

# ANÁLISE DE ERROS EM QUESTÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM FRAÇÕES

Igor Augusto Sampaio da Costa de Melo. e-mail: [Isampaio.mat@gmail.com](mailto:Isampaio.mat@gmail.com)  
Pedro Henrique Freitas Andrade. e-mail: [pedroandradeprof@gmail.com](mailto:pedroandradeprof@gmail.com)

## RESUMO

Este trabalho é resultado de uma pesquisa realizada junto aos alunos do 6º ano do ensino fundamental, no qual buscou-se identificar e analisar os erros cometidos por estes alunos no que se refere às operações de adição e subtração com frações. A pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 6º ano de uma escola da rede particular de Belém do Pará. Como instrumento de pesquisa utilizou-se um teste composto de 8 questões sobre as operações de adição e subtração de frações. Como resultados observamos que os alunos apresentam grande dificuldade em operacionalizar com frações de denominadores diferentes, além de não terem bem definido o conceito de fração.

**Palavras chave:** Análise de erros. Frações.

## ABSTRACT

This work is the result of a survey conducted by the students of the sixth grade of elementary school, which sought to identify and analyze the mistakes committed by these students as regards the operations of addition and subtraction with fractions. The survey was developed in a 6th year class from a Belém's private school. As research tool we used a test composed by 8 questions about addition and subtraction with fractions. As a result we observe that students have great difficulty in operating with different denominators of fractions, besides not having well defined the concept of fraction.

**Key words:** Fault analysis. Fractions.

## 1. Introdução

O ato de avaliar e o processo de ensino e aprendizagem são interdependentes. No entanto, o processo avaliativo não é tão simples quanto parece. Existem inúmeros instrumentos de avaliação e formas de alcançar, segundo Luckesi (1996, APUD VALENTE, 2003), “um julgamento de valor sobre manifestações relevantes da realidade tendo em vista uma tomada de decisão”, que seria na visão do autor o conceito mais fidedigno de avaliação.

Ao avaliar a aprendizagem, estamos procurando mensurar o quanto o aluno tem aprendido, aplicando as mudanças necessárias às metodologias de ensino empregadas inadequadamente. Dentre as formas de identificar essas metodologias inadequadas e possíveis dificuldades dos alunos podemos destacar a análise detalhada dos erros cometidos por estes, afim de sanar problemas oriundos de métodos de ensino mal empregados, assim como de dúvidas e dificuldades não externalizadas pelos alunos.

Segundo Pinto (2000, p. 139) o erro, concebido numa dimensão construtivista, configura-se como uma oportunidade didática para o professor. A partir da análise detalhada dos erros é possível obter uma dimensão mais ampla da aprendizagem, isto deve-se:

Em primeiro lugar, por ser um guia para um planejamento de ensino mais eficaz (...). Em segundo lugar, porque se observado com maior rigor, poderá oferecer novos elementos para o professor refletir sobre suas ações didáticas. (PINTO, 2000 p. 139)

Compreendemos ainda, o erro como sendo indicador das dificuldades para o próprio aluno, quando este consegue identificar o próprio equívoco. Nesta perspectiva, o papel do professor é de fazer com que o erro se torne um observável ao aluno, ou seja, o professor deve conduzir o aluno até que este consiga ter consciência do valor de seu erro. (PINTO, 2000, p.146)

Os conteúdos matemáticos normalmente formam uma cadeia bem estruturada, onde é necessário ter conhecimentos prévios de alguns objetos matemáticos para que seja possível entender outros. O estudo dos números racionais, ocasiona inúmeras dificuldades pois, segundo Campos e Rodrigues (2007, p. 69):

(...) sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio, pois, embora esse conjunto numérico seja uma extensão dos naturais, as tentativas de estabelecer paralelos entre procedimentos relativos aos dois conjuntos ora são válidas, ora não são, deixando desorientados os alunos que procuram estabelecer esses paralelos, sem uma reflexão mais aprofundada.

Segundo Silva (1997, apud RENZ, 2011, p.14), estas dificuldades devem-se, também ao fato de:

(...) o número fracionário ser de natureza diferente da dos Números Naturais. Ele não surge simplesmente de um processo de contagem, mas sim do ato de partição de “algo” que se toma como inteiro o que leva as crianças a interpretarem as frações como um par

de números naturais e não como um único número que também representa uma quantidade.

E não apenas isso, as dificuldades também se evidenciam na perspectiva de Renz (2011, p. 14), no momento em que o aluno não consegue achar significado à representação das frações, memorizando as regras a serem seguidas, mas sem compreensão.

Na revisão de estudos sobre frações e por meio de experiências vividas em sala de aula, acreditamos que o tópico de frações é um tema extremamente salutar para discussões em análise de erros, pois nas experiências como professor de matemática, observamos que mesmo alunos do 1º ano do ensino médio têm dificuldades na identificação do MMC e com as operações fundamentais. Além das dificuldades apontadas nos estudos de Renz (2011), Bonotto (2011) e Pelissaro (2011), que serviram de referencial na identificação de dificuldades dos alunos referentes ao tópico de frações.

Dessa forma, nos propusemos neste trabalho a investigar os erros dos alunos do 6º ano do ensino fundamental em relação a adição e subtração de fração e tivemos como questão norteadora: Quais os erros cometidos por alunos do 6º ano do ensino fundamental nas operações de adição e subtração com frações?

## **2. Estudos sobre frações**

Nesta seção, apresentaremos alguns estudos revisados que mostram dificuldades encontradas pelos autores no que tange à aprendizagem das operações de soma e subtração com frações.

O trabalho de Renz (2011) surge a partir da análise de uma prática pedagógica, relativa ao ensino e aprendizagem de frações, realizada com alunos da sexta série do ensino fundamental do RS. A autora expõe alguns fatores importantes acerca do ensino de matemática e sobre o ensino de frações apontando algumas dificuldades relativas a este tópico.

Este trabalho foi desenvolvido por meio de uma engenharia didática. Foi aplicado um teste diagnóstico com três questões afim de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos. Na primeira questão deste teste observou-se que 5 dos 20 alunos conseguiram resolver questões algorítmicas de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, predominando o erro da soma de numeradores e denominadores, o que mostra que os alunos não conseguiram desvincular a ideia de números inteiros, diferenciando-os dos números racionais.

Na segunda questão obteve-se 100% de erros, essa questão trazia uma contextualização envolvendo uma receita de bolo e soma de ingredientes. Isto provou a deficiência dos alunos em resolver problemas. O teste também mostrou na última questão, que os alunos não conseguiram utilizar estratégias diferenciadas para resolver problemas, haja a

vista que aquela trazia um desenho para o auxílio na resolução e nesta também todos os alunos erraram.

Fica claro após o exposto, que as operações de adição e subtração com números fracionários configuram-se como um grande obstáculo para a aprendizagem desse conteúdo. A maior dificuldade dos alunos, segundo Renz (2011), é operar com frações de denominadores diferentes, uma vez que nesses casos, a resolução passa pela equivalência das frações, geralmente pelo meio do mínimo múltiplo comum (mmc) para reduzi-las ao mesmo denominador. Além disso, a forma algorítmica que caracteriza o ensino de frações, ou seja, descontextualizada, faz com que os alunos não consigam dar significado às operações realizadas, o que segundo Renz (op. cit.) acarreta um baixo rendimento escolar.

Outro trabalho foi o de Bonotto (2011), que buscou diagnosticar as dificuldades com frações dos alunos de uma turma do sexto ano do ensino fundamental no município de Rosário do Sul/RS, com a finalidade de desenvolver estratégias didáticas para o ensino de frações. A autora utilizou como metodologia a engenharia didática.

O que nos compete deste trabalho é o questionário diagnóstico realizado por Bonotto (op. cit.), mais especificamente a última questão deste questionário que trazia subitens com operações entre frações. Identificou-se a partir disto que dos 24 alunos, alvos da pesquisa, quatro deixaram a questão em branco, quatorze responderam, mas erraram e apenas seis responderam corretamente. Eles não souberam fazer a soma ou a diferença de duas frações, tanto com denominadores iguais como diferentes, conforme Bonotto (2011) o maior erro foi o de soma direta de numeradores e denominadores.

No trabalho de Palissaro (2011) realizado em Tapejara/RS, a autora mostra, basicamente, as mesmas dificuldades já encontradas nos outros trabalhos revisados. Segundo Pelissaro (idem), os alunos tendem a confundir a soma e a subtração de números fracionários com denominadores diferentes com a soma e a subtração de números inteiros e ainda complementa:

(...) a verdadeira aprendizagem sobre as frações exige tempo, maturidade de pensamento e muita dedicação, pois este conteúdo é amplo e exige uma certa capacidade de abstração pois engloba outros conceitos como divisões para obter o número decimal de uma fração, frações equivalentes para realizar somas e subtrações (...). (PELLISSARO 2011, p. 14)

Concordamos com a autora e ainda acrescentamos que o conceito de frações possui um grande obstáculo epistemológico, foi construído, motivado por uma dificuldade e apresentou problemas, mesmo para os próprios matemáticos como refere Silva (1997)

Era muito difícil trabalhar com números fracionários e os matemáticos batalharam por muito tempo para poder encontrar uma representação das frações, facilitando a escrita desses números (apud PELLISSARO 2011, p. 12)

Além dos estudos que utilizamos como alicerce de nosso trabalho, apoiamos este, também, em experiências vividas como professor de matemática. Observamos que mesmo alunos do ensino médio tem aversão às operações com frações e enfrentam muitas dificuldades nas mesmas, principalmente quando precisa-se identificar o mínimo múltiplo comum na hora de somar ou subtrair frações.

### 3. A metodologia de pesquisa

A pesquisa foi do tipo diagnóstica, na qual buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados.

Utilizamos como instrumento de pesquisa um teste contendo 8 questões de adição e subtração de frações, que foi aplicado a uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular da cidade de Belém do Pará. Segue abaixo as questões contidas no teste diagnóstico.

#### Questões

1) Efetue as operações abaixo:

a)  $\frac{3}{10} + \frac{1}{10} =$

b)  $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} + \frac{3}{7} =$

2) Efetue as operações abaixo:

a)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$

b)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{4}{5} =$

3) Efetue as operações abaixo:

a)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$

b)  $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} - \frac{3}{9} =$

4) Efetue as operações abaixo:

a)  $\frac{6}{7} - \frac{1}{3} =$

b)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{3} - \frac{3}{7} =$

5) Suco de Fruta trabalha como carteiro. Em certo dia, durante o período da manhã, ele entregou  $\frac{7}{12}$  do total de correspondências a ser entregue. Que fração das correspondências ainda falta ser entregue?

6) Igor e Roberta fizeram uma torta de morango e a dividiram em 8 pedaços. Sabendo que Roberta comeu  $\frac{1}{4}$  da torta e Igor comeu 3 pedaços, qual a fração que indica a quantidade de pedaços que Igor e Roberta comeram no total?

7) Viajando de Belém até Outeiro, Pedro percorreu o trajeto em  $\frac{4}{5}$  de hora. Porém, quando fez o caminho de volta, gastou  $\frac{1}{3}$  a menos do tempo que havia gasto no trajeto de ida. Qual a fração que indica o tempo que Pedro levou para percorrer o caminho de volta?

8) Joáurio guardou  $\frac{1}{5}$  do seu salário no primeiro mês de trabalho e  $\frac{3}{5}$  no segundo mês. Que fração representa a quantia que Joáurio guardou nos dois primeiros meses de trabalho?

#### 4. Análise dos resultados

Nesta secção, serão mostrados os resultados dessa pesquisa de forma quantitativa e qualitativa alcançados por meio do teste aplicado. Em geral identificamos os mesmos erros que os autores que serviram de base para este trabalho, com o acréscimo de erros conceituais os quais comentaremos a seguir. Em primeiro lugar, segue a tabela abaixo que mostra a porcentagem de erros por questão do teste. Observamos que as questões com maior número de erros foram as que envolviam adição e subtração de frações com denominadores diferentes:

<i>Questões</i>	<i>Acertos %</i>	<i>Erros %</i>	<i>Branco %</i>
1 - a	69,44	30,56	0,00
1 - b	66,67	33,33	0,00
2 - a	27,78	72,22	0,00
2 - b	33,33	66,67	0,00

3 - a	72,22	27,78	0,00
3 - b	55,56	41,67	2,78
4 - a	27,78	66,67	5,56
4 - b	11,11	77,78	11,11
5	50,00	27,78	22,22
6	25,00	61,11	13,89
7	5,56	72,22	22,22
8	38,89	41,67	19,44

**Tabela 1: Resultados do teste em percentual**

A partir dos dados da tabela acima analisamos os erros de todas as questões e selecionamos as que obtiveram o maior índice de erros para mostrar detalhadamente nesse trabalho. Estas análises vêm a seguir.

**Questão 4:** Efetue as operações abaixo:

**Objetivo:** verificar se o aluno sabe efetuar subtração de frações com denominadores diferentes.

b)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{3} - \frac{3}{7} = \frac{3}{0}$

**Figura 1: Aluno 1**

Na resposta acima podemos perceber que o aluno apenas efetuou a subtração direta dos numeradores, concordando com os estudos revisados, e tentou fazer o mesmo com os denominadores, no entanto ao fazer isto com os denominadores, pensamos que este, acreditando não poder colocar um número negativo no denominador, efetuou esta operação dentro do campo dos naturais ficando limitado ao número mínimo zero.

O erro em questão é classificado por Davis e Esposito (apud CARVALHO e CARVALHO, 2001) como erro sistemático, quando o aluno não possui estruturas mentais necessárias para resolver o problema, ficando impossibilitado de compreendê-lo.

Além disso, podemos identificar a má formação do conceito de fração, haja a vista que se tivesse bem definido este conceito, o aluno saberia que não pode dividir qualquer número por zero.

$$b) \frac{7}{9} - \frac{1}{3} - \frac{3}{7} = \frac{3}{252}$$

$$\begin{array}{r|l} 9,3,7 & 3 \\ 6,3,7 & 3 \\ 3,3,7 & 3 \\ 1,3,7 & 3 \\ \hline & 12 \\ & 12 + \\ \hline & 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 36 \\ \times 7 \\ \hline 252 \end{array}$$

Figuras 2 e 3: Aluno 12

Identificamos na resolução acima o erro na identificação do mínimo múltiplo comum, decorrente de procedimentos errados com operações fundamentais, e a subtração direta dos numeradores das frações.

Segundo Carvalho (apud CARVALHO e CARVALHO, 2001) o erro em análise é do tipo ligado ao saber, relacionados às informações, chamados pelo autor de “equivocos de informação ou de cálculo”.

**Questão 7:** Viajando de Belém até Outeiro, Pedro percorreu o trajeto em  $\frac{4}{5}$  de hora. Porém, quando fez o caminho de volta, gastou  $\frac{1}{3}$  a menos do tempo que havia gasto no trajeto de ida. Qual a fração que indica o tempo que Pedro levou para percorrer o caminho de volta?

**Objetivo:** Objetivo: verificar se o aluno sabe identificar e efetuar subtração de frações com denominadores diferentes no problema em questão.

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{3} - \frac{3}{2}$$

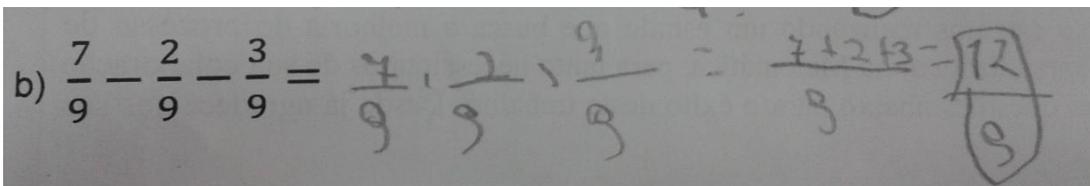
Figura 4: Aluno 8

Novamente identificamos a subtração direta de numeradores e denominadores, concordando com os estudos revisados. No entanto, como se trata de uma questão contextualizada, o aluno conseguiu realizar parte do que foi objetivado para a questão, identificando qual operação deveria realizar para solucionar o problema.

Davis e Esposito (apud CARVALHO e CARVALHO, 2001) classificam este erro como construtivo, que acontece quando o aluno não possui estruturas de pensamento suficiente para resolver o problema, modificando sua forma de pensar e ações.

**Questão 3:** Efetue as operações abaixo:

**Objetivo:** verificar se o aluno sabe efetuar subtração de frações com denominadores iguais.



The image shows a student's handwritten solution for the subtraction of fractions. The problem is  $b) \frac{7}{9} - \frac{2}{9} - \frac{3}{9} =$ . The student has written the fractions with their denominators aligned. However, instead of subtracting the numerators (7, 2, and 3), the student has added them, resulting in  $\frac{7+2+3}{9} = \frac{12}{9}$ . The final answer is written as  $\frac{12}{9}$  inside a hand-drawn box.

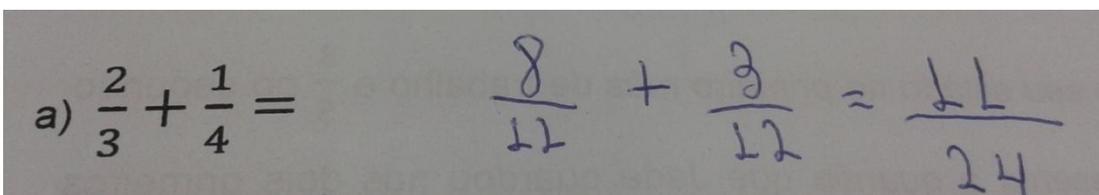
**Figura 5: Aluno 17**

Observamos na resposta acima que o aluno adicionou os numeradores, quando deveria subtraí-los.

O erro em análise é classificado por Davis e Esposito (apud CARVALHO e CARVALHO, 2001) como erro no uso de conhecimentos construídos, quando o aluno utiliza procedimentos inadequados mesmo tendo estruturas mentais necessárias, não sendo erro de construção de conhecimento.

**Questão 2:** Efetue as operações abaixo:

**Objetivo:** verificar se o aluno sabe efetuar adição de frações com denominadores iguais.



The image shows a student's handwritten solution for the addition of fractions. The problem is  $a) \frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$ . The student has written the fractions with their denominators aligned. However, instead of finding a common denominator, the student has added the numerators (2 and 1) and the denominators (3 and 4) separately, resulting in  $\frac{2+1}{3+4} = \frac{3}{7}$ . The final answer is written as  $\frac{3}{7}$  inside a hand-drawn box.

**Figura 6: Aluno 13**

Na seguinte questão, o aluno somou os numeradores e o denominadores também, quando deveria ter conservado os denominadores iguais.

O erro é classificado por Carvalho (apud CARVALHO e CARVALHO, 2001) como ligado ao saber fazer, às capacidades, ou “erros de raciocínio, de uso de princípios e regras”.

## 5. Considerações finais

Os objetivos desse trabalho foram analisar os erros cometidos por alunos do 6º ano do ensino fundamental referentes à adição e subtração de frações, além de verificar se os alunos possuem os conhecimentos prévios para o conteúdo de operações com números racionais e

quais as dificuldades que os mesmos possuem ao resolver problemas que envolvam adição e subtração com números racionais em sua forma fracionária.

Os resultados dessa pesquisa nos mostraram que os alunos têm grande dificuldades com relação a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, concordando com os autores que serviram de base para este trabalho. Além disso, verificamos erros decorrentes de má formação do conceito de fração, interpretação de problemas e erros nas operações fundamentais com inteiros.

Acreditamos que faz-se necessário a utilização de metodologias que amenizem estas dificuldades. Também mostra-se grande necessidade de um trabalho de aproximação com os professores das séries iniciais, visando o tratamento de erros referentes a operações fundamentais com os números inteiros e a formação da ideia inicial de fração.

## Referências

BONOTTO, D.M. **Estratégias de ensino-aprendizagem de frações**. 2011, 62 p. (Monografia). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

CARVALHO, D. D. M. CARVALHO M. M. **Para compreender o erro no processo ensino-aprendizagem**. *Presença Pedagógica*. v. 7, n. 42, p. 61-75, 2001.

CAMPOS, T.M.M. RODRIGUES, W.R. **A ideia de unidade na construção do conceito de número racional**. *REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática*. v. 2.4, p.68-93, Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

PELLISSARO, S. **Ensino de frações: Novas abordagens**. 2011, 34. (Monografia). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Vila Flores, 2011.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática: estudos do erro no ensino da matemática elementar**, Papirus, 2000.

RENZ, J.L. **Adição e subtração de frações: uma proposta de ensino com auxílio das mídias digitais**. 2011, 39 p. (Monografia). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Sapiranga, 2011.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa**. 34. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2007.

VALENTE, S.M.P. **A Avaliação da Aprendizagem no Contexto da Reforma Educacional Brasileira**. *Estudos em Avaliação Educacional*, n. 28, jul-dez/2003.

**Recebido em: 18/11/2013**  
**Aceito para publicação em: 09/12/2013**