente utilizados em recursos florestais para as estimativas de crescimento da leucena.

O ajuste dos modelos utilizados para leucena no segundo grupo das plantas que receberam o composto orgânico, com exceção do terceiro modelo proposto, foram inferiores ao grupo 1 das plantas que não receberam o composto orgânico.

Os novos modelos de crescimento apresentaram ajustes semelhantes aos que serviram de base para as derivativas.

Com a inclusão de novos modelos de crescimento derivados de modelos existentes, constatou-se que os seus resultados são semelhantes aos que serviram de base para as derivativas, entretanto, mostra que o estudo de modelagem é dinâmico e nunca se pode prever se o que já existe é suficiente, sobretudo, quando se considera outros campos nas ciência biológica, que podem gerar novos modelos baseados em hipóteses biológicas específicas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROS, N.F., SILVA, O.M., PEREIRA, A.R. et al. Análise do crescimento de *Eucalyptus saligna* em solos do cerrado sob diferentes níveis de N, P e K no vale do Jequitinhonha, MG. **IPEF**, Piracicaba, n. 26, p.13-17, 1984.

BERTALANFFY, L von. A quantitative theory of organic growth. **Human Biology**, Detroit, v. 10, p. 181-213, 1934.

BERTALANFFY, L von. Quantitative laws for metabolism and growth. **Quarterly Review of Biology**, Stony Brook, v. 32, p. 217-231, 1957.

BRITO, C.C.R. **Novos modelos de crescimento resultantes da combinação e variações dos modelos de Chapman-Richards e Silva-Bailey aplicados em leucena [*Leucaena leucocephala* (Lam) de Wit] e tubarão-junteiro (*Carcharhinus porosus*)**. Recife, 2005. 138f. Dissertação (Mestrado em Biometria) – Universidade Federal Rural de

Pernambuco, Recife, 2005.

CAMPOS, J. C. C. Análise do crescimento e produção em plantações desbastadas. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 4, n. 2, p. 157-169, 1980.

CHAPMAN, D. E. Statistical problems in dynamics of exploited fishing populations. In: BERKELEY SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL STATISTIC AND PROBABILITY, 4., 1961. **Proceedings...** Berkeley : University of California Press, 1961. p.153-158.

CLUTTER, J. L., FORTSON, J. C., PIENAAR, L. V. et al. **Timber management: a quantitative approach**. New York : John Wiley & Sons, 1983. 333p.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, Bethesda, v. 9, p. 354-371, 1963.

CLUTTER, J. L.; JONES, E. P. **Prediction of growth after thinning in old-field slash pine plantation**. Washington : USDA, 1980. 12p.

EMBRAPA. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. Brasília: EMBRAPA, 1999. 421p.

FEKEDULEGN, D. et al. Parameter estimation of nonlinear growth models in forestry. **Silva Fennica**, Helsinki, v. 33, n. 4, p. 327-336, 1999.

FRANCE, J.; THORNLEY, J. H. M. **Mathematical models in agriculture**. London: Butterworths, 1984. 335p.

MACHADO, S. A. **Studies in growth and yield estimation for *Pinus taeda* L. plantations in the State of Parana – Brazil**. 1978. 170f. Thesis (Doctor of Philosophy)–University of Washington, Washington 1978.

McTAGUE, J. P. **Growth and yield of slash and loblolly pine in the state of Santa Catarina, Brazil**. Athens, 1985. 219f. Thesis (Doctor of Philosophy) - University of Georgia, Athens, 1985.

MEUNIER, I. M. J. **Crescimento de mudas de *Leucaena leucocephala* (Lam.) de Wit. em função do uso do composto de resíduo urbano, adubação fosfatada e inoculação com *Rhizobium loti***. Recife, 1991. 110f. Dissertação (Mestrado em Agronomia, Ciência do Solo) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 1991.

PIENAAR, L. V. **Quantitative theory of forest growth**. Washington, 1965. 167f. Thesis (Doctor of Philosophy) - University of Washington, 1965.

PIENAAR, L. V.; TURNBULL, K. J. The Chapman-Richards generalization of von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. **Forest Science**, Bethesda, v. 19, p. 2-22, 1973.

PRODAN, M. **Forest biometrics**. Oxford : Pergamon Press, 1968. 447p.

RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, Oxford, v. 10, p. 290-300, 1959.

SANTOS JÚNIOR, R. C. B. **Modelagem matemática na estimativa de crescimento em altura de leucena (*Leucaena leucocephala* (Lam.) de Wit), no Agreste de Pernambuco**. Recife, 2005. 95f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SCHNEIDER, P. R. **Análise de regressão aplicada à engenharia florestal**. 2. ed. Santa Maria: UFSM/CEPEF, 1998. 236p.

SCHLAEGEL, B. E. Testing, reporting, and using biomass estimation models. In: SOUTHERN FOREST BIOMASS WORKSHOP, 1981, Georgetown. **Proceedings...** Clemson : Clemson University, 1981. 127p. p. 95-112.

SCOLFORO, J. R. **Modelos para expressar o crescimento e a produção florestal: Parte 1**. Lavras: ESAL/FAEPE, 1994. 182p.

SILVA, J. A. A. **Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations**. Athens, 1986. 133f. Thesis (Doctor of Philosophy) - University of Georgia, 1986.

SOUZA, C. M. de. **Avaliação do crescimento em altura de leucena *Leucaena leucocephala* (Lam.) de Wit. no Agreste de Pernambuco, por meio da análise de medidas repetidas**. Recife, 2003. 123f. Dissertação (Mestrado em Biometria) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2003.

SPATHELF, P.; NUTTO, L. **Modelagem aplicada ao crescimento florestal**. Santa Maria: UFSM, 2000. 70p.

TURNBULL, K. J. **Population dynamics in mixed forest stands: a system of mathematical models of mixed stand growth and structure**. Washington, 1963. 186f. Dissertation (Magister Science) - University of Washington, Washington, 1963.